TRABAJO DE FIN DE GRADO

ESTRUCTURA *versus* FUNCIÓN EN REDES COMPLEJAS CEREBRALES: ANEXO

Autor:
Sergio Faci Lázaro

Director:
Dr. Jesús Gomez Gardeñes

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

23 Junio 2017

Contents

1 Anexo I: Valores de los parámetros utilizados

Parámetros del cultivo	
Número de neuronas	$N = 100\ neuronas$
Densidad	$\rho = 500\ neuronas/mm^2$
Parámetros mofológicos	
Tamaño del soma	$\phi_s = 15\ \mu m$
Árbol dendrítico	$\mu_d = 300\ \mu m,\ \sigma_d = 40\ \mu m$
Longitud de los axones	$\sigma_l = 80 \mu m$
Longitud de los segmentos	$\Delta l = 10\ \mu m$
Ángulo entre segmentos	$\sigma_\theta = 0.1\ rad$
Parámetros del soma	
Potencial de membrana en reposo	$v_r = -60\ mV$
Umbral del potencial de membrana	$v_t = -45\ mV$
Pico del potencial de membrana	$v_p = -35\ mV$
Potencial de membrana de reset	$v_c = -50\ mV$
	$\tau_a = 100\ ms$
	$\tau_c = 100\ ms$
	$k = 0.5\ mV^{-1}$
	$b = 0.5$
	$d = 50\ mV$
Parámetros de la sinápsis	
Tiempo de recuperación de la depresión	$\tau_D = 1000\ ms$
Decaimiento de la depresión	$\beta = 0.8$
Fuerza de la corriente	$g_A = 50\ mV$
Tiempo de dicaimiento de la corriente	$\tau_A = 5\ ms$
Parámetros de ruido	
Fuerza de ruido blanco	$g_s = 300\ mV^2 ms$
Autocorrelación del ruido blanco	$\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = 2 g_s \delta(t - t')$
Frecuencia del ruido de disparo	$\lambda = 0.01\ -\ 0.05\ ms^{-1}$
Fuerza del ruido de disparo (minis)	$g_m = 10\ mV$
Tiempo de decaimiento del ruido de disparo	$\tau_m = \tau_A$
Parámetros de simulación	
Algoritmo	Runge-Kutta 2º orden
Intervalo de tiempo	$\delta t = 0.05\ ms$
Tiempo de termalización	t_{term}=250 ms
Tiempo de integración	$t_{int} = 1000\ ms$
Tiempo de simulación	$t_{sim} = t_{term} + t_{int}$
Tiempo típico de ejecución	$T_{ex} \sim 1.5 \cdot 10^4\ s$

Table 1: Valores de los parámetros utilizados

2 Anexo II: Análisis de puntos fijos en una neurona

Para simplificar la notación se utiliza $\dot{f} \equiv \dfrac{df}{dt}$

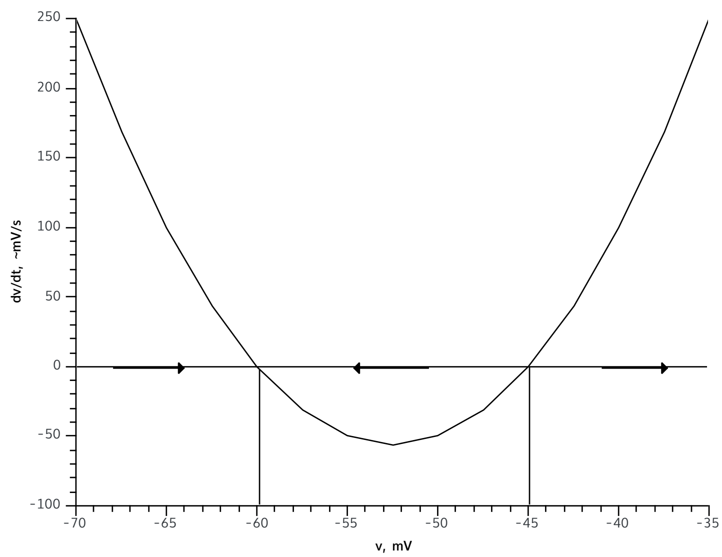
Para caracterizar la dinámica de una neurona, se puede realizar un primer análisis estudiando solo la parte cuadrática de la ecuación del potencial de membrana:

$$\dot{v} \sim (v - v_t)(v - v_r) \tag{1}$$

Esta ecuación tiene dos puntos fijos:

$$\begin{aligned} v &= v_r = -60\ mV \\ v &= v_t = -45\ mV \end{aligned} \tag{2}$$

Realizando un sencillo análisis de flujos se obtiene qué punto fijo es estable y cuál es inestable.



De donde se obtiene que el punto fijo $v = v_r$ es estable; y $v = v_t$, inestable.

Para reallizar el análisis en profundidad hay que considerar las ecuaciones completas: ecuaciones del potencial de membrana y de la corriente inhibidora e imponer las condiciones:

$$\left.\begin{aligned} \dot{v} &= 0 \\ \dot{u} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \left\{\begin{matrix} k(v - v_t)(v - v_r) - b(v - v_r) + I + \eta \\ u = b(v - v_r) \end{matrix}\right\}$$

De donde se obtiene que los puntos fijos son:

$$v_\pm^* = \frac{1}{2k}\left\{[b + k(v_t + v_r)] \pm [b + k(v_t - v_r)]\left[1 - \frac{I+\eta}{(b+k(v_t-v_r))^2/4k}\right]^{1/2}\right\}$$
$$u_\pm^* = b(v_\pm^* - v_r)$$

Así, calculando el Jacobiano:

$$J_\pm = \begin{pmatrix} \frac{d\dot{v}}{dv} & \frac{d\dot{v}}{du} \\ \frac{d\dot{u}}{dv} & \frac{d\dot{u}}{du} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k}{\tau_c}\left[2v_\pm^* - (v_r + v_c)\right] & -\frac{1}{\tau_c} \\ \frac{b}{\tau_a} & -\frac{1}{\tau_a} \end{pmatrix}$$

Las diferentes dinámicas que se puedan observar dependerán del valor de $I + \eta$ y las condiciones en que se da cada una de ellas son:

(i)

$$\textbf{Punto silla} \iff Det(J) < 0$$

(ii)

$$\textbf{Punto fijo no aislado} \iff Det(J) = 0$$

(iii)

$$\textbf{Centro} \iff Tr(J) = 0$$

(iv)

$$\textbf{Nodo inestable} \iff \begin{cases} Tr(J) > 0 \\ Det(J) > 0 \\ [Tr(J)]^2 > 4Det(J) \end{cases}$$

(v)

$$\textbf{Nodo estable} \iff \begin{cases} Tr(J) < 0 \\ Det(J) > 0 \\ [Tr(J)]^2 < 4Det(J) \end{cases}$$

(vi)

$$\textbf{Espiral inestable} \iff \begin{cases} Tr(J) > 0 \\ Det(J) > 0 \\ [Tr(J)]^2 < 4Det(J) \end{cases}$$

(*vii*)

$$\textbf{Espiral estable} \Longleftrightarrow \begin{cases} Tr(J) < 0 \\ Det(J) < 0 \\ [Tr(J)]^2 > 4Det(J) \end{cases}$$

Calculando el valor de la traza y del determinante se obtiene:

$$Tr(J_\pm) = -\frac{1}{\tau_a} - \frac{k(v_r - v_c)}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_c}\left\{[b + k(v_t + v_r)] \pm [b + k(v_t - v_r)]\left[1 - \frac{I+\eta}{(b+k(v_t-v_r))^2/4k}\right]^{1/2}\right\}$$
$$Det(J_\pm) = \frac{b + k(v_r + v_c)}{\tau_a\tau_c} - \frac{1}{\tau_a\tau_c}\left\{[b + k(v_t + v_r)] \pm [b + k(v_t - v_r)]\left[1 - \frac{I+\eta}{(b+k(v_t-v_r))^2/4k}\right]^{1/2}\right\}$$

De forma que resolviendo cada sistema y sustituyendo los valores de los parámetros se obtiene:

Dinámica	**Condición**
Punto silla	$I + \eta \ < \ 28.875\ mV$
Punto fijo no aislado	$I + \eta \ = \ 28.875\ mV$
Epiral estable	$28.857\ mV \ < \ I + \eta \ < \ 30\ mV$
Centro	$I + \eta \ = \ 30\ mV$
Nodo inestable	$I + \eta \ > \ 30\ mV$

Table 2: Condiciones de $I + \eta$ para cada dinámica