



Universidad
Zaragoza

**MÁSTER UNIVERSITARIO EN SISTEMAS
MECÁNICOS**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**PROGRAMA OFICIAL DE POSGRADO: INGENIERÍA
DE DISEÑO Y FABRICACIÓN**

TÉCNICA DE CALIBRACIÓN DE BRAZOS ARTICULADOS DE MEDICIÓN POR
COORDENADAS MEDIANTE PATRONES BASADOS EN
MULTILATERALIZACIÓN DE SISTEMAS DE MEDIDA DE ALTO RANGO



**Escuela de
Ingeniería y Arquitectura**
Universidad Zaragoza

AUTOR: JORGE MAINZ SALVADOR

DIRECTORES:

1. JORGE SANTOLARIA MAZO
Área: Ingeniería de los procesos de fabricación
Departamento: Ingeniería de diseño y fabricación
2. JUAN JOSÉ AGUILAR MARTÍN
Área: Ingeniería de los procesos de fabricación
Departamento: Ingeniería de diseño y fabricación

CURSO ACADÉMICO: 2010/2011

CONVOCATORIA: DICIEMBRE 2011



A Rosa, por su paciencia, comprensión, amor y apoyo durante el Máster, y en la realización de este proyecto, sin ella esto no hubiera sido posible.

A Amalia y Máximo, sin quienes no habría llegado hasta aquí sin ellos.

A Eduardo, por saber siempre como hacer que saque lo mejor de mí mismo.

Y un agradecimiento especial a Jorge Santolaria Mazo y Juan José Aguilar Martín, por su apoyo y dedicación en la elaboración de este proyecto.



Técnica de calibración de brazos articulados de medición por coordenadas mediante patrones basados en multilateralización de sistemas de medida de alto rango

1. Resumen del proyecto

Este proyecto tiene como objetivo la identificación y optimización de los parámetros cinemáticos de un brazo articulado de medición por coordenadas mediante el método de *Denavit-Hartenberg*, así como realizar la optimización de dichos parámetros mediante la realización de un ensayo midiendo de forma simultánea las coordenadas de diferentes puntos distribuidos en el espacio de trabajo del brazo en su propio sistema interno de referencia y en un sistema de coordenadas de multilateralización formado por cuatro equipos de medición denominados Láser Tracker (LT). Tras obtener las coordenadas de los puntos medidos en ambos sistemas, se realiza un proceso de optimización mediante la implementación del proceso con el software “MatLab” aproximando una función objetivo que es calculada mediante la diferencia entre el sistema del brazo y el sistema multilateralizado de los sumatorios de todas las distancias entre puntos medidos en el ensayo. El aproximar la función objetivo mediante la variación de los parámetros cinemáticos del brazo permite obtener el objetivo de mejorar la precisión final del brazo en todo su volumen de trabajo.

Para llevar a cabo este objetivo, se han seguido los siguientes pasos:

1. Implementación en “MatLab” del modelo del brazo utilizando el modelo de Denavit-Hartenberg.
2. Investigación sobre la aplicabilidad del método de multilateralización mediante LT a la presente investigación.
3. Realización de un ensayo de captura de nube de puntos en sistema referencia interno brazo y en sistema global multilateralizado, incluyendo una autocalibración previa de los sistemas de medida patrón identificando parámetros y compensaciones necesarias para realizar pasos sucesivos.
4. Cálculo de las distancias entre todos los puntos capturados en el ensayo tanto en coordenadas obtenidas en el brazo así como en el sistema de multilateralización para calcular la función objetivo.
5. Implementación en MATLAB del método de optimización de la función objetivo mediante ajuste por mínimos cuadrados de los parámetros cinemáticos del brazo.
6. Validación de la solución para los parámetros cinemáticos obtenidos mediante la introducción de puntos no utilizados en el proceso de identificación para comprobar la versatilidad y validez de la solución final alcanzada.



2. Índice

Tabla de contenido

1. Resumen del proyecto	3
2. Índice	4
3. Lista de figuras y tablas	6
4. Introducción.....	8
5. Modelo Denavit Hartenberg.....	9
5.1 Introducción.....	9
5.2 Calibración del brazo articulado de medición por coordenadas	10
5.3 Captura de datos para identificación de parámetros.....	12
5.4 Consideraciones generales	14
6. Modelo Cinemático del brazo de medición.....	15
6.1 Descripción cinemática del brazo de medida	15
6.2 Modelo cinemático y determinación de parámetros nominales.....	15
6.3 Procedimiento de identificación de parámetros	20
6.3.1 Elección del método para identificación.....	20
6.3.2 Introducción al método de multilateralización.....	20
6.3.3 Descripción aplicación real trabajo	21
6.3.4 Captura de datos para identificación de parámetros.....	22
7. Realización del ensayo de multilateralización	26
7.1 Operativa del ensayo.....	26
7.2 Consideraciones para situar el sistema de referencia multilateralizado.....	26
7.3 Configuración de los LT y software empleado	28
7.4 Fase HOME del ensayo realizado	29
7.5 Captura de nube de puntos durante el ensayo.....	29
7.6 Captura de puntos e interrelación entre los LT y brazo	31
7.7 Optimización de parámetros del modelo cinemático	34
7.8 Pre-procesado de datos obtenidos en el ensayo	36
7.9 Determinación del sistema de multilateralización.....	38
7.10 Identificación y optimización de los parámetros del brazo	41
8. Pruebas realizadas tras obtención de los parámetros óptimos del brazo	47



8.1 Introducción	47
8.2 Determinación de errores y desviaciones estándares con LT por separado	47
8.3 Determinación de errores y desviaciones estándares con LT variando determinados parámetros iniciales	48
8.4 Comparación del valor nominal de las distancias con respecto a puntos fuera de la optimización	49
9. Conclusiones	50
10. ANEXO 1. El modelo Denavit-Hartenberg	52
11. ANEXO 2 Modelado cinemático para identificación de parámetros	56
12. ANEXO 3 Técnicas de identificación de parámetros	67
13. ANEXO 4 Multilateralización	74
13.1 Metodología de creación sistema de referencia global	74
13.2 Fundamentos matemáticos del proceso de multilateralización	75
13.3 Explicación operativa cuatrilateralización	76
14. ANEXO 5 Palpador de nido de esferas para captura continua de datos	80
15. ANEXO 6 Equipos y utillajes empleados en ensayo	81
16. ANEXO 7 Brazo articulado de medición por coordenadas FARO Platinum	84
17. ANEXO 8 Equipos de medición Láser Tracker utilizados	86
17.1 Resumen de equipos Láser Tracker	86
17.2 Láser Tracker FARO ION	87
17.3 Láser Tracker FARO X	89
17.4 Láser Tracker LEICA LT600	93
17.5 Láser Tracker API TRACKER3	94
18. ANEXO 9 Resumen de funciones MatLab	95
19. ANEXO 10 Resumen de resultados obtenidos en la fase Determinación del sistema de multilateralización	107
20. Bibliografía	121



3. Lista de figuras y tablas

Figura 5.1 Varios sistemas de captura de puntos para identificación de parámetros.....	12
Figura 6.1 Brazo articulado de medición por coordenadas marca FARO.....	15
Figura 6.2 Establecimiento de sistemas de coordenadas en posición nominal inicial para el modelo D-H del brazo FARO.....	17
Figura 6.3 Resultados obtenidos para los parámetros iniciales de la figura 6.2.....	18
Figura 6.4 Establecimiento de sistemas de coordenadas en posición nominal inicial para el modelo D-H del brazo FARO tras realizar una primera optimización.....	19
Figura 6.5 Resultados obtenidos para los parámetros iniciales de la figura 6.4.....	19
Figura 6.6 Ejemplo de aplicación de principios de multilateralización.....	21
Figura 6.7 Montaje del sistema de 4 LT y el brazo de medición.....	22
Figura 6.8 Coordenadas X, Y y Z de los 23 puntos capturados en el ensayo expresados en coordenadas del sistema de multilateralización con dimensiones en mm.....	23
Figura 6.9 Esquema del proceso iterativo de optimización	25
Figura 7.1 Medición con MMC de las dimensiones de la lente y del palpador.....	26
Figura 7.2 Montaje de los distintos equipos en el ensayo.....	27
Figura 7.3 Posiciones de los 4 LT en el sistema multilateralizado.....	27
Figura 7.4 Capturas de pantalla de los Software provistos por los diferentes modelos de LT.....	28
Figura 7.5 Imagen del software de captura del LT1 modelo “Faro X” en la fase “HOME”.....	29
Figura 7.6 Proceso de orientar los 4 LT hacia la lente retro reflectora.....	30
Figura 7.7 Distribución de los diferentes puntos capturados en el ensayo.....	30
Figura 7.8 Captura de puntos durante el ensayo de multilateralización.....	31
Figura 7.9 Ejemplo de captura continua de puntos durante el ensayo de multilateralización.....	32
Figura 7.10 Nube de puntos generada en la captura de diferentes posiciones con el brazo para una misma posición.....	32
Figura 7.11 Media y desviación estándar.....	33
Figura 7.12 Distancia entre dos puntos capturados y comparativa entre brazo y multilateralización.....	34
Figura 7.13 Captura de datos en los equipos LT realizada durante el ensayo realizado en el taller.....	36
Figura 7.14 Imagen de captura de los valores que son recogidos con el brazo durante el ensayo.....	37
Figura 7.15 Representaciones distribución de puntos del ensayo con respecto a cada uno de los LT.....	38
Figura 7.16 Valores del error medio.....	40
Figura 7.17 Parámetros que determinan completamente el sistema de multilateralización.....	40
Figura 7.18 Ejemplo de unión de distancias euclídeas.....	42
Figura 7.19 Comparativa de resultados del brazo en la captura de 21 puntos.....	44
Figura 7.20 Comparativa de resultados del brazo en la captura de los 23 puntos.....	44
Figura 7.21 Representación del rango de distancias sin tener en cuenta los resultados del brazo.....	45
Figura 7.22 Representación del rango de distancias teniendo en cuenta los resultados del brazo.....	46
Figura 8.1 Tabla de valores obtenidos aislando cada LT.....	47



Figura 8.2 Tabla de valores variando los parámetros.....	48
Figura 11.1 Cuadrilátero articulado, ejemplo de mecanismo en lazo cerrado.....	59
Figura 11.2 Indeterminación para el modelo D-H para articulaciones consecutivas con ejes paralelos.....	60
Figura 11.3 Seis grados de libertad en el movimiento de una guía prismática de máquina de medir por coordenadas.....	62
Figura 11.4 Cambio en posición y orientación del sistema de referencia nominal de una articulación debido a los errores del brazo.....	63
Figura 11.5 Modelo cinemático en términos de los modelos POE.....	66
Figura 13.1 Montaje completo del ensayo.....	74
Figura 13.2 Esquema sistema de coordenadas globales sistema de multilateralización.....	76
Figura 13.3 Captura de puntos con distintas configuraciones del brazo.....	78
Figura 14.1 Palpador de nido de esferas.....	80
Figura 15.1 Láser Tracker “FARO” modelo “X” utilizado como LT1 durante el ensayo.....	81
Figura 15.2 Láser Tracker “LEICA” modelo “LT-600” utilizado como LT3 durante el ensayo.....	81
Figura 15.3 Láser Tracker “FARO” modelo “ION” utilizado como LT4 durante el ensayo.....	82
Figura 15.4 Láser Tracker “API” modelo “T3” utilizado como LT2 durante el ensayo.....	82
Figura 15.5 Brazo articulado de medición por coordenadas “FARO” modelo “PLATINUM” y trípodes supletorios utilizados para fijar el brazo y la lente retro reflectora.....	82
Figura 15.6 Lente retro reflectora y base soporte imantada para tener fijada la lente.....	83
Figura 15.7 Palpador de nido de esferas auto centrante en el palpado de la lente esfera.....	83
Figura 18.1 Prueba de funcionamiento de Modelo Brazo.....	102
Figura 19.1 Valor del Offset correspondiente a cada LT.....	107
Figura 19.2 Valor de las coordenadas en sistema multilateralizado de los distintos LT.....	107
Figura 19.3 Coordenadas de los puntos en sistema global de multilateralización.....	108
Figura 19.4 Coordenadas de los puntos en sistema global multilateralización y locales de 4 LT.....	108

10. ANEXO 1. El modelo Denavit-Hartenberg

La representación básica de D-H modela cada una de las articulaciones del brazo permitiendo conocer la relación entre dos sistemas de referencia consecutivos mediante cuatro parámetros geométricos (o cinemáticos): d_i , a_i , θ_i y α_i . Los dos primeros hacen referencia a dimensiones longitudinales entre sistemas de referencia sucesivos, mientras que los otros dos son ángulos de giro entre dichos sistemas. Brevemente podrían ser definidos de la siguiente forma:

- θ_i Es el ángulo de la articulación del eje X_{i-1} al eje X_i respecto del eje Z_{i-1} (siguiendo la regla de la mano derecha).
- d_i Es la distancia desde el origen del sistema de coordenadas (i-1)ésimo hasta la intersección del eje Z_{i-1} con el eje X_i a lo largo del eje Z_{i-1} .
- a_i Es la distancia de separación desde la intersección del eje Z_{i-1} con el eje X_i hasta el origen del sistema i-ésimo a lo largo del eje X_i . (o la menor distancia o normal común entre los ejes Z_{i-1} y Z_i)
- α_i Es el ángulo de separación del eje Z_{i-1} al eje X_i respecto del eje X_i (siguiendo la regla de la mano derecha).

Para obtener la relación geométrica entre los sistemas de referencia consecutivos a través de estos cuatro parámetros independientes, se define por una matriz homogénea 4x4 cuya forma general es:

$$A_i = \begin{pmatrix} R_i & T_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ecuación 10.1 Matriz de relaciones geométricas

donde el término R_i es una matriz de giro o rotación 3x3 con las componentes de los vectores unitarios del SR_i con respecto al SR_{i-1} , el T_i es un vector de traslación 3x1 desde el origen del sistema i al i-1, de modo que:

$$\bar{X}_{i-1} = A_i \cdot \bar{X}_i$$

Ecuación 10.2 Transformación de un sistema de referencia a otro

Mediante la ecuación 10.2 será posible expresar un punto de coordenadas conocidas en el sistema de referencia i, en el sistema de referencia i-1. El uso de matrices homogéneas hace que los vectores X de la ecuación 10.2 deban ser vectores de dimensión 4x1, con las coordenadas X, Y, Z de un punto en el sistema de referencia correspondiente más una cuarta componente igual a 1. Este tipo de representación permite realizar tanto la rotación como la traslación con una sola matriz, permitiendo una formulación más sencilla y compacta. Desde el punto de vista de las transformaciones geométricas para brazos, el resto de términos de la matriz se mantendrán como los mostrados en la ecuación 10.1. Sin embargo, esta representación nos permite establecer otra serie de transformaciones. El vector de dimensión 1x3, cuyas componentes son cero en nuestro caso, permite realizar una transformación de perspectiva de los puntos,

mientras que el último elemento de la diagonal principal es un factor de escala encargado de representar el factor de escala global o relación geométrica entre ambos sistemas de coordenadas. Ambos elementos se usan ampliamente en transformaciones geométricas de modelos CAD, usando una sola matriz que contenga información de la rotación, la traslación, la transformación de perspectiva y el factor de escala a aplicar sobre los puntos que definen el modelo.

En el brazo del presente trabajo es posible seguir un procedimiento general para determinar los parámetros geométricos iniciales del modelo y posicionar los sistemas de referencia en cada una de las articulaciones del brazo. Finalmente, mediante la multiplicación de las matrices obtenidas se obtendrá una matriz global para cada posición del brazo dependiente de todos los parámetros geométricos, que permitirá obtener en el sistema de referencia global las coordenadas de un punto definido por el extremo o por la esfera del palpador del brazo de medida respecto al último sistema de referencia. De este modo, para definir la cadena de transformaciones completa, en los ejes de articulación de cada elemento se establece un sistema de coordenadas cartesiano ortonormal (x_i, y_i, z_i) , más el sistema de coordenadas de la base. Cuando el elemento i se mueve respecto al $i-1$, el sistema de coordenadas i -ésimo se mueve junto con el elemento i . Las coordenadas de la base se definen como el sistema de coordenadas $0 (x_0, y_0, z_0)$, estando situado en la parte inferior del brazo en el presente trabajo.

El procedimiento a seguir para la localización de los sistemas de coordenadas y el cálculo de los parámetros para el caso general de un brazo con n grados de libertad es:

1. *Establecer el sistema de coordenadas de la base.* Establecer un sistema de coordenadas ortonormal dextrógiro (x_0, y_0, z_0) en la base soporte con el eje z_0 estando a lo largo del eje de movimiento de la articulación 1. Los ejes x_0 e y_0 se pueden establecer convenientemente y son normales al eje z_0 .
2. *Inicializar y repetir.* Para cada $i, i = 1, \dots, n-1$, realizar los pasos 3 a 6.
3. *Establecer los ejes de la articulación.* Alinear el z_i con el eje de movimiento de la articulación $i+1$.
4. *Establecer el origen del sistema de coordenadas i -ésimo.* Localizar el origen del sistema de coordenadas i -ésimo en la intersección de los ejes z_i y z_{i-1} o en la intersección de las normales comunes entre los ejes z_i y z_{i-1} y el eje z_i .
5. *Establecer el eje x_i .* Establecer x_i normal al eje z_{i-1} o a lo largo de la normal común entre los ejes z_i y z_{i-1} cuando son paralelos.
6. *Establecer el eje y_i .* Asignar y_i para completar el sistema de coordenadas dextrógiro.
7. *Encontrar los parámetros de la articulación y del elemento.* Para $i, i = 1, \dots, n$, realizar los pasos 8 a 11.
8. *Encontrar d_i .* d_i es la distancia del origen del sistema de coordenadas $(i-1)$ -ésimo hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i a lo largo del eje z_{i-1} .
9. *Encontrar a_i .* a_i es la distancia desde la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i hasta el origen del sistema de coordenadas i -ésimo a lo largo del eje x_i .
10. *Encontrar θ_i .* θ_i es el ángulo de rotación desde el eje x_{i-1} hasta el eje x_i respecto del eje z_{i-1} .
11. *Encontrar α_i .* α_i es el ángulo de rotación desde el eje z_{i-1} hasta el eje z_i respecto del eje x_i .

Este es un procedimiento general válido tanto para brazos con articulaciones giratorias como para brazos con articulaciones prismáticas. En caso de una articulación giratoria, el parámetro característico, que variará conforme varíe la posición de la articulación es θ_i .

En el caso del presente trabajo el brazo articulado de medición por coordenadas ha sido diseñado, mediante el montaje de articulaciones giratorias dobles que dotan al brazo de siete grados de libertad. Además, cabe destacar que la variable característica para todas las articulaciones será θ_i . Una vez establecido el sistema de coordenadas para cada elemento, se puede obtener una matriz de transformación homogénea que relacione el sistema de coordenadas i -ésimo con el sistema de coordenadas $(i-1)$ -ésimo. De este modo, un punto r_i expresado en el sistema de coordenadas i -ésimo se puede expresar en el sistema de coordenadas $(i-1)$ -ésimo como r_{i-1} realizando las siguientes transformaciones sucesivas:

- Girar respecto del eje z_{i-1} un ángulo de θ_i para alinear el eje x_{i-1} con el eje x_i (el eje x_{i-1} es paralelo a x_i y apunta en la misma dirección).
- Trasladar a lo largo del eje z_{i-1} una distancia de d_i para hacer coincidir los ejes x_{i-1} y x_i .
- Trasladar a lo largo del eje x_i una distancia de a_i para hacer coincidir los dos orígenes de los ejes x .
- Girar respecto del eje x_i un ángulo α_i para hacer coincidir los sistemas de coordenadas.

Cada una de estas cuatro operaciones se puede expresar mediante una matriz homogénea básica. El producto de estas cuatro matrices de transformación homogéneas básicas da una matriz de transformación homogénea compuesta A_i^{i-1} , conocida como la matriz de transformación D-H para sistemas de coordenadas adyacentes i e $i-1$. Así,

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} T_{z,\theta} T_{x,a} T_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 10.3 Matriz de transformación de Denavit-Hartenberg

La matriz 2-3 se obtiene premultiplicando la matriz identidad por las matrices que representan giros o traslaciones en el sistema $(i-1)$ -ésimo ($T_{z,d}$, $T_{z,\theta}$) en el orden adecuado y postmultiplicándola por las que los representan en el sistema i -ésimo ($T_{x,a}$, $T_{x,\alpha}$). Utilizando la matriz A_i^{i-1} se puede relacionar un punto p_i expresado en coordenadas con respecto al sistema i -ésimo con el mismo punto expresado con respecto al sistema $(i-1)$ -ésimo.

$$p_{i-1} = {}^{i-1}A_i p_i$$

Por último, la matriz homogénea 0T_i que especifica la localización del sistema de coordenadas i -ésimo con respecto al sistema de coordenadas de la base es el producto en cadena de matrices de transformación de coordenadas sucesivas ${}^{i-1}A_i$ y se expresa como:

$${}^0T_i = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{i-1}A_i$$

Ecuación 10.4 Cadena de matrices de transformación de coordenadas.

Asumiendo que los parámetros geométricos descritos son fijos para el brazo, cada una de las matrices A no será constante, sino que variará según varíe la orientación del brazo, es decir, los términos que dependan de la variable de la articulación cambiarán para cada nueva posición, obteniendo una nueva matriz T para cada conjunto de valores de los ángulos de giro de las articulaciones.

Siguiendo el método básico presentado, es posible obtener, para un brazo de medida, las coordenadas del centro de la esfera del palpador para cualquier posición y orientación del brazo a partir de la siguiente

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_0 = {}^0T_n \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_n$$

Ecuación 10.5 Relación de coordenadas entre un sistema n al sistema referencia.

donde *el vector de la parte izquierda* representa las coordenadas del palpador respecto al sistema de referencia global situado en la base del equipo y *el vector de la parte derecha* son las coordenadas del centro de la esfera del palpador con respecto al sistema de referencia situado en la última articulación.

11. ANEXO 2 Modelado cinemático para identificación de parámetros

La realización de la calibración estática de los brazos articulados de medición por coordenadas parte del establecimiento de un modelo paramétrico de su comportamiento cinemático para determinar, de forma numérica, la relación existente entre las variables de la articulación y la posición de la herramienta o el palpador para cualquier posición del brazo. Generalizando el modelo presentado en el apartado Introducción al modelo de Denavit-Hartenberg, un modelo cinemático directo toma la forma de la ecuación siguiente.

$$y = f(\theta_i, p)$$

Ecuación 11.1 Modelo Cinemático Directo

con i desde 1 hasta n para un brazo de n articulaciones giratorias. Este modelo calcula la posición y orientación del palpador del brazo de medida y en función del valor de las variables de articulación θ_i y de las ecuaciones del modelo definidas en f , que dependen del vector de parámetros p . Este vector de parámetros contiene los parámetros geométricos del modelo, que deben ser optimizados para obtener el menor error posible de posicionamiento final de la lente. En función del modelo geométrico escogido, la forma de obtener las ecuaciones en f cambia, así como el número de parámetros geométricos necesarios a incluir en p . Al igual que en los modelos directos se obtiene la posición y orientación del palpador partiendo de los valores de las variables de articulación, los modelos cinemáticos inversos persiguen obtener las variables de las articulaciones a partir de la posición y orientación del palpador. De este modo, también es posible establecer un modelo matemático inverso con vistas a una posterior identificación de parámetros geométricos óptimos. Partiendo de los valores obtenidos de posición y orientación final del palpador, es posible obtener las posiciones del brazo que obtengan como resultado la posición y orientación deseadas del palpador tal y como aparece en la ecuación siguiente.

$$\theta_i = f^{-1}(y, p)$$

Ecuación 11.2 Modelo Cinemático Inverso.

En general, la expresión inversa de un modelo cinemático acarrea problemas más allá del propio modelado, dado que la solución para una posición dada no es única, con los consiguientes problemas de identificación de combinaciones físicamente posibles del brazo. Además, la expresión anterior requiere que el modelo f sea invertible, lo que puede causar problemas numéricos con modelos complejos o con muchos parámetros redundantes. Evidentemente, es necesario en primer lugar definir el modelo cinemático directo para afrontar posteriormente el problema cinemático inverso. En muchas ocasiones, la elección de un modelo directo u otro se realiza en base a consideraciones numéricas en caso de que vaya a ser necesario usar algún método de calibración inversa. El modelo cinemático inverso se utiliza ampliamente en cálculo de trayectorias de robots y en calibración, aunque mucho menos en brazos articulados de medición por coordenadas por su naturaleza de operación manual.

Desde un punto de vista práctico, la elección de un modelo matemático u otro no solo depende de lo correctamente que se aproxime al comportamiento cinemático real del brazo, sino que es necesario realizar varias consideraciones desde el punto de vista de la calibración posterior. Por ello, aunque muchos modelos sean adecuados a la cinemática del brazo, no todos poseen las características necesarias para considerarse modelos adecuados para calibración. Por ello, en la fase inicial de elección de modelo matemático para un brazo, es necesario tener en cuenta su comportamiento posterior en la fase de identificación de parámetros.

Las técnicas denominadas con el término calibración para brazos articulados de medición por coordenadas persiguen, como se ha comentado, una primera aproximación al problema de identificar y

minimizar el error de posicionamiento o medida cometido por el palpador. La práctica totalidad de esquemas de calibración en la actualidad obtienen un juego de parámetros óptimos, con los que se obtiene el mínimo error posible, partiendo de medidas patrón externas conocidas. Comparando estas medidas con los valores obtenidos a través del propio modelo del brazo, es posible utilizar técnicas de optimización no lineal para minimizar el error cometido entre las coordenadas medidas y las coordenadas reales materializadas por un conjunto de Láser Tracker. Esta base para calibración, consiste en capturar las variables de las articulaciones de un brazo en un determinado número de puntos registrando de forma interna las coordenadas de dichos puntos y comparar el resultado obtenido con las distancias entre los puntos capturados simultáneamente con los Láser Tracker, la finalidad de minimizar el error y optimizar los parámetros internos del brazo se consigue mediante un modelo matemático. De este modo se obtiene un conjunto de variables de articulación medidas para cada posición capturada, y en cada una de las dichas posiciones mediante la medición de las distancias entre ellas se busca minimizar el error cometido en el sumatorio de las distancias comparándolas con los resultados obtenidos con un sistema multilateralizado de mayor precisión y que muestra una posición más cercana a la deseada que debería alcanzar el palpador de acuerdo con esas variables.

El proceso de calibración de brazos puede dividirse en tres niveles. El primer nivel, denominado *nivel de articulación*, consiste en determinar las relaciones entre la señal del encoder de cada articulación con el movimiento en sí de esa articulación. En este nivel, es necesario tener acceso a la señal proporcionada por el encoder angular y a su medida, de modo que se pueda establecer un modelo para las variables de articulación de acuerdo con la relación detectada. Es posible modelar el comportamiento del encoder de una articulación mediante

$$\theta_i = \theta_{0i} + k_i V_i$$

Ecuación 11.3 Modelización del comportamiento de los encoders.

En la expresión anterior, el primer término representa el giro de la articulación en la posición inicial del modelo con respecto a la marca de referencia del encoder, k es la curva de la función de salida del encoder y V es la tensión de salida del encoder. El objetivo de modelar la relación entre el encoder de una articulación y el giro real de esa articulación es incluir dos parámetros más por articulación en el modelo matemático del brazo θ_{0i} y k_i para articulaciones giratorias. Dado que el posterior tratamiento de la información está orientado a técnicas de optimización que minimicen el error obtenido, resulta imposible mantener una relación directa entre los parámetros físicos reales y los obtenidos tras la optimización, con la que se obtendrá un conjunto de parámetros que minimiza el error en las posiciones medidas, pero que no tiene restricción numérica alguna que mantenga la relación entre los valores obtenidos y los parámetros físicos reales. La razón fundamental del primer nivel de calibración y el modelado de los encoders es separar las fuentes de error y mantener en lo posible la relación entre los parámetros físicos en el brazo y los matemáticos durante un proceso de calibración.

El segundo nivel de calibración, denominado *nivel de modelo cinemático*, se ocupa de mejorar la precisión del brazo optimizando los parámetros geométricos del modelo. En estos parámetros se incluyen todos los parámetros que describen la geometría nominal del brazo. Es posible dividir las fuentes de error estático para brazos articulados en geométricas y no geométricas. Tradicionalmente, dentro de este segundo nivel de calibración se han encuadrado tanto las dimensiones de cada articulación y tramo del brazo como efectos no geométricos, derivados de defectos de ensamblaje, daños en las articulaciones, errores de transmisión, etc. Dada la dificultad de determinar y modelar las influencias no geométricas, es habitual que dentro de este nivel se incluya solamente la influencia de los parámetros geométricos nominales, siendo posible la separación matemática de las fuentes de error mediante procedimientos posteriores a la calibración estática. Esta separación ha tenido recientemente diversas aproximaciones dentro del mundo de los robots y brazos, planteándose un método de calibración por cinemática inversa que separa la influencia de los errores debidos a los parámetros geométricos de los debidos a los no geométricos, con objeto de modelar y corregir dinámicamente los efectos que no provengan de los parámetros geométricos, optimizados mediante una calibración estática tradicional. Estas aproximaciones

presentan un posible método para identificar las fuentes de error, pero no muestran pautas para obtener un procedimiento generalizable ni son capaces de relacionar los parámetros físicos con los matemáticos, por lo que la obtención de las fuentes no geométricas responde a una separación matemática en los modelos, aspecto que se repite en toda la bibliografía de robots, sin posibilidad de conocer realmente la influencia de cada componente no geométrico por separado, aunque el modelado permite corregir ambas influencias. Tampoco en estos casos se justifica y demuestra la necesidad de separar ambas fuentes de error dentro de esta calibración más allá de la posible detección de errores claros de funcionamiento en alguna articulación en particular, por lo que un procedimiento de calibración estática tradicional puede seguir absorbiendo los errores no geométricos mediante optimización de parámetros geométricos sin mantener, al igual que en los estudios descritos, la relación entre los parámetros optimizados y los parámetros reales. Con esto, en este segundo nivel de calibración, se buscará la optimización de los parámetros geométricos considerados en el modelo para minimizar el error final obtenido en el brazo. La forma de plantear el modelo permitirá detectar matemáticamente las fuentes de error, aunque, tradicionalmente en este nivel se incluye solamente la identificación de parámetros geométricos, variando la forma de considerar las influencias no geométricas de unos modelos a otros. Como influencias no geométricas consideradas a lo largo de la bibliografía de robots y brazos, destacan las relativas a la transmisión de movimiento, es decir, a los errores de rodadura de los engranajes de las articulaciones debidos a errores en el dentado, excentricidades y juego, cambios en las dimensiones de unas posiciones a otras, considerados dentro de este nivel como deformaciones estáticas, y los errores de medida del propio encoder. Otra de las influencias no geométricas importantes es la temperatura de trabajo. La temperatura queda excluida de este nivel dado que los procedimientos de calibración de robots deben llevarse a cabo en ambientes de temperatura controlada, de modo que no influya en el proceso de calibración. Una vez completada la calibración estática a temperatura controlada, es posible monitorizar la temperatura de trabajo del robot y aplicar modelos de corrección en función de esta temperatura. La aplicación de modelos de corrección de cualquier error no geométrico tiene una serie de consecuencias sobre el modelo y el error, por lo que deben hacerse de forma aislada y separada de la calibración estática sin influir en los valores obtenidos para los parámetros geométricos optimizados en este nivel de calibración. En el caso de brazos articulados, es posible considerar todos los efectos no geométricos descritos, excepto los derivados de la transmisión de movimiento, dado que no poseen motores ni engranajes en sus articulaciones al ser accionado de forma manual.

Finalmente, el tercer nivel de calibración a describir es el denominado *nivel de modelo dinámico*, donde se persigue determinar las características dinámicas del brazo, mediante los procedimientos apuntados en el apartado anterior.

En el presente trabajo, se tratará la calibración estática, o más propiamente, la identificación y estimación de parámetros geométricos para un brazo articulado de medición por coordenadas, por lo que se tendrán en cuenta las influencias sobre el error final extraídas de los dos primeros niveles descritos. Dado que en está demostrado que aproximadamente el 90% del error en distancias tridimensionales cometido por un brazo es debido a errores en los parámetros geométricos, la estimación de los parámetros geométricos óptimos es una buena aproximación al problema de identificación de errores y mejora de la precisión. En el caso de la mayor parte de las aplicaciones industriales, esta consideración es suficiente, ya que mejora la precisión del brazo o robot hasta prácticamente su repetibilidad, mientras que para robots de alta precisión o brazos articulados de medición por coordenadas es necesaria la consideración de errores no geométricos en un posterior método de corrección de errores más allá de los límites alcanzables por optimización de parámetros geométricos.

Como se ha comentado, la selección de un modelo matemático u otro implica consideraciones tanto acerca de su funcionamiento, como acerca de su idoneidad para soportar con éxito un procedimiento de calibración. En líneas generales, son tres las propiedades deseables para cualquier modelo geométrico para calibración. En primer lugar, un modelo debe contener el número de parámetros necesario para expresar cualquier variación en la estructura cinemática de un brazo, lo que hace a un modelo *completo*. En segundo lugar, dada la amplia variedad de modelos existentes, cada uno con sus parámetros y consideraciones geométricas y no geométricas, con objeto de poder establecer comparaciones entre

modelos y sus procedimientos de calibración, un modelo debe permitir establecer claramente relaciones directas con otros modelos. Esta propiedad es la *equivalencia*. Por último, pequeñas variaciones en la geometría del brazo deben dar lugar a pequeñas variaciones en los parámetros del modelo tras la calibración, lo que se conoce como *proporcionalidad* del modelo. Cuando se desea intentar preservar en lo posible la relación física entre los parámetros y sus valores matemáticos tras un procedimiento de calibración, es recomendable que un modelo sea completo y proporcional. Posteriormente, se han descrito más características que deben cumplir estos modelos, como la no redundancia, la posibilidad de identificar sus parámetros independientemente del método de medida y su carácter abierto a integrar modelos de errores no geométricos, como veremos posteriormente.

En cuanto a modelos cinemáticos en sí, el método más popular para desarrollar un modelo es el procedimiento propuesto por Denavit y Hartenberg (D-H). Inicialmente fue propuesto para modelar el movimiento de un mecanismo de cadena cerrada, es decir, todas sus barras conectadas entre sí (Figura 11.1). Es necesario indicar que el modelado geométrico de brazos articulados es un caso particular del modelado de mecanismos de cadena cerrada, solo que de lazo abierto. Se han realizado también numerosas aproximaciones al modelado de mecanismos en lazo cerrado por estos procedimientos, que generalizan el modelado paramétrico para este tipo de mecanismos, tanto puros, como el mostrado en la figura 2.6, como mixtos, es decir, cadenas cinemáticas acabadas en una mano que contienen lazos en su estructura. El modelo D-H, introducido en el apartado 5.1, consiste en asignar un sistema de coordenadas a cada articulación en su eje de rotación, en el caso de articulaciones giratorias, y expresar la relación entre sistemas de referencia consecutivos mediante matrices de transformación homogéneas. Todas las transformaciones individuales entre sistemas de referencia consecutivos, pueden ser multiplicadas para obtener una única transformación que relaciona el sistema de referencia de la mano del robot o del palpador del brazo de medida con el sistema de referencia global y fijo, situado en la base del equipo (Ecuación 10.4). Con esto, la matriz global resultante será función de los parámetros geométricos definidos en el modelo y las variables de articulación, diferentes para cada posición del brazo. Siguiendo el algoritmo indicado en el apartado 5.1, propuesto por Denavit y Hartenberg, para definir la posición y orientación de los sistemas de referencia individuales, se obtiene un modelo compacto donde cada matriz individual tiene la misma expresión dependiente de los parámetros geométricos del modelo.

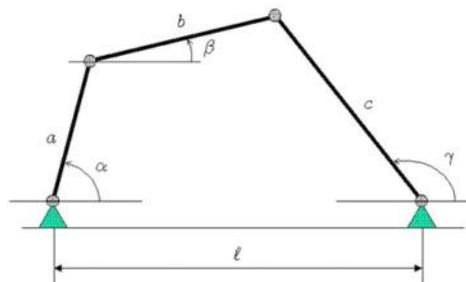


Figura 11.1 Cuadrilátero articulado, ejemplo de mecanismo en lazo cerrado.

Son numerosos los investigadores que, desde la aparición del modelo D-H lo han utilizado en sus trabajos. En estas primeras aproximaciones al problema de calibración partiendo del modelo D-H, se asume que los valores reales de los parámetros son muy cercanos a los de diseño, por lo que la diferencia entre ambos se modela mediante un desarrollo en serie de Taylor, variando en el orden de los términos considerados de unos autores a otros, o considerando que pequeñas variaciones en la posición final del brazo provocan variaciones diferenciales en el valor de los parámetros geométricos y variables de articulación.

Como se ha presentado, las transformaciones en el modelo D-H se expresan en función de tres parámetros fijos y una variable de articulación. Para un brazo con articulaciones giratorias, los parámetros fijos para la articulación i son a_i , d_i y α_i . Además del valor de la variable de articulación θ_i , proporcionada por la medida del giro del encoder correspondiente, es necesario definir un cuarto parámetro por articulación, para fijar el valor de referencia o el cero de la variable de articulación en la posición inicial en la que se defina el modelo y se sitúen los sistemas de referencia. Este parámetro es θ_{0i} y establece la medida del encoder que será el cero de referencia para el modelo definido. Este cuarto parámetro es necesario dado que la posición de definición de sistemas de referencia al modelar un brazo de medida, no coincide con el cero de referencia físico de los encoders. Con esto, la variable de articulación para el modelo definido tomará valores de

$$\theta_{iModelo} = \theta_{iEnc} - \theta_{0i}$$

Ecuación 11.4 valor de la variable articulación.

siendo θ_{iEnc} el valor de ángulo girado proporcionado por el encoder respecto a su posición cero. Es habitual que los ceros físicos de los encoders en brazos de medida coincidan con una posición del brazo extendido, que puede servir perfectamente para establecer el modelo inicial, sobre todo para procedimientos establecidos por el propio fabricante. En cualquier caso, para utilizar el modelo D-H es necesario usar este cuarto parámetro, ya que sería necesario un complejo procedimiento de medida para hacer coincidir la posición inicial del modelo con los ceros de los encoders, lo que introduciría inexactitudes de posicionamiento inicial y no absorbería variaciones estructurales debidas al uso posterior.

Pese a que el modelo D-H ha sido ampliamente utilizado por los fabricantes de brazos por su sencillez y facilidad de implementación, existe una limitación con el modelo D-H en cuanto a ser un modelo completo y proporcional en procedimientos de calibración, por lo que no es un método de modelado generalizable para cualquier configuración de brazo. Cada sistema de coordenadas debe situarse en la intersección del eje de una articulación y la normal común, es decir, la menor distancia, entre este eje y el eje definido por la siguiente articulación, lo que corresponde al parámetro a_i de la figura 2.3. Considerando que otro de los parámetros del modelo es d_i , que representa la distancia sobre el eje de la articulación desde el origen del sistema de referencia anterior hasta la intersección de ese eje con la normal común con el eje siguiente, si dos ejes consecutivos son paralelos existirían infinitas normales comunes entre ellos, quedando indeterminada la posición del sistema de referencia correspondiente a ese eje (Figura 11.2). En el caso real de dos articulaciones consecutivas con ejes paralelos, existirán desviaciones en este paralelismo, lo que conducirá a que el parámetro d_i de esa articulación tienda a infinito, por tender a cero la normal común en dirección la de convergencia de los ejes, debiendo posicionar el sistema de referencia correspondiente muy alejado del brazo. De este modo, en caso de ejes consecutivos paralelos o casi paralelos los parámetros geométricos resultantes no son continuos y pequeñas variaciones en la alineación de los ejes pueden producir grandes variaciones en los parámetros geométricos, por lo que tampoco son proporcionales, incumpliendo dos de las características que deben cumplir los modelos matemáticos para su uso en calibración.

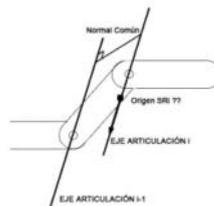


Figura 11.2 Indeterminación para el modelo D-H para articulaciones consecutivas con ejes paralelos.

Hayati y Mirmirani fueron los primeros en apuntar estas limitaciones, proponiendo soluciones mediante el uso del modelo D-H excepto en configuraciones de robots con ejes consecutivos paralelos o casi paralelos. Mediante la supresión del parámetro d_i , es decir, haciendo $d_i=0$ para estos casos y haciendo que el origen del sistema de referencia quede definido en el plano XY del sistema de referencia de la articulación anterior, la introducción de un nuevo parámetro de rotación β_i para relacionar ambos sistemas de referencia resolvía la indeterminación para ejes paralelos o casi paralelos, quedando además relacionados por el mismo número de parámetros para todos los casos. La adopción de este nuevo parámetro tampoco resultó generalizable a todo tipo de articulaciones, ya que, resolvía el problema para articulaciones consecutivas con ejes paralelos, quedando indeterminado en los casos de articulaciones consecutivas con ejes perpendiculares. Muchos otros autores han intentado resolver el problema del modelo propuesto por D-H. Después se propuso una modificación de la parametrización D-H, añadiendo un cuarto parámetro por articulación que describe la posición de un sistema de referencia en la dirección del eje del sistema de referencia anterior mediante una variable. Posteriormente, aparecieron modelos basados en la ecuación de Rodrigues, que modelan las transformaciones entre articulaciones mediante la ecuación general de movimiento espacial de un sólido rígido. Esta ecuación, asume que la trayectoria de un punto transformado de una posición a otra depende de un giro θ alrededor de un eje arbitrario del espacio, así como de su velocidad angular. De nuevo, el modelo resultante resuelve el problema de indeterminación en ejes paralelos y cumple la condición de proporcionalidad pero emplea, cuatro parámetros por articulación más la variable de articulación, lo que, dado que la notación D-H describe la geometría del brazo con 4 parámetros, lleva al problema de la aparición de más parámetros de los necesarios, lo que hace que haya parámetros que no sean independientes. El problema de la independencia de parámetros del modelo, en función de parámetros de modelado geométrico y no geométrico, lleva a la existencia de parámetros denominados redundantes. La redundancia es otra característica de los modelos matemáticos. Es deseable, y condición indispensable para muchos investigadores, que un modelo para calibración esté libre de redundancias, lo que permitirá, según estos investigadores, identificar cada error con un parámetro, lo que ayudará a establecer procedimientos de corrección e incluso a mejorar el diseño del equipo. Como veremos más adelante, esta asunción no puede generalizarse, ya que depende de otros muchos factores el que pueda detectarse o no un error y más aún el relacionarlo directamente con una fuente de error. Pese a que en diversas investigaciones queda descrito el máximo número de parámetros independientes necesarios para definir la geometría de un brazo en función del tipo de articulaciones que compongan su estructura, en muchas ocasiones, dependiendo del modelo elegido, y aun cumpliendo que sus parámetros son menores que el máximo número de parámetros independientes necesarios, puede existir redundancia. Se han realizado consideraciones acerca del número de parámetros mínimo para describir la cinemática de un brazo, así como de la necesidad de la redundancia en ciertas configuraciones de robots para mantener el enlace entre los parámetros físicos y los parámetros optimizados, mientras que desde otra perspectiva se propone un método de calibración basado en incrementos diferenciales de cada uno de los parámetros del modelo que define el modo de evitar la redundancia en el conjunto de parámetros considerados. Muchos otros autores han tratado el problema de la redundancia de parámetros, ofreciendo métodos analíticos para eliminar los parámetros redundantes del modelo matemático, aunque, en muchas ocasiones, en la tarea de buscar relaciones entre los parámetros físicos y los optimizados, es necesario seguir considerándolos.

La inclusión específica del efecto de errores no geométricos en el proceso de calibración de un robot aparece posteriormente a lo anteriormente nombrado, hasta entonces, el enfoque dado a los modelos cinemáticos de robots, se basaba en expresar los errores del brazo en términos de variación en sus parámetros geométricos. Dado que se demostró la importancia de errores debidos al montaje, la excentricidad en los engranajes de la transmisión de las articulaciones y el juego, incluyeron los efectos de estos errores no geométricos como parámetros del modelo del brazo, o desarrollos en serie de estos. El modelo en estos casos, determina la relación entre dos sistemas de referencia consecutivos, cuyos parámetros modelan el efecto de los errores geométricos, mediante sucesivos productos de matrices de transformación intermedias para cada pareja de sistemas de referencia asociados a las articulaciones. La inclusión de sistemas de referencia intermedios entre las posiciones nominales de los sistemas de

referencia del modelo se tomó a partir de entonces como una buena técnica para mantener el modelo nominal original y hacer correcciones basadas en transformaciones intermedias. Se realizó también una aproximación al modelado de errores no geométricos pero basada en el modelo matemático propuesto por Sheth y Uicker, que permite, dado que usa sistemas de referencia distintos a los nominales para modelar los errores geométricos y no geométricos, mantener el posicionamiento nominal de los sistemas de referencia asociados a las articulaciones. De este modo, la definición del modelo nominal no requiere ningún procedimiento de modelado en particular, ya que los errores se modelan mediante nuevas matrices y transformaciones a los sistemas nominales.

Analizando los movimientos de un brazo desde el punto de vista del movimiento de un sólido rígido, los modelos que incluyen matrices de transformación intermedias se basan en la consideración de una primera transformación hasta el sistema de referencia nominal, seguida de tantas transformaciones como movimientos se consideren para ese sistema de referencia. En la línea del modelo basado en la asunción de giros entorno a un eje arbitrario del espacio, es posible representar una transformación mediante el ángulo de rotación, el desplazamiento, dos componentes del vector unitario a lo largo del eje de giro, y dos componentes que definen un punto a lo largo del eje de giro. Si se considera esta notación, en función del tipo de articulación, ya sea prismática o giratoria, es posible eliminar parámetros de esta transformación. De este modo, una transformación de posición y orientación de un sólido puede modelarse como:

$$p_2 = {}^2S_1 {}^1T_0 p_1$$

Ecuación 11.5 Transformación de posición y orientación de un sólido.

donde T representa una matriz de transformación homogénea del sistema de referencia de la articulación con respecto al de la articulación anterior y S es un matriz que define el giro y desplazamiento de la articulación en la notación indicada. A partir de la ecuación anterior, nace el planteamiento del modelado de errores mediante matrices intermedias entre articulaciones. De este modo, suponiendo que una articulación prismática o giratoria no realiza puramente un desplazamiento o un giro, sino que realmente realiza giros y desplazamientos en los tres ejes del espacio se plantea otra matriz para absorber los errores provocados por los movimientos no considerados en el modelo geométrico nominal, que asume desplazamientos y giros puros para las articulaciones. De este modo, sin modelar específicamente las fuentes y causas de los errores de posicionamiento, es posible separar el movimiento real del movimiento ideal mediante esta nueva matriz, y usarla para determinar una serie de parámetros de corrección a aplicar sobre el modelo nominal. Zhang modeló el comportamiento de las guías de una máquina de medir por coordenadas (MMC) mediante la asunción de un movimiento de seis grados de libertad por eje y no uno puramente lineal (Figura siguiente)

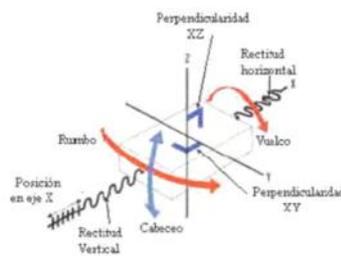


Figura 11.3 Seis grados de libertad en el movimiento de una guía prismática de máquina de medir por coordenadas.

Aplicando esta misma idea para las articulaciones prismáticas y para las giratorias, es posible pues definir la matriz de la ecuación:

$$[\delta S] = \begin{bmatrix} 0 & -\delta_z & \delta_y & d_x \\ \delta_z & 0 & -\delta_x & d_y \\ -\delta_y & \delta_x & 0 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 11.6 Matriz de transformación

donde los d_i definen pequeños desplazamientos en cada eje del espacio y los δ_i representan giros pequeños entorno a cada uno de los ejes. De este modo, es posible reformular la ecuación 11.5 como:

$$p_2 = \delta S {}^2S_1 {}^1T_0 p_1$$

Con esto, utilizando esta separación se introdujo una forma de obtener por separado, mediante los procedimientos de identificación de parámetros habituales, valores de errores en el movimiento de cada articulación, usando tantas matrices como fuentes de error identificables se quieran modelar, obteniendo así matrices de corrección para cada error modelado o generales en caso de no consideración de influencias, consiguiendo un modelo capaz de describir cualquier variación en la geometría del brazo, es decir, completo. La matriz anteriormente mostrada, es también el origen de los actuales métodos de corrección de errores basados en geometría en MMCs.

Posteriormente, la inclusión de matrices de error intermedias se ha considerado ampliamente en la bibliografía sobre robots y brazos como forma de modelar errores no geométricos. Se ha presentado un método eficiente para considerar los errores del brazo de cualquier naturaleza mediante la inclusión de una matriz intermedia que relaciona la posición del sistema de referencia nominal de la articulación con un segundo sistema de esa articulación en su posición real. Los autores asumen que los errores del brazo provocan pequeños giros y desplazamientos del sistema de referencia nominal de cada articulación, cambiando su posición y orientación respecto de su posición ideal. Con esto, consideran una segunda matriz de transformación homogénea por cada articulación, tal y como muestra la figura siguiente.

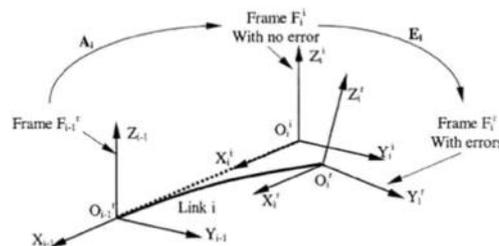


Figura 11.4 Cambio en posición y orientación del sistema de referencia nominal de una articulación debido a los errores del brazo. Fuente: Drouet et al.

De esta forma, queda definida, aparte de la matriz de transformación del modelo nominal que pasa coordenadas del sistema de referencia i al $i-1$, una nueva matriz de transformación homogénea que relaciona el sistema de referencia que modela la posición real con el sistema de referencia en posición nominal. En el nuevo modelo, por lo tanto, serán necesarias dos matrices de transformación para cada articulación del brazo o manipulador, expresando en este caso la matriz de transformación global de la ecuación 10.4 como:

$${}^0T_i = {}^0A_1 E_1^{-1} A_2 E_2 \dots {}^{i-1}A_i E_i$$

Ecuación 11.7 Matriz de transformación entre sistemas de referencia

Donde

$$E_i = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_{\psi_i} & \varepsilon_{\theta_i} & \varepsilon_{x_i} \\ \varepsilon_{\psi_i} & 1 & -\varepsilon_{\theta_i} & \varepsilon_{y_i} \\ -\varepsilon_{\theta_i} & \varepsilon_{\psi_i} & 1 & \varepsilon_{z_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ecuación 11.8 Matriz de transformación con giros

Como se puede observar la ecuación anterior es análoga a la 11.6, con componentes de giro y desplazamiento en los tres ejes, introducida como modelo de errores general para el movimiento de un sólido rígido. Realmente, separando las componentes de error de la ecuación 11.8 se tiene que:

$$E_{err} = E_i - I$$

donde E_{err} tiene las mismas componentes que δS . Con esto, este tipo de modelizaciones parten de un vector de parámetros de error, formado por las componentes de la matriz E_i , denominado vector de errores generalizados. Los autores asumen que todos los errores, geométricos y no geométricos, independientemente de sus fuentes, quedan modelados mediante estas matrices, sin necesidad de alterar los parámetros geométricos nominales. Realmente, en una posterior modelización de parámetros geométricos se separa el vector de errores generalizados en componente geométrica y componente de errores elásticos, intentando separar ambas fuentes para obtener valores de error correspondientes a desviaciones en la geometría de un manipulador debidos a deformación elástica. Aunque utilizan medidas experimentales para obtener los errores elásticos y no procedimientos de optimización, es difícil generalizar esta corrección y mantener el enlace físico y matemático, dado que son determinados aplicando distintas cargas asumiendo que las articulaciones no cambian de posición ni de orientación, y que sus cambios son solamente debidos a las cargas aplicadas sin considerar otros factores ni la posible inducción de errores de deformación debidos a no permitir la variación en las articulaciones. En cualquier caso, resulta una aproximación sencilla y efectiva a la corrección por separado de errores geométricos y no geométricos. En otros trabajos sobre modelado cinemático de robots vuelve a aparecer la matriz de la ecuación 11.6 para modelar parámetros de error de un robot o brazo, apareciendo también en muchos otros métodos de modelado y calibración descritos en la bibliografía. Sobre las consideraciones presentadas, todavía hoy en día siguen apareciendo trabajos que tratan el problema de separación de fuentes de error geométrico y no geométrico, como veremos más adelante.

Volviendo a la evolución del modelado cinemático a partir del modelo D-H, Stone y otros propusieron un modelo, conocido como *S-model*, que añade dos parámetros a la notación D-H básica para permitir el posicionamiento variable de los sistemas de referencia de las articulaciones, obteniendo de nuevo la solución al problema de indeterminación, resultando un modelo completo pero no proporcional. Tanto en esta parametrización, como en la propuesta por Hayati, es posible obtener los parámetros D-H a partir de los parámetros de ambos modelos. Hollerbach y Wampler propusieron más tarde una modelización basada en una mezcla de los parámetros D-H y la notación propuesta por Hayati, de modo que se emplean para modelado geométrico unos parámetros u otros en función del tipo de articulación para evitar indeterminaciones. En la búsqueda de un modelo que cumpliera las tres propiedades básicas para un modelo que debe usarse con propósitos de calibración, Zhuang y otros propusieron el modelo CPC (*Complete and Parametrically Continuous*). Basándose en la idea de que un modelo incompleto puede hacerse completo añadiendo parámetros, partiendo del modelo D-H, consideraron dos parámetros más

para modelar la posición arbitraria de los sistemas de referencia. Esto hace, según se ha comentado anteriormente, que inicialmente exista la posibilidad de parámetros redundantes, lo que es indeseable para un procedimiento de calibración y, sobre todo, provoca problemas en los procedimientos numéricos de optimización no lineal de parámetros. En este caso, la redundancia provocada al añadir dos nuevos parámetros queda determinada mediante ecuaciones que modelan el comportamiento de los parámetros redundantes. Existen técnicas, e incluso herramientas automáticas propuestas con posterioridad, para obtener modelos completos, proporcionales y no redundantes para brazos, en base a ir modelando por separado cada una de sus articulaciones con el método y orden de transformaciones más adecuado, además de tratar por separado la transformación del sistema de referencia de la mano al último sistema de articulación y del de la base hasta la primera articulación. Estas herramientas se ocupan únicamente de los errores geométricos, excluyendo explícitamente los no geométricos en su totalidad o parcialmente.

Finalmente, como último gran grupo de modelos cinemáticos, se han desarrollado los basados en modelar la posición de la referencia física del cero de los encoders y de determinar la relación entre el sistema de referencia en la posición inicial nominal del modelo y el cero de los encoders. Como se ha comentado, este problema está resuelto en el resto de modelos incluyendo un parámetro sobre la variable de articulación que contiene la diferencia entre la lectura real del encoder de la articulación y la lectura del encoder en la posición inicial nominal del modelo. En este caso, además de la variable de articulación y una constante que determina la diferencia entre la posición inicial de los sistemas de referencia del modelo y el cero físico de los encoders (Ecuación 11.4), se introduce un tercer parámetro que modela el error entre la posición inicial del modelo y el cero del encoder. De este modo, este error, dependiente de la posición de la articulación, no se modela como una constante, sino que se considera además de la constante que determina esta diferencia en la posición inicial. Es habitual en este tipo de modelos cinemáticos, considerar este tercer parámetro fuera del conjunto de parámetros geométricos que deben ser identificados en calibración, determinando su expresión mediante funciones que aproximan su comportamiento. En caso de ser considerado, es necesario, en el uso de estos modelos para calibración, determinar los parámetros redundantes y eliminarlos antes de la calibración. Un caso particular, por el tipo de modelo geométrico usado, de los modelos basados en optimizar la posición inicial de los sistemas de referencia, lo constituyen los modelos basados en expresar las transformaciones geométricas entre los sistemas de referencia como producto de exponenciales. En este tipo de modelos, conocidos como modelos POE (*Product of exponentials*), que modelan de manera uniforme tanto las articulaciones prismáticas como las giratorias, existen diferentes formas de expresar la cinemática del brazo en función de cómo se dispongan los sistemas de referencia en sus articulaciones. Lo habitual es representar una transformación homogénea para un valor de la variable de articulación mediante el producto de la matriz de transformación en la posición cero del modelo y una exponencial dependiente de la variable de articulación y una matriz de error, por lo que la exponencial tomará un valor diferente en función del valor de la variable de articulación respecto al cero del modelo

$$T_{i-1,i}(\theta_i) = T_{i-1,i}(0) e^{\tilde{S}_i \theta_i}$$

Ecuación 11.9 Transformación homogénea entre sistemas de articulación

Siendo T la matriz de transformación homogénea entre el sistema i y el $i-1$ y \tilde{S}_i una matriz de error con la forma de la ecuación 11.6 De esta forma, este tipo de modelos vuelven a usar las expresiones del movimiento general de un sólido rígido teniendo en cuenta variaciones respecto a la posición inicial de la articulación basadas en giros entorno a un eje arbitrario del espacio (Figura inferior). Posteriormente se presentan además formas de obtener de forma simplificada la expresión de la exponencial en función de la matriz de error y el parámetro de la articulación.

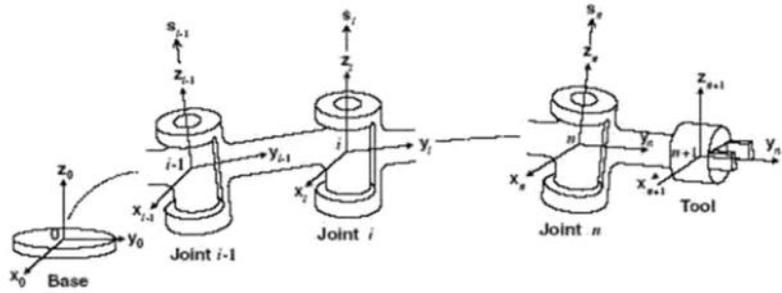


Figura 11.5 Modelo cinemático en términos de los modelos POE. Fuente: I-Ming Chen et al.

Además de las técnicas de modelado presentadas y de las que combinan los parámetros asociados a error geométrico y no geométrico, dada la dificultad de modelar por separado cada uno de ellos, una de las tendencias de modelado actuales consiste en intentar aproximar el error final de un brazo partiendo de los modelos geométricos más sencillos sin intentar modelar explícitamente cada parámetro partiendo de un modelo paramétrico que incluya el error. Hasta ahora, los modelos que se han repasado aumentan en complejidad matemática al modelar cada error supuestamente identificable mediante parámetros. Una vez establecido el valor de estos parámetros es posible corregir la posición final del extremo del brazo a través del modelo de error. Mediante diversas herramientas matemáticas de regresión lineal y no lineal, como polinomios, curvas de Bezier, series de Fourier, wavelets, redes neuronales, etc..., es posible realizar una aproximación al error del brazo en función de las características del error observado en distintas posiciones de su espacio de trabajo. El problema de estas herramientas es su naturaleza no paramétrica lo que agrava todavía más el problema de enlazar físicamente los parámetros geométricos y no geométricos de un modelo con la realidad física del brazo, problema que también existe, como hemos visto, en modelos que pretenden parametrizar el error. Además, en los modelos de regresión, los resultados obtenidos son, difíciles de extrapolar fuera de los datos tomados para la aproximación. En la mayor parte de aplicaciones en las que se usa regresión para aproximar errores siempre se busca una combinación del modelado tradicional con las técnicas de regresión, de modo que pueda enlazarse de algún modo el error con parámetros medibles del brazo.

12. ANEXO 3 Técnicas de identificación de parámetros

Una vez definido el modelo matemático a utilizar en el brazo y capturados los datos de posición real y alcanzada o medida por el brazo, debe afrontarse el problema de obtener los valores numéricos de los parámetros del modelo. Este procedimiento, conocido como identificación u optimización de parámetros, busca obtener los valores óptimos de todos los parámetros incluidos en el modelo que minimicen el error de posicionamiento cometido por el brazo. La gran mayoría de procedimientos de identificación se basan en técnicas numéricas de optimización que persiguen minimizar el error del brazo expresado en función de los parámetros del brazo y las posiciones y orientaciones nominales medidas correspondientes a la posición real del brazo para cada postura de identificación. El proceso se realiza en uno o varios pasos en función del planteamiento del modelo matemático. Partiendo de la ecuación 11.1, donde se considera que los parámetros de posición y orientación del brazo para cada posición de identificación son función de los valores de las variables de articulación y los parámetros del modelo, es habitual considerar un vector $y=[x,y,z,\alpha,\beta,\gamma]$ que contiene las coordenadas correspondientes a cada posición de identificación y los ángulos de Euler correspondientes a la orientación de la mano o palpador, ambos calculados con el modelo considerado. Para cada posición incluida en la identificación, a cada valor de i le corresponderán, en el otro lado de la ecuación, valores para las variables de la articulación θ_i con i desde 1 hasta los grados de libertad del brazo, y el vector de parámetros considerados en el modelo $p = [p_1, p_2, \dots, p_j]^T$. El número de parámetros j a considerar en este vector, dependerá del modelo empleado e incluso de los parámetros que se deseen identificar mediante un procedimiento de optimización, ya que existen técnicas de identificación que obtienen por separado parámetros geométricos mediante procedimientos de optimización y parámetros no geométricos mediante la captura de datos con sistemas de medida específicos para cada error no geométrico que se pretenda identificar de forma paramétrica. De esta forma es posible identificar los parámetros geométricos contenidos en el vector p mediante métodos iterativos de optimización que minimicen la diferencia entre las coordenadas obtenidas mediante el modelo para una determinada posición, es decir, para unos valores determinados de parámetros geométricos y variables de articulación, y las nominales medidas o materializadas en esa misma posición del brazo. Estas diferencias, conocidas como residuos, constituirán las componentes de la función objetivo a minimizar en la forma de la ecuación siguiente.

$$\phi = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^T \varepsilon_i \text{ donde } \varepsilon_i = y_i - f(\theta_i, p)$$

Ecuación 12.1 Función objetivo de los distintos residuos.

En la ecuación anterior, y_i constituye el vector de valores de posición y orientación nominales para cada una de las n posiciones contempladas para identificación de parámetros. En cada una de estas posturas del brazo se obtendrá el valor de esta posición y orientación de la mano o palpador mediante el modelo del brazo f para los valores de variable de articulación θ_i correspondientes a esa misma postura. Con esto, la ecuación 12.1 representa la función objetivo a minimizar, cuyo valor se obtendrá en cada iteración como la suma de los cuadrados de los residuos para las n posiciones de identificación de parámetros del brazo. Una expresión más explícita de la función objetivo, empleada por gran parte de los autores revisados es la que aparece en la ecuación 12.2.

$$\phi = \sum_{i=1}^n [(x_{ref_i} - x_i)^2 + (y_{ref_i} - y_i)^2 + (z_{ref_i} - z_i)^2 + (\alpha_{ref_i} - \alpha_i)^2 + (\beta_{ref_i} - \beta_i)^2 + (\gamma_{ref_i} - \gamma_i)^2]$$

Ecuación 12.2 Ecuación explícita de la función objetivo

donde los valores con subíndice son los valores medidos externamente o materializados mediante un patrón para cada posición, y los valores con subíndice i son los valores calculados con el modelo matemático para cada una de las n posiciones de identificación. El conjunto de parámetros p que dé lugar al mínimo de la función objetivo $ref\phi_i$ será considerado el conjunto de valores óptimos para el brazo. En este punto es donde se aprecia claramente la dificultad de mantener el enlace entre las características físicas del brazo y la solución matemática del procedimiento de optimización, ya que dicho procedimiento encontrará los valores numéricos que minimizan la función objetivo, sin imponerse restricciones de variación o de enlace físico, por lo que el resultado final será considerado el que da el menor error posible, aunque no necesariamente debe existir una correspondencia entre los valores numéricos de los parámetros y su valor real. Las características que debe cumplir un modelo matemático que vaya a ser usado para identificación, impuestas en el Anexo 2, van en la línea de imponer unas primeras restricciones a la variación de los parámetros para mantener este enlace en lo posible, sobre todo la característica de proporcionalidad.

Dada la dificultad y el incremento de coste que supone de materializar esta orientación con un patrón en el caso de brazos de medida, es habitual utilizar solamente las coordenadas que materializan la posición, sobre todo en las aplicaciones en las que la orientación de la mano no es de suma importancia para alcanzar unas coordenadas determinadas. Además, la posibilidad de alcanzar un determinado punto desde gran cantidad de orientaciones del brazo, hace que, en la mayor parte de los casos tenga más sentido minimizar el error final en términos de la posición sin incluir los parámetros de orientación. De esta forma, gran parte de los estudios sobre calibración de brazos repasados utilizan como función objetivo el error calculado mediante la distancia euclídea entre el punto nominal medido y el calculado por el modelo cinemático del brazo para todas las posiciones de identificación, tal y como aparece en la ecuación siguiente.

$$\phi = \sum_{i=1}^n [(x_{ref_i} - x_i)^2 + (y_{ref_i} - y_i)^2 + (z_{ref_i} - z_i)^2]$$

Ecuación 12.3 Distancia euclídea entre dos puntos.

Teniendo en cuenta la naturaleza no lineal de los modelos matemáticos de los brazos, no es posible obtener una solución analítica al problema de identificación de parámetros, por lo que es habitual utilizar técnicas iterativas de optimización no lineal para encontrar el conjunto de parámetros óptimos que hacen mínimo el error en las posiciones de identificación elegidas. Dada la formulación del problema, de las muchas técnicas de optimización existentes, las más adecuadas son las basadas en formulaciones de mínimos cuadrados, muy utilizadas para casos en los que se desea ajustar un modelo paramétrico a un conjunto de datos. Una aproximación bastante habitual al problema de optimización consiste en linealizar las ecuaciones del modelo en un entorno del parámetro a identificar mediante un desarrollo en serie de Taylor. De esta forma, se consigue una buena aproximación a la función en un intervalo pequeño entorno a su valor actual y una formulación adecuada a un problema de optimización. Dentro de la bibliografía de robots aparecen desarrollos en serie de Taylor para cada parámetro p_i de primer orden (Ecuación inferior) o de segundo orden (Ecuación 12.10).

$$f(\theta, p + \Delta p) \cong f(\theta, p) + G(\theta, p)\Delta p$$

Ecuación 12.4 Desarrollo Taylor de primer orden

donde $G^T(\theta, p)$ es el gradiente o jacobiano de la función f evaluada con los valores de las variables de articulación θ para esa posición y con los valores actuales del vector de parámetros p , con lo que se obtiene un vector cuyas componentes son las derivadas parciales de la función con respecto a cada uno de los parámetros del modelo matemático.

$$G(\theta_i, p_j) = \frac{\partial f(\theta_i, p)}{\partial p_j}$$

Ecuación 12.5 Derivada parcial del modelo actual

Reescribiendo con la aproximación de primer orden con serie de Taylor el error obtenido según la ecuación 12.4 obtenemos:

$$\varepsilon = y - f(\theta, p) - G(\theta, p) \Delta p = \Delta y - G \Delta p$$

Ecuación 12.6 Desarrollo de Taylor aproximado

donde Δy es un vector columna que contiene las diferencias entre el valor de posición nominal medido o materializado con patrón y el valor calculado a través del modelo con el valor actual de los parámetros, de modo que cada una de sus componentes corresponde al error obtenido en cada una de las posiciones utilizadas para identificación, es decir, para cada juego de valores de variable de articulación. Δp representa el vector de incrementos fijados para cada parámetro, mientras que G es el jacobiano de la función con respecto a cada uno de los parámetros considerados. Cada componente de este jacobiano es la derivada parcial de la función, con respecto a cada parámetro, evaluada para cada conjunto de variables de articulación de cada posición de identificación, por lo que representará el cambio en la función objetivo en una posición de identificación determinada con respecto a la variación de cada parámetro.

Partiendo ahora de la expresión 12.6, es posible formular la función objetivo a minimizar de la ecuación 12.1 en términos de un problema de mínimos cuadrados lineal como:

$$(\Delta y - G \Delta p)^T (\Delta y - G \Delta p)$$

Ecuación 12.7 Función objetivo a minimizar por mínimos cuadrados

Esta expresión dependerá del incremento fijado para los parámetros, que será definido para cada iteración por cada método de optimización de forma diferente. Los métodos más simples para afrontar el problema de optimización son los métodos basados en el gradiente, también conocidos como búsqueda por línea. El gradiente de la función a minimizar sigue la dirección de máximo incremento de la función, por lo que es posible elegir la dirección de búsqueda contraria al gradiente, de modo que la optimización se mueva en dirección de máxima disminución de la función. Con cada iteración, la búsqueda se mueve en dirección contraria al gradiente hasta que se alcanza el mínimo de esta función. Dado que los métodos basados en el gradiente encuentran mínimos locales de la función, es de extrema importancia que el valor nominal de partida para los parámetros sea bastante cercano a la solución final que minimiza la función. Partiendo de un conjunto inicial de valores p_0 , los métodos de gradiente se mueven de p_k a p_{k+1} minimizando en dirección de la línea que pasa por p_k en dirección de $-\nabla f(kp)$.

En este caso, el incremento fijado para el vector de parámetros en cada iteración viene generalmente indicado por la expresión 12.8.

$$\Delta p = \alpha G$$

Ecuación 12.8 Incremento del vector de parámetros

De este modo, para cada parámetro queda definida una línea de búsqueda que parte del valor de p_k y es paralela a la dirección de búsqueda definida por el gradiente (Ecuación 12.9).

$$p_{k+1} = p_k + \alpha G_k$$

Ecuación 12.9 Ecuación de la línea de búsqueda

donde α es un escalar que controla el incremento entre dos iteraciones consecutivas. En función del tipo de método escogido, este escalar toma un valor u otro, sujeto a determinadas condiciones particulares de cada método. Es habitual considerar $\alpha=1$, de modo que el incremento entre iteraciones viene determinado por el gradiente de la función en el punto actual. De esta forma, según la ecuación 12.9 se obtiene para cada iteración un vector de incrementos cuyas componentes han de sumarse a los valores actuales de los parámetros, de modo que se obtiene un nuevo conjunto de parámetros con los que evaluar la función objetivo. Finalmente, considerando un criterio de parada basado en la convergencia del método o en incrementos pequeños de parámetros entre iteraciones se obtendrá el conjunto de parámetros que minimizan la función en un entorno de cada valor inicial considerado para cada parámetro. Como hemos comentado, por este motivo es importante partir de valores de parámetros cercanos a los reales, por lo que conviene que cada uno de los parámetros considerados sean medibles mediante MMC u otra técnica que permita obtener los valores iniciales con precisión suficiente como para que el método de optimización tenga éxito y se obtengan valores de parámetros físicamente posibles en la configuración del brazo real. Este primer método de optimización se emplea habitualmente cuando la función objetivo es aproximada mediante un desarrollo en serie de Taylor de primer orden (Ecuación 12.4). En los casos en los que se toman aproximaciones de segundo orden (Ecuación inferior), es más habitual el uso de métodos de optimización basados precisamente en la información aportada por los términos de segundo orden.

$$f(\theta, p + \Delta p) \cong f(\theta, p) + G(\theta, p)\Delta p + \frac{1}{2}\Delta p^T H \Delta p$$

12.10 Ecuación de Taylor con aproximaciones de segundo orden

En la ecuación anterior, se añade un nuevo término donde H es la matriz hessiana, cuadrada y simétrica, cuyas componentes son las derivadas segundas de la función objetivo con respecto al vector de parámetros. La consideración de la matriz hessiana en los procedimientos de optimización tiene una serie de implicaciones numéricas sobre la formulación del problema y el modelo matemático empleado. Las ecuaciones a resolver por los métodos de optimización requieren invertir esta matriz, por lo que debe ser una matriz invertible, lo que a su vez repercute sobre el modelo elegido para describir el sistema. Los problemas derivados de la singularidad de esta matriz en los procedimientos numéricos de optimización deben resolverse escogiendo un modelo matemático y un conjunto de datos adecuado para la optimización o empleando métodos de optimización que eviten esta singularidad utilizando estrategias de optimización que mantengan el adecuado comportamiento del método y, aunque de forma más lenta, consigan alcanzar el mínimo de la función objetivo.

En función de la definición de la función objetivo, tanto el jacobiano como el hessiano de esta función se corresponderán con sus valores para el brazo. Realmente, dado que es necesario formular el problema como un problema de mínimos cuadrados, los jacobianos y hessianos obtenidos corresponden a la función objetivo a minimizar. Además, para aumentar la eficiencia de los métodos de optimización, es habitual expresar tanto el gradiente como el hessiano en términos del jacobiano de la función objetivo según la ecuación 12.11.

$$G(\theta, p) = 2J(\theta, p)^T f(\theta, p)$$

$$H(\theta, p) = 2J(\theta, p)^T J(\theta, p)$$

Ecuación 12.11 Expresión del gradiente y del hessiano en términos del jacobiano

Con esto, es habitual denominar matriz hessiana en el ámbito de las técnicas de optimización de robots a la matriz $J^T J$, aunque formalmente no se corresponde con la matriz hessiana del brazo del robot en términos de su modelo matemático. Existen otras formas de expresar la matriz hessiana de la ecuación 12.11, pero todas ellas contienen el término $J^T J$. Aunque la formulación del problema es equivalente para los métodos de optimización basados en mínimos cuadrados, la forma de obtener la dirección de búsqueda y definir el incremento que deben sufrir los parámetros en esta dirección para cada iteración es diferente. De este modo, uno de los métodos de mínimos cuadrados que tienen en cuenta términos de segundo orden más utilizado es el método de Gauss-Newton. En este método, se define el incremento de los parámetros en la dirección de búsqueda para cada iteración según la ecuación 12.12.

$$\Delta p = H^{-1} G$$

Ecuación 12.12 Incremento de los parámetros

Esta actualización de los valores de los parámetros garantiza la minimización de la función en un entorno del valor de los parámetros en la iteración actual. Es posible reescribir esta expresión en términos del jacobiano según la ecuación 12.11.

$$\Delta p = (J^T J)^{-1} J^T f$$

Ecuación 12.13 Incremento de los parámetros en función del jacobiano.

Como se aprecia en la ecuación anterior, la obtención del vector de incrementos en el método de Gauss-Newton pasa por invertir la matriz hessiana definida para la optimización es decir, obtener la inversa de la matriz $J^T J$. Esta operación requiere una matriz hessiana definida positiva o semidefinida positiva, es decir, que todos sus valores propios sean positivos o positivos y cero, lo que no siempre se producirá para cualquier modelo matemático y para cualquier conjunto de valores de la función objetivo escogidos para optimización. Con esto, el método de Gauss-Newton encontrará problemas al intentar invertir la matriz hessiana cuando ésta no sea definida positiva. Además, en función del conjunto de datos introducidos en la función objetivo, se dan casos en los que tampoco garantiza la convergencia. Para una matriz hessiana definida positiva, la función objetivo poseerá un mínimo único, mientras que, si la matriz hessiana es semidefinida positiva, la ecuación 12.12, que define el incremento y la dirección de búsqueda de los parámetros en cada iteración, tiene infinitas soluciones, obteniéndose infinitas combinaciones de parámetros que dan lugar al mismo mínimo de la función objetivo.

Con esto, tanto los métodos simples basados en el gradiente como el método de Gauss-Newton presentan problemas derivados del propio tratamiento numérico de la función objetivo, por lo que no son del todo adecuados al problema de identificación de parámetros. Aunque el método del gradiente asegura el encontrar un mínimo local a la función, generalmente requiere más iteraciones para encontrarlo y necesita

que la función objetivo sea continua en cada parámetro, lo que no siempre se cumple, como hemos visto en el apartado 2.3.1 para modelos como el D-H convencional o Hayati, obligando el uso de un modelo matemático continuo para cualquier configuración de brazo, aun cuando no sea necesario. Los problemas numéricos de los dos métodos anteriores quedan resueltos por el algoritmo desarrollado por Levenberg y Marquardt (L-M). En este caso, el incremento de los parámetros en cada iteración se calcula mediante la expresión 12.14.

$$\Delta p = (J^T J + \lambda I)^{-1} J^T f$$

Ecuación 12.14 Incremento de los parámetros desarrollado por Levenberg-Marquardt.

donde I es una matriz identidad del mismo orden que el hessiano y λ es un escalar que actualiza su valor en cada iteración. La misión del nuevo parámetro λ , es añadir una cantidad positiva a los elementos de la diagonal principal del hessiano, de modo que un valor suficientemente alto de λ dará siempre lugar a una matriz hessiana no singular y por lo tanto invertible, resolviendo el principal problema del método de Gauss-Newton al tratar componentes de segundo orden. Existen otras opciones para resolver este problema en el método de Gauss-Newton, como la descomposición QR del jacobiano. La elección de λ en cada iteración es un compromiso entre la velocidad de convergencia del método y la invertibilidad de la matriz $(J^T J - \lambda I)$, por lo que el algoritmo L-M resulta en una combinación de los dos métodos anteriores presentados. Como se adivina en las ecuaciones 2-36 y 2-40, lejos de la solución óptima, el valor de λ aumenta, adquiriendo el algoritmo un comportamiento similar al método del gradiente, mientras que, conforme los parámetros se acercan a su valor óptimo, el valor de λ disminuye, comportándose de modo similar al método de Gauss-Newton tanto en dirección de búsqueda como en incremento de parámetros.

Otro método ampliamente empleado para evitar los problemas numéricos derivados del uso de los dos primeros métodos presentados en problemas de mínimos cuadrados es la descomposición en valores singulares. En este caso, el incremento a aplicar al vector de parámetros en cada iteración viene dado por el conjunto de parámetros que minimiza la expresión $\|J\Delta p - f\|$. La unicidad en la solución de la expresión anterior queda garantizada cuando las columnas del jacobiano son linealmente independientes, lo que no ocurre en general para el caso de problemas de optimización de parámetros en robots. En este caso, de entre todas las posibles soluciones que surgen de la dependencia lineal de las columnas del jacobiano, se toma como solución óptima la que tiene menor magnitud, extrayéndose de la descomposición en valores singulares del jacobiano. De este modo, esta herramienta es muy efectiva para resolver la ecuación anterior, ya que permite el cálculo de la inversa del jacobiano aun cuando se trate de una matriz singular, obteniendo el conjunto de parámetros Δp que la minimiza. Es posible expresar la matriz J como:

$$J = UEV^T$$

Ecuación 12.15 Matriz inversa del jacobiano.

donde U y V son matrices ortogonales y E contiene ordenados en su diagonal principal los valores singulares, siendo el resto de sus elementos igual a cero. De este modo, es posible calcular la inversa del jacobiano, siendo posible obtener el vector de incremento de parámetros como:

$$\Delta p = VE^{-1}U^T f$$

Ecuación 12.16 Ecuación para obtener incremento de parámetros



Estos dos últimos métodos presentados son, con diferencia, los más empleados por las técnicas de identificación de parámetros en robots, basadas en su gran mayoría en procedimientos de optimización por mínimos cuadrados. Este tipo de procedimientos coexisten en la actualidad con técnicas de optimización más recientes basadas en algoritmos genéticos o redes neuronales. La gran diferencia operativa entre ellos estriba en que no es muy importante, en el caso de los algoritmos genéticos o redes neuronales, partir de un valor inicial cercano a la solución óptima del conjunto de parámetros, a diferencia de los métodos de optimización tradicionales. Ambos tipos de técnicas obtienen resultados similares siendo generalmente más rápidas las técnicas de mínimos cuadrados cuando el valor inicial es lo suficientemente bueno. Otra de las diferencias claras es la naturaleza combinatorial puramente estocástica de los algoritmos genéticos, lo que evita problemas de definición de la dirección de búsqueda en los métodos de mínimos cuadrados tradicionales. En los casos en los que no es posible determinar con precisión un conjunto inicial de valores para los parámetros, los algoritmos genéticos son una buena herramienta de optimización e identificación de parámetros.

Además de los problemas descritos, referentes a singularidades de las matrices del modelo y de la necesidad de continuidad en todos los parámetros, un aspecto que afecta particularmente a los procedimientos de optimización es la redundancia en un modelo matemático. La existencia de más parámetros de los necesarios en el modelo matemático, aunque puede resultar útil para mantener el enlace entre las características físicas y los parámetros geométricos obtenidos tras la optimización, da lugar a problemas numéricos en los procedimientos de optimización. Las redundancias entre los parámetros se manifiestan en las matrices jacobiana y hessiana como dependencias lineales entre sus columnas, lo que da lugar a matrices mal condicionadas y a la introducción de errores numéricos en la inversión de estas matrices en cada etapa del proceso de optimización. Existen varios tipos de redundancias en función del modelo cinemático elegido y de la configuración del robot, que se manifiestan en las matrices de forma diferente. La eliminación de estas redundancias no es un problema sencillo, sobre todo en los casos de modelos que buscan como prioridad optimizar manteniendo la relación entre el resultado matemático y la configuración física del robot, que suelen ser altamente redundantes. Sin embargo, reduciendo el número de parámetros del modelo es habitual que las redundancias se presenten como columnas iguales en la matriz jacobiana, lo que permite establecer criterios eficaces de eliminación de parámetros del modelo, pero perdiendo el enlace mencionado.

13. ANEXO 4 Multilateralización

13.1 Metodología de creación sistema de referencia global

En la figura del apartado anterior puede observarse el sistema completo con el brazo de medición por coordenadas situado en una configuración aleatoria de sus articulaciones y giros. Su eje de coordenadas está situado en su base, dicho sistema de referencia está situado en unas coordenadas $(x,y,z)_{\text{BaseBrazo}}$ no conocidas respecto a un sistema de referencia global que ha sido creado a partir de las posiciones que ocupan tres de los cuatro Láser Tracker. Cada uno de ellos posee un sistema de coordenadas propio interno, que aunque no sirve para poder localizar a los distintos LT respecto de su posición, sí que mediante la interrelación de tres de ellos y de sus ejes de coordenadas se va a proceder a crear un sistema de referencia global que permitirá simplificar enormemente los cálculos posteriores. Es bien sabido que con dos líneas puede formarse un plano de forma unívoca, dicho plano va a tener la particularidad que va a ser formado con las líneas que unen los ejes de coordenadas de tres LT de los cuatro presentes en el estudio. El plano formado, es el plano XY global y con él ya puede localizarse el punto que va a ser considerado como origen y que coincide con el eje de coordenadas de uno de los Laser Tracker (x_0,y_0,z_0) .

Los otros dos Laser Tracker como ya se ha nombrado anteriormente están situados con sus orígenes de sus sistemas de coordenadas en el plano global XY, pero además hay que señalar otra particularidad sobre sus posiciones ya que facilitan la posterior resolución del problema. Para ello la línea que une el sistema de referencia del segundo LT con el sistema de referencia del primero, forma el eje X global siendo por lo tanto las coordenadas del segundo LT respecto del sistema global $(x_1,0,0)$ en vez de (x_1,y_1,z_1) ya que sus coordenadas Y y Z son cero al estar su origen de su sistema de referencia en el eje de coordenadas global X. El tercer LT como se puede observar en la figura siguiente, está situado en el plano XY global ya que ha sido su sistema de referencia el tercer punto para crear dicho plano global XY, siendo por consiguiente su coordenada global Z igual a cero, sus coordenadas por tanto serán $(x_2,y_2,0)$ y finalmente el cuarto LT (que no ha sido utilizado para crear ningún plano coordenado global) está emplazado en un lugar a convenir pero sin ninguna particularidad geométrica, por lo que sus coordenadas serán (x_3,y_3,z_3) . El sistema completo y las coordenadas de los distintos elementos quedarán definidos de la siguiente forma:

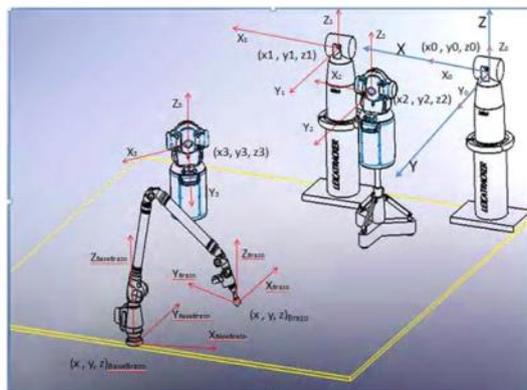


Figura 13.1 Montaje completo del ensayo

Resumiendo por tanto los pasos para generar el sistema de referencia global se siguen los siguientes pasos:

1. Utilizando los orígenes de los sistemas de referencia locales de tres de los LT, se realizan dos líneas que unan esos tres puntos entre sí.
2. Como bien es sabido, con dos líneas puede generarse un único plano que contenga a ambas. Dicho plano será el coordenado XY, y cuya normal será el eje Z.
3. Con el origen del LT denominado 0 y con el origen del LT denominado 1, se forma una línea que será el eje X global.
4. El origen del LT 0 será considerado como origen global del sistema, por lo tanto el eje Z normal al plano XY pasará por el punto origen global.
5. Con los ejes X y Z determinados, se obtiene el eje Y mediante el producto vectorial de ambos.

En el siguiente apartado para poder explicar la razón de utilizar cuatro LT y utilizar en el presente estudio la multilateralización en vez de aplicar una solución con tres LT y trilateralización se va a proceder a explicar los fundamentos y las ecuaciones a utilizar en el procedimiento.

13.2 Fundamentos matemáticos del proceso de multilateralización

El número mínimo de puntos de referencia para determinar las coordenadas xyz del objetivo son tres, pudiendo ser posicionados de forma arbitraria pero nunca todos juntos en una misma línea. Para obtener expresiones explícitas de las coordenadas xyz de la lente en función de las distancias diagonales medidas, los tres puntos de referencia están situados en (0, 0, 0), (x₁, 0, 0), y (x₂, y₂, 0) respecto del sistema de coordenadas global xyz como se ha detallado anteriormente.

Entonces, las distancias diagonales medidas entre las distintas referencias y la lente son expresadas de la siguiente forma:

$$r_0^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$r_1^2 = (x - x_1)^2 + y^2 + z^2$$

$$r_2^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + z^2$$

Cuando la situación de los puntos de referencia son conocidas, se realizan sucesivas operaciones con las ecuaciones. Por lo tanto agrupando las ecuaciones solución de coordenadas obtenidas:

$$x = \frac{r_0^2 - r_1^2 + x_1^2}{2 x_1}$$

$$y = \frac{r_0^2 - r_2^2 + x_2^2 + y_2^2}{2 y_2} - \frac{x_2}{y_2} x$$

$$z = \pm \sqrt{r_0^2 - (x^2 + y^2)}$$

Ecuaciones 13.1 Sistema de trilateralización

Hay que señalar que la coordenada Z de la ecuación correspondiente tiene doble valor. Por lo tanto, para evitar la ambigüedad, se puede optar por dos soluciones distintas, en la primera de ellas el volumen de medida necesita ser reducido a un solo lado del plano XY que la Coordenada Z del objetivo permanezca siendo o positiva o negativa todo el tiempo. Esta primera solución no sirve en la aplicación que se está resolviendo en nuestro caso ya que el brazo podrá situar la lente en coordenadas del eje Z positivas o negativas de forma indistinta, por lo tanto para poder resolver esta ambigüedad se necesita de la segunda solución, a la cual se le denomina cuatrilateralización. Esta solución utiliza cuatro puntos de referencia como muestra la figura siguiente.

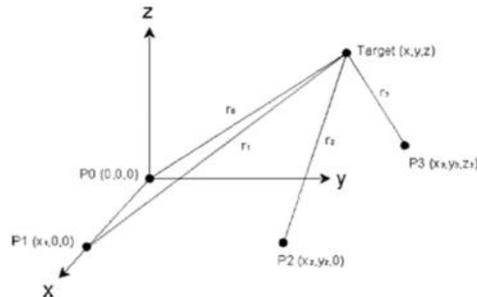


Figura 13.2 Esquema sistema de coordenadas globales sistema de multilateralización

El cuarto punto de referencia está situado en (x_3, y_3, z_3) , no en el plano XY donde $z_3 = 0$. Entonces, a través de manipulación algebraica, las coordenadas xyz del objetivo son derivadas en la matriz lineal de la forma:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0,5 \begin{bmatrix} \frac{1}{x_1} & 0 & 0 \\ -\frac{x_2}{x_1 y_2} & \frac{1}{y_2} & 0 \\ -\left(\frac{x_3}{x_1 z_3}\right) + \left(\frac{x_2 y_3}{x_1 y_2 z_3}\right) & -\frac{y_3}{y_2 z_3} & \frac{1}{z_3} \end{bmatrix} \times (-1) \begin{bmatrix} r_1^2 - r_0^2 - x_1^2 \\ r_2^2 - r_0^2 - x_2^2 - y_2^2 \\ r_3^2 - r_0^2 - x_3^2 - y_3^2 - z_3^2 \end{bmatrix}$$

Ecuaciones 13.2 Ecuaciones sistema de multilateralización

13.3 Explicación operativa cuatrilateralización

La gran ventaja que aporta la cuatrilateralización es que la coordenada Z de la posición de la lente es determinada de forma única, de esta manera, no se necesita ninguna restricción del volumen de trabajo, pudiendo trabajar tanto con coordenadas de Z negativas así como positivas.

En la práctica, las distancias diagonales no son medidas directamente en su longitud absoluta. En su lugar, ellas son siempre obtenidas con la forma:

$$r = m + \ell \quad (\text{A.8})$$

Ecuación 13.3 longitud real medida por LT

Donde m es la salida incremental del transductor de desplazamiento empleado, mientras que l es la compensación que debería ser calibrada previamente a la implementación real de la multilateralización.

La auto-calibración y determinación de l es posible mediante tomar algunas medidas extra del objetivo en varias posiciones diferentes. Vamos a asumir que la cuatrilateralización es repetida en un total de K

puntos objetivo, cuyas coordenadas xyz son designadas como (x^k, y^k, z^k) . Entonces, se obtienen un total de $4K$ ecuaciones con la forma:

$$(r_i^k)^2 = (m_i^k + \ell_i)^2 = (x^k - x_i)^2 + (y^k - y_i)^2 + (z^k - z_i)^2, \\ \text{for } i = 0, 1, 2, 3 \text{ and } k = 0, 1, 2, \dots, K - 1. \quad (\text{A.9})$$

Ecuaciones 13.4 Ecuaciones para obtener el valor de la autocalibración y los offsets

Suponemos que la localización exacta de (x^k, y^k, z^k) no es conocida, este hecho añade $3K$ incógnitas a las cuatro compensaciones l que no son conocidas de inicio tampoco. Además de las incógnitas ya nombradas, si la localización de las cuatro referencias necesitan ser identificadas precisamente, esto añade otras 12 incógnitas de (x_i, y_i, z_i) .

Recapitulando, el número total de incógnitas que aparecen se torna en $3K + 16$. Para obtener soluciones factibles para todas las incógnitas, el número de ecuaciones de Eq. (13.4) debe ser mayor que el número de incógnitas, por lo tanto el número mínimo de K es 16, ya que cada punto calculado aporta cuatro ecuaciones para resolver las incógnitas. Las incógnitas pueden ser identificadas mediante el uso de la técnica de mínimos cuadrados para minimizar la suma total del error residual, el cual es definido de la siguiente fórmula:

$$E = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=0}^3 s_i^k = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=0}^3 [(x^k - x_i)^2 + (y^k - y_i)^2 + (z^k - z_i)^2 - (m_i^k + \ell_i)^2] \quad (\text{A.10})$$

Ecuación 13.5 Error residual del proceso de multilateralización

El bien conocido método de optimización que busca el global del coste de la función E de la forma de iteraciones numéricas es efectivo encontrando la solución, pero es fundamental proveer el proceso de buenas estimaciones aproximadas iniciales para la búsqueda de las incógnitas. Nótese que la autocalibración, es llevada a cabo solo una vez previamente a la medida real para obtener los valores precisos de l así como la localización exacta de los puntos de referencia.

El siguiente aspecto a detallar es una explicación operativa del proceso de multilateralización ya aplicado al brazo estudiando en nuestro trabajo. Conceptualmente ya se ha explicado en qué consiste el proceso de multilateralización y el procedimiento general a seguir para encontrar y resolver las distintas incógnitas. Como caso teórico se exponía que son necesarios cuatro Láser Tracker para poder determinar de manera unívoca las coordenadas finales del punto a calcular respecto del sistema de referencia global del sistema. La Universidad de Zaragoza tiene únicamente en su propiedad dos Láser Tracker y los otros dos restantes han sido prestados por la empresa externa Metromecánica para dicho estudio de análisis. La utilización de equipos de distintas marcas en el proceso de medición no influirá en el valor de los resultados obtenidos con la optimización, pero sí que variará la forma de tratar los datos para introducirlos en las fases de análisis posteriores al proceso de medición así como se detallará posteriormente.

Respecto a la situación de los tres primeros Láser Tracker su posicionamiento es tal y como se detalla en el proceso de la trilateralización, es decir, uno de los Láser Tracker su sistema de referencia sirve para situar el punto de origen de coordenadas global haciendo coincidir su eje de coordenadas local interno con el global del sistema. El segundo LT sirve para emplazar en su centro de coordenadas de su sistema de referencia local el eje de coordenadas X global ya que dicho eje une el centro de coordenadas del LT primero con el del segundo para que sus coordenadas sean $(x1,0,0)$ ya que al estar en el eje coordenado su posición en Y y en Z es cero. Y finalmente el eje de coordenadas local del último LT sirve para formar el plano XY global y por lo tanto sus coordenadas globales serán $(x2,y2,0)$ ya que al estar en el plano coordenado XY su posición en Z global es cero. Para finalizar el proceso de cuatrilateralización emplaza un cuarto LT en un lugar a convenir pero sin ninguna particularidad geométrica, la singularidad de nuestro caso es realizar la aplicación mediante un cuarto Láser Tracker respecto al que se emplazará la

lente con coordenadas Z negativas de su eje de coordenadas local ya que cumple el requisito de estar situado en un lugar arbitrario del global del sistema.

Por otro lado, para poder llevar a cabo nuestra investigación, es necesario un brazo de medición por coordenadas, dicho brazo que es una estructura cinemática abierta, está equipado con un palpador de nido de esferas que se adapta de forma adecuada a la lente retroreflectora que será el punto que va a ser medido simultáneamente desde los cuatro LT y por la transformación interna del brazo hacia su eje local de coordenadas. El brazo posee un sistema de referencia local de coordenadas situado en su base y que estará relacionado con el sistema de referencia global del sistema situado coincidente con uno de los LT mediante una matriz de transformación de coordenadas que posteriormente será detallada su forma de obtención y su valor. El brazo consta de movilidad libre mediante siete articulaciones de revolución en sus respectivos elementos, por lo tanto según se ha detallado en el método de Dénavit – Hartenberg, posee internamente ocho sistemas de coordenadas locales de articulación que llegan hasta el centro de la esfera de la lente y que mediante el conocido proceso se pueden obtener con transformaciones geométricas el valor de la coordenada local de la lente respecto del eje de coordenadas del brazo.

La finalidad del estudio es realizar la identificación de parámetros cinemáticos del modelo del brazo articulado para minimizar el error que se obtiene midiendo con él en todo su volumen de medida mediante calcular la posición exacta de la esfera con los LT y la máquina de medición de coordenadas y compararla por otro lado con el resultado obtenido con el brazo de medición cuyo origen de coordenadas debe estar completamente determinado. La minimización del error se consigue mediante la captura de puntos que a posteriormente serán utilizados como datos de distintas configuraciones del brazo y por lo tanto optimizar sus parámetros de obtención de resultados y con ello mejorar y ajustar su precisión gracias al desarrollo de un modelo geométrico del brazo de medición por coordenadas.

Como podrá observarse en la imagen siguiente, las configuraciones distintas de captura del brazo son necesarias para conocer las influencias de los distintos parámetros en el valor del resultado y del error final para una determinada posición física, ya que dependiendo la configuración del brazo o la zona del espacio de estudio las influencias pueden variar y los grados de precisión también. Debido a que los elementos de un brazo pueden girar y/o trasladarse con respecto a un sistema de coordenadas de referencia, el desplazamiento espacial total del efector final se debe a las rotaciones angulares de los elementos, permitiendo llegar a un determinado punto del espacio de estudio con infinitas configuraciones posibles.

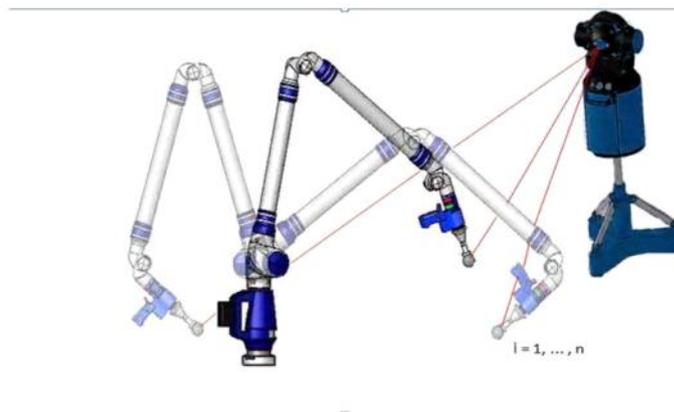


Figura 13.3 Captura de puntos con distintas configuraciones del brazo



En el proceso de captura de datos se realiza seleccionando un número determinado de posiciones de captura, estos datos capturados con el brazo y controlados con los distintos dispositivos de medida LT y máquina de medición por coordenadas servirán como patrón para identificar los parámetros del brazo mediante ajuste por mínimos cuadrados. Este conjunto de parámetros tienen la finalidad bien conocida de realizar la identificación de los parámetros cinemáticos del modelo del brazo para minimizar el error de medida que comete. Tras realizar los ajustes y determinar los parámetros el siguiente paso a realizar es evaluar el modelo, esto quiere decir que de nuevo se capturan posiciones distintas a las elegidas de captura para la identificación de parámetros y se extrapolan los resultados con la finalidad de detectar posibles fuentes de error y realizar distintos modelos de corrección para reducir los errores cometidos.

14. ANEXO 5 Palpador de nido de esferas para captura continua de datos

El procedimiento de captura que se describirá a continuación se ha planteado para la captura masiva en continuo de posiciones del brazo palpando un solo punto. De esta forma, persiguiendo no solo caracterizar y optimizar el comportamiento del brazo en todo su volumen de medida, sino también su capacidad de repetir medidas de un mismo punto, se ha utilizado un palpador capaz de palpar directamente el centro de la lente circular, sin necesidad de palpar puntos de su superficie para calcular su centro. De este modo se consigue mucho ahorro de tiempo en la captura de posiciones del brazo, haciendo posible la captura automática de posiciones y facilitando el procesado posterior de datos mediante software informático.

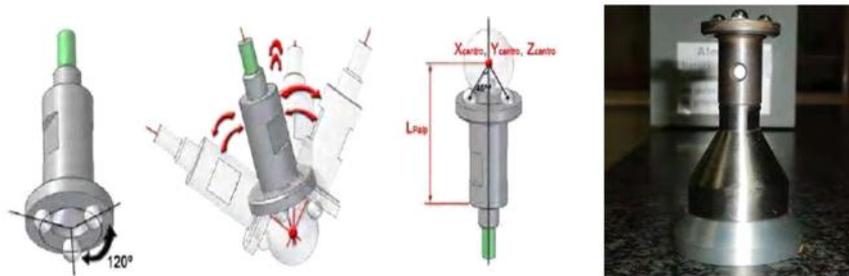


Figura 14.1 Palpador de nido de esferas.

El diseño del palpador desarrollado se basa en las consideraciones generales de diseño de asientos cinemáticos de esferas. Como se aprecia en la figura 14.1, el palpador está formado por tres esferas de 6 mm de diámetro dispuestas a 120° sobre el extremo del palpador. Dado que la lente esférica del brazo que se desean palpar tienen un diámetro de 38 mm, es necesario establecer las relaciones geométricas necesarias para asegurar el adecuado contacto de las tres esferas y la estabilidad de ese contacto. Por regla general, para mantener dicha estabilidad es recomendable que el contacto entre las esferas del asiento cinemático y la esfera que debe alojarse entre ellas se produzca a 45° respecto al plano formado por los centros de las esferas del asiento. De este modo, las esferas del palpador no se han dispuesto como hemisferios sino que se han extraído ligeramente para asegurar que este contacto se produzca a 45° , además de asegurar que la esfera palpada asiente y se aloje de forma correcta dentro del palpador. Cuando se utilizan como esferas del asiento hemisferios, es necesario el cumplimiento de la relación $d > 0.414D$ siendo d el diámetro de las esferas del asiento y D el diámetro de la esfera alojada. De esta forma, con las tres esferas del palpador en contacto con la esfera palpada se asegura el centrado de la dirección del palpador con respecto al centro de la esfera, haciendo que esta dirección lo atraviese. Así, es posible definir un palpador de radio de esfera palpadora cero y longitud la distancia desde el alojamiento del palpador hasta el centro de la esfera de 38 mm alojada, palpando así directamente el centro de la esfera, siempre que las tres esferas del palpador y la esfera del patrón estén en contacto, para cualquier posición y orientación del brazo. Esta configuración permite además medir directamente el valor inicial de los tres últimos parámetros del modelo X_{Palp} , Y_{Palp} , Z_{Palp} (Figuras 13.1, 14.1), definiendo así las coordenadas del centro de la esfera palpada con respecto al último sistema de referencia del brazo de medida, actuando, en nuestro caso, como palpador de referencia para identificación de parámetros cinemáticos. La razón principal de introducir estos tres parámetros en la optimización del modelo reside en corregir las desviaciones producidas en las distancias del palpador con respecto al último sistema de referencia tanto por imperfecciones en el montaje del asiento cinemático como por variación de la posición del último sistema de referencia del brazo tras la optimización.

15. ANEXO 6 Equipos y utillajes empleados en ensayo

Para realizar el presente ensayo, es bien sabido que es necesario utilizar el brazo de medición por coordenadas de la marca "FARO" modelo "Platinum", los cuatro LT, dos de ellos de la marca "FARO" modelos "X" e "ION", otro de la marca "API" modelo "T3" y el último de la marca "LEICA" modelo "LT600", además se ha utilizado una lente retro reflectora de tipo "Eyecat", unos trípodes supletorios en los que se han situado el brazo articulado y la lente, y finalmente un palpador de nido de esferas que asegura el contacto garantizando el determinar de forma precisa el centro de la esfera de la lente. En las siguientes imágenes se muestran los distintos equipos utilizados



Figura 15.1 Láser Tracker "FARO" modelo "X" utilizado como LT1 durante el ensayo



Figura 15.2 Láser Tracker "LEICA" modelo "LT-600" utilizado como LT3 durante el ensayo



Figura 15.3 Láser Tracker “FARO” modelo “ION” utilizado como LT4 durante el ensayo



Figura 15.4 Láser Tracker “API” modelo “T3” utilizado como LT2 durante el ensayo.



Figura 15.5 Brazo articulado de medición por coordenadas “FARO” modelo “PLATINUM” y trípodes supletorios utilizados para fijar el brazo y la lente retro reflectora.

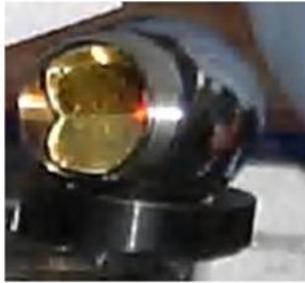


Figura 15.6 Lente retro reflectora y base soporte imantada para tener fijada la lente.



Figura 15.7 Palpador de nido de esferas auto centrante en el palpado de la lente esfera.



16. ANEXO 7 Brazo articulado de medición por coordenadas FARO Platinum

FARO

FaroArm® Platinum



Sensores de temperatura y sobrecarga

Situados en cada articulación, permiten que el brazo "sienta" y reaccione a las variaciones térmicas y al manejo inadecuado brindando así una precisión máxima.

Construcción ligera

Diseño resistente y ligero para una portabilidad total.

Disponibilidad opcional de 7 ejes

Proporciona un eje de rotación adicional que permite la adaptación de una cámara láser y palpadores curvados.

Contrapeso interno

Permite al operador medir cómodamente.

Capacidad de trabajar con múltiples palpadores

Permite al operador trabajar con palpadores de diámetros diversos, sensibles al tacto, curvados o extensiones.

Batería de uso prolongado

Capacidad de medir en lugares donde no hay fuentes de energía disponibles.

Montura rápida universal de 3.5 pulgadas

La montura universal de 3.5" permite al operario ubicar el brazo sobre la misma pieza, evitando así pérdidas en tiempo de producción.

¡La MMC Portátil Definitiva!

La precisión de .020 mm (.0008") del FaroArm Platinum hace obsoletas a las MMC tradicionales, a las herramientas de mano y a otros equipos de inspección portátiles. Cualquiera, en cualquier lugar, puede inspeccionar, hacer ingeniería inversa o realizar el análisis de CAD a partes de piezas, accesorios y conjuntos de partes con una precisión antes impensable. Al unir la precisión del brazo Platinum con su adaptable tecnología de medición en 3-D y sus herramientas personalizadas (SoftCheck Tools) que no requieren capacitación y funcionan con o sin CAD, se convierte en la herramienta de medición ideal para instalaciones de fundado, moldeado, forjado, fundición y ensamblado que requieren mediciones básicas de 3-D además de inspecciones de salida avanzadas GD&T y SPC.

Aplicaciones más comunes

Aeroespacial: Certificación de alineación, mecanizado y moldeado, inspección de piezas - **Automoción:** Construcción de herramientas y certificación, alineación, inspección de piezas - **Forjado de metales:** OMI, inspección de primer artículo, inspección periódica de piezas - **Moldeado y matricería:** inspección de moldes y troqueles, escaneo de piezas prototipo

Características

- ▶ Precisión de .020 mm
- ▶ Disponibilidad de 7 ejes
- ▶ Palpador con 4 grados de libertad
- ▶ Tecnología de Medición 3-D adaptable
- ▶ Tecnología de punta

www.faro.com/measuring-arms



FaroArm® Platinum



Especificaciones de Desempeño

Modelo (Rango de edición)	Desempeño Volumétrico		Prueba de desempeño de articulación de punto único		Peso del FAROArm	
	6	7	6	7	6	7
Probeset 1,8m (6ft)	±0.029mm (±0.0011in.)	±0.037mm (±0.0015in.)	0.020mm (0.0008in.)	0.025mm (0.0010in.)	9.3kg (20.5lbs.)	9.5kg (21lbs.)
Probeset 2,4m (8ft)	±0.036mm (±0.0014in.)	±0.043mm (±0.0017in.)	0.025mm (0.0010in.)	0.030mm (0.0012in.)	9.5kg (21lbs.)	9.75kg (21.5lbs.)
Probeset 3,0m (10ft)	±0.041mm (±0.0024in.)	±0.073mm (±0.0029in.)	0.043mm (0.0017in.)	0.062mm (0.0020in.)	9.75kg (21.5lbs.)	9.98kg (22lbs.)
Platinum 3,7m (12ft)	±0.066mm (±0.0034in.)	±0.103mm (±0.0041in.)	0.061mm (0.0024in.)	0.073mm (0.0029in.)	9.98kg (22lbs.)	10.21kg (22.5lbs.)

Métodos de prueba del FaroArm - (Los métodos de prueba son un subconjunto de aquellos descritos en el estándar 869.4.22) - Prueba del desempeño en una articulación de un solo punto (Máx-Mín): La sonda del FaroArm se coloca dentro de un casquillo (socket) cónico y los puntos individuales se miden desde múltiples direcciones de aproximación. Cada medición individual de punto se analiza como un rango de desviaciones. Esta prueba es un método para determinar la repetición de la articulación de la máquina de medición. - Desviación volumétrica máxima: Determinada por el uso de artefactos de longitud localizable, los cuales se miden en diversos puntos y orientaciones a lo largo del volumen de trabajo del FaroArm. Esta

Especificaciones del Equipo

Rango de Temperatura de Operación: 10°C - 40°C (50°F - 104°F)

Rango de Temperatura: 2°C/5min. (5.4°F/5min.)

Humedad: 95%, sin condensación

Fuente de Energía: Voltaje Universal 85-245VAC, 50/60 Hz

Certificaciones: Cumplimiento de las normas de la CE • Directiva 93/68/CEE (Marca CE) • Directiva 89/336/CEE (EMC) • FDA CDRH, Subcapítulo J de 21 CFR 1040.10 • Equipo eléctrico para

medición, control y uso de laboratorio • EN 61010-1:2001, IEC 60825-1, EN 61326 • Compatibilidad electromagnética (EMC) • EN 55011, EN 61000-3-2, EN 61000-3-3, EN 61000-4-4, EN 61000-4-5, EN 61000-4-6, EN 61000-4-8, EN 61000-4-11 • Pat. 5402582, 5611147, 5794356, 6366631, 6406539, 6904691, 6925722, 6938036, 6973734, 6988322, 7032321, 7045847, 7051450, 7049664, 7269910, D607380

FARO le ofrece la opción certificación VDI / VDE 2617-9 con cargo adicional. Por favor, consulte a su representante de ventas para más información.

FARO, La Medida de Éxito, FaroArm, CAM2, XtremeADM y Laser ScanArm son marcas registradas de FARO Technologies Inc.



Global Offices: Australia • Brazil • China • France • Germany • India • Italy • Japan • Malaysia • Mexico • Netherlands • Philippines • Poland • Portugal • Singapore • Spain • Switzerland • Thailand • Turkey • United Kingdom • USA • Vietnam

17. ANEXO 8 Equipos de medición Láser Tracker utilizados

17.1 Resumen de equipos Láser Tracker

Se incluye aquí a continuación una tabla resumen con todos los equipos de medición Láser Tracker que se han considerado en la realización del presente trabajo.

Equipo de medición	Rango de trabajo	Resolución (mínima)	Incertidumbre máxima en medición longitudinal	Incertidumbre máxima en medición angular
Láser Tracker FARO ION	110m (diámetro)	0.5 μm $\pm 2''$	$\pm 2\mu\text{m} +$ 0.4 $\mu\text{m}/\text{m}$	$\pm 10\mu\text{m} +$ 2.5 $\mu\text{m}/\text{m}$
Láser Tracker FARO X	35m	10 μm $\pm 2''$	$\pm 10\mu\text{m} +$ 0.4 $\mu\text{m}/\text{m}$	$\pm 18\mu\text{m} +$ 3 $\mu\text{m}/\text{m}$
Láser Tracker LEICA LT600	40m	0.5 μm	$\pm 10\mu\text{m} +$ 0.5 $\mu\text{m}/\text{m}$	$\pm 10\mu\text{m} +$ 0.5 $\mu\text{m}/\text{m}$
Láser Tracker API TRACKER3	Hasta 2500m	0.018 arcsec 0.1 μm	$\pm 15\mu\text{m}$	$\pm 3,5\mu\text{m}/\text{m}$



17.2 Láser Tracker FARO ION

www.faro.com **FARO**

FARO Laser Tracker ION™



Agile ADM

Acquire targets even if they are moving; no need to switch between ADM and IFM systems

SelfComp

Automatically tunes Laser Tracker parameters to ensure high accuracy

Versatile Mounting Options

Mounts vertically, horizontally or upside down*, providing versatility in tight or congested areas
*Inverted mounting requires the use of the integrated threaded ring.

Instant-On Laser

No warm-up of the laser tube is required

Smart Warm-Up

Accelerates the stabilization time in order to minimize the initial temperature changes' impact on measurements

Integrated Weather Station

Monitors and compensates for changes in temperature, air pressure and humidity

Integrated Precision Level

Establishes level to gravity within the measurement job

World's Most Accurate Large Volume Laser Tracker

The FARO Laser Tracker ION is an extremely accurate, portable coordinate measuring machine that enables you to build products, optimize processes, and deliver solutions by measuring more quickly, simply and precisely than previously possible. The ION is the most accurate laser tracker available based on the most common types of measurement applications. It also features a longer measurement range, lighter weight, and contains the fastest, most sophisticated distance measuring system: Agile Absolute Distance Meter (aADM).

Common Applications

Alignment: Real-time feedback of object positioning
Installation: Lay out / level machine foundation
Part Inspection: Digital record of actual vs nominal data
Tool Building: Set up and inspect tools with only one person
Reverse Engineering: Acquire high accuracy digital scan data

Features

- ▶ 0.049mm volumetric accuracy at 10m
- ▶ 110m³ diameter range
- ▶ Agile ADM instant beam acquisition
- ▶ As light as 17.7kg
- ▶ High performance, real-time dynamic measurements
*with selected targets



FARO Laser Tracker ION



System Specifications

Dimensions

Head size: 311(W) x 556(H) mm
Head weight: 17.7kg (19.5kg w/IFM option)
Controller size: 282(L) x 158(D) x 214(H) mm
Controller weight: 5.2kg

Range

Horizontal envelope: +/- 270°
Vertical envelope: +75° to -50°
Minimum working range: 0 meters
Maximum working range: 55m with select targets
40m with standard 1.5" & 7/8" SMRs
30m with standard 1/2" SMR

Environmental

Altitude: -700 to 2,450 meters
Humidity: 0 to 95% non-condensing
Operating Temperature: -15°C to 50°C

Laser Emission**

633-635 nm Laser, 1 milliwatt max/cw.
Class II Laser Product

Distance Measurement Performance***

Agile ADM

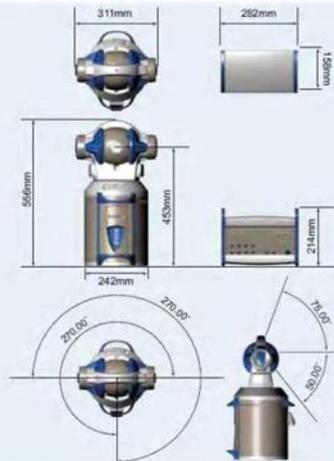
Resolution: 0.5µm
Sample rate: 10,000/sec
Accuracy: 8µm + 0.4µm/m
R0 Parameter: 8µm

Optional Interferometer

Resolution: 0.158µm
Accuracy: 2µm + 0.4µm/m
Maxim. radial velocity: 4m/sec
R0 Parameter: 8µm

Angle Measurement Performance***

Angular accuracy: 10µm + 2.5µm/m
Maximum angular velocity: 180°/sec
Precision Level Accuracy: +/- 2 arcseconds



Point-to-Point Typical Accuracy***

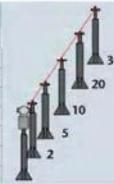
Horizontal Scale Bar Measurement (2.3 m)

Range (m)	ADM (mm)	IFM (mm)
2	0.022	0.021
5	0.032	0.032
10	0.049	0.049
20	0.085	0.085
30	0.120	0.120
40	0.156	0.156
50*	0.191	0.191
55*	0.209	0.209



In-Line Distance Measurement

Length (m)	Distance (m)	ADM (mm)	IFM (mm)
2 - 5	3	0.009	0.003
2 - 10	8	0.011	0.005
2 - 20	18	0.015	0.009
2 - 30	28	0.019	0.013
2 - 40	38	0.023	0.017
2 - 50*	48	0.027	0.021
2 - 55*	53	0.029	0.023



* With selected targets.

** Product complies with radiation performance standards under the food, drug, and cosmetics act and international standard IEC 60825-1:2001-08.

*** Typical Accuracy shown is half the Maximum Permissible Error (MPE) and variation in air temperature is not included. MPE and all accuracy specifications are calculated per ASME B89.4.19 - 2006 Standard. Specifications, descriptions, and technical data may be subject to change. Protected by U.S. patents: 7327440, 7352446, 7466401



17.3 Láser Tracker FARO X

8 www.faro.com

FARO Laser Tracker X and Xi Product Features

XtremeADM® and Interferometer
Meet the most challenging accuracy requirements

Self-Comp
Quick automatic compensation ensures high accuracy

FARO TargetCAM
Ideal for large automated-assembly projects and tool-repeatability studies (optional)

Wireless Communication (optional)
Easily connect to any wireless enabled PC

Newly expanded operating temperature, Smart Warm-Up, & Active Thermal Comp.
Ready for all environments

Integrated Weather Station and Precision Level

Full featured standard equipment

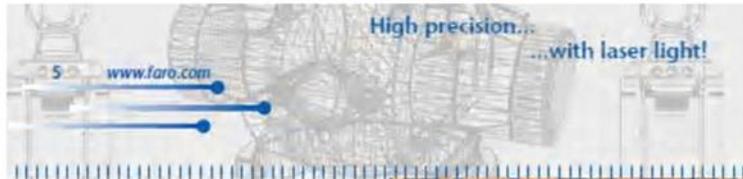
Mounts vertically, horizontally, or upside down

Versatility in tight or congested shop areas

Certified Precision Probes

Head size: 280 x 554 mm (11 x 21.8 in)
Head weight: 20 kg (44 lbs)
Controller size: 160 x 180 x 280 mm (6 x 7 x 11 in)
Controller weight: 5 kg (12 lbs)

EVQI ANAB GSA Contract Holder



The Interferometer LT Xi

The Interferometer (IFM) of the FARO Laser Tracker Xi uses a red helium-neon (HeNe) stabilized laser. This laser beam is projected onto an SMR and is returned to the tracker where it counts the fringes of the wavelength interference with a resolution of $\frac{1}{4}$ wave of the HeNe laser (.000158 mm). To start a measurement with the interferometer, a valid distance must first be set. This can be done at the "Home" position on the tracker, at a previously measured point, or with XtremeADM. Once set the IFM will report valid data until a beam break occurs.

When using the XtremeADM with the Interferometer the XtremeADM is used to reset the IFM. This eliminates the need to use the "Home" position or previously measured reset points. Detailed information about the XtremeADM can be found on the following pages.

IFM Technical Specifications*

- Maximum radial speed: 4m/s
- Resolution: 0.158 μ m
- Accuracy: 2 μ m + 0,4 μ m/m
- RO Parameter: 10 μ m
- Working distance: 0-35m (radius)

*Typical Accuracy shown is half the Maximum Permissible Error (MPE) and variation in air temperature is not included. MPE and all accuracy specifications are calculated per ASME B89.4.19 Standard.



The XtremeADM is particularly helpful especially in confined spaces and areas difficult to access!



XtremeADM (Absolute Distance Measurement) - X and Xi

XtremeADM is one of the truly revolutionary features of the FARO Laser Tracker. Sampling at 10,000 samples per second, XtremeADM leaves all other trackers in the dust – instantly re-acquiring a valid laser after a beam break and enabling ADM scanning!

The engine inside XtremeADM consists of a GPS calibrated sinusoidal electrical signal of 3 GHz which directly modulates a 1550 nm DFB laser. This infrared laser is directed by the tracker onto an SMR and returned. Here the incoming laser beam is detected and the distance to the SMR is determined from the phase shift of the reflected signal with respect to the reference signal, yielding accuracy as high as 0.011 mm.

XtremeADM Technical Specifications*

- Sample Rate: 10,000 sample/sec
- Resolution: 0.5µm
- Sample rate: 10,000 samples/sec
- Accuracy: 10µm + 0.4µm/m
- R0 Parameter: 10 µm
- Working distance: 0-35m (radius)

*Typical Accuracy shown is half the Maximum Permissible Error (MPE) and variation in air temperature is not included. MPE and all accuracy specifications are calculated per ASME B89.4.19 Standard.



Point to Point Typical Accuracy *

Horizontal Scale Bar Measurement			In-Line Distance Measurement		
Range (m)	XADM (mm)	IFM (mm)	Length (m)	XADM (mm)	IFM (mm)
2	0.032	0.031	2 - 5	0.011	0.003
5	0.046	0.046	2 - 10	0.013	0.005
10	0.068	0.068	2 - 20	0.017	0.009
20	0.110	0.110	2 - 30	0.021	0.013
30	0.153	0.153	2 - 35	0.023	0.015
35	0.174	0.174			

Range

Horizontal envelope: +/- 270°
Vertical envelope: +75° to -50°
Minimum working range: 0 m
Maximum working range: 70 m
(230-ft.) diameter

Angle Measurement Performance*

Angular accuracy: 18µm + 3µm/m
Maximum angular velocity: 180°/sec
Precision Level Accuracy: +/-2 arcseconds

Environmental

Altitude: -700 to 2450 meters
Humidity: 0 to 95% non-condensing
Operating Temperature:
-15°C (5°F) to 50°C (122°F)

Distance Measurement Performance*

XtremeADM

Resolution: 0.5µm
Sample rate: 10,000 samples/sec
Accuracy: 10µm + 0.4µm/m

Interferometer

Resolution: 0.158µm
Accuracy: 2µm + 0.4µm/m
Maximum radial velocity:
4m/sec
RO Parameter: 10 µm

ASME B89.4.19 - This new standard for laser tracker performance evaluation is the only accepted procedure for testing laser tracker accuracy. FARO is the first Laser Tracker manufacturer to conform to this new standard and the only manufacturer with an ISO-17025 accreditation based on this procedure.

**Typical Accuracy shown is half the Maximum Permissible Error (MPE) and variation in air temperature is not included. MPE and all accuracy specifications are calculated per ASME B89.4.19 Standard. Specifications, descriptions, and technical data may be subject to change.*



17.4 Láser Tracker LEICA LT600

Specifications	LT600	LT(D)600
Compatibility		
T-CAM700000 for dynamic 6DOF tracking	No	No
T-Probe for wireless probing	No	No
T-Scan for hand held scanning	No	No
Tracking		
Maximal target speed		> 4 m/s
- At right angles of the laser beam		> 8 m/s
- In the direction of laser beam		
Max acceleration		> 2 g
- At right angles of the laser beam		Unlimited
- In the direction of laser beam		
Measurement volume		
- Horizontal		± 235°
- Vertical		± 45°
Measurement range		0 - 40 m
Measuring rate		3 000 points/sec
Measurement rate output		3 000 points/sec
Laser Interferometer		
Principle of operation	single beam heterodyne interferometer	
Safety class	21 CFR Safety class II (IEC / EN class 2)	
Maximal output power		± 0.3 mW CW
Wave length		633 nm (visible)
Beam diameter		± 4.5 mm
Beam divergence		no divergence (collimated)
Distance resolution		1.26 micron
Reproducibility of a coordinate		± 6 micron/m
Absolute accuracy		± 0.5 micron/m
Wave length stabilization		± 10 micron
Initial distance with bird bath		
Angular Measurements		
Repeatability		± 0.14 arc sec
Near (0 - 2.5 m)		± 12 micron
Far (2.5 m to max distance)		± 5 micron/m
Absolute accuracy		
For non moving target (0 - 2.5 m)		± 25 micron
For non moving target (2.5 to max)		± 10 micron/m
For slow moving target		± 20 micron/m
For fast moving target		± 40 micron/m

Absolute Distance Meter for Automation	Light polarization modulation
Principle of operation	1 micron
Resolution	± 25 micron
Accuracy	1.5 - 40 m
Measurement range	21 CFR class I (IEC/EN class 1)
Safety class	< 0.5 mW/2 sec
Maximum output power	780 nm (infrared)
Wave length	± 5 mm
Beam diameter	no divergence (collimated)
Beam divergence	
Ambient conditions	
Working temperature (three ranges)	-0° to +40° C
	-32° to +104° F
	-10° to +40°
	-14° to +104° F
Storage temperature	10 - 90% (non condensing)
Relative humidity	0 - 5 000 ft
Elevation for operation (air pressure)	0 - 16 500 ft
Elevation for storage (air pressure)	0 - 12 000 ft
	0 - 40 000 ft
Dimensions and Weight - Sensor	
Dimensions sensor	220 mm x 280 mm x 875 mm
	8.7" x 11" x 31.5"
Transit axis height	815 mm (32.1")
Weight	32.5 kg / 71.9 lb
	34.1 kg / 75.2 lb
Dimensions and Weight - Controller	
Dimensions controller	510 mm x 805 mm x 200 mm
	20.0" x 31.5" x 7.8"
Weight controller	17.0 kg (37.5 lb)
Marks of conformity	CE-certified by SEV

LT(D)600 is manufactured under the following US patents: # 4 744 239 and # 5 138 040
Other US and international patents pending.

Headquarter: Leica Geosystems AG, Munchstrasse 63, CH-6000 Lucerne, Switzerland. Phone: +41 27 27 61 61 / Fax: +41 27 27 91 34. www.leica-geosystems.com/en/usa
Regional Contacts: The Americas: Phone: +1 800 367 940 • Canada: Phone: +1 416 492 2600 • China: Phone: +86 21 542 229 • Germany: Phone: +49 63 140 81 0
France: Phone: +33 1 69 09 17 00 • India: Phone: +91 28 32222 • Italy: Phone: +39 02 52 51 17 • Japan: Phone: +81 3 5465 516 • Korea: Phone: +82 2 636 1919
Spain: Phone: +34 91 494 840 • United Kingdom: Phone: +44 800 825 6338 • Scandinavia: Phone: +46 31 340 91 51 • Singapore: Phone: +65 276 2810
Dealers and Distributors: Phone: +41 41 27 07 07

Making Metrology Mobile

New Standards - More Applications

Based on proven technology used by operators in every major industry, the LT(D)600 gives you more features and advantages than any other tracker on the market. Leica Laser Tracker LT(D)600 are equipped with high-precision vertical and horizontal angle encoders for precise angle

measurements as well as the leica patented interferometer for precise distance measurements. Thanks to the embedded system control, the LT(D)600 gives you more features and advantages than any other tracker on the market. Whether you choose Leica's leading inspection software Axyz or the latest CAD-based software Horizon, the LT(D)600 gives you a Wider Perspective in all Dimensions.

Combined measurement uncertainty for length according to ISO "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements" and NIST Technical Note 1291

r (m)	h (m)	Uc (mm)
1	1	± 0.051
2	2	± 0.053
3	3	± 0.067
5 </td <td>5</td> <td>± 0.083</td>	5	± 0.083
10	10	± 0.156
20	20	± 0.297

The Leica LT(D)600 sets new standards, giving you more features and advantages than any other tracker on the market.

Featuring...	Giving you...
View finder for remote and automatic measurements	Softer, more convenient and faster measurement processes
Highly accurate and user-friendly leveling device	Fast and precise measurement leveling
Measurement range 0 - 40 m	Largest measurement volume ever
Fastest measurement cycle in the world: 3 000 pts per second	Highest point density even when measuring fast moving objects
Reliable automatic beam capture with absolute distance meter (ADM)	Faster measurement processes
50% more accurate ADM	Highest precision for your measuring processes
Extended specifications for environmental conditions	Use of the Leica Tracker under practically all conditions
Laser Tracker browser control	Intranet enabled tracker operations enabling 100% digital and remote processes
Completely open and programmable client/server interface	Seamless integration with your standard software or with automated processes
Proven track record with over 1 000 Leica Tracker in the market	Highest reliability on the market
Full automation features	Completely automated inspection processes

Choose more functionalities... Choose Leica





17.5 Láser Tracker API TRACKER3

API PRODUCT SPECIFICATIONS



TRACKER3™

Ultra-Portable Laser Tracking System



Parameter	Specification
Range of Measurements	
Linear Range (Diameter):	T3-15 30 meters (98 feet) T3-40 80 meters (262 feet) T3-60 >120 meters (>400 feet)
Angular Range	
Acimuth:	± 320° (640° end to end)
Elevation:	+ 77° / -60°
Angular Resolution:	± 0.018 arc seconds
Angular Accuracy:	3.5µm/meter
System Resolution:	0.1µm
Maximum Lateral Target Speed:	> 4 meters/sec
Maximum Acceleration:	> 2 g
Internal Level Accuracy:	±2 arc-second
Absolute Accuracy of a 3D Coordinate	
Static Measurement (IFM):	±5ppm (2 sigma)
Laser	
HeNe Laser (IFM)	Class II (eye safe)
Resolution:	0.08µm
Accuracy:	> ±0.5 ppm
IR Laser (ADM)	Class I (eye safe)
Resolution:	0.1µm
Accuracy:	> ±15µm or 1.5ppm
Weight	
Tracker:	8.5kg (18.5 lb)
Controller:	3.2kg (7 lb)
Size	
Tracker:	185mm x 190mm x 360mm (7.3 in x 7.5 in x 14.2 in)
Control Box:	110mm x 160mm x 310mm (4.3 in x 6.3 in x 12.2 in)
Environmental	
Air Temperature:	-10°C to > 45°C (14°F to > 113°F)
Barometric Pressure:	580 mmHg - 800 mmHg
Relative Humidity:	10-95% non-condensing
Altitude:	3000 meters (9842.49 ft)



18. ANEXO 9 Resumen de funciones MatLab

Para realizar tanto la identificación de parámetros cinemáticos del brazo articulado, la autocalibración del sistema, así como el tratamiento de los distintos puntos, se han usado diversas funciones de MatLab. Una breve explicación de cada función es detallada a continuación:

- `Quadrilateration_self_calibration`: Esta función optimiza e identifica coordenadas de los puntos medidos así como posiciones de los distintos sistemas en coordenadas del sistema de referencia global y los offsets de distancia de cada uno de ellos a partir de unos valores iniciales y de una captura mínima de n puntos. La función devuelve un vector de parámetros optimizados.
- `Trilaterate`: Función que obtiene las coordenadas XYZ de los distintos puntos medidos en el sistema de referencia multilateralizado P0 utilizando las ecuaciones de Trilateralización.
- `Quadrilateration`: Función que obtiene las coordenadas XYZ de los distintos puntos medidos en el sistema de referencia multilateralizado P0 utilizando las ecuaciones de Cuadrilateralización.
- `Fobjetivo`: Función objetivo que calcula el sumatorio de los residuos para la optimización de parámetros de cuadrilateralización con $K=16$ puntos. La función devuelve un vector con los residuos de cada punto en cada LT.
- `ModeloBrazo`: Función que calcula las coordenadas del extremo del brazo para una combinación de ángulos de las distintas articulaciones y parámetros geométricos. El cálculo matricial interno es realizado según el modelo Denavit-Hartenberg.
- `ModeloBrazoFinal`: Función encargada de variar el valor del ángulo de las diferentes articulaciones con la finalidad de comprobar el correcto funcionamiento del brazo. Dicha función representa de forma gráfica la trayectoria final que seguiría el extremo del brazo en la variación del ángulo programada.
- `Distancias_nominales`: Calcula y construye un vector con todas las distancias entre puntos nominales multilateralizados. La función devuelve un vector fila "Dn" que contiene las distancias euclídeas entre todos los puntos capturados en XYZ, al igual que devuelve una matriz "Lista" que contiene por columnas los índices de los diferentes puntos a los que corresponden las distancias del vector "Dn".
- `FObjetivo_P`: Función objetivo de parámetros cinemáticos del brazo de medida. Calcula puntos medios de cada posición nominal, distancias entre dichos puntos y las distintas desviaciones estándar. Devuelve un archivo que registra para cada iteración distintos datos para su posterior estudio.
- `Identifica_Parametros`: Función que realiza la optimización de los parámetros cinemáticos del brazo.
- `Cart2sph_LT`: Función que transforma coordenadas cartesianas a esféricas y devuelve una matriz [azimut elevacion distancia].
- `Construye_Xini`: Función que construye el vector de parámetros iniciales compuesto por los offsets de los LT, las coordenadas respecto de LT1 de los demás LT en los que se realiza el sistema de multilateralización y finalmente las coordenadas de los puntos capturados para las distintas fases posteriores del ensayo.



- `Extrae_ptos_multi`: Función que extrae de un vector previamente calculado las coordenadas de los puntos en sistema de multilateralización y genera otro vector únicamente compuesto por dichas coordenadas.

- `XYZBrazo`: Función que es alimentada por los parámetros del brazo ya sean los iniciales o los óptimos y que determina con los ángulos de captura de los puntos del ensayo las coordenadas de las 135 capturas que se han realizado con el brazo.

Además, se han utilizado otras funciones de ayuda en MatLab:

- `lsqnonlin`: Resuelve por el método de ajuste por mínimos cuadrados problemas no lineales. Para una sentencia se escribe una ecuación del tipo siguiente:
`[xf,resnorm,residual,exitflag,output,lambda,jacobian]=lsqnonlin(@FObjetivo_P,Xbrazo,lb,ub,options,Dn,AngBrazo,Mapa_Captura);`

El ajuste devuelve como solución el Jacobiano de la función "FObjetivo_P" en "xf". "Xbrazo" es el vector de parámetros del brazo, "lb" y "ub" sirven para acotar el rango de valores solución, "options" es una función posteriormente descrita que sirve para delimitar las distintas opciones de minimización durante el ajuste por mínimos cuadrados. "Dn" Es el vector con todas las distancias entre puntos nominales. "AngBrazo" Es la matriz que registra por filas las distintas combinaciones de ángulos capturadas con el brazo palpando la lente. Y finalmente "Mapa_Captura" es la matriz que relaciona las distintas combinaciones de ángulos para cada posición del retroreflector.

- `optimset`: Set de configuración de la función "options" que permite ajustar distintos factores a aplicar en el proceso de mínimos cuadrados. Para una sentencia del tipo:

```
options=optimset('LevenbergMarquardt','on','TolX',1e-25,'TolFun',1e-25,'MaxFunEvals',1e100,'MaxIter',1e100);
```

Se está configurando el ajuste por mínimos cuadrados a través del Algoritmo de Levenberg-Marquardt, siendo éste un algoritmo iterativo de optimización con unas ligeras modificaciones sobre el método tradicional de Newton. "TolX" y "TolFun" marcan el valor tolerancia de la función y de la variable y finalmente, "MaxFunEvals" y "MaxIter" imponen el número máximo de evaluaciones de la función y el número de iteraciones del ajuste.

- `Fopen`: Función para abrir un archivo.

- `Fclose`: Función para cerrar un archivo.

- `Fprintf`: Función para escribir en un archivo previamente abierto.

- `Abs`: Función que devuelve el valor absoluto de un número.

- `Num2str`: Función que convierte un número en una cadena de letras.

- `Max`: Obtiene el elemento mayor de una matriz o vector.

- `Deg2rad`: Función para convertir ángulos de grados a radianes.

- `Sin`: Función para calcular el seno de un valor.

- `Cos`: Función para calcular el coseno de un valor.



- Mean: Función para calcular el valor promedio de una cadena de valores.
- Std: Función para calcular la desviación estándar de un conjunto de valores.
- Plot3: Función que realiza un gráfico de tres dimensiones con un conjunto de puntos.
- Cart2pol: Función para transformar coordenadas cartesianas en coordenadas cilíndricas.

Función `Quadrilateration_self_calibration`: Optimización para autocalibrar el sistema de cuadrilateralización

Esta función optimiza e identifica coordenadas de los puntos medidos así como posiciones de los distintos sistemas en coordenadas del sistema de referencia global y los offsets de distancia de cada uno de ellos a partir de unos valores iniciales y de una captura mínima de n puntos. La función devuelve un vector de parámetros optimizados. Necesita una aproximación buena en los valores iniciales para obtener unos buenos resultados, por lo tanto los valores iniciales serán estimados con un metro.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: `Xcal=Quadrilateration_self_calibration(M0, M1, M2, M3, Xini)`

- Parámetros de entrada:

- $M0, M1, M2$ y $M3$: Son matrices $n \times 3$ (siendo n el número de puntos capturados) con las coordenadas del punto medido respecto al sistema de referencia propio correspondiente de cada sistema de medida (LT). Dichas matrices están expresadas en coordenadas esféricas [m $ang1$ $ang2$] siendo m la distancia entre el punto medido y el sistema de referencia.

- $Xini$: Vector de parámetros iniciales. Siendo fundamental el partir de unos valores iniciales bien aproximados (Coordenadas medidas con metro), el vector consta de los 4 offsets correspondientes a los 4 LT, el valor de la coordenada X del segundo LT, las coordenadas X e Y del tercer LT, las coordenadas X, Y y Z del último LT y las coordenadas de 16 puntos medidos, todas ellas respecto al sistema de referencia multilateralizado.

- Parámetros de salida:

- $Xcal$: Vector de parámetros optimizados. Al igual que el vector de entrada $Xini$, el vector consta de los 4 offsets correspondientes a los 4 LT, el valor de la coordenada X del segundo LT, las coordenadas X e Y del tercer LT, las coordenadas X, Y y Z del último LT y las coordenadas de 16 puntos medidos, todas ellas respecto al sistema de referencia multilateralizado optimizado. Para realizar la optimización partiendo de los valores iniciales, se realiza de forma interna un ajuste por mínimos cuadrados de las posiciones de los distintos sistemas de referencia, obteniendo con ello una precisión mucho mayor que la inicialmente lograda con el metro utilizado para medir las distancias entre LT.

El ajuste devuelve tras utilizar el algoritmo iterativo de optimización de Levenberg-Marquardt como solución el Jacobiano de la función $F_{Objetivo}$ aplicando como valores iniciales el vector $Xini$ y utilizando las matrices de coordenadas $M0, M1, M2$ y $M3$.

Función Trilaterate: Obtención coordenadas de puntos mediante Trilateralización

Función que obtiene los distintos puntos medidos en el sistema de referencia multilateralizado P0 utilizando las ecuaciones de Trilateralización. La función devuelve una matriz nx3 (siendo n el número de puntos medidos) de puntos con las coordenadas XYZ expresadas en el sistema de referencia multilateralizado. Parte de un sistema previamente autocalibrado.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: XYZTrilat=Trilaterate (Xcal, M0, M1, M2)

- Parámetros de entrada:

-Xcal: Vector de parámetros optimizados. El vector línea proviene como parámetro de salida de la función "Quadrilateration_self_calibration" y consta de los 4 offsets correspondientes a los 4 LT, el valor de la coordenada X del segundo LT, las coordenadas X e Y del tercer LT, las coordenadas X, Y y Z del último LT y las coordenadas de 16 puntos medidos, todas ellas respecto al sistema de referencia multilateralizado optimizado. Los 16 puntos medidos, no son utilizados en esta función ya que para evaluar el sistema optimizado se utilizan puntos distintos a los utilizados en la autocalibración. La razón de mantener las coordenadas dentro del vector es por mantener el mismo formato de parámetros para todas las funciones.

Los valores optimizados han sido realizados de forma interna previamente mediante un ajuste por mínimos cuadrados.

- M0, M1 y M2: Son matrices nx3 (siendo n el número de puntos capturados) con las coordenadas del punto medido respecto al sistema de referencia propio correspondiente de cada sistema de medida (LT). Dichas matrices están expresadas en coordenadas esféricas [m ang1 ang2] siendo m la distancia entre el punto medido y el sistema de referencia. La razón por la que únicamente se utilizan las matrices M0, M1 y M2 es que al utilizar los fundamentos de trilateralización, simplemente se necesitan los valores de los tres LT con los que se crea el sistema de referencia global. Es importante señalar que al utilizar solamente tres sistemas de referencia se produce una ambigüedad en el signo de la coordenada Z de los puntos medidos. La función estima que dicho signo es siempre positivo.

$$x = \frac{r_0^2 - r_1^2 + x_1^2}{2 x_1}$$

$$y = \frac{r_0^2 - r_2^2 + x_2^2 + y_2^2}{2 y_2} - \frac{x_2}{y_2} x$$

$$z = \pm \sqrt{r_0^2 - (x^2 + y^2)}$$

- Parámetros de salida:

- XYZTrilat: La función devuelve la matriz nx3 de todos los puntos medidos en coordenadas XYZ expresadas en el sistema de referencia multilateralizado P0.



Función Quadrilaterate: Obtención coordenadas de puntos mediante Cuadrilateralización

Función que obtiene los distintos puntos medidos en el sistema de referencia multilateralizado P0 utilizando las ecuaciones de Cuadrilateralización. La función devuelve una matriz nx3 (siendo n el número de puntos medidos) de puntos con las coordenadas XYZ expresadas en el sistema de referencia multilateralizado. Parte de un sistema previamente autocalibrado.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: `XYZQuadrilat=Quadrilaterate(Xcal,M0,M1,M2,M3)`

- Parámetros de entrada:

-Xcal: Vector de parámetros optimizados. El vector línea proviene como parámetro de salida de la función "Quadrilateration_self_calibration" y consta de los 4 offsets correspondientes a los 4 LT, el valor de la coordenada X del segundo LT, las coordenadas X e Y del tercer LT, las coordenadas X, Y y Z del último LT y las coordenadas de 16 puntos medidos, todas ellas respecto al sistema de referencia multilateralizado optimizado. Los 16 puntos medidos, no son utilizados en esta función ya que para evaluar el sistema optimizado se utilizan puntos distintos a los utilizados en la autocalibración. La razón de mantener las coordenadas dentro del vector es por mantener el mismo formato de parámetros para todas las funciones.

Los valores optimizados han sido realizados de forma interna previamente mediante un ajuste por mínimos cuadrados.

- M0, M1, M2 y M3: Son matrices nx3 (siendo n el número de puntos capturados) con las coordenadas del punto medido respecto al sistema de referencia propio correspondiente de cada sistema de medida (LT). Dichas matrices están expresadas en coordenadas esféricas [m ang1 ang2] siendo m la distancia entre el punto medido y el sistema de referencia correspondiente. Dentro de la función se considera que la distancia diagonal (ri) de cada LT es la suma de dicha distancia medida por cada LT (m) y el offset inicial (li) como parámetro.

- Parámetros de salida:

- XYZQuadrilat: La función devuelve la matriz nx3 de todos los puntos medidos en coordenadas XYZ expresadas en el sistema de referencia multilateralizado P0.

Función Fobjetivo: Cálculo del residuo de cada LT

Función objetivo que calcula el sumatorio de los residuos para la optimización de parámetros de cuadrilateralización con K=16 puntos. La función devuelve un vector con los residuos de cada punto en cada LT. Aparte de dicho vector, también genera dos archivos llamados "Parametros.txt" y "Fobjetivo.txt" que recogen los valores de los distintos parámetros en cada iteración y de los resultados de los residuos.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: `F=Fobjetivo(X,M0,M1,M2,M3)`

- Parámetros de entrada:

-X: Vector de parámetros. El vector línea consta de los 4 offsets correspondientes a los 4 LT, el valor de la coordenada X del segundo LT, las coordenadas X e Y del tercer LT, las coordenadas X, Y y Z del último LT y las coordenadas de 16 puntos medidos, todas ellas respecto al sistema de referencia multilateralizado.

- M0, M1, M2 y M3: Son matrices nx3 (siendo n el número de puntos capturados) con las coordenadas del punto medido respecto al sistema de referencia propio correspondiente de cada sistema de medida (LT). Dichas matrices están expresadas en coordenadas esféricas [m ang1 ang2] siendo m la distancia entre el punto medido y el sistema de referencia correspondiente. Dentro de la función se considera que la distancia diagonal (ri) de cada LT es la suma de dicha distancia medida por cada LT (m) y el offset inicial (li) como parámetro.

- Parámetros de salida:

- F: Vector línea que registra para cada iteración el valor del residuo producido por cada punto en el LT correspondiente, de acuerdo a la fórmula siguiente:

$$E = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=0}^3 \varepsilon_i^k = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=0}^3 [(x^k - x_i)^2 + (y^k - y_i)^2 + (z^k - z_i)^2 - (m_i^k + \ell_i)^2]$$

Señalar que para el primer LT sus coordenadas son (0,0,0), para el segundo (x1,0,0), para el tercero (x2,y2,0) y finalmente para el último (x3,y3,z3). Debido al sistema de referencias global generado para realizar la multilateralización.

Función ModeloBrazo: Modelo cinemático del brazo de medición por coordenadas

Función que calcula las coordenadas del extremo del brazo para una combinación de ángulos de las distintas articulaciones y parámetros geométricos. El cálculo matricial interno es realizado según el modelo Denavit-Hartenberg. Dentro de la función se encuentra el modelado cinemático del brazo y sus distintas transformaciones de valores de sistemas de coordenadas. Como salida se obtienen las coordenadas del extremo del brazo respecto al eje de coordenadas global interno del aparato de medición.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: [PosBrazoNuevo]=ModeloBrazo(Xnew, Ang)

- Parámetros de entrada:

- Xnew: Vector línea de 31 elementos que contiene las coordenadas finales del extremo del brazo (3 elementos) y los distintos parámetros necesarios para realizar el modelado cinemático del brazo por el método de Denavit-Hartenberg (4 parámetros x 7 articulaciones = 28 elementos), los cuales son:

- θ_i Es el ángulo de la articulación del eje X_{i-1} al eje X_i respecto del eje Z_{i-1} (siguiendo la regla de la mano derecha).

- d_i Es la distancia desde el origen del sistema de coordenadas (i-1)ésimo hasta la intersección del eje Z_{i-1} con el eje X_i a lo largo del eje Z_{i-1} .

- a_i Es la distancia de separación desde la intersección del eje Z_{i-1} con el eje X_i hasta el origen del sistema i -ésimo a lo largo del eje X_i . (o la menor distancia o normal común entre los ejes Z_{i-1} y Z_i)

- α_i Es el ángulo de separación del eje Z_{i-1} al eje X_i respecto del eje X_i (siguiendo la regla de la mano derecha).

- Ang: Vector línea de 7 elementos que contiene los valores iniciales de los ángulos de las diferentes articulaciones del brazo.

- Parámetros de salida:

- PosBrazoNuevo: Vector columna de 4 elementos que muestra las coordenadas finales XYZ del palpador del brazo. Para obtener dicho vector, la función multiplica la matriz 4x4 de cambio de base entre el sistema de referencia inicial y el sistema de referencia del palpador, por el vector columna de las coordenadas del palpador en el sistema de referencia del palpador. Siendo T la matriz de cambio de base, la ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} X \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_0 = {}^{0T}_n \begin{bmatrix} X \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_n$$

Función ModeloBrazoFinal: Comprobación del modelo cinemático del brazo de medición por coordenadas

Función encargada de variar el valor del ángulo de las diferentes articulaciones con la finalidad de comprobar el correcto funcionamiento del brazo. Dicha función representa de forma gráfica la trayectoria final que seguiría el extremo del brazo en la variación del ángulo programada.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: [PosBrazoFinal]=ModeloBrazoFinal(Xnew, Ang)

- Parámetros de entrada:

- Xnew: Vector línea de 31 elementos que contiene las coordenadas finales del extremo del brazo (3 elementos) y los distintos parámetros necesarios para realizar el modelado cinemático del brazo por el método de Denavit-Hartenberg (4 parámetros x 7 articulaciones = 28 elementos), los cuales están descritos en el apartado anterior.

- Ang: Vector línea de 7 elementos que contiene los valores iniciales de los ángulos de las diferentes articulaciones del brazo.

- Parámetros de salida:

- PosBrazoFinal: Vector línea de 3 elementos que sirve para representar el gráfico solución a la nube de puntos de la trayectoria que dibuja el palpador del brazo al ir variando el ángulo de las distintas articulaciones. En la imagen siguiente se observa un ejemplo de resultado obtenido al variar el ángulo de la primera articulación del brazo articulado:

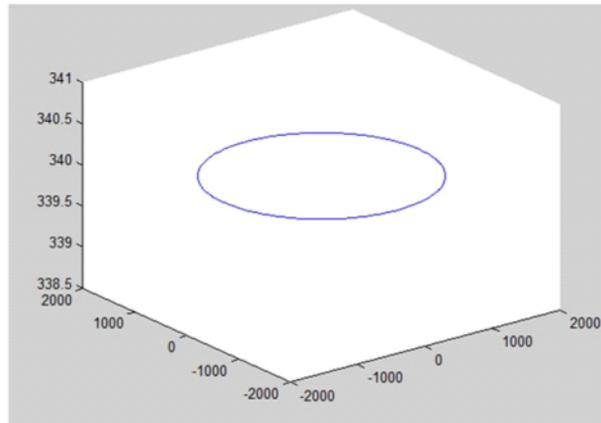


Figura 18.1 Prueba de funcionamiento de Modelo Brazo.

Función Distancias_nominales: Cálculo de distancias entre puntos nominales

Calcula y construye un vector con todas las distancias entre puntos nominales multilateralizados. La función devuelve un vector fila "Dn" que contiene las distancias euclídeas entre todos los puntos capturados en XYZ, al igual que devuelve una matriz "Lista" que contiene por columnas los índices de los diferentes puntos a los que corresponden las distancias del vector "Dn".

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: `[Dn, Lista]=Distancias_nominales(XYZ)`

- Parámetros de entrada:

- XYZ: Matriz nx3 con las coordenadas X Y Z por filas de todos los puntos nominales multilateralizados.

- Parámetros de salida:

- Dn: Vector fila que contiene las distancias euclídeas entre todos los puntos contenidos en la matriz XYZ. La distancia euclídea entre dos puntos es calculada de la siguiente forma:

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

Las distancias euclídeas obtenidas son del tipo siguiente:

d1-2 d1-3 d1-4 d1-5 ... d1-n d2-3 d2-4 d2-5...d2-n d3-4 d3-5...d3-n d4-5 ...d4-n ... d(n-1)-n

- Lista: Matriz que contiene por columnas los índices de los puntos a los que corresponden las distintas distancias contenidas en el vector Dn.

Función FObjetivo_P: Cálculo de la función objetivo de los parámetros del brazo

Función objetivo de parámetros cinemáticos del brazo de medida. Calcula puntos medios de cada posición nominal, distancias entre dichos puntos y las distintas desviaciones estándar. Devuelve un archivo que registra para cada iteración distintos datos para su posterior estudio. El archivo devuelto "A_Calidades.txt" registra el error medio, el error máximo y donde se produce, la desviación estándar máxima, posición de la lente donde se produce y coordenadas X, Y ó Z en la que se produce.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: $F = \text{FObjetivo_P}(X, Dn, \text{AngBrazo}, \text{Mapa_Captura})$

- Parámetros de entrada:

- X: Vector línea de 31 elementos que contiene las coordenadas finales del extremo del brazo (3 elementos) y los distintos parámetros necesarios para realizar el modelado cinemático del brazo por el método de Denavit-Hartenberg (4 parámetros x 7 articulaciones = 28 elementos), los cuales están descritos en apartados anteriores.

- Dn: Vector con todas las distancias entre puntos nominales. Se obtiene con la función anteriormente descrita Distancias_nominales(XYZ).

- AngBrazo: Matriz de dimensiones mx6 que contiene por filas las distintas combinaciones de ángulos capturadas con el brazo palpando el reflector. Estas combinaciones estarán ordenadas de forma secuencial en la matriz. Gracias a la matriz Mapa_Captura que va a ser descrita a continuación se puede saber qué ángulos corresponden a qué puntos.

- Mapa_Captura: Matriz nx2 que indica en cada fila las distintas combinaciones de ángulos para cada posición del reflector.

- Parámetros de salida:

- F: Es el vector de parámetros de error a considerar en la optimización. En dicha optimización se intenta minimizar tanto el error en distancias así como la desviación estándar en cada posición física.

Función Identifica_Parametros: Optimización de parámetros cinemáticos del brazo

Esta función optimiza los distintos parámetros del brazo de medición. Para ello a partir del vector línea "Dn" resultado de la función "Distancias_nominales(XYZ)" La función devuelve un vector de parámetros optimizados.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: $X_{cal} = \text{Identifica_Parametros}(X_{brazo}, Dn, \text{AngBrazo}, \text{Mapa_Captura})$



- Parámetros de entrada:

- X: Vector línea de 31 elementos que contiene las coordenadas finales del extremo del brazo (3 elementos) y los distintos parámetros necesarios para realizar el modelado cinemático del brazo por el método de Denavit-Hartenberg (4 parámetros x 7 articulaciones = 28 elementos), los cuales están descritos en apartados anteriores.

- Dn: Vector con todas las distancias entre puntos nominales. Se obtiene con la función anteriormente descrita `Distancias_nominales(XYZ)`.

- AngBrazo: Matriz de dimensiones mx6 que contiene por filas las distintas combinaciones de ángulos capturadas con el brazo palpando el reflector. Estas combinaciones estarán ordenadas de forma secuencial en la matriz. Gracias a la matriz `Mapa_Captura` que va a ser descrita a continuación se puede saber qué ángulos corresponden a qué puntos.

- Mapa_Captura: Matriz nx2 que indica en cada fila las distintas combinaciones de ángulos para cada posición del reflector.

- Parámetros de salida:

- Xcal: Vector de parámetros optimizados. Al igual que el vector de entrada `Xbrazo`, el vector consta de los 28 parámetros de las distintas articulaciones del brazo y de las 3 coordenadas del extremo del brazo. Para realizar la optimización partiendo de los valores iniciales, se realiza de forma interna un ajuste por mínimos cuadrados de las posiciones de los distintos sistemas de referencia, obteniendo con ello una precisión mucho mayor que la inicialmente lograda con el brazo.

El ajuste devuelve tras utilizar el algoritmo iterativo de optimización de Levenberg-Marquardt como solución el Jacobiano de la función `FObjetivo` aplicando como valores iniciales el vector `Xbrazo` y utilizando las matrices anteriormente descritas `Dn`, `AngBrazo` y `Mapa_Captura`.

Función `Cart2sph_LT`: Transformación de coordenadas cartesianas a esféricas

Esta función transforma valores de puntos dados en coordenadas cartesianas a cilíndricas ya que los valores capturados por los LT se encuentran en coordenadas cartesianas y en determinados pasos del tratamiento de datos como puede ser la autocalibración del sistema de multilateralización se necesitan dichos puntos en coordenadas cilíndricas.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: `B=cart2sph_LT(A)`

- Parámetros de entrada:

- A: Vector de dimensiones (nx3) que contiene las coordenadas XYZ de los n puntos capturados por los distintos LT y que van a ser utilizados en el procedimiento de autocalibración del sistema y posterior determinación de los parámetros cinemáticos óptimos del brazo.



- Parámetros de salida:

- B: Vector de dimensiones (nx3) que contiene las coordenadas cilíndricas de los n puntos capturados por los distintos LT y que están en el formato adecuado para introducirlos en la función "Quadriateration_self_calibration" y con ellos determinar las compensaciones con las que parten los LT y la construcción completa del sistema de multilateralización.

Función Construye_Xini: Generación de parámetros iniciales del ensayo

Función que construye el vector de parámetros iniciales compuesto por los offsets de los LT, las coordenadas respecto de LT1 de los demás LT en los que se realiza el sistema de multilateralización y finalmente las coordenadas de los puntos capturados para las distintas fases posteriores del ensayo con respecto del LT1, que es el dispositivo sobre el cual se ha instalado el centro de coordenadas del sistema de multilateralización.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: `Xini=Construye_Xini(LT1)`

- Parámetros de entrada:

-LT1: Vector línea compuesto de las coordenadas cartesianas de los puntos capturados en el ensayo con respecto al LT1.

- Parámetros de salida:

- Xini: Vector línea compuesto en primer lugar por los cuatro offsets de los LT utilizados en el ensayo, después está la coordenada X del LT2, las coordenadas X e Y del LT3, las coordenadas XYZ del LT4 y finalmente el contenido total del vector de entrada "LT1" vector de los puntos capturados en el ensayo.

Función Extrae_ptos_multi: Extracción de vector de puntos multilateralizados

Función que extrae de un vector previamente calculado las coordenadas de los puntos en sistema de multilateralización y genera otro vector únicamente compuesto por dichas coordenadas.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: `PtosMulti=Extrae_ptos_multi(X)`

- Parámetros de entrada:

- X: Vector línea de parámetros solución obtenidos tras realizar la multilateralización y calcular las compensaciones y los puntos en función del sistema multilateralizado.

- Parámetros de salida: Vector línea solución que contiene las coordenadas XYZ de todos los puntos utilizados en el proceso de multilateralización.

Función XYZBrazo: Obtención de las coordenadas de los puntos capturados por el brazo

Función que es alimentada por los parámetros del brazo ya sean los iniciales o los óptimos y que determina con los ángulos de captura de los puntos del ensayo las coordenadas de las 135 capturas que se han realizado con el brazo. Dentro de esta función se llama a la función "ModeloBrazo" y realiza en cada iteración aplicando la configuración de parámetros del brazo actual a los ángulos de cada captura para determinar las coordenadas cartesianas del punto.

Esta función tiene la siguiente línea de llamada:

- Función: $P_{tos}=XYZBrazo(X_{new}, Ang)$

- Parámetros de entrada:

- X_{new} : Vector línea que contiene los distintos parámetros cinemáticos necesarios para realizar el modelado cinemático del brazo por el método de Denavit-Hartenberg (4 parámetros x 7 articulaciones = 28 elementos), los cuales están descritos en el apartado anterior.

- Ang : Vector línea de 7 elementos que contiene los valores de los ángulos de las diferentes articulaciones del brazo en cada una de las capturas realizadas en el ensayo.

- Parámetros de salida:

- P_{tos} : Vector línea que contiene las coordenadas XYZ de los puntos capturados por el brazo durante el ensayo, estas coordenadas serán las iniciales o las optimizadas en función de los parámetros cinemáticos que hayan sido introducidos en la función.

19. ANEXO 10 Resumen de resultados obtenidos en la fase Determinación del sistema de multilateralización

En el presente anexo se pretende mostrar los resultados que se han obtenido tras calcular el sistema de multilateralización, así como mostrar gráficamente los resultados obtenidos. En el proceso iterativo como se adelantaba en la memoria se ha logrado alcanzar el valor mínimo de error para la función objetivo en la repetición número 2798, el valor obtenido en dicha iteración es igual a:

$$Error_{Med} = 0,0005925483090560$$

Al saber el número de la iteración que aporta el valor mínimo se puede conocer los valores de las offsets de cada LT y las coordenadas de los diferentes LT en el sistema de multilateralización, dichos valores obtenidos son los siguientes:

- Valor del Offset correspondiente a cada LT. (Figura 19.1)

OFFSETS	Valor (mm)
OFFSET LT1 (L1)	1,51695041
OFFSET LT2 (L2)	0,89275201
OFFSET LT3 (L3)	0,18749481
OFFSET LT4 (L4)	2,13351395

- Valor de las coordenadas en sistema multilateralizado de los distintos LT. (Figura 19.2)

LASER TRACKER	Eje X (mm)	Eje Y (mm)	Eje Z (mm)
LT2	2262,33138	0	0
LT3	1713,00335	2098,93521	0
LT4	1913,00558	343,419595	3010,23578

Obtenidas las coordenadas de los diferentes LT, el sistema de coordenadas globales de multilateralización permite representar los puntos capturados en el ensayo. Se han capturado dos imágenes, la primera de ellas muestra los puntos según el sistema de coordenadas globales del ensayo de multilateralización y en la segunda se muestran los diferentes puntos con las capturas de los 4 LT y de la multilateralización de forma simultanea

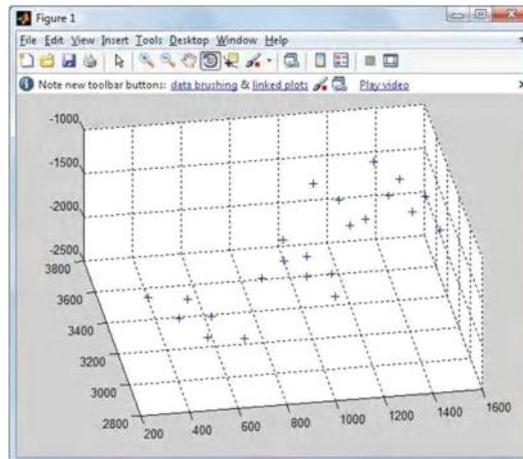


Figura 19.3 Coordenadas de los puntos en sistema global de multilateralización.

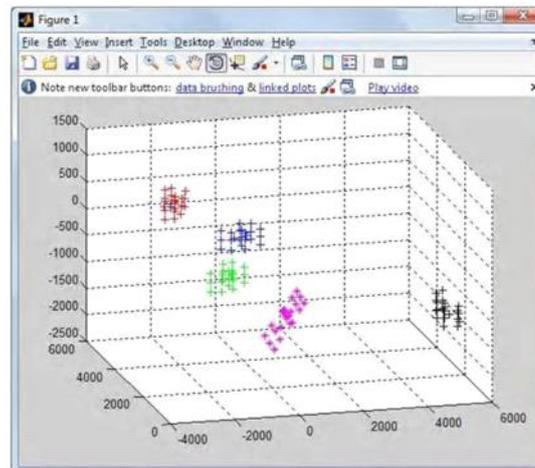
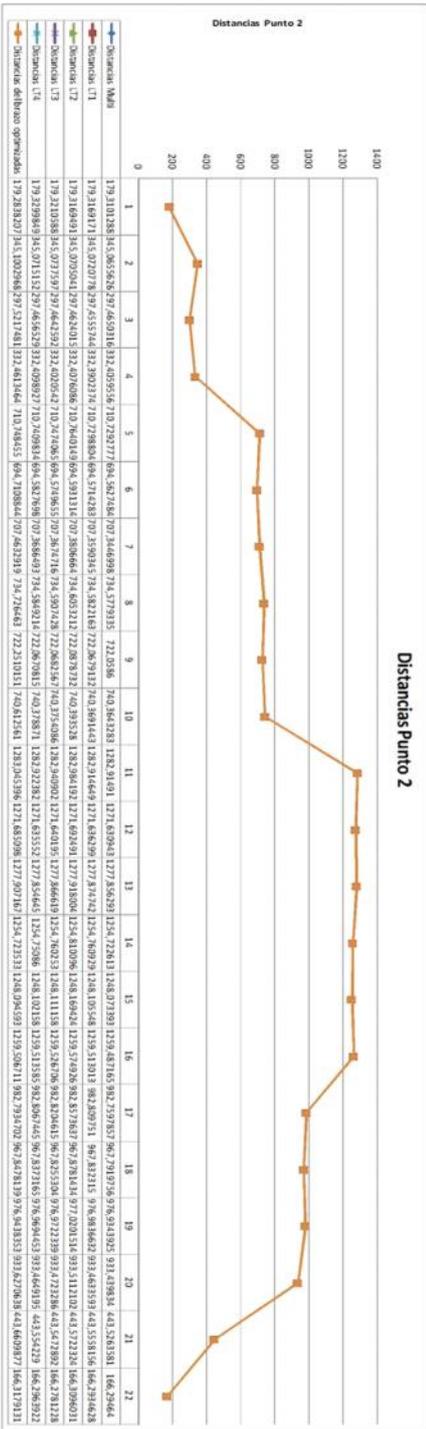
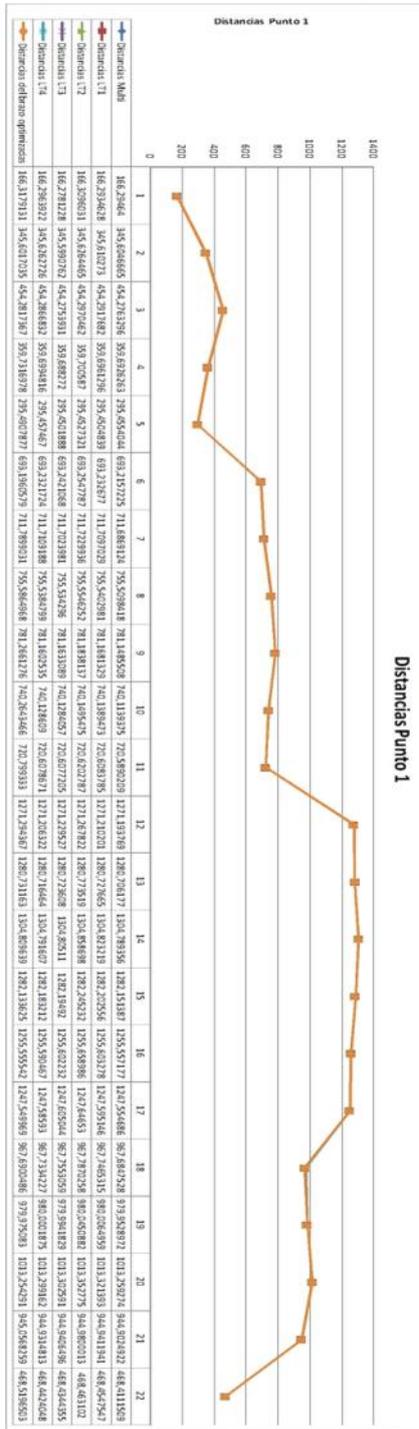
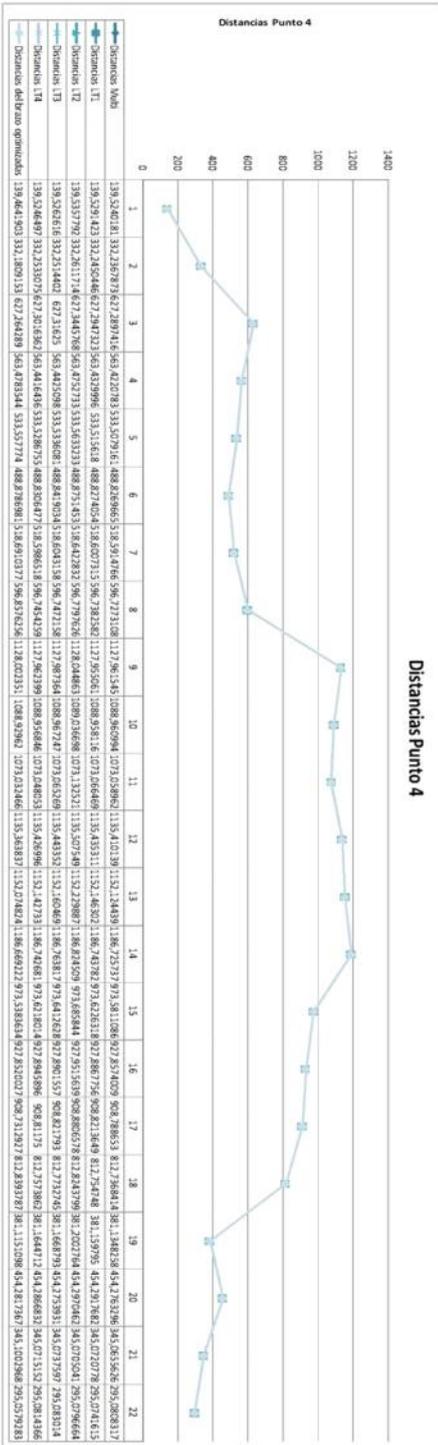
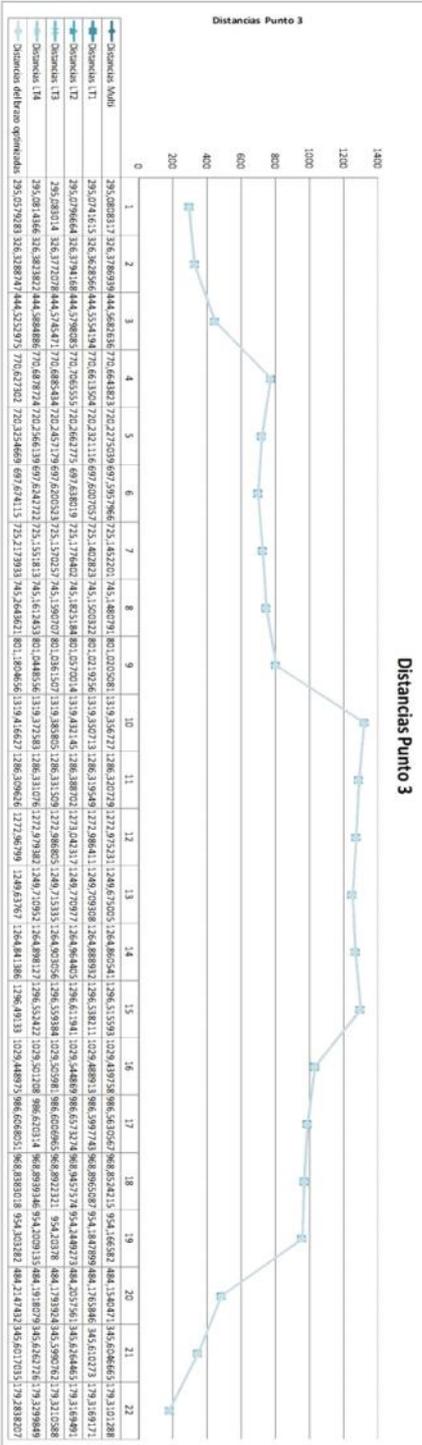
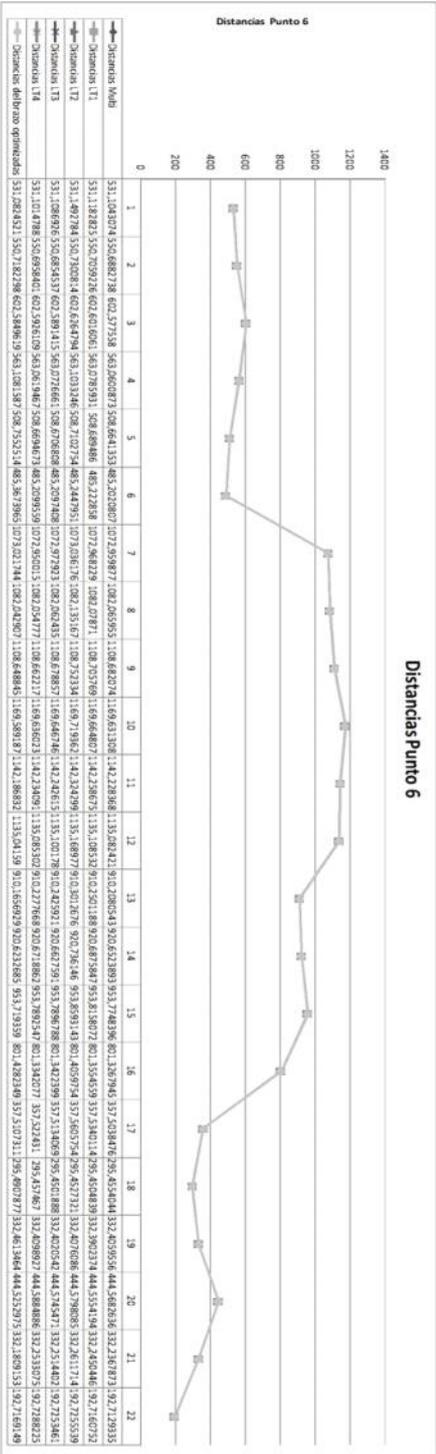
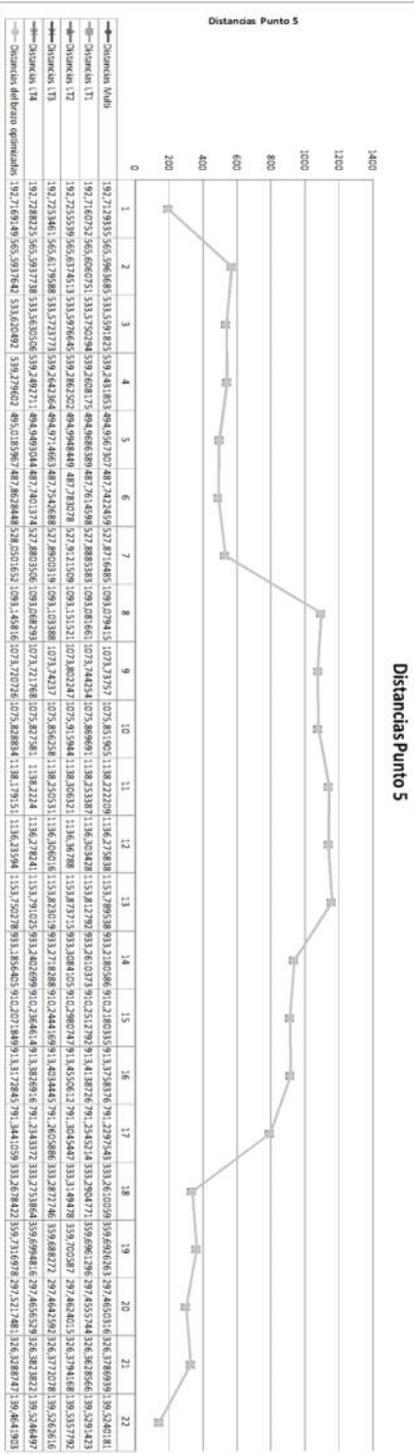


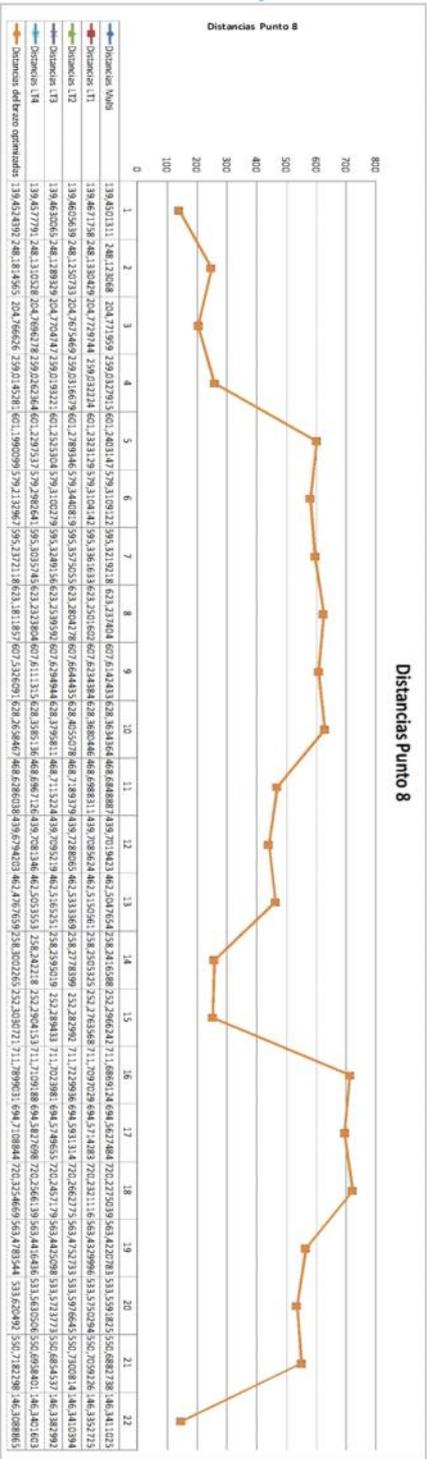
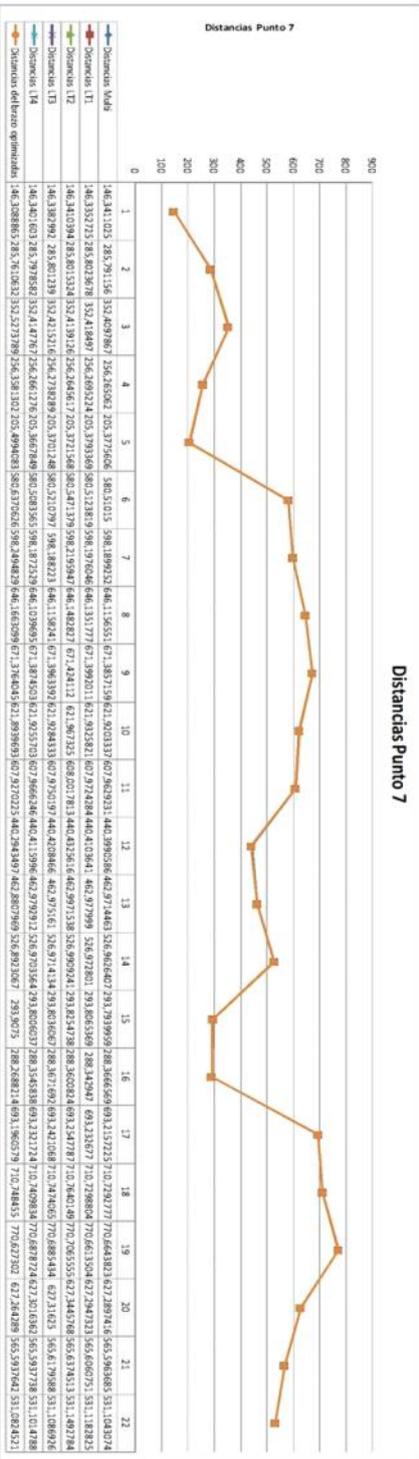
Figura 19.4 Coordenadas de los puntos en sistema global de multilateralización y en locales de los 4 LT.

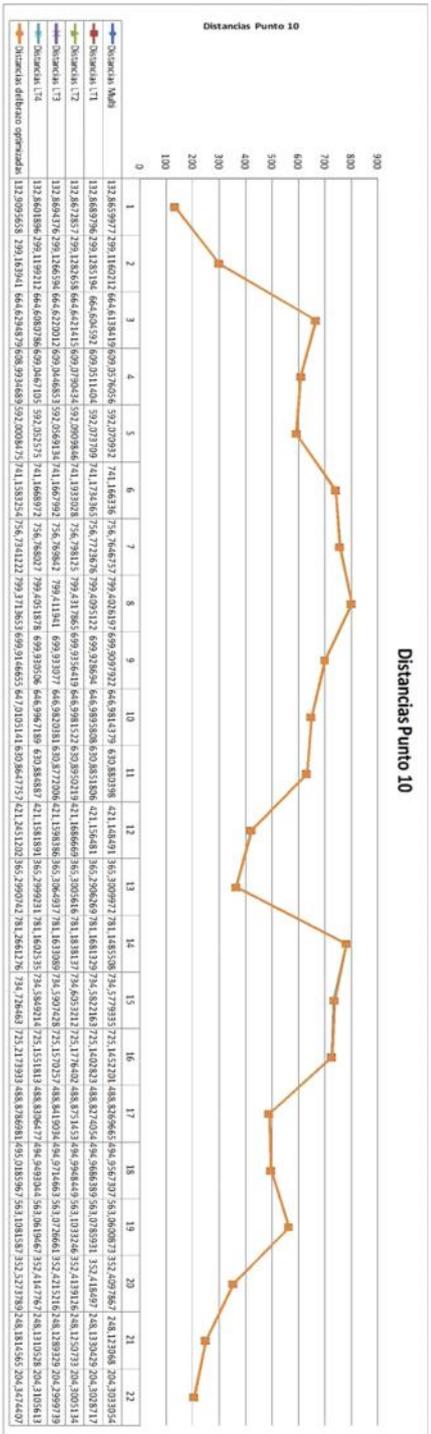
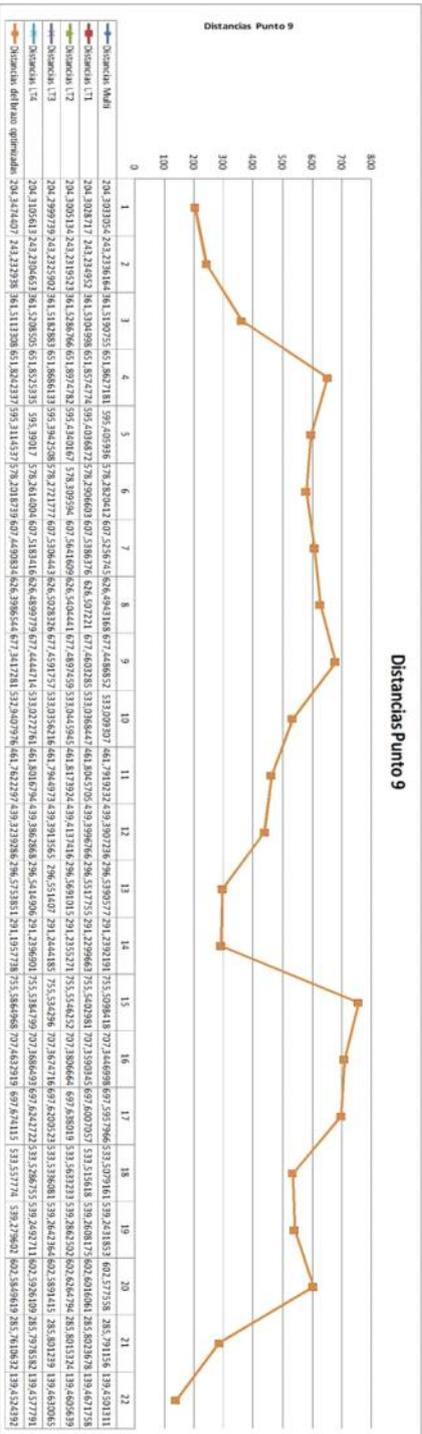
Por último, como se adelantaba en los apartados 7.5 y 7.6 de la memoria del presente trabajo, tras la aplicación de la función "Distancias_nominales", se han realizado las siguientes tablas que comparan para cada uno de los 23 puntos capturados durante el ensayo, las distancias euclídeas desde cada uno de ellos a los demás restantes, en cada gráfico está contenido la representación de la progresión del valor de las distancias y una tabla de valores que se han producido en cada distancia en cada uno de los LT y en el brazo tras realizar la optimización por mínimos mediante el sistema de multilateralización.

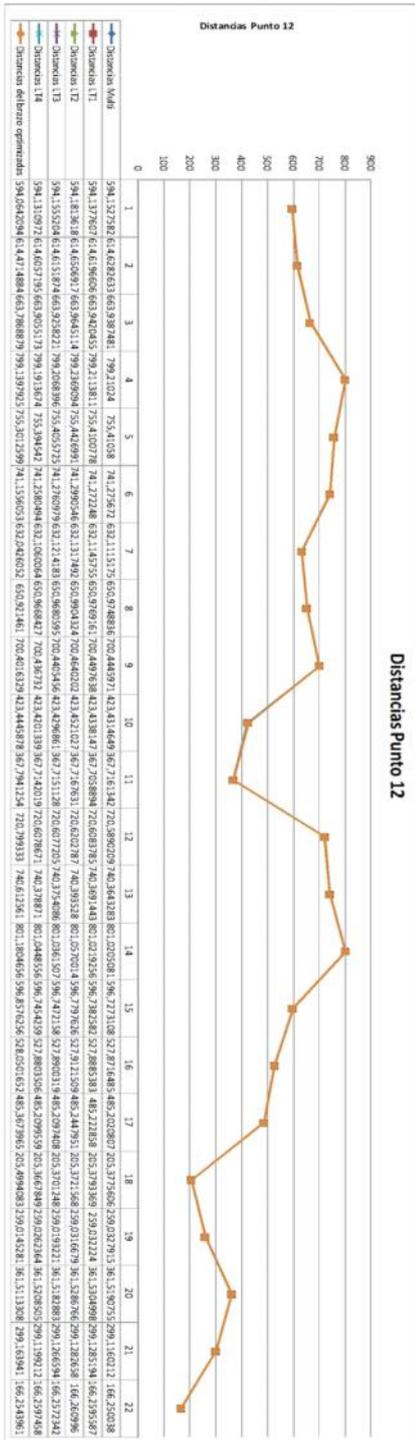
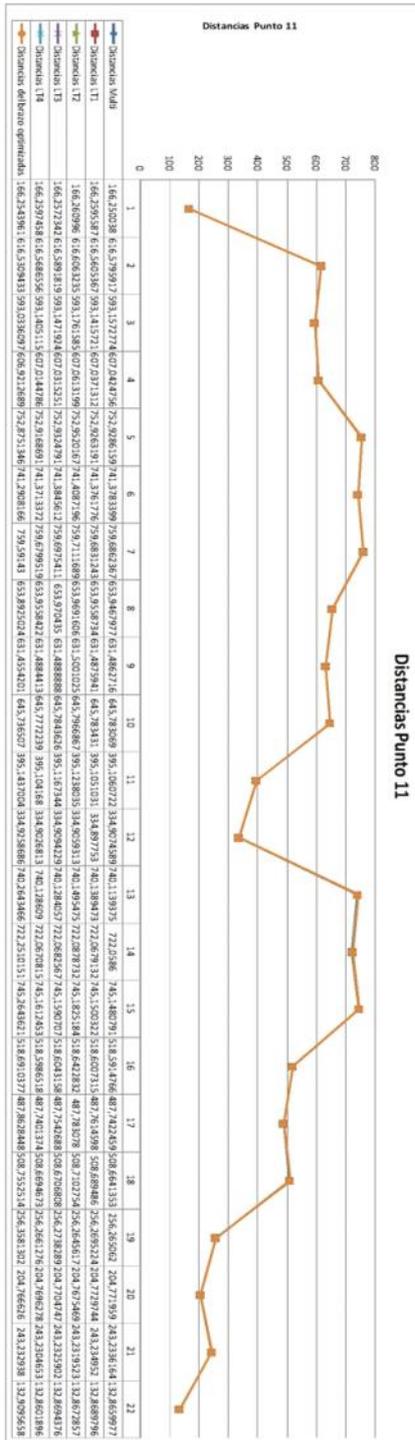


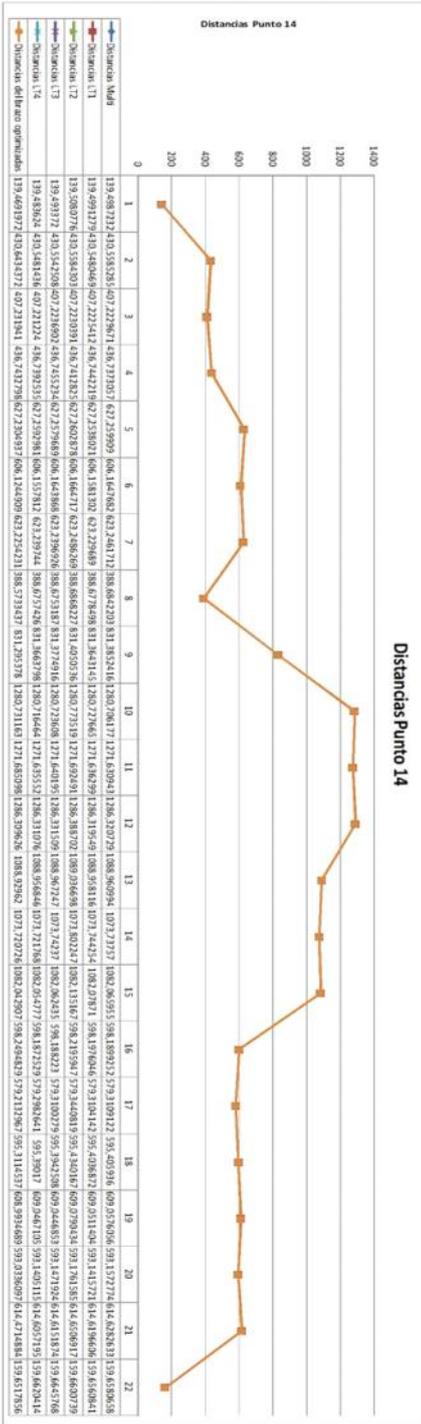
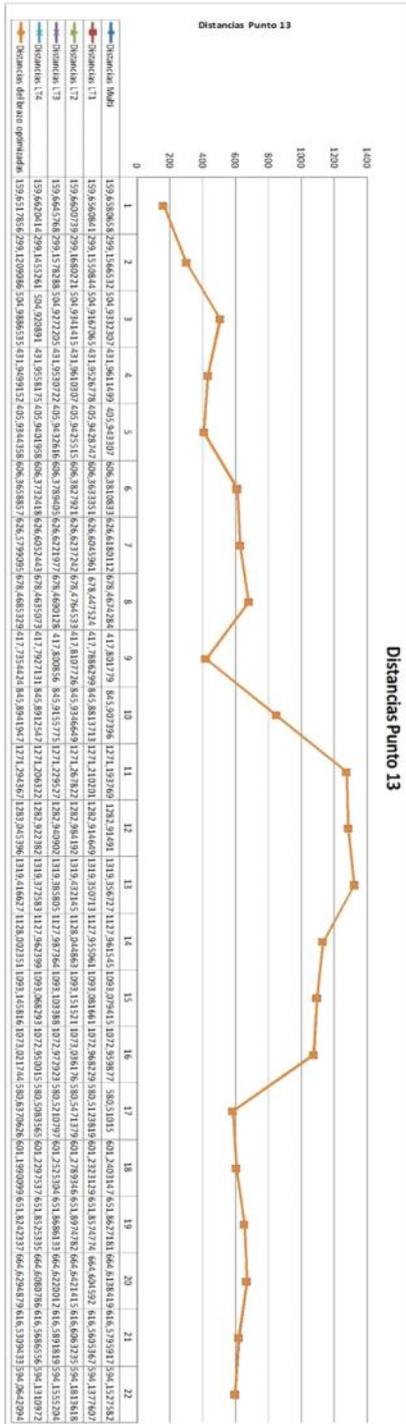


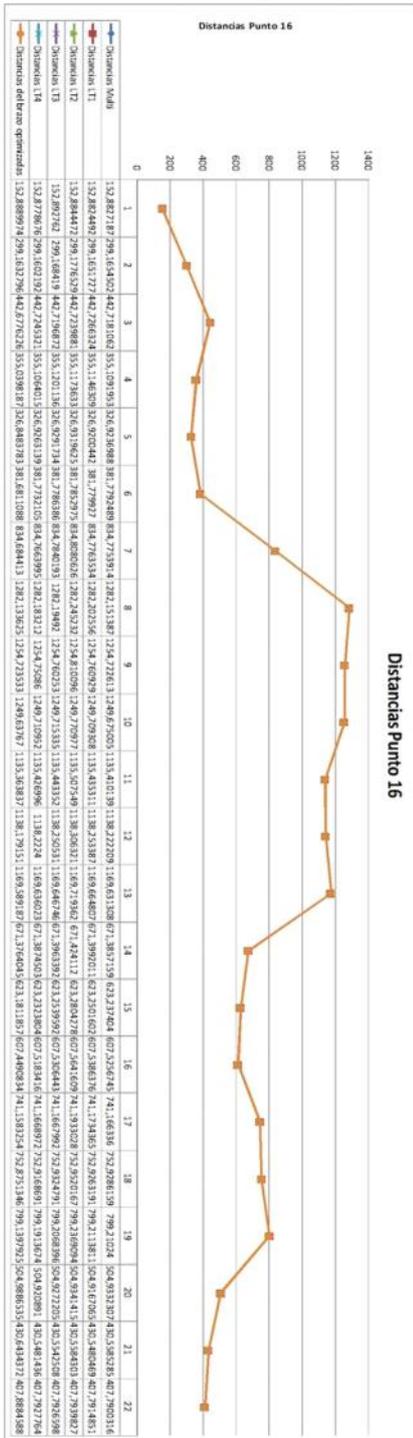
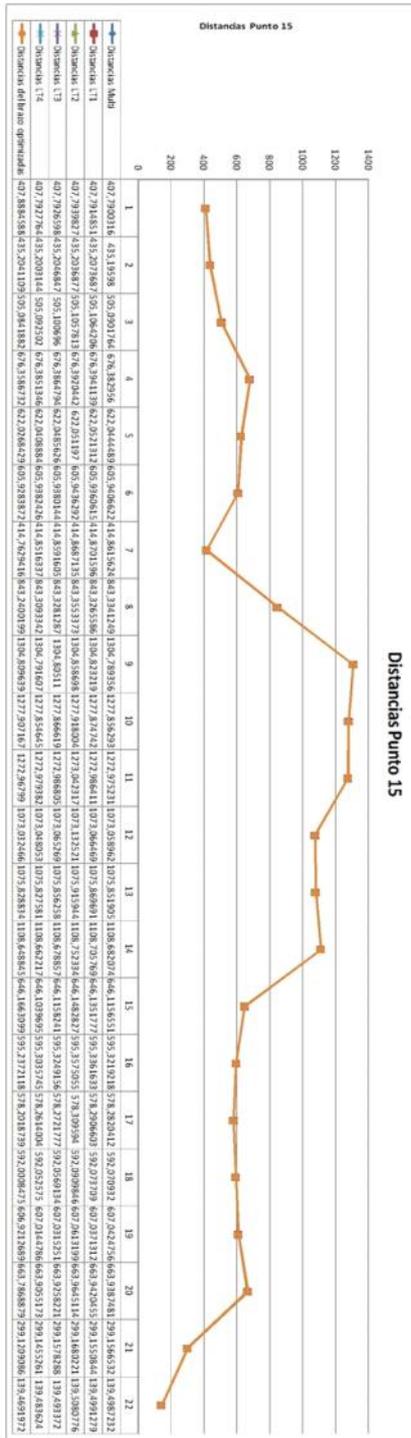


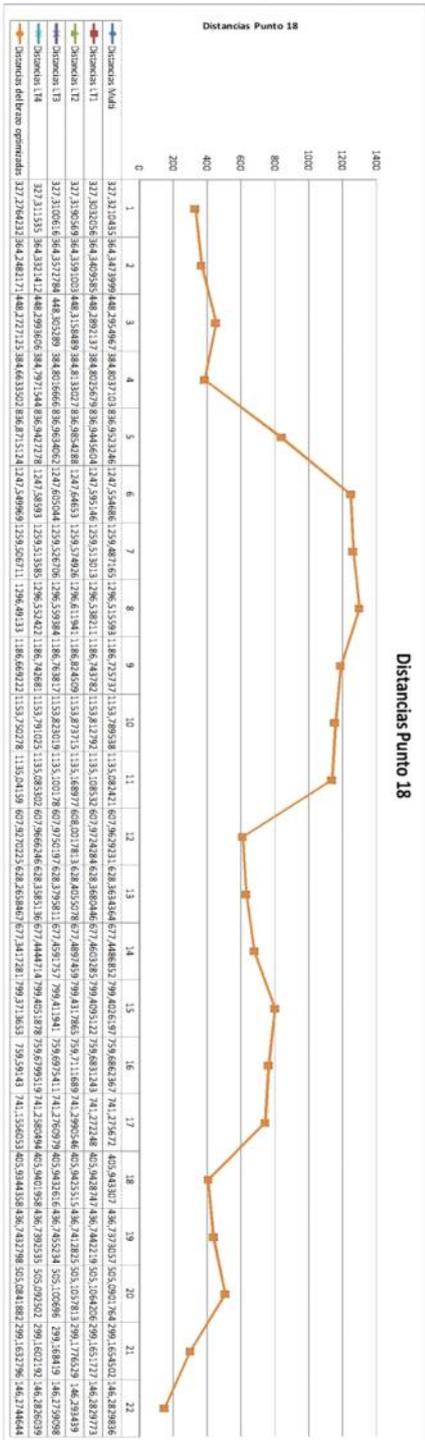
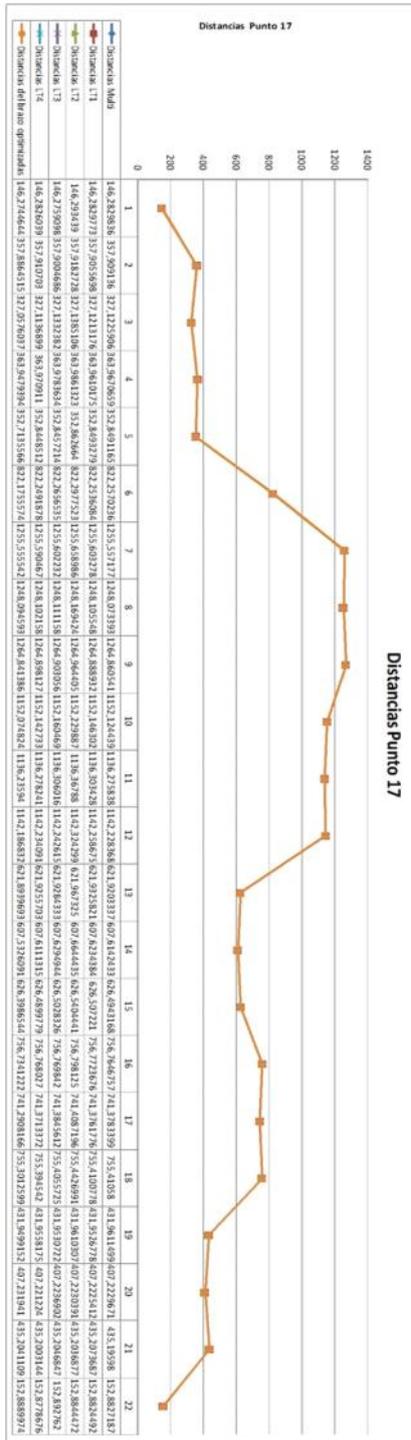


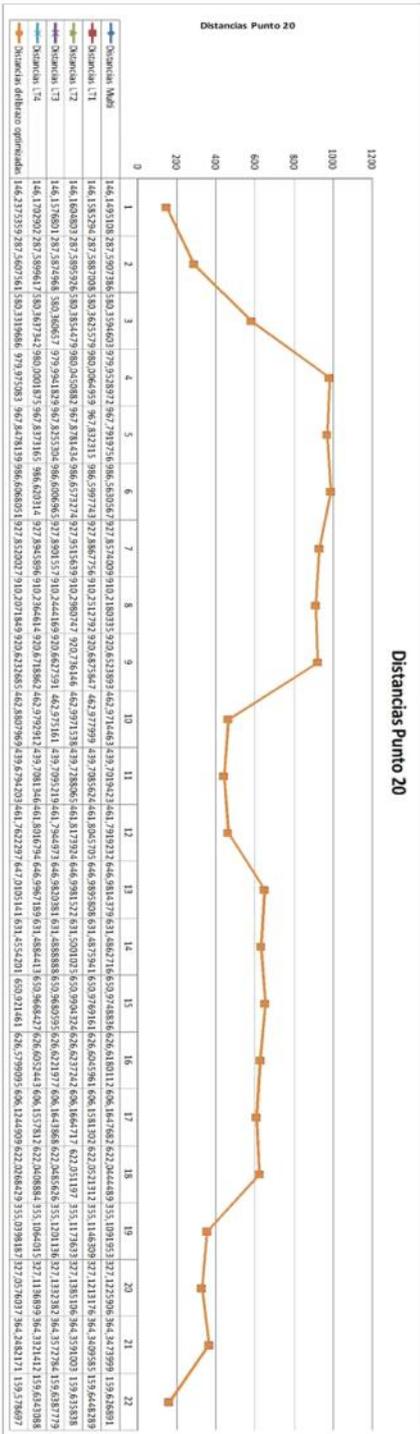
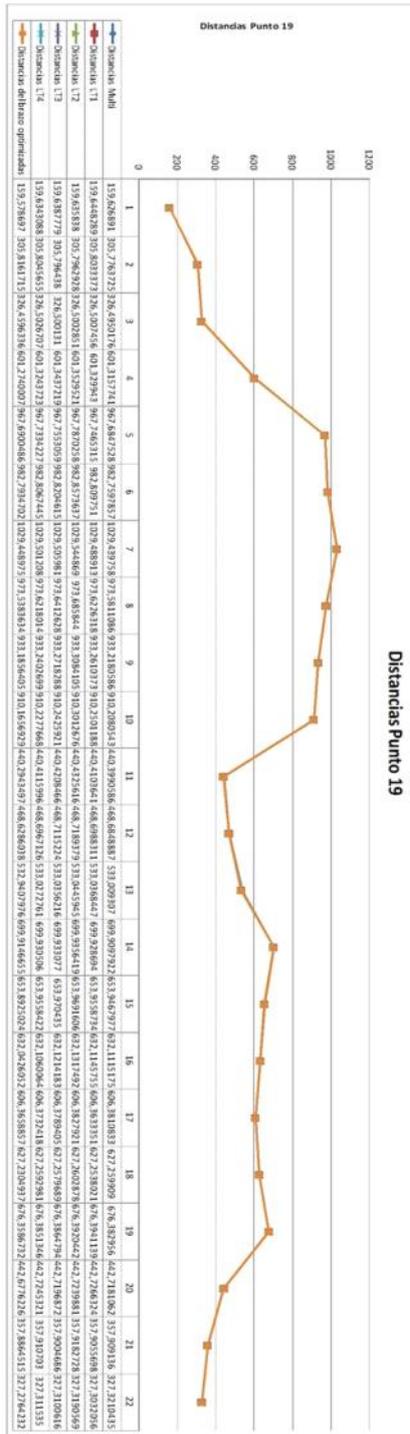


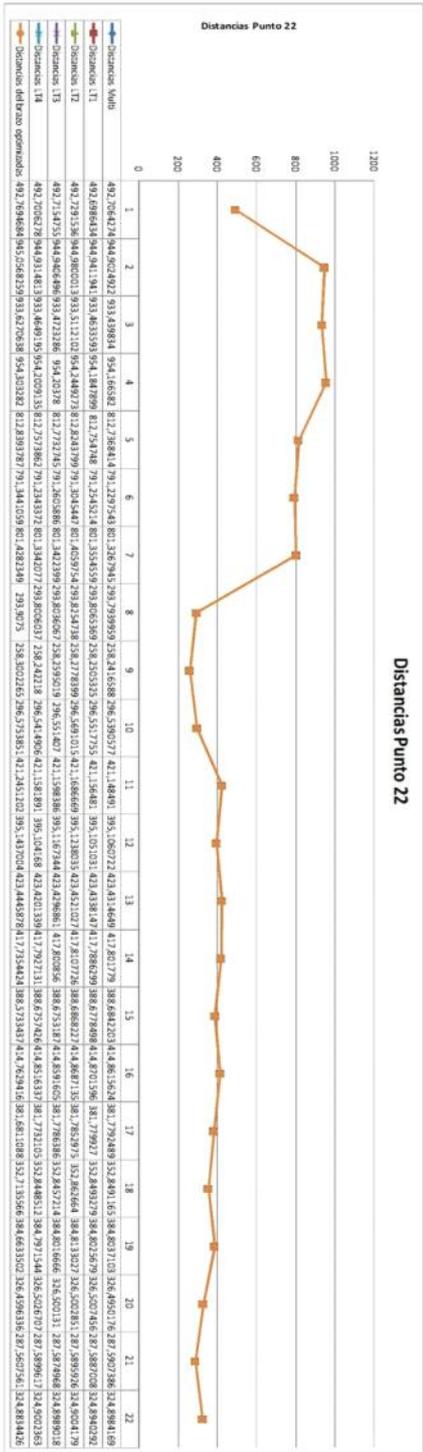
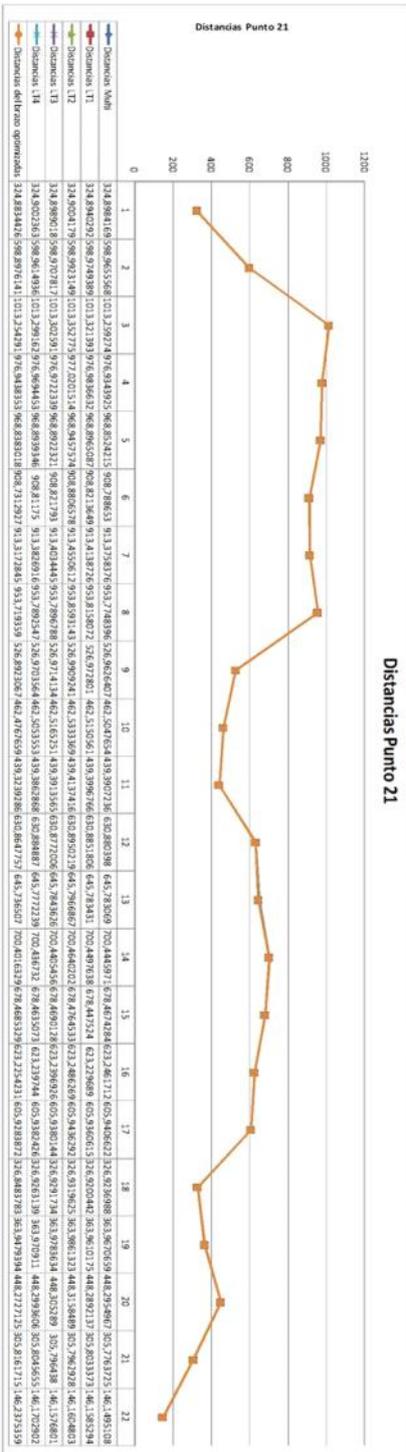


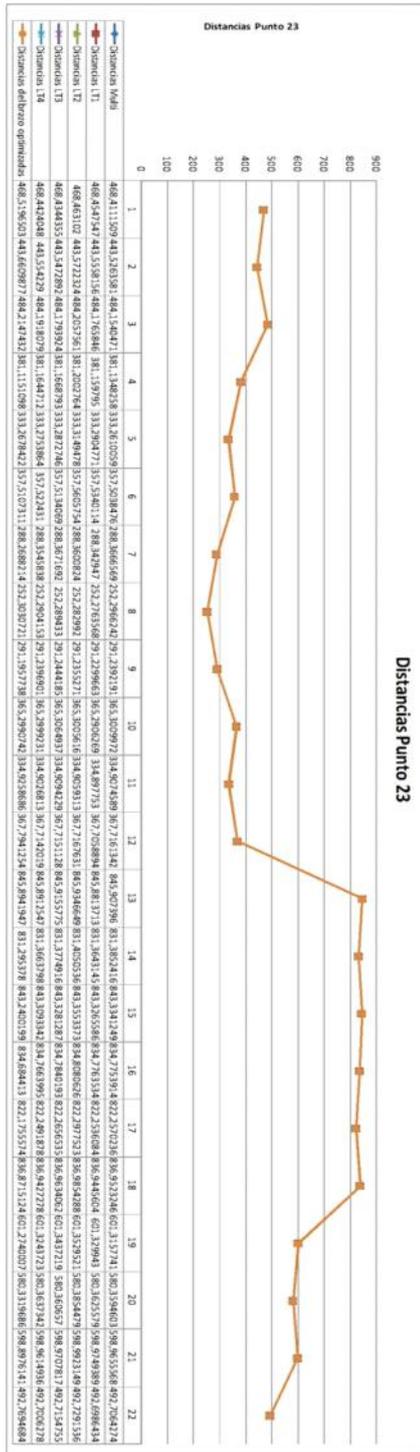














20. Bibliografía

1. **Denavit J., Hartenberg R.S.** *A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices*. s.l. : Journal of Applied Mechanics, 1955, Vol. v.22, págs. 215-221.
2. **Ibarra R., Pereira N.D.** Determination of linkage parameter and pair variable errors in open chain kinematic linkages using minimal set of pose measurement data. s.l. : Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1986, págs. 159-166.
3. **Hayati S.A., Mirmirani M.** Improving the absolute positioning accuracy of robot manipulators. s.l. : Journal of Robotics Systems, 1985, Vol. 2, págs. 397-413.
4. **Sugimoto K., Okada T.** Compensation of positioning errors caused by geometric deviations in the robot system. s.l. : Robotics Research: The Second International Symposium, 1985, págs. 231-236.
5. **The MathWorks Inc.** *MatLab Getting Started Guide*. 2011.
6. **MatLab.** MathWorks. [En línea] Noviembre de 2011. <http://www.mathworks.com/>.
7. **Wikipedia.** Wikipedia - Multilateration. [En línea] <http://en.wikipedia.org/wiki/Multilateration>
8. **Tilo Pfeifer, Fernando Torres.** Manual de gestión e ingeniería de la calidad. s.l. : Mira Editores, 2002, págs. 185-207.
9. **Horning, Robert John.** *A comparison of identification techniques for robot calibration*. Electrical Engineering, Case Western Reserve University. 1998.
10. **Horn, Berthold K.P.** Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. Manoa, Honolulu, Hawaii : Journal of the Optical Society of America, april 1987, Vol. 4, pág. 629.
11. **Hexagon Metrology.** Hexagon - Sistemas Láser Tracker. [En línea] Noviembre de 2011. http://www.hexagonmetrology.es/sistemas-laser-tracker_108.htm.
12. **Faro.** Láser Tracker Faro ION y Faro X. [En línea] <http://www.faro.com/lasertracker/es/whats-new/>.
13. **Leica.** Láser Tracker Leica. [En línea] http://www.leica-geosystems.es/es/Productos-Sistemas-Laser-Tracker_69045.htm.
14. **Api.** Láser Tracker Api T3. <http://www.apisensor.com>
15. **International Organization for Standardization.** *Norma Internacional ISO 690: Documentación - Referencias bibliográficas: contenido, forma y estructura*. Ginebra : s.n., 1987.
16. **Seung-Woo K., Hyug-Gyo R., Ji-Young Ch.** Volumetric phase-measuring interferometer for three-dimensional coordinate metrology. Korea Advanced Institute of Science and Technology, Science Town. Marzo de 2002.
17. **Defen Z., Stephen R. and Paul G M.** Modelling and optimization of novel laser multilateration schemes for high-precision applications. University of Durham. Noviembre de 2005.
18. **The American Society of Mechanical Engineers.** Methods for performance evaluation of articulated arm coordinate measuring machines. Nueva York (2004).