



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

ENSEÑANZA DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN PRIMER CURSO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

TEACHING OF THE DECIMAL NUMBERING SYSTEM IN
THE FIRST PRIMARY EDUCATION COURSE

Autor

LYDIA AZNAR OPERÉ

Director

RAFAEL ESCOLANO VIZCARRA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Año

Septiembre 2017

RESUMEN

En este trabajo de fin de grado, se expone un estudio sobre la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal (SND) en un aula de primer curso de Educación Primaria del colegio Sagrado Corazón-Moncayo en Zaragoza.

A lo largo del mismo se profundiza en el contenido matemático asociado al SND, caracterizando los momentos iniciales de la enseñanza actual del SND a partir del análisis de libro de texto que siguen en el colegio donde se va a realizar la parte experimental de este trabajo. Posteriormente, estudiamos las dificultades de aprendizaje de un grupo-clase de primer curso de Educación Primaria que ha recibido previamente enseñanza del SND a partir de los resultados obtenidos en una prueba inicial diagnóstica y, finalmente, se diseña, desarrolla y evalúa una propuesta parcial de enseñanza en ese grupo natural de primer curso de Educación Primaria.

PALABRAS CLAVE: Sistema de Numeración Decimal, número, enseñanza, aprendizaje, material didáctico, libro de texto, Educación Primaria.

ABSTRACT

In this end-of-grade work, it exposes a study on the teaching of the Decimal Numbering System (DNS) in a classroom of the first course of primary education at the Sagrado Corazón-Moncayo college in Zaragoza.

Throughout the same document, the mathematical content of DNS is deepened, the initial moments of the current teaching of the DNS are characterized starting from the analysis of textbooks that continue in the school where the experimental part of this work is going to be realized. Subsequently, we studied the learning difficulties of a first-class group of Primary Education that has previously received instruction from the DNS from the results obtained in an initial diagnostic test and, finally, a partial teaching proposal is designed, developed and evaluated in that natural group of first year of Primary Education.

KEY CONCEPTS: Decimal Numbering System, number, teaching, learning, teaching material, textbook, Primary Education.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	5
<u>MARCO TEORICO</u>	
CAPITULO I: El sistema de numeración decimal	9
1.1 El Sistema de Numeración Decimal y otros sistemas antiguos utilizados para escribir los números	9
1.2 Propiedades básicas del sistema de numeración.....	11
1.3 Problemática de la enseñanza del SND al comienzo de la etapa de Educación Primaria.....	12
CAPITULO II: Aprendizaje y enseñanza del sistema de numeración decimal.....	14
2.1 Importancia del sistema de numeración decimal-posicional en las aulas de Educación Primaria.....	14
2.2 Análisis de una propuesta didáctica de una editorial de libros de textos..	15
2.3 La enseñanza habitual del sistema de numeración en las aulas de Educación Primaria.....	20
2.4 Dificultades de comprensión que plantea el sistema de numeración a los escolares de primer curso de Educación Primaria	21
2.5 Hacia una propuesta de enseñanza alternativa del sistema de numeración decimal en el primer curso de Educación Primaria	22
<u>MARCO EXPERIMENTAL</u>	
CAPITULO III: Estudio de las dificultades de comprensión del Sistema de numeración decimal en un grupo natural de 1º curso de Educación Primaria.....	35
3.1 Contexto del aula	35
3.2 Diseño y desarrollo de la prueba inicial	36
3.3 Resultados de la prueba inicial	38

CAPITULO IV: Diseño, desarrollo y evaluación de la propuesta parcial de enseñanza

4.1 Consideraciones iniciales sobre el diseño de la propuesta	48
4.2 Cronograma	50
4.3 Diseño y desarrollo de la propuesta parcial de enseñanza.....	51
4.4 Evaluación de la propuesta parcial de enseñanza	64

CAPITULO V: Desarrollo y evaluación de la tarea inicial y la resolución de problemas pasado un periodo de tiempo..... 66

5.1 Repetición de las dos primeras tareas desarrolladas en el curso anterior .	66
5.2 Repetición de la tarea de resolución de problemas.....	72

CAPITULO VI: Conclusiones y valoración final..... 79

6.1 Conclusiones.....	79
6.2 Valoración personal	82

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS 84

ANEXOS 85

Anexo 1.....	85
Anexo 2.....	95
Anexo 3.....	101
Anexo 4.....	103
Anexo 5.....	108
Anexo 6.....	158

INTRODUCCIÓN

Este trabajo que se va a exponer a continuación, se enmarca dentro de la última asignatura del grado de Magisterio de Educación Primaria en la Universidad de Zaragoza situándolo en la línea de Secuenciación de “Diseño y desarrollo de secuencias didácticas de matemáticas en Educación Primaria”. El objeto matemático escogido es el Sistema de Numeración Decimal (SND) en el primer curso de Educación Primaria.

En este capítulo se realizará una introducción a dicho trabajo y para ello es necesario partir de una o varias hipótesis para así poder elaborar los objetivos que se pretendan conseguir en el desarrollo de la experimentación, diseñar unas sesiones y unas tareas acordes al objeto matemático así como los métodos, técnicas, metodologías, materiales y demás conocimientos que van a ser necesarios para el trabajo de fin de grado.

Las hipótesis que se han planteado son el dar respuesta a preguntas como las siguientes: ¿Cómo enseñar a los escolares el sistema de numeración decimal con valor posicional?, ¿Por dónde empezar a enseñarlo?, ¿Qué materiales utilizar? o ¿Qué dificultades se les pueden plantear?

En el inicio de la formación matemática escolar, cuando los niños y niñas se incorporan a la educación básica o primaria, el sistema de numeración es el elemento clave. El SND es el primer sistema matemático convencional con el que se enfrentan los niños en la escuela y, constituye el instrumento de mediación de otros aprendizajes matemáticos.

La Educación Primaria es la primera etapa obligatoria para todos los alumnos de este país y, por tanto, se ha considerado oportuno realizar una propuesta didáctica basada en las matemáticas ya que este área, bajo nuestro punto de vista es una de las áreas que más cuesta de asimilar e interiorizar por parte de los escolares en las diferentes etapas educativas y, que más difícil es de demostrar y/o experimentar para poder hacer de las matemáticas algo más cercano a la vida de los niños.

En Educación Primaria, según la ley actual Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), los contenidos de las diferentes áreas divididas en

niveles educativos están detallados en el currículo. Los bloques de contenidos son los mismos en todos los cursos, sin embargo, los contenidos se van ampliando gradualmente de manera que estos van aumentando conforme los escolares van avanzando en los cursos.

Los docentes normalmente se organizan de manera que tienen que tratar todos los contenidos detallados en el currículo. Este hecho hace que muchos de ellos se ciñan en exceso al libro de texto. Sumado a esto, suelen trabajar al ritmo del grupo-clase sin tener en cuenta en la mayoría de las ocasiones, una atención más individualizada con aquellos alumnos que requieren de un ritmo más lento para la interiorización de contenidos. El ratio aproximado de unos 25 alumnos por clase dificulta esta individualización y provoca que muchos de los escolares se queden atrás al no llegar a asimilar con la misma velocidad y eficacia que otros compañeros. Si los conocimientos básicos como puede ser el SND no los han interiorizado correctamente, esto les afectará tanto en matemáticas como en otras muchas áreas.

En el transcurso de este trabajo de fin de grado, analizaremos la enseñanza usual del SND, remarcando los problemas y las dificultades que se plantean desde el punto de vista del objeto y su relación con los sujetos que lo aprenden.

Para el estudio del SND conviene utilizar diferentes recursos y materiales que ayuden a la comprensión del agrupamiento de diez en diez (de base diez).

El orden de presentación y estudio de los números y su correspondiente explicitación del valor posicional son requisitos necesarios para la enseñanza de los algoritmos convencionales para aprender y aplicar estrategias de cálculo mental y, en general, para progresar en otros contenidos aritméticos. .

La secuencia didáctica que se va a llevar a cabo en un aula del primer curso de Educación Primaria del colegio concertado Sagrado Corazón-Moncayo de Zaragoza va a tener como objetivo prioritario el diseño y puesta en práctica de diferentes tareas mediante la presentación e integración de materiales manipulativos en el aula para comprender de manera más explícita el SND que tan abstracto y difícil puede resultar para los escolares en sus primeros años de escolarización.

Dicho el objetivo prioritario, los objetivos que se pretenden conseguir en este trabajo de fin de grado son los siguientes:

- 1) Estudiar las características más relevantes de la enseñanza de este concepto en primer curso de Educación Primaria a partir de análisis del currículo oficial y de la propuesta del libro de texto que sigue los alumnos del grupo experimental.
- 2) Estudiar las dificultades de comprensión del Sistema de numeración decimal en un grupo natural de primer curso de Educación Primaria.
- 3) Analizar la problemática de la enseñanza del Sistema de numeración decimal en los primeros niveles básicos educativos.
- 4) Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta de enseñanza dirigida a los alumnos del grupo experimental de primer curso. Focalizamos la atención en ocho alumnos de ese grupo que muestran dificultades de aprendizaje referidas a este concepto matemático.

Brevemente y a modo de resumen, la memoria de este trabajo de fin de grado se divide en seis capítulos:

- En el capítulo I, analizaremos el concepto matemático desde una variante educativa.
- El capítulo II describe como es la enseñanza actual del SND en las aulas analizando el libro de texto que siguen los escolares en lo que se refiere al estudio de los números naturales de dos cifras y marcando unas pautas necesarias para una correcta enseñanza. Se describen las posibles dificultades que les van a surgir a los alumnos y se detalla cómo sería una posible enseñanza alternativa.
- El capítulo III se centrará en una explicación minuciosa y detallada del contexto de la experimentación así como a la prueba inicial que se les realizó a los 25 alumnos con el fin de conocer sus conocimientos previos y a partir de esa información, realizar una propuesta didáctica parcial.
- En el capítulo IV se especifica el diseño, desarrollo y la evaluación de todas las tareas planteadas en la propuesta parcial de enseñanza realizada.
- En el capítulo V se detalla de nuevo la tarea inicial y la de resolución de problemas un año después con los mismos alumnos para comparar resultados y comprobar si han comprendido y alcanzado los objetivos.

- Para finalizar con el trabajo, en el capítulo VI se desarrollaran las conclusiones de este trabajo de fin de grado aportando valoraciones personales en cuanto a los puntos fuertes, dificultades surgidas y aspectos a mejorar en consecuencia con los resultados y sesiones trabajadas.

CAPITULO I:

1. El sistema de numeración decimal.

En este primer capítulo analizaremos el concepto matemático del SND con valor posicional desde una variante educativa enmarcando el presente trabajo de fin de grado en un marco teórico para después poder llevar a cabo una experimentación de dicho objeto con los escolares.

1.1 El Sistema de Numeración Decimal y otros sistemas antiguos utilizados para escribir los números.

Desde la antigüedad, el hombre ha inventado diferentes métodos para poder ir contando las cosas que les rodeaban. Crearon por tanto, sistemas de numeración los cuales, actualmente sirven para expresar y escribir los números empleando una serie de símbolos y unas normas para poder leerlos.

Los sistemas de numeración pueden clasificarse en dos grandes grupos: los posicionales y los no-posicionales. En los sistemas de numeración posicionales el valor de un dígito depende tanto del símbolo utilizado, como de la posición que ese símbolo ocupa en el número, en cambio, en los sistemas no-posicionales los dígitos tienen el valor del símbolo utilizado, que no depende de la posición (columna) que ocupan en el número.

A lo largo de la historia de la humanidad han existido diferentes sistemas de numeración. Mostramos algunos de ellos:

Sistema de numeración egipcio: Este sistema permitía representar números, desde el uno hasta millones, desde el inicio del uso de la escritura jeroglífica. Aunque no es un sistema posicional, permitía el uso de grandes números y también describir pequeñas cantidades. Tenían un símbolo diferente para la unidad, la decena, un centenar, un millar, para diez millares y un millón.

						
1	10	100	1000	10000	100000	1000000

Simbología egipcia.

Sistema de numeración Maya: En el sistema de numeración maya las cantidades son agrupadas de 20 en 20; en cada nivel puede ponerse cualquier número del 0 al 19. Al llegar al veinte hay que poner un punto en el siguiente nivel; de este modo, en el primer nivel se escriben las unidades, en el segundo nivel se tienen los grupos de 20 (veintenas), en el tercer nivel se tiene los grupos de 20×20 .

Los tres símbolos básicos son el punto, cuyo valor es 1; la raya, cuyo valor es 5; y el caracol, cuyo valor es 0. Este sistema de numeración es aditivo, porque se suman los valores de los símbolos para conocer un número. El punto no se repite más de 4 veces. Si se necesitan 5 puntos, entonces se sustituyen por una raya. La raya no aparece más de 3 veces. Si se necesitan 4 rayas, entonces quiere decir que se quiere escribir un número igual o mayor que 20 necesitándose así emplear otro nivel de mayor orden.

0	1	2	3	4
				
5	6	7	8	9
				
10	11	12	13	14
				
15	16	17	18	19
				

Numeración maya.

Sistema de numeración romano: Un contraejemplo es dado por el sistema de numeración romano. Es un sistema no posicional en el que la posición de las letras (I, V, X, L, C, D, M) no modifica su valor, apenas determina si habrá suma o resta en la composición del número.

Sistema de numeración Chino-Japonés: Es un sistema de numeración multiplicativo, es decir que los símbolos son escogidos para uno, dos, tres, etc., hasta la base, y conjunto se escoge para representar potencias de la base. Existen nueve caracteres que representan los números del uno al nueve y otros tres que representan

los números 10, 100 y 1000. Los símbolos básicos del sistema de numeración chino-japonés son:

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 百 千
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000

Todos estos sistemas de representación de los números han caído en desuso. En el siguiente apartado vamos a centrarnos en el SND que es universal en el sentido que es el que utilizan todos los países en la actualidad.

1.2 Propiedades básicas el sistema de numeración decimal

En nuestro sistema de numeración empleamos diez cifras o dígitos diferentes (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9) para expresar los valores. Este sistema de numeración se caracteriza por ser decimal y posicional. Es decimal ya que desde siempre se han utilizado para contar los dedos de las manos y, estos son 10 y, es posicional porque el valor de una cifra depende de su posición ya que cada puesto avanzando hacia la izquierda en que esté una misma cifra es diez veces más. A su vez, con este sistema de tan solo 10 cifras o dígitos podemos formar cualquier número de nuestro sistema de numeración decimal con valor posicional. La cantidad de números naturales es infinita, ya que siempre podremos añadir una cifra más a un número e ir construyendo números cada vez más mayores empezando por la unidad, siguiendo por la decena, centena, unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar, unidades de millón, decenas de millón, centenas de millón, unidades de mil de millón, decenas de mil de millón, centenas de mil de millón, unidades de billón y demás.

Este sistema está en base 10 ya que el principio de agrupamiento es de diez en diez, cada 10 unidades se forma otra de carácter superior y se escribe a la izquierda de la primera de las unidades.

Esto se puede comprobar muy fácilmente con los ábacos ya que cada vez que hay 10 bolitas en una varilla pasamos a la varilla de abajo por lo que, obtenemos que 10 unidades corresponden a una decena, 10 decenas a una centena y así sucesivamente en orden de ascendencia.

En nuestro sistema decimal, cada unidad de un orden se obtiene multiplicando por 10 a la del orden anterior, es decir, cada 10 unidades de un orden cualquiera se forma una unidad del orden inmediato superior. Por eso todos los números se descomponen en sumas de múltiplos de potencias de 10 por ejemplo: $6\ 412 = 6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 2$.

1.3 Problemática de la enseñanza del SND al comienzo de la etapa de Educación Primaria.

El comienzo de la etapa de Educación Primaria está marcada, entre otros contenidos, por el proceso de enseñanza-aprendizaje del SND.

La descomposición en potencias de 10 del apartado anterior, a priori, nos puede parecer sencilla a los adultos y a los escolares al estar habituados y acostumbrados a utilizar el sistema decimal, pero esto genera una problemática en la enseñanza del SND al comienzo de la etapa de Educación Primaria ya que no somos conscientes de lo que supone este comportamiento y, por ejemplo, damos por hecho que $99+1=100$ pero no nos paramos a pensar en el significado que abarca esta expresión ni tan siquiera mucha de la población se imagina que puedan existir otros sistemas de numeración diferentes al de base 10 como son el de base 2 sistema binario, de base 8 sistema octal y el de base 16 sistema hexadecimal. No debemos olvidar que algo tan usado por los adultos como es el SND sea tan complejo de entender. Esto es así porque la historia de la humanidad ha tardado muchos siglos hasta construir un sistema tan eficaz para representar los números o poder operar con ellos.

Esto debería tener consecuencias en la enseñanza si deseamos que esta se sustente en la comprensión de los escolares. El sistema de numeración, es el inicio básico de los escolares en su formación matemática cuando empiezan en educación infantil o incluso antes, siendo este la base de su futura formación en este área y, en prácticamente todas las demás áreas establecidas en los currículos de educación.

Algunas investigaciones sugieren que antes de ingresar a la escuela la mayoría de los niños están familiarizados de manera intuitiva con el sistema de ‘unidades y decenas’ para expresar los números en forma oral. Uno de los constituyentes básicos de las matemáticas de la cultura occidental, es el sistema de numeración decimal, el cual, siguiendo algunas reglas aparentemente sencillas, permite la representación de

cualquier magnitud o cantidad y también la realización de una gran variedad de cálculos. Sin embargo, esa sencillez no es absoluta, se edifica sobre algunos relativamente complejos conceptos matemáticos que, probablemente por la costumbre de operar con ellos, no siempre son evidentes (Ross, 1989).

Es, sin embargo, poco probable que los niños que comienzan la etapa de Educación Primaria reconozcan el significado de la representación de los números, por ejemplo, comprender que cuarenta y dos son cuatro decenas y dos unidades, ni que tengan la idea del aspecto que realmente ofrecían 42 objetos. Así pues, es necesario que en la escuela los alumnos tengan mucha experiencia en la apreciación del tamaño de los números, sin olvidar su tamaño relativo, aparte del trabajo más formal de lectura y escritura de números antes de poder comenzar a comprender la importancia de la posición de las cifras dentro de los mismos números” (Dickson, L, Brown. M y Gibson, 1991).

Por tanto, el SND tiene un desarrollo lento a lo largo de la escolaridad. Steffe, Cobb y Von Glasersfeld (1988) destacaron que para comprender el valor posicional es preciso que se considere el diez (decena) como una unidad, mientras se mantiene su numerosidad. Kamii (1992) plantea que la construcción de la noción de valor de posición involucra la operación de multiplicación. Coincidimos con estos investigadores porque la comprensión del SND exige comprender la representación polinómica decimal del número en potencias de diez. Por este motivo, la enseñanza del SND a los escolares de primer curso plantea un serio problema didáctico a pesar de que la enseñanza esté restringida a números de dos cifras. En efecto, la comprensión de los números de dos cifras exige de los alumnos agrupaciones y reiteraciones de grupos de 10 unidades, es decir, poner en juego ideas multiplicativas en un momento de desarrollo cognitivo en el que los alumnos comprenden y prefieren utilizar las estructuras aditivas en lugar de las estructuras multiplicativas.

CAPITULO II

2. Aprendizaje y enseñanza del sistema de numeración decimal

2.1 Importancia del Sistema de numeración decimal-posicional en las aulas de Educación Primaria.

El SND es clave para poder construir conocimientos e instrumentos en prácticamente todos los aprendizajes de las materias que constituyen el currículo. El SND no es una simple traducción de los símbolos que vemos escritos sino que este va más allá y, pretende ser un sistema de representación de las cantidades proponiendo unas reglas y normas elaboradas históricamente. Esta elaboración histórica, podría entenderse como una representación de la economía con la idea de agrupar las cantidades y superar la notación de uno en uno.

El sistema de numeración decimal posicional ofrece oportunidades de interacción con los escolares ya que está muy presente en sus vidas sociales tanto dentro como fuera de la escuela. En la mayoría de acciones que realizamos cada día aparecen los números naturales como pagar el autobús, en el supermercado, el número de pie, la talla de ropa etc. y, es así como se puede contextualizar los números naturales con la vida real y acercar a los escolares conceptos que pueden resultar abstractos para ellos como unidades y decenas e ir evitando los ejercicios y actividades descontextualizados en los que apenas tienen que memorizar el conjunto de reglas de manera estricta.

El SND ofrece numerosas oportunidades de interacción con el entorno porque es un objeto cultural que tiene la particularidad de estar sumamente presente en el mundo social de los seres humanos así como de un contenido curricular principal para los escolares (Terigi y Wolman, 2007).

Las tres innovaciones más importantes que dieron lugar a la aparición del SND tal y como lo conocemos y usamos hoy día son:

- I. La utilización de agrupamientos de diez en diez para superar la anotación de uno en uno.

- II. La utilización del principio de la base, que convirtió los agrupamientos en regulares en el que un número de elementos que se agrupa es igual al número de símbolos utilizados en su escritura.
- III. El valor posicional de las cifras ya que permitió eliminar en la escritura la representación de los exponentes de las potencias de la base.

Por tanto, entendemos que estos conocimientos básicos deberán estar presentes en cualquier propuesta de enseñanza del SND que de desarrolle en las aulas de Educación Primaria.

2.2 Análisis de una propuesta didáctica de una editorial de libros de textos.

La implementación y la utilización de los libros de texto de las diferentes áreas curriculares en las aulas de nuestro país se han producido de forma generalizada desde que se estableció la educación obligatoria hasta la actualidad. Los libros de texto tienen diferentes funciones como: ser objeto de estudio, propuesta de ejercicios y actividades, material de apoyo para el colectivo de profesionales, entre otras. En definitiva, los libros de texto se plantean y organizan en función a los contenidos que se establecen en el currículo en función del curso académico correspondiente, ya que los contenidos suelen incrementarse de manera progresiva.

El interés de analizar los libros de texto parte de la hipótesis de que la práctica del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no está tan determinada por los decretos y órdenes ministeriales en los currículos si no por los propios libros de texto que han de seguir tanto profesorado como alumnos en los centros escolares.

Es interesante poder estudiar y analizar la contribución de estos libros en las aulas y, concretamente en matemáticas. Bohl (1998) ha seguido una clasificación de libros de texto y, en base a los ejercicios y problemas planteados en el libro de texto de los escolares con los que se lleva a cabo la experimentación, se dividirán y analizarán las competencias en tres:

-*Nivel operacional* que consiste en el manejo de algoritmos, manipulación matemática formal y manejo de símbolos. Un ejercicio en este nivel no implica que el alumno conozca el fondo de lo que está haciendo y no hay nada de tipo crítico.

-*Nivel técnico-analítico* que consiste en el análisis de situaciones reales o abstractas de las matemáticas y el manejo de técnicas de resolución de problemas y de la deducción lógica.

-*Nivel reflexivo-analítico* el cual se relaciona con el conocimiento reflexivo, es decir, el cuestionamiento de las matemáticas utilizadas, la relación del problema con el contexto real.

El libro de texto que siguen los escolares del colegio Sagrado Corazón-Moncayo de Zaragoza con los que se ha puesto en práctica la propuesta didáctica es *Santillana* y en él, prácticamente todos los ejercicios se encuentran en el primer nivel operacional y algún ejercicio en el nivel técnico-analítico. El nivel reflexivo-analítico es prácticamente inexistente.

A lo largo de todo el libro de texto que estamos analizando, se pueden observar ejercicios y problemas que se intentan acercar a la realidad y al contexto de los alumnos, todos ellos expuestos por parte de la docente de una manera totalmente dirigida y cerrada en la que no se les da capacidad de imaginación, creatividad, reflexión ni aspectos de este calibre a los escolares, ya que solo se considera correcta una única respuesta cerrada a la que todos han de llegar por el mismo procedimiento.

En los márgenes de la guía del profesorado del mismo libro de texto se establece una relación de los ejercicios propuestos con las competencias clave tratadas en la LOMCE y, cabe destacar que cuando hace referencia a la competencia *aprender a aprender* se podría establecer una mínima relación con elementos críticos siendo estos simples ejemplos aislados planteados a los docentes.

La mayoría de los problemas que se les plantean están lejos de la realidad matemática de los alumnos y siempre se les proporcionan los datos necesarios para su resolución con un único resultado, siendo estos planteados para el trabajo individual y escrito. No se fomenta por el trabajo cooperativo ni oral ni con la integración y la manipulación de objetos o materiales didácticos haciendo de las matemáticas algo lejano y descontextualizado de la realidad, llevando esto a las grandes dificultades que se les plantean a los escolares en particular en este área curricular.

Añadir también que no se tienen en cuenta los diferentes niveles ni ritmos de los escolares ya que se plantean unos ejercicios y unos problemas pero estos no dan

opción a ser cambiados o modificados para aquellos alumnos con niveles inferiores o superiores, es decir, que son los escolares los que se tienen que adaptar a los libros de texto y no estos últimos a los escolares.

El libro de texto de Santillana para el primer curso de Educación Primaria establece que el primer número de dos cifras que aparezca sea el número 10 al cual en el tema 2 “Aprendemos a sumar” se le destina una página titulada “El número 10” pero del cual no se da ningún tipo de explicación de su formación.

El libro de texto propone, en la página 44, comenzar la secuencia de enseñanza de la escritura de números de dos cifras por el número 10. Esto constituye un error didáctico dado que cuando los alumnos realicen el agrupamiento decimal de diez objetos observarán que no hay objetos sueltos y tendrán que inventarse una cifra, la del cero, para simbolizar la ausencia de objetos sueltos o unidades, algo que la humanidad no resolvió hasta aproximadamente al final del primer milenio. La creación de símbolo 0 para denotar la ausencia de unidades es algo conceptualmente complejo y, por lo tanto, no podemos esperar que los alumnos de tan corta edad lo comprendan y mucho menos que anticipen la existencia de dicha cifra.

Lo que el libro de texto propone son ejercicios de contar 10 objetos, seguir la secuencia numérica del 0 al 10 y realizar sumas las cuales dan como resultado siempre el número 10.

Haciendo referencia al dígito 0, de este no se habla en ningún momento, simplemente se introduce el número 10 después del número 9. Cabe añadir que en un ejemplo del número 30, aparecen tres barritas rojas de 10 unidades y ningún cuadradito azul por lo que a la hora de colocar el número de decenas y el de unidades que hay en el número 30, el alumno tiene que deducir que cuando no hay cuadraditos sueltos azules significa que hay ausencia de unidades y por tanto ha de escribir un 0 en el lugar de las unidades.

Esta decisión didáctica errónea que consiste en introducir la escritura y lectura de números de dos cifras de modo consecutivo, comenzando por el número 10, la toman todos los libros de texto consultados del primer curso de Educación Primaria, y el de esta editorial analizada no es una excepción.

En el tema 4 “Los números hasta el 19” se trabajan los números desde el 10 hasta el 19, de uno en uno en orden hasta que llegan al tema 11 “Los números hasta el 99”.

En cuanto a la introducción de los números hasta el 19, se vuelve a hacer referencia al número 10 incorporando los conceptos de decena y unidad de tal forma que mediante dibujos establece que 10 globos son una decena de globos y que por ejemplo, dos grupos de 10 son dos decenas.

Estos conceptos los trabaja mediante dibujos y representaciones de la siguiente manera:

10 unidades=1 decena

10= 1 decena (rojo) y cero unidades (azul)

Y, una vez visto esto, establece ejercicios en los que se dibujan barras de 10 (rojas) y cuadraditos (azules) y han de escribir cuantas decenas y unidades hay en los números 7, 30 y 15.

Otra decisión didáctica desafortunada consiste en evitar que los alumnos realicen agrupamientos físicos y directos de diez en diez. El texto realiza el agrupamiento decimal y se lo muestra gráficamente al alumno acompañado de la frase “observa y completa”. El alumno asume un papel pasivo porque se le impide realizar los agrupamientos de diez en diez ya que ya están agrupados en las imágenes del libro. En estas condiciones, difícilmente un alumno puede comprender la escritura y lectura de los números de dos cifras y, por lo tanto, el aprendizaje que se propone es meramente memorístico.

Todas las investigaciones en didáctica de las matemáticas proponen la incorporación de materiales didácticos que se puedan usar para enseñar el SND. La metodología que propone el texto muestra materiales didácticos pero no plantea que el alumno pueda utilizarlos por lo que se detecta escasez en el uso de materiales didácticos.

En el libro de texto aparecen representaciones gráficas de los policubos, agrupados de diez en diez, y del ábaco vertical o posicional pero como una simple

representación de los números en el papel y en ningún momento se da pie al alumno a que construya o manipule con dichos materiales.

Como única excepción, destacamos el uso de materiales únicamente en el apartado “otras actividades” donde propone, bajo el epígrafe “para mejorar el aprendizaje”, repartir palillos y gomas a los alumnos para hacer agrupamientos decimales y escribir finalmente el número de palillos.

El texto se decanta por las actividades de escritura en detrimento de las actividades de lectura de números de dos cifras. En nuestra opinión, consideramos que priorizar las actividades de escritura en lugar de las tareas de lectura es un error didáctico porque sabemos que una buena comprensión del SND se consigue mediante la realización de los dos tipos de tareas: de escritura y de lectura de números, y si es de manera simultánea y continuada y no como tareas aisladas mucho mejor.

Finalmente añadir que el tiempo de reflexión por parte de los escolares, así como de la comprobación por parte de los docentes de si sus alumnos han adquirido correctamente los conocimientos, no se da ya que se limitan a realizar los ejercicios escritos de manera individual y escrita sin explicar el porqué de sus acciones.

Una vez analizado el libro de texto, no cabe duda que este es el recurso principal a la hora de llevar a cabo las clases de matemáticas y hacer ejercicios y problemas siendo el eje vertebrador de la asignatura a lo largo de los cursos académicos teniendo los docentes la presión de acabar todos los temarios en los tiempos establecidos.

Como hemos comprobado, la enseñanza que se propone en el libro de texto es inadecuada porque comete, a nuestro juicio, algunos errores didácticos como introducir los números de dos cifras siguiendo la secuencia correlativa de los números, priorizando tareas de escritura frente a las de lectura; la presentación es formal sin la presencia de materiales didácticos manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje y la metodología que propone es dirigida y cerrada, lo que impide el conocimiento reflexivo de los alumnos y la relación de las tareas matemáticas con el contexto real.

2.3 La enseñanza habitual del sistema de numeración en las aulas de Educación Primaria.

En la enseñanza usual del SND, se considera necesario enseñar los números de uno en uno respetando el orden de la serie siendo su aprendizaje gradual y estableciendo cortes para secuenciar su enseñanza, es decir, del 1 al 100 en el primer curso, hasta el 1.000 en segundo y así sucesivamente conforme se avanza en la Educación Primaria.

Un amplio número de artículos y publicaciones así como de investigaciones realizadas por diferentes autores señalan que el proceso de enseñanza-aprendizaje común y habitual del SND y de los algoritmos convencionales correspondientes a las operaciones aritméticas en los primeros cursos de escolarización, no facilita que los escolares comprendan las razones ni los por qué de los pasos necesarios si no que, simplemente se ciñen a copiar y a realizar ejercicios muy mecánicos en los que solo se les tiene en cuenta el resultado final. Esto provoca la dificultad de los alumnos para comprender que dichas reglas están íntimamente relacionadas con los principios de nuestro sistema de numeración (Terigi y Wolman, 2007).

La enseñanza usual que se lleva a cabo hoy en día en las aulas se caracteriza porque los escolares tienen que conocer y comprender el SND antes de comenzar a utilizarlo estableciendo un proceso didáctico caracterizado por la explicación por parte de los docentes del principio de agrupamiento en base diez y que posteriormente, promueve la aplicación de ese principio a diversas situaciones como la resolución de pequeñas cuentas, el dictado de números, resolución de problemas etc., (Cid., Escolano, y Muñoz 2013)

La enseñanza usual del SND es un proceso constructivo bastante largo con una dedicación en el tiempo prolongada con una presentación de los números muy formal y que se introduce precipitadamente y de forma poco adecuada sin llegar a ofrecerles la oportunidad de conectar la cantidad y la representación oral de los números con la escritura de los mismos. y que trae consigo numerosas dificultades para los escolares principalmente en las edades de los alumnos del primer curso de Educación Primaria.

2.4 Dificultades de comprensión que plantea el sistema de numeración a los escolares de primer curso de Educación Primaria.

Un amplio abanico de investigaciones Kamii, C. (1995), Lerner, D. (1992) entre otros, señalan que los niños y niñas (principalmente los que están en los primeros cursos de escolarización) no llegan a comprender los fundamentos de los métodos convencionales que se necesitan poner en práctica para obtener los resultados de las operaciones a pesar de que lleguen al resultado correcto y sepan señalar unidades y decenas

La dificultad llega con la presentación del número diez, ya que han de incorporarse los conceptos de unidades y decenas. Para trabajar el principio de agrupamiento de base diez, se emplean diferentes recursos materiales a partir de los cuales todos los números que se presentan se traducen a concreciones realizadas con objetos y/o dibujos, pero, estos recursos presentan una serie de inconvenientes cuando se intenta enseñar con ellos la posicionalidad que caracteriza el SND ya que al utilizarlos, lo que se pierde es justamente eso, la posicionalidad, dado que es posible que los escolares interpreten el número independientemente de cuál sea la posición en que estén ubicados. Por tanto, se puede considerar que estos recursos hacen que el SND se asemeje más a los sistemas aditivos en los que se reitera la potencia de la base que a los sistemas posicionales en los que las potencias de la base se representan a través de la posición que ocupan los números.

Sabemos que cuando la enseñanza se basa sólo en la transmisión de reglas, se impide a los alumnos utilizar y vincular los conocimientos que estos han adquirido. La falta de comprensión por parte de los estudiantes del valor que adquiere un número dependiendo de la posición que ocupe les genera serias dificultades en el área de matemáticas a lo largo de la vida escolar.

Para mostrar las dificultades de comprensión del SND adelantamos que en las tareas 1 y 2, que posteriormente se explicaran en detalle, de la prueba inicial que hemos realizado en el colegio donde se ha desarrollado la fase experimental, adelantamos que el 36% de los alumnos de una clase del primer curso de Educación Primaria no entiende la formación de números con policubos como material directo ni sabe distinguir las unidades y decenas de los números. Esto puede ser consecuencia de

la enseñanza que se plantea del SND en los libros de texto y de la gran complejidad que tiene este sistema.

La enseñanza usual del objeto matemático experimentado, no facilita que los alumnos comprendan el porqué de los pasos a seguir para poder obtener el resultado correcto y esto es lo que testimonia la gran dificultad que tienen los alumnos para comprender las reglas relacionadas con nuestro sistema de numeración (Lerner, D, 1992, citado por Terigi y Wolman., 2007).

2.5 Hacia una propuesta de enseñanza alternativa del sistema de numeración decimal en el primer curso de Educación Primaria.

La numeración escrita es un objeto matemático y también lo es social, ya que con él los niños han estado en contacto incluso antes de entrar al colegio y lo están también en sus casas o cuando van por la calle. Hay que tener muy en cuenta y conocer todo lo que los niños ya saben acerca del objeto matemático y en base a ello, diseñar secuencias didácticas que les permitan poner en práctica sus conceptualizaciones y se les vayan planteando situaciones cada vez más complejas y con mayor grado de dificultad adquiriendo de esta manera nuevos conocimientos (Lerner, 2005, citado por Terigi y Wolman., 2007).

Todas las investigaciones que se han dado hasta el momento vienen dadas por la necesidad de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje del área de matemáticas debido al bajo rendimiento de varios escolares al considerarse las matemáticas un área difícil para muchos de ellos y, por ello es necesario analizar cuál es la manera más adecuada de enseñarles a los estudiantes los objetos matemáticos. Existen ya muchos instrumentos, materiales o recursos para enseñar las matemáticas y poder llevar a las aulas situaciones cotidianas de la realidad creando una serie de desafíos para que vayan adquiriendo sus propias estrategias y vayan adquiriendo nuevos conocimientos.

Las matemáticas no se pueden quedar en una simple memorización de números, de aplicar reglas o de aprender un sinnúmero de definiciones sino que tiene que ir más allá y se tienen que poner en juego multitud de competencias y desarrollar habilidades que estén relacionadas con los números, los cuales son el tema principal de las matemáticas y del conocimiento aritmético de todos nosotros.

Debido a la gran importancia de las matemáticas para la vida cotidiana y a las múltiples dificultades que se les plantean a los estudiantes, desde hace ya unos años, muchos docentes y colegios insisten en que es necesario un cambio metodológico en las aulas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de entre otros el SND.

Como aportan Terigi, F. y Wolman, S (2007), el SND es el primer sistema matemático convencional con el cual se van a enfrentar los más pequeños en las escuelas y por tanto, la calidad de los aprendizajes sobre el sistema de numeración que los niños puedan lograr en los inicios de la escolaridad es decisiva para su trayectoria escolar posterior. Investigaciones previas apoyan el interés de indagar los conocimientos de los niños en cuanto a los niveles de agrupamiento en base diez, resolución de problemas aditivos y los conocimientos acerca de los aspectos multiplicativos del SND como es la reiteración de agrupamientos decimales o la descomposición de un número en grupos de diez.

Los docentes tienden a enseñar en base a lo tradicional mediante ejercicios mecanicistas, repetitivos y rutinarios incluso con un ejemplo ya resuelto del que solo tienen que cambiar las cifras de los números.

El interés y a la necesidad de cambiar estas metodologías se hace cada vez más notable al poder comprobar como en las escuelas apenas se plantean unas alternativas a estas enseñanzas. En todas las experiencias que he experimentado en mis periodos de prácticas en colegios todavía no he visto alumnos motivados con el área de matemáticas ni que muestren el interés que pueden mostrar en otras áreas como música o educación física y esto puede ser debido a que en matemáticas no acaban de entender por qué ni el para qué de lo que hacen.

Los alumnos en las escuelas, aunque no todos, están acostumbrados a metodologías poco cambiantes y monótonas y su motivación e interés por lo expuesto en clase puede verse afectado por lo que a continuación se va a exponer una enseñanza alternativa del sistema de numeración con el objetivo de potenciar al alumno como sujeto activo.

La lectura y escritura de los números naturales es un tema central de la enseñanza escolar. Coincidimos con Cid, Escolano y Muñoz (2013) que en la escuela se les enseñan los números de tal manera que solo se puede hablar de un número

cuando se puede enseñar a escribirlo obligando a ir presentando los números de uno en uno al mismo tiempo que se enseña su escritura por lo que los escolares tienen que escribir números que no han sido objeto de enseñanza previa y apenas pueden darles significados ni entender sus descomposiciones; de ahí que posteriormente surjan grandes dificultades en cuanto al sistema de numeración.

Esto hace que, la mayor parte de las veces, los niños no tengan los recursos cognitivos necesarios para entender las explicaciones del profesor acerca de la descomposición de los números en unidades, decenas, centenas, etc., y es lo que más adelante podremos comprobar que les ha ocurrido a algunos de los alumnos de la clase donde se ha realizado la parte experimental de este trabajo.

Además, antes de iniciar la representación escrita de números de dos, tres o cuatro cifras, debe procederse a representarlos mediante distintos materiales que pongan de manifiesto de una manera manipulable su descomposición en unidades, decenas... De esta manera es como se puede esperar que los niños comprendan mejor los principios en los que se basa nuestro sistema de numeración mediante una metodología de enseñanza activa y funcional apostando por la resolución de problemas ayudando a plantear un aprendizaje significativo ya que los problemas son los que más se aproximan a las situaciones reales que se plantean día a día en su entorno más próximo.

La escritura de números de dos o más cifras supone un salto cualitativo importante ya que esto supone entender el número como un compuesto de unidades, grupos de diez, de cien, etc. y asumir que cada cifra, según la posición que ocupe, cuantifica las unidades, los grupos de diez, los grupos de diez por diez, etc. Para entender que el número veintiocho se escribe con un dos y un ocho hay que “verlo” descompuesto en dos decenas y ocho unidades. Eso supone comprender que “diez más diez son veinte”, es decir, hay que saber contar de diez en diez o saber que cuando a una decena se le suma otra, se obtiene la decena siguiente. Una vez entendido que dos decenas es lo mismo que veinte unidades, hay que estar familiarizado con el hecho de que veinte más ocho son veintiocho para dar con el resultado final.

Cid, Escolano y Muñoz (2013) alertan de que los alumnos no llegan a comprender lo que están leyendo ni escribiendo ya que en la enseñanza de la

aritmética, la aritmética oral es independiente de la escritura y en buena parte debe precederla.

Las escuelas, por tanto, deberían introducir oralmente los veinte primeros mediante actividades de recitado y de conteo antes de enseñar a leer y a escribir las cifras y los cien primeros números antes de enseñar la representación escrita de los números de dos cifras para que cuando llegue el momento de escribirlos, los niños y las niñas estén familiarizados con sus significados y sus propiedades características.

Además, el no tener que obligar a los escolares a escribir los números tan pronto como se nombran, permite introducirlos por tramos de la sucesión numérica y no de uno en uno como suele ser costumbre e ir consolidando conocimientos y poniendo en práctica situaciones de cardinalidad u ordinalidad con conteo principalmente de uno en uno y de diez en diez y representando los números de dos cifras o más mediante materiales didácticos mediante la cual puedan manipular la descomposición en unidades y decenas en el caso del primer curso de Educación Primaria.

Cid, Escolano. y Muñoz (2013) indican que sería conveniente que la enseñanza de la escritura también sería conveniente que fuese más despacio siendo de una y dos cifras en el primer curso, de tres en segundo, de cuatro en tercer curso.

En la mayoría de las aulas, el material manipulativo es inexistente o si disponen de él, no suele ser utilizado, por lo que este aspecto sería conveniente tratarlo como enseñanza alternativa potenciando su integración y uso en las aulas ya que se proporcionan experiencias que conducen a procesos de construcción de conocimientos en los que se producen aprendizajes significativos y relevantes dando lugar a situaciones cognitivas más avanzadas y a estados de comprensión más completos de los conocimientos necesarios.

Algunas investigaciones (Alsina 2004), presentan como una de las mayores causas el escaso uso de materiales didácticos dentro de una clase. Así pues, la utilización de diferentes materiales puede ser una gran ayuda en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que favorecen una mayor motivación y participación por parte del alumnado en este proceso, lo que da lugar a un aprendizaje mucho más significativo. Para llevar a cabo estas clases de manera eficaz, debemos tener en cuenta

que el momento y el modo de utilización de estos materiales debe estar planificado, programado y con un objetivo claro teniendo en cuenta las características de cada alumno así como los contextos que los rodean.

El trabajo con materiales didácticos tiene un gran interés y se pueden comprobar sus aportaciones entre las que destacan algunas de González Marí (2010):

- Permiten modelizar conceptos e ideas matemáticas.

- Proporcionan actividades matemáticas estimulantes y atractivas que cambian positivamente la actitud de los alumnos hacia las matemáticas.

- Permiten que los alumnos realicen actividades de forma autónoma.

- Proporcionan un buen entorno donde plantear situaciones-problema.

- Adaptar las actividades a cualquier nivel y a cualquier grupo.

- Permiten el trabajo en grupos, lo que posibilita la colaboración, el debate y el diálogo entre alumnos y profesores.

- Son buenos instrumentos para diagnosticar y evaluar la comprensión de conocimientos matemáticos.

- Asociar cada nuevo orden a una representación material permite al alumno pensar los números como cantidades concretas, compararlos y ordenarlos físicamente, tener una idea de su tamaño relativo y por supuesto, resolver sus dudas sobre alguna operación o relación reproduciéndola y manipulándolas.

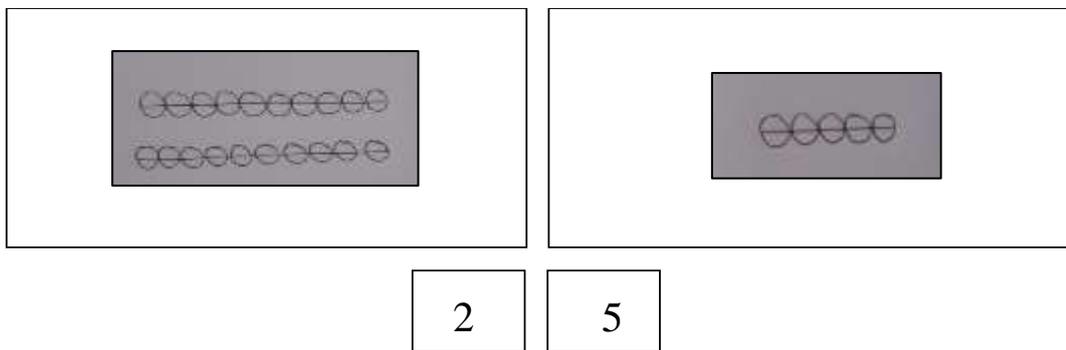
- Disponer de una imagen de lo grandes o pequeños que son los números que manejan en relación con la unidad elegida como por ejemplo, una unidad corresponde a un cubito y una decena una barrita de 10 cubitos. La posibilidad de pensar y representar los números con material concreto estructurado facilita la comprensión y empleo del sistema de numeración.

Un ejemplo de recurso utilizado en esta experimentación y del que tratan en las investigaciones son los ábacos horizontales, los cuales son considerados desde un punto de vista pedagógico como un material de refuerzo, ya que ayuda a los niños a efectuar cálculos de manera fácil y rápida al no tener que memorizar datos en la memoria ni anotarlos en papel.

En nuestra propuesta didáctica vamos a utilizar policubos y ábacos horizontales. Vamos a utilizar ambos materiales para que los alumnos visualicen el paso entre representaciones orales y simbólicas de los números. En el caso del ábaco para trabajar el paso de la representación oral “veinticinco” a la escritura le daremos ábacos a los alumnos y les pediremos que marquen “veinticinco cuentas” utilizan en menor número de varillas. Se espera que los alumnos completen 2 barrillas y que en la tercera varilla marquen 5 cuentas. El siguiente consiste en rellenar correctamente la ficha siguiente.

DIBUJA LAS VARILLAS COMPLETAS

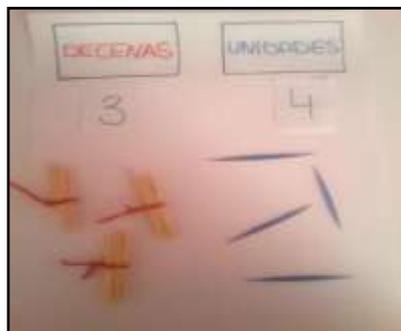
DIBUJA LAS CUENTAS SUELTAS



Para pasar de la representación escrita a la oral, los alumnos reciben una consigna escrita del siguiente tipo: “En el ábaco que tienes en las manos marca 36 cuentas, después dí, de palabra, qué número has marcado”

Además, el Centro de matemáticas ILEA Abbey Wood, citado en Dickson, Brown y Gibson (1991) esboza una serie de actividades las cuales resultan eficaces para desarrollar las nociones del valor relativo y, estas hacen referencia a:

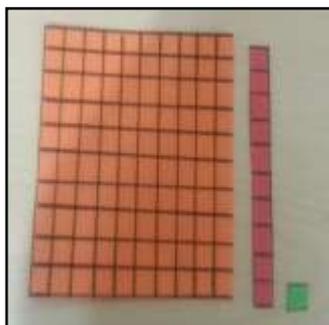
-La formación con lápices/palillos agrupándolos en grupos de 10 y suelos para poder hablar de decenas y de objetos o unidades sueltas.



- Utilizar materiales de construcción como los policubos.



- Utilizar materiales estructurales prefabricados, como los bloques *Dienes Base 10* o placas, barras y puntos en los que los cubos individuales siguen siendo diferenciados pero no separables.



Como ya se ha mencionado en apartados anteriores, para llevar a cabo una buena propuesta didáctica, la metodología ha de ser activa y funcional siendo el alumno el sujeto principal. La resolución de problemas tiene que situarse en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje de la propuesta y los profesores han de destinar momentos para que sus alumnos se enfrenten a problemas sin que se les diga como tienen que resolverlos desarrollando estas estrategias personales y pueda asimilar mejor los significados y buscando soluciones ya que se les dejan momentos de libertad fomentando de esta manera su autoestima, creatividad y puede sentirse capaz de afrontar estos problemas.

Además, la resolución de problemas favorece la comprensión de las relaciones que se dan en las cantidades de las operaciones aritméticas y, se ven reflejadas las primeras estrategias basadas en el manejo de grupos de 10. (Ramírez y Castro, 2012).

Las situaciones didácticas de agrupamiento decimal son de gran relevancia y se parte de pedirles a los alumnos que distribuyan los objetos en grupos de diez y sepan cuántos grupos de diez y cuántas unidades se obtienen. Esto es muy eficaz con la ayuda de los policubos como material no estructurado ya que son ellos mismos los que han de construir los grupos de 10 necesarios.

Hay que matizar que el modelo teórico de Instrucción Guiada Cognitivamente (CGI) (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999) manifiesta que no es necesario enseñar una estrategia de resolución para un determinado tipo de problema, sino que en un ambiente en el que se estimule a los niños para poder desarrollar los escolares sus propias estrategias y representar las acciones y relaciones que ocurren entre las cantidades aritméticas de los problemas, dando ellos mismos sentido a sus estrategias y procedimientos.

Si se proporciona materiales estructurado como son los policubos, pueden empezar a utilizar las barras para modelizar los grupos de 10, aunque para realizar el recuento final cuentan de una en una cada una de las unidades de la barra (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999). Poco a poco, empiezan a contar decenas, es decir, representan las decenas como el paso anterior, y al contar el total de elementos cuentan de 10 en 10 señalando cada una de las decenas. Los niños dicen, 10, 20, 30 (señalando cada decena), 31, 32, 33, 34. Hay un momento en el que no necesitan representar las decenas, sino que mentalmente van contando de 10 en 10 el número de decenas que tiene el enunciado. Harían 10, 20, 30 (3 cajas), 31, 32, 33, 34.

Finalmente, utilizan el valor posicional, tomando como decenas el número de grupos de 10 y como unidades, las unidades sueltas. Los niños dirían, si son 3 cajas de 10, son 3 decenas y 4 unidades, 34. En problemas de división medida, la modelización directa puede realizarse a través de la estrategia de medida, que consiste en ir formando grupos de 10 hasta alcanzar el valor del dividendo. Hay dos variantes de esta estrategia: Se puede representar inicialmente el número total de elementos, del que se van quitando elementos para formar grupos de 10, o también ir formando grupos de 10 sin haber previamente representado la cantidad total de elementos.

Desde el punto de vista del docente esta metodología de enseñanza supone un reto personal para que sus alumnos vean las matemáticas como algo necesario y que puedan comprender más fácilmente con la ayuda de la manipulación directa y el trabajo con diferentes agrupaciones y no individualmente como suele ser predominante.

Los maestros también aprenden mucho sobre sus alumnos al observar, escuchar y preguntar de manera continuada durante los procesos de enseñanza-

aprendizaje tanto en lo que respecta al objeto matemático del sistema de numeración decimal con valor posicional como al resto de conceptos.

Este conocimiento debe actualizarse constantemente ya que los niños y más aún si cabe en edades tempranas, cambian continuamente siendo creativos en sus respuestas y pueden acabar resolviendo problemas de los que no parecía que fuesen a conseguir y es por ello que han de estar constantemente formándose y tomando decisiones sobre qué enseñar, cómo enseñar y, estar pendientes de todos los cambios continuos que se pueden ir dando durante las sesiones en lo que respecta a metodologías, agrupamientos...

Además, cuando los niños se escuchan de unos a otros también se entienden mejor. Aprenden mucho escuchándose entre ellos y, antes de que tengan que escribir sus respuestas en un papel frente a una tarea, es bueno darles la oportunidad de que se expresen de manera oral. De esta manera se les da tiempo de reflexión y esto también ayuda a los docentes a comprobar si los alumnos han entendido las tareas y se les valora su capacidad de razonamiento.

Estas oportunidades de comunicación oral no tienen que darse en tareas aisladas ni descontextualizadas ya que entonces es algo difícil para los alumnos. Tienen que darse de manera continuada para que así puedan reconocer sus propios razonamientos y poco a poco se verán más sueltos, valorando más las matemáticas pudiendo comprobar que en este área también se pueden realizar tareas y actividades lejos de las matemáticas tradicionales.

Una vez vistas estas pautas, para llevar a cabo una propuesta didáctica parcial correcta, hay que tener claro lo que es una secuencia didáctica para poder conseguir los objetivos planteados y alcanzar los máximos resultados posibles.

Una secuencia didáctica es un conjunto de situaciones didácticas construidas de forma articulada con el objetivo de que los alumnos adquieran un determinado conocimiento matemático. Los conocimientos previos que los alumnos han de poseer son los siguientes. Dickson, Brown y Gibson (1991) detallan los conocimientos previos que los alumnos han de poseer antes de comenzar la propuesta de enseñanza del SND:

1. Conocer la cardinalidad de los números de 0 a 9. Lo cual significa que ha de saber seleccionar un conjunto de cinco objetos, pongamos por caso, de entre conjuntos de diferentes tamaños y asociar tal conjunto con la palabra cinco. Asimismo, al serle mostrada una colección de por ejemplo siete objetos, sabe decir que son siete. Y cuando oye decir nueve sea por caso, sabe construir, un conjunto de nueve objetos.
2. Saber contar de uno a cincuenta.
3. Saber leer los símbolos de 0 a 9.
4. Ser capaz de asociar estos símbolos con conjuntos o colecciones. Así, dado un conjunto de cuatro objetos, sabe seleccionar cuatro del resto de símbolos para aplicarlo. Asimismo, dado el símbolo, sabe seleccionar de entre una colección de conjuntos aquél que tiene precisamente otros tantos elementos.
5. Diferenciar entre “grupo” y “elemento” para permitirle realizar agrupaciones con material concreto, verbalizar estas acciones y, posteriormente, simbolizarlas

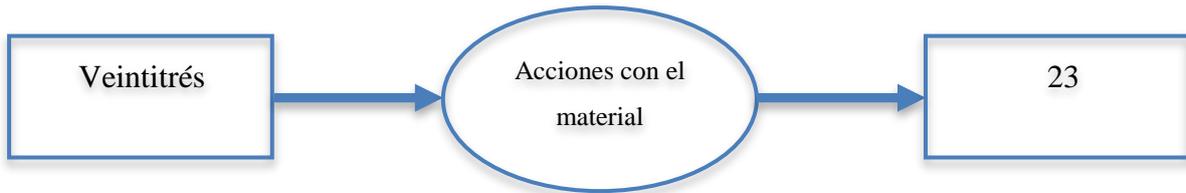
Todas las actividades que se van a plantear en los dos próximos capítulos, están planteadas fundamentalmente para la incorporación e integración de distintos materiales manipulativos en las aulas reformando la enseñanza tradicional de las matemáticas ayudando a los alumnos a que interioricen los conceptos y los vean reflejados en materiales tangibles y relacionados con las actividades de enseñanza.

Una vez conocidos los conocimientos necesarios que han de aprender y comprender los alumnos en una buena secuencia didáctica, esta comenzó con dos tareas iniciales tratadas en el capítulo III y que siguió con diferentes tareas de lectura y escritura desarrolladas en el capítulo IV.

A este primer curso han llegado con una etapa trabajada e interiorizada la cual es la lectura y escritura de las cifras del 0 al 9 y también suponemos que todos los alumnos del grupo experimental reconocen y saben trazar las cifras del 0 al 9, es decir, podemos suponer que los alumnos del grupo disponen de los conocimientos previos que enumeran Dickson, Brown y Gibson, (1991)

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y suponiendo que los alumnos de primer curso saben leer y escribir las cifras del 1 al 9, y que saben contar colecciones de, al menos, hasta 50 objetos y que en el aula vamos a disponer de material didáctico va a facilitar la traslación entre la representación oral y escrita de números de dos cifras proponemos, siguiendo a Cid, Escolano y Muñoz (2013) *tareas de escritura y tareas de lectura*.

Las *tareas de escritura* siguen el esquema:

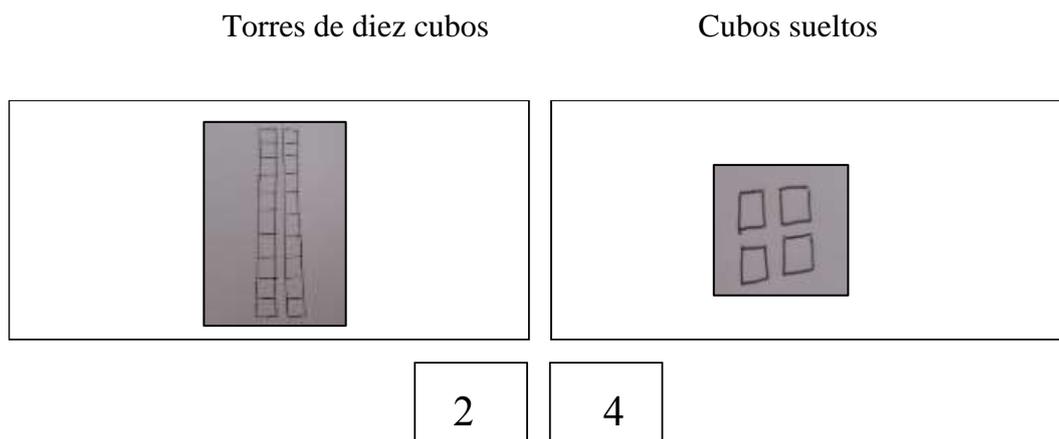


Y las *tareas de lectura*, el siguiente esquema:



Vamos a ejemplificar una *tarea de escritura* de números de dos cifras utilizando policubos, como material manipulativo:

En el aula hay seis cajas, distribuidas convenientemente, con doscientos cubos encajables en cada una de ellas. Los niños de Primero de Primaria, organizados en pequeños grupos, reciben la siguiente instrucción del profesor: “*Debéis ir a la caja de los cubos y coger veinticuatro cubos que llevaréis a vuestra mesa. Después tenéis que construir todas las torres de diez cubos que podáis*”. Una vez realizada la tarea el profesor les da un papel para que dibujen las torres y los cubos que han quedado sueltos y escriban debajo el número de torres y el de cubos.



Las acciones que se espera que realicen los alumnos son:

1º) Ir a la caja y coger el número de cubos indicado. El conocimiento matemático que ponen en juego los alumnos es el conteo de 24 policubos.

2º) Construir torres de diez cubos. El conocimiento matemático que ponen en juego los alumnos es el agrupamiento físico en grupos de diez, es decir, el agrupamiento decimal. Los alumnos forman 2 torres de diez policubos y les quedan 4 policubos sueltos.

3º) Rellenar correctamente la ficha. El conocimiento matemático que ponen en juego los alumnos es el valor posicional de las cifras como consecuencia de que cumplimentan la tabla que se les ha entregado previamente:

Hay que hacer notar que el código de representación, con la decenas a la izquierda y las unidades a la derecha, es necesario que lo diga el docente porque se trata de un código establecido y consensuado por la sociedad que los alumnos no tienen capacidad para deducir a través de la realización de la tarea.

Ahora vamos a ejemplificar una *tarea de lectura* de números de dos cifras utilizando policubos, como material manipulativo:

Después de realizar varias situaciones de escritura, como la que acabamos de ejemplificar, los alumnos de primer curso de Educación Primaria siguen disponiendo de dos cajas grandes que contienen dos tipos de piezas distintas: en una caja las piezas son torres (de diez cubos) y en la otra son cubos sueltos; y reciben la siguiente instrucción escrita: “Lleva a tu mesa 45 cubos, utilizando el menor número de piezas, y una vez que lo hayas hecho, di al profesor cuántos cubos hay encima de la mesa”.

En este caso se espera que el alumno vaya a la caja y coja el número de cubos que se le ha dado por escrito en un mensaje. El conocimiento matemático que pone en juego es saber leer o interpretar el número escrito. Por este motivo las tareas de escritura deben realizarse en el aula antes que las de lectura. Si el alumno ha leído bien el número y, si sigue correctamente la consigna, sabrá que tiene que coger 4 barras de diez y 5 policubos sueltos, y dirá al profesor “he cogido cuarenta y cinco policubos”

Tanto en las *tareas de escritura como en las de lectura* de números de dos cifras proponemos utilizar, además de policubos, otros materiales manipulativos como ábacos horizontales, regletas de Herbinier- Lebert o regletas de barras y puntos.

CAPITULO III

3. Estudio de las dificultades de comprensión del Sistema de numeración decimal en un grupo natural de primer curso de Educación Primaria

3.1. Contexto del aula del colegio

En el centro escolar en el que se ha llevado a cabo esta experimentación ha sido en el colegio ordinario y concertado Sagrado Corazón-Moncayo en Zaragoza, concretamente en el aula de 1º A de Educación Primaria compuesta por 25 alumnos de 6 y 7 años.

Este centro está ubicado en el barrio Romareda que abarca desde guardería hasta 4º de la ESO. Es un colegio plurilingüe con alto prestigio. El número de alumnos en riesgo de exclusión social e inmigrantes es prácticamente inexistente y, las aulas son en la mayoría de los casos bastante uniformes.

Esta intervención, ha sido minuciosa y detallada con una dedicación tanto con el grupo-clase como con alumnos de manera individual debido a la accesibilidad y disponibilidad de varias horas de trabajo con ellos y a la buena respuesta por parte de todos ellos.

Los aspectos en cuanto a las metodologías que siguen los docentes en este aula se resumen en un enfoque globalizador e integrador de todas las áreas que forman el currículo de 1º de Educación Primaria según la L.O.M.C.E siguiendo prácticamente en todas las horas los libros de texto como los instrumentos principales de transmisión de conocimientos y realización de ejercicios y actividades

Al ser alumnos de 6-7 años, los más pequeños de la etapa educativa de Educación Primaria, se les ofrece un papel activo pero en muy pocas ocasiones se salen de los libros de texto o realizan actividades en las que den juego a sus habilidades, emociones, capacidades, creatividad...

En términos generales y durante los meses de marzo y abril de 2016, estos alumnos del primer nivel de la etapa educativa de Primaria son capaces de sumar y restar sin llevadas (cometiendo errores en algunos casos), su cálculo mental en la mayoría de los casos es lento y erróneo ya que no lo trabajan en clase y el uso de los dedos se aprecia en prácticamente todos los alumnos.

Al estar cursando las prácticas escolares III en este aula, dio tiempo a conocer un poco de cada uno de los 25 alumnos integrantes así como de su nivel académico y de las necesidades educativas que cada uno de ellos puede llegar a necesitar principalmente en las áreas de matemáticas, lenguaje e inglés.

Teniendo en cuenta el contexto del centro, del aula y del alumnado, los objetivos específicos a conseguir con estos alumnos son los siguientes:

- Estudiar las características más relevantes de la enseñanza del sistema de numeración decimal con valor posicional en el primer curso de Educación Primaria a partir del análisis y crítica del libro de texto que siguen los alumnos con los cuales se ha llevado a cabo la experimentación.

- Estudiar las dificultades de comprensión del objeto matemático trabajado en un grupo natural de primer curso de Educación Primaria en un colegio ordinario con un alto nivel académico.

- Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta de enseñanza dirigida a los alumnos del grupo experimental de primer curso.

3.2 Diseño y desarrollo de la prueba

Para conocer el nivel de partida y los conocimientos previos de los 25 alumnos del aula en cuanto SND; de manera individual realizaron dos pruebas para poder conocer si los alumnos parten con los conocimientos necesarios los cuales son:

1. Saber contar y asociar los números menores que cien con el cardinal de colecciones de objetos.
2. Recitar la secuencia numérica de los cien primeros números, de uno en uno y de diez en diez.
3. Leer y escribir las nueve primeras cifras.

Los enunciados de las dos tareas son los siguientes:

TAREA 1: ¡TRABAJAMOS CON POLICUBOS!

“Tienes que traer treinta y cuatro policubos, para ello, tienes dos cajas llenas de policubos. En la caja número 1 los policubos están encajados (de 10 en 10) y, en la caja número 2 los policubos están sueltos (de 1 en 1). Además, les diré “Tienes que traérmelos con el menor número de piezas posible”.

Una vez que el niño haya traído el número representado en policubos se le pedirá que escriba en un papel el número de policubos que ha traído.

Seguidamente, le preguntaré: “¿Qué nos indica la cifra 4? (unidades) ¿Y la cifra 3? (decenas). Con estas preguntas deseamos indagar por la comprensión que el alumno posee de la cifra de las unidades y de la cifra de las decenas. Primero preguntaremos por la cifra de las unidades y después por la cifra de las decenas.



TAREA 2: ¡CONSTRUIMOS NÚMEROS CON POLICUBOS!

Coge la tarjeta. En ella tienes escrito un número (el 27). Tienes dos cajas, una con piezas de barras completas otra caja con piezas que son policubos sueltos. Tienes que traer tantos policubos como te indica el número utilizando el menor número posible de piezas.



¿Cuántos policubos has traído?

¿Qué nos indica la cifra 7? ¿Y, la cifra 2?

Esta tarea es la inversa a la anterior, ya que en esta se pasa de la lectura del número a la representación oral pasando igual que en la anterior, por la representación con policubos del número que indica la cantidad de éstos.

En estas dos primeras pruebas se les colocaba dos bandejas, una con policubos



sueltos a modo de unidades y otra con torres formadas por diez policubos a modo de decenas. En la primera de las pruebas, se les decía de manera oral un número el cual tenían que representar con los policubos y, en la segunda prueba, de manera escrita veían un número en una tarjeta el cual también tenían que representar siguiendo la misma metodología anterior.

Ya desde la primera tarea de comprobación de conocimientos previos y como se puede comprobar en la imagen, se ha utilizado el material didáctico de los policubos, totalmente nuevo para ellos y al cual respondieron con mucha motivación e interés e incluso haciendo preguntas como "¿Con esto se puede trabajar en matemáticas? o ¿Se pueden hacer números con estos cubitos?".

Estas dos tareas se realizaron los días 7 (la de escritura) y 8 (la de lectura) de Marzo del 2016 a los 25 alumnos del grupo experimental.

3.3 Resultados de la prueba inicial

Una vez que todos y cada uno de los 25 alumnos realizaron la prueba de manera individual y destinándoles el tiempo y adecuándonos a su ritmo de trabajo, de cada uno de ellos se hizo una anotación del proceso que habían llevado a cabo para resolver las pruebas de escritura y lectura en la construcción de diferentes números con los policubos.

Mientras los escolares iban pasando por las cajas se iba anotando lo que ellos iban haciendo en dos tablas resumen como estas:

Nombre alumno	Nº trabajado	Trae los policubos bien a la primera	Los trae bien con mi ayuda	Escribe bien el número	Comprende la cifra de las unidades	Comprende la cifra de las decenas
J.R	34	SI		SI	SI	SI
G.A	34	SI		SI	SI	SI
A.P	26	SI		SI	SI	SI
A A	46	SI		SI	NO	NO
S.S	34	NO	NO	SI	NO	NO
J.S	34	NO	NO	SI	NO	NO
P.N	34	SI		SI	SI	SI
I.R	34	SI		SI	SI	SI
L.D	34	SI		SI	SI	NO
R A	34	SI		SI	SI	SI
G.G	34	SI		SI	SI	SI
A.B	34	NO	SI	SI	NO	NO
C.T	34	SI		SI	SI	SI
I.S	34	SI		SI	SI	SI
P.L	34	SI		SI	SI	NO
M.B	34	SI		SI	SI	SI
M.R	37	SI		SI	SI	SI
P.G	28	SI		SI	SI	SI
P.B	26	SI		SI	SI	SI
L.P	27	SI		SI	SI	SI
Á.M	45	SI		SI	NO	NO
I.S	29	NO	SI	SI	SI	NO
L.A	25	NO	NO	SI	NO	NO
H.C	34	NO	SI	SI	SI	SI
J.T	23	NO	NO	SI	NO	NO

Nombre alumno	Nº trabajado	Trae los policubos bien a la primera	Los trae bien con mi ayuda	Lee bien el número	Comprende la cifra de las unidades	Comprende la cifra de las decenas
J.R	27	SI		SI	SI	SI
G.A	27	SI		SI	SI	SI
A.P	27	SI		SI	SI	SI
A A	27	SI		SI	SI	NO
S.S	27	NO	NO	SI	NO	NO
J.S	27	NO	NO	SI	NO	NO
P.N	27	SI		SI	SI	SI
I.R	27	SI		SI	SI	SI
L.D	27	SI		SI	SI	SI
R A	27	SI		SI	SI	SI
G.G	27	SI		SI	SI	SI
A.B	27	NO	SI	SI/	NO	NO
C.T	27	SI		SI	SI	SI
I.S	27	SI		SI	SI	SI
P.L	27	SI		SI	SI	NO
M.B	27	SI		SI	SI	SI
M.R	27	SI		SI	SI	SI
P.G	27	SI		SI	SI	SI
P.B	27	SI		SI	SI	SI
L.P	27	SI		SI	SI	SI
Á.M	27	SI		SI	NO	NO
I.S	27	NO	SI	SI	SI	NO
L.A	27	NO	NO	SI	NO	NO
H.C	27	NO	SI	SI	SI	SI
J.T	27	NO	NO	SI	NO	NO

A continuación aparecen las anotaciones destacadas durante el proceso de los 25 alumnos en las dos primeras tareas:

TAREA 1: DE ESCRITURA

J.R: nº34. "3decenas son 30 unidades pues 34 30 más 4".

G.A: nº34: Entiende los conceptos de unidad y decena y dice "3 decenas de 10 unidades más 4 son 34".

A.P: nº46: "4 barritas de decenas y 6 más son 40 más 6".

A.A: nº46: Entiende la formación con policubos pero luego dice "el 46 son 4 más 6". Al preguntarle por las 40 unidades que forman las 4 decenas no sabe responder.

S.S: nº34: "El 34 está formado por el 3 y el 4". Coge una decena y quiere separar los cuadraditos de uno en uno, con ayuda entiende la formación.

J.S: nº22: Con ayuda acaba entendiendo la formación pero cuenta de 1 en 1 hasta que se da cuenta de $10 + 10 + 2$.

P.N: nº34: "10, 20 ,30 son 3 barritas de 10 más 4"

I.R: nº34: "30 más 4 son 34" mientras coge tres barritas y cuadro policubos sueltos.

L.D: nº34: " $10+10+10+4$ son 34 así que cojo 3 barras y pongo 4 más".

R.A: nº34: Entiende la tarea y diferencia entre decenas y unidades. "El 34 está formado por 30 unidades y 4 unidades más".

G.G nº34: " el 34 son 30 unidades que son tres barras y 4".

A.B nº34: Cuenta los policubos de 1 en 1 y cuando lleva unos cuantos se da cuenta de que 10 cubitos son una barrita de 10 y con mucho tiempo llega a decir que "34 son 30 más 4", pero requiere de mucho apoyo continuo.

C.T: nº34: Cuenta los policubos de 1 en 1 llegan a que necesita 3 barritas de 10 que son 30 y cuatro más.

I.S: nº34. Comprende y explica bien que necesita tres barritas de 30 unidades más 4".

P.L: nº34: Construye bien pero no sabe explicar lo que ha hecho.

M.B: nº34: Rápidamente construye y explica que "necesita 3 barras de 10 unidades y 4 más".

M.R: nº37: Muy rápidamente "necesito tres barritas que tienen 10 cada una que son 30 más siete más".

P.G: nº28: Comprende decenas y unidades "20 más 8 son 28".

P.B: nº26: Diferencia las decenas y unidades y explica que el 26 son "20 más 6".

L.P: nº67: Mientras construye llega a que son 60 más siete y que necesita 6 barritas y cuadraditos.

A.M: nº45: De manera rápida dice "el 45 son 40 más 5 así que 4 barras y 5 pero no sabe explicar.

I.S: nº 29: Llega a que 29 son 20 más 9, pero no sabe explicar más.

L.A: nº 25: No entiende la tarea que se le pide.

H.C: nº 34: "3 decenas son 30 unidades y quiero 4 más".

J.T: nº 23: No entiende la tarea ni apenas diferencia entre decenas y unidades. (Su nivel académico es el más limitado de los compañeros del aula y le cuesta mucho llegar a entender algo ya que nunca pregunta).

TAREA 2: DE LECTURA

J.R: nº27: "El veintisiete son veinte más siete".

G.A: nº 27: Entiende los conceptos de unidad y decena y dice "3 decenas de 10 unidades más 4 son 34".

A.P: nº 27: "Necesito dos barritas y 7 de la otra caja".

A.A: nº 27: Lee bien el número y construye bien con los policubos pero no llega a saber explicar ni a contar lo que ha hecho.

S.S: nº27: Comenta que el 27 es el 2 y el 7. No llega a construir con policubos, pero una vez que tiene la construcción delante, él comenta que "son dos barras rojas y siete cuadrados azules".

J.S: nº27: No muestra mucho interés ni en construir ni en entender lo que se le está pidiendo por lo que ella sola no sabe realizar la tarea.

P.N: nº 27: Lee el número y comenta que el 27 son dos decenas y siete unidades.

I.R: I: nº 27: Rápidamente construye mientras explica que va a coger 2 barras y siete para formar el número 27.

L.D: nº27: De manera muy lenta pero llega a construir bien y a comentar que el 27 son 2 barras y siete.

R.A: nº 27: Lee el número y rápidamente diferencia entre decenas y unidades.

G.G nº 27: Explica que va a coger veinte de una caja y siete de otra.

A.B: nº 27: Lee bien el número pero al acercarse a la caja va cogiendo los policubos de uno en uno y la profesora tiene que apoyarle en todo momento contando. No sabe explicar lo que está haciendo.

C.T: nº27: Empieza contando los cuadraditos de uno en uno pero al mirar a la caja de las barras se da cuenta de que hay que coger dos barras y siete de la otra caja.

I.S: nº27: Comprende y explica bien que necesita dos barritas de 20 unidades más 7".

P.L: nº 27: Construye bien pero no sabe explicar lo que ha hecho principalmente en las decenas.

M.B: nº27: Muy rápidamente explica que necesita dos barritas que tienen 10 cada una y siete de la otra caja".

M.R: nº 27: Rápidamente lee y construye y explicando que "necesita 2 barras de 10 unidades y 7 más".

P.G: nº 27: Lee y rápidamente realiza la tarea correctamente explicando que necesita 2 barras y siete más.

P.B: nº 27: De manera muy rápida comenta que el 27 son dos barras y siete sueltos.

L.P: nº 27: Le cuesta entender que tiene que traer el número 27 con policubos, acaba trayéndolos pero le cuesta explicar lo que ha hecho (no usa términos de decena y unidad).

A.M: nº 27: Construye bien pero no sabe explicar su procedimiento.

I.S nº 27: Le cuesta coger los policubos y no sabe explicar lo que hace.

L.A: nº 27: No entiende la tarea que se le pide y no sabe cómo actuar.

H.C: n° 27: Por sí solo no sabe comenzar la tarea por lo que hay que ayudarlo a construir con policubos. Una vez que tiene la formación delante explica que ha necesitado dos barras de 10 y siete más.

J.T: n° 27: Como ya se ha mencionado en las anotaciones de la tarea de escritura, este alumno no entiende nada de lo que se le está pidiendo y aunque muestra mucho interés no sabe responder a nada.

Los alumnos que aparecen destacados en color rojo son nueve es decir, el 36% de la clase del alumnado del 1° curso de Educación Primaria en un colegio con un nivel tanto académico como social medio-alto ha presentado dificultades en la primera tarea propuesta.

A modo de tabla resumen, las respuestas de los alumnos ante la tarea de escritura:

Realizada correctamente de manera individual	Realizada con ayuda de la profesora	No han sabido realizarla
16 alumnos	5 alumnos	4 alumnos

Y, con respecto a la tarea de lectura

Realizada correctamente de manera individual	Realizada con ayuda de la profesora	No han sabido realizarla
16 alumnos	5 alumnos	4 alumnos

Como se puede observar en estas dos tablas, se presentan dificultades en 9 de los 25 alumnos, cinco de ellos con la ayuda del adulto sí que han sabido llevar la tarea adelante mientras que los otros cuatro, no han sabido realizarla ni con la ayuda pertinente.

Por tanto, estos nueve alumnos tienen que ser analizados minuciosamente para intentar corregir ya desde estas edades tempranas las dificultades que se les plantean en cuanto al sistema de numeración y al agrupamiento de diez en diez.

Las dificultades notables que se han detectado con estos nueve alumnos son las siguientes:

A.B: Tiende a contar siempre de uno en uno (en todas las tareas escolares) y no ha sabido explicar en ningún momento que es lo que está haciendo. Se pone nerviosa muy rápidamente y su atención se va a otra cosa.

P.L: es un alumno que intenta realizarlo todo siempre rápido y bien y es muy mecánico en sus tareas por lo que, escucha la tarea, realiza bien la formación con policubos pero no sabe el porqué de esa formación ni sabe explicarse oralmente.

A.A: Construye ella sola pero para explicar lo que ha hecho ha requerido de mucha ayuda.

A.M: Lee y escribe correctamente los números así como que rápidamente construye con los policubos pero cuando se le pregunta por la formación de los números no sabe que responder.

I.S: Construye bien con los policubos pero no explica oralmente lo que ha realizado (es una alumna muy retraída y es posible que de primeras le cueste hablar y expresarse por lo que con esta alumna habría que realizar las pruebas para comprobar si de verdad es que no entiende la tarea o que le cuesta expresarse).

S.S: Es un alumno con poca capacidad de atención y que se dispersa rápidamente por lo que, no llega a explicar su formación con policubos.

En los casos de J.S, J.T y L.A: estos tres alumnos muestran grandes dificultades ya que ni entienden la tarea que se les está pidiendo.

Un factor muy importante y a destacar en esta experimentación es que los 25 alumnos de la clase saben leer y escribir los números de dos cifras, pero algunos alumnos fallan al recitar la secuencia numérica, correspondiéndose estos alumnos con los que han presentado dificultades en estas dos tareas iniciales de evaluación.

Todos ellos han demostrado saber leer y escribir números de dos cifras sin dificultad aunque hay que matizar por algunas de las explicaciones que



hacen los propios alumnos que, cuando escuchan por ejemplo, el número veinticinco, tienen muy mecanizado que primero escriben el dos y después el cinco y, lo mismo sucede cuando ven escrito el número 25, que tienen mecanizado que la primera cifra son las decenas (en rojo) y la segunda las unidades (en azul) pero muchos de ellos no llegan a comprender que el 25 está compuesto por dos decenas de diez unidades cada una de ellas más 5 unidades sueltas, resultado de que a los alumnos se les suele pedir que identifiquen las decenas y las unidades en números totalmente descontextualizados sin entender por qué ni para qué de lo que están haciendo.



La ausencia de comprensión se muestra en el momento que los alumnos deben explicar qué quiere decir que en el número veinticinco hay “2 decenas”.



A pesar de que los resultados han sido buenos y que un alto porcentaje de la clase ha llegado a los resultados correctos (64%) su nivel de comprensión del SND no ha llegado a cumplirse ya que nueve de los alumnos no lo tienen adquirido. Los alumnos tienen un conocimiento formal porque saben leer y escribir números de dos cifras pero no entienden el papel que juegan las dos cifras que componen el número.

Indican correctamente las unidades y decenas, pero a la hora de explicar y comentar en voz alta por qué lo han hecho así, algunos de ellos o no saben responder o necesitan de la ayuda del docente.

Esto puede ser debido a la dificultad por comprender este sistema de numeración tan complejo confirmando por tanto lo dicho por los investigadores que hemos citado anteriormente y, a esto hay que sumarle que, al ser escolares que no están acostumbrados a explicar lo que hacen, simplemente a escribirlo en sus cuadernos, sin tener feedback por parte de los docentes.

A priori, la experimentación se iba a llevar a cabo en profundidad con estos nueve alumnos los cuales habían demostrado poseer algún tipo de dificultad en cuanto al sistema de numeración pero, debido la disponibilidad de varias horas de trabajo con los 25 alumnos de la clase al completo, algunas de las tareas se han llevado a cabo con todos ellos mientras que con estos nueve alumnos y posteriormente con cuatro de ellos los cuales seguían presentando serias dificultades de comprensión la experimentación ha sido más minuciosa intentando que todos ellos consiguieran alcanzar los objetivos planteados.

La dificultad que se ha planteado y que más difícil de resolver con algunos alumnos ha sido cuando varios de los alumnos en las tareas 1 y 2, decían por ejemplo que el número 34 está formado por el 3 y 4 y no sabían establecer los conceptos de decena y unidad. Al escuchar “treinta y cuatro” de manera mecánica y sin llegar a comprender saben que tienen que escribir un tres y un cuatro pero no saben por qué ni la importancia que tiene la posición de cada dígito para llegar a comprender los conceptos de unidad y decena y ahí el valor posicional cobra importancia siendo muy difícil tanto su explicación como su comprensión, pero gracias a los materiales manipulativos esto se ve apoyado de manera más visual y manipulable.

A pesar de las dificultades surgidas a lo largo de la experimentación, debemos tener presente que la implementación de este tipo de estrategias con la integración de materiales manipulativos con escolares tan distintos genera un alto nivel de motivación en los estudiantes, razón por la cual se hace necesario el estar formándose continuamente y adquiriendo nuevas metodologías, métodos de enseñanza, materiales; para hacer de los alumnos, personas competentes en sus vidas diarias con autonomía y una autoestima alta.

CAPITULO IV

4. Diseño, desarrollo y evaluación de la propuesta parcial de enseñanza

4.1 Consideraciones iniciales sobre el diseño de la propuesta de enseñanza.

Como se ha explicado en el capítulo anterior, las dos primeras tareas planteadas a los 25 alumnos de la clase tenían la finalidad de conocer los conocimientos previos de estos escolares y en base a ello, poder diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta parcial de enseñanza en dicho colegio destinada a trabajar el SND con valor posicional en los números naturales de dos cifras.

Con estos alumnos se consideró oportuno trabajar el SND el cual se establece e implanta en las aulas en el bloque 2 del área de matemáticas “Números” y, concretamente en los contenidos de números “Números naturales hasta la centena”, “Valor posicional de las cifras, ordenación, descomposición y composición hasta la centena en función del valor posicional de las cifras”.

Los juegos numéricos (concursos de cálculo mental, recitados grupales) o las actividades planteadas con la introducción de los materiales manipulativos, permiten a los alumnos trabajar con los números de una manera más cercana, principalmente en los primeros cursos en los que los juegos con reglas constituyen una actividad del grupo-clase e introducen numerosas competencias clave.

El recitado de la sucesión numérica es previo a cualquier tarea de conteo. Esta memorización es la base de todo el conocimiento aritmético y por tanto, su aprendizaje es fundamental. El recitado oral representando la secuencia numérica con saltos de números ayudará al manejo de los números naturales y este será aún más eficaz si se intercambian actividades escritas y orales y comprobando que saben tanto leer como escribir los números de dos cifras fomentando mucho el cálculo mental en voz alta.

En cada alumno hay que observar cuales son las características del recitado de los números naturales que sabe hacer, es decir, si sabe recitar de manera progresiva, regresiva, sin saltarse ningún número o desde un número dado. Con estas pautas, no se enseñan los números uno tras otro de manera memorística sino que se proponen situaciones en las que los alumnos van descubriendo los diferentes usos y características del SND.

Está claro que las dificultades mayores que se les presentan a los escolares del primer curso en los recitados son los cambios de decenas, el pasar del treinta y nueve al cuarenta o el que se salten decenas como por ejemplo que después del cincuenta y nueve continuasen con el setenta. Estas dos dificultades son más acentuadas en los recitados regresivos.

Además, lo que hace importante un buen proceso de enseñanza-aprendizaje y como bien se ha desarrollado en el apartado 2.5 es la incorporación al aula de diferentes materiales manipulativos adecuándose a lo que se quiere trabajar y a la edad de los alumnos.

En la propuesta de enseñanza que vamos a desarrollar es fundamental el uso de materiales didácticos que ayuden a los alumnos a visualizar y comprender las cantidades numéricas.

Todas las tareas han de ser explicadas con anterioridad mediante enunciados cortos y sencillos asegurándonos de que el alumno ha comprendido la tarea. Una vez realizadas las tareas, el periodo de reflexión del alumnado en el que se le da tiempo para que pueda explicar lo que hace es muy importante tanto para el propio alumno como para el profesor que está orientado la tarea.

Como se ha mencionado en capítulos anteriores, el papel del profesorado es de gran relevancia en las aulas de los más pequeños ya que a estas edades tan tempranas son un modelo a seguir y es por ello, que cuanto más motivadoras e interesantes hagan sus clases, mejores resultados obtendrán ambas partes en todos los sentidos.

La tutora de esta clase del primer curso de Educación Primaria del colegio Sagrado Corazón-Moncayo fue informada en todo momento de esta propuesta didáctica que iba a llevar a cabo durante el mes y medio de mi estancia de prácticas escolares III, así como de todas las tareas que les iba pasando a los niños y niñas y de las sesiones que iba impartiendo.

Antes de comenzar esta propuesta, la tutora estuvo comentando que había dedicado mucho tiempo al proceso de enseñanza- aprendizaje de unidades y decenas con sus alumnos durante el primer trimestre del curso académico 2015-2016.

A la tutora le parecía muy abstracto el tema de las unidades y las decenas y, era consciente de que algunos de sus alumnos no lo habían interiorizado y de que otros se

aprendían de memoria el lugar que ocupan las decenas y las unidades así como sus colores rojo y azul y realizaban los ejercicios de manera muy mecánica y descontextualizada.

4.2 Cronograma

A partir de lo aportado en estos epígrafes, vamos a detallar las tareas partiendo de un cronograma en el que se especifican el número de la actividad con su correspondiente fecha, duración y los alumnos implicados.

ACTIVIDAD	FECHA	DURACIÓN	ALUMNOS IMPLICADOS
3	11, 14 Marzo	30 minutos/sesión	Grupo entero
4	11,14,16,17,18 Marzo / 5, 6 Abril	15 minutos/ sesión	Grupo entero
5	9 ,15 Marzo/ 8 Abril	35 minutos/ sesión	Grupo entero
6	15 Marzo	15 minutos	8 alumnos individual
7	6 Abril	10 minutos	Grupo entero-individual
8	17, 18 Marzo / 7, 8 Abril	45 minutos/sesión	Individual, por parejas y grupo entero
9	11 Abril	15 minutos	Individual
10	12 Abril	1 hora y 15 minutos	Individual con ayuda de compañeros
11	13 Abril	15 minutos	Grupo entero individual
12	13,14 de Abril	45 minutos/ sesión	Individual, parejas y grupo entero

4.3 Diseño y desarrollo de las tareas

A continuación, se desarrollan con detalle cada una de las actividades llevadas a cabo durante prácticamente un mes con un total de 23 sesiones de diferentes periodos de tiempo dependiendo de lo que se pretende trabajar en cada una de ellas:

TAREA 3: ¡A RECITAR!

Partiendo de los conocimientos previos por parte de los escolares, dedicamos unos 30 minutos durante dos sesiones al recitado de manera oral con los 25 alumnos.

Enunciado: *“¡Vamos a ir haciendo recitados de 1 en 1, 2 en 2, 5 en 5 y de 10 en 10 para delante y para detrás, algunas veces os pediré que recitéis solos y otras veces iremos haciendo saltos entre vosotros, así que hay que estar muy pendientes de lo que dicen vuestros compañeros”*

La primera vez que se les dijo que iban a hacer recitado, algunos de ellos, concretamente 4 alumnos (J, J.S, A.B y L.A) no sabían ni lo que era recitar, por lo que en la primera sesión iban muy lentos y, éramos tanto los compañeros como yo quienes les ayudábamos a estos niños a recitar. Los tres alumnos, a excepción de J. con ayuda y explicándole el mecanismo varias veces, consiguieron realizar todos los recitados correctamente.

Los recitados planteados fueron los siguientes:

-De 1 en 1 por orden de mesa hasta el número 60.

-De 2 en 2 por orden de mesa hasta el número 60.

-De 5 en 5 por orden de mesa hasta el número 100.

-De 10 en 10 por orden de mesa hasta el número 100.

-De 2 en 2 haciendo saltos a los alumnos que se les notaba más despistados o muy atentos.

-De 5 en 5 haciendo saltos a los alumnos que se les notaba más despistados o muy atentos.

-De 10 en 10 haciendo saltos a los alumnos que se les notaba más despistados o muy atentos.

-De 1 en 1 regresivo desde el número 30 al 0.

- De 5 en 5 regresivo desde el número 50 al 0. (Este fue el que más les costó)
- Pedirle a un alumno que diga un número y en base a este, seguir el recitado.
- Parar en un número (concretamente en el 20, 34 y 44) dejar que pasaran unos minutos y pedirle a otro alumno que continuase el recitado de 2 en 2.

TAREA 4: ¡RECITADO ENCADENADO!

Enunciado: ¡Es tiempo de recitar! ¡Vamos a ir haciendo cadenas todos juntos!

Con todos ellos se dedicaron unos 15 minutos cada día durante siete días a trabajar recitados partiendo de números dados. Los resultados fueron los mismos que en el apartado anterior y, con los 25 alumnos hicimos concursos en los que partiendo de un número íbamos sumando o restando los números que se les iban diciendo por lo que se les iba incorporando poco a poco el cálculo mental. También identificaban el número anterior y el posterior al número dado. Esto se trabajó de manera simultánea tanto oral como por escrito mostrando todos ellos una alta motivación al ser actividades que nunca antes habían trabajado siguiendo una metodología activa en la que el alumno tiene que estar pendiente y atento durante las intervenciones de sus compañeros para poder seguir los recitados y no solo cuando le toca hablar a uno.

Esta tarea por tanto es relevante ya que ayuda al docente a comprobar si los alumnos tienen adquirida la secuencia numérica de forma ordenada y completa y no como una mera transmisión de números que se saben de memoria.

Para ello los diferentes tipos de recitado, tanto progresivo como regresivo, como por orden como con saltos e incluyendo variantes algo más motivadoras ha ayudado a los alumnos a estar atentos y con interés por ser una actividad muy activa.

TAREA 5: CONCURSOS DE CÁLCULO MENTAL

Se destinaron tres sesiones de unos 35 minutos en las que se estuvo haciendo cálculo mental a modo de concursos. Las clases empezaban con la siguiente consigna: “Chicos hoy toca concurso de cálculo mental. Os vais a levantar todos de vuestras sillas e iremos por orden realizando las operaciones. Los que falléis tendréis que sentaros y estaréis eliminados hasta que quede un único ganador. No vale ayudarse”.

El cálculo mental también lo trabajaron por parejas establecidas de manera planificada en la que iban saliendo a la parte delantera de la clase y un alumno se enfrentaba al otro estando todos muy pendientes ya que cuando uno fallaba, salía otro y se continuaba con el juego. Las operaciones que se trabajaron iban incrementando su nivel de dificultad (5+5, 10+15, 15+15, 25+20, 30+35...). Prácticamente todas las operaciones del cálculo mental fueron con números terminados en la cifra 0 o 5, salvo cuando quedaban dos alumnos a los cuales se les pedía que resolvieran operaciones del tipo 45+21 o 31+ 26 para obtener un ganador. En algunas páginas de sus libros de texto, en la parte inferior se les plantean una serie de operaciones a modo de cálculo mental como 3+0, 3+2, 5+3, 3+6... incrementando el nivel en cada unidad didáctica pero, esta tarea era algo que siempre les mandaban como tarea para casa, pero que nunca trabajan en clase.

Es cierto que el cálculo mental no está totalmente relacionado con el SND pero hemos creído conveniente realizar una tarea de este tipo para seguir profundizando en el dominio de los números y para motivar a los alumnos ya que concretamente en los concursos de cálculo mental han estado muy interesados y todos intentaban hacerlo lo mejor posible consiguiendo la atención y motivación plena de todos ellos.

TAREA 6: REPRESENTAR LOS NÚMEROS CON BARRITAS Y CUADRADITOS

Una vez analizada la prueba inicial de las dos tareas y trabajado con ellos los recitados, cálculo mental y afianzamiento de los números, ocho de los 25 alumnos aportando que la alumna I.S sí que llegaba a comprender las tareas por sí misma siendo su personalidad retraída la que le dificultó las dos primeras tareas, (P.L.,A.A, Á.M S.S, A.B, L.A, J.T y J.S) que no acababan de entender el SND, realizaron una tarea escrita en papel de manera individual con el siguiente enunciado: “Representa los números en torres de diez cubos y cubos sueltos” en la que partiendo de un número dado por mí de manera oral tenían que dibujar el número de torres de 10 cubos y los cubos sueltos (anexo 2) manipulando con los mismos policubos que en la prueba inicial.

Los números trabajados en esta tarea fueron los siguientes: 57, 73 y en algunos casos que iban más avanzados se les añadieron números como 30, 46, 41 y 44.

Una vez realizadas las fichas, a los ocho alumnos se les pidió que explicaran que habían hecho y en qué se habían basado para realizar la tarea, de esos ocho, cuatro ya parecía que habían entendido como formar los números con policubos y construirlos ellos solos sin ningún tipo de ayuda pero, cuatro de ellos seguían sin entender que tenían qué hacer o cómo hacerlo por lo que había que seguir trabajando con ellos de manera individual, siempre dentro del aula.

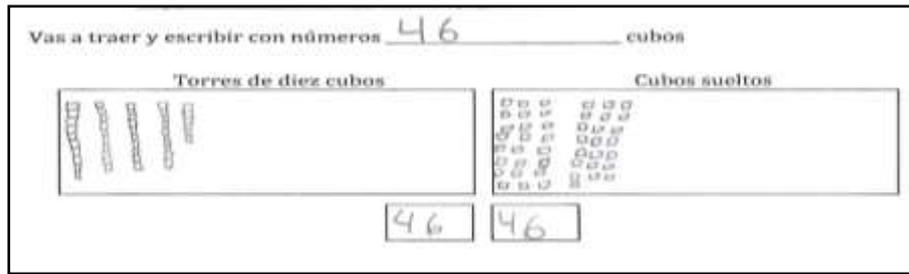
Un ejemplo de ficha es la siguiente; (los demás aparecen en el anexo 2).

Enunciado: “Vas a traer cincuenta y siete en policubos y después escribir con números, el número de policubos”

Estos ocho alumnos, de manera individual y por separado realizaron la actividad. Cuatro de los ocho alumnos (P.L, A.M, S.S y A.A) realizaron la tarea sin dificultad explicando correctamente lo que habían hecho.

The image shows a student's worksheet for the number 57. At the top right, the date is written as 'Fecha 16-3-10'. Below that, the name is written as 'NOMBRE: Dalila LL.'. The instruction reads 'Vas a traer y escribir con números 57 cubos'. The worksheet is divided into two main sections: 'Torres de diez cubos' and 'Cubos sueltos'. In the 'Torres de diez cubos' section, there are three hand-drawn towers of blocks, each representing a ten. In the 'Cubos sueltos' section, there are seven individual blocks drawn. At the bottom, the digits '5' and '7' are written in separate boxes, representing the number 57.

Los otros cuatro alumnos (A.B, L.A, J.T y J.S) han mostrado dificultades. En el caso de L.A, dibuja las torres pero no las divide en 10, A.B va dibujando cuadraditos pero no sabe explicar que hace y en los casos de JT y J.S, siguen sin saber qué hacer en la tarea y la dejan en blanco.



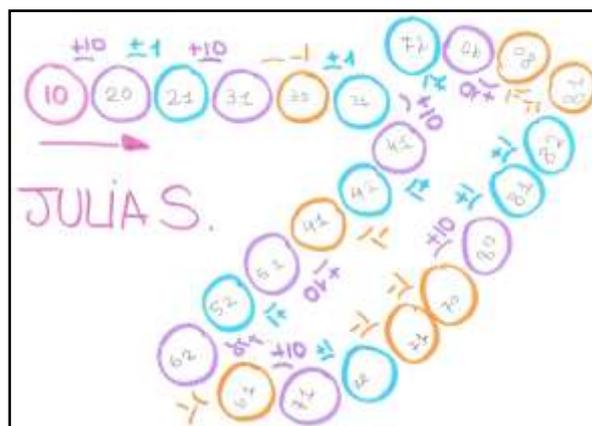
TAREA 7: GUSANITO

Enunciado: “Vais a seguir los circulitos de este gusanito realizando las operaciones que se indican arriba, más uno, menos uno o más diez”.

El objetivo que se pretende conseguir con esta tarea es reforzar los saltos de uno en uno y de diez en diez, tanto progresivos como regresivos de los números de la secuencia numérica. La metodología a seguir es que cada uno de ellos escriba a la vez que piense en su cabeza los resultados y los vaya colocando en el gusanito dibujado.

El grupo entero de manera individual realizaron un gusanito en el que partiendo del número diez tenían que ir sumando 1, sumando 10 o restando 1 dependiendo de la serie con la finalidad de conocer si al menos el recitado regresivo y progresivo lo tienen dominado para que comprendan mejor lo que se quiere conseguir en secuencia didáctica. Todos la realizaron bien a excepción de L.A la cual tuvo dificultades.

Un ejemplo es el siguiente:



TAREA 8: ENTRE TODOS, ¿ENTENDEMOS LOS POLICUBOS Y SU FORMACIÓN!

Como algunos de los alumnos seguían presentando dificultades a la hora de resolver las tareas propuestas, se consideró oportuno seguir trabajando en la formación de números con policubos.

La consigna que se les ofrece es la siguiente “Vamos a seguir trabajando con los policubos pero esta vez trabajaremos por parejas que se irán formando (un alumno que domina la tarea con uno al que le cuesta más) y seréis vosotros los que os pondréis en el papel del profesor e iréis saliendo a la pizarra a explicar verbalmente”

El objetivo principal de esta tarea es manipular con policubos para la formación de números de dos cifras siguiendo una metodología activa en la que entre los propios compañeros se vayan ayudando y estén manipulando sin necesidad de escribir o leer, simplemente con la intención de que lleguen a comprender que la cifra de la izquierda (decenas) indica el número de agrupamientos de diez policubos y que la cifra de la derecha (unidades) indica el número de policubos sueltos que no se pueden agrupar de diez en diez.

Los días 17 y 18 de marzo del 2016 y 7 y 8 de abril del mismo año se les impartieron sesiones de unos cuarenta y cinco minutos cada una de ellas, en las que



íbamos trabajando de manera manipulativa con los policubos enseñándoles la construcción de números con este material. Los alumnos que mejor realizaron las pruebas establecidas hasta el momento (M.R y P.N) salieron a explicar al resto de sus compañeros como había que construir los números y el porqué de esas formaciones dependiendo del número que se le pedía.

Trabajaron por parejas formadas por un alumno que desde el primer momento parecía tener los conocimientos adquiridos y otro el cual no los tuviese para fomentar el trabajo entre iguales y que se apoyaran en alumnos de su misma edad para entender el SND de la mejor manera posible con los policubos.

Poco a poco fueron adquiriendo conocimientos de la formación de los números naturales con este material. En el caso del número 45, iban adquiriendo conocimientos acerca de su formación de 40 unidades (4 decenas) más 5 unidades sueltas y no de sus concepciones iniciales de que el 45 está formado por el 4 y por el 5.

Cuatro de los alumnos de la clase (J.S, L.A, J.T y A.B) seguían teniendo grandes dificultades para entender esta formación, ya que tenían tan mecanizado en sus cabezas que el número de la derecha son las unidades en azul y el de la izquierda las decenas en rojo, que les resultaba complicado entender algo fuera de esa tarea tan mecanizada y aprendida de memoria.

TAREA 9: RESOLUCIÓN PROBLEMAS (4 alumnos)

Esta tarea se lleva a cabo con los cuatro alumnos (J.T, J.S, A.B y L.A) que más dificultades han estado presentado en el resto de tareas para comprobar si han ido adquiriendo conocimientos y ver como se desenvuelven en la resolución de problemas antes que el resto de sus compañeros.

La consigna que se les proporcionó a los alumnos “Ahora vamos a intentar realizar unos problemas para poder demostrar sí estos días habéis entendido lo trabajado y otro día vuestros compañeros y vosotras los haréis también, pero así tenéis un poco de ventaja”.

Según diversos estudios (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999) una vez que los alumnos han comprendido los conceptos de decena y unidad, tendrán que saber aplicarlos a la resolución de problemas de una manera más contextualizada con enunciados sencillos y relacionados con sus vidas cotidianas.

Esta tarea tiene como objetivo el resolver problemas mediante la manipulación con policubos y el dibujar en el papel el procedimiento. Este objetivo se pretende alcanzar con los cuatro alumnos que muestran más dificultades.

La metodología es individual ya que estos cuatro alumnos por separado, disponen del papel con el problema escrito y las dos cajas de policubos para que manipulen siempre que quieran.

Al trabajar de manera individual con los cuatro alumnos a los que les cuesta más el adquirir y procesar la información, cada uno de ellos tuvo que realizar un tipo de problema diferente (anexo 4), tres de ellos supieron realizarlo pero J.T no entendía el mecanismo de resolución ni manipulando los policubos. Fue entonces cuando decidimos pasarles dos problemas (de dos tipos diferentes) a los 25 alumnos y alumnas de la clase para comprobar si a lo largo de estas semanas habían entendido y comprendido lo tratado en esta propuesta didáctica (anexo 5). En esta prueba requirieron de ayuda tanto por parte de compañeros que supieron realizarlo a la primera como de la mía propia.

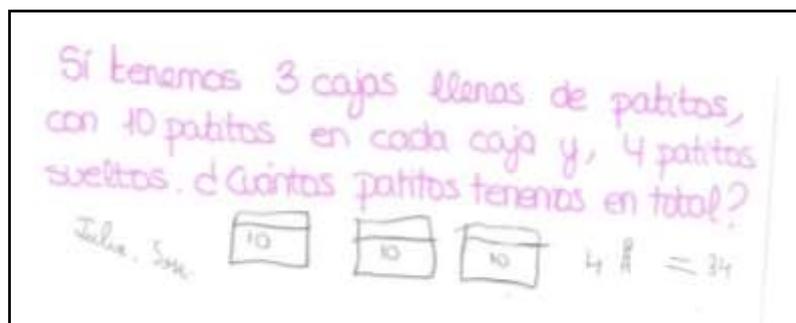
Problema 1: Sí tenemos 3 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja y, 4 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tenemos en total? (J.S)

Problema 2: Sí hay 24 patitos y en cada caja caben 10 patitos. ¿Cuántas cajas llenaremos? ¿Cuántos patitos quedan sueltos? (A.B)

Problema 3: Sí tenemos 42 huevos, ¿cuántas cajas de 10 podemos llenar? ¿Cuántos huevos nos quedan sueltos? (J.T)

Problema 4: Sí tenemos 5 decenas de huevos y 5 huevos más, ¿Cuántos huevos tenemos en total? (L.A)

La resolución del problema de J.S fue el siguiente:



Además, la tarea 6 en la que los ocho alumnos con dificultades tenían que



representar los números con barritas y puntos, la repitieron estos cuatro alumnos en el mismo rato que realizaron los problemas pero esta vez, se les dibujó lo que tenían que dibujar ellos en el papel con la ayuda de policubos. Un ejemplo:

El trabajar con ellos de manera individual, mostrándoles motivación y adelantándoles a tareas junto con sus compañeros, creemos que les ha ayudado y que van mejorando.

TAREA 10: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS en el grupo-clase completo y permitiendo la colaboración entre los alumnos.

La consigna dada es “Ahora es tiempo de hacer unos problemas escritos con la ayuda de los policubos para poder demostrar todo lo que habéis aprendido durante las clases anteriores. A cada uno se os va a repartir una hoja con dos problemas”.

Esta tarea compuesta por dos problemas a realizar por el grupo-clase al completo, la llevaron a cabo el martes 12 de abril y se le dedicó un tiempo aproximado de unos tres cuartos de hora hasta que todos ellos acabaron (a excepción de J.T el cual no entendía ni con ayuda).

Los problemas fueron los siguientes:

Problema 1: Sí tienes 5 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja, y 3 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tienes en total?

Problema 2: Sí hay 46 patitos y en cada caja caben 10 patitos. ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuántos patitos quedan sin guardar?

Los resultados finales obtenidos fueron buenos ya que llegaron a establecer el resultado final correcto pero, cuando se les repartieron los problemas, a priori a excepción de M.R, P.N, G.A, R.A, M.B, A.P, A.A y P.G, necesitaron de una lectura lenta y minuciosa del problema por mí parte así como de la ayuda entre los propios compañeros para entender el mecanismo de resolución del problema y al ser la primera vez que se enfrentaban a problemas de este tipo, se les dio la oportunidad de que se ayudaran entre ellos o que pidieran que se les explicase el problema varias veces por lo que estos resultados no son fiables ni se van a incluir explícitamente en el trabajo considerando oportuno volver a repetir la prueba al día siguiente.

TAREA 11: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS en el grupo-clase completo sin permitir la colaboración entre los alumnos.

Consiga “Ayer realizasteis dos problemas pero muchos de vosotros os ayudasteis, así que hoy vamos a separar las mesas y de uno en uno sin la ayuda de los compañeros, vais a realizar dos problemas muy parecidos usando los policubos y en que entreguéis el papel, tendréis que contestar a unas preguntas así que prestar mucha atención. Tenéis que demostrar todo lo que habéis aprendido cada uno de vosotros”.

Al día siguiente, miércoles 13 de abril se les repitió la prueba con dos problemas del mismo tipo pero con diferentes números y esta vez sí que la realizaron de manera individual sin ayuda y dedicando 15 minutos, dando tiempo a que todos lo terminaran (menos un alumno). De uno en uno al entregar el papel, respondieron a preguntas para conocer el grado de razonamiento y reflexión de cada uno de ellos para que reflexionen al pedirles una descripción completa de cómo han resuelto el problema.

Los problemas fueron los siguientes:

Problema 1: Sí tienes 2 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja, y 8 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tienes en total?

Problema 2: Sí hay 25 patitos y en cada caja caben 10 patitos. ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuántos patitos quedan sin guardar?

El problema 1 es de multiplicación y el problema 2 del tipo división-medida.

Dependiendo del alumno, las preguntas que se les realizaron fueron las siguientes

- ¿Cómo lo has resuelto?
- ¿Cómo has obtenido el resultado?
- ¿Cómo has contado?
- ¿Desde qué número has empezado a contar?
- ¿Te has ayudado de los materiales?
- ¿Has aplicado alguna estrategia de las aprendidas con los materiales usados?

En general, las estrategias que utilizan los escolares para explicar la resolución de problemas de multiplicación es la modelización gráfica apoyándose en dibujos ya que realizan grupos de 10 y los juntan con las unidades prefiriendo las estructuras aditivas que las multiplicativas.

Ambas estrategias se basan en la modelización de grupos de 10, una de las características del SND. Los escolares tienden a utilizar estrategias de representación gráfica con dibujos para poder expresar mejor su solución.

El objetivo de estas tareas para comprobar el grado de adquisición de los conocimientos por parte de los 25 escolares, es agilizar el cálculo mental (sustitución de la modelización directa por conteo de 10 en 10 y uso de hechos numéricos) y el conocimiento del SND, y especialmente en el valor posicional de las cifras de los números. Los resultados muestran como las estrategias utilizadas desde la primera tarea han ido evolucionando según el modelo CGI (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999) utilizando cada vez más el conteo de 10 en 10 y el conocimiento del valor posicional de las cifras de los números, por lo que, en líneas generales el objetivo se ha alcanzado como se puede comprobar en el anexo 5 de los problemas al dibujar prácticamente todos los alumnos grupos de 10 y unidades sueltas (los que no han dibujado las agrupaciones y los patitos sueltos, han realizado directamente la suma).

Si hay 25 patitos, y en cada caja caben 10 patitos.
¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuántos patitos quedan sin guardar?

RESPUESTA: 2 cajas y cinco sueltos

Si tienes 2 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja, y 8 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tienes en total?

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 8 \\ \hline 28 \end{array}$$

RESPUESTA:

28 patitos

En el primer problema se puede comprobar como el alumno ha dibujado las agrupaciones de diez patitos más los patitos sueltos con representación gráfica en dibujo mientras que en el segundo problema, la alumna ya utiliza una estrategia más formal de las matemáticas realizando directamente la operación.

En la resolución de estos cuatro problemas con los alumnos con los que se ha llevado a cabo la propuesta didáctica de este trabajo de fin de grado se puede comprobar que la mayoría de los alumnos no han contado de uno en uno las cantidades aritméticas, sino que directamente han agrupado de 10 en 10 lo cual puede ser del trabajo tan insistente en los grupos de 10 en las sesiones anteriores. A estos grupos de 10 les han sumado los patitos sueltos por lo que, varios de los alumnos han seguido la estrategia de 10, 20 (2 cajas), 21, 22, 23, 24, 25, 26... Y, algún otro más rápido "sí son 2 cajas de 10 y 6 más, pues son 26", es decir, que los resultados muestran que van evolucionando según el modelo CGI (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999), utilizando cada vez más el conteo de 10 en 10 y el conocimiento del valor posicional de las cifras de los números, en detrimento de estrategias de modelización directa en que se cuentan uno a uno los objetos.

Esta tarea es muy eficaz ya que nos va a ayudar a comprobar si los alumnos han adquirido los objetivos establecidos ya que se trabajan los dos aspectos fundamentales que pretendemos conseguir que son la representación oral y escrita con el material didáctico policubos y la realización de problemas de agrupamiento de multiplicación y división medida. Por tanto, esta prueba es la que más resultados nos va a proporcionar para obtener conclusiones y, adelantamos ya, que pasado un tiempo se les vuelve a realizar esta prueba para afianzar resultados y conclusiones.

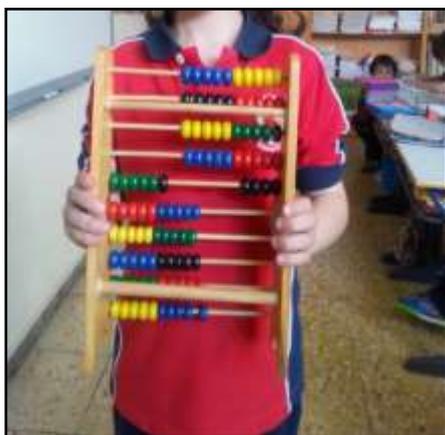
TAREA 12: ¡TURNO DEL ÁBACO!

Consigna: “Estos días hemos estado trabajando con los policubos, y hoy vamos a trabajar con este otro material de madera que se llama ábaco”.



El objetivo principal de la tarea es introducir otro material manipulativo para trabajar el SND de modo que este concepto no aparezca ligado únicamente al material “policubos”. Se colocaban por parejas, grupos o solos e iban manipulando y colocando los números que se les iban pidiendo.

Consigna “¿Alguno de vosotros sabe cómo se utiliza este material? ¿Lo habíais visto alguna vez?”



A continuación, se les presentó este material y les dio la oportunidad de que con el ábaco en sus manos intentaran explicar el funcionamiento de este material. Al comprobar que ninguno de ellos sabía utilizarlo, se les explicó su funcionamiento y, lo tenían que poner en relación a lo que habíamos estado aprendiendo estas sesiones anteriores de la formación de decenas y unidades, así como de

torres y cubos sueltos, en el caso de los policubos.

En un primer momento al preguntar si alguno de ellos sabía manejarlo, algunos de ellos, si por ejemplo se les decía oralmente treinta y siete, movían tres bolitas y luego siete, algunos de ellos en una misma barrita y otros tres bolitas en la primera barrita y siete en la segunda.

Enunciado: “De uno en uno vais a ir acercándoos al ábaco más cercano y vais a ir colocando en el ábaco un número el cual antes tenéis que escribir en un papel para comprobar que lo estáis haciendo bien. Después colocareis el número que se os pida de manera oral”.

Enunciado: “Ahora por parejas, uno coloca un número en el ábaco y el compañero adivina de que número se trata”

Veintiuno de los 25 alumnos de la clase realizaron las tareas de manera correcta a excepción, una vez más de los cuatro alumnos con los que ya había trabajado de manera individualizada con los policubos.

Con ellos cuatro se dedicó más tiempo realizando las mismas pruebas realizadas con el grupo-clase hasta que tres de ellos comprendieron su funcionamiento siendo J.T el alumno que no llegó a comprender el trabajar con el ábaco horizontal. Este material manipulativo les sirvió a los alumnos y alumnas para afianzar sus conocimientos y entender mejor el SND con valor posicional.

4.4 Evaluación de la propuesta parcial de enseñanza

Antes de iniciar esta propuesta parcial de enseñanza, se conocía muy poco a los alumnos de esta clase por lo que no se tenía muy claro cómo iban a trabajar ni cuáles iban a ser los resultados de cada uno de ellos en cuanto al objeto matemático expuesto.

Una vez conocidos las ideas y conocimientos previos de los 25 escolares consideramos que la propuesta de enseñanza ha facilitado el aprendizaje del SND de casi todos los alumnos del grupo. En efecto, detectamos una progresión favorable en 17 de los 25 alumnos que forman el grupo conforme han ido resolviendo las tareas propuestas.

Con respecto a los ocho alumnos que han necesitado dedicación especial en diferentes sesiones de clase dado que mostraban mayores dificultades se ha tenido que llevar a cabo una propuesta más detallada. Cuatro de ellos mejoraron su comprensión del SND y, con los otros cuatro alumnos con los cuales se ha tenido que trabajar de una manera más minuciosa e individualizada con respecto a sus compañeros, hay que decir que con tres de ellos los avances acabaron siendo muy positivos ya que empezaron las tareas muy inferiores al resto de sus compañeros y han acabado recitando, manejando los policubos y ábaco o resolviendo problemas.

Solo con un único alumno J.T, no se han conseguido alcanzar los objetivos ya que su nivel de procesamiento de la información es muy limitado y a pesar del esfuerzo puesto en él durante esta intervención, este requeriría de una intervención de muchas más horas y con un trabajo muy continuado e individualizado hasta afianzar notablemente sus conocimientos principalmente en lo que se refiere al SND. Este

alumno en concreto –no ha llegado a entender la descomposición de los números de dos cifras en decenas y unidades ni a saber construir con policubos o ábacos sin ayuda y menos aún realizar problemas de agrupamiento decimal.

Como se ha podido comprobar en el desarrollo de las sesiones, estos alumnos han trabajado tanto de manera individual, por parejas como con el grupo-clase al completo y, es que la metodología ha tenido que variar y adecuarse al nivel y ritmo de los niños y niñas tal y como se ha mencionado anteriormente.

A la tutora del grupo-clase le resultó muy satisfactoria esta propuesta en la medida que todos los alumnos y alumnas se lo han tomado muy en serio y, al trabajar con materiales totalmente desconocidos y motivadores para ellos, han mostrado mucho interés por realizarlo lo mejor posible ya que sabían que era para un trabajo de fin de grado de la Universidad de Zaragoza.

Ambas dos llegamos a la conclusión de que es bueno que los alumnos resuelvan problemas sin haberles proporcionado antes un ejemplo modelo, ya que están muy acostumbrados a realizar los ejercicios con un modelo resuelto y muy mecánicos por lo que, no se les da apenas oportunidad de progresar en sus aprendizajes de forma autónoma.

En este sentido los problemas multiplicativos y de división-medida se han mostrado muy eficaces para afianzar en los alumnos la idea de agrupamiento decimal.

También se ha mostrado muy eficaz el uso de materiales didácticos, policubos y ábacos, para poner de manifiesto traslaciones entre la representación oral y escritura de números en tareas de escritura de dos cifras, y traslaciones entre la representación escrita y oral de números en tareas de lectura de números de dos cifras. Estas últimas actividades han sido validadas y aplicadas con éxito en clases de refuerzo de Matemáticas en el CEIP Recarte y Ornat en el marco de una asignatura optativa del grado en Magisterio en Educación Primaria denominada Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas.

CAPITULO V

5. Desarrollo y evaluación de la tarea inicial y la resolución de problemas pasado un periodo de tiempo.

El 3 de Mayo de 2017 (un año aproximado después de la realización de las tareas detalladas en el capítulo anterior) y debido a la disponibilidad y a que estos escolares pasaron al 2º curso de Educación Primaria con la misma tutora y siendo los mismos 25 alumnos, se consideró conveniente repetirles tanto la tarea inicial como la tarea de resolución de problemas para comprobar si la enseñanza recibida en el curso anterior sobre el SND propició aprendizajes perdurables con el paso del tiempo.

5.1 Repetición de las dos primeras tareas desarrolladas en el curso anterior.

En cuanto a las tareas 1 y 2 que implementamos el curso pasado como pruebas diagnósticas para conocer sus conocimientos previos decir que, un año después, se siguió exactamente la misma metodología pero elevando los números de dos cifras.

Mientras los escolares iban pasando por las cajas se iba anotando sus resultados en dos tablas resumen como estas:

Nombre alumno	Nº trabajado	Trae los policubos bien a la primera	Los trae bien con mi ayuda	Escribe bien el número	Comprende la cifra de las unidades	Comprende la cifra de las decenas
J.R	56	SI		SI	SI	SI
G.A	56	SI		SI	SI	SI
A.P	56	SI		SI	SI	SI
A A	56	SI		SI	SI	NO
S.S	56	SI		SI	SI	SI
J.S	56	SI		SI	SI	SI
P.N	56	SI		SI	SI	SI
I.R	56	SI		SI	SI	SI
L.D	56	SI		SI	SI	SI
R A	56	SI		SI	SI	SI
G.G	56	SI		SI	SI	SI
A.B	56	SI		SI	SI	NO
C.T	56	SI		SI	SI	SI
I.S	56	SI		SI	SI	SI
P.L	56	SI		SI	SI	SI
M.B	56	SI		SI	SI	SI
M.R	56	SI		SI	SI	SI
P.G	56	SI		SI	SI	SI
P.B	56	SI		SI	SI	SI
L.P	56	SI		SI	SI	SI
Á.M	56	SI		SI	SI	SI
I.S	56	SI		SI	SI	SI
L.A	56	SI		SI	SI	SI
H.C	56	SI		SI	SI	SI
J.T	56	NO	SI	SI	SI	NO

Nombre alumno	Nº trabajado	Trae los policubos bien a la primera	Los trae bien con mi ayuda	Lee bien el número	Comprende la cifra de las unidades	Comprende la cifra de las decenas
J.R	62	SI		SI	SI	SI
G.A	62	SI		SI	SI	SI
A.P	62	SI		SI	SI	SI
A.A	62	SI		SI	SI	NO
S.S	62	SI		SI	SI	SI
J.S	62	SI		SI	SI	SI
P.N	62	SI		SI	SI	SI
I.R	62	SI		SI	SI	SI
L.D	62	SI		SI	SI	SI
R.A	62	SI		SI	SI	SI
G.G	62	SI		SI	SI	SI
A.B	62	SI		SI	SI	NO
C.T	62	SI		SI	SI	SI
I.S	62	SI		SI	SI	SI
P.L	62	SI		SI	SI	SI
M.B	62	SI		SI	SI	SI
M.R	62	SI		SI	SI	SI
P.G	62	SI		SI	SI	SI
P.B	62	SI		SI	SI	SI
L.P	62	SI		SI	SI	SI
Á.M	62	SI		SI	SI	SI
I.S	62	SI		SI	SI	SI
L.A	62	SI		SI	SI	SI
H.C	62	SI		SI	SI	SI
J.T	62	NO	SI	SI	SI	NO

A continuación, y al igual en el curso anterior, se muestran cuáles fueron las verbalizaciones de los 25 alumnos:

TAREA 1: DE ESCRITURA:

J.R: nº56 "5 decenas son 5 barritas y 6 unidades son 6 cuadraditos".

G.A nº56: "5 decenas de 10 que son cincuenta y seis cubitos más que son seis unidades. Así es el 56"

A.P: nº56: Cuenta de diez en diez hasta coger 5 barras diciendo 50 y sabiendo que tiene que coger seis policubos sueltos de la otra caja".

A.A nº56: Coge bien los policubos pero sigue diciendo que "el 56 son 5 más 6".No sabe explicar su formación con policubos.

S.S: nº56: "56 es 5 y 6 pues 5 decenas y 6 unidades". Le cuesta explicar el proceso de la tarea.

J.S: nº56:"10 y 10 y 10 y 10 y 10 son 50 y coge seis más de aquí para el 56".

P.N: nº 27: Lee el número y comenta que el 27 son dos decenas y siete unidades.

I.R: nº56: "El 56 es cincuenta unidades más 6 así que son 5 decenas y seis unidades".

L.D nº 56: Coge bien los policubos pero no acaba de saber explicar por qué coge esos.

R.A: nº56: Entiende la tarea y diferencia entre decenas y unidades. "El 56 son 50 unidades y 6 cubos más"

G.G: nº56: "El 56 son 50 unidades y 6"

A.B nº56: La primera barrita la cuenta de uno en uno y cuando se da cuenta que hay 10, coge cinco barras diciendo que ya tiene cincuenta y que necesita seis cubos de los sueltos. Es la que más tiempo ha necesitado.

C.T: nº56 Cuenta los policubos de una barrita y cuando se da cuenta de que hay diez, coge directamente cuatro más y seis unidades más.

I.S: nº56. "Cinco barritas de 10 y seis de la otra bandeja de las unidades"-

P.L: nº56: La formación con policubos ya no le cuesta y a diferencia del mes de marzo, sabe explicar la composición de dicho número.

M.B: nº56: De manera rápida coge los policubos correctamente y explica la formación del 56.

M.R: nº56: "Quiero 5 barras de 10 y 6 más".

P.G: nº56: Comprende muy bien los conceptos decena y unidad y sabe que su formación es de 50 unidades (5 barritas) y 6 unidades más.

P.B: nº56 "5 barras y seis cuadrados solos".

L.P: nº56 "El 56 son 5 y seis, así que cojo 5 barritas y 6 cuadraditos".

A.M: nº56: "El 56 son 50 más 6 así que cogeré 5 barritas y 6 de los sueltos".

I.S: nº 56: A diferencia de la vez anterior, la explicación de la formación con policubos la realizó correctamente: "5 decenas son 50 y 6 unidades son 6".

L.A: nº56: Cuenta los cuadraditos de una barra y cuando se da cuenta de que en cada barra hay diez, coge cinco y de otra barra de 10 suelta 6.

H.C: nº56: "Sí cada barrita son 10 necesito, 5 barritas y 6 sueltos".

J.T: nº 56: Con este alumno ha habido diferencia en el sentido que el solo ha cogido los policubos necesarios de manera correcta contando de 10 en 10 y añadiendo las unidades necesarias, pero no sabe explicar lo que hace ya que ante la pregunta ¿Por qué has cogido estos policubos? No sabe responder.

TAREA 2: DE LECTURA

J.R: nº 62: "6 decenas son 6 barritas y 2 unidades son 2 cuadraditos".

G.A: nº 62: "El 62 son seis decenas de diez y dos más de los cuadraditos"

A.P: nº 62: Coge 6 barras diciendo 60 y coge dos más sueltos hasta completar el 62

A.A: nº 62: Coge bien los policubos pero sigue sin saber explicar lo que hace.

S.S: nº 62: "El 62 son seis de las barras y dos de los sueltos"

J.S: nº 62: Cuenta las barras de una en una hasta decir que tiene sesenta y luego coge dos más.

P.N: nº 62: Lee el número y comenta que el 62 son seis decenas y dos unidades.

I.R: nº 62: El 62 son sesenta más dos así que son seis decenas y dos unidades".

L.D: nº 62: Coge bien los policubos pero no acaba de saber explicar por qué coge esos y no otros.

R.A: nº 62: "El 62 son 60 unidades y 2 cubos más"

G.G: nº 62 "El 62 son 6 torres y 2 sueltos"

A.B: nº 62. Ya se ha dado cuenta de que cada barrita es de 10 por lo que cuenta seis barritas y le añade dos cuadraditos más

C.T: nº 62: Cuenta seis barritas y dice que ya tiene sesenta y que le pone dos más.

I.S: nº 62. Verbaliza que necesita seis barritas de 10 y dos de la otra bandeja de las unidades.

P.L: nº 62: Construye rápidamente y explica que el 62 son seis decenas de 10 y dos más.

M.B: nº 62: Explica rápidamente la formación con policubos y de manera verbal.

M.R: nº 62 "Necesito seis barras de 10 y 2 de la otra caja"

P.G: nº 62: Explica la formación del 62 en seis barritas y dos sueltos.

P.B: nº 62 "Necesito seis barras de 10 y dos más".

L.P: nº 62 "El 62 son 6 barritas y 2 cuadraditos".

A.M: nº 62: "El 62 son 60 más 2 así que cogeré 6 barritas y 2 de los sueltos".

I.S: nº 62: "6 decenas son 60 y 2 unidades son 2".

L.A: nº 62: Empieza contando los policubos de uno en uno e intentando separar los cuadraditos de las decenas pero ella sola se corrige y acaba cogiendo seis barras enteras y dos más de la otra bandeja.

H.C: nº 62 "Necesito, 6 barritas y 2 sueltos".

J.T: nº 62: Coge el solo los policubos correctos pero se queda callado cuando se le pregunta que es lo que ha hecho.

Los nombres que aparecen esta vez en color rojo (A.A, A.B, J.T) son tres de los nueve alumnos que en la realización de la tarea en el mes de Abril del 2016, presentaron algún tipo de dificultad, principalmente a la hora de saber explicar lo que habían hecho en ambas tareas de lectura y escritura.

Cuando iban a 1º de Educación Primaria, nueve alumnos presentaron dificultades siendo tal solo tres alumnos los que presentaron dificultad en Abril de 2017 mientras cursaban el segundo curso. Interpretamos este buen resultado en el sentido de que la enseñanza impartida en el curso pasado fue provechosa, o bien, en el sentido de que el proceso de madurez intelectual de algunos alumnos les ha llevado a progresar en la comprensión del SND. No solo saben utilizar el material para representar los números, sino que ahora todos ellos, salvo tres, saben expresar el significado de la cifra de las decenas y de las unidades.

5.2 Repetición de la tarea de resolución de problemas.

Seguidamente, el mismo día de la tarea anterior, (después de una parada de recreo) volvieron a realizar la prueba de la resolución de problemas. A los 25 alumnos de la clase, se les propusieron dos problemas similares a los que realizaron en el curso anterior pero con números un poco más altos.

El objetivo didáctico al plantear estos problemas es utilizar el conteo de 10 en 10 y progresar en el conocimiento del SND al comprender la estructura multiplicativa de los números, siguiendo una metodología en la que se les deja tiempo para realizar la tarea así como para construir con policubos. Una vez realizada la tarea, se les pide que expliquen verbalmente lo que han hecho”

Los enunciados de los problemas planteados son los siguientes:

Sí hay 53 patitos y en cada caja caben 10 patitos. ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuantos patitos quedan sin guardar?

Si tienes 4 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja y 4 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tienes en total?

Al analizar los resultados de los alumnos cuando resuelven ambos problemas observamos que, las estrategias utilizadas por parte de los escolares son muy

semejantes pero hemos de remarcar que el tiempo empleado es mucho menor y que muestran mucha más soltura y confianza a la hora de realizar los problemas. Además, en el tiempo destinado a reflexionar y comentar lo que cada uno refleja en las producciones escritas, se nota que han trabajado y han mejorado notablemente. El uso de los policubos también es un factor que les ha ayudado ya que todos ellos se hacen el dibujo de los grupos de 10 a modo de agrupamientos de 10 en 10 a los que le suman las unidades sueltas equivalentes a cada problema de manera muy gráfica.

La mayoría de los alumnos (a excepción de J.R) se han apoyado en la representación con policubos transcrita al papel.

En el caso de J.R se comprueba que tiene un nivel más avanzado y superior al del resto de sus compañeros ya que ha realizado el problema de manera directa sin ningún tipo de material manipulativo ni dibujo gráfico y el resultado es correcto. A la hora de analizar las estrategias que han utilizado los alumnos del grupo experimental indicaremos que los alumnos que realizan correctamente la tarea sin hacer gráficos ni utilizar representaciones simbólicas de operaciones se sirven de la estrategia “correcta de manera directa”.

Sí hay 53 patitos y en cada caja caben 10 patitos. ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuantos patitos quedan sin guardar?

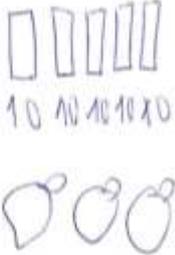
cinco cajas y tres sueltos

Si tienes 4 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja y 4 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tienes en total?

$40 + 4 = 44$ patitos

En los dos ejemplos que aparecen a continuación se puede comprobar cómo los alumnos primeramente han representado el problema con policubos y posteriormente lo han pasado al papel estando el primer ejemplo bien representado y solucionado y, en el segundo caso, el procedimiento es correcto pero la solución no, ya que en vez de responder que puede llenar cinco cajas, responde 50. A la hora de analizar las estrategias que han utilizado los alumnos del grupo experimental indicaremos que los alumnos que utilizan representaciones gráficas para resolver el problema, ya sea correcta o incorrecta, se sirven de la estrategia “representación gráfica”.

Si hay 53 patitos y en cada caja caben 10 patitos, ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuantos patitos quedan sin guardar?

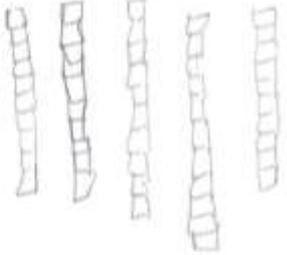


10 10 10 10 10

RESPUESTA 5 cajas y 3 patitos

The image shows a student's handwritten solution to a word problem. At the top, the problem is written in Spanish: "Si hay 53 patitos y en cada caja caben 10 patitos, ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuantos patitos quedan sin guardar?". Below the text, the student has drawn five vertical rectangles representing boxes. Underneath each box, the number '10' is written, indicating the capacity of each box. To the right of the boxes, there are three small circles representing ducks. At the bottom, the student has written the answer: "RESPUESTA 5 cajas y 3 patitos".

Si hay 53 patitos y en cada caja caben 10 patitos, ¿Cuántas cajas podemos llenar? ¿Y cuantos patitos quedan sin guardar?



50 30 3

RESPUESTA 50 y 3

The image shows another student's handwritten solution to the same word problem. The text is identical to the first example. The student has drawn five vertical rectangles representing boxes, each filled with small squares representing ducks. To the right of the boxes, the number '50' is written. Below the boxes, there are three small circles representing ducks, with the number '30' written next to them. At the bottom, the student has written the answer: "RESPUESTA 50 y 3".

En el ejemplo siguiente, se puede comprobar como la alumna se ha apoyado en representar gráficamente el problema y realizando la operación matemática correspondiente por lo que, a la hora de analizar las estrategias que han utilizado los alumnos del grupo experimental indicaremos que los alumnos que utilizan la representación con operaciones ya sea correcta o incorrecta, se sirven de la estrategia “representación con operación aditiva”

Si tienes 4 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja y 4 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tienes en total?

RESPUESTA

$$40 + 4 = 44$$

Y, queremos destacar también este ejemplo en el que la alumna se basa en los colores rojo y azul (asociados a decenas y unidades) trabajados en los libros de texto y con la tutora de la clase para visualizarse mejor el problema.

Si tienes 4 cajas llenas de patitos, con 10 patitos en cada caja y 4 patitos sueltos. ¿Cuántos patitos tienes en total?

RESPUESTA

$$40 + 4$$

A continuación aparecen dos tablas comparativas de la resolución de problemas en los años 2016 y 2017. En la primera aparecen las estrategias utilizadas por cada alumno (de manera directa, con representación gráfica o con representación simbólica mediante una operación de estructura aditiva) en la resolución de los problemas de tipo multiplicativo y en la segunda tabla las estrategias en la resolución de los problemas de tipo división-medida.

NOMBRE	ESTRATEGIAS EN 2016	ESTRATEGIAS EN 2017
JR	Correcto de manera directa	Correcto de manera directa
GA	Correcto de manera directa	Correcto con representación gráfica
AP	Correcto de manera directa	Correcto con representación gráfica
AA	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
SS	Correcto representación con operación aditiva	Correcto con representación gráfica
JS	Correcto con representación gráfica	Correcto representación con operación aditiva
PN	Correcto con representación gráfica	Correcto representación con operación aditiva
IR	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
LD	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
RA	Correcto de manera directa	No correcto con representación gráfica
GG	Correcto de manera directa	Correcto con representación gráfica
AB	Correcto representación con operación aditiva	Correcto con representación gráfica
CT	Correcto de manera directa	Correcto con representación gráfica
IS	Correcto con representación gráfica	Correcto representación con operación aditiva
PL	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
MB	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
MR	Correcto de manera directa	Correcto representación con operación aditiva
PG	No correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
PB	No correcto con representación gráfica	Correcto representación con operación aditiva
LP	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
AM	Correcto representación con operación aditiva	No correcto con representación gráfica
IS	No correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
LA	Correcto representación con operación aditiva	Correcto con representación gráfica
HC	Correcto representación con operación aditiva	Correcto representación con operación aditiva
JT	No resuelve	No correcto con representación gráfica

NOMBRE	ESTRATEGIAS EN 2016	ESTRATEGIAS EN 2017
JR	Correcto con representación gráfica	Correcto de manera directa
GA	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
AP	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
AA	Correcto con representación gráfica	Incorrecto representación operación aditiva
SS	Correcto representación con operación aditiva	Correcto representación con operación aditiva
JS	Correcto representación con operación aditiva	Correcto de manera directa
PN	Correcto con representación gráfica	Correcto de manera directa
IR	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
LD	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
RA	No correcto representación con operación aditiva	Correcto con representación gráfica
GG	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
AB	Correcto de manera directa	No resuelve
CT	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
IS	Correcto con representación gráfica	No correcto con representación gráfica
PL	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
MB	Correcto representación con operación aditiva	Correcto con representación gráfica
MR	Correcto con representación gráfica	Correcto representación operación aditiva
PG	No correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
PB	No correcto con representación gráfica	Correcto de manera directa
LP	No correcto con representación gráfica	No correcto representación operación aditiva
AM	Correcto con representación gráfica	No correcto con representación gráfica
IS	Correcto con representación gráfica	Correcto con representación gráfica
LA	Correcto representación con operación aditiva	Correcto con representación gráfica
HC	Correcto representación con operación aditiva	Correcto de manera directa
JT	No resuelve	No resuelve

Cabe destacar que tanto en los problemas realizados en el 2016 como en el 2017, solo un único alumno J.T no es capaz de resolverlos aunque en 2017 ya intenta resolver el problema de tipo multiplicativo aunque no llega a la solución correcta, en su caso, posiblemente por falta de tiempo. El caso de A.B es algo relativo de evaluar ya que en el 2016 realizó ambos problemas correctamente mientras que el primer problema del 2017 no supo resolverlo.

Añadir que puede parecer extraño que algunos de los alumnos en 2016 realizaran los problemas de manera directa o con representación gráfica y que, en 2017 utilizaran o bien la representación gráfica o bien la representación con operación de estructura aditiva (suma). Pero hemos de decir que, por la manera en como realizaron la tarea en 2017, creemos que esto no es negativo ya que se ha notado que tienen los conocimientos más afianzados y por tanto hacen unas representaciones más claras y precisas apoyándose en los dos tipos de representaciones y llegando a unas soluciones correctas ya sea con la manipulación de policubos o ya con la representación de los policubos en la cabeza plasmada directamente en el papel. Consideramos que lo que más les cuesta a la mayoría de alumnos es dar la respuesta final de manera correcta, es decir, el escribir o decir verbalmente “5 cajas y 3 patitos” o “hay 44 patitos”.

Al igual que hemos comentado en la repetición de las tareas 1 y 2, los alumnos han requerido de menos tiempo, han mostrado más soltura y, debido al papel de la tutora a lo largo del curso, a la mayor madurez intelectual de cada niño al tener un año más y a los resultados de la propuesta didáctica creemos que, estos problemas que siguen el modelo de Carpenter les han ayudado a comprender la estructura multiplicativa que fundamenta la representación posicional de los números.

CAPITULO VI

6. Conclusiones y valoración personal.

6.1 Conclusiones

En este sexto y último capítulo del trabajo de fin de grado, se desarrollaran las conclusiones obtenidas una vez realizadas las tareas así como analizando y evaluando los resultados de todas ellas.

Vamos a establecer las conclusiones de este trabajo a partir del análisis del grado de consecución de los tres objetivos los cuales se van a mencionar a continuación:

1. Estudiar las características más relevantes de la enseñanza del sistema de numeración decimal con valor posicional en el primer curso de Educación Primaria a partir del análisis y crítica del libro de texto que siguen los alumnos con los cuales se ha llevado a cabo la experimentación.

Este objetivo se ha alcanzado ya que hemos analizado las prácticas habituales de enseñanza del SND partiendo del análisis y crítica del libro de texto de la editorial que siguen los escolares del grupo experimental. Para caracterizar la enseñanza actual utilizamos los libros de texto porque orientan el currículo real al ser un material de amplia implantación en los centros docentes y que los maestros utilizan para orientar su práctica docente.

Del análisis efectuado constatamos que la enseñanza habitual del SND posee mucho margen de mejora dado que la enseñanza que propone el libro de texto analizado es inadecuada porque comete, a nuestro juicio, algunos errores didácticos como introducir la lectura y escritura números siguiendo la secuencia correlativa de los números, la ausencia de unidades no la explica al pasar del número 9 al 10, prioriza las tareas de escritura frente las tareas orales y de recitado de números. La presentación es formal sin la presencia de materiales didácticos en el proceso de enseñanza y, la metodología que propone es dirigida y cerrada, lo que impide el conocimiento reflexivo de los alumnos, es decir, el cuestionamiento de las matemáticas utilizadas y la relación de la tarea con el contexto real confirmándose lo

que dicen los autores Terigi y Wolman y Cid, Escolano y Muñoz sobre las críticas al proceso de enseñanza del SND.

2. Estudiar las dificultades de comprensión del objeto matemático trabajado en un grupo natural de primer curso de Educación Primaria en un colegio ordinario con un alto nivel académico.

A pesar de que el nivel académico de los escolares que participan en la fase experimental es bueno y que la tutora ha dedicado mucho tiempo y esfuerzo a la enseñanza del SND, en la prueba de diagnóstico inicial se ha constatado que el concepto de SND es complejo porque presenta dificultades a los escolares de primer curso. En efecto, 9 de los 25 alumnos, es decir, el 36% de la clase ha errado en las dos tareas, una de escritura y otra de lectura de números de dos cifras.

En la prueba inicial de diagnóstico se han puesto de manifiesto las dificultades de comprensión del SND que viene alertando la investigación en Didáctica de las Matemáticas. Los resultados de la prueba indagatoria confirman las dificultades de comprensión que poseen los escolares sobre el SND y que han puesto de manifiesto numerosas investigaciones de la revisión bibliográfica, que hemos mencionado en los capítulos I y II de esta memoria de trabajo fin de grado.

Los alumnos tienen un conocimiento formal del SND porque saben leer y escribir números de dos cifras pero algunos de ellos no entiende el papel que juegan las dos cifras que componen el número.

3. Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta de enseñanza dirigida a los alumnos del grupo experimental de primer curso.

En cuanto al diseño de la propuesta, pretendíamos que los alumnos pudieran llegar a comprender de manera más explícita y manipulativa el SND que tan abstracto y difícil resulta.

La propuesta didáctica parcial desarrollada en el grupo natural del 1º curso de se ha desarrollado según la planificación prevista que se indica en el capítulo IV llevándose a cabo durante los meses de 2016 y dos de ellas (tareas iniciales de lectura y escritura y de resolución de problemas) se les repitieron un año después con cifras más altas por lo que, se puede decir que el objetivo general se ha cumplido y los

resultados han sido muy favorables tanto por el ambiente creado en el aula durante dichas experimentaciones como por los resultados aportados por parte de los 25 alumnos de esta clase. Esto no quita que se hayan presentado dificultades en ocho de los alumnos. En siete de ellos, debido a la propuesta más detallada e individualizada que se ha llevado con ellos, se ha conseguido una evolución en tareas como el recitado, el manejo de materiales didácticos y la resolución de problemas.

Desde el punto de vista del diseño de la propuesta concluimos que dicha propuesta es viable porque se ha desarrollado de acuerdo con la planificación prevista inicialmente.

En cuanto al desarrollo y evaluación de la propuesta constatamos que:

- Las tareas han sido muy motivadoras para los alumnos al salirse totalmente del libro de texto y ser actividades en las que ellos han sido sujetos activos en todo momento y han estado trabajando y ayudándose utilizando materiales didácticos para poner de manifiesto traslaciones entre la representación oral y escritura de números en tareas de escritura de números de dos cifras.

- El uso de materiales, las actividades de recitado, la de aumento de diez en diez (gusanito) y el planteamiento y resolución de problemas de estructura multiplicativa y división- medida además de motivadoras se han mostrado eficaces para la enseñanza de SND al detectar una evolución clara en el éxito de los alumnos al resolver las tareas.

- Las metodologías han sido cambiantes ya que se han tenido que ir adecuando a los alumnos, en unas tareas ha sido recomendable trabajar con el grupo-clase al completo mientras que en otras tareas ha sido más eficaz que trabajasen por parejas ayudándose entre iguales o de manera individual (principalmente con los que mostraban dificultades de aprendizaje) para comprobar si iban mejorando o no sus resultados por ellos mismos.

- A los alumnos se les ha dado tiempo de reflexión, lo cual favorece a que los alumnos aprendan a explicar lo que hacen y ayuda aún más si cabe a la profesora a qué sepa el grado de adquisición de los conocimientos de sus alumnos y a partir de ello pueda seguir trabajando.

- Se han divertido y se lo han pasado bien destacando su alta motivación por lo novedoso que esto es también lo que realmente se debería valorar en el aula y no solo los resultados finales a modo de controles y exámenes.

En resumen, creemos que la posibilidad de poder haber vuelto a realizar las tareas un curso después ha sido un factor clave para poder afirmar que casi todos los alumnos poseen una buena comprensión del SND y, consideramos que buena comprensión se debe al trabajo de aula realizado en primer curso de Educación Primaria durante la fase experimental de la propuesta de enseñanza.

Finalmente, consideramos que la propuesta parcial de enseñanza ha permitido mejorar la comprensión de los escolares sobre el significado de las cifras de decenas y unidades que componen los números de dos cifras a partir de tareas en las que se han trabajado el recitado de números, el agrupamiento decimal y las traslaciones entre representaciones orales y simbólicas de números con la ayuda de manipulaciones físicas con materiales didácticos así como de resolución de problemas de agrupamiento de multiplicación y división-medida. En definitiva, han podido trabajar las matemáticas de una manera diferente a la que están acostumbrados y han podido compartir y expresar sus resultados de las tareas con sus compañeros, enriqueciéndose los unos de los otros.

6.2 Valoración personal

Al igual que se han mencionado los aspectos positivos y puntos fuertes, también han ido surgiendo dificultades y por tanto, se hace necesario tener en cuenta una serie de aspectos a mejorar. Las dificultades surgidas se han plasmado en la puesta en práctica de las tareas con los escolares. Estas han sido en cuanto a la disponibilidad de tiempo, ya que al estar de prácticas en los colegios, has de ceñirte a unos horarios establecidos y por tanto, no se ha dispuesto de un tiempo más amplio.

Si el tiempo hubiera sido más amplio, la propuesta didáctica parcial hubiera sido más completa o incluso más individualizada aún si cabe consiguiendo que todos ellos adquirieran los conocimientos necesarios acerca del SND.

Con 24 de los 25 alumnos se ha conseguido alcanzar los objetivos planteados siendo tan solo un alumno el que no ha llegado a comprender la resolución de

problemas ya que en el resto de aspectos tratados como el recitado, la secuencia de números, la formación con policubos etc. sí que han sido alcanzados por los 25 alumnos. Este alumno en concreto me ha ayudado a abrir los ojos y a darme cuenta de que en las aulas se pueden presentar muchos niveles distintos en el proceso de enseñanza-aprendizaje y de que no solo hay que mandarles realizar las tareas sino que hay que darles tiempo de reflexión y a saber expresar lo que han aprendido tanto a otros compañeros como a los docentes.

Se les ha dado tiempo para que construyan su conocimiento matemático y se les ha dado también oportunidad de que se expresen en voz alta (y no una mera transmisión de sus conocimientos al papel) ya que estos escolares están acostumbrados a la interacción con el docente pero, en esta secuencia didáctica han podido interactuar entre ellos lo cual es una buena herramienta y un factor muy positivo para todos ellos ya que sus diferentes niveles y ritmos a la hora de comprender las tareas ha sido heterogéneo y esto en vez de ser algo negativo, es algo de lo que se han beneficiado todos los alumnos de la clase.

El poder haber vuelto al centro un año después fue gratificante en el aspecto que también se ha podido comprobar como las sesiones trabajadas con ellos en los meses de marzo y abril de 2016 las habían aprovechado y se puede comprobar como la mejoría en los resultados es notable principalmente en la prueba de resolución de problemas ya que un año antes, les costaba leer y entender el enunciado así como realizarlo, mientras que un año después, lo han hecho con mucha más rapidez y eficacia dedicándole mucho menos tiempo y expresando verbalmente sus soluciones.

Como síntesis final a este trabajo de fin de grado siguiendo una línea temática de secuenciación de un objeto matemático, añadir que la enseñanza de las matemáticas debe favorecer la igualdad de oportunidades educativas. El nivel de conocimiento aritmético de los alumnos que inician su vida escolar es muy variado y, depende en gran medida de la cultura aritmética de su entorno familiar y social. La escuela y sus correspondientes docentes tienen la obligación de desarrollar una metodología de enseñanza que contribuya a aumentar el nivel de conocimientos de los niños que provienen de ambientes desfavorecidos y a disminuir las desigualdades culturales en el aula.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Alsina, A. (2004). Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico manipulativos: para niños y niñas de 6 a 12 años. Madrid: Narcea
- Bohl, J. (1998). Critical mathematics education: An exploration of existing curricular materials. Tesis de maestría no publicada. University of Wisconsin. Madison, WI.
- Carpenter, T.P.; Fennema, E; Franke, M.L.; Levi, L; Empon, S.B. (1999). Children's Mathematics. Cognitively Guided Instruction. Portsmouth. NH: Heinemann. Traducción de Castro, C y Linares, M. "Las matemáticas que hacen los niños"
- Cid, E., Escolano, R. y Muñoz, J.M. (2013) Didáctica de la Aritmética I en el Grado en Magisterio en Educación Primaria. Apuntes de la asignatura. Facultad de Educación. Universidad de Zaragoza. Documento no publicado.
- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003) Sistemas numéricos y su didáctica para maestros. Capítulo 1. Universidad de Granada
- Dickson, L., Brown, M., Gibson, O. (1991). El aprendizaje de las matemáticas. MEC, Labor. Barcelona:
- Gómez-Alfonso, B. (1989). Numeración y cálculo. Editorial Síntesis. Madrid
- González Marí, J. L. (2010). Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales. Málaga
- Kamii, C. (1992). La enseñanza del valor posicional y de la adición en dos columnas. Pág. 38.
- Ramírez, M., y De Castro, C. (2012). El aprendizaje de algunos aspectos del sistema de numeración decimal a través de problemas aritméticos verbales al inicio de educación primaria. Madrid
- Ross, S. (1989). Parts, wholes and place value: A developmental view. *Arithmetic Teacher*, 36, 47-51.
- Steffe, L.P., Cobb, P., y Von Glasersfeld, E. (1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*: Springer-Verlag. New York
- Terigi, D. y Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista iberoamericana de educación*. n. ° 43, pp. 59-83. Buenos Aires