

Trabajo Fin de Grado

Difusión de información en redes complejas
multicapa
*Information diffusion in multilayer complex
networks*

Autor

Gonzalo Izaguirre de Diego

Director

Jesús Gómez Gardeñes

Facultad de Ciencias
Junio 2017

Índice

1. Motivación de este trabajo	1
2. Introducción a las redes complejas	2
3. Modelos de transporte en redes complejas	4
3.1. Modelo utilizado	6
3.2. Ciclo de histéresis	13
4. Modelo híbrido	16
4.1. Mejor de cada nodo	16
4.2. Mejor de la vecindad	19
4.3. Mejor desde actualización	21
5. Conclusiones	23
Bibliografía	24

1. Motivación de este trabajo

En los últimos años, el campo de las redes complejas se ha desarrollado notablemente. Gracias a la importante mejoría en la capacidad de procesamiento de los ordenadores y el auge de los métodos de captura de datos, se ha podido obtener el esqueleto de interacciones de muchos sistemas complejos de diferente naturaleza. Esto ha permitido entender que los patrones de interacción en sistemas como Internet o la WWW, están lejos de ser descritos como redes puramente aleatorias y presentan patrones de organización estructural complejos [1].

Asimismo, estos hallazgos han permitido descubrir los efectos que los patrones de interacción reales tienen sobre la funcionalidad de diferentes sistemas, en particular sobre los fenómenos colectivos que en ellos se presentan [2]. Entre estas observaciones se encuentran el descubrimiento de la extrema vulnerabilidad de redes eléctricas o la ausencia de umbral epidémico en redes sociales y tecnológicas. Estos y otros resultados tan impactantes han contribuido a aumentar el interés de la Física estadística de sistemas complejos.

Uno de los problemas más representativos del estudio de redes complejas consiste en analizar las redes de transporte, como por ejemplo redes de carreteras, conexiones aéreas o Internet. Estas redes transportan una gran cantidad de carga en forma de pasajeros, vehículos o de paquetes de información que viajan de un router a otro transportando correos electrónicos, solicitudes de acceso a una página web, etc. Durante los últimos años, los sistemas representados por estas redes (como Internet, transporte aéreo, etc.) han crecido de forma continua, lo que ha acarreado numerosos problemas que han de ser resueltos.

El problema de la emergencia de estados congestionados en estas redes es uno de los problemas principales en el estudio de redes de transporte. Aunque en los últimos años se han realizado numerosos avances en este campo, todavía encontramos problemas abiertos. Uno de estos problemas consiste en capturar la coexistencia de diferentes modos de interacción en un mismo sistema complejo. Por ejemplo, la convivencia de diferentes formas de transportarnos (coche, tren, avión...) o comunicarnos (carta, correo electrónico, *Whatsapp*...) implica la coexistencia de diferentes escalas de tiempos en una misma red subyacente. Para abordar este problema, recientemente, se han introducido las redes complejas multicapa [3] que se caracterizan por tener varias redes superpuestas, representando cada una diferentes uniones entre el mismo conjunto de nodos.

Aunque el propósito inicial de este trabajo era el estudio de la congestión en redes de transporte multicapa, la elevada complejidad de los problemas encontrada desde el inicio, nos ha obligado a considerar la misma topología de interacción en cada capa. Este problema, por tanto, es equivalente a considerar una red (monocapa) donde distintas estrategias de transporte coexisten. Sin embargo, este trabajo puede servir como punto de partida para un posterior estudio del tráfico en redes multicapa.

El objetivo principal de este trabajo es estudiar cómo distintas estrategias de transporte coexisten en un mismo sistema de forma que la interacción entre las mismas dé lugar a una mejora del funcionamiento del mismo. De esta forma proponemos un nuevo marco formal que solucione algunos de los problemas de los protocolos encontrados en la bibliografía.

2. Introducción a las redes complejas

Una red es una colección de entidades (nodos) interconectados entre sí mediante *links*. De esta forma, pueden representarse los vínculos entre personas que son amigas, ordenadores conectados o proteínas que interactúan para realizar alguna función biológica. Las representaciones de redes reales (sistemas biológicos, redes de transporte...) son llamadas redes complejas por la no aleatoriedad de los patrones de conexiones entre sus nodos. Estos patrones juegan un papel esencial para explicar y entender los comportamientos colectivos que se observan en redes reales. Ejemplos de esto pueden ser la aparición de sincronización entre neuronas, de cooperación entre individuos, o de estados congestión en sistemas de transporte.

De esta forma, las redes complejas proporcionan un lenguaje común para abordar el estudio de sistemas complejos de diferente naturaleza. Este marco formal ha revelado principios de organización universales para diferentes sistemas complejos como por ejemplo la libertad de escala [4].

Dada la complejidad de las conexiones de las redes, se hace necesaria una forma de caracterizar estructuralmente una red compleja, es decir, de poder codificarla. A este fin, para cada red compleja se define una matriz de adyacencia, A , de forma que el elemento A_{ij} de la matriz nos dirá el estado de la conexión $i \rightarrow j$ (que, en general, será distinto de A_{ji}). En el caso más simple (redes no pesadas y sin dirección), A será una matriz simétrica, con ceros en la diagonal y los elementos de la matriz serán 1 (cuando dos elementos estén conectados) ó 0 (en caso contrario). En la Figura 1 se muestra la matriz de adyacencia de una red.

En el campo de las redes complejas hay varios parámetros que ayudan a describir una red como la distribución de grado, el coeficiente de *clustering*, correlaciones, comunidades, etc. Para la comprensión de este trabajo, uno de los conceptos más importantes es el de *grado*, k , de un nodo, cuya definición es:

- Para un nodo i se define el grado k_i de ese nodo como el número de nodos con los que está conectado. Por ejemplo, en la red de la Figura 1, el nodo 4 tiene grado $k_4 = 4$, mientras que el nodo 6 tiene grado $k_6 = 1$.

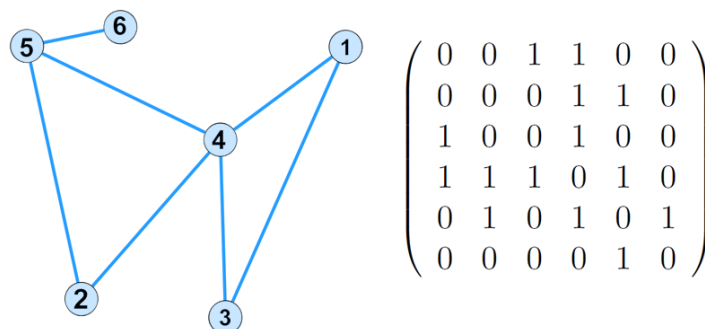


Figura 1: Ejemplo de red compleja junto con la matriz de adyacencia $(A)_{ij}$ que la codifica.

Otro concepto muy importante, ligado al concepto de grado de un nodo, es el de *distribución de grado*. Ésta se define como:

- La distribución de grado de una red es la distribución de probabilidad $P(k)$, que es la probabilidad de que un nodo seleccionado al azar tenga exactamente k conexiones.

Considerando únicamente la distribución de grado, las redes pueden dividirse en dos grandes grupos. En la Figura 2 se muestra un ejemplo de cada uno de estos grupos junto con su distribución de grado.

En primer lugar, se encuentran las llamadas *redes homogéneas*. Se caracterizan por tener una distribución de grado muy uniforme, es decir, son redes en las que la mayoría de los nodos tienen aproximadamente el mismo número de conexiones. Estas redes se dividen también en dos grandes grupos: las redes regulares, en las que todos los nodos tienen exactamente el mismo número de conexiones y en redes de tipo Erdos- Renyi (ER), en las que la distribución de grado sigue una distribución de Poisson, $P_{ER}(k)$, con poca dispersión. Por lo general, las redes homogéneas se comportan todas ellas de la misma manera, por lo que una red ER puede aproximarse a una red regular con $k = \langle P_{ER}(k) \rangle$.

Por otro lado, se encuentran las *redes libres de escala* (SF). Estas redes se caracterizan por tener una distribución de grado potencial $P(k) \sim k^{-\gamma}$. Por lo general $\gamma \in [2, 3]$. Este patrón de conectividad indica que en la misma red coexisten un gran número de nodos poco conectados junto con un pequeño grupo de elementos con un elevado número de conexiones. Por lo general, este tipo de redes son las más interesantes, ya que son las que más se aproximan a las redes reales. La red de Internet, las redes de transporte o las redes sociales son ejemplos de redes complejas libres de escala.

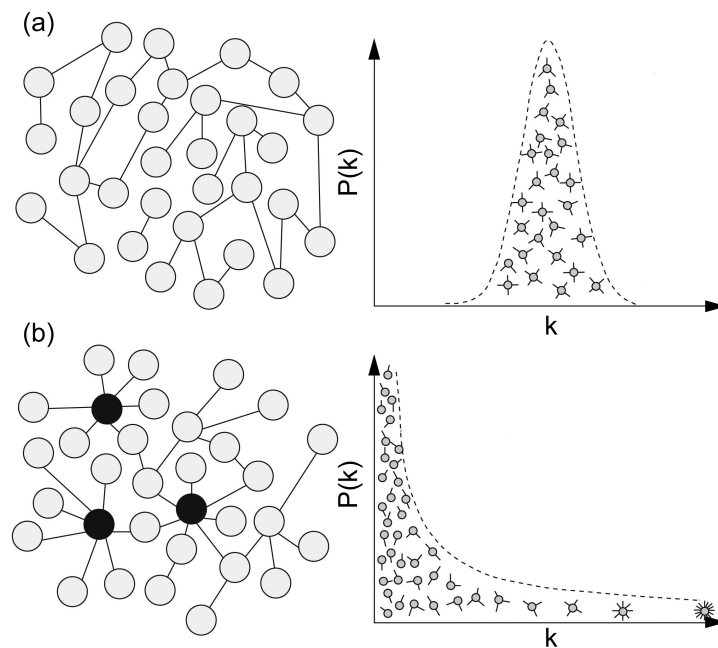


Figura 2: Ejemplo de red compleja homogénea (a) y de red compleja libre de escala (b).

3. Modelos de transporte en redes complejas

Tras ver la importancia que ha adquirido en la actualidad el estudio de las redes complejas, a continuación se muestran los principales modelos de transporte en redes complejas que han sido estudiados hasta el momento. Posteriormente, se mostrará el modelo que hemos utilizado en este trabajo.

Como puede verse en [5-7] el análisis de niveles de tráfico en redes reales de ordenadores, ha proporcionado la caracterización del flujo de información. Esta caracterización permite modelados precisos de la dinámica de la información en redes. Entre las observaciones y medidas que se han realizado destacamos:

- Se observan correlaciones de largo alcance y autosimilaridad en los patrones de evolución temporal del número de paquetes $A(t)$.
- El comportamiento del espectro de potencias de la actividad de la carga de la red sigue una ley potencial:

$$S(f) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} A(t)e^{ift} dt \right|^2 \sim f^{-\xi}, \quad (1)$$

donde ξ , llamado exponente de Hurst se encontró que era $\xi \sim 1$.

Estos hallazgos se atribuyeron a la existencia de una transición de fase dinámica debida a la congestión existente en el sistema. La explicación de este comportamiento crítico ha sido analizada en términos de modelos en los que se reproduce esta organización a gran escala. Sin embargo, es esencial comprender el papel que la red subyacente a estos procesos juega en su desarrollo. La disponibilidad de la topología de este tipo de sistemas de comunicación permite una descripción detallada incorporando tanto las complejas reglas dinámicas como la topología de las interacciones entre los constituyentes.

El tráfico en redes de ordenadores puede modelarse de diferentes maneras. Sin embargo, la representación general de un modelo de tráfico consiste en una inyección constante de pN paquetes por unidad de tiempo en la red (p , por tanto, es la probabilidad de que un paquete se genere en un nodo en concreto). Cada paquete, que es creado en un nodo de origen (remitente) y un nodo objetivo (destino), se distribuye del remitente al destino mediante saltos entre nodos adyacentes y cuando el paquete llega a su destino, desaparece. La principal magnitud utilizada para describir el estado del sistema es la cantidad total de tráfico en la red, que se define normalmente como el número de paquetes activos en un instante de tiempo t , $A(t)$. El equilibrio entre los paquetes que llegan a su destino y los creados gobierna el comportamiento del sistema. En el estado de tráfico fluido, se llega al equilibrio tras un tiempo transitorio y la red es capaz de distribuir los paquetes al mismo ritmo que se introducen nuevos ($A(t)$ es, en media, constante). Ésto se encuentra, obviamente, para valores bajos de p . Por el contrario, cuando p es lo suficientemente grande, la red no es capaz de manejar la carga de información, de forma que entra en un estado congestionado, dando lugar a un crecimiento ilimitado de $A(t)$. Este escenario es común para diferentes modelos. Los modelos utilizados, por lo general, comparten algunos rasgos. Estas similitudes pueden resumirse en:

- Cada nodo de la red se puede modelar tanto como un *router* o como un *receptor*. Un nodo router simplemente acumula y distribuye entre sus vecinos todos los paquetes que recibe

de los mismos. Por otro lado, un nodo receptor es, al mismo tiempo, remitente y destino de paquetes y, por tanto, la generación y desaparición de paquetes de información tiene lugar en estos nodos. Aunque esta clasificación de los nodos fue la considerada en [8-10], en la mayoría de modelos no se distingue entre nodos router y receptores, sino que todos los nodos son remitentes, routers y destino de paquetes al mismo tiempo.

- La estrategia empleada por los routers para decidir a qué vecino es más conveniente que se mueva un paquete depende del modelo particular que se use. Ésto se basa frecuentemente en el conocimiento que tiene el router, local o global, de la localización del nodo destino del paquete. Frecuentemente se asume que un router conoce su posición relativa respecto de todos los nodos de la red y que, por lo tanto, el paquete sigue el camino más corto entre su nodo de origen y su destino [11]. Sin embargo, ésto no es una suposición realista y la aleatoriedad suele ser incorporada al protocolo de asignación de la ruta cuando el nodo destino no se encuentra en el horizonte de información del router [12-15].
- La relación entre el número de paquetes que un router puede distribuir por unidad de tiempo (tasa de distribución), r , y p es también importante. Siempre se asume que un nodo puede únicamente distribuir un paquete por unidad de tiempo, $r = 1$, y por lo tanto no es necesario un reescalado. Esta limitación introducida por r , introduce el concepto de colas, que están compuestas por paquetes localizados en un nodo esperando a ser distribuidos. La máxima cantidad de paquetes que pueden estar en un nodo esperando a ser distribuidos se llama capacidad de almacenamiento, H . Generalmente se asume que esta capacidad es infinita, aunque existen modelos en los que la capacidad de almacenamiento es limitada. En estos modelos, los paquetes que se mueven a nodos llenos se destruyen, de forma que nunca llegan a su destino. Por lo tanto, en estos modelos la representación del estado congestionado descrito anteriormente deja de ser válido, pues el número máximo de paquetes que puede haber en la red es finito y viene dado por $\max[A(t)] = N \cdot H$ y es necesaria una cantidad que dé cuenta de los paquetes que se han perdido.
- Existen varias maneras en las que un router puede gestionar los paquetes almacenados en su cola. Uno puede considerar que el router toma el paquete primero en la cola en cada instante de tiempo, este método es llamado FIFO (del inglés *First-In-First-Out*). Por el contrario, en el método LIFO (del inglés *Last-In-First-Out*) es el último paquete de la cola el que es elegido por el router. También existen métodos en los que se escoge aleatoriamente un paquete de la cola en cada instante de tiempo.

Existen numerosos modelos con los rasgos anteriores cuyo objetivo es capturar el fenómeno de congestión que se observa experimentalmente y, al mismo tiempo, obtener la modelización más sencilla del sistema. De entre todos ellos, destacan por sus resultados modelos como:

- Modelo Ohira- Sawatari [11]. Trata de reproducir la transición al estado congestionado en redes computacionales. Distingue entre dos tipos de nodos: receptores y routers. El resultado relevante de este modelo es que el punto crítico p_c depende del nivel de aleatoriedad en la elección del nodo vecino al que se desplaza el paquete en cada paso de tiempo. En este modelo se observa que un alto grado de aleatoriedad en la elección del camino atrasa la aparición del estado congestionado.
- Distribución por búsqueda cíclica [12-15]. El uso de la estrategia de camino más corto está ligada a la suposición poco realista del conocimiento global. En este modelo, si el nodo

destino de un paquete entra en el horizonte de visión del nodo en el que se encuentra, el paquete se mueve al nodo que más le acerque a su destino. Por el contrario, si el nodo destino no se encuentra en el horizonte de visión del nodo en el que se encuentra el paquete, se mueve a un vecino aleatoriamente. En el régimen de tráfico fluido se observó una distribución potencial compatible con los resultados obtenidos empíricamente en [5].

3.1. Modelo utilizado

En este trabajo estudiaremos, en primer lugar, la estrategia del camino más corto. Antes de describir el modelo que hemos utilizado, es conveniente definir el concepto de distancia (topológica) utilizada en este modelo:

- Definiremos *distancia topológica* (la llamaremos distancia) entre dos nodos como el número mínimo de saltos entre nodos que hay que dar para ir del primero al segundo. Por ejemplo, en la Figura 3 los nodos 2 y 8 se encuentran a una distancia $d_{28} = 3$ y los nodos 1 y 2 se encuentran a una distancia $d_{12} = 1$.
- De la misma manera, definiremos *longitud topológica* (longitud a partir de ahora) de un camino, como el número de saltos entre nodos que involucra. Como se ve, el camino rojo de la Figura 3(a) tiene una longitud 3.

Por lo tanto, los nodos tendrán una información completa de su posición relativa a los otros nodos. Un ejemplo para comprender este protocolo se muestra en la Figura 3. Se tiene un paquete en el nodo 2 cuyo destino es el nodo 8. En el instante de tiempo que se muestra en la figura, el paquete ha de moverse, para seguir el camino más corto, al vecino que más cerca esté del nodo 8. Actualmente se encuentra en un nodo a distancia $d_{28} = 3$. Como vemos, los vecinos 3 y 7 se encuentran a una distancia $d_{38} = d_{78} = 2 (= d_{28} - 1)$ del nodo destino. Así, el paquete se moverá aleatoriamente a cualquiera de estos dos nodos. Siguiendo los pasos mostrados, el paquete recorrerá o bien el camino $2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 8$ o bien el camino $2 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 8$. Aclarar que el paquete no conoce en ningún momento el camino a seguir, pues su información tiene el horizonte en los primeros vecinos del nodo en el que se encuentra. De esta forma, puede saber a qué distancia se encuentran los nodos vecinos del nodo destino, pero no puede saber en qué nodo se situará dentro de dos instantes de tiempo. El hecho de que el paquete sólo tenga información sobre los primeros vecinos se conoce generalmente como miopía.

Con lo explicado hasta ahora, hemos solucionado el problema de mover un paquete que está en un nodo y tiene que ir a otro. Sin embargo, sabemos que en una red como la de Internet no se da la situación de tener una red con sólo un paquete en un nodo cualquiera de la red. Así, lo normal es tener una gran cantidad de paquetes, cada uno en un nodo cualquiera y cada uno con un destino particular y que los paquetes, al seguir el camino más corto, puedan coincidir en un mismo nodo, de forma que se intersecten sus caminos. En la Figura 3(b) se muestra un ejemplo de esta situación: se tiene el paquete (1) que es el que teníamos hasta ahora, que se encuentra en el nodo 2 y va a desplazarse hasta el nodo 8 de forma que se moverá al nodo 3, pues es uno de los 2 vecinos que le acercan a su destino. Por otro lado, se encuentra el paquete (2), que está situado en el nodo 1 y tiene que desplazarse hasta el nodo 6, por lo que su próximo movimiento será desplazarse al nodo 3. Como vemos, ambos paquetes coincidirán en el nodo 3 al mismo tiempo, ya que es el primer movimiento que ambos han de realizar.

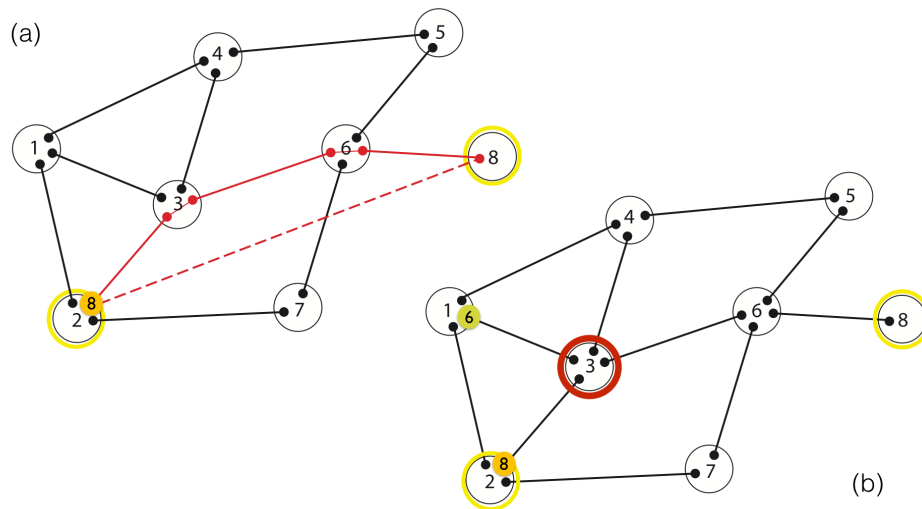


Figura 3: Ejemplo de una red de routers. En (a) se muestra uno de los dos caminos más cortos entre los nodos 2 y 8 y en (b) se muestra cómo dos paquetes coinciden en un nodo concreto.

Siguiendo las generalidades descritas anteriormente, en el caso en el que $r = 1$ un router sólo puede liberar un nodo por unidad de tiempo. Además, cada unidad de tiempo se creará un paquete en un nodo con una probabilidad p , de forma que se generarán $p \cdot N$ paquetes por unidad de tiempo. Las colas del modelo utilizado en este trabajo serán de tipo FIFO, es decir, el nodo situado en primer lugar en la cola será el que se mueva en el siguiente instante de tiempo. Así, en el ejemplo de la Figura 3(b) el paquete que llegue en 2º lugar al nodo 3 tendrá que esperar una unidad de tiempo a ser distribuido.

Con estos elementos, hay dos conceptos que se separan: distancia y tiempo. Mientras que en una red con un solo paquete una distancia d se recorre en d pasos de tiempo. Con la introducción de las colas, un paquete que se encuentra a una distancia d de su destino, no puede saber el tiempo que tardará en llegar. Este tiempo será siempre mayor que d y dependerá de la ocupación de los nodos por los que vaya pasando el paquete.

Al pasar el tiempo, la red llega a un estado similar al que se muestra en la Figura 4(a), es decir, una situación en la que hay numerosos paquetes (cada uno con un destino diferente) que se agrupan en colas ordenadas dentro de cada uno de los nodos. Por ejemplo, el paquete marcado en rojo en la Figura 4(a) será liberado 4 pasos de tiempo después del instante de tiempo que se muestra en la figura.

Las colas se hacen cada vez más grandes (al cabo del mismo tiempo) a medida que se va incrementando el parámetro de control p (probabilidad de que en un instante de tiempo t se cree un paquete en un nodo cualquiera), pudiendo llegar a estados en los que la red no sea capaz de distribuir todos los paquetes que se creen en ella. Para medir el estado de la red, definimos el parámetro de orden ρ . Éste nos permite evaluar para cada valor de p el estado del sistema y se define como:

$$\rho = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{A(t + \tau) - A(t)}{\tau \cdot p \cdot N}, \quad (2)$$

donde $A(t)$ es el número de paquetes en la red en el instante de tiempo t y τ es la duración de la ventana de observación. Como vemos en la Figura 5(b), cuando el valor de p sea muy bajo, la red podrá distribuir todos los paquetes que se creen en ella y $\rho \simeq 0$, mientras que cuando la red no pueda distribuir todos los paquetes (debido al alto valor de p) tendremos $\rho > 0$. Notar también que el valor de $\rho \in [0, 1]$.

Como se puede ver en artículos como [16], al usar el modelo que se ha descrito anteriormente en redes homogéneas existe un valor de p crítico (p_c) en el que se produce una transición de fase de segundo orden. De esta forma, para $p < p_c$ la red se encuentra en un estado no congestionado, mientras que para $p > p_c$ la red está en estado congestionado. El diagrama de fases de la transición puede verse en la Figura 4(b). En la gráfica puede verse, por tanto, como la red tiene $\rho = 0$ hasta el punto crítico y cómo va creciendo el valor del parámetro de orden a medida que aumenta p .

La gráfica 4(b) ilustra la emergencia de congestión en redes homogéneas. Sin embargo, las redes reales (red de carreteras, redes de transporte, internet...) no son redes homogéneas, sino redes libres de escala (SF), en las que la probabilidad de que un nodo dado tenga k conexiones sigue una ley potencial $P_k \sim k^{-\gamma}$, donde γ es un parámetro característico de cada red que, por lo general, se encuentra comprendido entre 2 y 3. De esta manera, existen unos pocos nodos muy conectados (llamados *hubs*), mientras que la mayoría de los nodos están poco conectados. Si nos fijamos en concreto en internet, es una red que se estima tiene un exponente en torno a $\gamma = 2,2$ [17].

El resultado de la implantación de este modelo en redes libres de escala se puede observar en la Figura 5. Al igual que ocurre con redes homogéneas, existe una transición de segundo orden.

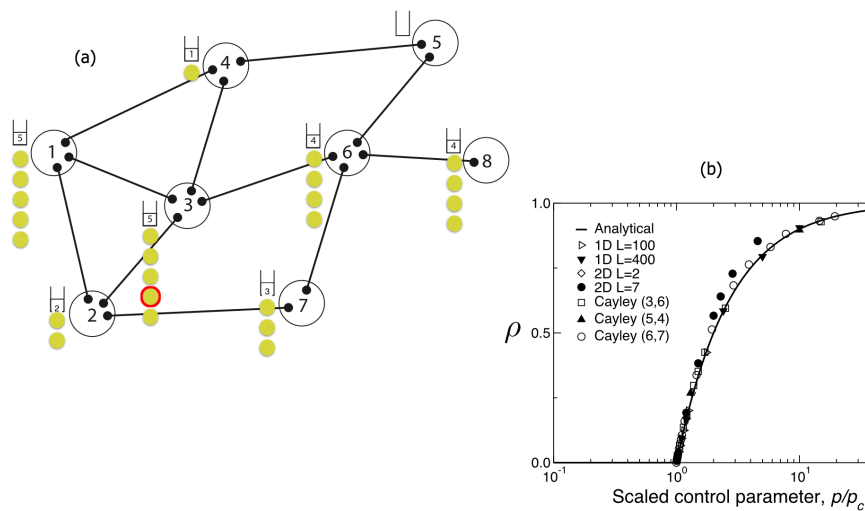


Figura 4: (a) Situación de la red con paquetes en cola. (b) Transición de fase entre estado No congestionado y congestionado, [16].

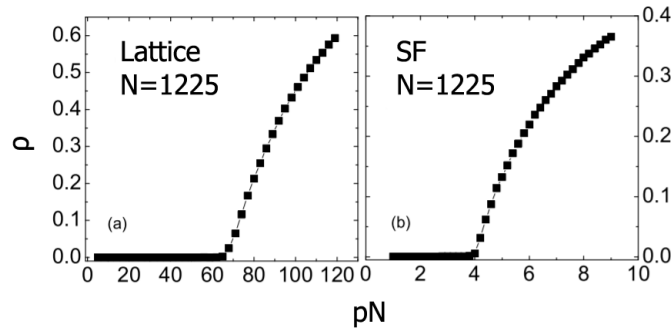


Figura 5: (a) muestra el diagrama de fases para una red de tipo *Lattice* con 1225 nodos. (b) muestra el diagrama de fases para una red libre de escala con 1225 nodos. Figura tomada de [18].

Sin embargo, hay una notable diferencia en lo que respecta al valor de p_c . En particular, observamos que p_c tiene valor mucho más bajo que para redes homogéneas. En el ejemplo concreto de la figura, el valor de $p_c \cdot N$ (paquetes que se producen por unidad de tiempo en el punto crítico) pasa de más de 65 en caso de la red de tipo *Lattice* a un valor de 4 en la red SF¹.

El hecho de que en las redes reales (SF) el punto crítico se encuentre en un valor tan bajo de p supone un gran problema, puesto que la aparición de congestión en la red se da de una forma más temprana y para tasas de generación de paquetes relativamente pequeñas (5 paquetes por unidad de tiempo en una red de 1225 nodos) ya se observa como la red no es capaz de balancear todos los paquetes que se generan con los que es capaz de distribuir.

Una explicación de este fenómeno puede razonarse de forma sencilla. La disminución de p_c se debe a que la mayoría de caminos más cortos entre nodos pasan por los pocos hubs que hay en la red, situación que no se da en las redes homogéneas debido a que no hay nodos tan conectados. Ésto ocasiona que las colas en estos *hubs* se hagan muy grandes de una forma muy rápida (casi todos los paquetes que se crean en la red pasarán en algún momento por uno de los *hubs*). La situación a la que se llega es a una red sin prácticamente colas (para valores de p ligeramente superiores a p_c) pero con unas colas muy grandes en los *hubs*, de forma que la red se congestiona muy rápidamente. Ésto nos lleva a pensar que en situaciones en las que hay numerosos paquetes moviéndose por la red, elegir a qué nodo nos movemos únicamente fijándonos en cuánto nos acerca al destino carece de sentido, puesto que se emplean tiempos muy grandes en recorrer estos caminos, estando la mayoría de los nodos de la red prácticamente vacíos.

La pregunta que surge de forma natural es la siguiente: ¿Existe una mejor forma de distribuir los paquetes? Una forma que mejora el desempeño de la estrategia de camino mínimo es la descrita en [19]. Este nuevo protocolo, al que llamaremos *Congestion Aware* (CA), tiene en cuenta cómo de congestionado están los nodos vecinos. Así, si un paquete se encuentra en un determinado nodo y el nodo que más le acerca a su destino tiene muchos paquetes en su cola, la probabilidad de que el paquete se mueva a ese nodo baja. Con este nuevo elemento, en lugar de seguir la *distancia* (topológica) más corta, definida anteriormente, lo que hacemos es definir

¹Este resultado nos indica que las redes libres de escala son extremadamente vulnerables a la congestión comparadas con las redes homogéneas

una nueva distancia, a la que llamaremos *distancia efectiva*, que será la que tendrá en cuenta el paquete. Supongamos que un nodo l tiene un paquete cuyo destino es j . La distancia efectiva entre un vecino i ($i = 1, \dots, k_l$) (k_l es el número de vecinos del nodo l) del nodo l y j se define como

$$\delta_{ij} = h d_{ij} + (1 - h) c_i, \quad (3)$$

donde d_{ij} es la distancia topológica del nodo i al nodo j , c_i es el número de paquetes que hay en la cola del nodo i . Además, introducimos el parámetro ajustable $h \in [0, 1]$ que da cuenta del peso que damos a la congestión del nodo vecino. Es importante notar que para $h = 1$ recuperamos la estrategia inicialmente descrita (camino más corto). Una vez hemos definido a qué distancia efectiva (δ) se encuentra cada vecino del nodo l , moveremos el paquete al nodo que esté a una menor distancia efectiva.

Nótese que, en definitiva, al implementar el protocolo CA, introducimos la posibilidad de “rodear” los nodos que están muy congestionados, evitando así largas esperas. De esta forma, ahora se considera el tiempo estimado que nos va a llevar recorrer un determinado camino y no únicamente si ese camino es más corto topológicamente hablando.

El resultado del diagrama de fases que se obtiene implementando esta nueva forma de distribuir los paquetes se muestra en la Figura 6. Como puede observarse, el diagrama de fases es radicalmente diferente. En primer lugar, vemos que el punto crítico se retrasa bastante (recordar que el caso $h = 1$ da el mismo resultado que se obtiene en la Figura 5). En este caso pasa de un valor $p_c N = 3$ en el caso de $h = 1$ a un valor $p_c N \simeq 8$, lo cual es casi un factor 3. Sin embargo, otro efecto que se observa es el cambio de orden de la transición de fase. Para $h < 1$ la transición de fase pasa a ser abrupta, lo cual es una desventaja, debido a que la congestión aparece de forma menos previsible. Ahora puede darse una situación en la que se generen pN de paquetes por unidad de tiempo y la congestión de la red sea nula, pero que al generarse $(p + 1/N)N$ paquetes por unidad de tiempo (un paquete más), el valor de la congestión sea muy elevado ($\rho \sim 0,6$).

Por tanto, podemos decir que esta nueva forma de distribuir los paquetes es mejor en el sentido de que crece el valor de p_c , pero es peor debido a que la transición pasa a ser más abrupta para cualquier valor de $h < 1$ (lo que supone menor capacidad de prevención). Además los valores de congestión a los que se llegan para un valor dado de p_c para $h < 1$ son, como podemos ver en la Figura 6, mucho mayores que las correspondientes al mismo valor de p para el caso $h = 1$.

A continuación procedemos a estudiar más en detalle el modelo CA. Para ello, hemos utilizado una red libre de escala con $N=1000$ nodos y $\gamma = 3$. Una vez implementado el modelo que se ha descrito, el diagrama de fases que se obtiene se muestra en la Figura 7. Este diagrama es, a grandes rasgos, el mismo que se muestra en la Figura 6. La relación entre los puntos críticos para $h = 1$ y $h < 1$ es, en este caso, un factor 4 (en [19] se obtenía un factor 3). Sin embargo, estos cambios en el parámetro de orden se deben únicamente al cambio de tamaño de la red y, sobre todo, al parámetro γ , que pasa de $\gamma = 2,2$ a 3.

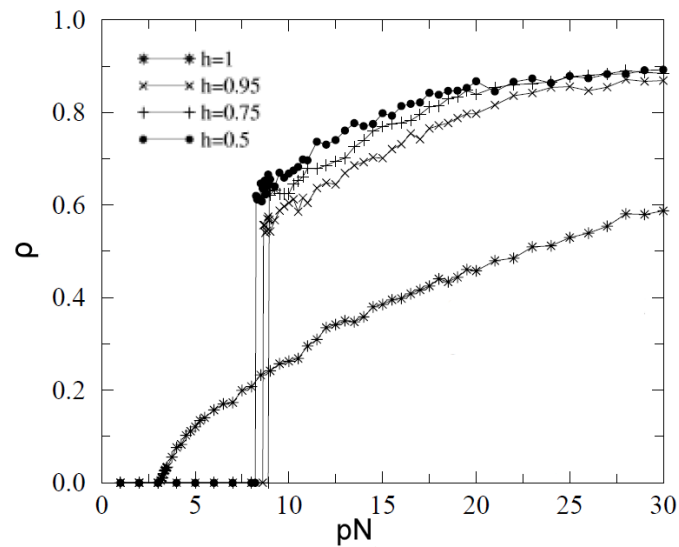


Figura 6: Diagrama de fases para una red SF y diferentes valores de h para una red con $\gamma = 2,2$ y un total de 11134 nodos. Figura tomada de [19].

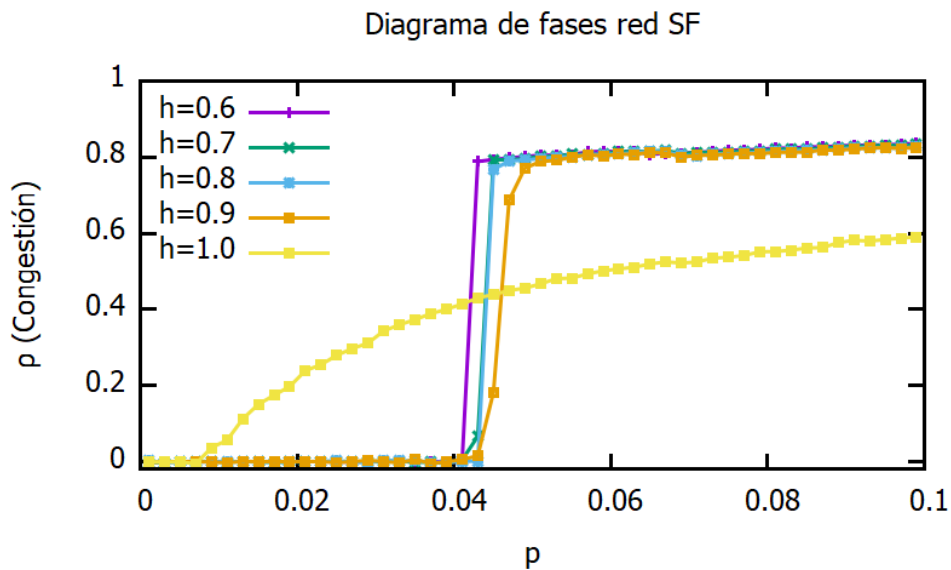


Figura 7: Diagrama de fases obtenido para una red libre de escala (SF) de $N = 1000$ nodos y $\gamma = 3$.

En el caso de una red ER (también de 1000 nodos), el diagrama de fases obtenido es el mostrado en la Figura 8. En este caso, el valor de p_c es mucho mayor que en el caso de una red libre de escala, debido a que no existen hubs.

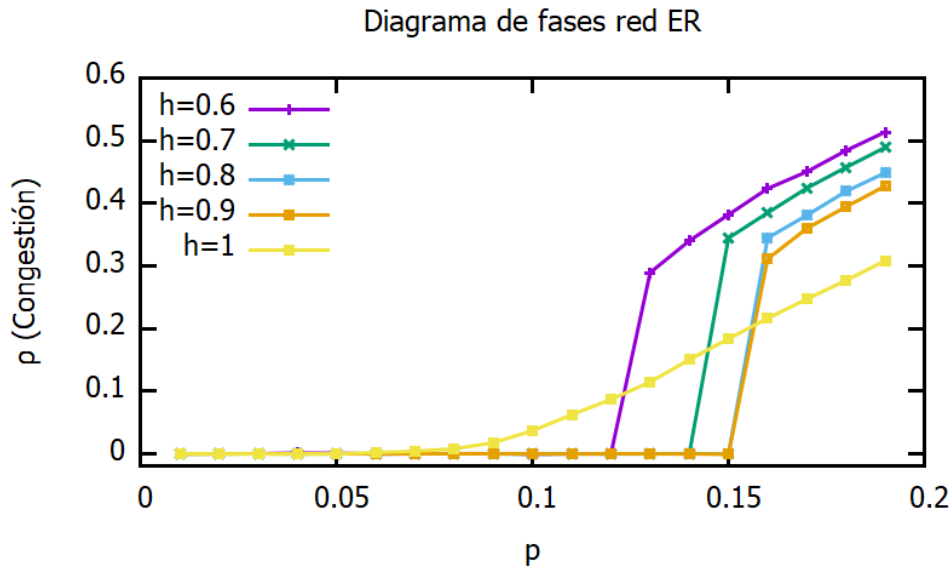
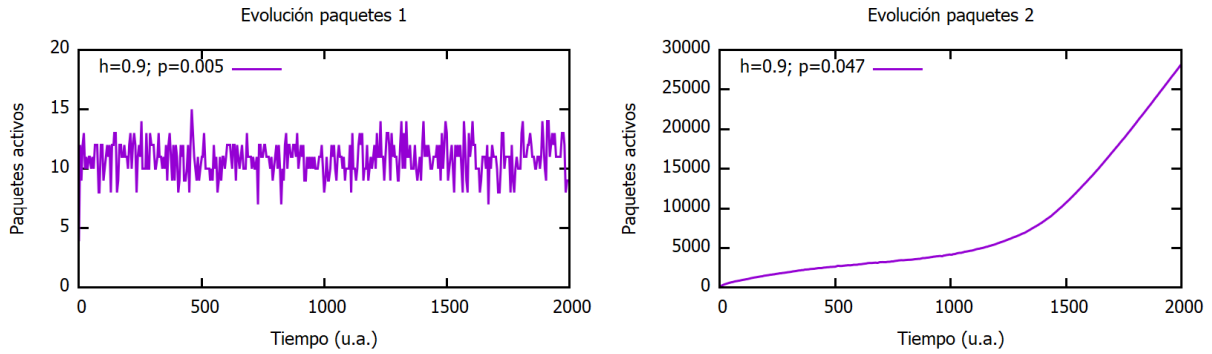


Figura 8: Diagrama de fases obtenido para una red Erdos- Renyi de $N = 1000$ nodos y $\langle k \rangle = 6$.

Para comprender mejor lo que ocurre con el número de paquetes activos, $A(t)$, a lo largo del tiempo en diferentes estados de congestión, se muestran en la Figura 9 las funciones $A(t)$ en 3 situaciones diferentes.

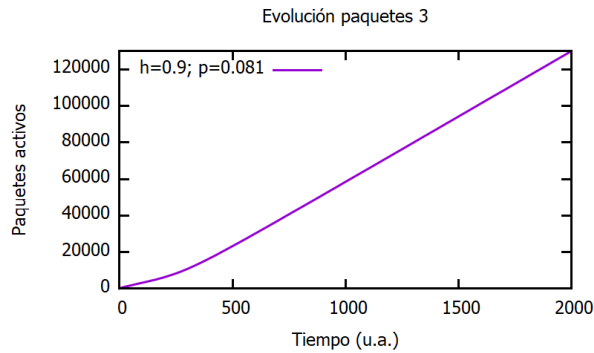
La Figura 9b es la que resulta más interesante, pues para ese valor de $p \gtrsim p_c$, la red pasa por dos estados a lo largo del tiempo: el primero, en el que la congestión es muy pequeña y el segundo, en el que la congestión es mucho mayor. Ésto se debe a que en los instantes iniciales hay pocos paquetes en la red, y pueden irse distribuyendo. Primero se van usando los *hubs* y posteriormente los nodos alrededor de los mismos pero, como se ve, la congestión no es del todo nula, sino que $\rho > 0$ (el número de paquetes activos crece a medida que pasa el tiempo). Esta pendiente positiva, hace que se vaya produciendo un lento proceso de carga de la red, de forma que llega un punto en el que se la red se sobrecarga y la congestión crece de forma brusca. Tras este cambio de congestión se llega a un estado estacionario en el que el número de paquetes activos en la red crece de forma lineal con el tiempo.

Las Figuras 9a y 9c, por el contrario, muestran la evolución del número de paquetes a lo largo del tiempo para $p < p_c$ (9a) y $p \gg p_c$ (9c). En el primero de los casos, como se puede observar, el número de paquetes activos oscila en torno a un valor constante. En la última figura se muestra en estado en el que la congestión aparece de forma muy temprana (casi desde el inicio) y el número de paquetes crece de forma lineal ($\Rightarrow \rho \equiv cte.$).



(a) Evolución del número de paquetes frente al tiempo para $h = 0,9$ y $p = 0,005$

(b) Evolución del número de paquetes frente al tiempo para $h = 0,9$ y $p = 0,047$.



(c) Evolución del número de paquetes frente al tiempo para $h = 0,9$ y $p = 0,081$.

Figura 9: Todos los resultados son para una red libre de escala de 1000 nodos y $\gamma = 3$. Como se puede observar en el diagrama de fases, (9a) se encuentra en la fase no congestionada, (9b) se encuentra en el inicio de la fase congestionada y (9c) se encuentra en una fase totalmente congestionada.

3.2. Ciclo de histéresis

Como esperábamos, ambos casos obtenemos un cambio en la transición de fase, pasando a ser abrupta cuando $h < 1$. Un tema que quedaba sin resolver en [19] es si desde un estado congestionado se puede volver a un estado de tráfico fluido y si el punto de retorno coincide con el punto crítico, p_c . Con el fin de tener más información sobre la transición de fase y de resolver este asunto, sometimos a cada una de las dos redes a un ciclo de histéresis en torno a p_c . Se varía el valor de p a lo largo del tiempo, de forma que p parte de valores $p < p_c$, supera el punto crítico, y luego se reduce otra vez a valores $p < p_c$. La Figura 10 se muestra el diagrama del ciclo obtenido para una red libre de escala de 1000 nodos y $\gamma = 3$.

En el caso de la red libre de escala, una vez se supera el punto crítico el número de paquetes en la red empieza a crecer con el tiempo y continúa haciéndolo cuando p vuelve a tener valores $p < p_c$. De hecho, el sistema no es capaz de volver a la situación inicial incluso con valores de p 3 veces por debajo de p_c , quedando la red con un alto número de paquetes. Para valores muy pequeños de p (0,005) se observa como la red vuelve a tener valores $\rho \simeq 0$. En el caso de la red ER, el resultado obtenido es muy similar al obtenido para la red libre de escala.

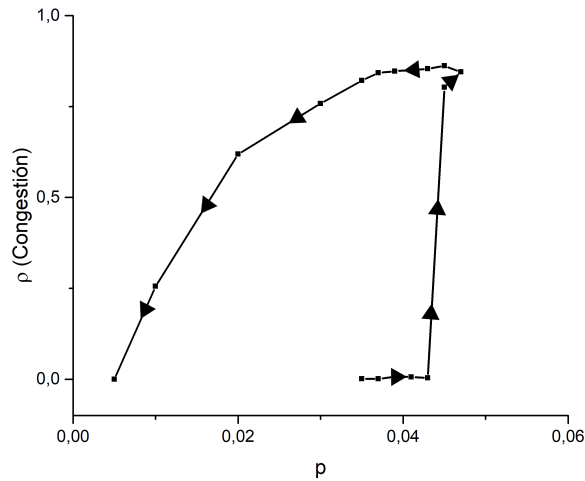


Figura 10: Ciclo de histéresis para una red libre de escala de 1000 nodos y $h=0.7$.

Sin embargo, si ahora nos centramos en la evolución temporal del número de paquetes activos en la red (Figuras 11 y 12) se observa como ya no se obtienen resultados similares en redes ER y SF. La evolución temporal en el caso de la red libre de escala una vez se ha superado p_c y p comienza a disminuir progresivamente, el número de paquetes crece de forma ininterrumpida incluso para valores de $p \ll p_c$. Sin embargo, en el caso de la red ER, una vez se ha superado el punto crítico, y p va disminuyendo progresivamente, para cada valor de p el número de paquetes decrece inicialmente, hasta llegar a un mínimo y posteriormente el número de paquetes vuelve a crecer de forma lineal e ininterrumpida, hasta que se vuelve a disminuir el valor de p .

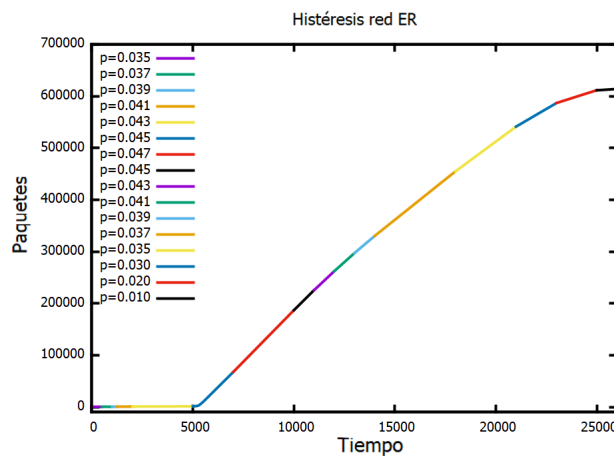


Figura 11: Evolución temporal del número de paquetes durante el ciclo de histéresis para una red libre de escala de 1000 nodos y $h=0.7$.

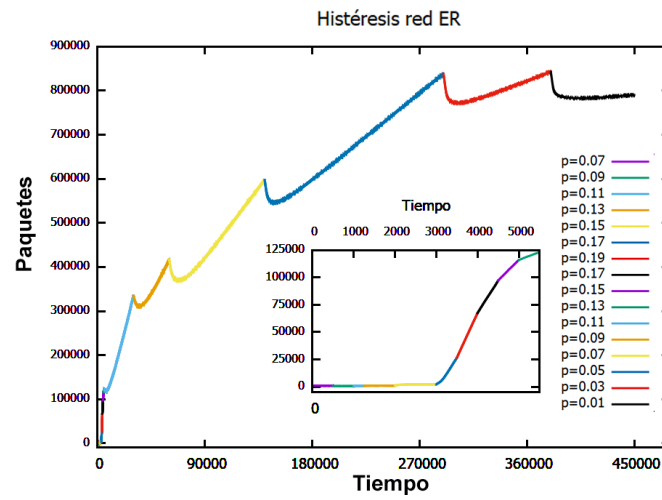


Figura 12: Evolución temporal del número de paquetes durante el ciclo de histéresis para una red ER de 1000 nodos y $h=0.7$. La gráfica más pequeña (tiempo 0- 5000) es un zoom del inicio de la gráfica principal.

4. Modelo híbrido

Sería interesante es buscar una forma de distribuir los paquetes que fuera un punto medio entre las dos descritas con anterioridad. Es decir, que lo que observáramos en el diagrama de fases fuera que el punto crítico fuera igual que cuando $h < 1$ pero que para valores de $p > p_c$ los valores de la congestión que se observaran fueran similares a los del caso $h = 1$, y éste es el propósito principal de este trabajo.

Partiendo de las dos maneras que se tienen de distribuir los paquetes, que son *Congestion Aware* (CA) y siguiendo el camino de menor longitud (SP), se buscará una nueva forma de distribuirlos que se acerque a lo que se consideraría como solución óptima, es decir, que hasta $p = p_c(CA)$ la congestión sea nula, pero que para $p > p_c(CA)$ la congestión no crezca como si el protocolo fuese CA sino que se acerque más a la congestión que obtenemos moviendo los paquetes siguiendo el camino más corto.

La forma en la que se implementará esto se detalla a continuación: Por lo general, consideraremos dos tipos de paquetes (a y b) de forma que los paquetes de tipo a se moverán con el protocolo CA mientras que los paquetes de tipo b se moverán siguiendo el camino más corto. Sin embargo, un paquete no es de un tipo estático, sino que puede ir cambiando de tipo de acuerdo a unas reglas.

La forma que se tendrá en cada caso para cambiar la forma en la que se mueven los paquetes tiene como base la teoría de juegos. Esta teoría tiene como objeto el estudio de interacciones estableciendo incentivos o puntuaciones a cada uno de los elementos que participan en estos juegos. Ésto se traduce en que se dará una puntuación a cada paquete en función de lo rápido que se está moviendo a través de la red, de forma que a un paquete que se mueva muy rápido se le asignará, por lo general, una puntuación alta, mientras que a un paquete que se mueva muy lento por la red se le asignará una baja. Una vez todos los paquetes tengan asignada una puntuación, los paquetes de cada nodo tendrán acceso a la forma de moverse y la puntuación de los paquetes de ciertos nodos, de forma que con una cierta probabilidad (definida después) imitará la forma de moverse del paquete con mayor puntuación al que el pueda tener acceso.

Lo que se trata de conseguir es, por tanto, una manera de que el sistema por sí mismo pueda “autogestionarse” en el sentido de que no se tiene por qué ir seleccionando la forma en que cada paquete tiene que moverse, sino que el propio sistema, por sí mismo, decide en cada momento qué estrategias son mejores y qué estrategias son peores (dependiendo de p) y trata de expandir estas estrategias al conjunto de la red. Las diferentes formas en las que se han implementado estas ideas se muestran a continuación.

4.1. Mejor de cada nodo

En este caso, la forma cambiar el tipo de paquete se basa en una información a nivel local, es decir, en cada uno de los nodos damos una puntuación a cada uno de los paquetes, de forma que los paquetes con una puntuación menor imitarán (con una cierta probabilidad) a los paquetes con una puntuación mayor.

Antes de explicar de qué manera se establecen estas puntuaciones y esta probabilidad, es importante definir el concepto ventana temporal y explicar la importancia que aquí tiene. En este caso, los cambios se producen cada v pasos de tiempo, donde v es la mencionada ventana temporal. En particular, una vez se asigna la forma en la que se va a mover cada uno de los paquetes a partir del instante actual de tiempo, se deja que estos paquetes se muevan de acuerdo con el tipo de paquete que es cada uno (a o b) durante v unidades de tiempo. Una vez transcurren estas v unidades de tiempo, se vuelve a calcular la puntuación de cada uno de los paquetes, se identifica al mejor paquete de cada uno de los nodos y, finalmente, se cambia el tipo de estrategia de algunos de los paquetes de cada nodo.

La definición de una ventana temporal es importante ya que, por ejemplo, en el protocolo CA no se busca el beneficio inmediato (se permite alejarse del camino óptimo en términos de distancia) sino que se busca un beneficio más a largo plazo, de forma que se permita viajar a un nodo que acerque al paquete menos a su destino que otro posible vecino, pero que le permita recorrer ese camino de forma más rápida, siendo este caso el más beneficioso. Si se calculara la puntuación de cada uno de los paquetes en cada instante de tiempo, los paquetes CA obtendrían, por lo general puntuaciones iguales o inferiores a los paquetes que van por el camino más corto, sin embargo, con una ventana temporal intermedia minimizamos este impacto.

Otro aspecto a tener en cuenta es el hecho de que, por lo general, un paquete “recién nacido” es probable que se encuentre en la periferia de la red. Así, al principio, viajará mucho sin esperar colas independientemente del tipo de paquete que sea. Para que esto no ocasione puntuaciones espurias, un paquete será considerado (al elegir el mejor de cada nodo) si ha sido creado al menos v instantes de tiempo antes, es decir, que haya “vivido” durante al menos una ventana de tiempo completa.

La puntuación de un paquete m al cabo de una ventana temporal de duración v es:

$$\phi_m = \frac{d_m(t-v) - d_m(t)}{v}, \quad (4)$$

donde $d_m(t)$ es la distancia del paquete m a su destino en el instante de tiempo t . Se introduce v en el denominador para que la ventana de tiempo no influya posteriormente en su comparación, aunque podría omitirse. Para los paquetes de tipo b (camino más corto) tendremos un valor $0 \leq \phi \leq 1$; ya que la distancia de un nodo a su destino sólo puede disminuir, mientras que para los paquetes CA podrá tener valores negativos, pero en todo caso se puede asegurar que $|\phi| \leq 1$.

Una vez se tiene la puntuación de cada uno de los paquetes, se calcula el valor de referencia de cada uno de los nodos, siendo el de un nodo i con q paquetes en su cola

$$\theta_i = \text{Max}\{\phi_1, \dots, \phi_q\}, \quad (5)$$

es decir, se miran todos los paquetes que están en ese instante en el nodo i y se coge el que tenga una mayor puntuación, siendo éste al que los demás paquetes del nodo tendrán la posibilidad de imitar.

Una vez tenemos el valor θ_i de referencia de cada nodo i pasamos a cambiar la estrategia de algunos de los paquetes. Como caso general, se toma el paquete m (con puntuación ϕ_m , que se

encuentra en el nodo i , con valor de referencia θ_i . Las posibles situaciones son las siguientes:

- El paquete m tiene una puntuación $\phi_m = \theta_i$, de forma que es uno de los paquetes que determina el valor de referencia al nodo. En este caso, el paquete no tendrá la posibilidad de cambiar de tipo de paquete.
- El paquete m tiene una puntuación $\phi_m \leq \theta_i$, pero es del mismo tipo que el paquete que da el valor de referencia del nodo. En este caso, el paquete tampoco cambiará de tipo. Notarse que los paquetes del primer grupo se incluyen en este, pero se ha explicado por separado para una mayor claridad.
- Este último caso es el más interesante y el que marca la diferencia entre tener sólo paquetes de un tipo y no. En este caso el paquete m tiene una puntuación $\phi_m < \theta_i$ y el paquete m es de diferente tipo que el paquete que da el valor de referencia del nodo. En este caso, el paquete m cambiará $a \rightarrow b$ si el paquete con una puntuación más alta es de tipo b y $b \rightarrow a$ en el caso en el que el que el paquete con una mayor puntuación sea de tipo a . Este cambio se realizará con una probabilidad:

$$\Pi_m = \frac{1}{1 + e^{(\phi_m - \theta_i)}}, \quad (6)$$

de forma que cuanto mayor sea la diferencia entre la puntuación de un paquete m y el valor de referencia del nodo en el que se encuentra, θ_i , mayor será la probabilidad de que el paquete cambie su forma de moverse.

Como se ha dicho anteriormente, es importante que, en la búsqueda de esta forma de distribuir los paquetes más eficiente, se tengan en cuenta los recursos que se necesitan para poder poner en práctica el protocolo. En este caso, los recursos que se necesitan son mínimos, ya que por ejemplo en el caso de Internet, el *router* tiene la información de todos los paquetes, de forma que para poder calcular el mejor paquete de los que hay en ese nodo (*router*) no se necesita información externa, ni intercambio de información entre *routers*.

En este caso, los resultados obtenidos se muestran en la Figura 13. Como se puede observar, los resultados son muy diferentes de los que se pueden ver en la Figura 7 ya que se adelanta el punto crítico hasta valores $p_c \simeq 0,3$. Además, la transición de fase ya no es tan abrupta, sino que la congestión va creciendo linealmente casi desde el principio y hasta el punto crítico. A partir del punto crítico, los valores de la congestión suben rápidamente hasta valores $\rho \simeq 0,6$.

Respecto de no realizar estos cambios, se puede decir que existen dos mejoras:

- Antes del punto crítico $\rho \neq 0$ pero tiene valores relativamente bajos, de forma que la transición de fase es más previsible sin que la red esté muy congestionada para valores $p < p_c$.
- Después del punto crítico, la congestión es constante pero baja de valores $\rho \sim 0,8$ cuando todos los paquetes son de tipo CA a $\rho \sim 0,6$ ahora que hay paquetes de los dos tipos.

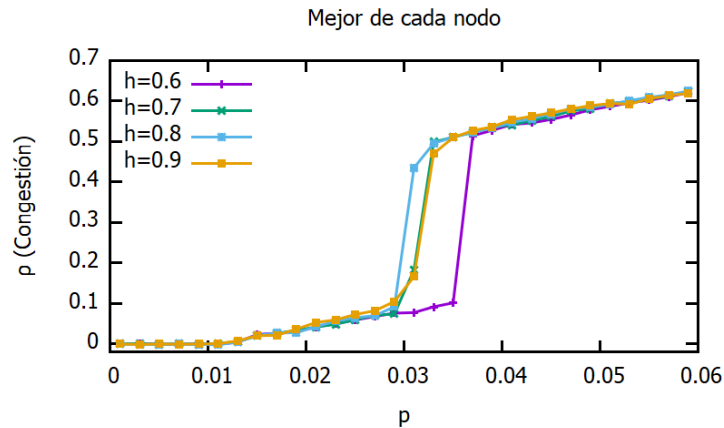


Figura 13: Diagrama de fases obtenido para una red libre de escala (SF) de $N = 1000$ nodos y $\gamma = 3$ en la que los paquetes pueden cambiar su estrategia en base al *Mejor de cada nodo*.

La proporción de paquetes que son de tipo CA en diferentes situaciones podemos verla en la Figura 14.

El resultado que se obtiene parece contrario a lo que podría esperarse, ya que en los valores de p en los que el protocolo que se mueve más rápido es el CA ($p < p_c$) es cuando se tienen menos paquetes CA y viceversa. Esto se debe a que los paquetes CA evitan los *hubs*, mientras que los paquetes que siguen el camino más corto (paquetes SP) se acumulan principalmente en los hubs. Así, en los nodos en los que se acumulan los paquetes SP y que no hay paquetes CA a los que imitar.

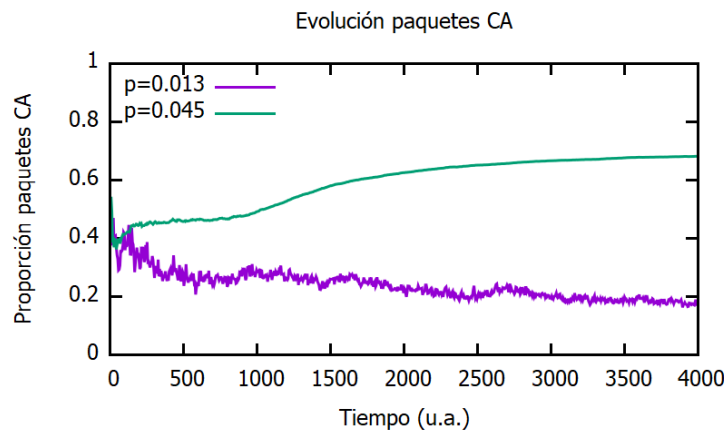


Figura 14: Paquetes de tipo CA frente al tiempo para $h = 0,9$ y $p = 0,013$ y $p = 0,045$

4.2. Mejor de la vecindad

Esta forma de mover los paquetes es similar a la anterior pero se introduce el hecho de que la información de la bondad de una estrategia deja de tenerse únicamente a nivel de cada nodo, es decir, a nivel local, sino que pasamos a tener en cada uno de los nodos una información más

amplia. Por el contrario, en lo referente a las ventanas de tiempo y el hecho de que un paquete ha tenido que estar activo durante un tiempo igual o superior a v no se establece ningún cambio.

Así, procedemos igual que en el anterior, es decir, otorgamos a cada paquete m una puntuación

$$\phi_m = \frac{d_m(t - v) - d_m(t)}{v}, \quad (7)$$

donde, de igual manera, $d_m(t)$ es la función que nos da la distancia del nodo m a su destino en el instante de tiempo t y, por tanto, el valor estará acotado en los mismos intervalos que en el caso anterior.

Una vez se tiene la puntuación de cada uno de los paquetes, se calcula el valor de referencia θ de cada nodo de la misma forma que antes, es decir, si el nodo i tiene q paquetes en cola

$$\theta_i = \text{Max}\{\phi_1, \dots, \phi_q\}. \quad (8)$$

Sin embargo, en este nuevo protocolo introducimos un segundo valor de referencia para cada nodo i definido como:

$$\theta'_i = \text{Max}\{\theta_i, \theta_1, \dots, \theta_{k_i}\}, \quad (9)$$

donde $(\theta_1, \dots, \theta_{k_i})$ es el conjunto de valores de referencia de los vecinos del nodo i . Con esta nueva definición se consigue que, en el caso de que un nodo no tenga ningún paquete cuya forma de moverse sea muy buena, pueda tomar una mejor referencia a la cual imiten los paquetes que en él se encuentran, es decir, ampliamos el horizonte de información de cada nodo.

Una vez tenemos el nuevo valor de referencia de cada uno de los nodos, volveremos a seguir los pasos del método primero, es decir, si tenemos un paquete del mismo tipo que el del paquete que da al nodo su valor de referencia, no hacemos nada, mientras que si tenemos un paquete m que es de distinto tipo al del valor de referencia, éste cambia de tipo con una probabilidad:

$$\Pi_m = \frac{1}{1 + e^{\phi_m - \theta'_i}}. \quad (10)$$

Se podría pensar que en este caso se mira cual es el valor de referencia de cada nodo con un radio $R = 1$ y que éste podría incrementarse de forma que cada nodo tuviera la mejor referencia posible. Sin embargo, esto consume una gran cantidad de recursos, puesto que se necesitaría que cada instante de tiempo, cada nodo recibiera información de sus vecinos, pero también necesitaría cada uno de estos vecinos preguntar a los suyos y transmitir esta información también al nodo inicial, creciendo los recursos necesitados de una forma muy rápida.

Los resultados obtenidos en para este protocolo se muestran en la Figura 15. Como se puede observar, los resultados que se obtienen son peores que en el caso anterior, ya que obtenemos valores de p_c más bajos. Ésto puede deberse a que la información que ahora se tiene en cada nodo i viene también de nodos vecinos, lo cual puede hacer que la información de un nodo venga de uno en el que la situación es muy distinta y la mejor forma de moverse es otra.

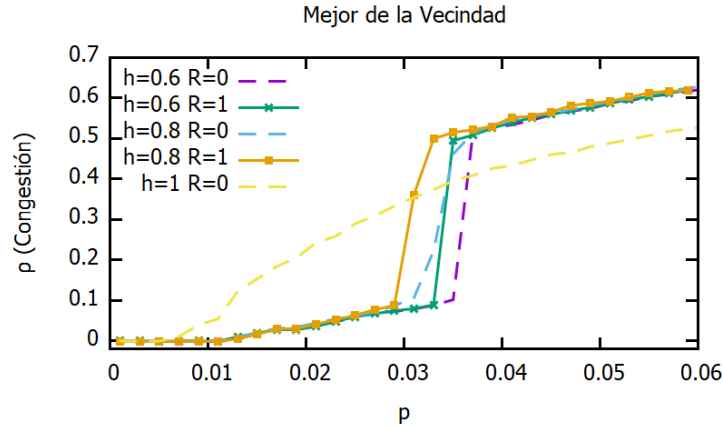


Figura 15: Diagrama de fases obtenido al elegir para cada nodo i el valor de referencia θ_i de entre los paquetes que están situados tanto en el nodo i como en sus primeros vecinos. Red SF de 1000 nodos. En línea discontinua se muestran los resultados que aparecen en la Figura 13 para una comparación más sencilla.

La evolución temporal de los paquetes de tipo CA es aproximadamente equivalente a la vista en la Figura 14.

Por lo tanto, a la vista de los resultados, se puede decir que esta forma de elegir los cambios de forma de moverse de los paquetes no es muy buena, puesto que consume más recursos que el modelo anterior y no ofrece ninguna mejora frente a él.

4.3. Mejor desde actualización

Se podría pensar que las formas antes descritas no valoran del todo bien cómo se evalúa la calidad de un camino, ya que se puntúa cada uno de los caminos teniendo en cuenta lo que se ha avanzado en los últimos v pasos de tiempo y podría, para valores bajos de v perjudicar a los paquetes de tipo CA, ya que, como hemos dicho, pueden viajar de un nodo a otro que les aleje de su destino si los nodos vecinos que le acercan tienen una cola muy larga; además, no podemos hacer v muy grande ya que, al trabajar con redes de $N = 1000$ nodos, los tiempos que utilizan los paquetes para llegar a su destino no son muy elevados.

Como solución se plantea este nuevo procedimiento. Este nuevo procedimiento establece una nueva forma de puntuar a los paquetes de forma que en cada instante de tiempo t se puntúa a todos los paquetes que hayan estado activos durante más de v instantes de tiempo (aquí v deja de ser un parámetro tan relevante, ya que no determina cada cuánto se evalúa al total de los paquetes). Así, la puntuación de un paquete m será:

$$\phi_m = \frac{d_m(t^{upd}) - d_m(t)}{t - t^{upd}}, \quad (11)$$

donde t^{upd} el instante de tiempo en el cual un paquete m cambió por última vez de estado (o bien, el instante de tiempo en el que un paquete m empezó a ser tenido en cuenta por llevar activo el tiempo suficiente).

Una vez se ha calculado la puntuación de cada uno de los paquetes, establecemos el valor de referencia de un nodo i que tiene m paquetes en su cola, nuevamente, como

$$\theta_i = \text{Max}\{\phi_1, \dots, \phi_q\}, \quad (12)$$

es decir, como la mayor puntuación de entre los paquetes que están en su cola.

En términos de recursos consumidos, se observa que este método consume relativamente pocos recursos, puesto que, aunque se puntúa a cada paquete cada instante de tiempo, la información utilizada es local, es decir, cada *router* utilizaría la información que dispone en él, no precisando información de otros routers.

Los resultados de este protocolo se muestran en la Figura 16. Como se puede observar, los resultados que se obtienen son bastante similares a los obtenidos en la Figura 13, de forma que igualmente se adelanta el punto crítico respecto a su posición para el protocolo *Congestion Aware* (Figura 7) y la llegada del punto crítico es más previsible, puesto que la congestión no cambia de $\rho = 0$ a un valor muy alto, sino que antes de p_c aumenta progresivamente.

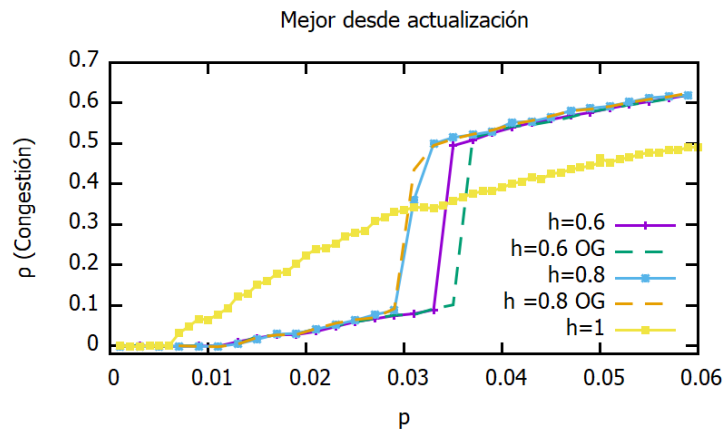


Figura 16: Diagrama de fases para la forma de moverse “mejor desde actualización”. Las líneas etiquetadas con “OG” son los resultados mostrados en la Figura 13. Los paquetes tienen que haber estado activos, en este caso, un mínimo de 3 pasos de tiempo para que se les asigne una puntuación.

5. Conclusiones

En este trabajo hemos estudiado la competición entre estrategias de distribución de paquetes en redes de transporte. En primer lugar, se ha analizado el funcionamiento de diferentes estrategias aisladas de distribución de paquetes, de forma que se pudiera observar en qué circunstancias era mejor una estrategia u otra. Con los resultados que se han obtenido, se han investigado diferentes formas de competición entre las estrategias, de forma que el sistema, automáticamente, cambie el protocolo de los paquetes con el fin de disminuir lo máximo posible la congestión de la red. Las estrategias en competición tienen propiedades y prestaciones diferentes, de forma que, dependiendo del número de paquetes inyectados en la red p (nuestro parámetro de control), una es más conveniente que la otra. El objetivo, por tanto, es conseguir que el sistema sepa seleccionar la estrategia que mejor opere dependiendo del valor particular de este parámetro.

Los resultados obtenidos para los tres modelos híbridos estudiados son bastante parecidos. La competición da lugar a una diagrama de fases que mejora los obtenidos de manera individual. En particular, obtenemos que la congestión crece muy lentamente desde el punto a partir del cual el protocolo de camino más corto se congestiona. La ralentización de la congestión respecto a la anterior estrategia pero, no obteniendo congestión nula, no logramos seleccionar la estrategia óptima (CA). Aumentando el número de paquetes inyectados llegamos a un segundo punto (aproximadamente donde la estrategia CA se congestiona) donde observamos un aumento abrupto de la congestión. El valor final en este salto se sitúa por debajo del esperado por la estrategia CA pero no llegamos a igualar el mejor valor posible que, en este caso, lo produciría la estrategia de camino mínimo. Por tanto, el sistema no logra seleccionar la estrategia óptima para cada valor del parámetro de control p .

Las razones de que no se logre seleccionar las estrategias óptimas puede relacionarse, en los tres modelos estudiados, con el horizonte de información de los paquetes, en base al cual toman las decisiones de cambio de estrategia. Este horizonte es, como máximo, el de los primeros vecinos del nodo en que se encuentran. El hecho de que los paquetes tengan una información tan reducida sobre el beneficio obtenido por las dos estrategias de distribución puede dar lugar a decisiones erróneas por parte de los paquetes evitando así que se tomen las decisiones óptimas para el sistema.

Teniendo en cuenta, la miopía de los paquetes, creemos que los resultados obtenidos son bastante positivos, dado que, con un consumo mínimo de recursos, los diagrama de fases obtenidos muestra mejoras respecto de los obtenidos en artículos anteriores. En particular, hemos mejorado la previsibilidad de la llegada del punto crítico, así como una notable reducción de la congestión para $p > p_c$.

Como trabajo futuro, creemos que sería útil explorar si el sistema es capaz de realizar una mejor selección de estrategias cuando el horizonte de información se aumenta. Otra alternativa de mejora, consiste en implementar maneras más adecuadas de evaluar las prestaciones de cada uno de los paquetes que reflejen mejor el desempeño de las estrategias en competición.

Bibliografía

- [1] Mark Newman. *Networks: An Introduction*. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 2010. ISBN: 0199206651, 9780199206650.
- [2] S. Boccaletti et al. En: *Physics Reports* 424 (2006), pág. 175.
- [3] S. Boccaletti et al. En: *Physics Reports* 544 (2014). The structure and dynamics of multi-layer networks, pág. 1.
- [4] Albert-László Barabási y Réka Albert. En: *Science* 286 (1999), pág. 509.
- [5] Misako Takayasu, Hideki Takayasu y Takamitsu Sato. En: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 233 (1996), pág. 824.
- [6] Misako Takayasu, Hideki Takayasu y Kensuke Fukuda. En: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 277 (2000), pág. 248.
- [7] Marcio Argollo de Menezes y Albert-László Barabási Barabási. En: *Physical Review Letters* 92, 028701 (2004), pág. 028701.
- [8] Ricard V. Solé y Sergi Valverde. En: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 289 (2001), pág. 595.
- [9] Sergi Valverde y Ricard V. Solé. En: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 312 (2002), pág. 636.
- [10] Sergi Valverde y Ricard V. Solé. “Internet’s critical path horizon”. En: *The European Physical Journal B - Condensed Matter* 38 (2004), pág. 245.
- [11] Toru Ohira y Ryusuke Sawatari. En: *Physical Review E* 58 (1998), pág. 193.
- [12] Bosiljka Tadic y Geoff J. Rodgers. En: *eprint arXiv:cond-mat/0207228* (2002).
- [13] Bosiljka Tadić, Stefan Thurner y Geoff J. Rodgers. En: *Physical Review E* 69 (2004), pág. 036102.
- [14] Bosiljka Tadić y Stefan Thurner. En: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 332 (2004), pág. 566.
- [15] Bosiljka Tadić y Stefan Thurner. En: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 346 (2005), pág. 183.
- [16] R. Guimerà et al. En: *Physical Review E* 66, 026704 (2002), pág. 026704.
- [17] Romualdo Pastor-Satorras y Alessandro Vespignani. *Evolution and Structure of the Internet: A Statistical Physics Approach*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2004. ISBN: 0521826985.
- [18] B.-H. Wang y T. Zhou. En: *ArXiv Physics e-prints* (2006).
- [19] P. Echenique, J. Gómez-Gardeñes e Y. Moreno. En: *EPL (Europhysics Letters)* 71 (2005), pág. 325.