

Trabajo Fin de Grado

Diversificación del riesgo de una cartera a través de
estrategias ingenuas

Portfolio diversification by naive strategies

Autor

Irene Gaspar Iranzo

Director

Dr. Luis Alfonso Vicente Gimeno

Facultad de Economía y empresa.
Curso 2016-2017

Autor: Irene Gaspar Iranzo

Director: Dr. Luis Alfonso Vicente Gimeno

Título: Diversificación del riesgo de una cartera a través de estrategias ingenuas

Portfolio diversification by naive strategies

Titulación: Grado en Finanzas y contabilidad.

Resumen:

El objetivo de este trabajo de fin de grado gira entorno al principio de diversificación del riesgo en carteras financieras. Más concretamente, se lleva a cabo un estudio evaluando la efectividad de diferentes estrategias de diversificación a partir de criterios ingenuos, basados en combinaciones de títulos aleatorias, o en criterios no vinculados con conocimientos financieros. Tras comprobar el funcionamiento de estas estrategias, se tratará de identificar el número de títulos mínimo que debe formar una cartera para garantizar que está diversificada. Para lo cual se parte de los resultados obtenidos tras la aplicación de los diferentes criterios naive, y se establecen las condiciones adecuadas para los niveles de riesgo dados.

El contenido de este trabajo se divide en tres bloques principales, en primer lugar se presenta un apartado de contextualización que recoge los fundamentos teóricos en los que se basará el estudio a realizar. A continuación, se presenta el análisis empírico realizado datos históricos de los precios de cierre del Ibex35, para un periodo de 5 años. Por último, se presentan las principales conclusiones obtenidas tras la finalización del estudio.

Abstract:

The main target of this paper is to investigate about the diversification of risk in financial portfolios. For that reason, I am going to do an analysis to check the efficacy of diversification according to naive criteria, which are generate with a random set of numbers or based on non financial knowledge. After that, I am going to find the minimum of securities that should be included in a portfolio to be diversified.

This paper is structured into three parts, the first point comprises the main theoretical aspects that supports this investigation. The second part summarizes the empirical analysis, which is done according to the composition of securities in the Ibex35 index, for a period of five years.

Finally, last point includes the most important aspects relative to the conclusions that I have obtained when I have finished this project.

ÍNDICE DE CONTENIDO:

MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS	1
1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL ANÁLISIS	3
1.1. INTRODUCCIÓN.....	3
1.2. ENCUADRE TEÓRICO	3
1.2.1. Aproximación al concepto de diversificación de carteras	3
1.2.2. Antecedentes.....	4
1.2.3 Teoría de Harry Markowitz, Portfolio Selection	10
1.2.3.1 El problema dual de Markowitz	14
1.2.3.2 Búsqueda de la cartera óptima:	16
1.2.4 El modelo de Mercado de Sharpe	17
1.2.4.1 Desarrollo del modelo de Mercado de Sharpe (1963):.....	18
1.2.4.2 Hipótesis del modelo:	20
1.2.4.3 Riesgo sistemático vs Riesgo específico:.....	20
2. ANÁLISIS EMPÍRICO.....	22
2.1 DATOS	22
2.2 LA REDUCCIÓN DEL RIESGO ESPECÍFICO MEDIANTE DIVERSIFICACIÓN INGENUA	23
2.3 MÍNIMO DE TÍTULOS QUE GARANTIZA LA DIVERSIFICACIÓN DEL RIESGO.....	30
CONCLUSIONES.....	33
BIBLIOGRAFÍA CITADA.....	35
ANEXO I: GRÁFICOS RIESGO ESPECÍFICO Y RIESGO CARTERA DE LOS CRITERIOS	37

ÍNDICE DE TABLAS:

Tabla 1.1. Matriz de varianzas y covarianzas de Markowitz (1952).....	9
Tabla 2.1. Información sobre criterios utilizados en el análisis empírico	26
Tabla 2.2. Determinación del número mínimo de títulos en una cartera diversificada..	31

ÍNDICE DE GRÁFICOS:

Gráfico 1.1. Mapa de curvas de indiferencia de dos inversores	13
Gráfico 1.2. La frontera eficiente	15
Gráfico 1.3. Determinación de la frontera eficiente	16
Gráfico 2.1. Reducción del riesgo total de la cartera.....	27
Gráfico 2.2. Reducción del riesgo específico de la cartera	28

MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS

La teoría moderna de Gestión de Carteras se posiciona como piedra angular de las finanzas, de la mano de autores como Harry Markowitz (1952), o William Sharpe (1963) quienes establecen los fundamentos teóricos en base a los que se lleva a cabo la gestión financiera.

Aspectos teóricos tan relevantes como el principio de inversor racional, que presupone una mayor preferencia por parte del inversor ante carteras con mayor rentabilidad esperada y menor riesgo, o el modelo de Mercado de Sharpe (1963) que introduce el coeficiente beta, el cual cuantifica la relación existente entre un título y su índice de referencia.

Más allá de la justificación del contenido de este trabajo, uno de los principales motivos que me ha llevado a la realización de este estudio ha sido un gran interés por el área de finanzas, impulsado por una gran curiosidad e inquietud por el conocimiento financiero. Durante los años que he estudiado este grado he tenido la oportunidad de profundizar en diferentes campos, otorgándome una visión global y aumentando mi interés por el conocimiento de los mercados financieros.

Por ello, a la hora de realizar este estudio consideré que supondría una buena oportunidad, de cara a mi futuro profesional y académico, poder profundizar en la teoría moderna de gestión de carteras, en la medida que esta se establece como punto de partida en la mayoría de áreas de finanzas y se considera fundamental para entender el funcionamiento de los mercados financieros.

El cometido de este trabajo es investigar en el ámbito de la gestión del riesgo de las carteras de inversión, enfocado desde la perspectiva de la diversificación de carteras, puesto que este es un principio fundamental en finanzas.

Más concretamente decidí enfocar el desarrollo de este trabajo a través del concepto de diversificación ingenua, con el objeto de comprobar si mediante criterios aparentemente aleatorios no vinculados con conocimientos financieros, es posible reducir el riesgo de una cartera.

Sin embargo, mi interés se centra al mismo tiempo en evaluar el comportamiento del riesgo específico en función de esa diversificación ingenua, tratando de comprobar si es posible reducirlo o eliminarlo, a partir de diferentes criterios ingenuos pero no exclusivamente aleatorios. En este sentido, además considero de gran interés

profundizar en este análisis para tratar de determinar el número óptimo de títulos que deben formar una cartera para garantizar que esta se encuentra diversificada.

Finalmente en relación a la estructura de este trabajo fin de grado, se diferencian tres bloques de contenidos diferenciados, comenzando por un primer bloque introductorio que tiene como objetivo contextualizar el estudio que se está llevando a cabo, seguidamente se encuentra un segundo bloque en el que se desarrolla el análisis empírico mediante el cual se lleva a cabo un caso de aplicación práctica, y finalmente se distingue el tercer bloque, referido a las principales conclusiones obtenidas.

En relación a los objetivos sobre los que se enfoca este trabajo de fin de grado, se plantean los siguientes:

- El objetivo principal es determinar el número óptimo de títulos que debe formar una cartera para estar diversificada.
- Evaluar el comportamiento del riesgo total y específico ante una estrategia de diversificación ingenua a partir de criterios naive.
- Evaluar el comportamiento de diferentes carteras de inversión en términos de riesgo, a partir de rentabilidades históricas.
- Comprobar que el riesgo específico puede reducirse con una adecuada estrategia de diversificación aun siendo ingenua.

1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL ANÁLISIS

1.1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de este primer bloque se establecen los fundamentos teóricos sobre los que se apoyará el análisis empírico, el cual se abordará posteriormente.

Como punto de partida se trata de realizar una aproximación al concepto de diversificación de carteras, para ello se muestra de forma genérica en qué consiste y qué factores influyen a la hora de realizar una estrategia adecuada.

Posteriormente se configura un apartado de antecedentes, el cual recoge toda aquella terminología sobre la que se hará referencia a lo largo de este primer bloque, y que a su vez se hace extensiva para todo el trabajo. En este sentido se definen los aspectos sobre los que pivota la gestión financiera, y más concretamente la diversificación de carteras.

En los epígrafes sucesivos se hace referencia a las teorías económicas que sirven de soporte en la gestión financiera, desarrollando en mayor profundidad por un lado el modelo de Markowitz (1952), considerado como uno de los más influyentes en la teoría moderna de carteras, y por otro lado el modelo de mercado de Sharpe (1963) ya que ambos tienen mayor vinculación con la diversificación de carteras.

1.2. ENCUADRE TEÓRICO

1.2.1. Aproximación al concepto de diversificación de carteras

El principio de diversificación de carteras se considera una herramienta fundamental en la operativa de Mercados Financieros, en la medida que una estrategia adecuada, como veremos más adelante, permitirá la reducción del nivel de riesgo de una cartera.

En este sentido, es determinante la forma en que se comportan los diferentes activos entre si, ya que aquellos títulos que presenten comportamientos poco correlacionados actuarán compensando el riesgo. De tal forma, el riesgo total de la cartera será inferior a la suma de los riesgos individuales.

Sin embargo, para realizar una adecuada diversificación de carteras es necesario considerar, además de factores como el binomio rentabilidad-riesgo, el cual nos permitirá comparar entre los diferentes activos, las distintas partes en que se divide el riesgo de una cartera, y el alcance que la actuación del gestor tiene sobre los mismos.

Para ello se presentan conceptos como riesgo específico y sistemático, en los cuales se profundizará más adelante.

Además, tal y como se ha expuesto con anterioridad, la diversificación de carteras está influida de forma significativa por diferentes teorías económicas. Una de las principales bases en este sentido es la teoría desarrollada por Harry Markowitz (1952), considerada a su vez como referente en la teoría moderna de carteras. Por ello se profundiza en conceptos como el de inversor racional, frontera eficiente, o determinación de la cartera óptima, siendo fundamentales en la diversificación de carteras.

Por otra parte, como veremos posteriormente, el modelo de Mercado de Sharpe (1963), el cual juega también un papel importante ya que surge de forma complementaria al modelo de Markowitz (1952), tratando de subsanar las ineficiencias que este plantea.

1.2.2. Antecedentes

Antes de profundizar en aspectos técnicos de la contextualización del trabajo, y de forma previa al desarrollo de las teorías económicas sobre las que pivota la diversificación de carteras, se presentan a continuación algunos conceptos fundamentales que permiten establecer las bases del análisis, y a los que se hará alusión a lo largo de todo el trabajo:

Inversiones financieras:

De acuerdo a Grinblatt y Titman (2003), son aquellas en las que se produce el cambio en la titularidad de un activo negociado en mercados financieros. Esta transacción se materializa mediante un activo financiero por el cual el inversor debe depositar una determinada cantidad que recibe el nombre de desembolso inicial.

Activos financieros:

De acuerdo a Mascareñas, J. (2015), se define activo financiero como un tipo de activo intangible, en cuyo caso podrían ser acciones, obligaciones, futuros, etc., que representa un derecho legal sobre una cantidad monetaria futura.

En este sentido es fundamental conocer las características que definen dichos activos, por ello se presentan a continuación:

- Rentabilidad:

De acuerdo a Grinblatt y Titman (2003), se entiende por rentabilidad de un título el beneficio o ganancia dividido para el total de la inversión, como se muestra a continuación, la rentabilidad de un título podría obtenerse a partir de la siguiente fórmula:

$$R = \frac{P_1 + D_1 - P_0}{P_0} \quad (1)$$

* Siendo

R= Rentabilidad de un título

p_1 = Valor de la inversión al final del periodo

P_0 = Valor de la inversión al inicio del periodo

D_1 = Efectivo distribuido

- Riesgo:

De acuerdo a Grinblatt y Titman (2003) se entiende por riesgo la probabilidad de obtener una rentabilidad inferior a la esperada.

- Liquidez:

De acuerdo a Ross, Westerfield y Jordan (2007) se define liquidez como la rapidez y facilidad con la que un activo puede convertirse en efectivo. Se desagregan en dos vertientes que comparan facilidad de conversión con la pérdida de valor.

Por otra parte del análisis media-varianza de Markowitz (1952) surgen conceptos que permiten determinar la rentabilidad y el riesgo de un título o de una cartera tal y como se muestra a continuación:

Rentabilidad de una cartera:

De acuerdo con la teoría de Markowitz (1952), para cuantificar la rentabilidad de una cartera es necesario aplicar el promedio ponderado de la rentabilidad, este método relaciona las rentabilidades obtenidas por los diferentes títulos con el peso que representan en la cartera. Su cálculo puede ser obtenido a partir de la siguiente fórmula:

$$R_p = X_1 r_1 + X_2 r_2 + \dots + \sum X_i r_i \quad (2)$$

*Siendo:

R_p = Rentabilidad de la cartera

X_1 = Peso del título 1

r_1 = Rentabilidad del título 1

X_i = Peso del título i-ésimo

r_i = Rentabilidad del título i-ésimo

▪ **Varianza de la rentabilidad de un título:**

De acuerdo a Grinblatt y Titman (2003), se define la varianza de la rentabilidad de un activo como la media cuadrática de la diferencia entre la rentabilidad real del título y la rentabilidad media o esperada.

Técnicamente la varianza cuantifica el nivel de dispersión de un título, y por tanto su volatilidad o riesgo. Para calcularla mediante datos históricos, ya que se trata de riesgo Ex-ante, se debe utilizar la siguiente fórmula tal y como se expone en la teoría de Markowitz (1952):

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^t (R_{it} - E(R_i))^2 \quad (3)$$

* Siendo:

R_{it} = Rentabilidad del título

$E(R_i)$ = Rentabilidad esperada del título

▪ **Desviación Típica:**

En relación a la desviación típica se define como la raíz positiva de la varianza, por ello se establece como base la ecuación (3) resultando su aplicación como se muestra a continuación:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^t (R_{it} - E(R_i))^2} \quad (4)$$

* Siendo:

R_{it} = Rentabilidad del título

$E(R_i)$ = Rentabilidad esperada del título

▪ **Covarianza:**

De acuerdo a Grinblatt y Titman (2003), la covarianza es una cuantificación de la relación existente entre un par de rentabilidades.

Indica si esa relación es directa, en caso de ser positiva y por tanto los títulos varían en la misma dirección, o indirecta en caso de ser negativa de forma que los títulos varían de manera contraria.

Del mismo modo, se calcula mediante el histórico de las rentabilidades pasadas, aplicando la siguiente fórmula:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{it} - E(R_i)) (R_{jt} - E(R_j)) \quad (5)$$

* Siendo:

R_{it} = Rentabilidad del título i

$E(R_i)$ = Rentabilidad esperada del título i

R_{jt} = Rentabilidad del título j

R_j = Rentabilidad esperada del título j

▪ **Coefficiente de correlación:**

De acuerdo a Grinblatt y Titman (2003), el coeficiente de correlación mide la relación existente entre dos títulos a través de los datos históricos de las rentabilidades pasadas, de manera similar a la covarianza. Para llevar a cabo su obtención es necesario aplicar la siguiente fórmula:

$$\rho(r_i, r_j) = \frac{\text{cov}(r_i, r_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (6)$$

* Siendo:

$\text{Cov}(r_i, r_j)$ = Covarianza entre el título i y el título j

σ_i = Desviación típica del título i

σ_j = Desviación típica del título j

La principal diferencia respecto a la covarianza reside en los valores que puede tomar el coeficiente de correlación, estando comprendidos entre -1

y +1, de tal forma, cuantifica de manera más clara la relación existente entre dos títulos, dando lugar a las siguientes interpretaciones:

- **Coefficiente +1:** valores próximos a +1 indican una correlación positiva perfecta, lo que se traduce en el movimiento común de las rentabilidades.
- **Coefficiente -1:** valores próximos a -1 muestran una correlación negativa, en este caso las rentabilidades varían en sentido contrario.
- **Coefficiente 0:** valores próximos a 0 indican que los títulos son independientes.

Riesgo de una cartera:

De acuerdo a la teoría de Markowitz (1952), el riesgo de una cartera se mide como la varianza de su rendimiento esperado, sin embargo este no puede ser contemplado en ningún caso como el sumatorio de los riesgos individuales de los títulos que forman dicha cartera, si no que debemos tener en cuenta la relación existente entre estos, es decir las covarianzas.

Como consecuencia de ello se aplica la siguiente fórmula que recoge los factores que cuantifican el riesgo de una cartera:

$$(\sigma_p^2) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (7)$$

*Siendo:

σ_p^2 = riesgo de una cartera

X_i = peso del activo i en la cartera

X_j = peso del activo j en la cartera

σ_{ij} = covarianza entre el título i y el título j

Por otro lado, a la hora de delimitar el riesgo de una cartera es fundamental considerar la matriz de varianzas y covarianzas, por ello a continuación se presenta su estructura:

Tabla 1.1. Matriz de varianzas y covarianzas de Markowitz (1952)

	Título 1	Título 2	...	Título N
Título 1	$X_1^2 \sigma_1^2$	$X_1 X_2 \sigma_{12}$...	$X_1 X_N \sigma_{1N}$
Título 2	$X_2 X_1 \sigma_{21}$	$X_2^2 \sigma_2^2$...	$X_2 X_N \sigma_{2N}$
.
.
.
Título N	$X_N X_1 \sigma_{N1}$	$X_N X_2 \sigma_{N2}$...	$X_N^2 \sigma_N^2$

Fuente: Gestión financiera–Curso 2015/2016– Universidad de Zaragoza

De acuerdo con la tabla 1.1. se observa que la matriz de varianzas y covarianzas presenta una estructura simétrica, reflejando en la diagonal principal las varianzas de los respectivos títulos, y en la parte superior e inferior las covarianzas de forma equivalente.

Ante lo cual, una de las características fundamentales de dicha matriz es que los valores situados en la diagonal añadirán riesgo a la cartera, ya que se encuentran elevados al cuadrado y en todo caso serán positivos.

En contraposición, las covarianzas de los títulos podrán ser positivas, en el caso de títulos que reaccionen de manera similar, incrementando el riesgo de la cartera, o negativas, en el caso de que los títulos reaccionen de forma inversa, en cuyo caso actuarían compensando el riesgo de esta.

Principales conclusiones de la matriz de varianzas y covarianzas:

- Riesgo de la cartera vs riesgo de los títulos individuales:

A través de la matriz de varianzas y covarianzas podemos comprobar que se cumple la afirmación que plantea Markowitz (1952), en relación a que el riesgo de una cartera no es igual a la suma de los riesgos individuales.

Atendiendo a la estructura que muestra la tabla 1.1. se comprueba que el riesgo de una cartera depende de tres elementos fundamentales como son: los pesos de los activos que la forman y la varianza de cada uno, y por otra parte la covarianza entre todos ellos, que mide de alguna forma como se relacionan entre sí, permitiendo cuantificar los posibles efectos dentro de la cartera.

Como consecuencia de ello el riesgo puede variar en función de los títulos que configuren la cartera.

- Importancia de las covarianzas entre títulos:

Como hemos señalado con anterioridad, la covarianza cuantifica la relación existente entre dos títulos y se obtiene de la aplicación de la ecuación (5).

En este sentido de acuerdo con la estructura señalada en la tabla 1.1., se observa que títulos con covarianzas positivas, relacionados directamente, conllevan un aumento del riesgo de la cartera, y de forma similar aquellos títulos que tengan covarianzas negativas, relacionados inversamente, tenderán a disminuirlo.

Por lo que se comprueba que a mayor covarianza entre títulos, mayor varianza de la cartera.

- Implicación en la diversificación de carteras:

El principio de diversificación sostiene que es posible lograr la reducción del riesgo de una cartera mediante la incorporación de títulos siempre y cuando no estén correlacionados. La estructura que se plantea en la tabla 1.1. corrobora que se cumple dicha afirmación, ya que títulos con covarianzas negativas actuarán compensando el riesgo, sin embargo en la práctica no es frecuente encontrar títulos que actúen de forma contraria, por lo que la reducción del riesgo se ve condicionada en este sentido a la incorporación de títulos con covarianzas lo más reducidas posible.

1.2.3 Teoría de Harry Markowitz, Portfolio Selection

Harry Max Markowitz nació en 1927 en Chicago, considerado como pionero en la teoría moderna de carteras por su aportación mediante la obra que llevaba por título *Portfolio Selection* y que fue publicada en el año 1952.

Según Markowitz (1952), inicialmente se contemplan dos estados o niveles, en primer lugar se centra en la observación y la experiencia o comportamiento histórico de los títulos disponibles, y en segundo lugar se detiene en las creencias de los inversores acerca del comportamiento futuro de dichos activos a la hora de configurar su cartera de inversión.

Al principio de esta teoría se encuentra el binomio rentabilidad-riesgo, siendo la base para la valoración de los títulos que los diferentes inversores incorporarán a sus carteras.

A continuación se exponen las hipótesis que definen el modelo de Markowitz (1952):

- La rentabilidad de un título, o de una cartera, es una variable aleatoria y sigue una distribución conocida por el inversor.

De tal forma el valor medio de ésta se obtiene de la aplicación de la ecuación (1), siendo aceptada como referente para medir la rentabilidad de la inversión.

-La varianza o desviación típica son variables que indican la dispersión, y se aceptan como herramientas para medir el riesgo.

De la aplicación de la ecuación (4) resulta la varianza, de forma similar, como consecuencia de aplicar la ecuación (5) se obtiene la desviación típica. Ambos conceptos permiten cuantificar el riesgo, ya sea de un título individual o una cartera, posibilitando a los inversores la comparación entre activos y la toma de decisiones financieras.

- Principio de inversor racional.

De acuerdo con la teoría de Markowitz (1952) el inversor actúa de forma racional en la toma de decisiones financieras, es por ello que previsiblemente buscará la maximización de su utilidad, sin perjuicio del nivel de riqueza que posea inicialmente.

Este principio constituye el axioma fundamental de la teoría moderna de carteras, al mismo tiempo que es considerado como base de la mayoría de modelos financieros.

Como punto de partida es fundamental conocer la definición de función de utilidad del inversor; de tal forma de acuerdo a la web ENCICLOPEDIA FINANCIERA; se define como aquella que recoge las preferencias del inversor, en función de la rentabilidad esperada y el riesgo.

Por ello los diferentes inversores llevan a cabo la toma de decisiones financieras basándose en dichos conceptos, tratando de maximizar la rentabilidad de sus inversiones para un nivel de riesgo dado, o de forma equivalente, minimizando el riesgo para una rentabilidad determinada.

Para comprender este razonamiento sobre el comportamiento del inversor racional, profundizaremos en los aspectos que caracterizan su función de utilidad:

$$U(\text{inversor}) = U(E(R_p); \sigma_p^2) \quad (8)$$

***Sujeto a:**

$$1^\circ \frac{\delta U}{\delta E(R_p)} > 0$$

$$2^{\circ} \frac{\delta U}{\delta \sigma^2 p} < 0$$

- *El mapa de curvas de indiferencia del inversor racional:*

La función de utilidad del inversor viene determinada por la rentabilidad esperada y del riesgo, además muestra una relación marginal de sustitución entre ambos factores, de forma que recoge información acerca de la rentabilidad extra exigida por parte del inversor por unidad de riesgo adicional soportado, o de la misma forma el aumento de riesgo que estaría dispuesto a asumir el inversor por la obtención de una unidad adicional de rentabilidad.

- *Líneas de indiferencia crecientes:*

Esta afirmación es consecuencia de la primera restricción de la función de utilidad del inversor, por la cual la primera derivada debe ser positiva en todo caso. En este sentido, a mayor riesgo soportado por el inversor exigirá mayor rentabilidad, y no puede darse el caso contrario que un inversor soporte mayor riesgo por una menor rentabilidad

- *Líneas de indiferencia cóncavas:*

De acuerdo a la segunda restricción de la función de utilidad podemos observar que necesariamente la segunda derivada debe ser negativa, como consecuencia de ello las líneas de indiferencia serán cóncavas. Por ello el inversor siempre será averso al riesgo, y en ningún caso podrá ser propenso, ya que cuanto mayor sea el nivel de riesgo soportado mayor será el nivel de rentabilidad exigida como hemos comprobado con anterioridad.

- *Las curvas de indiferencia no se pueden cortar:*

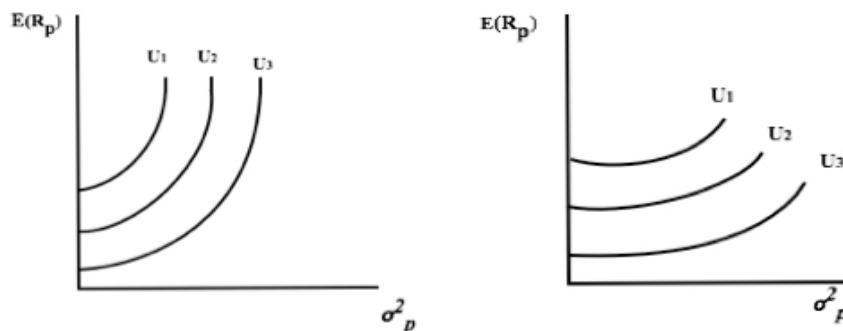
En ningún caso los mapas de curvas de indiferencia pueden mostrar líneas que se corten, en caso de que esto ocurriese se estarían reflejando dos niveles de utilidad diferentes para un mismo inversor, lo cual resulta un contrasentido.

- *Las curvas reflejan diferentes niveles de utilidad:*

En cambio es cierto que las líneas de indiferencia que se muestran en el mapa pueden reportar mayor o menor utilidad al inversor, de tal forma las curvas superiores tienen mayor nivel de utilidad para este.

A sí mismo, se recogen dos mapas de curvas de indiferencia correspondientes a dos inversores diferentes, con el objeto de determinar qué factores influyen, y en qué sentido, en la determinación del grado de aversión del inversor, se puede observar en el siguiente gráfico:

Gráfico 1.1. Mapa de curvas de indiferencia de dos inversores



Fuente: elaboración propia

Observando el Gráfico 1.1. se puede comprobar como habíamos anticipado previamente, que las líneas de indiferencia son crecientes y cóncavas. Como consecuencia de ello al inversor se le presupone un comportamiento racional y una posición de aversión frente al riesgo, con la particularidad de que este puede ser más o menos averso en función de la pendiente de las curvas de indiferencia.

Así mismo, en el gráfico de la izquierda se muestran las curvas de indiferencia de un inversor muy averso al riesgo, característicamente estas tienen una pendiente muy pronunciada, como consecuencia del incremento de rentabilidad exigida por unidad de riesgo soportado adicional, que será más elevado a mayor grado de aversión.

Por ello podríamos decir que este tipo de inversor se corresponde con un perfil más conservador.

En contraposición, en el gráfico derecho se observa un mapa de curvas de indiferencia que se corresponde con un inversor poco averso, en este caso la pendiente de las curvas es menos pronunciada a consecuencia de una mayor tolerancia al riesgo, por lo que este tipo de inversor exige un aumento de rentabilidad menor por unidad de riesgo soportado. En este caso podría corresponderse con un inversor más dinámico o arriesgado.

Como veremos posteriormente el grado de aversión al riesgo es determinante a la hora de determinar la cartera óptima para un inversor.

1.2.3.1 El problema dual de Markowitz

Como hemos señalado anteriormente, de acuerdo con la teoría de Markowitz (1952), el inversor preferirá aquella cartera que le conceda la mayor rentabilidad para un nivel de riesgo determinado, o de forma equivalente, aquella que le permita minimizar el riesgo para un nivel de rentabilidad dado.

Es por ello que la mayor prioridad para el inversor debe ser la determinación de la frontera eficiente, de tal forma hay que considerar la dualidad de los desarrollos que Markowitz (1952) plantea para conocer los pesos óptimos de los activos.

- Maximización de la rentabilidad:

Por un lado necesitamos encontrar para cada valor de riesgo, es decir para cada valor que toma la varianza, los valores o pesos óptimos de la cartera que permitan obtener la máxima rentabilidad.

$$\text{Max } E(R_p) = X_1 E(R_1) + X_2 E(R_2) + \dots + X_n E(R_n) \quad (9)$$

$$\text{Sujeto a: } (\sigma_p^2)^* = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij}$$

$$X_1 + X_2 + \dots + X_n = 1$$

$$X_1; X_2; \dots; X_n \geq 0$$

Donde:

$E(R_p)$ = Rentabilidad esperada de la cartera

$E(R_{i/n})$ = Rentabilidad esperada del título i/n

$X_{i/n}$ = Peso del activo i/n en la cartera

$(\sigma_p^2)^*$ = Varianza esperada de la cartera

σ_{ij} = Covarianza entre ambos títulos

-Minimización del riesgo:

El problema de Markowitz puede plantearse de forma equivalente a la inversa, resultando muy similar el procedimiento a seguir. En este sentido debemos hallar para cada valor de rentabilidad el valor de la cartera que haga mínimo el riesgo.

Para ello plantea la siguiente expresión:

$$\text{Min } (\sigma_p^2) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (10)$$

$$\text{Sujeto a: } E(R_p)^* = X_1 E(R_1) + X_2 E(R_2) + \dots + X_n E(R_n)$$

$$X_1 + X_2 + \dots + X_n = 1$$

$$X_1; X_2; \dots; X_n \geq 0$$

Donde:

σ_p^2 = Varianza de la cartera

$X_{i/n}$ = Peso del activo i/n en la cartera

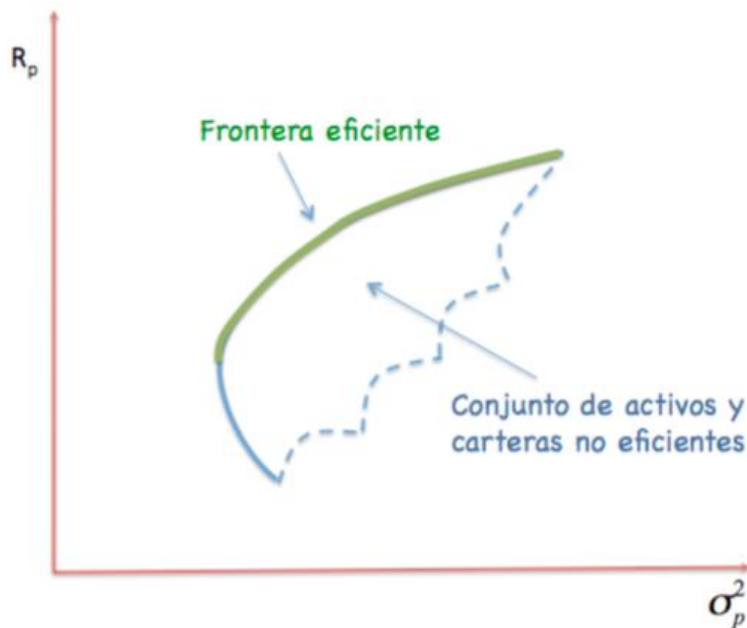
σ_{ij} = Covarianza entre ambos títulos

$E(R_p)^*$ = Rentabilidad esperada de la cartera

$E(R_{i/n})$ = Rentabilidad esperada del título i/n

El resultado que arrojan ambos programas planteados por Markowitz (1952) posibilitan la determinación de la frontera eficiente. De acuerdo con Mascareñas, J (2015) se define frontera eficiente como el conjunto de carteras que proporcionan el máximo rendimiento y soportan el mínimo riesgo. Quedando representado gráficamente a continuación mediante el denominado paraguas de Markowitz (1952):

Gráfico 1.2. La frontera eficiente



Fuente: Mascareñas, J. (2015)

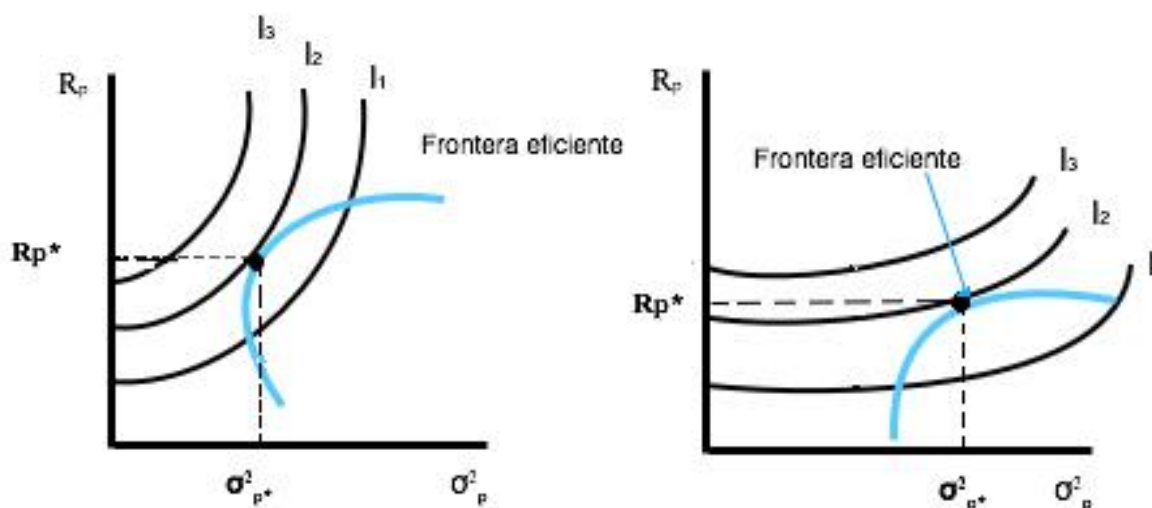
1.2.3.2 Búsqueda de la cartera óptima:

De acuerdo con Mascareñas, J (2015), el punto de partida para la obtención de la cartera óptima es la determinación del mapa de curvas de indiferencia de cada inversor, a partir de su función de utilidad, por ello define Curva de indiferencia como “*lugar geométrico que describe todas las combinaciones posibles de las cantidades de dos bienes que le proporcionan al consumidor el mismo nivel de utilidad o satisfacción*”

Además, un segundo aspecto a tener en consideración es que la cartera óptima necesariamente se situará en algún punto de la frontera eficiente, por lo que se tratará en todo caso de una cartera eficiente. Según Markowitz (1952) se entiende por cartera eficiente aquella que obtiene la máxima rentabilidad para un riesgo determinado, y no hay otra que pueda superarla.

En este sentido, es fundamental considerar la importancia del grado de aversión del inversor, ya que la pendiente de sus curvas de indiferencia será determinante de cara a la obtención de su cartera óptima, siendo esta diferente para cada sujeto. A modo de comprobación, se presenta gráficamente a continuación la determinación de la cartera óptima en dos casos diferentes:

Gráfico 1.3. Determinación de la frontera eficiente



Fuente: Elaboración propia

En el gráfico 1.3. se observan dos figuras que reflejan el mapa de curvas de indiferencia de dos inversores diferentes.

El gráfico de la izquierda corresponde a un inversor más averso al riesgo, como hemos visto anteriormente, la pendiente de sus curvas de indiferencia es más pronunciada,

como consecuencia de ello la rentabilidad exigida por el inversor será más elevada por cada unidad de riesgo adicional soportado.

En el caso de este inversor se tiene una cartera óptima que obtiene una rentabilidad que podemos denominar R_{p1}^* para un nivel de riesgo σ_{p1}^{2*} . Se trata de aquella cartera que obtiene la mayor rentabilidad posible dado un nivel de riesgo determinado, de acuerdo con el primer perfil de inversor.

Sin embargo, el gráfico de la derecha refleja el mapa de curvas de indiferencia para un inversor menos averso al riesgo, ya que su inclinación es menor, y por tanto la rentabilidad exigida por unidad de riesgo adicional soportado será también inferior.

Como consecuencia de ello, se tiene una cartera óptima con una rentabilidad que denominaremos R_{p2}^* y un nivel de riesgo σ_{p2}^{2*} .

Ambas figuras nos permiten corroborar la influencia que tiene el grado de aversión en relación a la determinación de la cartera óptima de un inversor, ya que en este sentido observamos que la cartera óptima de un inversor más averso al riesgo (figura izquierda) obtiene una rentabilidad mayor y un nivel de riesgo menos elevado, mientras que la cartera óptima del inversor menos averso al riesgo (figura derecha) obtiene un valor de rentabilidad menor, y un nivel de riesgo superior.

Ante lo cual podemos comprobar que no hay una única cartera óptima para todos los inversores, si no que en cada caso se determinará en función de su mapa de curvas de indiferencia y su actitud frente al riesgo.

1.2.4 El modelo de Mercado de Sharpe

William Forsyth Sharpe, nació en 1934 en Cambridge, prestigioso economista centró sus estudios en el ámbito de la economía financiera, para ello fija el punto de partida en los trabajos realizados por Markowitz. En este sentido, su aportación al modelo de Markowitz (1952) se materializa a través de su obra "*A Simplified Model for Portfolio Analysis*" publicada en el año 1963.

El modelo de Mercado de Sharpe (1963) tiene como objetivo simplificar el proceso de estimación de factores necesarios para llevar a cabo el modelo de Markowitz (1952), donde se debe obtener las n esperanzas y varianzas de la rentabilidad para los n títulos, y por otra parte se debe calcular las $[n(n-1)]/2$ covarianzas. Todo ello supone una pérdida de eficiencia para el modelo atendiendo al desarrollo tecnológico de la época.

Ante lo cual, Sharpe (1963) propone la optimización del problema cuadrático, considerando en lugar de la existencia de una dependencia directa entre las rentabilidades de los títulos, una dependencia entre dichos títulos y un índice de referencia el cual deberá además representar el mercado financiero.

1.2.4.1 Desarrollo del modelo de Mercado de Sharpe (1963):

Analíticamente el modelo Mercado de Sharpe (1963) diferencia el procedimiento a seguir para obtener la rentabilidad y el riesgo de un título individual, frente al de una cartera, como podemos comprobar a continuación:

- Rentabilidad de un título:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m) + \epsilon_i \quad (11)$$

- Riesgo de un título:

$$\sigma^2(R_i) = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(\epsilon_i) \quad (12)$$

*Siendo:

$E(R_i)$ = Rendimiento del activo i

α_i = Rendimiento del activo i que es independiente del mercado

β_i = Coeficiente de regresión a estimar, expresa la variación de $E(R_i)$ que depende de la variación del mercado

$E(R_m)$ = Rentabilidad del mercado (índice de referencia)

ϵ_i = Perturbación aleatoria, expresa la variación de $E(R_i)$

dependiente de las características del propio título

$\sigma^2(R_i)$ = Varianza del título i

σ_m^2 = Varianza del mercado

$\sigma^2(\epsilon_i)$ = Parte del riesgo específico que depende del propio título

- Rentabilidad de una cartera:

$$R_p = \sum_{i=1}^n X_i R_i = \alpha_p + \beta_p E(R_m) + \epsilon_p \quad (13)$$

- Riesgo de una cartera:

$$\sigma^2 (R_p) = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma^2 (\epsilon_p) \quad (14)$$

* Siendo:

R_p = Rentabilidad de la cartera

X_i = Peso del activo i

R_i = Rentabilidad del activo i

α_p = Rendimiento de la cartera independiente del mercado

β_p = Variación de la rentabilidad de la cartera que depende del mercado

$E(R_m)$ = Rentabilidad esperada del mercado

ϵ_p = Perturbación aleatoria

$\sigma^2 (R_p)$ = Varianza de la cartera

σ_m^2 = Varianza del mercado

$\sigma^2 (\epsilon_p)$ = Riesgo específico de la cartera

El modelo de Sharpe (1963) incorpora elementos adicionales y contempla la rentabilidad de un título como dos partes diferenciadas; en primer lugar un componente individual que no depende del mercado, si no de las condiciones intrínsecas de la industria o sector, que es el coeficiente alfa, y al mismo tiempo representa la parte del riesgo que puede eliminarse con una adecuada diversificación.

En segundo lugar, un coeficiente beta, que recoge la variación en la rentabilidad de un título con respecto a la variación del mercado en los mismos términos, y además, hace referencia al riesgo sistemático que no puede eliminarse mediante diversificación.

Por ello, se recoge a continuación el comportamiento de las betas en distintos supuestos:

- $\beta \approx 1$: El comportamiento de los títulos es prácticamente similar al del mercado
- $0 < \beta < 1$: El comportamiento de los títulos es defensivo, es decir ante subidas o bajadas del mercado la rentabilidad del título sube o baja en menor medida, resultando adecuado en contextos de mercados bajistas
- $\beta > 1$: El comportamiento de los títulos es agresivo respecto al mercado, lo que se traduce en una mayor subida o bajada ante variaciones en el mercado

- $\beta < 0$: En este caso se trata de coeficientes betas negativos tratándose de títulos que reaccionan de manera inversa ante las variaciones del mercado

1.2.4.2 Hipótesis del modelo:

En primer lugar cumple las hipótesis del modelo lineal simple:

- El valor del parámetro ϵ_{it} , o perturbación aleatoria, es cero, ya que se correspondería con la rentabilidad no explicada por el modelo.
- La varianza cumple la propiedad de homocedasticidad, es decir, varianza constante.
- Se presupone que no existe autocorrelación en el modelo, de manera que la covarianza del error de un periodo debe ser independiente del error de otro periodo.

En segundo lugar debemos considerar que las perturbaciones aleatorias deben ser cero respecto a la rentabilidad explicada por el mercado, es decir la rentabilidad no explicada y el mercado debe ser independiente puesto que en caso contrario estaría siendo recogida por la beta.

Por último, es necesario que la rentabilidad del título y de la perturbación aleatoria sigan una distribución normal.

1.2.4.3 Riesgo sistemático vs Riesgo específico:

Para llevar a cabo una adecuada estrategia de diversificación es fundamental comprender sobre qué parte del riesgo de nuestra cartera podemos actuar, y qué parte depende del mercado. Ante lo cual se establece como punto de partida la ecuación (14) quedando dividida tal y como se muestra a continuación:

$$\sigma^2(R_p) = \underbrace{\beta_p^2 \sigma_m^2}_{\text{Riesgo sistemático}} + \underbrace{\sigma^2(\epsilon_p)}_{\text{Riesgo específico}} \quad (15)$$

-Riesgo sistemático:

En este sentido, de acuerdo con Mascareñas, J. (2015), se define el denominado Riesgo Sistemático como “*riesgo de un título o cartera que depende única y exclusivamente del mercado*”, entendiéndose a su vez como influenciado por aspectos de tipo macroeconómico y sobre el que no se puede actuar.

Como podemos comprobar, el riesgo sistemático viene determinado por dos factores, el primero de ellos es el coeficiente *Beta* (β_p^2), el cual presenta valores diferentes para cada título. El segundo factor es la *varianza del mercado* (σ_m^2), en cuyo caso es idéntica para todos los activos financieros.

Si consideramos que la *Beta* del mercado es igual a 1, es decir que la variación experimentada por este sólo depende del mismo, o de forma similar suponiendo que es independiente. De tal forma es posible comprobar que el riesgo sistemático viene determinado por la *Beta* de la cartera (β_p^2), y además, que cuanto mayor sea este coeficiente mayor será el riesgo sistemático, como consecuencia de una mayor sensibilidad de la rentabilidad de un título ante cambios en el rendimiento del mercado.

-Riesgo específico:

Se define riesgo específico, de acuerdo a Mascareñas, J. (2015), como “*la parte del riesgo total del título que depende sólo de la propia empresa y no del mercado*”, ante lo cual podrá ser eliminado mediante una estrategia de diversificación adecuada. Puesto que la diversificación permite reducir el riesgo de una cartera, siempre y cuando esté formada por activos diferentes que a su vez actúen compensándose entre sí. Por ello, el mercado únicamente recompensará al inversor por el riesgo sistemático, pero no lo hará por el específico puesto que es posible eliminarlo.

2. ANÁLISIS EMPÍRICO

A lo largo de este segundo bloque se realizará el análisis empírico, el cual permitirá la aplicación de los fundamentos teóricos expuestos, al mismo tiempo que se atenderá a las cuestiones planteadas a lo largo del trabajo.

Por ello, como punto de partida, se tiene el principio de diversificación de carteras en relación al cual es posible reducir el riesgo de una cartera incluyendo un mayor número de títulos, siempre que estos no tengan correlaciones positivas, es decir un comportamiento similar.

De tal forma, se tratará de dar respuesta a uno de los objetivos que se plantean al inicio de este trabajo, el cual trata de evaluar el comportamiento del riesgo ante estrategias de diversificación ingenua.

Para ello se configurarán distintas carteras de inversión a partir de criterios “naive”, para posteriormente evaluar su comportamiento en términos de riesgo, tanto total como específico.

A continuación, se centrará el análisis en el principal objetivo de este trabajo, consistente en establecer el número de títulos mínimo que forman una cartera, garantizando una diversificación del riesgo, para lo que aplicaremos determinados criterios los cuales conducirán a tal resultado.

2.1 DATOS

Para la realización de este análisis se selecciona el Ibex35 como índice de referencia, puesto que representa el mercado español, analizando sus componentes para el periodo comprendido entre el 1 de enero de 2012 hasta el 31 de diciembre de 2016, lo que supone un estudio con un horizonte temporal de cinco años.

La obtención de los datos se lleva a cabo a través del portal financiero Yahoo Finance¹, en la medida que los datos que ofrece están ajustados por dividendos y operaciones bursátiles.

De tal forma, se descargan los precios de cierre diarios de los diferentes títulos correspondientes al periodo indicado, y posteriormente se obtienen las rentabilidades diarias para cada título a partir de la fórmula (1), obviando el factor correspondiente al

¹ Algunos de los datos utilizados se ha obtenido del portal financiero INVERTIA.

efectivo distribuido, ya que los datos con los que se trabaja ya están ajustados en este sentido, además se incluye de forma adicional una columna que recoge las rentabilidades diarias del Ibex35.

En relación a la composición del índice replicado, cabe destacar la existencia de algunas diferencias en relación a los títulos que forman parte del mismo. En primer lugar se construye un índice formado por 34 títulos, debido a la necesidad de excluir del estudio el valor AENA dado que dicha compañía pasaría a formar parte del Ibex35 a fecha 22 de junio de 2015, de acuerdo al artículo disponible en la web *El Economista*. Ante lo cual se considera apropiado no incluir dicho título ya que no se tienen datos suficientes para todo el periodo, como consecuencia de ello, se construirá un denominado Ibex34.

En segundo lugar, otra divergencia en cuanto a la composición del índice se encuentra en los títulos SACYR y OHL, los cuales actualmente no forman parte del Ibex35, pero cuya inclusión ha sido necesaria reemplazando a los valores MERLIN PROPERTIES y CELLNEX TELECOM, ya que en ningún caso se disponen de datos suficientes que abarquen el periodo objeto de análisis.

Por ello se considera más adecuado incluir los títulos que se indican ya que formaban parte del índice con anterioridad a la incorporación de los actuales, y permiten dar mayor robustez y coherencia al estudio ya que conceden información suficiente.

Finalmente, con los resultados obtenidos se configura una plantilla en la que se recogen los 34 títulos que forman el índice y sus rentabilidades diarias, obteniendo una cifra de 1.278 datos diarios por cada uno de los 34 valores, lo que supone un total de 43.452 datos, sobre los cuales se realizará el análisis empírico aplicando diferentes criterios ingenuos.

2.2 LA REDUCCIÓN DEL RIESGO ESPECÍFICO MEDIANTE DIVERSIFICACIÓN INGENUA

Dado que se establece como base el principio de diversificación de carteras, a lo largo de este apartado se procederá a dar respuesta a la cuestión *¿Es posible reducir el riesgo de una cartera a través de una estrategia de diversificación ingenua?*

En primer lugar, es fundamental entender qué es y cómo funciona la diversificación ingenua, por ello de acuerdo a Población García, J. y Serna Calvo, G. (2015) se tiene

que la diversificación ingenua consiste en la reducción del riesgo a través de la incorporación sistemática de un mayor número de títulos, incluso de forma indefinida.

Además es necesario tener en cuenta, que esta reducción será cada vez menor ya que en todo caso podrá disminuir únicamente el riesgo vía riesgo específico, que es aquel sobre el cual podemos actuar. La diversificación ingenua se basa principalmente en la utilización de criterios aleatorios a la hora de determinar qué títulos formarán parte de una cartera, y en la obtención de una reducción del riesgo mediante los mismos.

Centrando la atención en el desarrollo del análisis, una vez configurada la plantilla con los datos correspondientes a los 34 títulos se plantean diferentes criterios ingenuos, los cuales se explicarán posteriormente. Con el objeto de obtener resultados suficientemente probados, que a su vez concedan respuestas fiables acerca del estudio, se llevan a cabo 40 procesos diferentes de diversificación ingenua.

El punto de partida de cada proceso será en todo caso la plantilla inicial, a partir de la cual se construyen 34 carteras financieras, de manera que la primera cartera estará formada por un único título y la última contará con 34, partiendo de la composición de la cartera anterior y añadiendo un título de forma adicional en la cartera siguiente. De esta forma se obtienen dos gráficos por proceso², uno correspondiente al riesgo total de la cartera y otro al riesgo específico, permitiendo corroborar una vez ordenados los resultados como se va reduciendo el riesgo a mayor número de títulos.

Una vez obtenidos los resultados para cada proceso, se realiza un apartado resumen el cual recogerá el valor promedio para cada cartera, dando lugar a dos columnas con 40 valores, una correspondiente con el riesgo total y otra con el riesgo específico.

El procedimiento para obtener estos valores consiste en realizar el promedio de cada cartera para el total de procesos aplicados en relación al valor del riesgo total y del específico, de forma que el primer valor sería el promedio de cada dato de todas las carteras 1, de manera similar se repite el proceso hasta obtener el promedio de todos los valores de las carteras 34, dando lugar al resumen global de datos.

² Los diferentes gráficos obtenidos en cada proceso se encuentran disponibles en el ANEXO I

A partir de este resumen se construyen dos gráficos, sobre los que se profundizará posteriormente, los cuales reflejan el comportamiento del riesgo en términos de riesgo total y específico ante la aplicación de los diferentes procesos de diversificación ingenua.

A continuación se exponen los diferentes procesos de diversificación utilizados, distinguiendo los diferentes grupos y sus principales características:

- **Criterio alfabético:**

El criterio alfabético es el criterio “naive” por excelencia, consiste exclusivamente en introducir títulos desde la A hasta la Z, de forma que los títulos son incluidos de manera arbitraria.

- **Criterios aleatorios:**

Se utilizan diez criterios aleatorios para la configuración de carteras de inversión en el estudio realizado, las cuales se analizarán posteriormente.

Para obtener la ordenación de los títulos de forma aleatoria se ha recurrido a la fórmula “ALEATORIO.ENTRE” de Excel otorgando diferentes valores comprendidos entre 1 y 34.

- **Criterio en base a ratios bursátiles:**

Este grupo de criterios permite obtener ordenaciones en virtud de diferentes aspectos relacionados con características de los títulos.

En primer lugar se utiliza como referente el ratio PER “*Price to earning ratio*”, el cual se define, de acuerdo a la web ECONOMIPEDIA, como “*Ratio financiero que compara el precio de la acción con el beneficio por acción (BPA) de una empresa*”, de manera similar podría decirse que este ratio indica el número de veces que está contenido el precio de la acción dentro de los beneficios.

En segundo lugar se utiliza el ratio rentabilidad por dividendo o “*dividend yield*”, el cual de acuerdo a la web ECONOMIPEDIA, se define como “*ratio que indica la cantidad de euros que se recuperan de la inversión con el reparto de los dividendos*”, para calcular este ratio se divide el dividendo por acción entre el precio de mercado de la acción y se multiplica por cien.

- **Criterios de sujetos:**

El último grupo de criterios utilizados en este análisis se basa en las preferencias personales de diferentes sujetos, para ello se selecciona una población compuesta por veinte personas, recogiendo su edad, género, y relación con el área de finanzas.

Ante lo cual, se les plantea la posibilidad de que configuren carteras de inversión incorporando los 34 títulos que forman el índice, basándose únicamente en su propio criterio. Los resultados obtenidos se basan exclusivamente en la obtención de criterios “naive”, que permiten incorporar títulos de acuerdo a un patrón ordenado según las preferencias de cada supuesto inversor.

A continuación se muestran en la tabla 2.1. los criterios utilizados por los diferentes sujetos de cara a configuración de las diferentes carteras:

Tabla 2.1. Información sobre criterios utilizados en el análisis empírico

Sujeto	Sexo	Edad	Finanzas	Criterio
1	Mujer	23	SI	Sectorial, según estimación personal de mayor rentabilidad
2	Hombre	22	NO	En función de expectativas personales de rentabilidad, siendo el sector energético el más preferido, frente al bancario en último lugar
3	Mujer	53	NO	En función de la imagen corporativa, posicionamiento de mercado, etc.
4	Mujer	22	SI	Sectorial, más preferido el de infraestructuras y construcción, seguido del bancario, por último sector energético
5	Mujer	23	NO	Empresas vinculadas como consumidor, seguido de empresas más rentables según estimación personal
6	Mujer	22	NO	En función de la imagen corporativa, posicionamiento de mercado, etc.
7	Hombre	24	NO	Según preferencias personales, situando en último lugar los valores que desconoce
8	Mujer	29	NO	En función de la imagen corporativa, posicionamiento de mercado, etc.
9	Mujer	24	SI	Preferencia por títulos que han experimentado menor variación entre rentabilidad histórica máxima y mínima
10	Mujer	39	NO	En función de la imagen corporativa, posicionamiento de mercado, etc.
11	Mujer	40	NO	En función de la imagen corporativa, posicionamiento de mercado, etc.
12	Hombre	23	NO	Preferidas empresas más conocidas dentro del mismo sector, suponiendo una mayor rentabilidad esperada
13	Hombre	38	NO	En función de la imagen corporativa, posicionamiento de mercado, etc.
14	Hombre	40	NO	Selección de una empresa de cada sector de forma aleatoria para repartir el riesgo
15	Hombre	42	NO	Selección de una empresa de cada sector de forma aleatoria para repartir el riesgo
16	Mujer	52	NO	En función de la imagen corporativa, posicionamiento de mercado, etc.
17	Hombre	22	NO	Según expectativas personales de empresas más rentables
18	Mujer	24	NO	Según expectativas personales de empresas más rentables
19	Mujer	20	SI	Sectorial, de acuerdo a la clasificación de la página web de BME
20	Mujer	23	SI	Sectorial, de acuerdo a la clasificación de la página web de BME

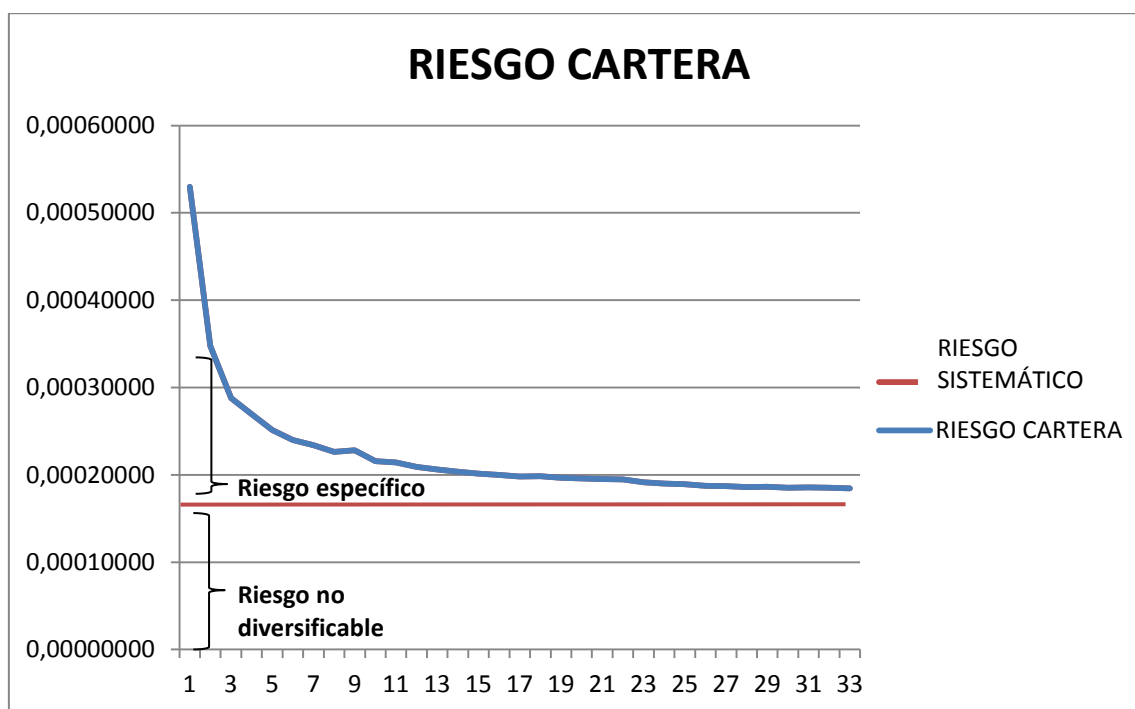
Fuente: elaboración propia según datos de sujetos

De la aplicación de cada uno de estos procesos de diversificación se obtienen carteras equiponderadas, añadiendo un título de manera adicional en cada una de ellas hasta obtener 34 combinaciones. De tal forma, se calcula el riesgo total mediante la varianza de las rentabilidades históricas diarias de cada título para el horizonte de cinco años, y por otra parte se obtiene el riesgo sistemático, resultando de la diferencia entre ambos el riesgo específico.

Finalmente se obtiene un gráfico por cada criterio que recoge la evolución experimentada por el riesgo por cada título adicional incluido en la cartera, de manera que se obtienen un total de 40 gráficos³.

Como se ha señalado con anterioridad, se obtienen dos gráficos, a partir de los datos promedio, que se muestran a continuación:

Gráfico 2.1. Reducción del riesgo total de la cartera



Fuente: elaboración propia según datos obtenidos del estudio

³ Los gráficos correspondientes a los criterios de los diferentes sujetos están disponibles en el ANEXO I.

Gráfico 2.2. Reducción del riesgo específico de la cartera



Fuente: elaboración propia según datos obtenidos del estudio

Como se ha venido señalando a lo largo del trabajo, el riesgo de una cartera viene determinado por dos vías, el riesgo específico, el cual puede eliminarse a través del principio de diversificación, y el riesgo sistemático o riesgo de mercado, sobre el cual no se puede actuar.

Ante lo cual, se observa en primer lugar el gráfico 2.1, que recoge en color azul la evolución del riesgo total ante la aplicación de estrategias de diversificación ingenua. En el presente gráfico se observa una reducción homogénea del riesgo a lo largo de las 34 carteras, conforme se incluye un mayor número de títulos, es por ello que se corrobora la efectividad de este tipo de estrategias de cara a la reducción del riesgo total de la cartera.

En este sentido, se observa que a medida que se incorpora un mayor número de títulos en base a criterios “naive” el riesgo total es cada vez menor, pero no se reduce por completo ni de forma indefinida, sino que estas disminuciones son cada vez menores hasta aproximarse al nivel de riesgo sistemático dado, señalado en color rojo en el gráfico 2.1.

Como consecuencia de ello, por debajo del nivel de riesgo sistemático se tiene la parte del riesgo que no es diversificable, y por tanto sobre la que no se puede influir, de tal forma se prueba que el riesgo total de una cartera diversificada, aun tratándose de diversificación ingenua, tenderá en todo caso a aproximarse al nivel del riesgo sistemático.

De manera similar, la parte del riesgo que se sitúa por encima del límite determinado por el riesgo sistemático se corresponde con el riesgo específico, tratándose de la parte del riesgo sobre la que se puede influir, reduciéndola mediante una adecuada estrategia de diversificación.

En relación con lo anterior, se recoge en el gráfico 2.2. la evolución experimentada por el riesgo específico ante la aplicación de procedimientos de diversificación ingenuos. De tal forma, dando respuesta a una de las cuestiones planteadas al inicio de este trabajo relacionada con la efectividad de la aplicación de estrategias ingenuas de cara a la reducción del riesgo específico, se corrobora de forma clara y evidente que se logra dicha disminución. Por ello, se observa en el gráfico 2.2 que el riesgo específico es menor conforme se incluyen un mayor número de títulos a lo largo de las 34 carteras, hasta alcanzar valores próximos a cero.

En consecuencia, es posible afirmar que el riesgo específico de una cartera diversificada tenderá a ser cero, del mismo modo que se prueba que la inclusión de títulos sin lógica financiera permite obtener carteras diversificadas en términos de riesgo específico.

Finalmente se pueden extraer algunas ideas adicionales de ambos gráficos, que permiten comprender el procedimiento de diversificación ingenua. Por un lado, se manifiesta que el riesgo total de la cartera vendrá explicado por el riesgo sistemático a medida que se incorpore un mayor número de títulos, dado que en ese caso el riesgo específico tenderá a ser cero.

Al mismo tiempo que se puede afirmar también que el riesgo de la cartera no podrá ser en ningún caso inferior al nivel de riesgo sistemático dado, ya que el riesgo total de una cartera diversificada tenderá al nivel determinado por ese riesgo no diversificable. Ante lo cual podría considerarse que la efectividad de este tipo de estrategias de diversificación ingenua es elevada, aunque en contraposición para obtener resultados es necesario incorporar un gran número de títulos, perdiendo eficiencia vía gastos de gestión y comisiones si se compara con una estrategia de diversificación eficiente.

2.3 MÍNIMO DE TÍTULOS QUE GARANTIZA LA DIVERSIFICACIÓN DEL RIESGO

Tras comprobar que la diversificación ingenua supone una disminución del riesgo de una cartera, vamos a profundizar un poco más en este sentido tratando de obtener el número de títulos mínimo que se debe incorporar a una cartera para garantizar la diversificación del riesgo por ingenua que sea.

Para ello, se aplica un criterio que permite comparar el riesgo específico con el riesgo inicial para un 10%, 30% y 50%.

De tal forma, se obtiene para cada observación el valor inicial del riesgo total y específico, correspondiente a la cartera 1 el cual se multiplica por dichos porcentajes. Estos resultados se compararán con cada valor de riesgo específico de las 34 carteras, mediante la fórmula “SI” de Excel definiendo dicha fórmula de manera que nos permita identificar en que casos el riesgo específico es inferior al riesgo inicial para tales porcentajes.

En este momento resulta posible identificar un número de títulos a partir del cual se cumple dicha condición, de forma que extendiendo los cálculos para el resto de carteras dentro del mismo criterio, y para todas las observaciones, se obtienen los valores correspondientes al número de títulos.

En este sentido, a partir de los datos obtenidos se determina el número medio de títulos que debe configurar una cartera para garantizar que está diversificada, a través de la aplicación de la fórmula de Excel “PROMEDIO” en base a los datos disponibles en la tabla 2.2:

Tabla 2.2. Determinación del número mínimo de títulos en una cartera diversificada

	< 10% inicial		< 30% inicial		< 50% inicial	
	CARTERA	ESPECÍFICO	CARTERA	ESPECÍFICO	CARTERA	ESPECÍFICO
Criterio 1	34	4	4	2	3	2
Criterio 2	34	5	32	3	2	2
Criterio 3	34	27	34	11	22	9
Criterio 4	34	34	34	2	34	2
Criterio 5	34	22	34	3	9	2
Criterio 6	34	34	34	11	34	3
Criterio 7	34	32	34	10	34	4
Criterio 8	34	18	34	8	8	5
Criterio 9	34	12	34	2	34	2
Criterio 10	34	32	34	11	19	7
Criterio 11	34	34	34	16	34	11
Criterio 12	34	22	34	4	34	2
Criterio 13	23	6	3	3	2	2
Criterio 14	34	8	34	4	3	3
Criterio 15	34	34	34	3	8	2
Criterio 16	34	34	34	12	34	7
Criterio 17	34	34	34	10	34	5
Criterio 18	34	9	22	5	6	2
Criterio 19	34	15	34	5	34	3
Criterio 20	34	14	11	5	5	2
Criterio 21	34	34	34	30	34	22
Criterio 22	34	8	12	3	2	2
Criterio 23	34	32	34	9	12	4
Criterio 24	34	34	34	2	34	2
Criterio 25	34	34	34	4	34	3
Criterio 26	34	34	34	6	34	3
Criterio 27	34	34	34	13	34	3
Criterio 28	34	6	34	3	3	2
Criterio 29	34	34	34	10	34	4
Criterio 30	34	8	34	3	3	2
Criterio 31	34	8	34	3	3	2
Criterio 32	34	34	34	12	34	2
Criterio 33	34	34	34	16	26	12
Criterio 34	34	19	34	5	14	2
Criterio 35	34	34	34	15	34	7
Criterio 36	34	29	34	4	34	3
Criterio 37	24	5	3	3	2	2
Criterio 38	23	5	3	3	2	2
Criterio 39	34	27	34	4	2	2
Criterio 40	34	34	34	11	34	4
Promedio	33,2	22,925	29,45	7,225	20,05	4,05

	< 10% inicial		< 30% inicial		< 50% inicial	
	CARTERA	ESPECÍFICO	CARTERA	ESPECÍFICO	CARTERA	ESPECÍFICO
nº títulos	33	22	29	7	20	4

Fuente: elaboración propia según datos obtenidos del estudio

- Riesgo total de la cartera:

En relación al riesgo total de la cartera, se obtiene que una cartera debe contar en término medio con al menos 29 títulos para que el riesgo total sea inferior al 30% del riesgo total inicial que obtendría una cartera formada por un único título.

De forma similar, es necesario incorporar al menos 20 títulos a una cartera para que el riesgo total sea inferior al 50% del riesgo total inicial que obtendría una cartera formada por un único título.

- Riesgo específico:

Si se realizan los cálculos atendiendo al riesgo específico se obtiene que es necesario incorporar en promedio al menos 7 títulos, para obtener un riesgo inferior al 30% del riesgo específico inicial que obtendría una cartera formada por un título.

De forma similar es necesario incorporar al menos 4 títulos a una cartera para que se tenga un riesgo inferior al 50% del riesgo específico inicial que obtendría en una cartera formada por un único título.

CONCLUSIONES

A lo largo de este último bloque se recogerán las cuestiones más relevantes a las que se ha llegado tras la finalización del trabajo, para ello se tratará de dar respuesta a las cuestiones planteadas al inicio del mismo.

La primera cuestión a la que se da respuesta con el desarrollo de este trabajo consiste en evaluar el comportamiento de diferentes carteras de inversión en términos de riesgo, a partir de rentabilidades históricas.

Dado que para la realización del desarrollo empírico ha sido necesario realizar una replica sobre el Ibex35, concretamente se ha construido un Ibex34, se puede considerar que se ha alcanzado el objetivo planteado sobre la evaluación de diferentes carteras a través de rentabilidades históricas.

Para ello, se obtienen las rentabilidades diarias a partir del histórico de precios diarios, y posteriormente se analiza el comportamiento de los títulos a través de la varianza de las rentabilidades, dando lugar al riesgo total de la cartera. En este sentido también se obtiene a partir de estos datos la estimación del coeficiente beta imprescindible para calcular el riesgo sistemático, y por diferencia entre el total y este último se obtiene el riesgo específico, permitiendo evaluar por tanto las diferentes carteras de inversión en términos de riesgo a partir de rentabilidades históricas.

El segundo objetivo al que se da respuesta a través de la realización de este estudio, consiste en evaluar el comportamiento del riesgo total y específico, ante una estrategia de diversificación ingenua a partir de criterios “naive”, tratando de dar respuesta a la siguiente pregunta: *¿Una estrategia de diversificación ingenua es capaz de reducir el riesgo de una cartera?*

A lo largo del segundo apartado del análisis empírico se realizan los cálculos necesarios, los cuales permiten comprobar que efectivamente una estrategia de diversificación a partir de criterios ingenuos conlleva una disminución del riesgo, tanto total como específico. De tal forma, a medida que se incluye un mayor número de títulos en la cartera se reduce la parte del riesgo determinada vía riesgo específico, ya que este tenderá a cero, y como consecuencia se observa que el riesgo total vendrá determinado por el riesgo sistemático.

Además se comprueba al mismo tiempo, que a diferencia del riesgo específico, el riesgo total de la cartera no tiende a cero, si no que tiende al nivel de riesgo sistemático dado, ya que sobre este no podemos actuar.

Llegando a la conclusión de que el riesgo total de una cartera no podrá ser inferior al riesgo sistemático en ningún caso, aunque se llevase a cabo una estrategia de diversificación eficiente basada en conocimientos financieros.

Siguiendo este razonamiento, se da respuesta al mismo tiempo a otra cuestión que se plantea inicialmente, que trata de determinar si es posible reducir el riesgo específico con una adecuada estrategia de diversificación, por muy ingenua que sea. Como se ha expuesto previamente es posible reducir el riesgo de una cartera vía diversificación ingenua, pero no solo el riesgo total si no también el específico, a través de la inclusión aleatoria de títulos, o basando la ordenación en criterios no financieros, se comprueba que el riesgo específico se reduce hasta niveles próximos a cero.

Finalmente el objetivo fundamental que se plantea consiste en determinar el número mínimo de títulos que deben ser incluidos en una cartera para estar diversificada. Para ello se plantean dos vías, por un lado para el riesgo total de la cartera, y por otro para el riesgo específico. Obteniendo para los diferentes porcentajes de riesgo, en relación al riesgo total de la cartera, que es necesario contar en término medio con 29 y 20 títulos para tener un riesgo total inferior al 30% y al 50% del riesgo total inicial que obtendría una cartera formada por un único título.

Respecto al riesgo específico, se sigue un razonamiento similar, tras finalizar el análisis empírico se concluye que son necesarios en término medio 7 y 4 títulos para que el riesgo específico sea inferior al 30% y 50% del riesgo específico inicial que obtendría una cartera formada por un único título.

Ante estos resultados, se puede considerar que la diversificación ingenua alcanza el objetivo de disminuir el riesgo de una cartera, sin embargo cabe destacar que una estrategia de diversificación fundamentada en conocimientos financieros, llevada a cabo de acuerdo a las teorías económicas citadas a lo largo de este trabajo, permitiría obtener resultados más precisos, incorporando un menor número de títulos, o incluyendo títulos específicos que compensen los aumentos de riesgo de la cartera, sin embargo no cabe duda que la diversificación ingenua cumple el propósito de disminuir el nivel de riesgo total y específico de una cartera.

BIBLIOGRAFÍA CITADA

CONSULTAS BIBLIOGRÁFICAS

BREALEY, A, MYERS, C, ALLEN, F. (2015): *Principios de Finanzas Corporativas*. Mc Graw Hill.

GRINBLATT, M & TITMAN, S. (2003): *Mercados Financieros y Estrategia empresarial*. Mc Graw Hill.

MARKOWITZ, H (1952): "Portfolio Selection", *The Journal of Finance*. Vol 7, No 1. (Págs. 77-91).

MASCAREÑAS, J. (2015): *Gestión de Carteras I y II: Selección de Carteras*. Universidad Complutense, Madrid.

POBLACIÓN GARCÍA, J. & SERNA CALVO, G. (2015): *Finanzas Cuantitativas Básicas*. Paraninfo.

ROSS, S.A. (1976): The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory*, Vol. 13, (Págs. 341-360).

ROSS, A, WESTERFIELD, W & JORDAN, D. (2007): *Corporate Finance Fundamentals*. Mc Graw Hill.

SHARPE, W. (1963): "A Simplified Model for Portfolio Analysis" *Management Sciences* 9, nº 2, Enero, (Págs. 277-293).

PAGINAS WEBS CONSULTADAS:

ECONOMIPEDIA: (15/JUNIO/2017)

<http://economipedia.com>

EL ECONOMISTA:

Blanco, I. Revisión histórica del Ibex 35: entran Aena y Acerinox, salen BME y Acciona. *Eleconomista*. [en línea]. 10-06-2015. [Consultado: 12 junio 2017]

<http://www.eleconomista.es/mercados-cotizaciones/noticias/6778563/06/15/Cambios-en-el-Ibex-35-Aena-y-Acerinox-entran-en-el-indice-salen-BME-y-Acciona.html>

EFE. Sacyr y OHL se despiden del Ibex 35 liderando las ganancias del selectivo. *Eleconomista*. [en línea]. 17-06-2016. [Consultado: 12 junio 2017].

<http://www.eleconomista.es/mercados-cotizaciones/noticias/7643804/06/16/Sacyr-y-OHL-encaran-su-ultima-sesion-en-el-Ibex-35-con-subidas.html>

ENCICLOPEDIA FINANCIERA: (15/MARZO/2017)

<http://www.encyclopediafinanciera.com/definicion-funcion-de-utilidad.html>

INVERTIA: (15/MAYO/2016)

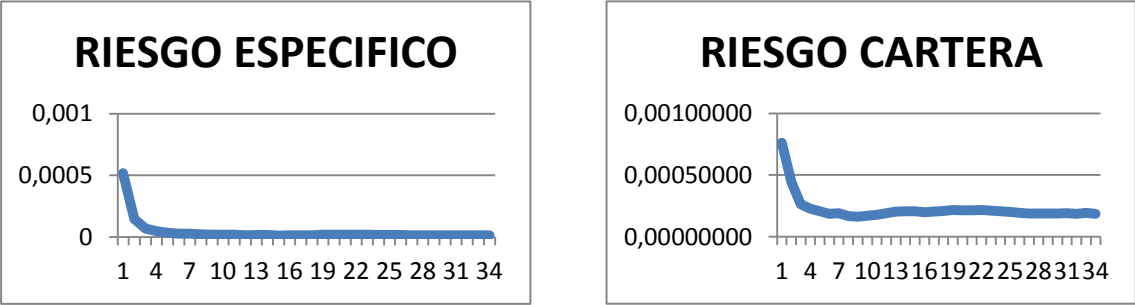
<https://www.invertia.com>

YAHOO FINANCE: (5/MAYO/2016)

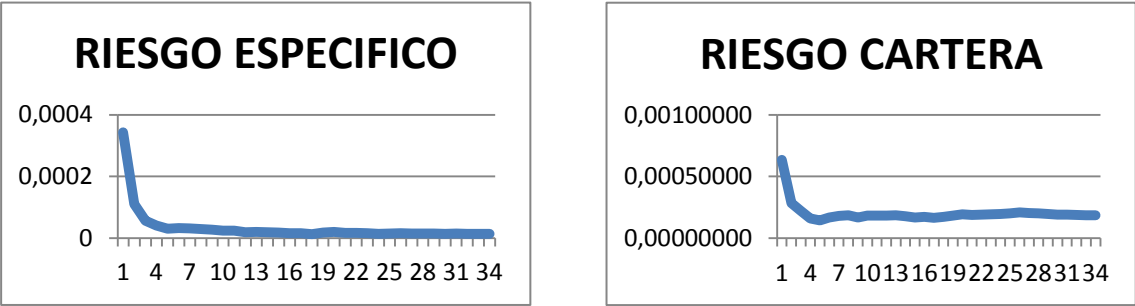
<https://es.finance.yahoo.com/>

ANEXO I: GRÁFICOS RIESGO ESPECÍFICO Y RIESGO CARTERA DE LOS CRITERIOS

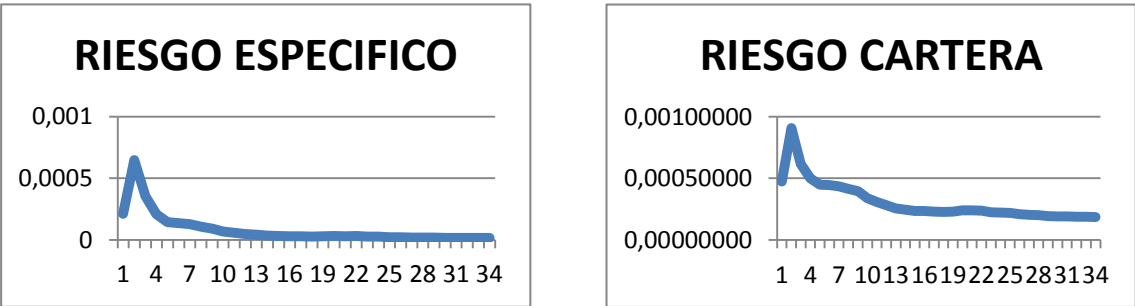
Criterio aleatorio 1



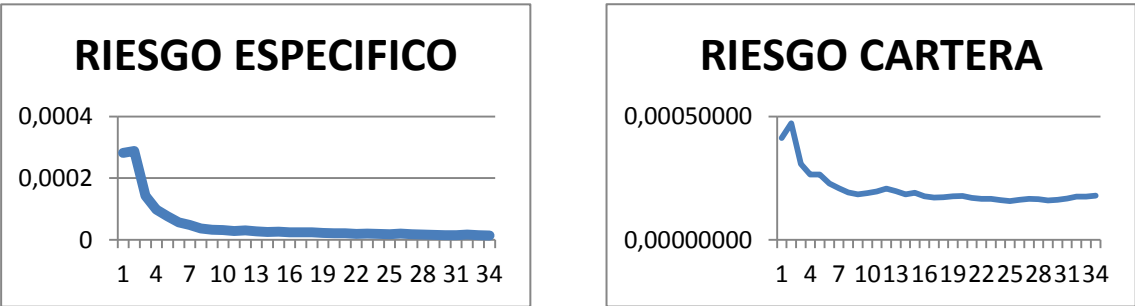
Criterio aleatorio 2



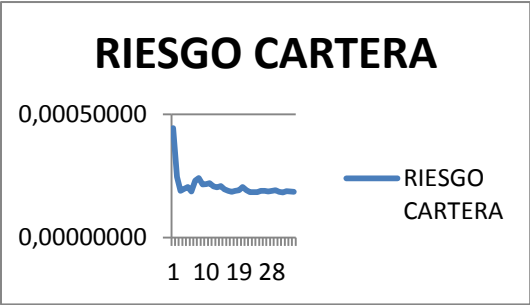
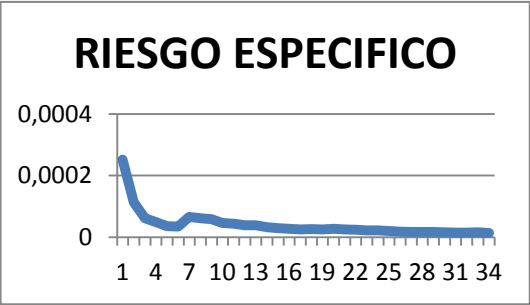
Criterio aleatorio 3



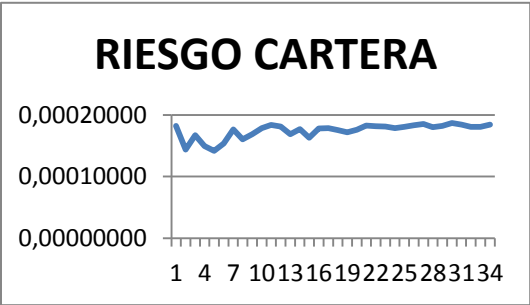
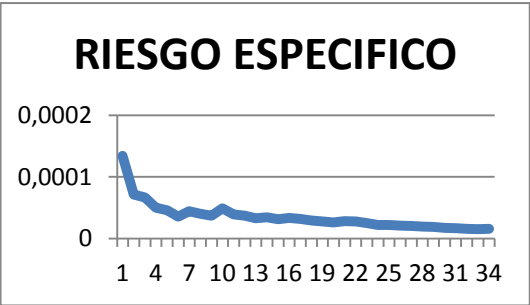
Criterio aleatorio 4



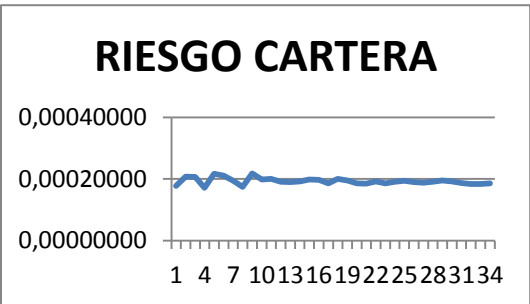
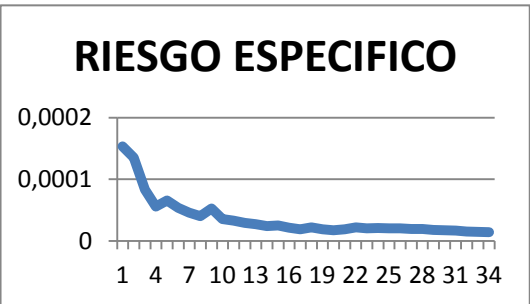
Criterio aleatorio 5



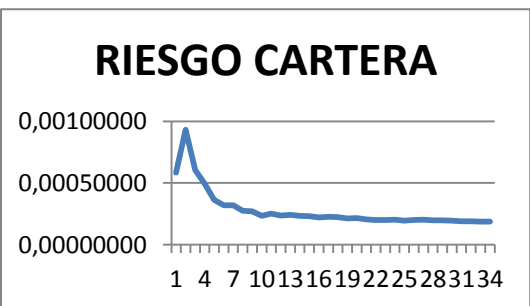
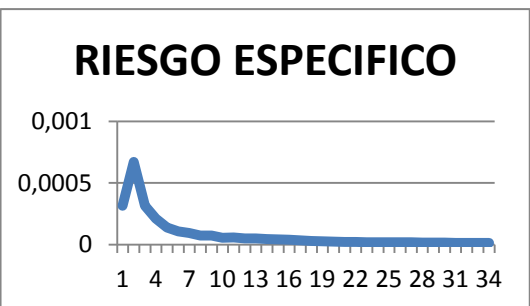
Criterio aleatorio 6



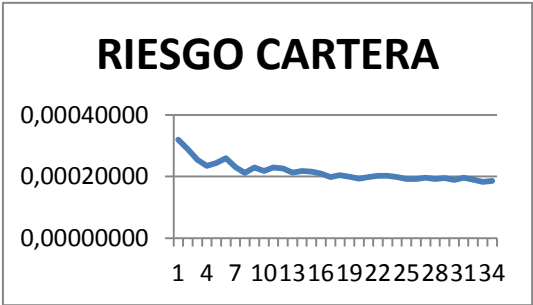
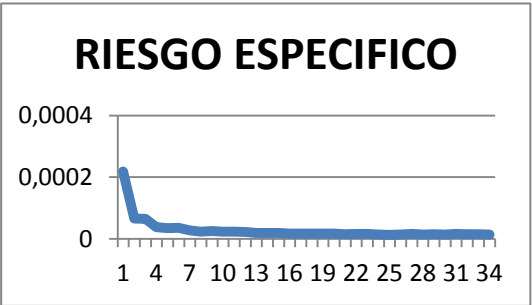
Criterio aleatorio 7



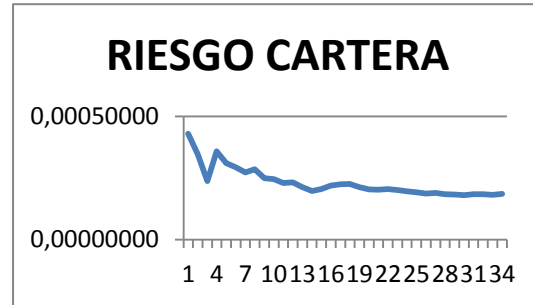
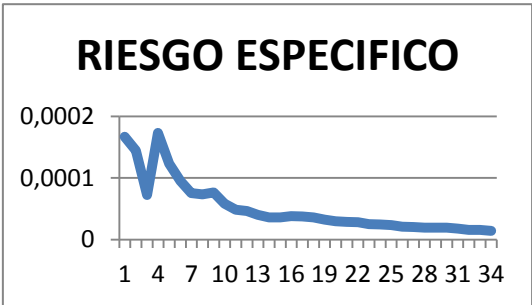
Criterio aleatorio 8



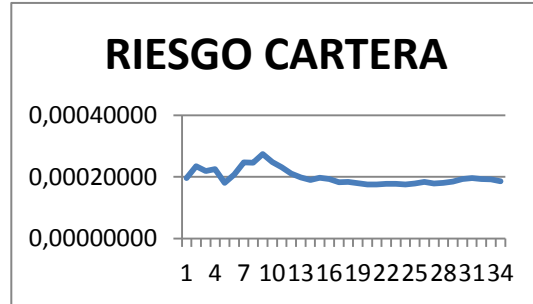
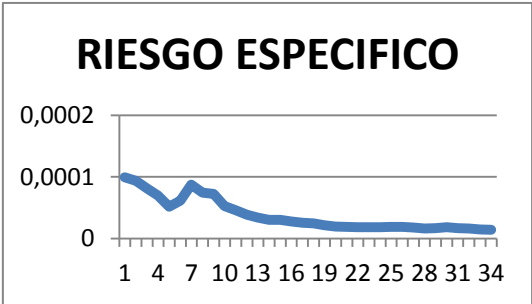
Criterio aleatorio 9



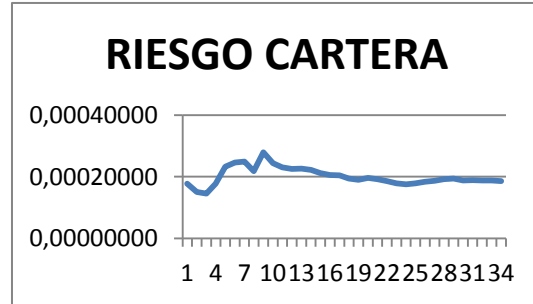
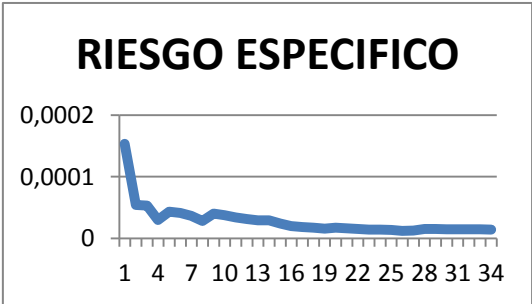
Criterio aleatorio 10



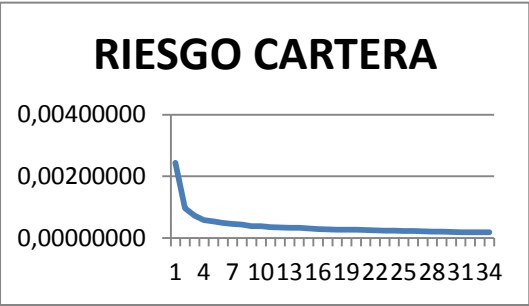
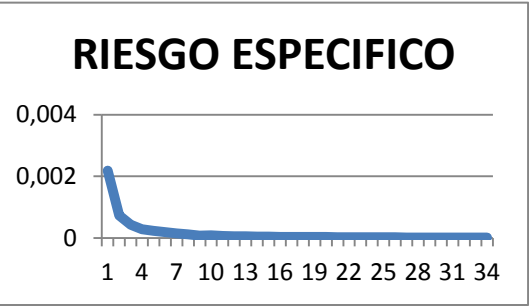
Criterio alfabético



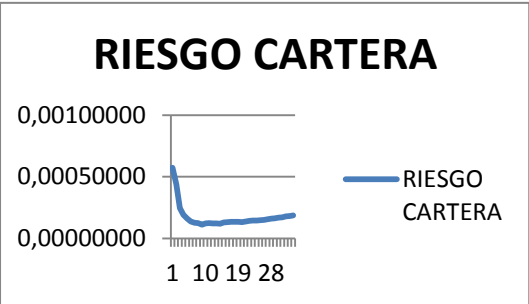
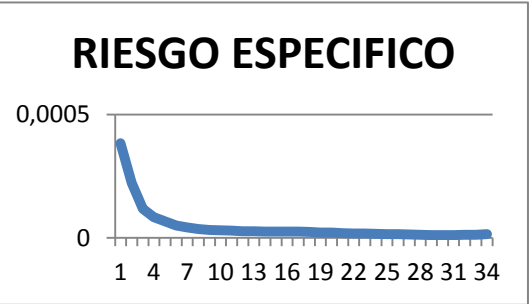
Criterio alfabético invertido



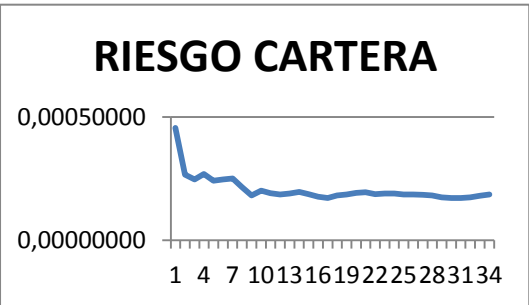
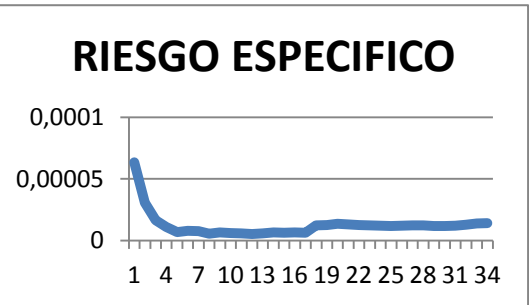
Criterio beta mayor



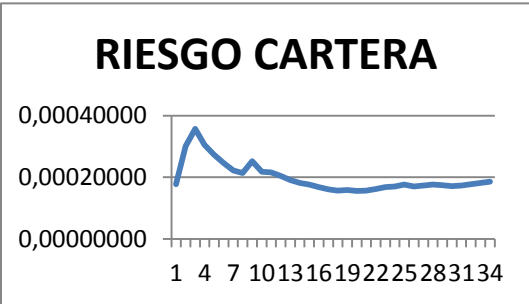
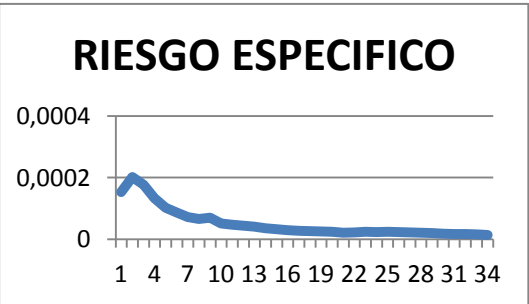
Criterio beta menor



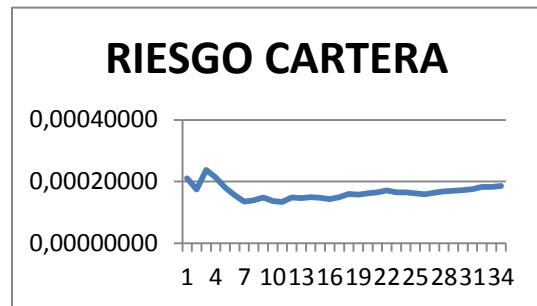
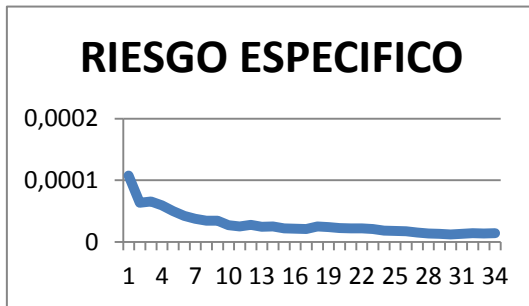
Criterio capitalización mayor



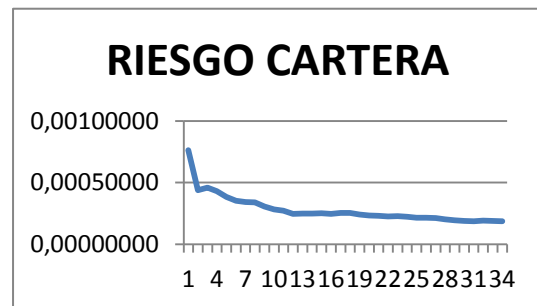
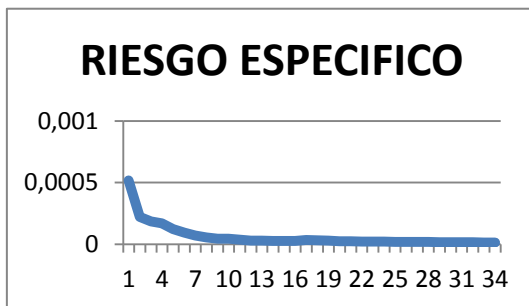
Criterio capitalización menor



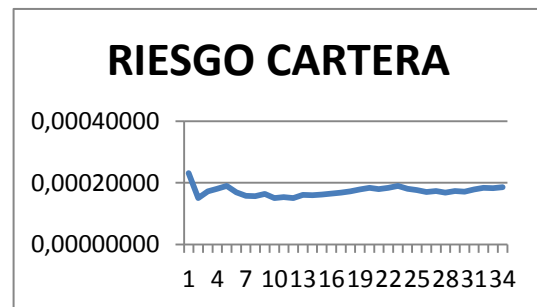
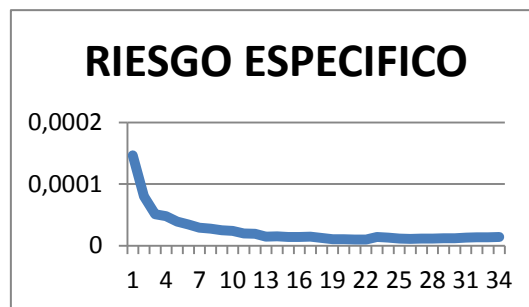
Criterio per mayor



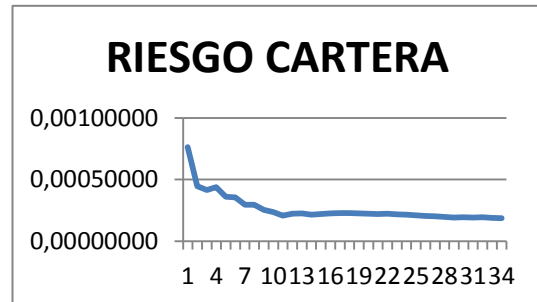
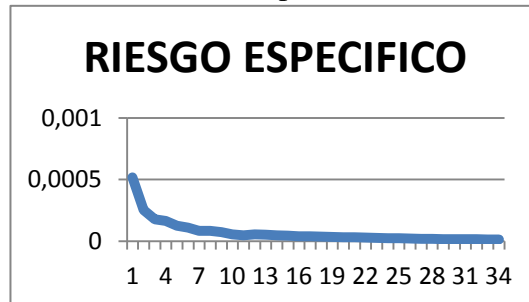
Criterio per menor



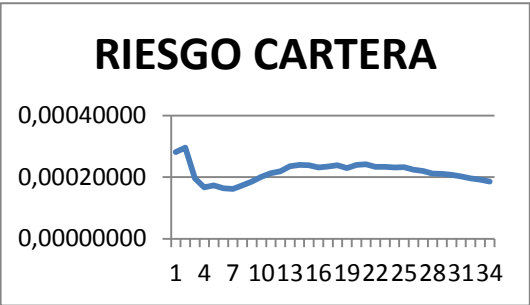
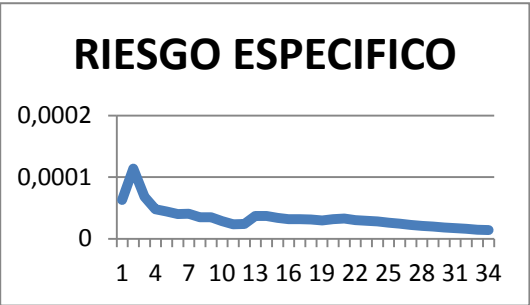
Criterio rentabilidad por dividendo mayor



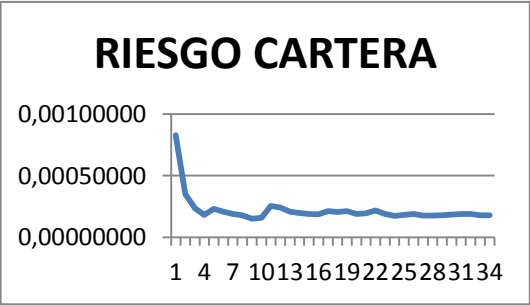
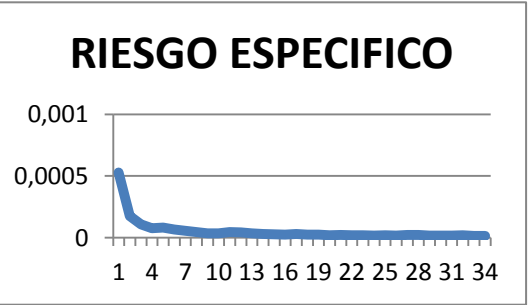
Criterio rentabilidad por dividendo menor



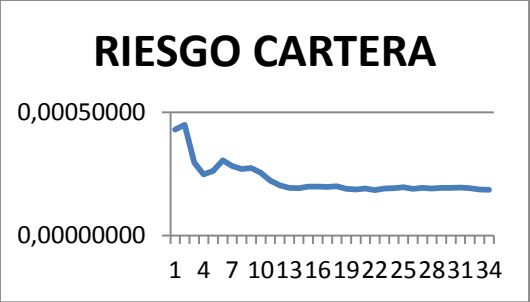
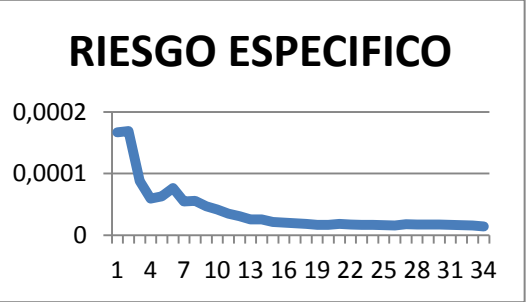
Criterio sujeto 1



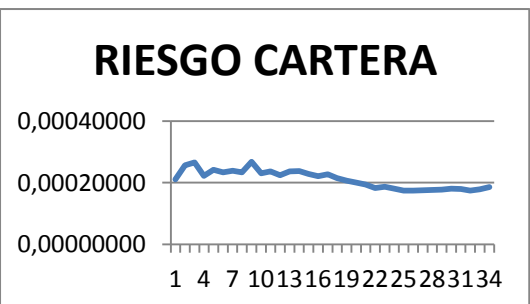
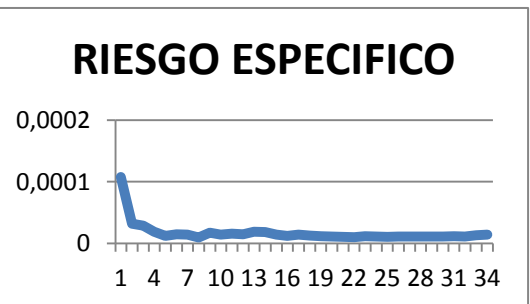
Criterio sujeto 2



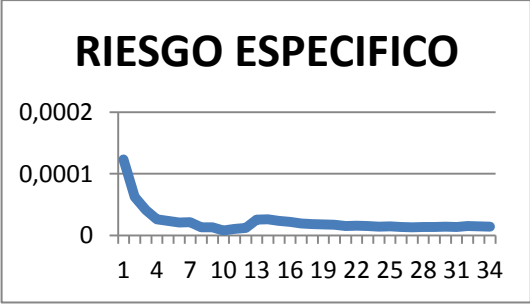
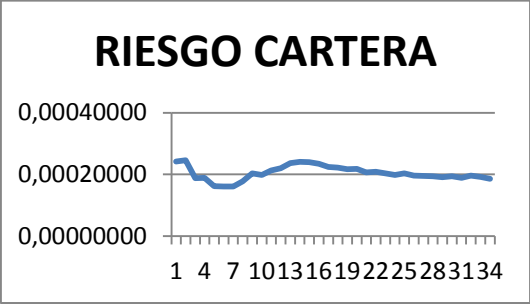
Criterio sujeto 3



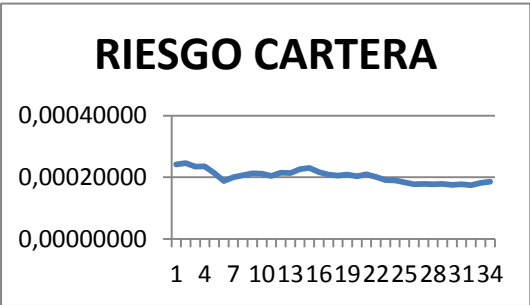
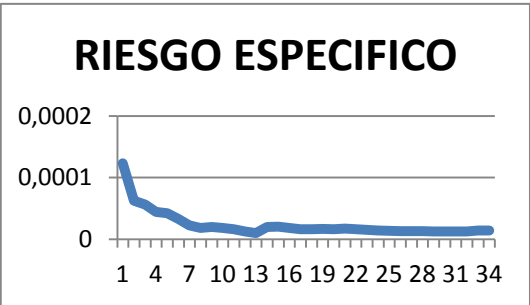
Criterio sujeto 4



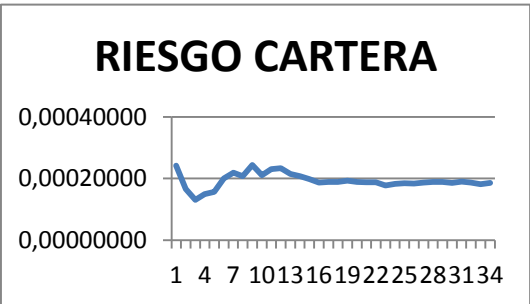
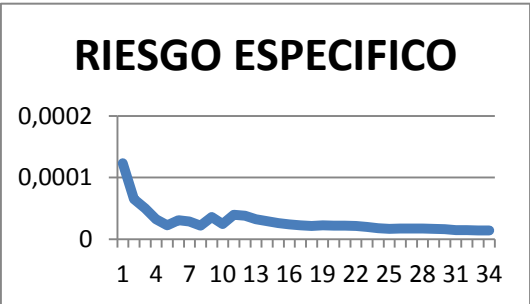
Criterio sujeto 5



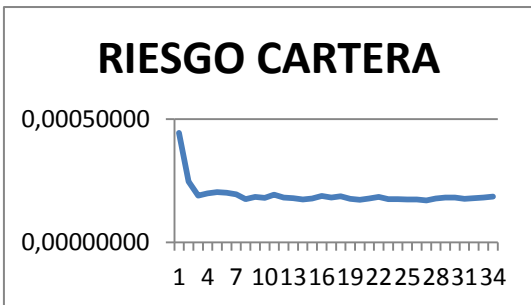
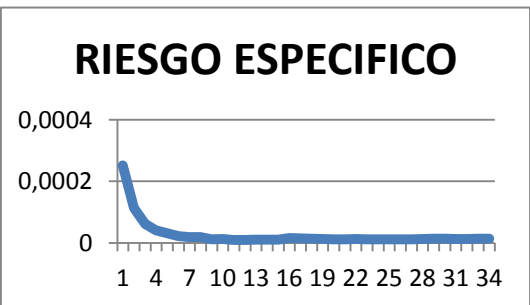
Criterio sujeto 6



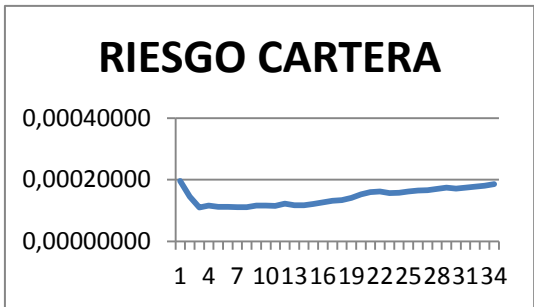
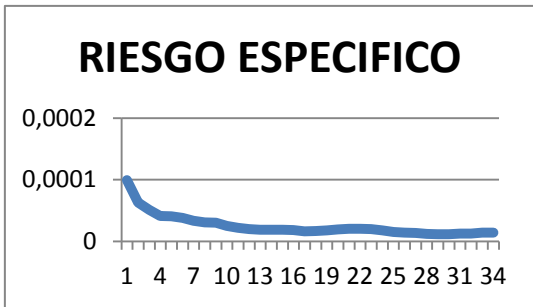
Criterio sujeto 7



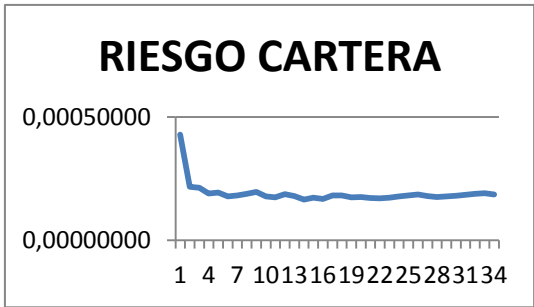
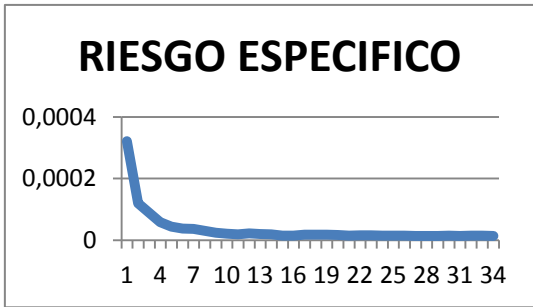
Criterio sujeto 8



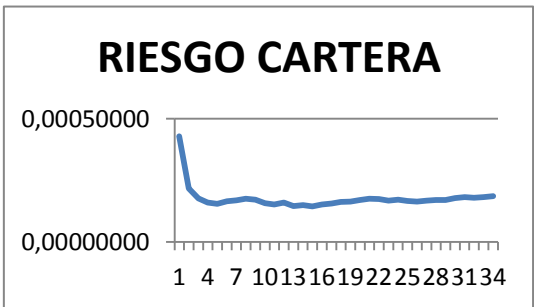
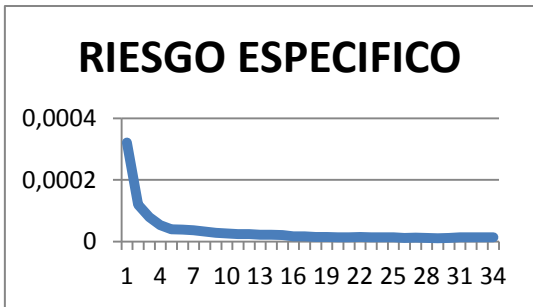
Criterio sujeto 9



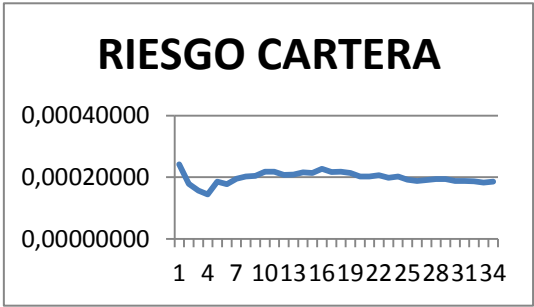
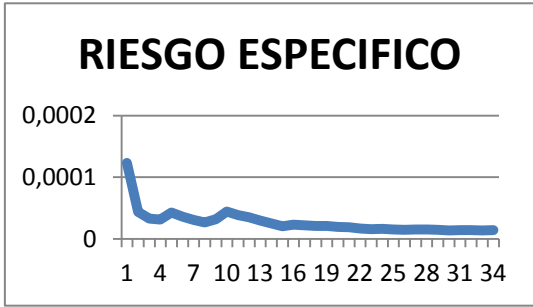
Criterio sujeto 10



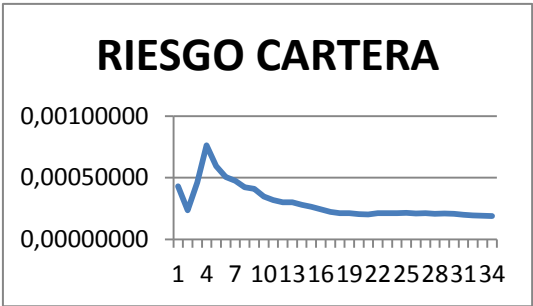
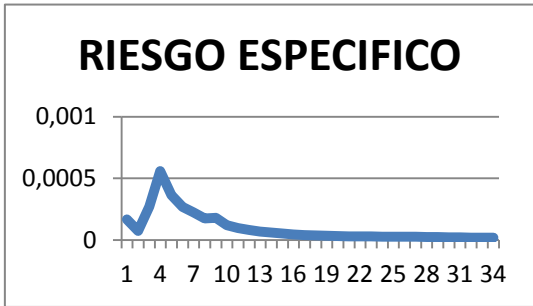
Criterio sujeto 11



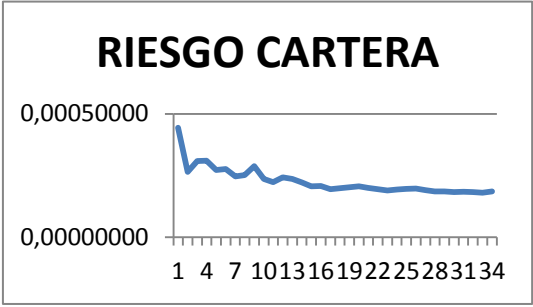
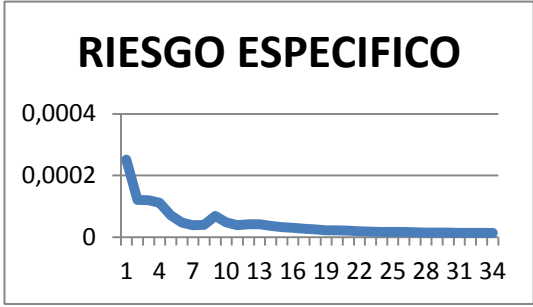
Criterio sujeto 12



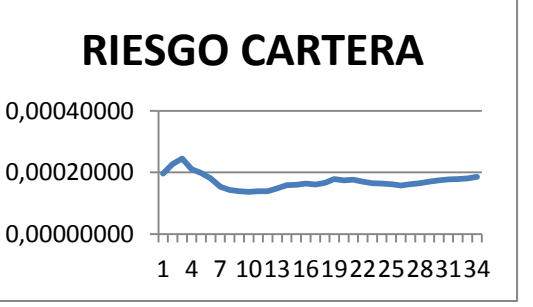
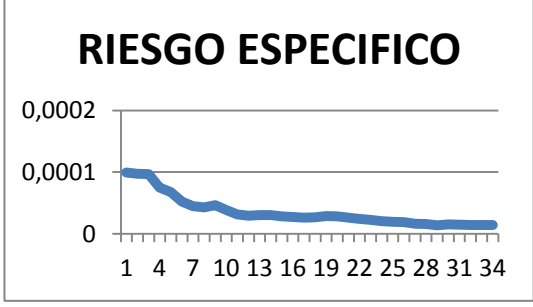
Criterio sujeto 13



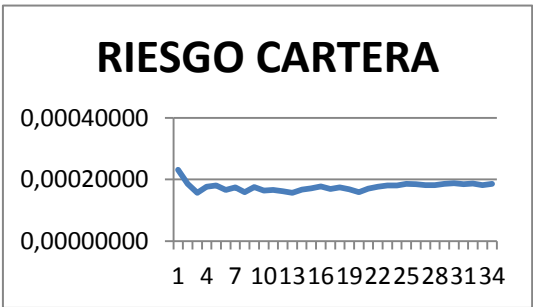
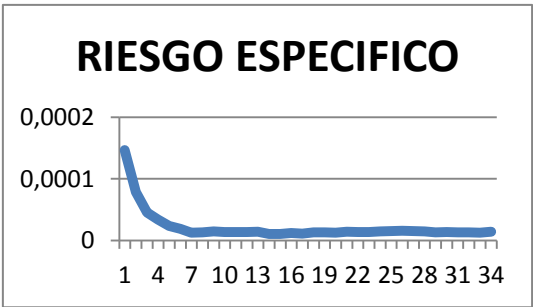
Criterio sujeto 14



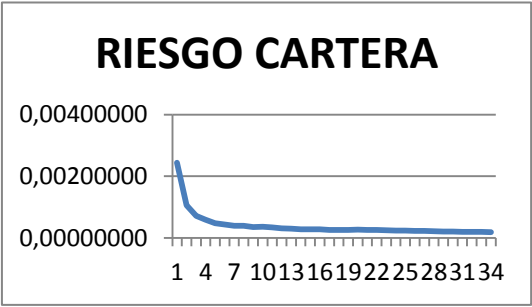
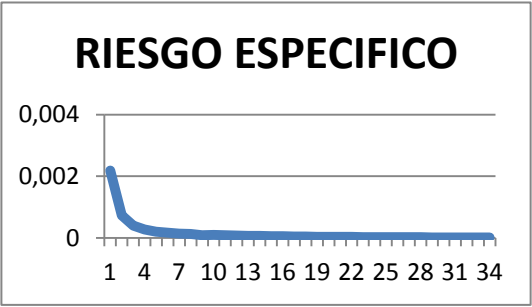
Criterio sujeto 15



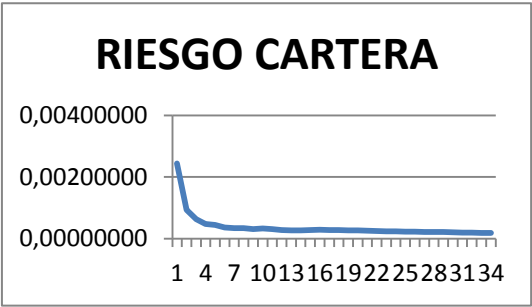
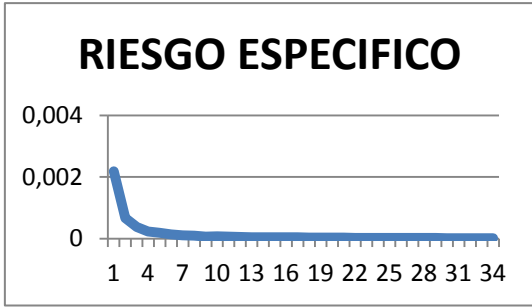
Criterio sujeto 16



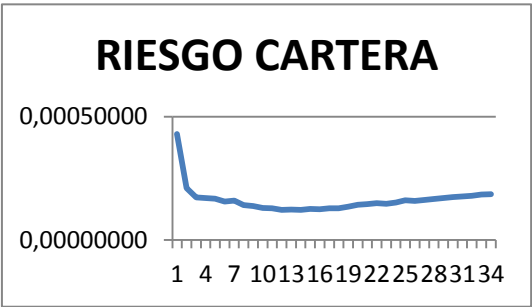
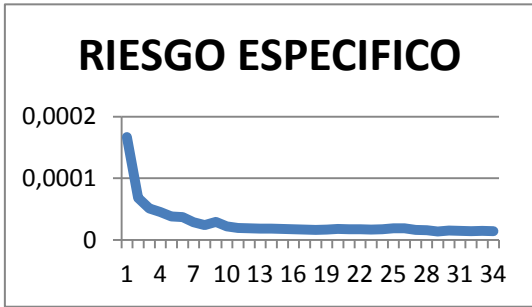
Criterio sujeto 17



Criterio sujeto 18



Criterio sujeto 19



Criterio sujeto 20

