

## 27013 - Geometría de curvas y superficies

### Información del Plan Docente

<b>Año académico</b>	2016/17
<b>Centro académico</b>	100 - Facultad de Ciencias
<b>Titulación</b>	453 - Graduado en Matemáticas
<b>Créditos</b>	10.5
<b>Curso</b>	3
<b>Periodo de impartición</b>	Anual
<b>Clase de asignatura</b>	Obligatoria
<b>Módulo</b>	---

### 1. Información Básica

#### 1.1. Recomendaciones para cursar esta asignatura

Para cursar la asignatura se recomienda haber aprobado la otra asignatura del Módulo (Topología General) así como haber superado el Módulo de Álgebra Lineal y Geometría y las asignaturas de Análisis Matemático I, Análisis Matemático II y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Se recomienda cursarla simultáneamente con Variable Compleja y Ecuaciones en Derivadas Parciales por las interacciones entre las asignaturas.

#### 1.2. Actividades y fechas clave de la asignatura

Habrà una prueba escrita al final del primer cuatrimestre y otra al final del curso, en fechas acordes con el periodo habilitado para exámenes dentro del calendario académico de la Facultad. El examen de prácticas se realizará en la última sesión de estas. Durante el curso, se enviarán trabajos por grupos para ser entregados por escrito y expuestos.

### 2. Inicio

#### 2.1. Resultados de aprendizaje que definen la asignatura

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...

- Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .
- Cálculo del diedro y del triedro de Frenet y de la curvatura y torsión. Teoremas fundamentales.
- Usar la primera forma fundamental de una superficie para resolver sobre ella problemas de longitudes, ángulos y áreas.
- Usar la segunda forma fundamental de una superficie para reconocer la naturaleza de sus puntos. Conocer su relación con la aplicación de Gauss. Saber calcular, aplicar e interpretar las curvaturas principales, de Gauss y media.
- Comprender las propiedades geométricas intrínsecas: derivada covariante, teorema egregio de Gauss, geodésicas y Gauss-Bonnet.
- Entender la diferencia entre los problemas locales y globales.

#### 2.2. Introducción

Breve presentación de la asignatura

Se trata de una asignatura de carácter obligatorio y duración anual, equipada de 10.5 ECTS. Su finalidad es el estudio de propiedades geométricas de curvas y superficies de  $\mathbb{R}^3$  combinando herramientas geométricas, analíticas, topológicas y algebraicas. Comenzando con propiedades locales se llegará a formular algunos resultados de naturaleza global.

## 27013 - Geometría de curvas y superficies

### 3.Contexto y competencias

#### 3.1.Objetivos

La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

Profundizar en el estudio de la forma que capacite al alumno para reconocer la presencia de la Matemática en distintos ámbitos (Naturaleza, Ciencia, Tecnología, Arte...).

Colaborar al desarrollo de las competencias asociadas a la labor del futuro matemático.

#### 3.2.Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

Esta es una asignatura interdisciplinar donde el álgebra, el análisis, la topología y la geometría van de la mano. Se utilizan herramientas y técnicas ya estudiadas en el grado para resolver problemas geométricos. Aporta visión espacial y el ámbito de aplicación de los resultados obtenidos es susceptible de ser utilizado en cualquier otra asignatura del grado. En particular la asignatura constituye un primer contacto del alumno con el campo de la Geometría Diferencial cuya continuación natural se encuentra en el Módulo de Ampliación de Geometría y Topología.

#### 3.3.Competencias

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...

Competencias Transversales

CT1 Saber expresar con claridad, tanto por escrito como de forma oral, razonamientos, problemas, informes...etc.

CT3 Distinguir ante un problema lo que es sustancial de lo que es accesorio, formular conjeturas y razonar para confirmarlas o refutarlas, identificar errores en razonamientos incorrectos, etc.

Competencias específicas

CE1 Comprender y utilizar el lenguaje y método matemáticos. Conocer demostraciones rigurosas de los teoremas básicos de las distintas ramas de la Matemática.

CE2 Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE3 Resolver problemas matemáticos mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas.

CE4 Utilizar aplicaciones informáticas con distintos tipos de software científico para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

#### 3.4.Importancia de los resultados de aprendizaje

Proporcionan al estudiante conocimientos y procedimientos que se encuentran en la base de otras asignaturas. Algunos de los resultados obtenidos (teorema egregio de Gauss, geometrías no euclídeas...) tienen en la Historia de las Matemáticas una relevancia fundamental.

## 27013 - Geometría de curvas y superficies

### 4.Evaluación

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación

La evaluación se distribuye como sigue:

- Las pruebas escritas tienen un peso del 80%.
- Las prácticas informáticas tienen un peso del 20%.
- El estudiante podrá examinarse de parte de la asignatura al final del primer cuatrimestre y necesitará obtener al menos un 4 para poder promediar con la segunda parte de la asignatura.
- En las convocatorias de junio y septiembre el estudiante podrá presentarse solo a una de las partes, necesitando en cualquier caso que la nota en cada una de ellas sea al menos 4 para poder promediar.
- La evaluación de las prácticas se realizará de la manera siguiente:
  - o un 25% (5% del total) por el aprovechamiento de las prácticas en clase;
  - o otro 25% (5% del total) por la evaluación de los problemas a entregar después de cada práctica;
  - o un 50% (10% del total) por la evaluación del examen de prácticas.
- Los alumnos que hubieran aprobado las prácticas en cursos precedentes podrán elegir entre mantener las notas anteriores o cursar las prácticas.
- Durante el curso se enviarán trabajos teóricos y prácticos a los alumnos por grupos:
  - o Estos trabajos se presentarán por escrito y se expondrán ante el profesor; además, al menos uno de ellos se expondrá en clase.
  - o Se valorará positivamente las exposiciones en inglés y los trabajos presentados en LaTeX.
  - o Las notas obtenidas en estos trabajos serán asociadas a apartados del examen escrito (en cualquiera de las convocatorias), de manera que la nota de dichos apartados será el máximo de la nota obtenida en ellos y de la nota del trabajo asociado.

Los alumnos que lo deseen podrán presentarse únicamente a una prueba específica global que evalúe la adquisición de las competencias de la asignatura.

### 5.Actividades y recursos

#### 5.1.Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

- Clases de teoría.
- Clases de problemas.
- Prácticas con ordenador con software libre.
- Trabajos en grupo, estudio y trabajo personal.

#### 5.2.Actividades de aprendizaje

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...

- Trabajo presencial (105 horas). Consta de:
  - o Clases teóricas.
  - o Clases de problemas.
  - o Prácticas de ordenador (cinco prácticas de dos horas)
  - o Trabajo en grupo con presentación escrita (se valora que sea en LaTeX) y oral (se valora que sea en inglés).
  - o Tutorías
- Trabajo no presencial (157,5 horas): Comprende el estudio teórico de la asignatura, la realización de ejercicios propuestos, el tiempo dedicado a la resolución de problemas y el que se deriva de las actividades realizadas en el laboratorio informático.

## 27013 - Geometría de curvas y superficies

### 5.3. Programa

El objetivo de esta asignatura es el estudio de la geometría diferencial de curvas y superficies en el plano y en el espacio euclídeo.

- *Tema 1* .- Curvas planas regulares. Triedro de Frénet (campos vectorial y normal), parámetro arco y curvatura. Teorema fundamental de curvas planas.
- *Tema 2* .- Curvas birregulares en  $R^3$  . Triedro de Frénet (campos tangente, normal y binormal), parámetro arco, curvatura, torsión, evolutas. Teorema fundamental de curvas. Forma canónica local.
- *Tema 3* .- Superficies regulares. Teoría local: gráficas de 2-funciones, cartas y valores regulares de 3-funciones. Ejemplos. Superficies parametrizadas. Curvas en superficies, planos tangentes. Cartas, campos coordenados, funciones y aplicaciones diferenciables. Primera Forma Fundamental: longitudes, ángulos y áreas.
- *Tema 4* .- Geometría de las superficies. Curvaturas normal y geodésica. Segunda Forma Fundamental y aplicación de Gauss. Tipos de puntos en una superficie, curvaturas principales, normal y de Gauss. Curvas asintóticas y líneas de curvatura, puntos umbílicos. Campos vectoriales sobre superficies y campos de direcciones.
- *Tema 5* .- Geometría Intrínseca. Derivadas covariantes, Teorema Egregio de Gauss. Isometrías y aplicaciones conformes, cartas isotermas. Geodésicas y aplicación exponencial: distancias y convexidad. Teoremas de Gauss-Bonnet.

Otros temas, como los relacionados con problemas globales de curvas planas, espaciales y superficies son trabajados por los alumnos en grupos, y expuestos en clase: desigualdad isoperimétrica, teorema de los cuatro vértices, Fórmula de Cauchy-Crofton, entornos regulares, Teorema de la curva de Jordan diferenciable, Teorema de Fenchel, geometría hiperbólica, superficies minimales y regladas, etc.

### 5.4. Planificación y calendario

Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos

Las clases se imparten según el calendario académico establecido por la Universidad de Zaragoza y horario aprobado por la Facultad de Ciencias (ver página [web](#)): durante el primer semestre hay tres horas semanales de clase (teoría y problemas) que pasan a ser cuatro en el segundo. Las fechas concretas claves para el desarrollo del curso (incluyendo horarios de prácticas) se darán con la suficiente antelación en la plataforma [Moodle](#) .

### 5.5. Bibliografía y recursos recomendados

- do Carmo, Manfredo P., *Differential geometry of curves and surfaces* , Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J}, 1976, viii+503, traducido al español *Geometría Diferencial de Curvas y Superficies* . Alianza Universidad Textos (1990).
- Cordero, Luis A. *Geometría diferencial de curvas y superficies con Mathematica* / Luis A. Cordero, Marisa Fernández, Alfred Gray . Buenos Aires. Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1995

## 27013 - Geometría de curvas y superficies

- Costa, Antonio F. *Notas de geometría diferencial de curvas y superficies* / Antonio F. Costa, Manuel Gamboa, Ana M. Porto Madrid : Sanz y Torres, D.L. 1997