

ANEXOS

ANEXO I. Obtención de la ecuación dinámica para la dirección longitudinal de un vehículo

En las siguientes páginas, se detalla el procedimiento para obtener la ecuación que caracteriza el comportamiento de un vehículo en la dirección de movimiento y que vendrá determinada por las fuerzas actuantes en dicha dirección.

En la Figura 37 se pueden ver las fuerzas que actúan sobre un vehículo que se encuentra ascendiendo una pendiente. La fuerza de tracción, ya sea delantera, trasera o en ambos ejes, se observa en el contacto entre la rueda y el suelo y es la encargada de impulsar el vehículo hacia adelante. En el lado contrario, mientras el vehículo está en movimiento existen varias resistencias que se oponen a éste, como la resistencia a la rodadura, la resistencia aerodinámica y la resistencia debida al peso del vehículo cuando se circula en pendiente.

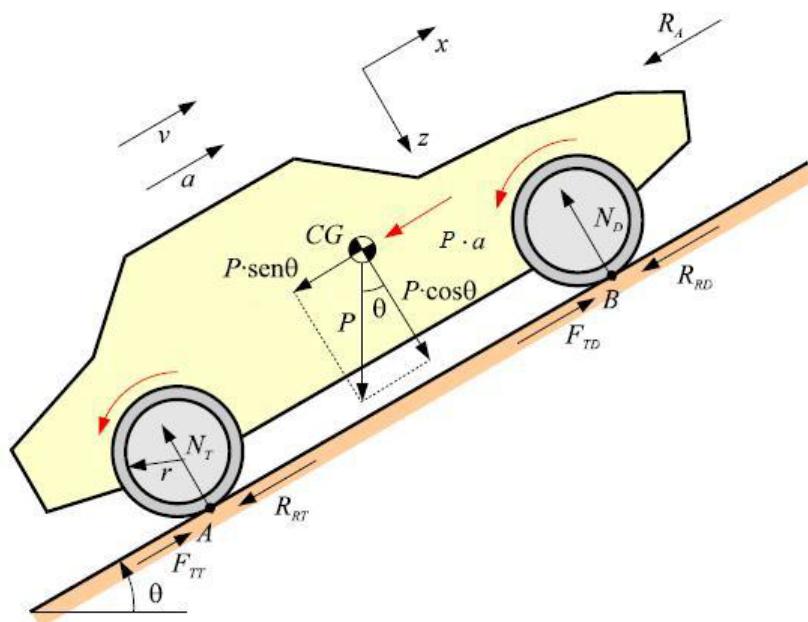


Figura 37. Esquema de fuerzas actuantes en un vehículo (12)

De acuerdo con la segunda ley de Newton, la aceleración del vehículo se puede escribir como:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\sum F_t - \sum F_r}{M} \quad (\text{A-I.1})$$

Sin embargo, dado que también es necesaria la aceleración de las partes rotatorias del vehículo, esta ecuación resulta imprecisa. Así, si se reordena la ecuación y se trabaja con el término de aceleración como una fuerza ficticia de inercia a superar, resulta:

$$\sum F_t = F_i + \sum F_r \quad (\text{A-I.2})$$



El segundo término de la ecuación es tratado a continuación, donde se ofrecen explicaciones más detalladas y se obtienen expresiones para cuantificar la fuerza de inercia y las resistencias.

• **Resistencia a la rodadura**

La resistencia a la rodadura se produce principalmente debido a la diferencia de presión en el neumático al rodar éste sobre la carretera. Como se puede ver en la segunda imagen de la Figura2, al rodar, la mitad delantera del neumático está más cargada que la mitad trasera, a diferencia de lo que ocurre con el vehículo parado. Este hecho resulta en una distribución asimétrica de las fuerzas de reacción ejercidas por el suelo, cuya resultante no se encuentra aplicada en el plano medio del neumático, sino a una distancia 'a'. Por lo tanto, existe un momento resistente que se opone al giro de la rueda y que viene dado por la expresión:

$$T_r = P \cdot a \quad (\text{A-I.3})$$

Donde P es el peso que carga la rueda y ' a ' la distancia de la fuerza resultante al plano medio del neumático.

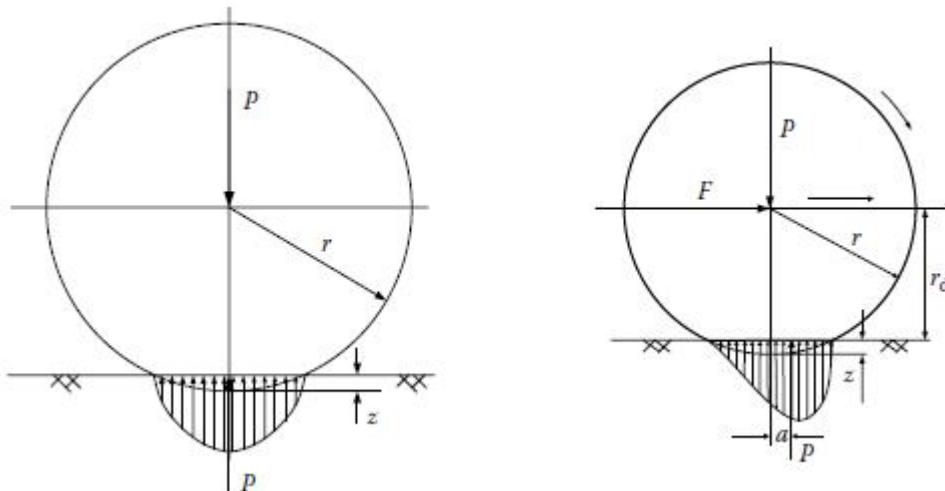


Figura 38. Diagrama de presiones para el neumático en estático (izq.) y rodando (dcha.) (3)

Para equilibrar este momento, es necesaria una fuerza horizontal aplicada en el eje de la rueda que se puede expresar como:

$$F = \frac{T_r}{r} = \frac{P \cdot a}{r} = P \cdot f_r \quad (\text{A-I.4})$$

En esta ecuación, r_d es el radio efectivo del neumático y $f_r = \frac{a}{r}$ recibe el nombre de coeficiente de resistencia a la rodadura. Dicho coeficiente es función de muchos parámetros, entre ellos, el material del neumático, la estructura del mismo, la presión de inflado, la temperatura o el material y rugosidad de la carretera. Sin embargo, es prácticamente invariable con la velocidad del vehículo, por lo que normalmente se utiliza un valor constante, que, con los neumáticos existentes a día de hoy, suele oscilar entre 0,006 y 0,013. Por último,



en caso de que el vehículo se encuentre en una pendiente, la resistencia a la rodadura vendrá expresada por:

$$F_{rr} = P \cdot f_r \cdot \cos \alpha = Mg \cdot f_r \cdot \cos \alpha \quad (\text{A-I.5})$$

Con α el ángulo de inclinación de la carretera. Normalmente, dado que las inclinaciones de las carreteras no son demasiado grandes el término $\cos \alpha$ no aparece por ser cercano a uno.

• Resistencia aerodinámica

Un cuerpo moviéndose a cierta velocidad en un fluido, en este caso el vehículo en aire, encuentra una fuerza que se opone a su movimiento. Esta fuerza es la que se conoce como resistencia aerodinámica. Por una parte, se debe a la diferencia de presión entre el aire que se encuentra en la parte delantera del vehículo y el que se encuentra en la trasera. También se debe a la fricción entre partículas de aire en contacto con el vehículo, que viajan con la velocidad de éste y partículas más alejadas con distintas velocidades.

Esta fuerza aerodinámica es función de la velocidad del vehículo V , el área frontal A_f y la forma del mismo y, por último, de la densidad del aire ρ . Se puede expresar como:

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_f \cdot C_x \cdot V^2 \quad (\text{A-I.6})$$

El término C_x recibe el nombre de coeficiente de resistencia aerodinámica, es adimensional y depende exclusivamente de la forma del vehículo.

• Resistencia debida a la pendiente

Cuando un vehículo asciende o desciende por una pendiente su propio peso produce una componente en la dirección longitudinal que se opone (caso de estar ascendiendo) o bien ayuda (caso de estar descendiendo) al movimiento del vehículo. Dicha fuerza, que se obtiene simplemente de descomponer el peso será:

$$F_g = M \cdot g \cdot \sin \alpha \quad (\text{A-I.7})$$

• Fuerza de inercia

Como se ha dicho en la explicación inicial, para producir un cambio en la velocidad del vehículo será necesaria la aplicación de una fuerza de inercia, además de las ya explicadas previamente. Para producir una aceleración lineal en el vehículo, la fuerza necesaria se puede escribir como:

$$F_{il} = M \cdot a \quad (\text{A-I.8})$$



Si sólo se tiene en cuenta esta aceleración, se obtendría la primera expresión de este anexo. Por el contrario, si se contempla la fuerza necesaria para acelerar los componentes rotatorios se obtiene una ecuación más precisa. El procedimiento es el que sigue:

La velocidad angular en el eje de las ruedas, ω_r , será:

$$\omega_r = \frac{V}{r} \quad (\text{A-I.9})$$

Por lo tanto, usando la relación de transmisión, G , la velocidad angular en el eje del motor:

$$\omega_m = G \frac{V}{r} \quad (\text{A-I.10})$$

De la misma manera, la aceleración angular viene dada por:

$$\dot{\omega}_m = G \frac{a}{r} \quad (\text{A-I.11})$$

El par requerido en el motor para producir esa aceleración angular, T_m

$$T_m = I \cdot G \frac{a}{r} \quad (\text{A-I.12})$$

Donde I , es el momento de inercia del motor. Por otra parte, la fuerza en las ruedas viene dada por:

$$F = \frac{G}{r} T_m \quad (\text{A-I.13})$$

Sustituyendo la ecuación A-I.12 en A-I.13 se obtiene la fuerza necesaria en las ruedas para acelerar el motor.

$$F_{iw} = \frac{G}{r} \cdot I G \frac{a}{r} = I \frac{G^2}{r^2} a \quad (\text{A-I.14})$$

En el caso de considerar, además del motor, la caja de cambios, el diferencial, los ejes y el resto de partes rotatorias, la expresión anterior se podría escribir como:

$$F_{iw} = \sum I_i \frac{G_i^2}{r^2} a \quad (\text{A-I.15})$$

Si, además, se tiene en cuenta que el sistema no será 100% eficiente, es necesario añadir un rendimiento de transmisión

$$F_{iw} = \sum I_i \frac{G_i^2}{\mu_g r^2} a \quad (\text{A-I.16})$$

Por lo tanto, si juntamos las fuerzas de inercia lineal y angular resultará el siguiente término en la ecuación para la dinámica longitudinal.



$$F_i = Ma + \sum I_i \frac{G_i^2}{\mu_g r^2} a = \left(M + \sum I_i \frac{G_i^2}{\mu_g r^2} \right) a \quad (\text{A-I.17})$$

Finalmente, cabe señalar, que ante la dificultad para conocer el valor del momento de inercia de todos los componentes, normalmente, se utiliza una aproximación consistente en incrementar el valor de masa del vehículo. Un valor razonable es añadir un 5% de masa, es decir, $\gamma_m = 1,05$

$$F_i = \gamma_m Ma \quad (\text{A-I.18})$$

Con todo lo explicado, la ecuación dinámica del movimiento de un vehículo resulta:

$$F_t = \left(M + \sum I_i \frac{G_i^2}{\mu_g r^2} \right) a + Mg(f_r \cos \alpha + \sin \alpha) + \frac{C_x A \rho v^2}{2} \quad (\text{A-I.19})$$

O bien, con las simplificaciones mencionadas:

$$F_t = \gamma_m Ma + Mg(f_r + \sin \alpha) + \frac{C_x A \rho v^2}{2} \quad (\text{A-I.20})$$



ANEXO II. Archivos de MATLAB empleados en la comparativa de prestaciones

II-1. Cálculo y representación de las curvas Fm-Rt para el vehículo diésel

```
% Cálculo de las curvas Fm en cada marcha para vehículo diésel
syms v
syms x

%Datos vehículo
M_v = 2500;
A_f = 3.1;
C_x = 0.34;
mu = 0.011;
g = 9.8;
ro_a = 1.297;
alpha = 0;

%Datos transmisión
i1=5.076;
i2=2.61;
i3=1.518;
i4=1;
i5=0.791;
i6=0.675;
id=3.455;
rend_mec=0.88;

%Medida neumático 205/50 R17
R=(205*50/100+17*25.4/2)/1000;

%Datos par-potencia
w_fila = [1200,1500,2000,2500,3000,3500,4000,4500];
t_max = [335,400,400,385,365,340,310,255];
P_max = pot_par(t_max,w_fila);

%Calculo velocidad máxima por potencia
Max_vel = 3.6 * solve ('130000 * 0.88 = 2500 * 9.8 * 0.011 * v + 0.5 * 0.34 * 3.1 * 1.297 * v^3',v)

%Calculo curvas Fuerza de tracción
Fm1= (t_max*i1*id*rend_mec)/R;
Fm2= (t_max*i2*id*rend_mec)/R;
Fm3= (t_max*i3*id*rend_mec)/R;
Fm4= (t_max*i4*id*rend_mec)/R;
Fm5= (t_max*i5*id*rend_mec)/R;
Fm6= (t_max*i6*id*rend_mec)/R;

%Dibuja grafica potencia máxima
figure(1)
plot(w_fila, P_max, 'r')
xlabel('w / RPM');
ylabel('Potencia / W');
title('Curva de potencia: motor diésel');
```



```
%Dibuja grafica par máximo
figure(2)
plot(w_fila,t_max)
axis([0 5000 0 420])
xlabel('w / RPM');
ylabel('Par / Nm');
title('Curva de par: motor diésel');

%Dibuja curvas Fm-Rt
Rt = M_v * g * mu * cos (alpha) + M_v * g * sin (alpha) + 0.5 * C_x *
A_f * ro_a * (v/3.6)^2;
Rt_2 = M_v * g * mu * cos (asin(0.02)) + M_v * g * 0.02 + 0.5 * C_x *
A_f * ro_a * (v/3.6)^2;
Rt_4 = M_v * g * mu * cos (asin(0.04)) + M_v * g * 0.04 + 0.5 * C_x *
A_f * ro_a * (v/3.6)^2;
figure(3)
ezplot (Rt, [0,200])
hold on
ezplot (Rt_2, [0,200])
ezplot (Rt_4, [0,200])
plot(w_fila*R^2*pi^3.6/(60*i1*id),Fm1,'r')
plot(w_fila*R^2*pi^3.6/(60*i2*id),Fm2,'r')
plot(w_fila*R^2*pi^3.6/(60*i3*id),Fm3,'r')
plot(w_fila*R^2*pi^3.6/(60*i4*id),Fm4,'r')
plot(w_fila*R^2*pi^3.6/(60*i5*id),Fm5,'r')
plot(w_fila*R^2*pi^3.6/(60*i6*id),Fm6,'r')
axis([0 200 0 20000])
xlabel('Velocidad / km/h');
ylabel('Fuerza / N');
title('Curvas Fm-Rt');
```

II-2. Cálculo y representación de las curvas Fm-Rt para el vehículo eléctrico

```
% Cálculo de las curvas Fm en cada marcha para vehículo diésel
syms v
syms v_elec

%Datos vehículo
M_v = 2500;
A_f = 3.1;
C_x = 0.34;
mu = 0.011;
g = 9.8;
ro_a = 1.297;
alpha = 0;
rend_mec = 0.98;
R=(205*50/100+17*25.4/2)/1000;

%Datos par-potencia
w_fila_elec = [0,200,400,600,800,1000,1200,1400,1600,1800,2000];
t_max_elec = 2* [500,500,495,490,480,470,445,415,380,335,295];
P_max_elec = pot_par(t_max_elec,w_fila_elec);
t_pico_elec = 2*[800,795,785,780,775,755,650,550,460,380,300];

%Calculo velocidad máxima por potencia
Max_vel = 3.6 * solve ('127300 * 0.98 = 2500 * 9.8 * 0.011 * v + 0.5 * 1.297 * 0.34 * 3.1 * v^3',v)
```



```
%Calculo curvas Fm
Fm_elec= t_max_elec*rend_mec/R;
Fm_pico=t_pico_elecl*rend_mec/R;

%Dibuja grafica potencia máxima
figure(1)
plot(w_fila_elecl, P_max_elecl)
xlabel('w / RPM');
ylabel('Potencia / W');
title('Curva de potencia: motor diésel');

%Dibuja curvas Fm-Rt
Rt_elecl = M_v * g * mu * cos (alpha) + M_v * g * sin (alpha) + 0.5 *
C_x * A_f * ro_a * (v_elecl/3.6)^2;
Rt_2 = M_v * g * mu * cos (asin(0.02)) + M_v * g * 0.02 + 0.5 * C_x *
A_f * ro_a * (v/3.6)^2;
Rt_4 = M_v * g * mu * cos (asin(0.04)) + M_v * g * 0.04 + 0.5 * C_x *
A_f * ro_a * (v/3.6)^2;
figure(2)
ezplot (Rt_elecl, [0,210])
hold on
ezplot (Rt_2, [0,200])
ezplot (Rt_4, [0,200])
plot(w_fila_elecl*R*2*pi*3.6/60,Fm_elecl)
plot(w_fila_elecl*R*2*pi*3.6/60,Fm_pico)
axis( [0 210 0 5500])
xlabel('Velocidad / km/h');
ylabel('Fuerza / N');
title('Curvas Fm-Rt');
```

II-3. Cálculo aceleración máxima vehículo diésel

```
%Datos vehículo
M_v = 2500;
A_f = 3.1;
C_x = 0.34;
mu = 0.011;
g = 9.8;
ro_a = 1.297;
alpha = 0;

%Datos transmisión
i1=5.076;
i2=2.61;
i3=1.518;
i4=1;
i5=0.791;
i6=0.675;
id=3.455;
rend_mec=0.88;

R=(205*50/100+17*25.4/2)/1000;

syms x
t=linspace(0,200,10001);           % De 0 a 200 s paso 0.02 s
vel= 1.7*ones(1,10001);            % 10001 lecturas de velocidad
d=zeros(1,10001);                  % Vector con la distancia recorrida
```



```

dT=0.02; % Paso 0.02s

F_t=@(x) -7.2638E-18*(vel(n)*60*i*id/(R*2*pi))^6+1.3003E-
13*(vel(n)*60*i*id/(R*2*pi))^5-9.5154E-
10*(vel(n)*60*i*id/(R*2*pi))^4+3.6380E-6*(vel(n)*60*i*id/(R*2*pi))^3-
7.6639E-
3*(vel(n)*60*i*id/(R*2*pi))^2+8.4058*(vel(n)*60*i*id/(R*2*pi))-3.3312E+3;

for n= 1:10000
    if vel(n) < 8.037
        if (F_t(i1)*i1*id*rend_mec)/R < 14958
            vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 + (F_t(i1)*i1*id*rend_mec)/R)/(2500*2.33);
        else vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 + 14958)/(2500*2.33);
        end
    else if vel(n)< 15.631
        vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 + (F_t(i2)*i2*id*rend_mec)/R)/(2500*1.38);
    else if vel(n) < 27.778
        vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 + (F_t(i3)*i3*id*rend_mec)/R)/(2500*1.155);
    else if vel(n) < 38.6
        vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 + (F_t(i4)*i4*id*rend_mec)/R)/(2500*1.09);
    else if vel(n) < 48.8
        vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 + (F_t(i5)*i5*id*rend_mec)/R)/(2500*1.0713);
    else
        vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 + (F_t(i6)*i6*id*rend_mec)/R)/(2500*1.0628);
    end;
    end;
    end;
end;
% Cálculo distancia recorrida.
d(n+1)=d(n) + 0.1*vel(n);
end;
vel=vel.*3.6;

%Representar velocidad frente a tiempo
figure (1)
plot(t,vel); axis([0 175 0 200]);

%Representar distancia frente a tiempo
figure (2)
plot(t,d);
axis([0 50 0 1000])
xlabel('Tiempo(seg)');
ylabel('Distancia/m');

```



II-4. Cálculo aceleración máxima vehículo diésel

```
%Datos vehículo
M_v = 2500;
A_f = 3.1;
C_x = 0.34;
mu = 0.011;
g = 9.8;
ro_a = 1.297;
alpha = 0;

R=(205*50/100+17*25.4/2)/1000;

t=linspace(0,200,10001);           % De 0 a 200 s paso 0.02 s
vel=zeros(1,10001);               % 10001 lecturas de velocidad
d=zeros(1,10001);                 % Vector con la distancia recorrida
dT=0.02;                          % Paso 0.02s

for n= 1:10000
    if vel(n)< 33.34
        vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 -7.6486*vel(n)+4939.3)/(2500*1.05);
    else
        vel(n+1) = vel(n) + dT*(-M_v*g*mu*cos(alpha) -
0.5*C_x*A_f*ro_a*vel(n)^2 + 0.50674*vel(n)^2-
134.43*vel(n)+8565.3)/(2500*1.05);
    end
    % Compute distance traveled.
    d(n+1)=d(n) + 0.02*vel(n);
end;

vel=vel.*3.6;

%Representar velocidad frente a tiempo
figure (1)
plot(t,vel); axis([0 200 0 220]);

%Representar distancia frente a tiempo
figure (2)
plot(t,d);
axis([0 50 0 1000])
xlabel('Tiempo/seg');
ylabel('Distancia/m');
```




ANEXO III. Utilización de la librería QSS para el cálculo de consumos: Explicaciones y resultados detallados

A lo largo del apartado 2.4.5 se refiere a este anexo para obtener más detalles acerca de las herramientas empleadas para el cálculo de consumo de combustible. En dicho apartado se menciona la librería QSS (QuasiStatic Simulation Toolbox), que funciona sobre el entorno MatLab/Simulink. A continuación, se detalla la base teórica, el funcionamiento, los modelos empleados y las gráficas resultantes de las simulaciones realizadas con QSS.

III-1. Desarrollo de la herramienta

La librería QSS ha sido desarrollada por el instituto “The Institute for Dynamic Systems and Control” (anteriormente “The Measurement and Control Laboratory – IMRT”) perteneciente al departamento “Mechanical and Process Engineering (MVAT)” de la Escuela Politécnica Federal de Zurich (ETH Zurich, Swiss Federal Institute of Technology Zurich). Dicho departamento está encabezado por los profesores R. D'Andrea y L. Guzzella y realiza investigaciones en dinámica y control de sistemas, que van desde motores de combustión a sistemas multi-robot.

La segunda versión de la librería, utilizada en este proyecto, data de Junio de 2005.

III-2. Fundamento teórico

En los siguientes apartados se describe el diseño y uso de la segunda versión de la librería QSS, que permite una rápida estimación del consumo de combustible para diferentes sistemas de tracción.

Tal y como indica su nombre la librería QSS (Quasistatic Simulation Toolbox) emplea una aproximación cuasi-estática para el cálculo de consumos. La idea principal detrás de esta aproximación es dar la vuelta a las relaciones habituales causa-efecto de sistemas dinámicos. En lugar de calcular velocidades a partir de fuerzas dadas, la variable de entrada es la velocidad, con la que se calcula la aceleración y, a partir de ella, se obtiene la fuerza que debe actuar en las ruedas para el movimiento de un vehículo.

• Enfoque tradicional

Sistema:

$$F_t(t) = \gamma_m M \dot{v}(t) + Mg(f_r + \sin \alpha) + \frac{C_x A \rho v(t)^2}{2}$$

Causa: Fuerza de tracción, $F_t(t)$

Efecto: Velocidad del vehículo, $v(t)$



● Enfoque cuasi-estático

Sistema:

$$F_t(t) = \gamma_m M \dot{v}(t) + Mg(f_r + \sin \alpha) + \frac{C_x A \rho v(t)^2}{2}$$

Causa: Velocidad del vehículo para tiempos discretos $v(k \cdot h)$

Efectos: ➤ Velocidad media

$$v(t) = \frac{v(k \cdot h + h) + v(k \cdot h)}{2} \quad \forall t \in (k \cdot h, k \cdot h + h)$$

➤ Aceleración

$$\dot{v}(t) = \frac{v(k \cdot h + h) - v(k \cdot h)}{h} \quad \forall t \in (k \cdot h, k \cdot h + h)$$

➤ Fuerza de tracción, $F_t(t) = cte \quad \forall t \in (k \cdot h, k \cdot h + h)$

III-3. Modelos utilizados

Cada simulación consiste básicamente en un fichero .mdl (Simulink) donde el modelo del sistema es descrito. La descripción del sistema se realiza mediante la interconexión de bloques, predefinidos en la librería QSS, junto con los archivos de parámetros necesarios. Dichos archivos son fácilmente accesibles al usuario para la modificación de valores.

Para la construcción de un modelo de vehículo, en primer lugar se tiene que escoger un ciclo de conducción de entre una lista pre-existente o uno particular creado por el propio usuario. En el bloque “Vehículo” se calcula el par necesario en las ruedas para vencer las resistencias y adquirir la aceleración del ciclo. Este par es determinado en base a la marcha seleccionada en cada momento en el bloque “Caja de cambios”, siempre que ésta sea una caja manual. La transmisión lo convierte en una demanda neta de par motor, que sirve como entrada de éste. Del par total, suma del par neto y par de aceleración, el motor produce una cantidad de combustible consumido, que en los bloques “Tanque de combustible” o “Batería” es convertido a las unidades adecuadas.

En las Figura 39 y Figura 40 se muestran los modelos completos construidos para el vehículo diésel y el vehículo eléctrico. Constan de los bloques mencionados en el párrafo anterior, con la única diferencia de que el vehículo diésel posee tanque de combustible, mientras el eléctrico posee batería. Los bloques blancos permiten realizar gráficas con los resultados de las variables que actúan como entradas en ellos.

● Modelo completo vehículo diésel

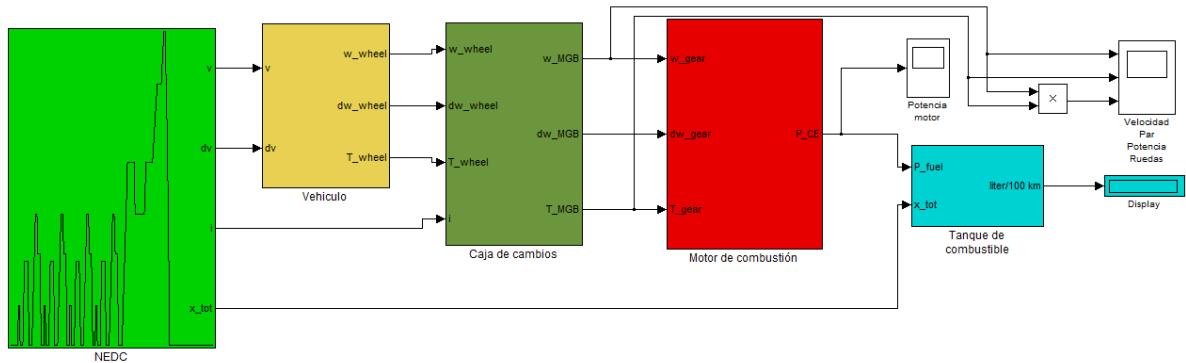


Figura 39. Modelo QSS/Simulink del vehículo diésel

● Modelo completo vehículo eléctrico

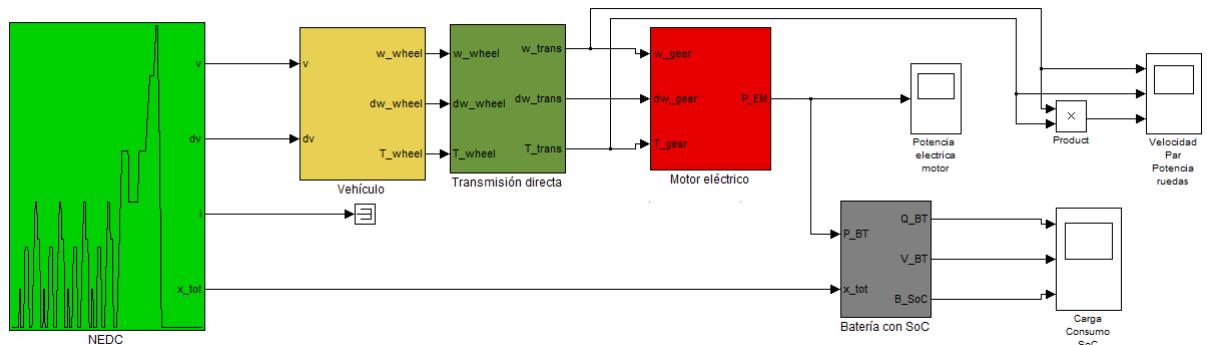


Figura 40. Modelo QSS/Simulink del vehículo eléctrico

● Bloque ciclo de conducción

Una comparativa de consumo para varios vehículos diferentes solo tiene sentido si los datos han sido adquiridos durante la conducción en un ciclo normalizado. Es habitual utilizar el ciclo NEDC en Europa, mientras que en Estados Unidos se suele utilizar el ciclo FTP. En la Figura 41 se muestran las gráficas de velocidad frente a tiempo para ambos ciclos, que han sido los empleados en este proyecto.

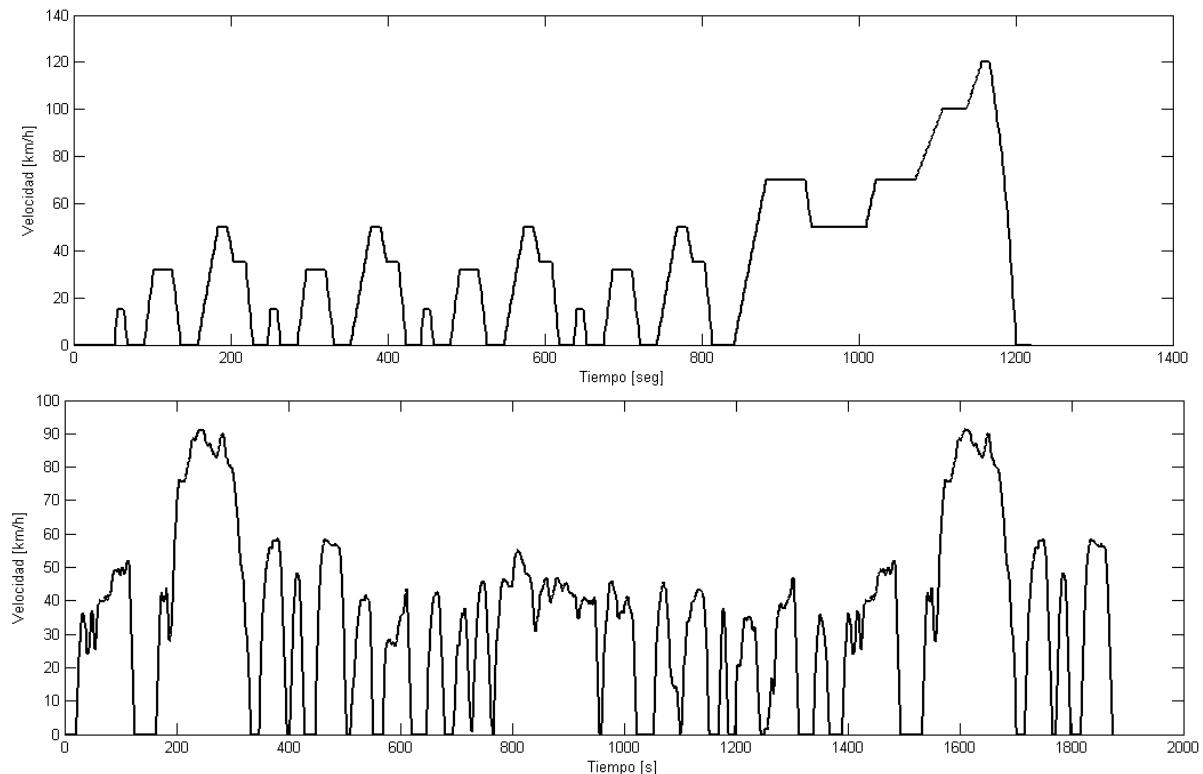


Figura 41. Ciclos NEDC (arriba) y FTP 75 (abajo)

Un ciclo está definido por, al menos, dos vectores

- Un vector de tiempo (en el que el paso suele ser constante)
- Un vector de velocidad, $v(k \cdot h)$

La aceleración se calcula en base a la velocidad del vehículo con la siguiente ecuación:

$$\dot{v}(1) = 0, \quad \dot{v}(k \cdot h) = \frac{v(k \cdot h + h) - v(k \cdot h)}{h}, \quad k = 1, 2, \dots, k_{max-1}$$

En el ciclo europeo NEDC se definen las velocidades de cambio de marcha para cajas de cambios manuales, con lo que se define otro vector para incluir esta información. Por lo tanto se pueden llegar a tener cuatro vectores como salidas del bloque del ciclo de conducción.

En la Figura 42 se detalla el interior de uno de los bloques “ciclo de conducción”. Es un modelo muy sencillo que permite obtener cuatro salidas a partir de un número variable de entradas, entre dos y cuatro, que son los vectores ya comentados.

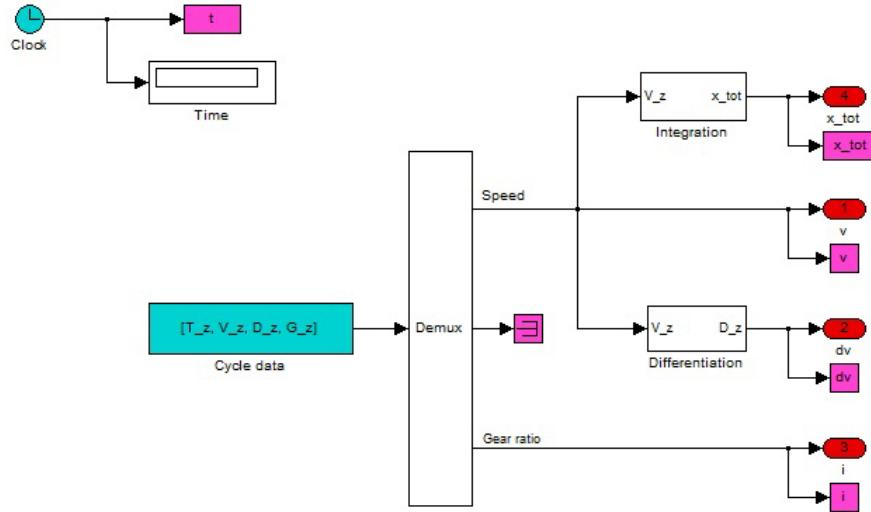


Figura 42. Modelo QSS/Simulink del ciclo de conducción

● Bloque vehículo

En el bloque “Vehículo” se calcula la velocidad de giro y el par necesarios en las ruedas para alcanzar la velocidad y aceleración requeridas en la entrada. Las entradas a este bloque son la velocidad y la aceleración del vehículo provenientes del bloque “Ciclo de conducción”. Por su parte, las salidas serán la velocidad de giro de las ruedas, la aceleración de las mismas y el par que deberán ejercer.

Para el cálculo de las salidas mencionadas se tienen en cuenta las resistencias indicadas en el ANEXO I, a excepción de la resistencia debida a la pendiente. Por lo tanto, todos los ciclos deberán simular situaciones de conducción en terreno llano, ya que no hay manera de considerar la pendiente de una carretera. Las operaciones llevadas a cabo en el interior de este bloque utilizan las ecuaciones que se han demostrado en el anexo citado anteriormente.

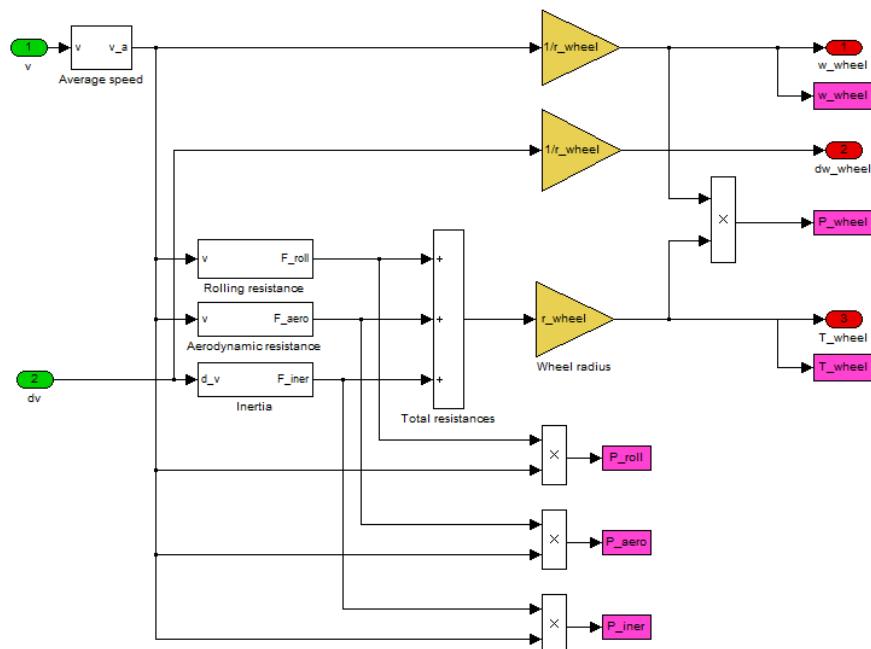


Figura 43. Modelo QSS/Simulink del vehículo

En la Figura 43 se puede observar las conexiones interiores del bloque “Vehículo”. Las entradas se indican en color verde y las salidas en color rojo. Además, todas las variables de los recuadros morados son susceptibles de ser utilizadas para su representación o para posteriores cálculos, ya que pasan a ser variables del entorno MATLAB.



En la Figura 44 se muestra el menú que permite al usuario la selección de los parámetros que definen el vehículo. Todas las constantes a seleccionar se encuentran entre las indicadas al inicio de este proyecto, en el apartado 2.4. El único dato a llenar que requiere una mayor explicación es el porcentaje de masa rotatoria (Rotating mass [%]). Para calcular la inercia del vehículo se utiliza la masa del mismo, más el dato de inercia de las ruedas. Para calcular éste último, simplemente se añade un porcentaje de masa a la propia del vehículo, dado que sería difícil calcular el valor exacto de la inercia de las ruedas.

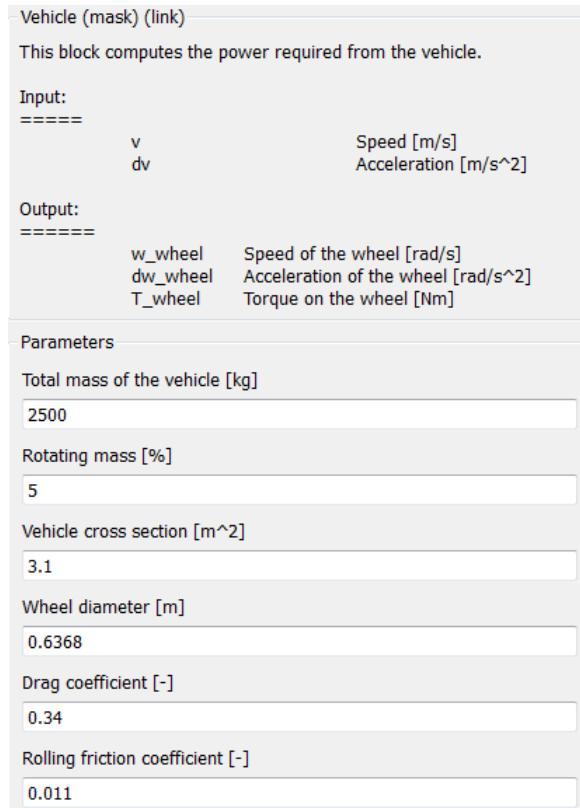


Figura 44. Menú de selección de las especificaciones del vehículo

● Bloque caja de cambios

La transmisión de potencia entre los diferentes niveles de par o velocidad de rotación se puede realizar mediante una transmisión simple, una caja de cambios manual o una transmisión CVT.

La transmisión simple utiliza una relación de transmisión fija sea cual sea la velocidad de entrada. Una caja de cambios manual contiene un número finito de relaciones entre los diferentes niveles de par y velocidad. En la Figura 45 se muestra el interior del bloque de una caja de cambios manual de cinco velocidades. La relación a utilizar se elige de acuerdo a lo establecido en el ciclo de conducción, como en el caso de la figura, o bien, según sea la velocidad de entrada desde las ruedas. Por último, una caja CVT contiene infinitas relaciones que varían dependiendo de la velocidad de rotación de las ruedas.

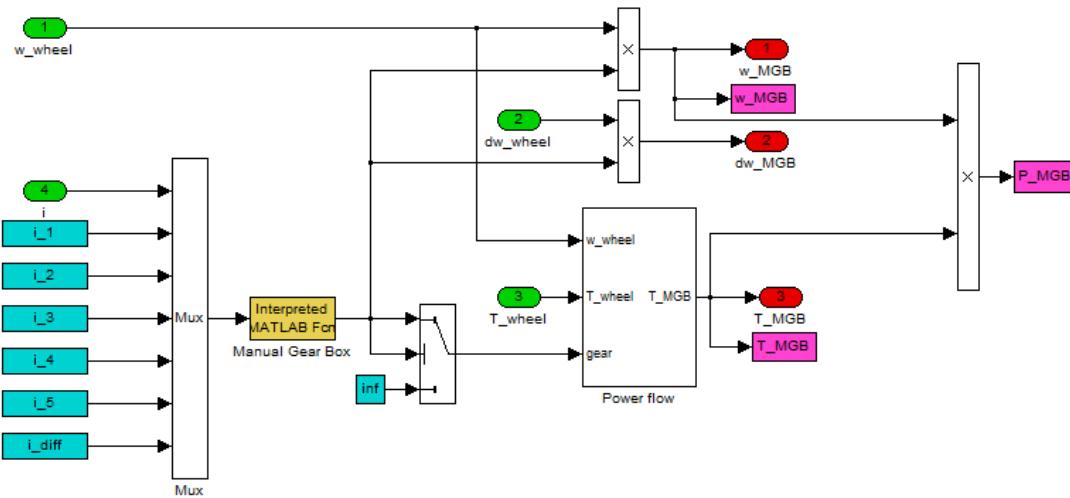


Figura 45. Modelo QSS/Simulink de la caja de cambios manual

● Bloque motor de combustión

La librería QSS Toolbox permite dos opciones a la hora de trabajar con motores de combustión. El cálculo de la potencia necesaria en el mismo puede ser modelada a partir de un mapa de eficiencias, o bien, approximando la eficiencia mediante la aproximación de Willans.

Para el trabajo en este proyecto se ha seleccionado la primera de las dos opciones, lo que hace necesario introducir un mapa de consumo bidimensional que contenga valores de gasto de combustible (kg/s) para diferentes pares de valores de par motor y velocidad de rotación. Dicho mapa se encuentra incluido en el bloque de color blanco de la Figura 46 llamado “Engine consumption map”. Además, se consideran tres casos especiales de funcionamiento del motor fuera de ese mapa de consumo: marcha al ralentí, corte de inyección y exceso de carga o de RPMs.

El funcionamiento al ralentí se produce cuando la velocidad de rotación demandada al motor es menor que la especificada por el usuario. En ese momento, la potencia consumida por el motor será de 2500 W independientemente del valor de par que se requiera al motor.

El corte de inyección, que posee prioridad sobre el ralentí, apaga el motor de la misma manera que los sistemas “start & stop” existentes en vehículos modernos. Una vez el valor de par al ralentí es menor que el umbral seleccionado por el usuario, el consumo de combustible pasa a ser nulo.

Por último, el bloque coloreado en color naranja contiene las curvas de par máximo del motor frente a la velocidad de rotación. En caso de que la entrada solicitada de par o de velocidad de giro supere los valores que el motor puede proveer, la simulación se parará enviando un mensaje de error.

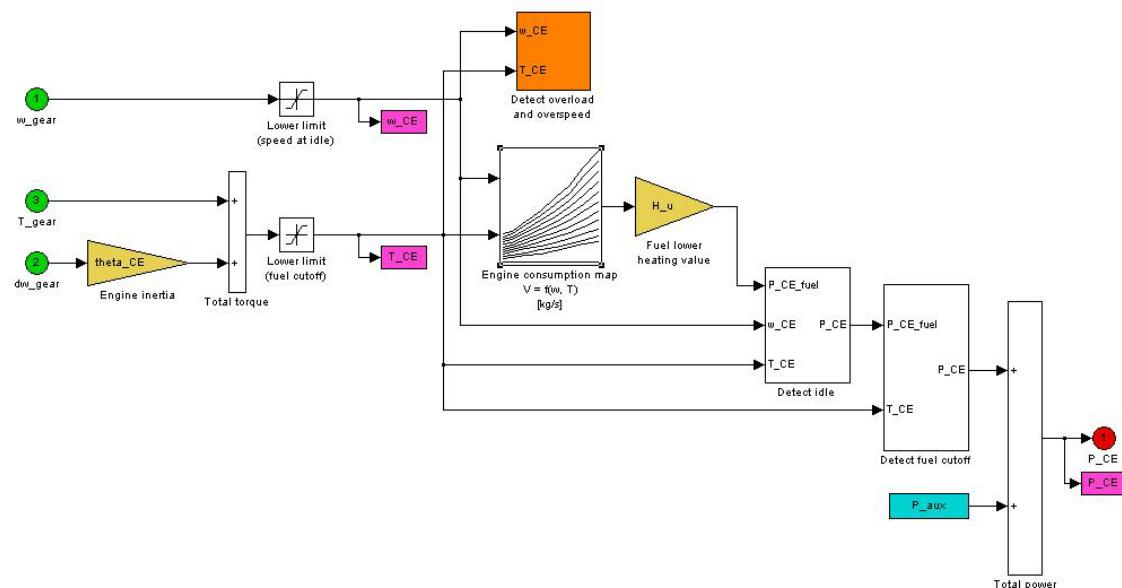


Figura 46. Modelo QSS/Simulink del motor de combustión

• Bloque motor eléctrico

El modelo del motor eléctrico es bastante similar al explicado para el motor de combustión. De la misma manera que antes, las entradas de este bloque serán la demanda de par y la velocidad de rotación. Sin embargo, la salida será la potencia eléctrica consumida por el motor y su conexión no se realizará con el tanque de combustible, sino que lo hará a una batería.

El motor eléctrico posee la singularidad de poder trabajar en el primer cuadrante, con velocidad y par positivos, pero también puede hacerlo en el segundo, con velocidad positiva y par negativo. Por ello, es posible introducir un mapa de eficiencias que considere estos dos casos diferentes. Tal y como se ejemplifica en la Figura 47, la eficiencia del primer cuadrante vendrá dada por números mayores que 1, de tal modo que, para un par y velocidad a la entrada del motor eléctrico la potencia a extraer de la batería será mayor. En el lado contrario, cuando el motor actúe como generador, cargará la batería en menor medida de lo que indicaría el par y la velocidad de giro a la entrada del motor.

De esta manera, la potencia a la salida del motor viene dada por la siguiente ecuación:

$$P_{EM} = \omega_{EM} \cdot T_{EM} \cdot \eta_{EM}(\omega_{EM}, T_{EM})$$

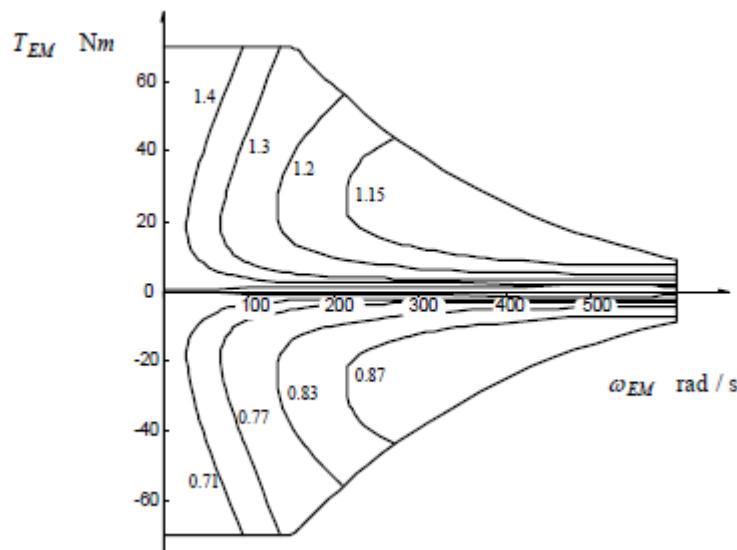


Figura 47. Mapa de eficiencias motor eléctrico.

El motor eléctrico también posee un detector de exceso de carga o velocidad, de la misma manera que ocurría con el motor de combustión. Se puede apreciar en el bloque naranja de la Figura 48.

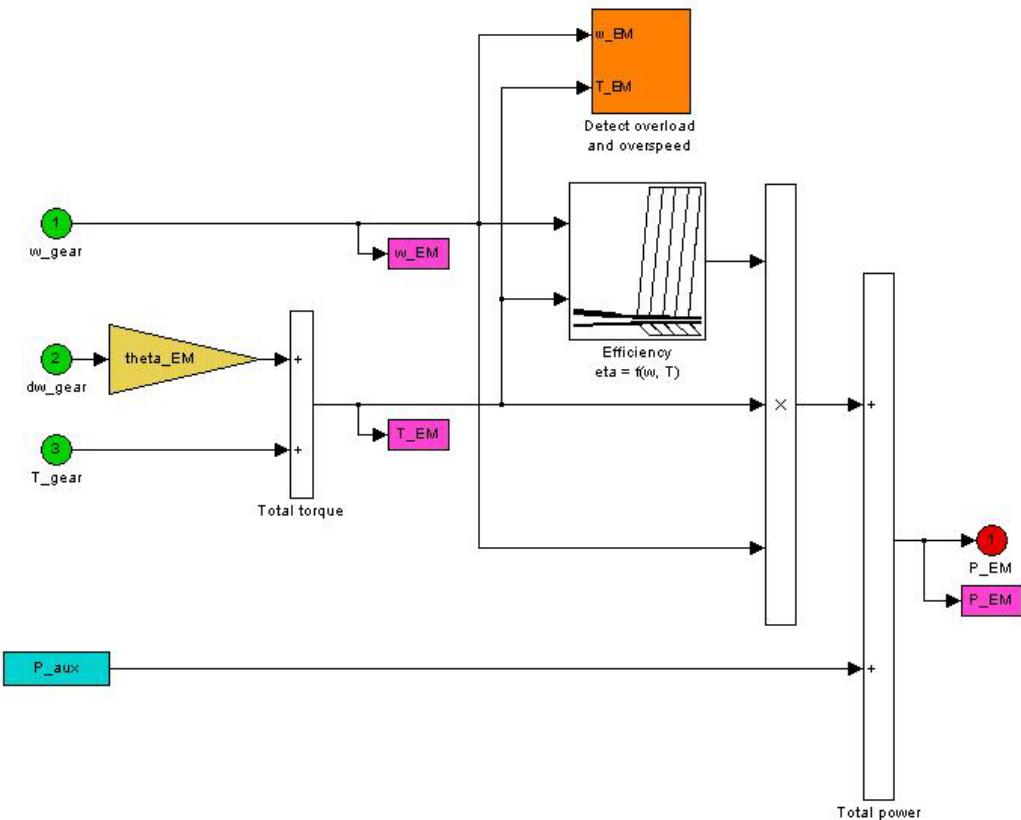


Figura 48. Modelo QSS/Simulink del motor eléctrico

● Bloque batería

El modelo de la batería se muestra en la Figura 49, con entrada la potencia eléctrica proveniente del motor, en verde, y salida la carga actual de la batería, en rojo. La idea principal detrás de este modelo es integrar la potencia obtenida a partir de la entrada y el voltaje actual, para calcular a partir de ahí la carga actual de la batería.

El voltaje depende de la carga de la batería, fácil de determinar, y de la corriente de carga o descarga, que desafortunadamente no es conocida a priori. Para resolver esta situación, que lleva a una ecuación implícita para la potencia de la batería, se obtiene primero una solución e bucle cerrado de dicho problema implícito.

Se distinguen los modos de batería “carga”, “descarga” y “ralenti”, aunque los parámetros únicamente varían en los dos primeros modos de funcionamiento. El modelo utilizado para la batería describe con suficiente precisión la dinámica de la misma cuando la capacidad se encuentra en el 10% y el 90% del valor nominal. Fuera de este rango las baterías sufren graves efectos no lineales. Sin embargo, es un hecho muy habitual que la operación de las baterías no se extienda a este rango no lineal debido a problemas en su vida útil, eficiencia, etc, así se considera el modelo efectuado suficientemente preciso.

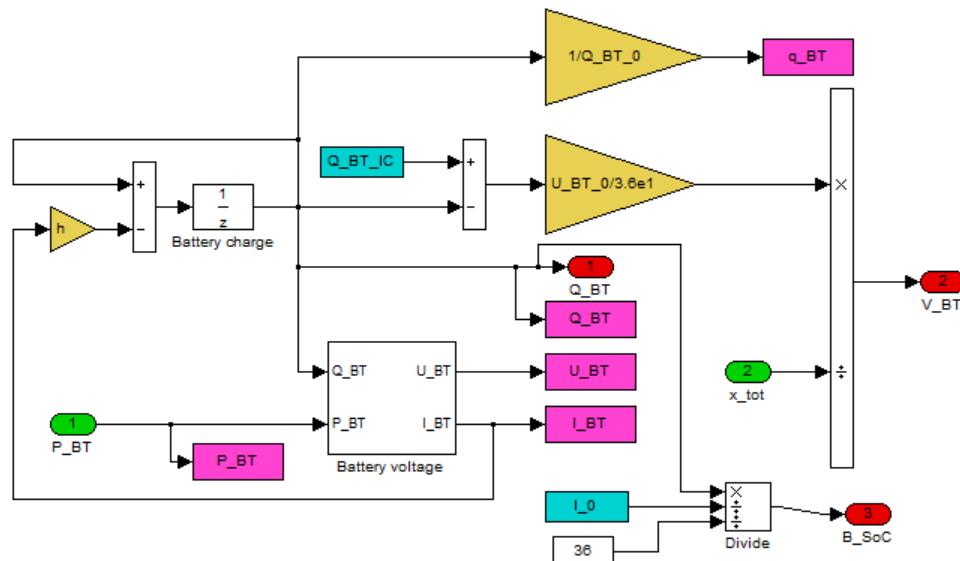


Figura 49. Modelo QSS/Simulink de la batería

III-4. Resultados detallados

En el apartado 2.4.5, destinado al cálculo de consumos de los vehículos diésel y eléctrico, únicamente se indica el valor del mismo en litros de carburante o kilovatios hora de electricidad. Sin embargo, el empleo de la herramienta QSS permite la obtención de muchos más datos relativos al consumo, por ejemplo, puntos de operación de los componentes en cada instante o evolución del estado de carga de la batería. En las siguientes figuras se da muestra de ellos.

Conviene tener en cuenta que el algoritmo de simulación trabaja con un paso de un segundo, por lo que los resultados serán discretos, a pesar de que en algunas de las gráficas se hable de variables instantáneas.

- **Consumo de gasolina/electricidad**

La Figura 50 muestra el consumo instantáneo de combustible en el motor diésel para las tres situaciones estudiadas. Los valores se dan en gramos de combustible por segundo.

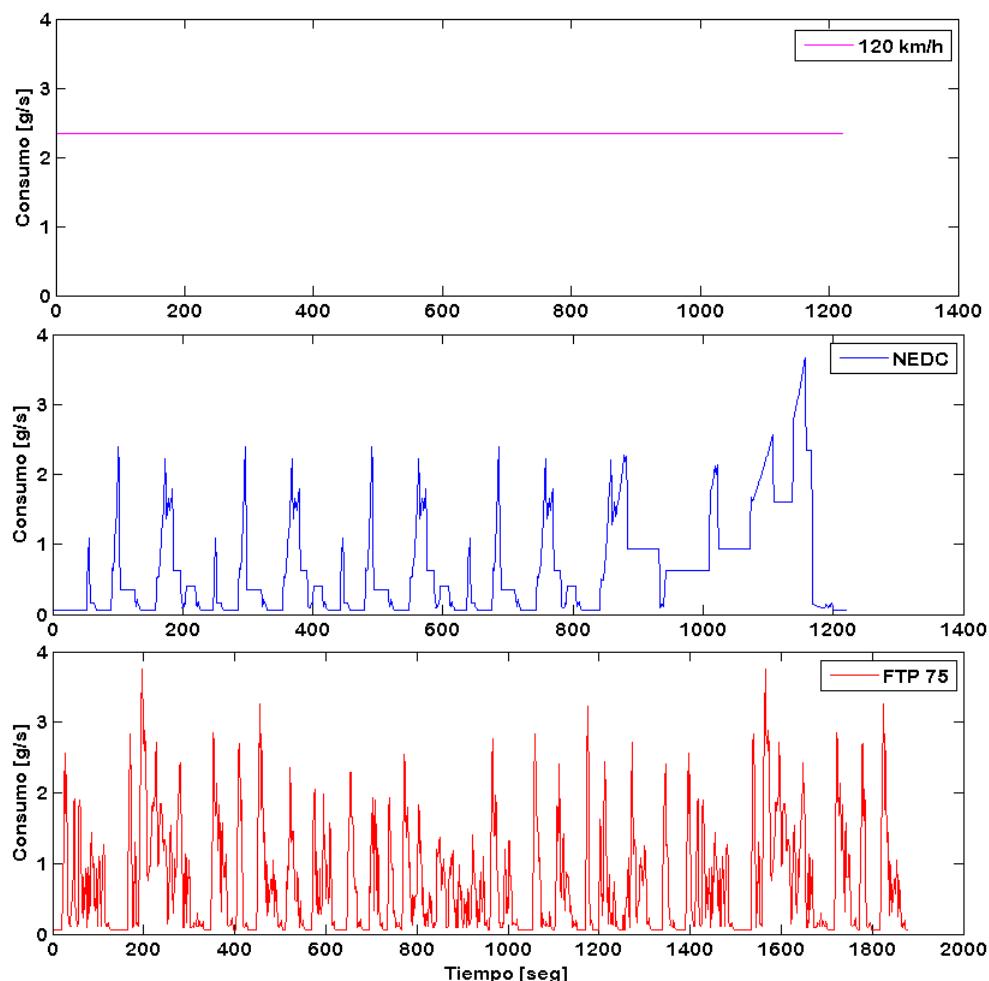


Figura 50. Consumo de combustible instantáneo del motor

El consumo al circular a 120 km/h es constante en todo momento, ya que el motor trabaja en un punto concreto, que es el que permite vencer las resistencias a esa velocidad. En el caso de los ciclos estandarizados, sí que existen oscilaciones en función de la velocidad establecida aunque el rango de valores es muy parecido en ambos, con máximos en torno a 4 g/s.

En la siguiente figura se presenta el consumo que ha sido utilizado para la comparativa de vehículos en el proyecto, el resultado en litros por 100 km recorridos en cada ciclo. Se marca en los recuadros amarillos el valor que se obtiene al terminar el recorrido del ciclo y que es el que se daba en el apartado 2.4.5. Los valores que se van obteniendo a medida que se recorre el ciclo, antes de la finalización del mismo, no poseen demasiado significado. Por ejemplo, aparecen valores superiores a 30 l/100km cuando solo se ha realizado la primera aceleración del ciclo NEDC. Únicamente en caso de realizar esa aceleración de manera continuada a lo largo de 100 km se podría llegar a obtener un consumo tan elevado. Conforme el ciclo va avanzando y tienen lugar frenadas, periodos a velocidad constante o periodos al ralentí el consumo se va estabilizando hasta el resultado final.

Diferente a lo expuesto en el párrafo anterior es la situación en la que se circula a velocidad constante de 120 km/h, ya que el consumo obtenido en el primer instante sí que será representativo para 100 km.

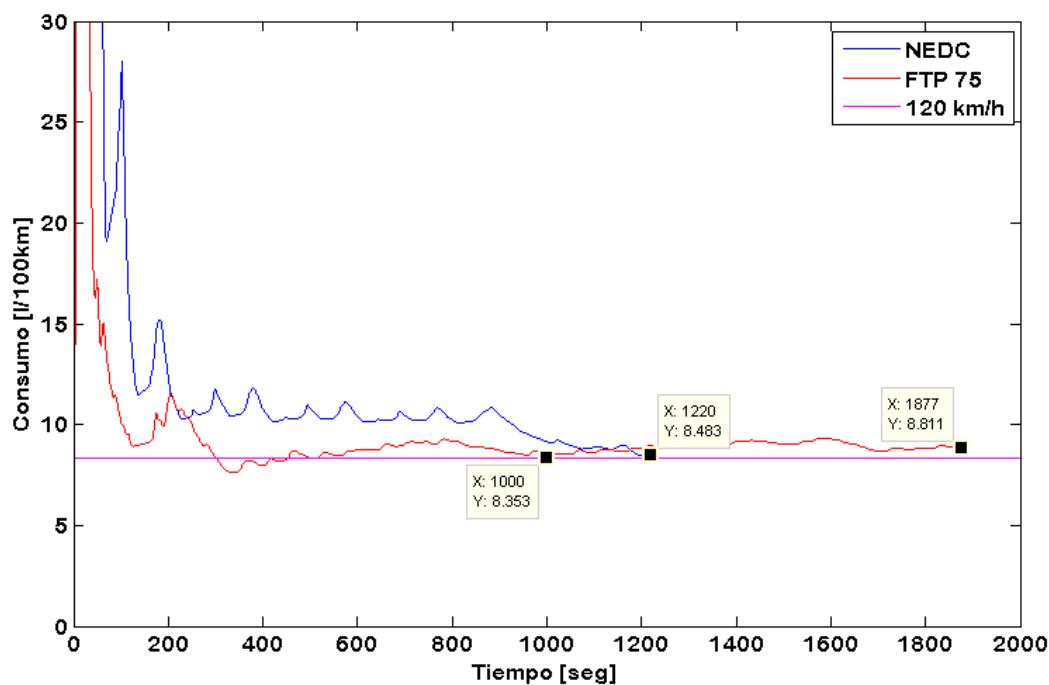


Figura 51. Consumo de combustible acumulado en el vehículo diésel

A continuación se muestra la gráfica equivalente a la anterior para el caso del vehículo eléctrico. Nuevamente, los valores de consumo para los dos ciclos estándar no son representativos hasta que no se ha cubierto la totalidad del ciclo y, por ello, se detalla su valor en los recuadros amarillos.

La mayor diferencia con el vehículo diésel es el consumo obtenido a velocidad constante. Mientras en el diésel el consumo a 120 km/h era más bajo que el obtenido al recorrer los ciclos



estándar, en este caso, a velocidad constante el consumo es el mayor de los tres casos tratados. Ya se han expuesto los motivos de este incremento de consumo en el vehículo eléctrico en el apartado 2.4.5, por lo que no se dan más detalles aquí.

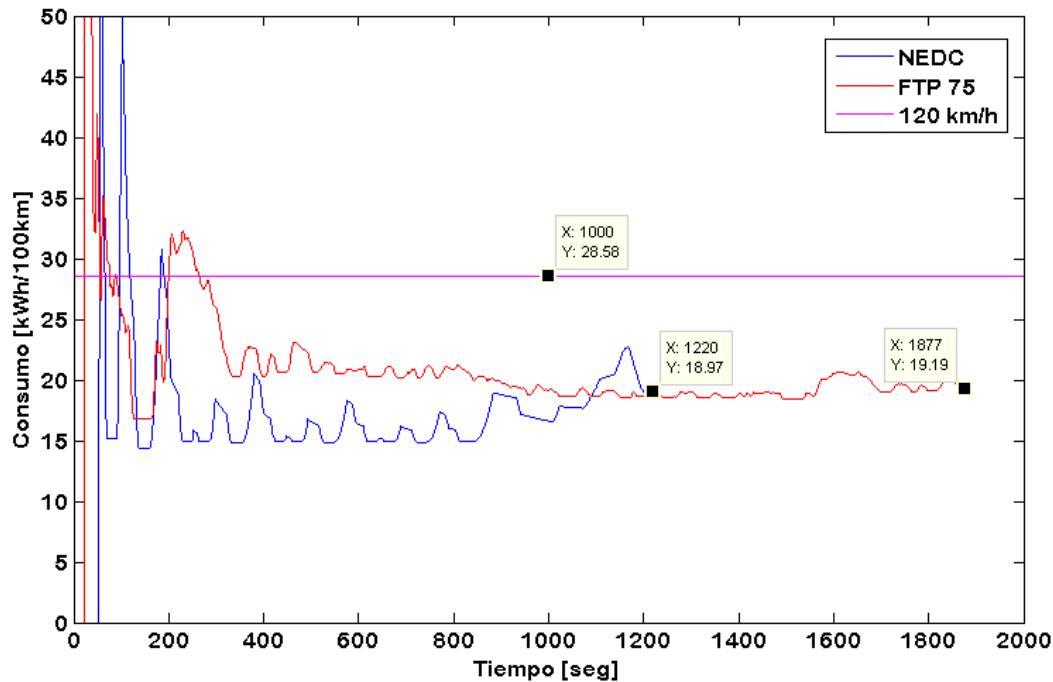


Figura 52. Consumo de electricidad acumulado en el vehículo eléctrico

La Figura 53 muestra la evolución del estado de carga de la batería al recorrer los ciclos estandarizados y a velocidad constante de 120 km/h. Durante cualquiera de los ciclos se produce descarga de batería, pero también existe regeneración de la misma en las frenadas.

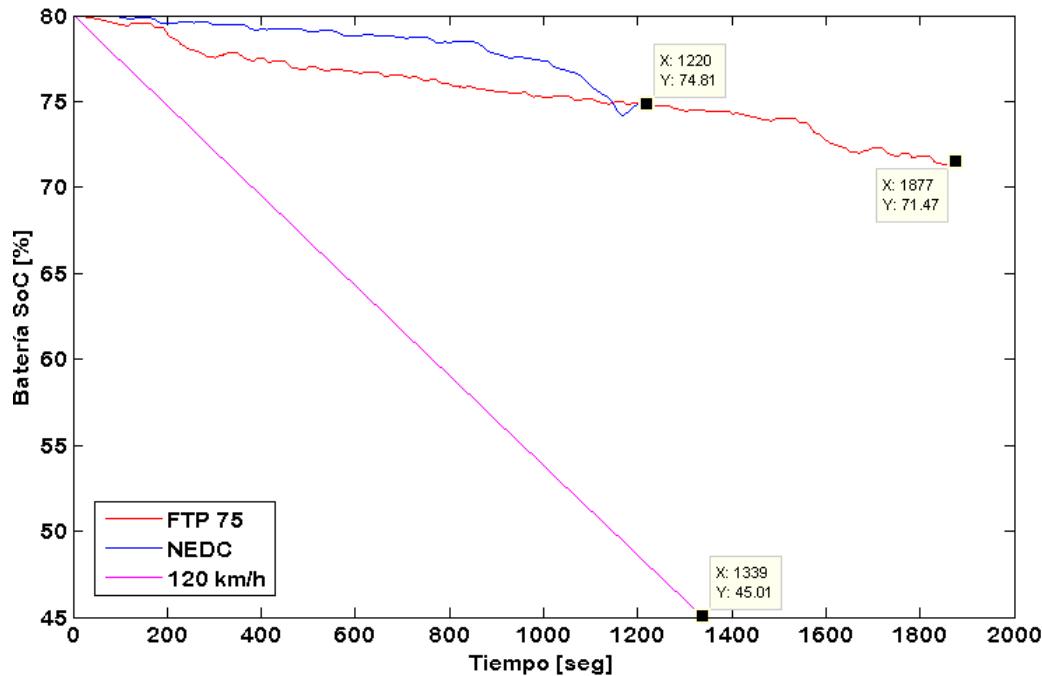


Figura 53. Estado de carga de la batería

En el caso de circular a 120 km/h de manera constante, la descarga es continua, sin opción de recarga para la batería y, además, con un consumo de potencia que hace que la autonomía se ve drásticamente reducida. Para un mismo periodo de conducción de 1200 segundos, a 120 km/h la batería habrá descargado un 37,5% de su carga, mientras que en cualquiera de los ciclos solamente se descargará un 6,25% de la misma.

● Operación del motor en los ciclos seleccionados

En las siguientes seis figuras se muestran los puntos de operación de los motores diésel y eléctrico para los tres casos de consumo estudiados. Resulta interesante comparar las eficiencias del motor diésel con las del eléctrico, siempre más elevadas sea cual sea la circunstancia de conducción.

En el motor eléctrico se pueden apreciar puntos en la zona de par negativo, es decir, con el motor actuando como generador y recargando, por tanto, las baterías. Por el contrario, en el motor diésel se encuentran puntos de bajo par y muy baja eficiencia que lastran el consumo durante los periodos de frenada y las paradas.

También se puede destacar que la disposición de los puntos de trabajo del motor es mucho más aleatoria en el caso del ciclo FTP 75, ya que se trata de un ciclo transitorio. Estos ciclos intentan reproducir la conducción de un vehículo de manera exacta, mientras que los ciclos modales como el NEDC establecen patrones con aceleraciones constantes. De ahí, que los mapas para el ciclo NEDC tengan mucha menor dispersión de puntos.

Ciclo NEDC

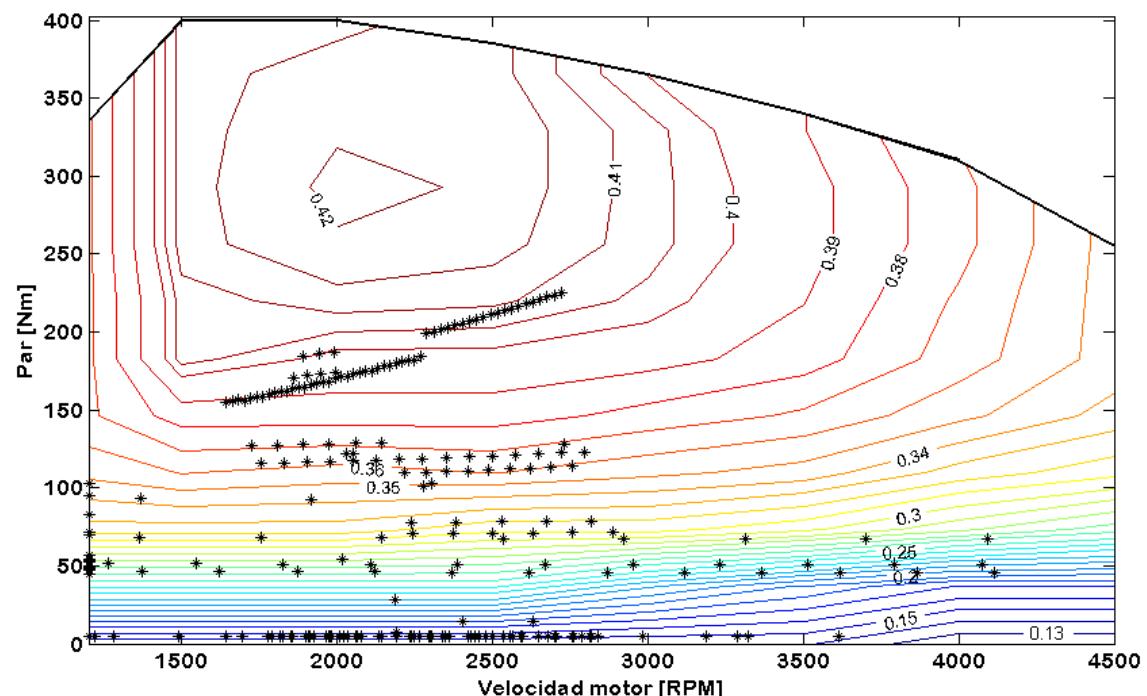


Figura 54. Puntos de operación del motor diésel durante el ciclo NEDC

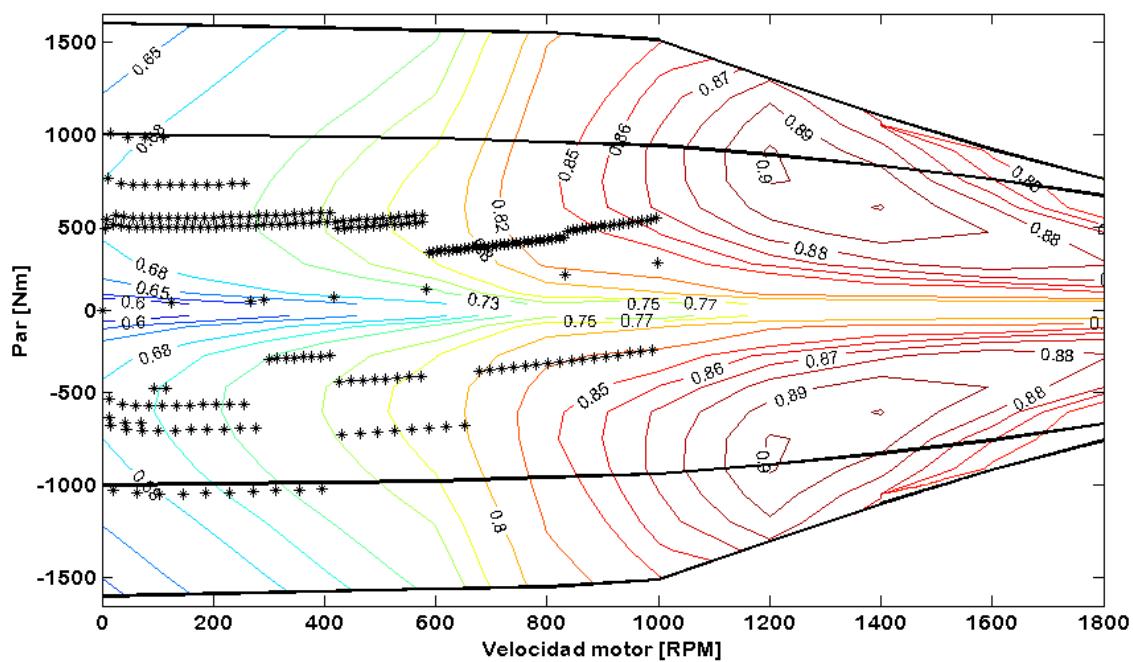


Figura 55. Puntos de operación del motor eléctrico durante el ciclo NEDC

Ciclo FTP75

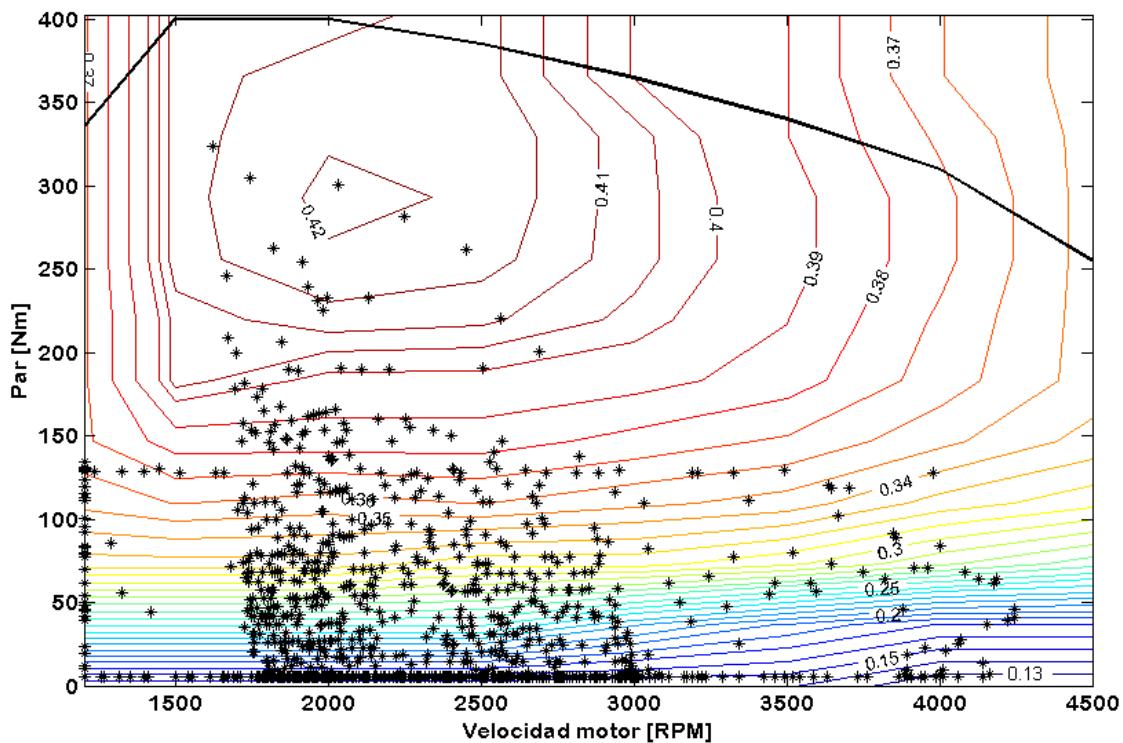


Figura 56. Puntos de operación del motor diésel durante el ciclo FTP 75

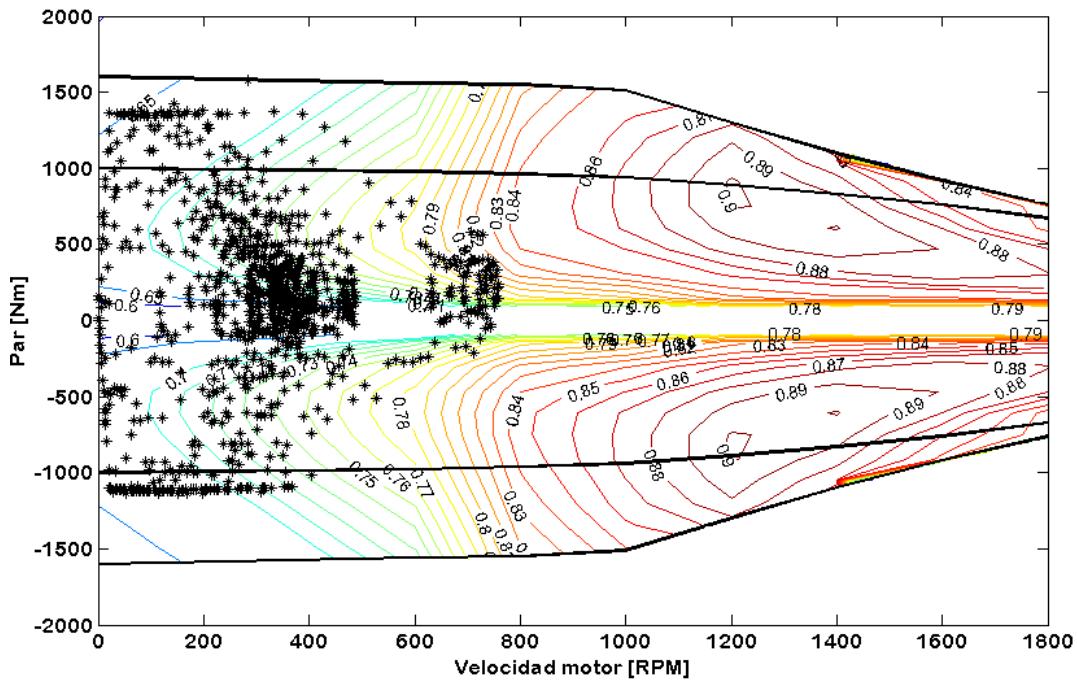
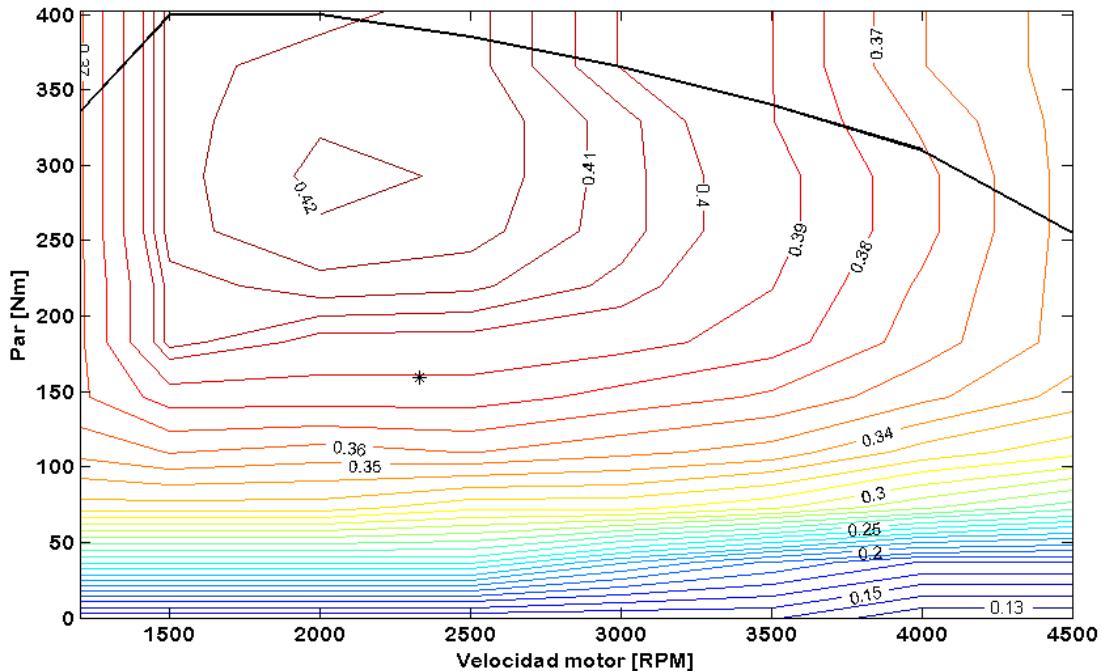


Figura 57. Puntos de operación del motor eléctrico durante el ciclo FTP 75

Velocidad constante 120 km/h

En las dos figuras que hacen referencia al caso de velocidad constante, únicamente se encuentra un punto en el mapa motor, que marcará la eficiencia durante todo el tiempo que se circule a dicha velocidad. De ahí, que el consumo de combustible sea siempre constante para este caso.



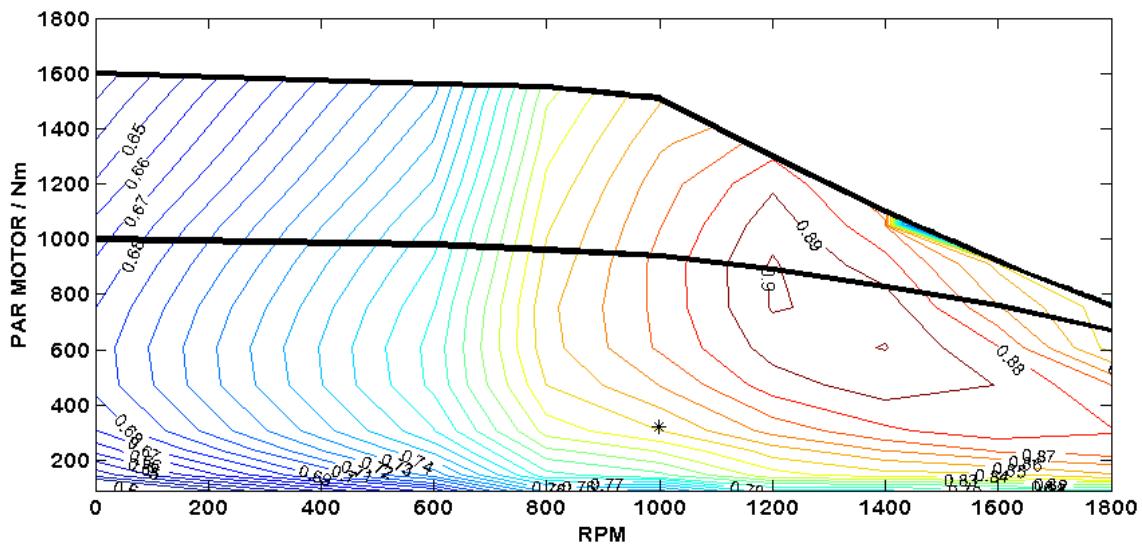


Figura 59. Puntos de operación del motor eléctrico a 120 km/h

Al igual que ocurre en el caso de los ciclos, la eficiencia en el motor eléctrico es mucho mayor que en el diésel. En concreto, podemos situar el punto de operación del motor eléctrico en la línea de eficiencia 84 %, por el 39% que se obtiene en el motor diésel. Sin embargo, los consumos se igualan en ambos motores debido a la ausencia de frenadas que permitan regenerar energía y a la ausencia de paradas con consumo en el motor diésel.



ANEXO IV. Obtención de las funciones de transferencia para el modelo de cuarto de vehículo

Durante el estudio llevado a cabo en el bloque 3 se utiliza el modelo de cuarto de vehículo para analizar la influencia del incremento de masa no suspendida en el vehículo eléctrico. Con este modelo se puede obtener información sobre la dinámica vertical de los vehículos, así como cuantificar el movimiento de las ruedas y la carrocería. Para ello es necesario utilizar herramientas de análisis de sistemas dinámicos sobre el modelo expuesto en la Figura 60. En este Anexo IV se detalla el proceso matemático realizado para obtener las ecuaciones que permiten trabajar con este modelo y obtener representaciones significativas.

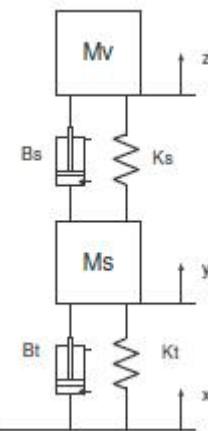


Figura 60. Modelo de cuarto de vehículo

En el modelo de cuarto de vehículo se trabaja con las siguientes variables:

$$M_s = \text{masa no suspendida [kg]}$$

$$M_v = \text{masa suspendida [kg]}$$

$$K_t = \text{Rigidez vertical del neumático [N/m]}$$

$$B_t = \text{Coeficiente de amortiguamiento del neumático [Ns/m]}$$

$$K_s = \text{Rigidez de la suspensión [N/m]}$$

$$B_s = \text{Coeficiente de amortiguamiento de la suspensión [Ns/m]}$$

La representación de los diagramas de Bode y simulaciones temporales realizadas en los apartados 3.3 y 3.4 se obtienen a partir de las funciones de transferencia que relacionan la respuesta de las salidas con la entrada. Este sistema consta de dos grados de libertad, que son el movimiento de las ruedas y el movimiento de la carrocería.



De la segunda ley de Newton se obtienen las ecuaciones dinámicas que gobiernan el sistema:

$$M_s \ddot{y} = K_s(z - y) + B_s(\dot{z} - \dot{y}) - K_t(y - x) - B_t(\dot{y} - \dot{x}) \quad (\text{A-IV.1})$$

$$M_v \ddot{z} = -K_s(z - y) - B_s(\dot{z} - \dot{y}) \quad (\text{A-IV.2})$$

Entrada:

$x(t)$ = perfil de la carretera

Salidas:

$y(t)$ = movimiento vertical de la rueda

$z(t)$ = movimiento vertical de la carrocería

La función de transferencia se define, de forma simplificada, como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida de un sistema y la transformada de la entrada al sistema. Ya se ha mencionado que, por el hecho de tener dos salidas distintas en el sistema, habrá dos funciones de transferencia distintas.

$$Ft_1 = \frac{y}{x} \quad (\text{Respuesta de la rueda})$$

$$Ft_2 = \frac{z}{x} \quad (\text{Respuesta de la carrocería})$$

Si se transforman las dos ecuaciones dinámicas del sistema al dominio de Laplace se obtiene:

$$M_s y s^2 = K_s(z - y) + K_t(x - y) + B_s s(z - y) + B_t s(x - y) \quad (\text{A-IV.3})$$

$$M_v z s^2 = K_s(y - z) + B_s s(y - z) \quad (\text{A-IV.4})$$

Agrupando los términos por variables:

$$y[M_s s^2 + (B_s + B_t)s + (K_s + K_t)] = x(B_t s + K_t) + z(B_s s + K_s) \quad (\text{A-IV.5})$$

$$z(M_v s^2 + B_s s + K_s) = y(B_s s + K_s) \quad (\text{A-IV.6})$$

Para simplificar el manejo de las ecuaciones se van a denotar los polinomios que acompañan a las variables con letras mayúsculas.

$$A = M_s s^2 (B_s + B_t)s + (K_s + K_t)$$

$$B = B_t s + K_t$$

$$C = B_s s + K_s$$

$$D = M_v s^2 + B_s s + K_s$$



De tal manera, que las dos ecuaciones en el dominio de Laplace resultan:

$$yA = xB + zC \quad (\text{A-IV.7})$$

$$zD = yC \quad (\text{A-IV.8})$$

Operando la ecuación A-IV.8 y sustituyendo en la A-IV.7 resulta una ecuación con dos variables únicamente:

$$z \frac{AD}{C} = xB + zC \quad (\text{A-IV.10})$$

De esta ecuación ya se puede obtener la función de transferencia $Ft_2(s)$ que relaciona el movimiento de la masa suspendida con el perfil de la carretera.

$$Ft_2 = \frac{z}{x} = \frac{BC}{AD - C^2} \quad (\text{A-IV.11})$$

$$Ft_1 = \frac{y}{x} = \frac{BD}{AD - C^2} \quad (\text{A-IV.12})$$

Si se sustituyen los polinomios que se habían reemplazado por variables se llega a las funciones de transferencia buscadas:

$$Ft_2 = \frac{B_s B_t s^2 + (K_s B_t + K_t B_s)s + K_s K_t}{M_v M_s s^4 + [M_v(B_s + B_t) + M_s B_s]s^3 + [M_v(K_s + K_t) + B_s(B_s + B_t) + M_s K_s - B_s^2]s^2 + [B_s(K_s + K_t) + K_s(B_s + B_t) - 2B_s K_t]s + [K_s(K_s + K_t) - K_s^2]} \quad (\text{A-IV.13})$$

$$Ft_1 = \frac{M_v B_t s^3 + (M_v K_t + B_s B_t)s^2 + (B_s K_t + B_t K_s)s + K_s K_t}{M_v M_s s^4 + [M_v(B_s + B_t) + M_s B_s]s^3 + [M_v(K_s + K_t) + B_s(B_s + B_t) + M_s K_s - B_s^2]s^2 + [B_s(K_s + K_t) + K_s(B_s + B_t) - 2B_s K_t]s + [K_s(K_s + K_t) - K_s^2]} \quad (\text{A-IV.14})$$

Por último, se van a dar las expresiones anteriores con los coeficientes empleados en cada vehículo, es decir, las funciones que efectivamente se han utilizado para realizar los diagramas de Bode y las simulaciones temporales.

Se puede destacar que tanto la función de transferencia de la carrocería, como la de las ruedas, poseen el mismo denominador, por lo que también serán iguales los polos de ambas funciones. Las diferencias entre el comportamiento de ambos elementos vendrán dadas por la ubicación de los ceros de las funciones de transferencia. También se comentó en el apartado correspondiente que el movimiento vertical de las ruedas y la carrocería están acoplados, por lo que el movimiento de uno afecta al otro y viceversa.



Se recuerdan en la siguiente tabla los parámetros empleados:

	DIÉSEL	ELÉCTRICO
<i>Masa total</i>	2500 kg	2500 kg
<i>Masa suspendida</i>	565 kg	525 kg
<i>Masa no suspendida</i>	60 kg	100 kg
K_s	60000 N/m	
B_s	2500 Ns/m	
K_t	200000 N/m	
B_t	150 Ns/m	

Tabla 13. Parámetros seleccionados para el modelo cuarto de vehículo

Funciones de transferencia de los vehículos:

DIÉSEL

$$Ft_2 = \frac{375000s^2 + 5,09 \cdot 10^8 s + 1,2 \cdot 10^{10}}{33900s^4 + 1,647 \cdot 10^6 s^3 + 1,509 \cdot 10^8 s^2 + 5,09 \cdot 10^8 s + 1,2 \cdot 10^{10}} \quad (\text{A-IV.15})$$

$$Ft_1 = \frac{84750s^3 + 1,134 \cdot 10^8 s^2 + 5,09 \cdot 10^8 s + 1,2 \cdot 10^{10}}{33900s^4 + 1,647 \cdot 10^6 s^3 + 1,509 \cdot 10^8 s^2 + 5,09 \cdot 10^8 s + 1,2 \cdot 10^{10}} \quad (\text{A-IV.16})$$

ELÉCTRICO

$$Ft_2 = \frac{480000s^2 + 8,105 \cdot 10^8 s + 1,75 \cdot 10^{10}}{52500s^4 + 2,079 \cdot 10^6 s^3 + 1,755 \cdot 10^8 s^2 + 8,105 \cdot 10^8 s + 1,75 \cdot 10^{10}} \quad (\text{A-IV.17})$$

$$Ft_1 = \frac{78750s^3 + 1,317 \cdot 10^8 s^2 + 8,105 \cdot 10^8 s + 1,75 \cdot 10^{10}}{52500s^4 + 2,079 \cdot 10^6 s^3 + 1,755 \cdot 10^8 s^2 + 8,105 \cdot 10^8 s + 1,75 \cdot 10^{10}} \quad (\text{A-IV.18})$$

