



**Universidad**  
Zaragoza

## Tesis Doctoral

SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS  
FINITOS DEL COMPORTAMIENTO DE  
ESTRUCTURAS HISTÓRICAS DE FÁBRICA.  
APLICACIÓN AL ESTUDIO DE PATOLOGÍAS  
Y AL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS  
EXISTENTES

Autor

Ayensa Pardo, Alberto

Director/es

Gracia Villa, Luis

Cegoñino Banzo, José

ESCUELA DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

Departamento de Ingeniería Mecánica

2011

**TESIS DOCTORAL**

**SIMULACIÓN MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS  
DEL COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS  
HISTÓRICAS DE FÁBRICA. APLICACIÓN AL  
ESTUDIO DE PATOLOGÍAS Y A LA EVALUACIÓN  
DE ESTRUCTURAS EXISTENTES**

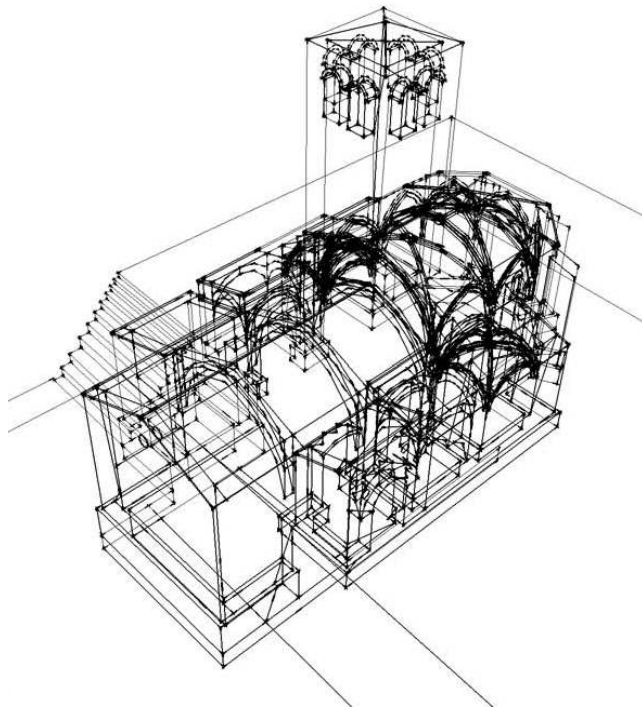
**PRESENTADA POR  
D. ALBERTO AYENSA PARDO  
INGENIERO INDUSTRIAL**

**DIRIGIDA POR  
PROFESOR DR. D. LUIS GRACIA VILLA  
DR. INGENIERO INDUSTRIAL  
PROFESOR DR. D. JOSE CEGOÑO BANZO  
DR. INGENIERO INDUSTRIAL**

**PRESENTADA EN LA  
ESCUELA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA  
UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA**

**PARA LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE  
DOCTOR INGENIERO**

**ZARAGOZA, SEPTIEMBRE 2011**





Don Luis Gracia Villa, Catedrático de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Escuela de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de Zaragoza,

**I N F O R M A** que:

El trabajo realizado bajo su dirección por Don Alberto Ayensa Pardo, y titulado “Simulación mediante elementos finitos del comportamiento de estructuras históricas de fábrica. Aplicación al estudio de patologías ya a la evaluación de estructuras existentes“, para la obtención del Grado de Doctor, ha sido revisado por mí y, cumple los requisitos para ser presentado. Las hipótesis de trabajo, la metodología utilizada, la discusión y las conclusiones son correctas y se ajustan al planteamiento previo a su realización. La bibliografía revisada me parece suficiente y actualizada. Por tanto cumple los requisitos para su presentación ante la Comisión correspondiente.

Lo que firmo en Zaragoza a 1 de septiembre de 2011

Luis Gracia Villa



Don José Cegoñino Banzo, Profesor de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Escuela de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de Zaragoza,

INFORMA que:

El trabajo realizado bajo su dirección por Don Alberto Ayensa Pardo, y titulado “Simulación mediante elementos finitos del comportamiento de estructuras históricas de fábrica. Aplicación al estudio de patologías ya a la evaluación de estructuras existentes“, para la obtención del Grado de Doctor, ha sido revisado por mí y, cumple los requisitos para ser presentado. Las hipótesis de trabajo, la metodología utilizada, la discusión y las conclusiones son correctas y se ajustan al planteamiento previo a su realización. La bibliografía revisada me parece suficiente y actualizada. Por tanto cumple los requisitos para su presentación ante la Comisión correspondiente.

Lo que firmo en Zaragoza a 1 de septiembre de 2011

José Cegoñino Banzo

## *Agradecimientos*

Probablemente esta tesis nunca hubiese podido ser escrita sin la colaboración, apoyo y ánimo de numerosas personas a lo largo de estos últimos años.

Por ello debo agradecer al Dr. Luis Gracia Villa tanto la aportación de la idea inicial, como la ayuda y sugerencias propuestas a lo largo de todo el proceso de investigación. Cada visita a su despacho ha supuesto una inyección de ánimo y nuevos conocimientos.

Merece mostrar mi gratitud al Dr. José Cegoñino Banzo el interés mostrado y su colaboración, que ha sido fundamental para poder realizar los trabajos de campo necesarios para llevar a cabo el proceso de investigación.

No puedo dejar sin citar mi agradecimiento a la Arquitecta Beatriz Jara Beltran Pellicer tanto por su colaboración en los trabajos de campo realizados como por sus continuas sugerencias de mejora en las representaciones gráficas expuestas en esta tesis.

Mi reconocimiento al alcalde D. Ángel Arbués Garasa en representación del pueblo de Piedratajada (Zaragoza), al párroco D. Julián Estaún Garcés y a la diócesis de Jaca por la colaboración mostrada para posibilitar la realización del trabajo de campo, abriéndonos las puertas de su Iglesia de San Sebastián.

Por último y no por ello menos importante, un grato recuerdo de IDOM Ingeniería, Arquitectura y Consultoría por impulsar el comienzo de mis estudios de doctorado y establecer como un objetivo común la realización de esta tesis.

## *Dedicatorias*

A mi padre Andrés,  
mi madre M<sup>a</sup> José,  
mi hermano Armando  
y mi “compañera” Bea.

## *Índice general*

|   |     |
|---|-----|
| <b>Capítulo I.-</b> Objetivos y alcance de la Tesis.....  | 9   |
| I.1.- Objetivos de la Tesis.....  | 11  |
| I.2.- Alcance de la Tesis .....   | 12  |
| <b>Capítulo II.-</b> Estado del arte .....  | 15  |
| II.1.- Análisis y evaluación de estructuras históricas de fábrica .....                             | 17  |
| II.2.- Validación experimental de la estática gráfica aplicada a un arco.....                       | 27  |
| II.3.- Análisis de modelo 1 (pórtico continuo) .....  | 34  |
| II.4.- Análisis de modelo 2 (cúpula).....   | 46  |
| <b>Capítulo III.-</b> Propuesta de metodología para analizar estructuras históricas de fábrica..... | 53  |
| III.1.- Desarrollo de la metodología propuesta.....   | 55  |
| III.2.- Aplicación a caso de modelo 1 (pórtico continuo) .....                                      | 63  |
| III.3.- Aplicación a caso de modelo 2 (cúpula) .....  | 74  |
| III.4.- Analogías entre metodologías a nivel de resultados .....                                    | 87  |
| <b>Capítulo IV.-</b> Aplicación de la metodología propuesta en el análisis de una estructura real.. | 89  |
| IV.1.- Ubicación y descripción de la estructura .....   | 91  |
| IV.2.- Trabajo de campo y definición gráfica de la estructura.....                                  | 94  |
| IV.3.- Desarrollo e implementación del modelo .....   | 107 |
| IV.4.- Resultados y comentarios .....   | 116 |
| <b>Capítulo V.-</b> Conclusiones y desarrollo futuro.....   | 141 |
| VI.1.- Conclusiones.....  | 143 |
| VI.2.- Desarrollo futuro.....   | 148 |
| <b>Bibliografía</b> .....   | 151 |
| <b>Anexo I. -</b> Autorización de la diócesis de Jaca .....   | 161 |



---

## ***Índice de tablas***

### **Capítulo I**

### **Capítulo II**

**Tabla II.1.** *Resistencias mecánicas y peso específico de las piedras (Delbecq, 1893)*

**Tabla III.2.** *Coefficientes y ángulo de rozamiento entre las piedras (Navier, 1826)*

### **Capítulo II**

**Tabla III.1.** *Coefficientes parciales de seguridad en estructuras históricas de fábrica*

**Tabla III.2.** *Parámetros a emplear en la “ecuación de Ohler”*

### **Capítulo IV**

**Tabla IV.1.** *Coefficientes de simultaneidad de las acciones que afectan a la estructura de fábrica a analizar.*

### **Capítulo V**

# Índice de figuras

## Capítulo I

## Capítulo II

- Fig. II.1.** Definición del arco “real” y su arco límite con la línea de empujes que actúa en ellos.
- Fig. II.2.** Construcción del polígono antifunicular de fuerzas en un arco sometido a su peso propio.
- Fig. II.3.** Obtención de la línea de empujes en un arco a partir del polígono antifunicular de fuerzas.
- Fig. II.4.** Deducción de la fisuración en las juntas de un arco estudiando la línea de empujes.
- Fig. II.5.** Distribución de la presión debida al contacto entre piezas de fábrica.
- Fig. II.6.** Cúpula dividida en gajos tras aplicar el “método de los cortes”.
- Fig. II.7.** Gajo extraído de una cúpula a la que se le ha aplicado el “método de los cortes” para ser analizada.
- Fig. II.8.** Esquema del proceso teórico actual de estructuras históricas de fábrica.
- Fig. II.9.** Montaje de los experimentos empleados para validar la estática gráfica aplicada a un arco de fábrica.
- Fig. II.10.** Desarrollo del experimento con el que se obtiene el polígono antifunicular de fuerzas real de un arco.
- Fig. II.11.** Desarrollo del experimento con el que se deduce la posición de la línea de empujes real de un arco.
- Fig. II.12.** Aplicación del “método de los cortes” a la estructura modelo a analizar.
- Fig. II.13.** Sección a analizar de la estructura modelo: acotada y con las cargas que le aplican representadas.
- Fig. II.14.** Línea de empujes que actúa sobre la sección y por tanto sobre la estructura modelo.
- Fig. II.15.** Aplicación de la estática gráfica en los diferentes elementos de la sección (Bóveda, Estribos y Arbotantes) para obtener la línea de empujes que actúa en cada elemento.
- Fig. II.16.** Superposición de la línea de empujes calculada y el núcleo central de inercia de las piezas que componen la estructura modelo para deducir las juntas que se fisuran.
- Fig. II.17.** Diagrama de momentos flectores obtenidos en el cálculo elástico de la estructura modelo.
- Fig. II.18.** Diagrama de esfuerzos cortantes obtenidos en el cálculo elástico de la estructura modelo.
- Fig. II.19.** Diagrama de esfuerzos axiales obtenidos en el cálculo elástico de la estructura modelo.
- Fig. II.20.** Determinación de la línea de empujes analizando los resultados del cálculo elástico de la estructura.
- Fig. II.21.** Comparación de las líneas de empujes obtenidas con la estática gráfica y el cálculo elástico.
- Fig. II.23.** Determinación del coeficiente de rozamiento necesario para evitar el deslizamiento entre piezas analizando los resultados del cálculo elástico de la estructura.
- Fig. II.24.** Aplicación del “método de los cortes” a la cúpula modelo a analizar.
- Fig. II.25.** Sección a analizar de la cúpula modelo: acotada y con las cargas que le aplican representadas.
- Fig. II.26.** Línea de empujes que actúa sobre la sección y por tanto sobre la cúpula modelo.
- Fig. II.27.** Aplicación de la estática gráfica en la sección para obtener la línea de empujes que actúa en la cúpula.
- Fig. II.28.** Superposición de la línea de empujes calculada y el núcleo central de inercia de las piezas que componen la cúpula modelo para deducir las juntas que se fisuran.
- Fig. II.29.** Fisuración meridional de la cúpula.

**Fig. II.30.** *Superposición de la línea de empujes obtenida para la bóveda de la estructura modelo y la obtenida para la cúpula modelo.*

### Capítulo III

**Fig. III.1.** *Fisuración típica en bases de estribos de fábrica histórica.*

**Fig. III.2.** *Estructura modelo y definición del tramo longitudinal a analizar.*

**Fig. III.3.** *Alzado del tramo a analizar: acotado y con las cargas que le aplican representadas.*

**Fig. III.4.** *Mallado de los bloques de la estructura y su ensamblaje formando el modelo de elementos finitos a analizar.*

**Fig. III.5.** *Mallado de la cimentación y su ensamblaje en el modelo de elementos finitos a analizar.*

**Fig. III.6.** *Representación gráfica de la tensión principal a la que está sometida la estructura modelo.*

**Fig. III.7.** *Superposición de la línea de empujes de la Fig. II.15 sobre la gráfica de la figura III.6.*

**Fig. III.8.** *Representación gráfica de la fisuración de las juntas de la estructura modelo.*

**Fig. III.9.** *Reacciones verticales nodales obtenidas en la base de la cimentación de la estructura..*

**Fig. III.10.** *Reacciones (verticales+horizontales) obtenidas en la base de la cimentación de la estructura.*

**Fig. III.11.** *Cúpula modelo y piezas que la componen.*

**Fig. III.12.** *Definición de la cúpula modelo a analizar: acotada y con las cargas que le aplican representadas.*

**Fig. III.13.** *Mallado de los bloques de la cúpula y su ensamblaje formando el modelo de elementos finitos a analizar.*

**Fig. III.14.** *Mallado de la cimentación y su ensamblaje en el modelo de elementos finitos a analizar.*

**Fig. III.15.** *Representación gráfica de la tensión principal a la que está sometida la cúpula modelo.*

**Fig. III.16.** *Superposición de la línea de empujes de la Fig. II.26 sobre la gráfica de la sección de la figura III.15.*

**Fig. III.17.** *Representación gráfica de la fisuración de las juntas de la cúpula modelo.*

**Fig. III.18.** *Reacciones verticales nodales obtenidas en la base de la cimentación de la cúpula.*

**Fig. III.19.** *Reacciones (verticales+horizontales) obtenidas en la base de la cimentación de la cúpula.*

### Capítulo IV

**Fig. IV.1.** *Localización de la iglesia a analizar de San Sebastián situada en Piedratajada (Zaragoza).*

**Fig. IV.2.** *Fotografías del exterior de la iglesia de San Sebastián.*

**Fig. IV.3.** *Fotografías del interior de la iglesia de San Sebastián.*

**Fig. IV.4.** *Plano de emplazamiento de la iglesia.*

**Fig. IV.5.** *Plano de planta de cubiertas de la iglesia.*

**Fig. IV.6.** *Plano de alzado este de la iglesia.*

**Fig. IV.7.** *Plano de alzado oeste de la iglesia.*

**Fig. IV.8.** *Plano de alzado norte de la iglesia.*

**Fig. IV.9.** *Plano de alzado sur de la iglesia.*

- Fig. IV.10.** *Plano de planta del interior de la iglesia y su estructura..*
- Fig. IV.11.** *Plano con la sección transversal a la nave A-A' definida en la figura IV.10.*
- Fig. IV.12.** *Plano con la sección transversal a la nave B-B' definida en la figura IV.10.*
- Fig. IV.13.** *Plano con la sección longitudinal a la nave C-C' definida en la figura IV.10.*
- Fig. IV.14.** *Plano con la sección longitudinal a la nave D-D' definida en la figura IV.10.*
- Fig. IV.15.** *Vistas del modelo tridimensional que representa la estructura de fábrica de la iglesia a analizar.*
- Fig. IV.16.** *Vistas de los bloques ensamblados que componen el pórtico y la bóveda a analizar.*
- Fig. IV.17.** *Vistas de los bloques ensamblados y mallados que componen el pórtico y la bóveda a analizar.*
- Fig. IV.18.** *Representación gráfica de la tensión principal a la que está sometido el pórtico.*
- Fig. IV.19.** *Aplicación de la estática gráfica en el pórtico a analizar para obtener la línea de empujes que actúa en la estructura.*
- Fig. IV.20.** *Superposición de la línea de empujes obtenida en la figura IV.19 sobre la figura IV.18.*
- Fig. IV.21.** *Superposición de la línea de empujes obtenida en la figura IV.19 sobre la representación gráfica de la tensión principal a la que está sometido el pórtico calculado sin plementería.*
- Fig. IV.22.** *Representación gráfica de la deformada del pórtico (no hay fisuración en las juntas).*
- Fig. IV.23.** *Representación gráfica de la fisuración de las juntas del pórtico cuando es sometido a un asiento de 25 mm..*
- Fig. IV.24.** *Representación esquemática de las "bielas" en situación de equilibrio que se forman cuando el pórtico es sometido a un asiento relativo en su cimentación de 25 mm.*
- Fig. IV.25.** *Superposición de la línea de empujes obtenida en la figura IV.19 y desplazada para formar las articulaciones de fisuración que unen las bielas de la figura IV.24 sobre la representación gráfica de la tensión principal a la que está sometido el pórtico cuando es sometido a un asiento relativo en su cimentación de 25 mm.*
- Fig. IV.26.** *Representación gráfica de la tensión principal (mínima y máxima) a la que está sometido el pórtico cuando es sometido a un asiento relativo en su cimentación de 100 mm y además, la fábrica puede plastificar por aplastamiento o fisurar por tracciones excesivas.*
- Fig. IV.27.** *Representación gráfica de la plastificación que se produce en la fábrica del pórtico cuando éste es sometido a un asiento relativo en su cimentación de 100 mm.*
- Fig. IV.28.** *Vistas de los bloques ensamblados y mallados que componen el pórtico y los refuerzos dispuestos.*
- Fig. IV.29.** *Representación gráfica de la tensión principal a la que está sometido el pórtico reforzado.*
- Fig. IV.30.** *Representación gráfica de la plastificación que se produce en la fábrica del pórtico reforzado.*
- Fig. IV.31.** *Reacciones nodales obtenidas en la base de la cimentación del pórtico.*
- Fig. IV.32.** *Representación gráfica de la tensión principal a la que está sometida la bóveda.*
- Fig. IV.33.** *Patologías típicas que presentan las bóvedas de crucería.*
- Fig. IV.34.** *Representación gráfica de la fisuración de las juntas de la bóveda.*
- Fig. IV.35.** *Superposición de la línea de empujes obtenida para el nervio crítico de la bóveda sobre la figura IV.29 donde se muestra la tensión principal a la que esta sometido dicho nervio.*
- Fig. IV.33.** *Reacciones nodales obtenidas en la base de la cimentación de la bóveda.*

## Capítulo V

## Nomenclatura

### Mayúsculas latinas

|                        |  |
|------------------------|--|
| <b>S</b>               | <i>Superficie.</i>   |
| <b>L</b>               | <i>Distancia entre dos puntos considerados.</i>                            |
| <b>H</b>               | <i>Altura de la junta entre piezas.</i>                                    |
| <b>B</b>               | <i>Base de la junta entre piezas.</i>                                      |
| <b>E<sub>dif</sub></b> | <i>Módulo de deformación longitudinal de la fábrica a tiempo infinito.</i> |
| <b>E<sub>p</sub></b>   | <i>Módulo de deformación longitudinal de las piezas.</i>                   |
| <b>E<sub>m</sub></b>   | <i>Módulo de deformación longitudinal del mortero.</i>                     |
| <b>I</b>               | <i>Momento de inercia de segundo orden.</i>                                |
| <b>R<sub>a</sub></b>   | <i>Reacción en el arbotante.</i>   |
| <b>R<sub>e</sub></b>   | <i>Reacción en el estribo.</i>   |
| <b>R<sub>t</sub></b>   | <i>Reacción en el tambor.</i>  |
| <b>F<sub>c</sub></b>   | <i>Fuerza que representa la presión debida al contacto.</i>                |
| <b>N</b>               | <i>Esfuerzo axil.</i>  |
| <b>V</b>               | <i>Esfuerzo cortante.</i>  |
| <b>M</b>               | <i>Momento flector.</i>  |
| <b>N*</b>              | <i>Esfuerzo axil mayorado.</i>   |
| <b>V*</b>              | <i>Esfuerzo cortante mayorado.</i>   |
| <b>M*</b>              | <i>Momento flector mayorado.</i>   |

### Minúsculas latinas

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <b>c</b>                         | <i>Cohesión de la interfaz pieza – mortero. Igual a <math>f_{v0}</math>.</i>                  |
| <b>e</b>                         | <i>Excentricidad</i>  |
| <b>c.d.g.</b>                    | <i>Centro de gravedad</i>   |
| <b>f</b>                         | <i>Resistencia a compresión de la fábrica</i>   |
| <b>f<sub>p</sub></b>             | <i>Resistencia a compresión uniaxial de las piezas</i>  |
| <b>f<sub>p</sub><sup>o</sup></b> | <i>Resistencia a compresión de las piezas en presencia de tracciones transversales</i>        |
| <b>f<sub>m</sub></b>             | <i>Resistencia a compresión uniaxial del mortero</i>  |
| <b>f<sub>m</sub><sup>o</sup></b> | <i>Resistencia a compresión del mortero en presencia de compresiones transversales</i>        |
| <b>f<sub>tp</sub></b>            | <i>Resistencia a tracción uniaxial de las piezas</i>  |
| <b>f<sub>v</sub></b>             | <i>Resistencia al deslizamiento de la pieza.</i>  |
| <b>f<sub>v0</sub></b>            | <i>Resistencia al deslizamiento de la pieza en ausencia de tensiones normales. Igual a c.</i> |
| <b>g</b>                         | <i>Acción gravitatoria.</i>   |
| <b>x</b>                         | <i>Eje cartesiano. Profundidad de la fibra neutra en flexión.</i>                             |
| <b>y</b>                         | <i>Eje cartesiano.</i>  |
| <b>z</b>                         | <i>Eje cartesiano.</i>  |

### Minúsculas griegas

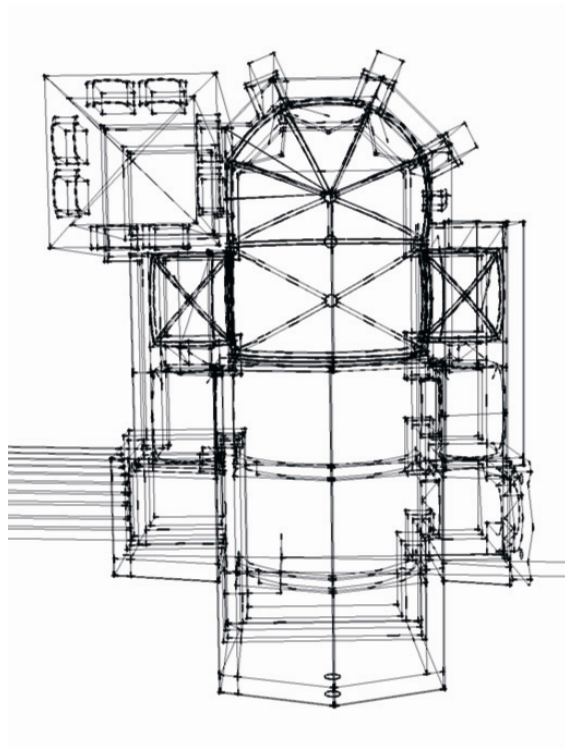
|                          |  |
|--------------------------|--|
| <b>∞</b>                 | <i>Espesor relativo de las juntas de la fábrica.</i>       |
| <b>ε</b>                 | <i>Deformación unitaria longitudinal.</i>                  |
| <b>δ<sub>vert</sub></b>  | <i>Desplazamiento vertical.</i>                            |
| <b>δ<sub>horiz</sub></b> | <i>Desplazamiento horizontal.</i>                          |
| <b>γ</b>                 | <i>Coefficiente parcial de seguridad. Peso específico.</i> |
| <b>μ</b>                 | <i>Coefficiente de rozamiento estático.</i>                |
| <b>ν</b>                 | <i>Coefficiente de Poisson.</i>                            |
| <b>θ</b>                 | <i>Ángulo.</i>   |
| <b>σ</b>                 | <i>Tensión normal.</i>                                     |
| <b>σ<sub>1</sub></b>     | <i>Tensión principal mayor (máxima tracción).</i>          |
| <b>σ<sub>2</sub></b>     | <i>Tensión principal intermedia.</i>                       |
| <b>σ<sub>3</sub></b>     | <i>Tensión principal menor (máxima compresión).</i>        |
| <b>τ</b>                 | <i>Tensión tangencial.</i>                                 |
| <b>φ</b>                 | <i>Ángulo de rozamiento interno de la fábrica.</i>         |

---

## **CAPÍTULO I**

### **OBJETIVOS Y ALCANCE DE LA TESIS**

---



## I.1.- Objetivos de la Tesis

El objetivo principal de la presente tesis doctoral es establecer una metodología que permita realizar el análisis de estructuras históricas de fábrica mediante el empleo de herramientas de cálculo más avanzadas que las que se emplean en la actualidad (la estática gráfica) de modo que permita al calculista obtener mucha más información acerca de la situación y el comportamiento de la estructura en estudio. Con ello se puede obtener no sólo el “coeficiente de seguridad geométrico” con el que cuenta una determinada estructura de fábrica cuando es sometida a una serie de acciones, sino que también pueden conocerse otros muchos parámetros tales como las fisuras que aparecen en las juntas entre piezas, la tensión a la que están sometidos los elementos que componen la fábrica e incluso se puede predecir la influencia de la colocación de determinados refuerzos en la estructura, el efecto del sellado de sus juntas o el resultado de la aparición de determinados asientos en la cimentación. En definitiva, empleando la nueva metodología propuesta el calculista puede evaluar la seguridad de una estructura histórica de fábrica con mayor fiabilidad que si aplica la metodología actual que tan sólo aporta el nivel de estabilidad frente al equilibrio de las piezas de la fábrica con respecto a la situación de colapso, sin considerar la posibilidad de asientos en la cimentación, cesión de los estribos, concentraciones de tensiones en zonas críticas, etc. Además, la metodología propuesta permite al calculista decidir la medida correctora adecuada para reforzar la estructura como sea requerido.

La nueva metodología propuesta subyace en la ausencia de normativa específica que regule la seguridad que deben cumplir los edificios histórico/monumentales de fábrica, ya que ni el Código Técnico de la Edificación, con su documento CTE-SE-F, ni el Eurocódigo, con su documento UNE EN 1996-1-1:2005, aportan información al respecto. Por otro lado, la metodología de análisis actual desarrollada por el profesor Jackes Heyman, basada en el análisis límite, emplea la estática gráfica como herramienta de cálculo para obtener las líneas de empujes y el “coeficiente de seguridad geométrico” de la estructura, pero deja escapar una gran variedad de posibles verificaciones que admiten el empleo de técnicas más modernas tales como el modelado tridimensional en CAD de la estructura y el método de los elementos finitos como herramienta de cálculo.



## I.2.- Alcance de la Tesis

La presente memoria, que recoge una descripción resumida de todo el trabajo llevado a cabo durante el desarrollo de la Tesis, comprende los siguientes capítulos:

### - *Capítulo I*

Se establecen los objetivos de la Tesis y se define su alcance.

### - *Capítulo II*

Se define el estado del arte de la cuestión desarrollando el procedimiento que se sigue actualmente en el análisis de estructuras históricas de fábrica para su posterior evaluación. Se expone el fundamento teórico del procedimiento: el análisis límite basado en el teorema del límite superior, teorema del límite inferior y teorema de la unicidad. Además, se explican los criterios planteados por el “método de los cortes” desarrollado por Jackes Heyman para poder aplicar la estática gráfica como herramienta de cálculo de estructuras de fábrica.

A continuación se expone el resultado de dos experimentos que confirman la cercanía de los criterios de la metodología actual al comportamiento real de un arco de medio punto.

Por último, se aplica el procedimiento actual en el análisis de la estabilidad de un pórtico modelo (compuesto por una bóveda de cañón sobre dos estribos contrarestados por dos arbotantes) y de una cúpula.

### - *Capítulo III*

Se desarrolla la nueva metodología propuesta para analizar estructuras históricas de fábrica. Se establecen los criterios a considerar en la realización del modelo que representa la estructura en estudio. Se indica cómo debe realizarse la preparación, el ensamblaje y el mallado del modelo, así como las condiciones de contacto y contorno,

las propiedades de los materiales, etc. a asignar al modelo para obtener resultados fidedignos empleando el método de los elementos finitos conforme al comportamiento de la fábrica histórica. También se especifica el procedimiento adecuado para interpretar los resultados obtenidos a partir del cálculo por elementos finitos y así evaluar correctamente la seguridad de la estructura en estudio.

Por último, se aplica la nueva metodología propuesta en este capítulo para realizar el análisis de la estabilidad del pórtico modelo y de la cúpula, que ya han sido definidas y analizadas en el capítulo anterior mediante la metodología actual (estática gráfica), para terminar comparando los resultados obtenidos entre ambos métodos.

#### - *Capítulo IV*

Se aplica la nueva metodología propuesta en el análisis de una estructura real: la estructura de la Iglesia de San Sebastián, situada en Piedratajada (Zaragoza). En primer lugar se describe arquitectónicamente y se define su geometría en planos tras realizar un levantamiento “in situ”. Posteriormente se evalúa la seguridad de la estructura histórica de fábrica de la iglesia aplicando la metodología propuesta en el capítulo anterior. Para ello, se analizan las dos áreas más importantes de la estructura: por un lado, uno de los pórticos que componen la nave principal y, por otro, la bóveda de crucería incluyendo el ábside y los estribos. Además, los resultados más básicos obtenidos por este procedimiento son comparados con los que se obtienen de un análisis mediante la estática gráfica.

#### - *Capítulo V*

Se redactan las conclusiones extraídas de la aplicación de la metodología propuesta en la presente tesis empleada para evaluar la seguridad de diferentes estructuras históricas de fábrica (dos modelos y una real). También se destaca la similitud en determinados resultados al aplicar ambas metodologías (la propuesta y la utilizada actualmente).

Por último, se determina una serie de posibles líneas futuras de desarrollo de la metodología propuesta en esta tesis con objeto de mejorar la fiabilidad de los

resultados obtenidos y de aumentar las posibilidades que aporta su aplicación basada en el método de los elementos finitos bajo una serie de restricciones.

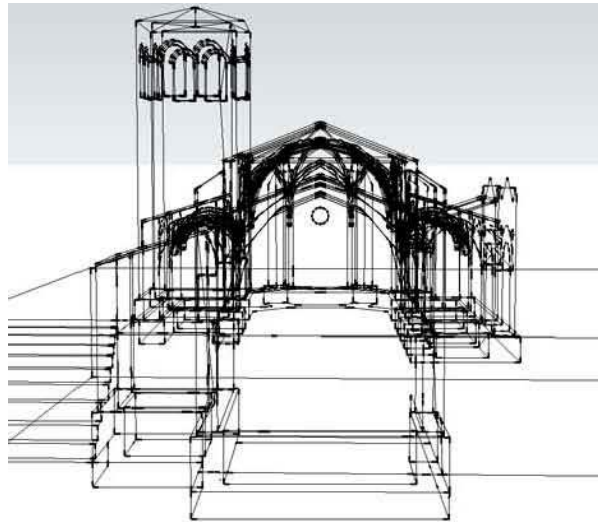
Finalmente, se incluye un apartado de bibliografía donde se incluyen las principales referencias consultadas para el desarrollo de la presente Tesis.

---

## **CAPÍTULO II**

### **ESTADO DEL ARTE**

---



## II.1.- Análisis y evaluación de estructuras históricas de fábrica

En la actualidad, el análisis teórico empleado para realizar la evaluación de estructuras históricas de fábrica está basado en el estudio comparativo de la situación de equilibrio en la que se encuentra la estructura al ser sometida a una serie de acciones con respecto a sus límites de estabilidad. Para realizar este análisis se emplean las ecuaciones de equilibrio, pero no las de compatibilidad y comportamiento. De modo que en el resultado solo tiene influencia la geometría de la estructura, el valor de las acciones a que está sometida (su peso propio, viento, nieve, sobrecarga debida a labores de mantenimiento, etc.) y las restricciones consideradas en sus apoyos. No influyen ni la rigidez de los elementos que componen la estructura ni la elasticidad de sus piezas. El resultado del citado análisis teórico es el “coeficiente de seguridad geométrico”, un indicador de la estabilidad de la estructura analizada al ser sometida a una serie de acciones. No se consideran ni la deformada de la estructura ni el estado tensional de sus piezas. En general, las estructuras históricas de fábrica se pueden considerar seguras cuando se obtienen coeficientes de seguridad geométricos iguales o superiores a 2, aunque este valor puede variar según la tipología estructural y el criterio del calculista.

Las acciones que actúan sobre las estructuras vienen definidas por la normativa vigente. En la actualidad el Código Técnico de la Edificación CTE SE-AE y el Eurocódigo UNE EN 1991. Las acciones se clasifican en permanentes (peso propio, empuje del terreno..etc.), variables (acción del viento, sobrecarga de nieve, sobrecarga de uso, acción térmica, etc.) y accidentales (acción sísmica, impactos, etc.). De la combinación de éstas se obtienen las cargas que actúan sobre la estructura, unas estabilizadoras y otras desestabilizadoras. Para obtener estas combinaciones se emplean los coeficientes de simultaneidad y los coeficientes de mayoración, que varían según se considere la estructura expuesta a una situación persistente o transitoria o a una situación accidental. Los valores de estos coeficientes se indican igualmente en la normativa vigente. En la actualidad en el Código Técnico de la Edificación CTE SE y el Eurocódigo UNE EN 1990.

La base fundamental del análisis teórico de estructuras históricas de fábrica descrito anteriormente es la “teoría del análisis límite”. Ésta fue aplicada por primera vez a estructuras

de fábrica por el profesor Jacques Heyman en 1966 mediante la publicación de su artículo “The stone skeleton”. Esta teoría está basada en tres teoremas fundamentales:

- Teorema de la unicidad: que establece que la carga de colapso es única.
- Teorema del límite superior (o teorema de la inseguridad): el cual indica que para un cierto mecanismo de colapso elegido aleatoriamente, la carga calculada que lo provoca es igual o superior a la carga de colapso real. En términos de análisis de estructuras de fábrica, esto significa que si para una situación de cargas, la línea de empujes forma las suficientes articulaciones de agrietamiento (o rótulas plásticas) para que la estructura se comporte como un mecanismo cinemáticamente admisible, esa situación de cargas será una situación de cargas de colapso, es decir, la estructura se hundirá.
- Teorema del límite inferior (o teorema de la seguridad): establece que si para un cierto valor de carga que no viole la condición de cedencia del material es posible encontrar un estado de esfuerzos internos en equilibrio, esta carga será inferior a la de colapso. En términos de análisis de estructuras de fábrica, esto se traduce en que si para una situación de cargas la línea de empujes está contenida en toda su longitud dentro de la sección que compone el elemento estructural de fábrica, se puede afirmar que para esa situación de cargas, la estructura se encuentra en una situación de equilibrio estáticamente admisible, es decir, esta no se hundirá.

En definitiva, si se encuentra una situación de cargas que actuando sobre una estructura de fábrica cumpla simultáneamente los teoremas del límite superior e inferior, considerando el teorema de la unicidad (que indica que la carga de colapso es única), se puede afirmar que esa será la carga de colapso real de la estructura.

La aplicación de la teoría del análisis límite en estructuras de fábrica requiere la resolución previa de las ecuaciones de equilibrio. Esto se puede realizar analíticamente empleando métodos numéricos o gráficamente mediante la aplicación de la “estática gráfica”, lo que requiere considerar las siguientes hipótesis de partida:

- Las piezas de fábrica son incompresibles: Se comportan como sólidos rígidos (lo cual es factible debido al estado tensional tan bajo al que son sometidas las piezas).
- La resistencia a la tracción de la fábrica es nula: El mortero de las juntas no garantiza la cohesión entre piezas (ya que la resistencia a tracción del mortero es despreciable).
- El deslizamiento es imposible: El coeficiente de rozamiento, generalmente alto, entre piezas es suficiente para resistir el esfuerzo rasante que actúa entre ellas (rara vez el fallo de una estructura histórica de fábrica se produce por deslizamiento).

En los ejemplos expuestos en capítulos posteriores de esta tesis se ha empleado la estática gráfica para resolver las ecuaciones de equilibrio. El resultado obtenido es una línea de empujes que comparándola con la geometría de la estructura se obtiene el ya citado “coeficiente de seguridad geométrico”. Más concretamente, este coeficiente, tomando como ejemplo el arco de la figura II.1 (a), se corresponde con la relación entre el espesor del arco de la figura citada y el espesor del arco de las figuras II.1 (b) y II.1 (c). Esto se debe a que el “coeficiente de seguridad geométrico” de un arco, se puede definir como el cociente entre el espesor del arco “real” y el espesor del arco límite, siendo este el arco capaz de

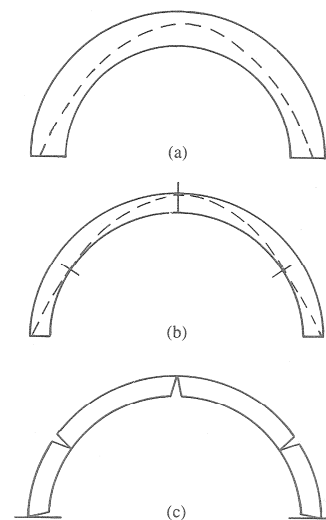


Figura II.1

cumplir simultáneamente el teorema del límite superior e inferior para la situación de cargas a que está sometido el arco real (Heyman 1969). Como se puede apreciar, el arco de las figuras II.1 (b) y II.1 (c) es el arco límite correspondiente al arco real de la figura II.1 (a), ya que es justo el de mínimo espesor capaz contener la línea de empujes dentro de su sección y además, formar el número de articulaciones de agrietamiento necesarias para formar el mecanismo de colapso.

La estática gráfica, como se ha dicho, es la herramienta más frecuentemente empleada en el análisis de estructuras de fábrica para la resolución del sistema de ecuaciones de equilibrio. Se caracteriza por emplear reglas gráficas en vez de los métodos numéricos necesarios para obtener una solución analítica. Para ello, se emplean vectores (con una determinada dirección, sentido, módulo y punto de aplicación) como representación gráfica de las fuerzas resultantes del análisis de las acciones que actúan sobre la estructura. Éstos son empleados para construir el esquema polar del que se obtienen los radios polares, que los vectores que representan gráficamente las fuerzas debidas al contacto entre piezas, con los que construir el polígono antifunicular de fuerzas. En la figura II.2 se muestra un ejemplo del procedimiento descrito aplicado a un arco. Consta de las siguientes fases:

- 1) Realización del esquema polar: Situando los vectores de fuerza (debida a la acción del peso propio de cada pieza del arco) uno a continuación del otro y dos polos simétricos en la posición adecuada, se trazan los rayos polares.
- 2) Construcción del polígono antifunicular: Trazando paralelas a los rayos polares y cortándolas en la proyección de los vectores fuerza (estando estos situados en el centro



de gravedad de cada pieza) se obtiene el polígono en cuestión (representado en la figura II.2 por una línea discontinua).

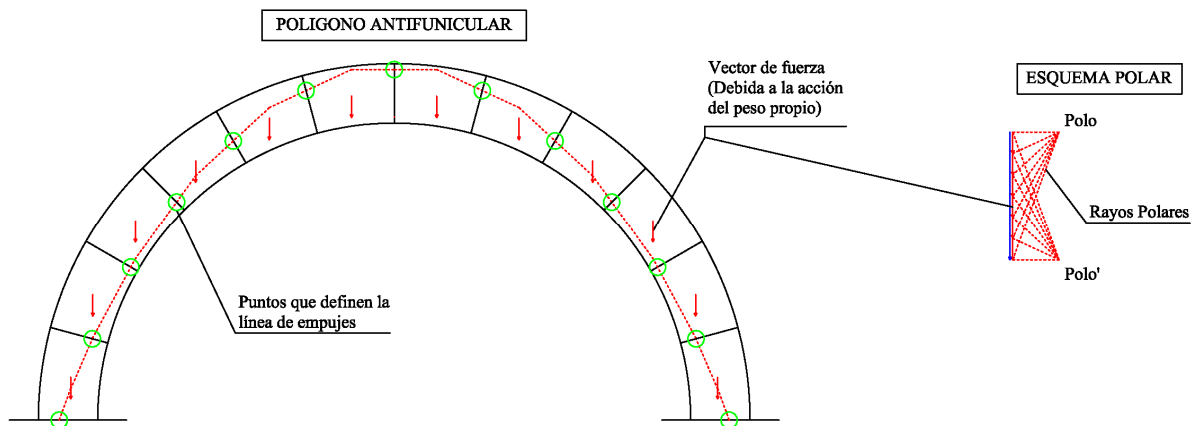


Figura II.2

Superponiendo el polígono antifunicular sobre la representación gráfica de la estructura de fábrica se deduce la línea de empujes, pues esta es la línea que une los puntos de corte de las juntas entre piezas con el polígono antifunicular. En el ejemplo de la figura II.2, se pueden observar estos puntos de corte que definen la línea de empujes y el resultado de su unión, es decir, la línea de empujes se muestra en la figura II.3.

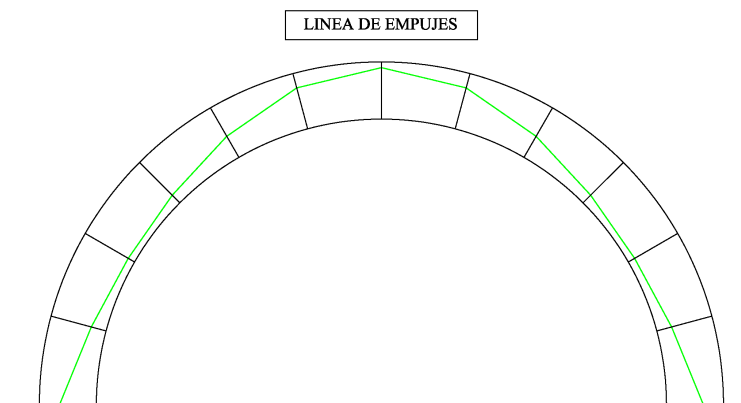


Figura II.3

La línea de empujes obtenida representa el lugar geométrico donde se transmiten los esfuerzos de contacto entre las piezas de una estructura de fábrica sometida a una serie de acciones para conservar su estabilidad. La geometría de esta curva catenaria depende de las acciones que

actúan sobre la estructura, de la geometría de esta y de las restricciones consideradas en los apoyos. De hecho, la elección de los polos para realizar el esquema polar de la figura II.2 se ajusta a una restricción concreta en los apoyos. De haber elegido otros polos diferentes, la línea de empujes pasaría por otro punto de la base del arco. En el ejemplo estudiado en las figuras II.2 y II.3, se han elegido dos polos de tal modo que la línea de empujes obtenida sea la que menor empuje horizontal provoca en sus apoyos manteniéndose el arco estable. Esto es, la línea de empujes obtenida cumple los teoremas básicos del análisis límite: la línea de empujes no sale de la sección del arco en toda su longitud ni forma el número de articulaciones de fisuración necesarias para que se forme el mecanismo de colapso. Estas articulaciones aparecen en determinadas juntas entre piezas de la fábrica. Concretamente, en aquellas donde la línea de empujes pasa lo suficientemente cerca de los bordes interior o exterior de la fábrica. En el ejemplo de la figura II.3 aparecen una en el extradós y dos en el intradós del arco tal y como se indica en la figura II.4. Esto se debe a que en esas juntas la línea de empujes no está contenida dentro del núcleo central de inercia de la sección de las piezas (siendo la sección de ésta un rombo de lados  $H/3$  y  $B/3$ , para el caso de piezas de sección rectangular  $B \times H$ , ver figura II.4). En esa situación, el contacto se produce solo en parte de la sección y el esfuerzo de contacto en compresión entre las piezas sigue una distribución de presiones triangular, tal y como se indica en el ejemplo de las figuras II.4 y II.5. El valor máximo de esa distribución de presiones triangular aumenta al acercar la línea de empujes al borde de la fábrica, pues la superficie de contacto entre piezas tiende a disminuir hasta el límite donde la superficie citada entra en plasticidad por superarse el límite elástico del material de la fábrica. Esto implica que la proximidad de la línea de empujes al borde de la fábrica está limitado, es decir, el vector fuerza (de acción y reacción) que representa la presión debida al contacto entre piezas (ver figura II.5) tiene limitada su excentricidad con respecto al centro de gravedad de la sección de las juntas. De modo que el “momento flector” (producto de la fuerza ‘ $F_c$ ’ por su excentricidad ‘ $e$ ’ en el ejemplo de la figura II.5) que “solicita” la fábrica permanecerá constante en esa junta aunque un cambio en el valor de las acciones que actúan sobre la estructura o en la geometría de la misma (debido a posibles asientos en la cimentación o giro de los estribos) requiera un “momento flector” mayor para mantener la estabilidad. En este caso, se puede concluir que en esa junta se ha formado una articulación de fisuración (o rótula plástica). Por otro lado, en las juntas entre piezas donde la línea de presiones pasa por el interior del núcleo central de inercia, toda la superficie de contacto entre piezas está comprimida siguiendo una distribución de presiones

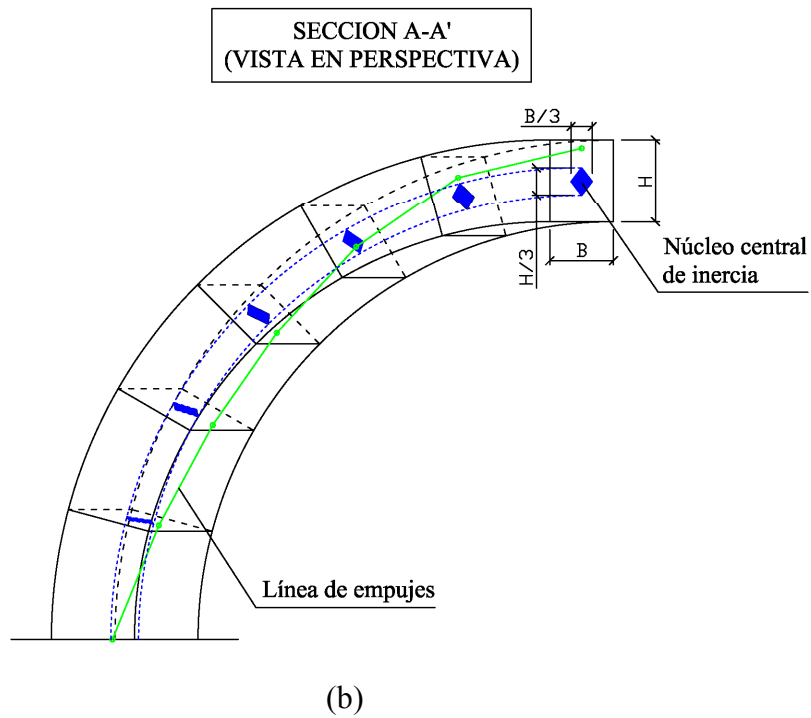
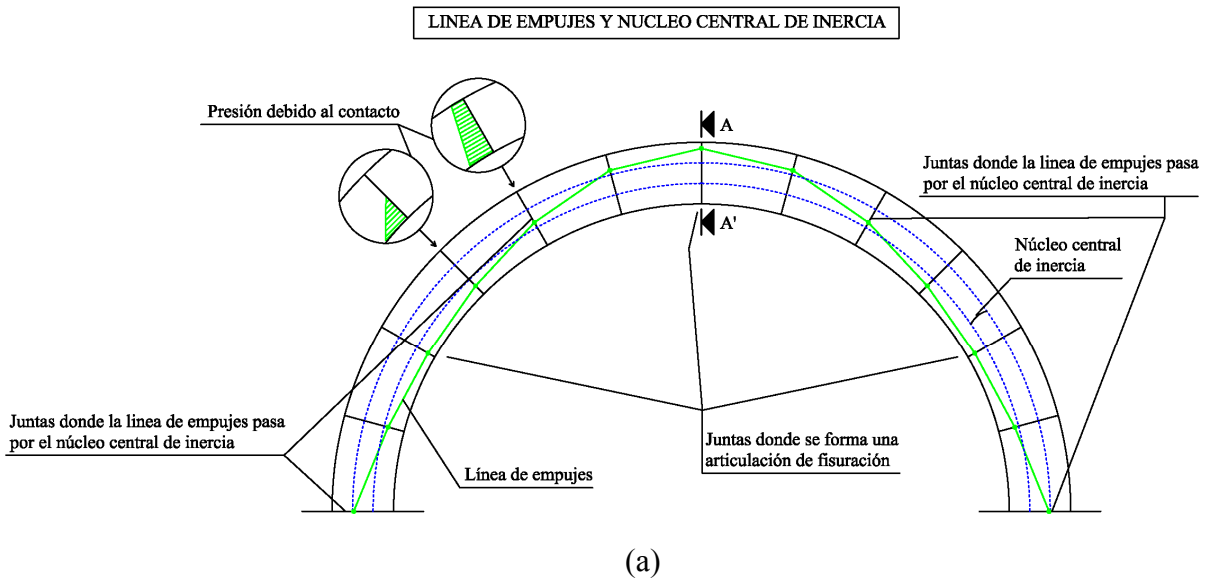


Figura II.4

trapezoidal, tal y como se indica en las figuras II.4 y II.5. Estas distribuciones de las tensiones de contacto (triangular o trapezoidal) es la conclusión de considerar para el contacto entre piezas que estas se comportan como sólidos elástico lineales y que las secciones permanecen planas durante la deformación.

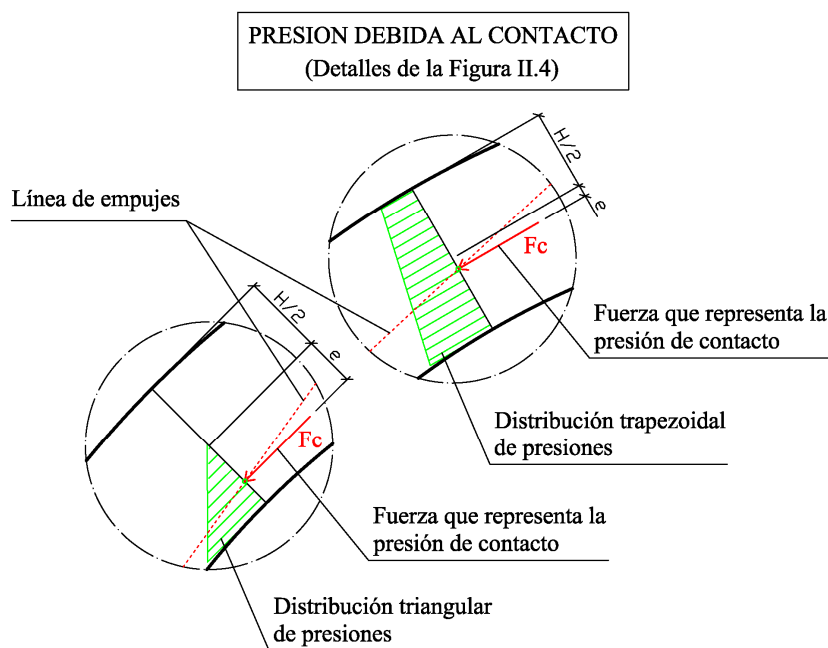


Figura II.5

Estas no linealidades en el comportamiento del material, consecuencia de la formación de articulaciones de fisuración, son las que limitan el “cálculo elástico” aplicado a estructuras de fábrica (como arcos modelados con elementos barra o cúpulas modeladas con elementos lámina) a casos muy concretos. En definitiva, solo puede aplicarse en estructuras en las que no aparece ninguna articulación de fisuración al ser sometida a las acciones que actúan sobre ella y esto rara vez sucede. Por ejemplo, si se calcula mediante el método elástico, el arco del ejemplo de la figura II.2 sometido a la separación de sus bases, provocada por el posible cedimiento de sus estribos debido al empuje horizontal del arco y a la consolidación del terreno, se obtiene una distribución de “momentos flectores” cuyos valores son extremadamente elevados. Sobre todo si se comparan con los que se obtienen al aplicar la estática gráfica y se considera la formación de articulaciones de fisuración. De hecho, los valores del diagrama de “momentos flectores” obtenidos al aplicar el cálculo lineal, implicaría la existencia de unas excentricidades de la fuerza que representa el contacto entre piezas tan grandes, que supondría considerar a nivel gráfico que la línea de empujes está fuera del arco y este por tanto no está en equilibrio (por no cumplir el teorema del límite inferior), cuando aplicando la estática gráfica en el marco del análisis límite se demuestra teóricamente que ese arco sí que estará en equilibrio. En definitiva, se descarta el cálculo elástico del análisis de estructuras de fábrica debido a que pequeñas variaciones en la geometría de la estructura, que son muy comunes en su proceso de adaptación a la capacidad portante y consolidación del

terreno, afectan excesivamente al resultado obtenido, dando valores engañosos. Hasta el punto de que la mayoría de estructuras históricas de fábrica no cumplirían con los límites de la estabilidad, debiendo estar teóricamente hundidas. En cambio, el “cálculo plástico”, desarrollado inicialmente para el cálculo de pórticos metálicos dentro del marco del análisis límite, es la metodología que mejor se adapta al comportamiento de la fábrica. Esto es debido a que, por un lado, está basado en la formación de rótulas plásticas cuyo comportamiento es similar al de las articulaciones de fisuración en la fábrica. Por otro lado, su resultado es la obtención de la carga que causa el colapso del pórtico (sin considerar el estado tensional final de las piezas o su deformada), para compararla con la carga correspondiente a las acciones que le afectan y comprobar que éstas no superan el valor de la de colapso, al igual que se hace en el cálculo de las estructuras históricas de fábrica.

Para poder emplear la estática gráfica en el análisis de estructuras de fábrica es necesario aplicar previamente el “método de los cortes”, que fue utilizado habitualmente en todo el siglo XIX y validado por Jackes Heyman dentro del marco del análisis límite (Heyman 1988). Este método consiste en dividir mediante planos de corte la geometría total de la estructura en elementos más sencillos. Esto es debido a que las reglas de resolución del método gráfico tan solo son aplicables a estructuras cuyos esquemas polares, que contienen los polígonos de equilibrio de los vectores fuerza resultantes del análisis de acciones y reacciones, son planos. Por lo tanto, la estática gráfica es directamente aplicable a estructuras formadas por arcos, arbotantes, pilastras, etc., en definitiva, estructuras donde todos los vectores que representan a las fuerzas están contenidos en un mismo plano como en el ejemplo de la figura II.2. En cambio, cuando se trata de estructuras como bóvedas de cañón o crucería, cúpulas, semicúpulas, estribos, etc. se hace necesario simplificarlas para analizarlas por partes como si de una estructura plana se tratase para posteriormente extrapolar el resultado a la globalidad de la estructura. Estos cortes se realizan siguiendo un criterio determinado:

- En el caso de bóvedas de cañón, cuyo comportamiento según la teoría elástica se definiría como un caso de deformación plana, basta con dividirla empleando planos de corte perpendiculares al eje de la bóveda para analizar un tramo como si se tratase de un arco. Posteriormente se puede deducir que la seguridad de la bóveda será similar a la del tramo analizado como un arco.
- Las cúpulas se dividen mediante planos de corte cuya distribución en planta es radial (ver figura II.6) y se analizan dos gajos (ver figura II.7) enfrentados como si se tratase

de un arco de anchura  $y$ , por tanto, peso decreciente de los arranques a la clave. La seguridad de la cúpula será la misma que la deducida del análisis de los gajos enfrentados formando un arco.

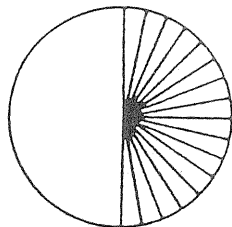


Figura II.6

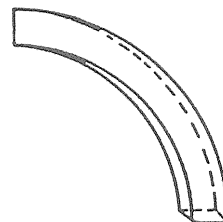


Figura II.7

- Las semicúpulas se dividen mediante planos de corte paralelos obteniendo arcos, tal y como se muestra en la Figura II.8, para analizarlos a continuación individualmente. La seguridad de la totalidad de la semicúpula será la obtenida con el arco pésimo.

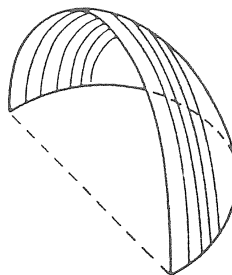


Figura II.8

- Los estribos, basta con dividirlos empleando planos de corte perpendiculares al plano que contiene el estribo para analizar un tramo como si se tratase de un sólido rígido. Posteriormente se puede deducir que la seguridad del estribo en toda su longitud será similar a la del tramo analizado.

En definitiva, el “método de los cortes” es una herramienta con la que obtener la línea de empujes de una sección determinada del elemento tridimensional a analizar para poder deducir posteriormente la superficie de empujes que actúa en el mismo. Esta superficie se obtiene mediante extrusión lineal (en bóvedas y estribos), radial (en cúpulas) o variable (en semicúpulas y bóvedas de crucería) y debido a esto, la seguridad frente a la estabilidad del elemento tridimensional corresponde con el coeficiente de seguridad geométrico obtenido para la sección analizada.

En resumen, el proceso del análisis teórico actual de estructuras históricas de fábrica para su posterior evaluación se puede esquematizar de la siguiente forma:

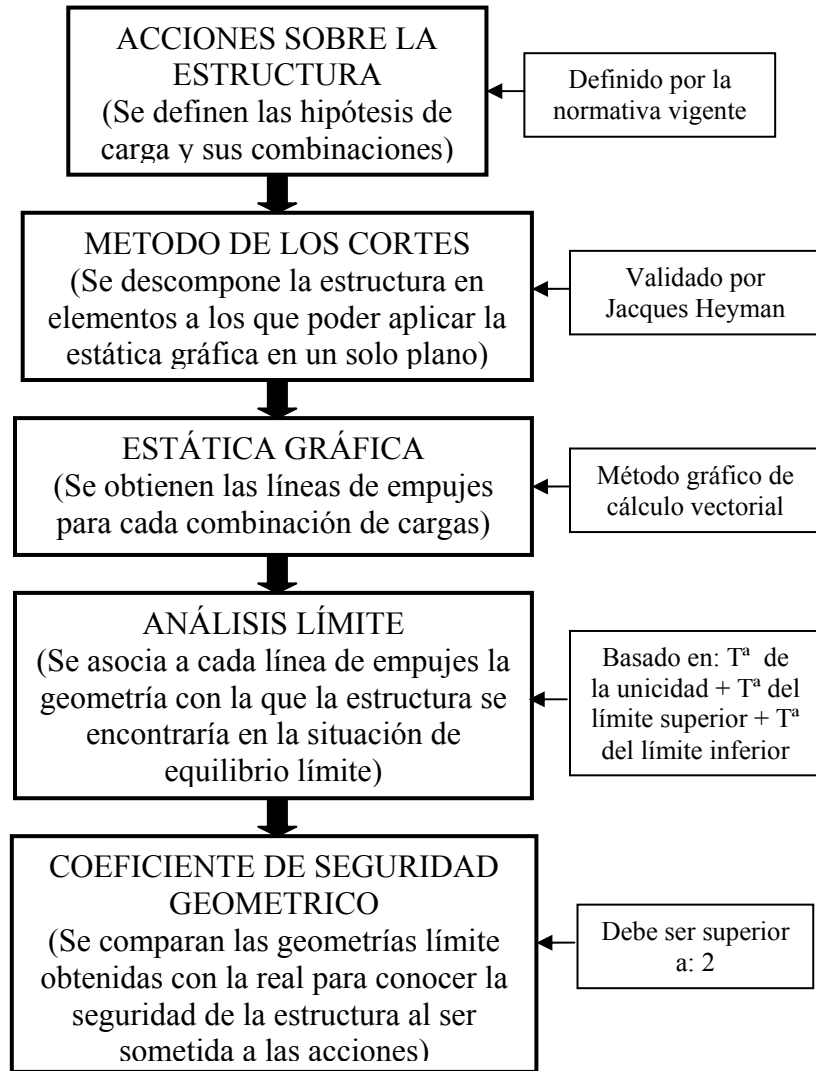


Figura II.9

## II.2.- Validación experimental de la estática gráfica aplicada a un arco

Al aplicar la estática gráfica en estructuras históricas de fábrica se obtiene como resultado el polígono antifunicular correspondiente a las fuerzas que actúan sobre la estructura. Este polígono se define como el lugar geométrico que contiene los vectores que representan la fuerza de acción-reacción que actúa entre las piezas la estructura de fábrica al ser sometida a una serie de acciones. El módulo y dirección de los vectores, o lo que es lo mismo, el valor de las fuerzas queda representado en los esquemas polares.

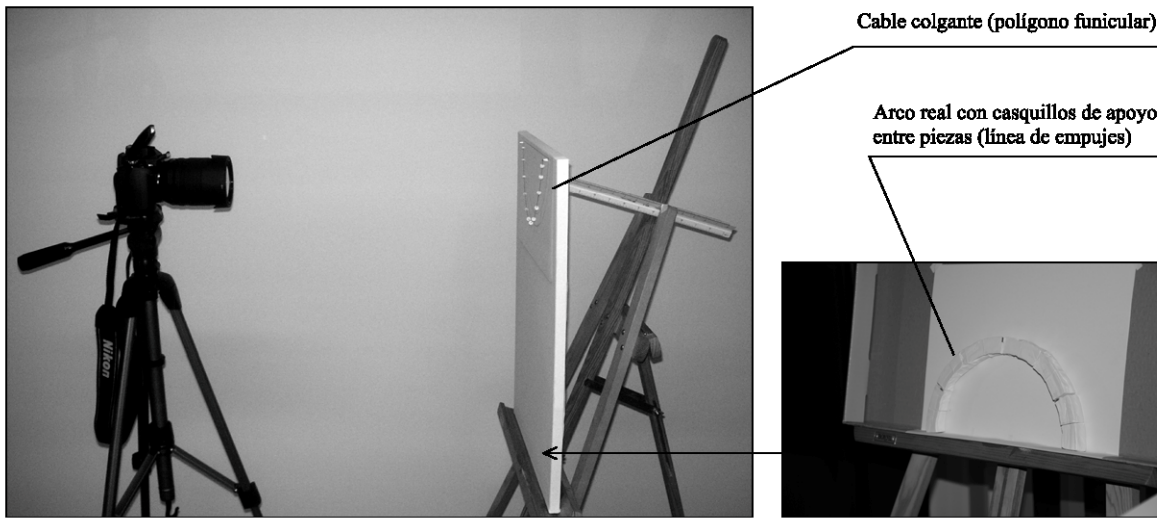
La estructura representada en la figura II.2 se caracteriza por estar compuesta por 12 piezas iguales y por tanto, de peso similar, que unidas forman un arco de medio punto cuyo espesor es  $1/5$  del radio interior. El polígono antifunicular representado también en esta figura se obtiene aplicando la estática gráfica al arco citado bajo las siguientes consideraciones. Por un lado, sobre la estructura no actúan acciones exteriores y tan solo está sometido a la acción de su peso propio. Por otro lado, este resultado corresponde con la situación de equilibrio dentro del marco del análisis límite que menor empuje horizontal requiere en los apoyos. Es importante señalar que el espesor de este arco se acerca mucho al espesor mínimo con el que el arco se encuentra en situación de equilibrio estático, es decir, el “coeficiente de seguridad geométrico” obtenido al considerarlo sometido a su peso propio es cercano a la unidad. Si se redujese el espesor del arco, la línea de empujes se encontraría fuera de la sección del arco y este se hundiría.

Para demostrar que el polígono antifunicular obtenido en el ejemplo de la figura II.2 (aplicando la estática gráfica) realmente representa el lugar geométrico que contiene las fuerzas internas del arco, se ha comparado dicha curva teórica con el resultado experimental obtenido al aplicar la analogía de la cadena colgante de Hooke.

El experimento se ha representado en las figuras II.10 (a) y II.11. Consiste en colocar sobre un caballete un lienzo vertical en el que se dibuja la geometría del arco representado en la figura II.2, aunque no en su posición natural sino simétrico con respecto a un eje horizontal. Al marco del lienzo se fijan dos clavos salientes en la posición en la que se supone que actúan las reacciones en la base del arco. De esos clavos se cuelga un cable de hilo de algodón cuya masa y alargamiento por tracción son “despreciables”. La longitud total de éste es la suma de



## MONTAJE DE LOS EXPERIMENTOS



(a)

Figura II.10

(b)

los lados del polígono se fijan 12 masas iguales de tal modo que la posición final de estas coincida con la proyección vertical de los centros de gravedad de las piezas del arco. En la figura II.11 la proyección vertical citada está definida como las “líneas de acción del vector fuerza”. Teniendo en cuenta que el cable solo puede trabajar a tracción, la forma que adopta este cambiando de dirección en cada una de las posiciones de las masas corresponde con la dirección de los vectores fuerza que actúan (a tracción) sobre cada una de las masas colgadas para que el conjunto esté en equilibrio estático. En ese caso, el cable adopta la forma del polígono funicular de fuerzas correspondiente al peso de las masas colgadas y a la acción de las reacciones en los apoyos del cable. Si a continuación se fotografía el sistema colgado y se aplica la simetría a la imagen obtenida con respecto a un eje horizontal, se obtiene el polígono antifunicular de las fuerzas citadas. Es decir, en esta nueva situación en la que la fuerza de la gravedad y las reacciones en los apoyos actúan justo en sentido contrario a la situación del cable con las masas colgadas, la dirección de los vectores fuerza que actúan en cada una de las posiciones de las masas para que el conjunto esté en equilibrio estático se corresponde con la de la imagen a la que se ha aplicado la simetría, pero en cambio, los vectores fuerza en este caso deben ser de signo contrario, es decir, actúan exclusivamente en compresión. Esto es debido a que se trata del mismo sistema pero con el sentido de todos los vectores fuerza invertido, siendo esta una de las características fundamentales del comportamiento de las estructuras históricas de fábrica, pues al contrario que un cable tan solo es capaz de trabajar a tracción, el arco únicamente es capaz de resistir esfuerzos en compresión. Finalmente, si se compara el polígono antifunicular obtenido experimentalmente (que es la forma del cable de

la fotografía una vez aplicada la simetría) con el teórico que resulta de aplicar la estática gráfica (obtenido del ejemplo de la figura II.2 y representado de nuevo en la figura II.11), se llega a la conclusión de que son similares.

Por otro lado y continuando con el análisis del arco en cuestión, una vez obtenido el polígono antifunicular de las fuerzas que actúan sobre este, se puede deducir geoméricamente la línea de empujes del arco, la cual está representada en la figura II.3. Ésta línea se obtiene uniendo los puntos donde el polígono antifunicular corta las juntas existentes entre las piezas del arco. Por lo tanto, la línea de empujes se puede definir como el lugar geométrico donde se produce la transmisión de los esfuerzos necesarios en el interior de la fábrica para conservar el equilibrio estático. Por tanto, permite conocer teóricamente el “punto” donde se producen los esfuerzos de contacto entre las piezas del arco.

Para demostrar que la línea de empujes obtenida en el ejemplo de la figura II.3 (previa aplicación de la estática gráfica) realmente representa el lugar geométrico donde se transmiten las fuerzas internas del arco en cuestión y por tanto, donde se producen las presiones de contacto entre piezas, se ha comparado dicha curva teórica con el resultado experimental obtenido al aplicar diferentes restricciones de contacto entre piezas en un arco real.

El experimento se ha representado en las figuras II.10 (b) y II.12. Consiste en fabricar doce piezas iguales de escayola que debidamente montadas formen un arco de medio punto con las mismas proporciones geométricas que el arco representado en la figura II.2, es decir, su espesor debe ser  $1/5$  del radio interior. Una vez las piezas de escayola han sido moldeadas y han endurecido se procede a la construcción del arco. Para ello se montan las piezas (cada una en su posición correspondiente) sobre un soporte rígido plano colocado en posición horizontal, el cual posteriormente se iza hasta alcanzar la verticalidad y se apoya sobre un caballete, tal y como se muestra en la figura II.10 (b). En esta situación, el arco se comporta como si hubiese sido descimbrado y se encuentra sometido a su peso propio y apoyado en sus arranques sobre un elemento plano (previamente dispuesto para tal efecto: perpendicular y solidario al soporte rígido).

Considerando un primer caso donde el arco se construye con las juntas a “hueso” y se fotografía el resultado tras el izado del soporte, se observa la aparición determinadas aperturas en algunas de las juntas cuando el arco se encuentra ya en situación de equilibrio estático. Es

decir, las presiones de contacto entre determinadas piezas se producen solo en parte de la superficie total de contacto existente entre estas. Concretamente, como se puede observar en la figura II.12 esto ocurre en aquellas juntas donde la línea teórica de empujes pasa cerca del borde del arco (ya sea de su intradós o extradós). A nivel teórico esto es debido a que en esas juntas la línea de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de la sección y por tanto, las presiones de contacto siguen una distribución triangular comprimiéndose solo parte de la superficie de la sección. Es más, la excentricidad de la línea de empujes puede llegar al límite en el que la superficie de contacto sea lo suficientemente pequeña para que la sección entre en plasticidad al transmitir la fuerza de contacto y se produzca una articulación de fisuración. Por otro lado, hay juntas del arco donde no se observa ningún tipo de separación entre piezas. Concretamente, tal y como se puede observar en la figura II.12, en aquellas juntas donde la línea de empujes pasa dentro del núcleo central de inercia de la sección. En definitiva donde teóricamente las presiones de contacto siguen una distribución trapezoidal y toda la superficie de contacto está comprimida.

Del análisis de este primer caso, se puede deducir que existen juntas donde los esfuerzos entre piezas se transmiten excéntricos al eje del arco (ya sea cerca de su intradós o su extradós) para que este se encuentre en situación de equilibrio estático, pudiendo incluso aparecer fisuras que indiquen la existencia de articulaciones. Esto sucede en aquellas juntas donde la línea teórica de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de la sección.

Por otro lado, para comprobar si realmente la línea de empujes coincide con el lugar geométrico del arco donde se transmiten los esfuerzos internos y por tanto, se produce contacto entre piezas cuando el arco está en situación de equilibrio estático se ha realizado un segundo caso experimental. Para ello, se construye el mismo arco de piezas de escayola pero esta vez colocándole unos tacos de contacto entre juntas situados en los puntos donde se supone que pasa la línea teórica de empujes (representada en la figura II.3 y II.12), es decir, donde se supone que se produce el contacto entre piezas cuando el arco está en situación de equilibrio estático. Pues bien, tras el izado del soporte rígido que sirve de base para el montaje y comprobar que el arco permanece en equilibrio estático, se fotografía el resultado, el cual se muestra en la figura II.12. Sobre la fotografía se ha superpuesto la línea de empujes teórica para comprobar que esta coincide con la posición de los tacos dispuestos. Por supuesto, cuando los tacos se han colocado en otra posición, forzando a que la línea de empujes tenga otra forma diferente, el arco se ha hundido. Lo que nos lleva a deducir que la línea de empujes

---

es la teórica representada para la geometría del arco sometido a las acciones de su peso propio y además, esta línea indica el lugar donde se transmiten los esfuerzos de contacto entre las piezas del arco.

Por último, comparando los resultados teóricos obtenidos al aplicar la estática gráfica al arco en cuestión, cuando es sometido a la acción de su peso propio, con los resultados obtenidos experimentalmente, se puede concluir con que la metodología gráfica empleada representa correctamente el comportamiento del arco de fábrica. Por lo tanto, este método gráfico es adecuado para conocer la situación de equilibrio en la que se encuentra un arco real de fábrica.

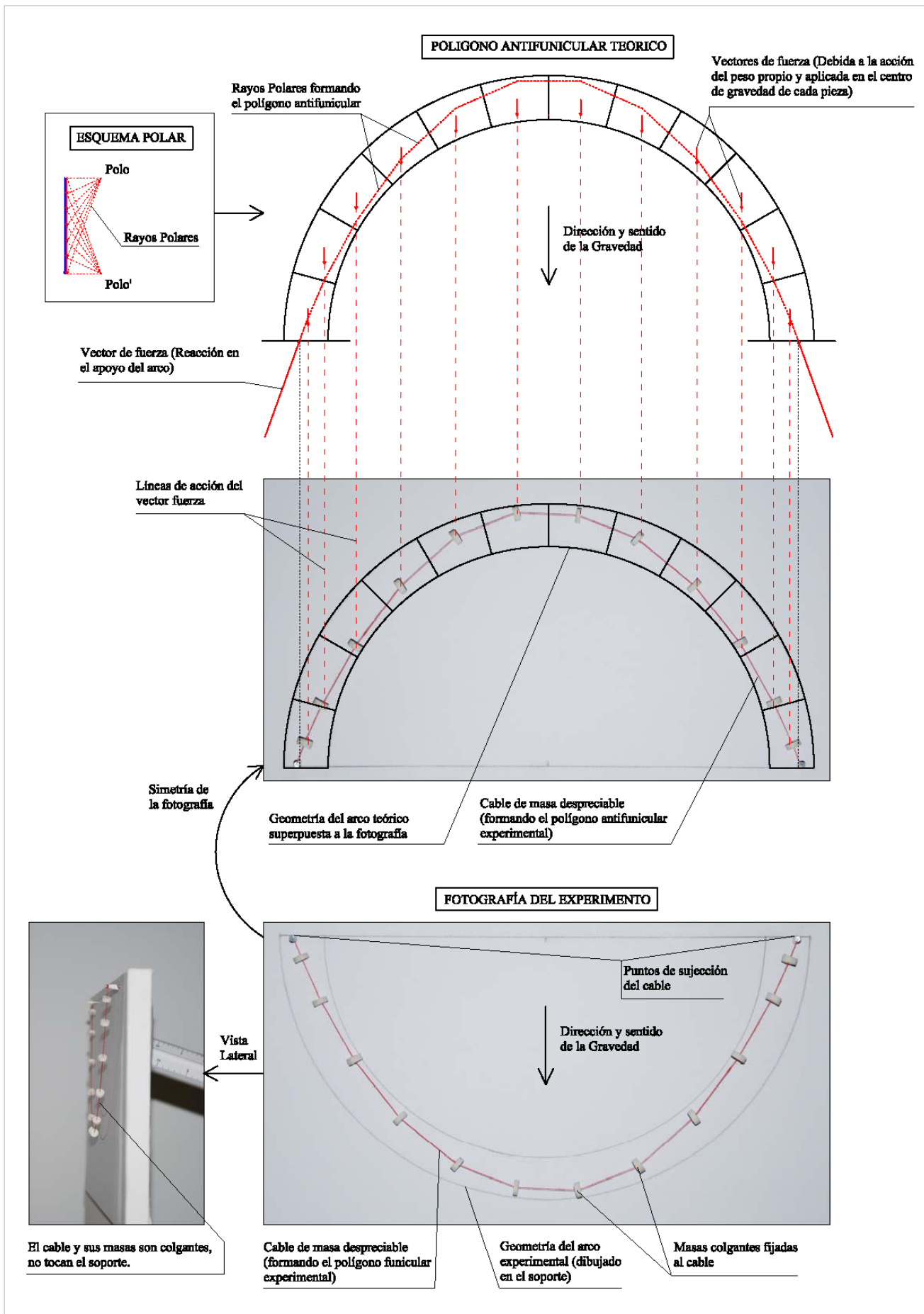


Figura II.11

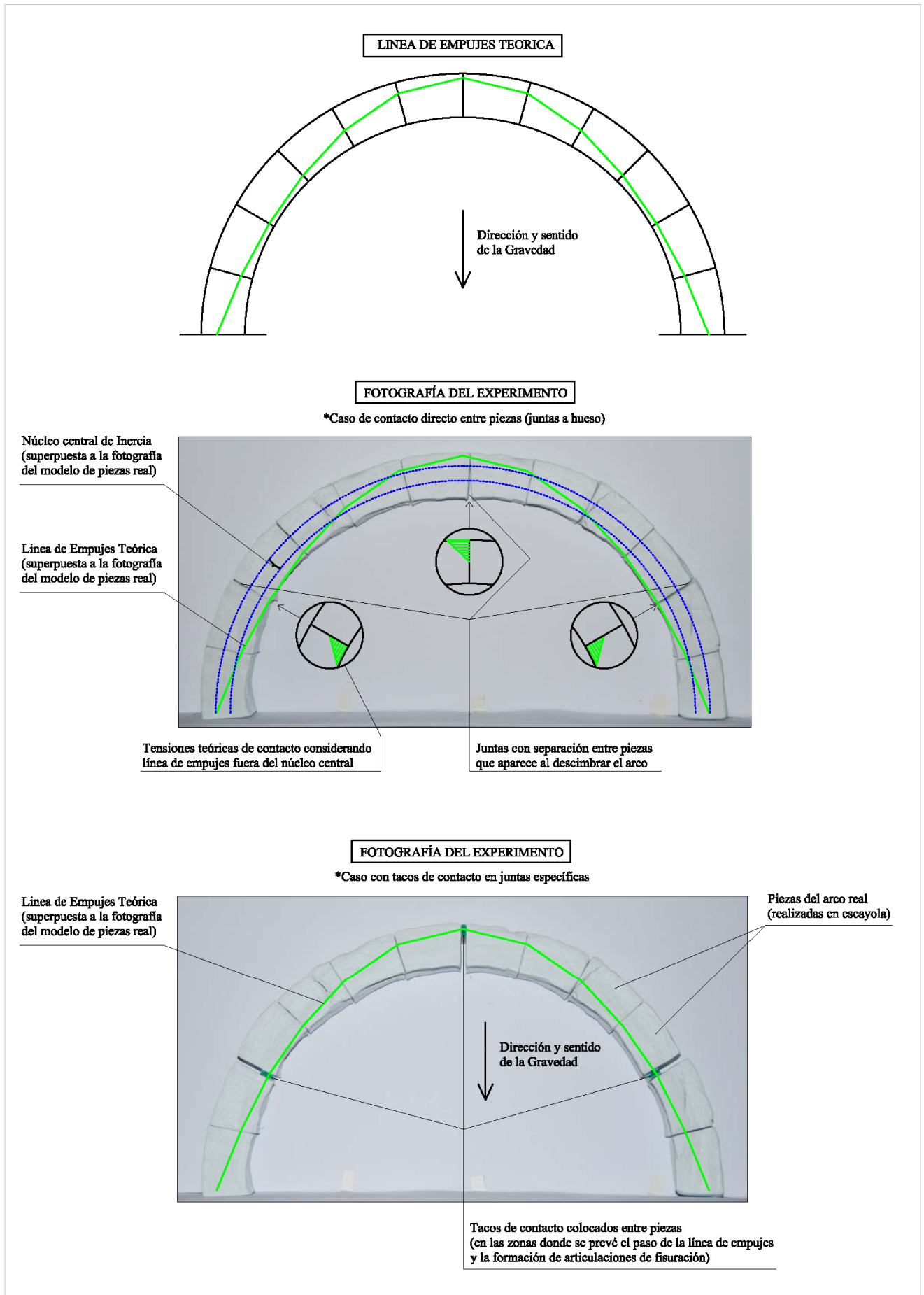


Figura II.12

### II.3.- Análisis de modelo 1 (pórtico continuo)

Tras validar experimentalmente en el apartado anterior la estática gráfica como herramienta para resolver el sistema de ecuaciones de equilibrio que define el comportamiento de una estructura de fábrica, se procede a aplicar este método gráfico en el marco del análisis límite a una estructura modelo. El proceso consiste en definir mediante el método de los cortes la sección a estudiar, aplicarle las cargas que debe soportar, obtener la línea de empujes empleando la estática gráfica con la que conocer la estructura teórica límite y evaluar su geometría con respecto a la de la estructura modelo para obtener un coeficiente de seguridad geométrico. Dicha estructura y la sección elegida para su análisis aplicando el método de los cortes se definen en la figura II.13.

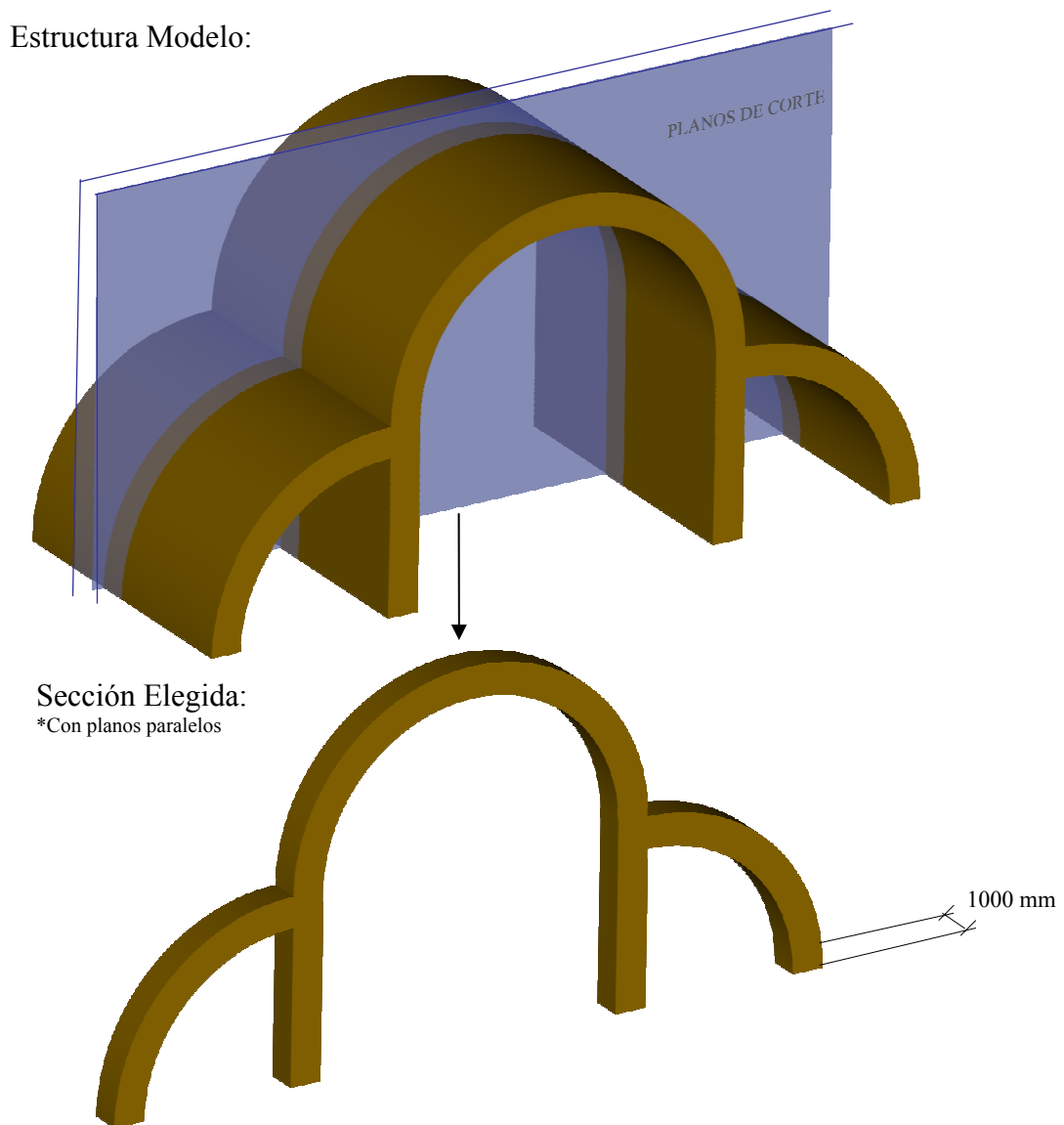


Figura II.13

A continuación, la sección mostrada en la figura II.13 de 1000 mm de espesor se expone abatida en la figura II.14, donde se indican sus dimensiones (en mm) y las piezas de fábrica que la componen separadas por juntas “a hueso”. La estructura modelo a analizar se caracteriza por estar sometida exclusivamente a su peso propio, por lo que la obtención de las fuerzas que actúan sobre cada pieza es directo: una vez calculado el volumen de cada pieza se multiplica por la densidad del material y por la  $\vec{g}$  gravitatoria obteniendo así el vector fuerza debido al peso propio que actúa en el c.d.g. de cada pieza. Estas fuerzas han sido representadas en la figura II.14. La densidad del material considerada es de  $2500 \text{ kg/m}^3$  correspondiente a piezas de fábrica de caliza muy compacta (ver tabla II.1) y la magnitud de la fuerza de la gravedad de  $9,81 \text{ m/s}^2$ , actuando en la dirección y sentido indicados en la figura II.14.

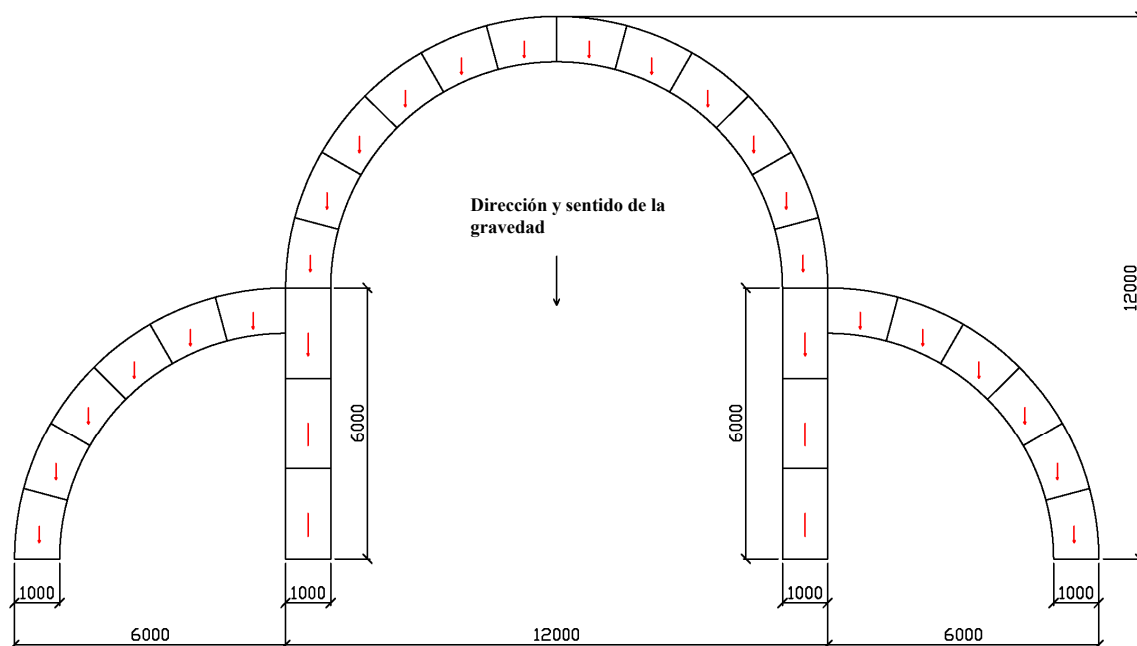


Figura II.14

|                 | $f_p$<br>( $\text{N/mm}^2$ ) | $f_{tp}$<br>( $\text{N/mm}^2$ ) | $E_p$<br>( $\text{kN/mm}^2$ ) | $\gamma$<br>( $\text{kN/m}^3$ ) |
|-----------------|------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| Tiza            | 2-12                         | 0,1 -1,5                        | 2 -10                         | 14,0                            |
| Caliza          | 7-40                         | 0,5 -5                          | 5 -30                         | 21,0                            |
| Caliza compacta | 40-100                       | 4-15                            | 30 -60                        | 23,6                            |
| Esquistos       | 15-70                        | 1-10                            | 7 -50                         | 22,2                            |
| Granito         | 60-180                       | 6-15                            | 15 -70                        | 28,5                            |
| Cuarcita        | 80-300                       | 7-20                            | 25 -80                        | 30,6                            |

Tabla II.1



Aplicando la estática gráfica a la situación geométrica y de cargas definida en la figura II.14 y considerando que la estructura está soportada en las bases de los estribos y arbotantes, se obtiene la línea de empujes y las reacciones en sus apoyos ( $R_a=229$  kN y  $R_e=368$  kN, correspondientes a la sección elegida), tal y como se representan en la figura II.15.

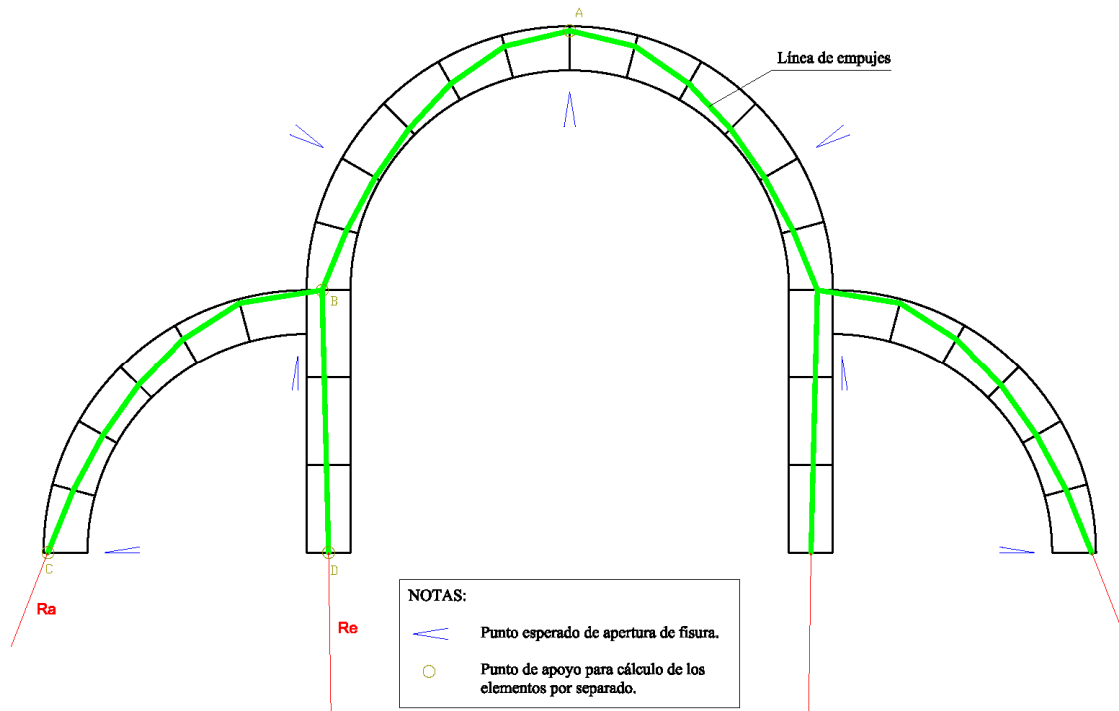


Figura II.15

Para ello, ha sido necesario desglosar el pórtico modelo de la figura II.14 en elementos más sencillos a los que poder aplicar fácilmente la estática gráfica considerando las reacciones obtenidas en la base de los sustentados como acciones a aplicar en los elementos sustentadores, para obtener las líneas de empujes que actúan en ellos y ensamblándolas, obtener la línea de empujes global del pórtico modelo representada en la figura II.15. Así pues, en primer lugar, el pórtico se ha dividido por la mitad con respecto a un eje vertical que pasa por la clave de la bóveda (punto A de la figura II.15), pues solo es necesario calcular medio pórtico, ya que el otro medio se comportará de forma simétrica. Esta simplificación implica considerar que la reacción en el punto A de la figura II.15 para el cálculo de medio pórtico será normal a la superficie de contacto entre piezas, es decir, el vector reacción será horizontal. A continuación, se ha dividido el medio pórtico en tres elementos, un semi-arco superior, un estribo y un arbotante. La reacción obtenida en la base del semi-arco,

concretamente en el punto B de la figura II.15, se ha transmitido como acción al arbotante y al estribo aplicada en ese mismo punto B común. Para saber qué parte de la reacción soporta el arbotante y qué parte soporta el estribo se ha resuelto el equilibrio de fuerzas en el punto B, tal y como se muestra en la figura II.16.1 (b).

La resolución de la estática gráfica aplicada al semi-arco, estribo y arbotante se muestra en las figuras II.16.1 (a), II.16.2 (c) y (d) respectivamente.

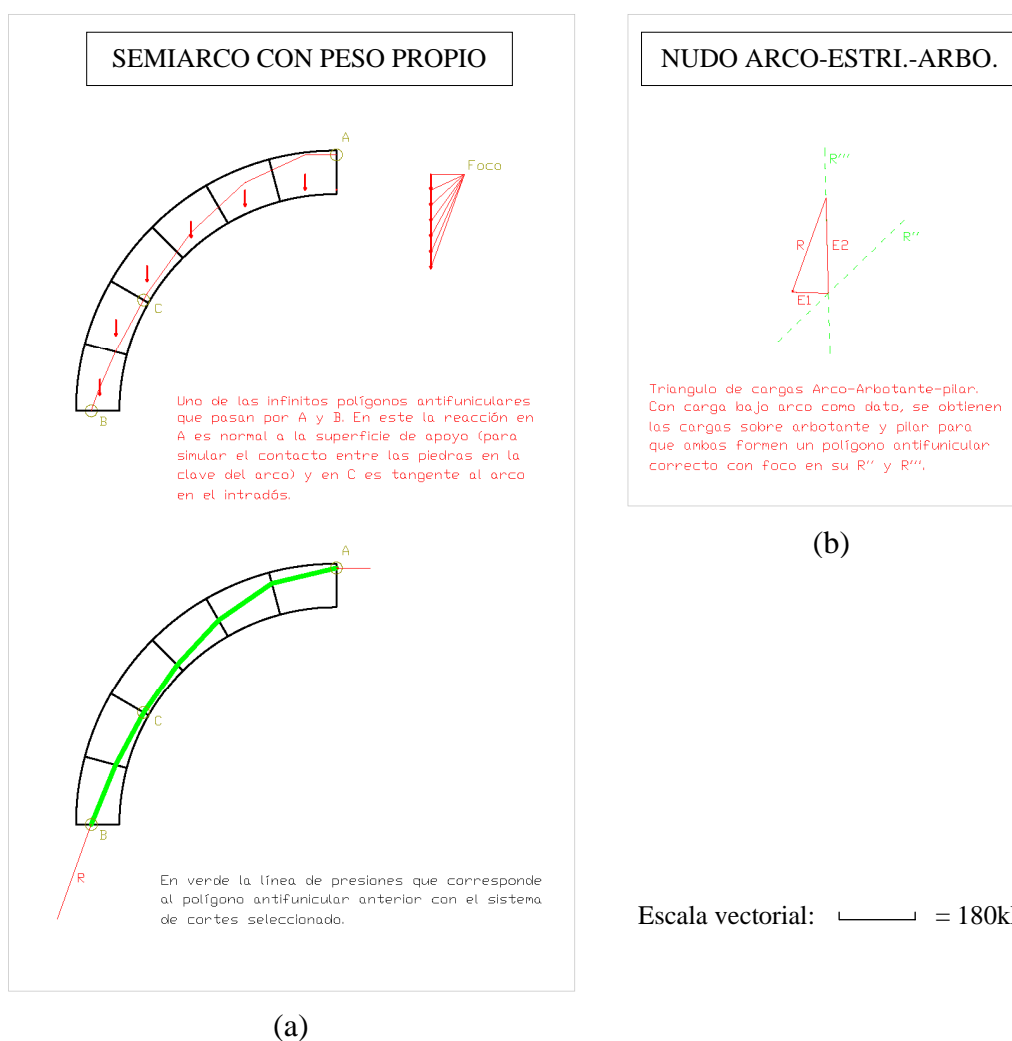


Figura II.16.1

Es importante señalar que la elección de los focos con los que se obtiene el polígono antifunicular de cada elemento estructural corresponde con considerar que:

- El semiarco transmite el mínimo empuje horizontal posible en sus apoyos, de modo que el polígono antifunicular ofrece una línea de empujes que es tangente al semi-arco

en su extradós en el punto A y en su intradós en el punto C, tal y como se muestra en la figura II.16 (a).

- El arbotante transmite a su apoyo inferior, es decir, a la cimentación, la totalidad de ese empuje horizontal que recibe del semi-arco en el punto B además de una pequeña carga horizontal aplicada en ese mismo punto consecuencia de equilibrar el estribo (el E1 indicado en la figura II.16 (b)), para lo que se requiere que el apoyo del arbotante se encuentre en el punto C y esté junto al trasdós del arbotante.
- Los estribos soportan carga vertical que reciben de sustentar el semi-arco (la E2 indicada en la figura II.16 (b)), aplicada en el punto B y la transmiten a su base, es decir, a la cimentación, totalmente centrada, en el punto D.

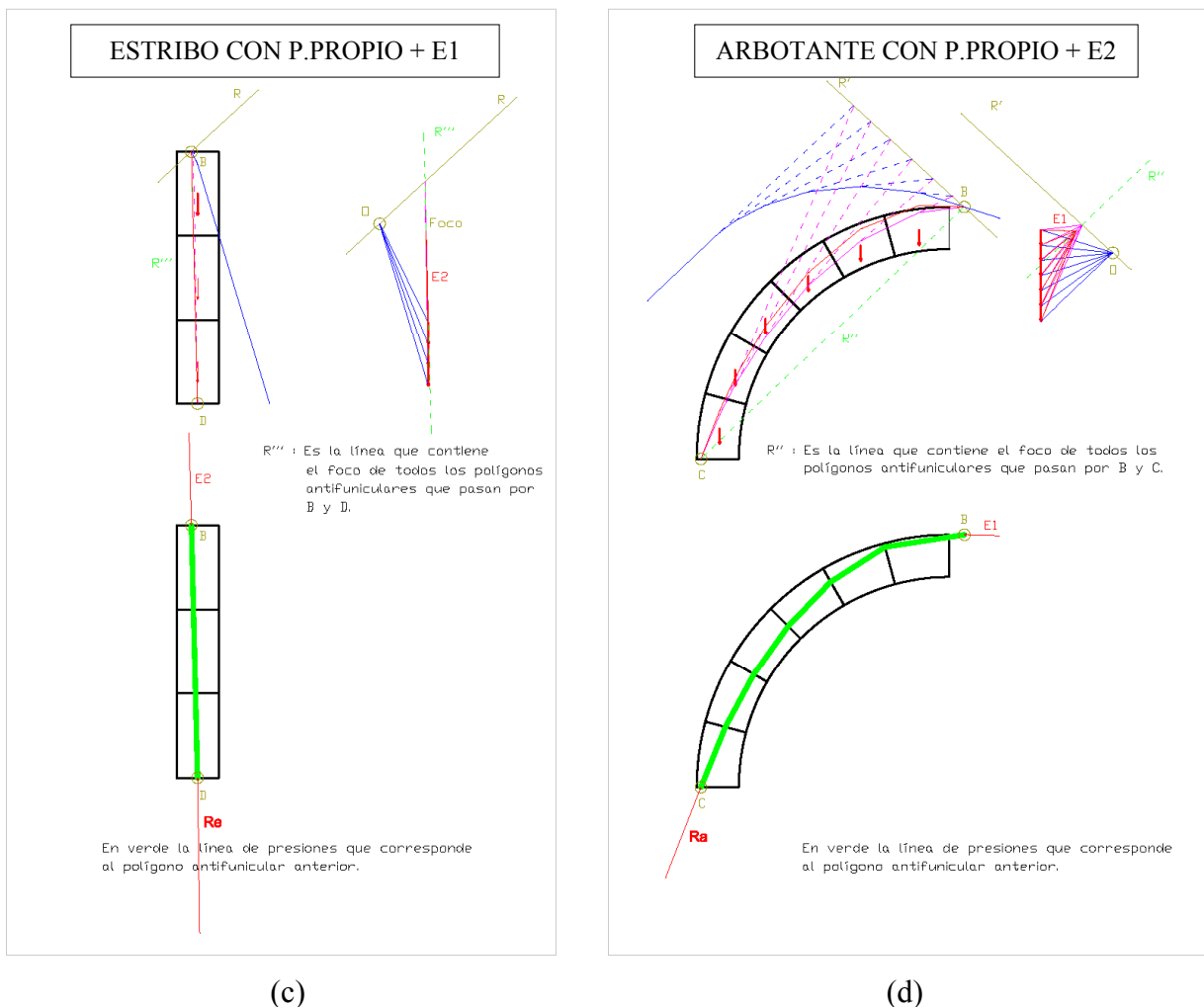


Figura II.16.2

En definitiva, observando la línea de empujes que actúa en el pórtico modelo al ser sometido a su peso propio, representada en la figura II.15, y comparándola con la geometría del mismo, se puede concluir que **la estructura de fábrica analizada se encuentra en una situación de equilibrio estáticamente admisible** desde el punto de vista del análisis límite. Concretamente con un **coeficiente de seguridad geométrico ligeramente superior a la unidad**, puesto que prácticamente coincide la geometría del pórtico con la límite capaz de satisfacer los teoremas del límite inferior sin superar la condición de cedencia del material y del límite superior. Es decir, por un lado contiene la línea de empujes en su interior y por otro, no forma un mecanismo de colapso cinemáticamente admisible. En conclusión su espesor no se puede reducir, pues esto provocaría que la línea de empujes salga de la geometría del arco y como consecuencia, se hundiría.

La geometría del pórtico modelo se puede considerar poco segura, pues su coeficiente de seguridad geométrico es muy inferior a 2 considerando que sobre la estructura actúan solo las acciones permanentes debidas al peso propio. Una mínima variación en la geometría del pórtico provocada por un asentamiento local de la cimentación o una variación en la línea de empujes debida a la acción de otro tipo de cargas (nieve, viento, mantenimiento, etc.) que pueden actuar simultáneamente con la de peso propio, provocaría el hundimiento de la estructura de fábrica.

Por otro lado, analizando la línea de empujes obtenida para el pórtico modelo representada en la figura II.15 y considerando que no se produce ningún tipo de asentamiento en la cimentación, se puede conocer a nivel teórico las secciones entre piezas que tenderán a fisurar. Concretamente se producirán en las juntas donde la línea de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de la sección, tal y como se representa en la figura II.17, lo que indica que es normal la aparición de determinadas fisuras en una estructura de fábrica histórica real. En definitiva, determinadas fisuras indican que ésta se está comportando según lo esperado y por lo tanto se puede considerar segura si se deduce un coeficiente de seguridad geométrico suficiente mediante la aplicación de la estática gráfica en el marco del análisis límite. Por último, de la figura II.17 se puede deducir que si se hubiese obtenido en el análisis del pórtico modelo un coeficiente de seguridad geométrico igual o superior a 3, la línea de empujes pasaría en todas las juntas entre piezas dentro del núcleo central de inercia de la sección y por lo tanto no se produciría fisuración en ninguna junta puesto que en cualquiera de ellas toda la sección de contacto entre piezas estaría comprimida.

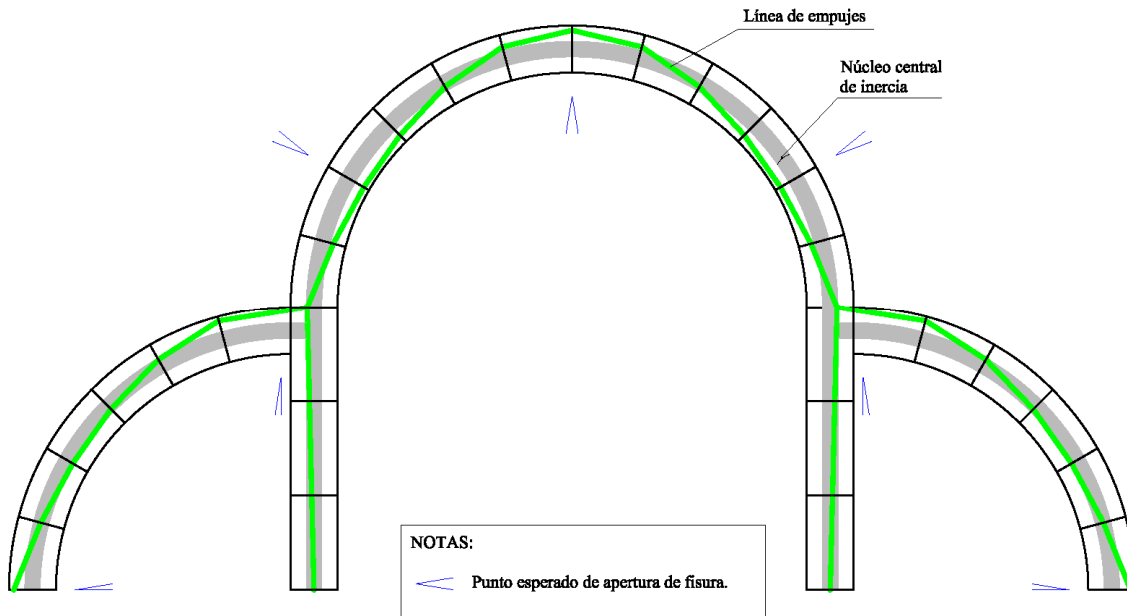


Figura II.17

Existen ciertas analogías entre la metodología aplicada en el cálculo de estructuras históricas de fábrica y el cálculo elástico que se emplea en la actualidad para el cálculo de estructuras de acero, hormigón armado, madera, etc. De hecho, la solución obtenida al aplicar el método gráfico al pórtico modelo (solución con la que se ha evaluado posteriormente su seguridad frente a la estabilidad aplicando los criterios establecidos por los teoremas en que se basa el análisis límite) puede obtenerse realizando un cálculo elástico del pórtico en cuestión como se verá más adelante. Para ello, se deben considerar ciertas hipótesis de partida que en estructuras de fábrica tan solo se dan en situaciones teóricas como la del pórtico modelo estudiado anteriormente, motivo por el cual el profesor Jackes Heyman considera que el método elástico está sometido a la “*camisa de fuerza de Navier*” y no es el adecuado para calcular este tipo de estructuras (Heyman 1999). Dichas hipótesis se citan a continuación:

- El material permanece durante todo el proceso de deformación dentro de los límites de la linealidad elástica.
- Las secciones planas perpendiculares a la directriz de la pieza permanecen planas tras la deformada.
- Las deformaciones son lo suficientemente pequeñas como para que la acción de las cargas aplicadas no implique la aparición de nuevos esfuerzos en la pieza diferentes a los iniciales.

No obstante, no se cumplen en estructuras de fábrica reales. En éstas, es habitual que surjan deformaciones importantes debidas por un lado a la aparición de asentamientos en la

cimentación y por otro como consecuencia de la existencia de empujes iniciales excesivos entre elementos (tras el descimbrado) que se redistribuyen tras la deformada de modo que la estructura de fábrica permanece en situación de equilibrio estáticamente admisible. En resumen, el comportamiento de las estructuras de fábrica reales es no lineal y, por tanto, es mucho más adecuado emplear para su cálculo el método plástico que está basado en los teoremas del análisis límite y fue desarrollado para el cálculo de estructuras de acero, que el método elástico.

A pesar de las limitaciones que presenta el método elástico, dado que el pórtico modelo representado en la figura II.14 es una estructura de fábrica teórica y cumple las hipótesis de partida necesarias para poder aplicar dicho método, se obtienen numerosas analogías entre los resultados obtenidos con esta metodología y los ya representados en la figura II.15 que se desarrollan en las figuras II.16.1 y II.16.2 mediante la aplicación de la estática gráfica en el marco del análisis límite. Para resolver la estructura mediante el método elástico, en primer lugar se modeliza el pórtico mediante un sistema de barras unidas rígidamente a las que se asigna una sección cuadrada (con la inercia de las piezas de la fábrica  $I = 8.33 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$ ) y un módulo elástico similar al del material de la fábrica ( $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ). A continuación se definen las condiciones de contorno asignando por un lado el peso propio de las piezas como una carga continua aplicada sobre las barras y por otro, asignando apoyos empotrados en la base de la estructura de barras. Seguidamente se obtiene un sistema de ecuaciones aplicando el método matricial de la rigidez y que relaciona los desplazamientos y giros en los nudos de la estructura (incógnitas) con las acciones que actúan sobre esta (datos). Se resuelve matemáticamente el sistema y una vez conocidos los desplazamientos y giros en los nudos se obtienen las sollicitaciones que actúan en cada una de las barras. Este resultado se muestra gráficamente mediante diagramas de momento flector, esfuerzo cortante y esfuerzo axial en las figuras II.18, II.19 y II.20 respectivamente.

Del diagrama de momentos flectores representado en la figura II.18 con la superposición, mostrada en esa misma figura, de la línea de empujes obtenida de la figura II.15, se observa la primera de las analogías entre el método gráfico y el método elástico: la línea de empujes pasa por el centro de gravedad de la sección justo donde el momento flector se anula. Considerando que la excentricidad de la línea de empujes con respecto al centro de gravedad de una sección cualquiera multiplicado por el valor de la fuerza de contacto entre piezas en esa sección, es valor del momento flector que actúa allí, se puede decir que con ambos

métodos se obtiene el valor nulo de la excentricidad de la línea de empujes en las mismas secciones.

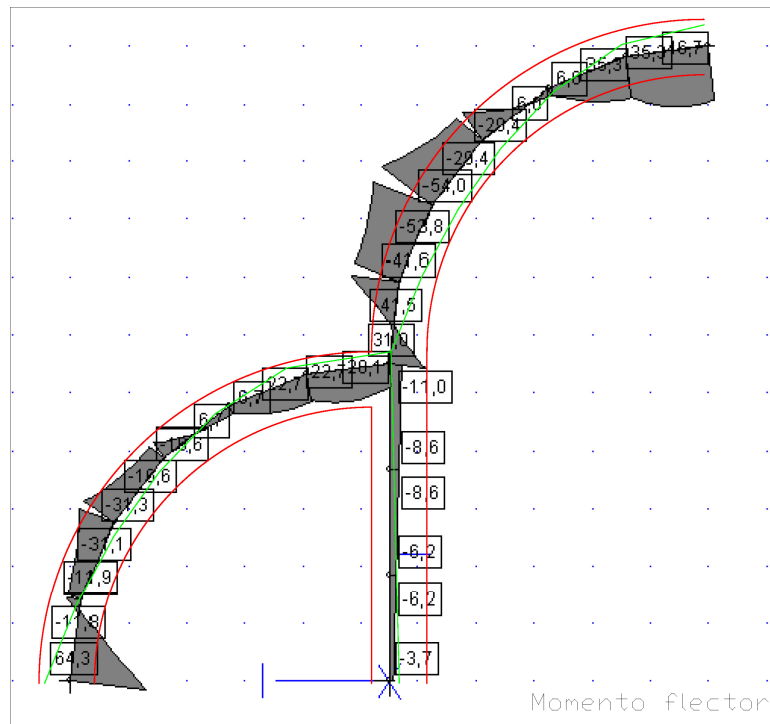


Figura II.18

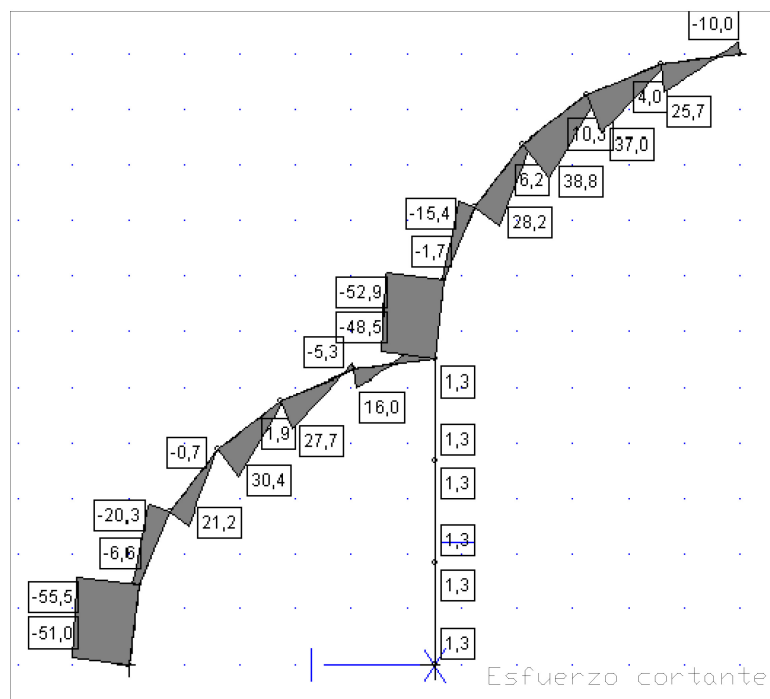


Figura II.19

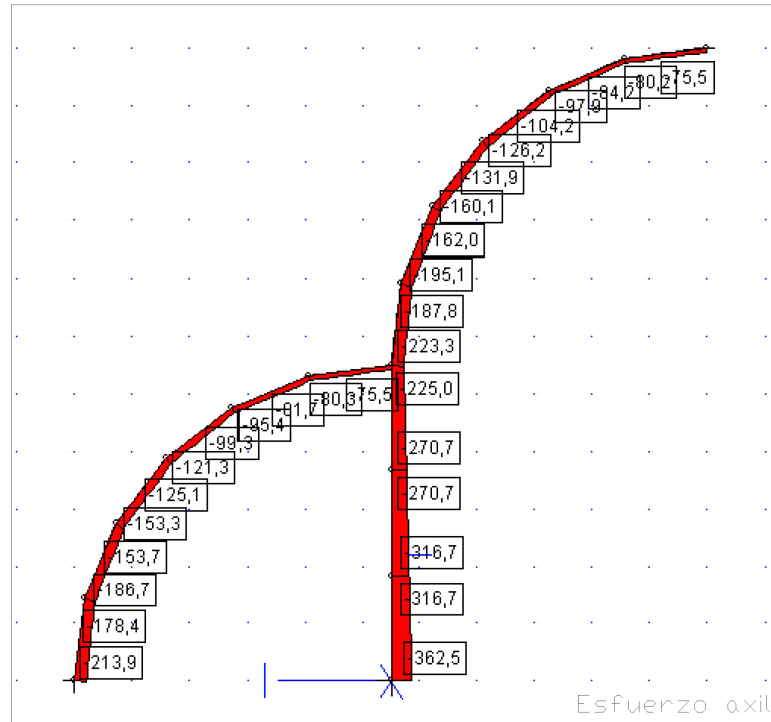


Figura II.20

Por otro lado, si ahora en cada junta entre piezas se opera dividiendo el valor del momento flector representado en la figura II.18 entre el valor del axil en la misma sección y representado en la figura II.20, se obtienen puntualmente las excentricidades del axil en cada junta. Uniendo posteriormente los puntos, se deduce la línea de empujes tal y como se representa en la figura II.21 y que como se puede apreciar, es similar a la representada en la

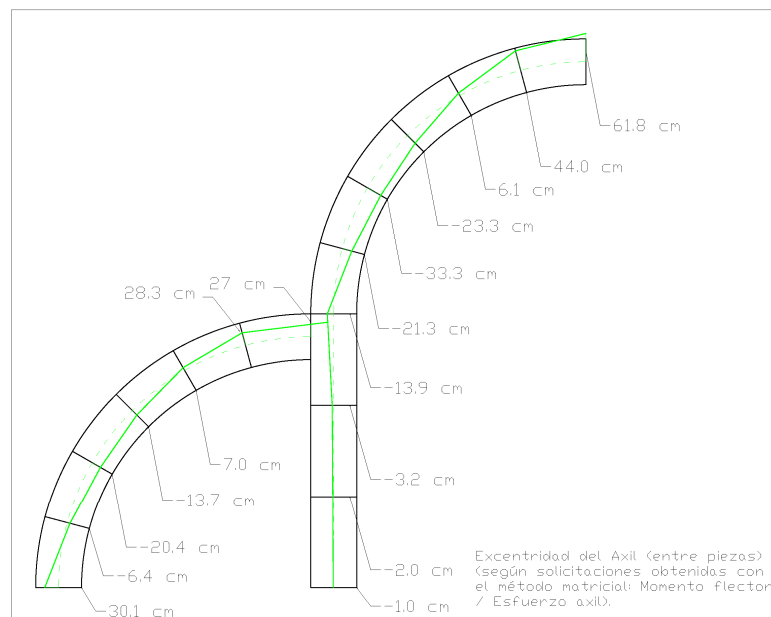


Figura II.21



figura II.15 (que fue obtenida aplicando la estática gráfica). En la figura II.22 se han representado las líneas de empujes obtenidas con ambas metodologías.

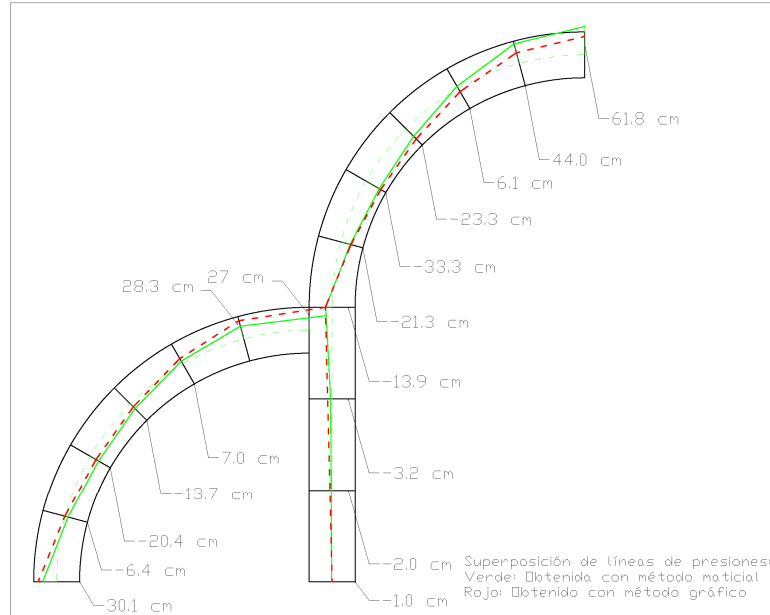


Figura II.22

Por último, en la figura II.23 se ha representado el coeficiente de rozamiento estático necesario entre piezas para que el deslizamiento entre éstas no ocurra. Se recuerda que esta situación de posible deslizamiento se considera imposible en las hipótesis de partida de la estática gráfica. Para obtener los valores correspondientes a cada junta entre piezas representados en la figura II.21 se opera dividiendo el valor del esfuerzo cortante representado en la figura II.19 entre el valor del axil en la misma sección y representado en la figura II.20. De esta figura se deduce que el coeficiente de rozamiento estático máximo necesario para que no ocurra el deslizamiento entre piezas es de 0,38 y este valor siempre es superior entre piezas de fábrica histórica reales (ver tabla II.1). Por lo tanto, se puede reafirmar que el deslizamiento entre piezas en el pórtico modelo es imposible.

| Fuente   | Piedra                    | $\Phi^\circ$ | $\mu (= \tan \Phi)$ |
|----------|---------------------------|--------------|---------------------|
| Rondelet | piedra caliza grano fino  | 30           | 0,58                |
| Boistard | piedra caliza sup. picada | 38           | 0,78                |
| Regnier  | madera sobre piedra       | 30           | 0,58                |
| Perronet | piedra (sin especificar)  | 39           | 0,81                |
| Rennie   | granito                   | 33           | 0,65                |

Tabla II.2

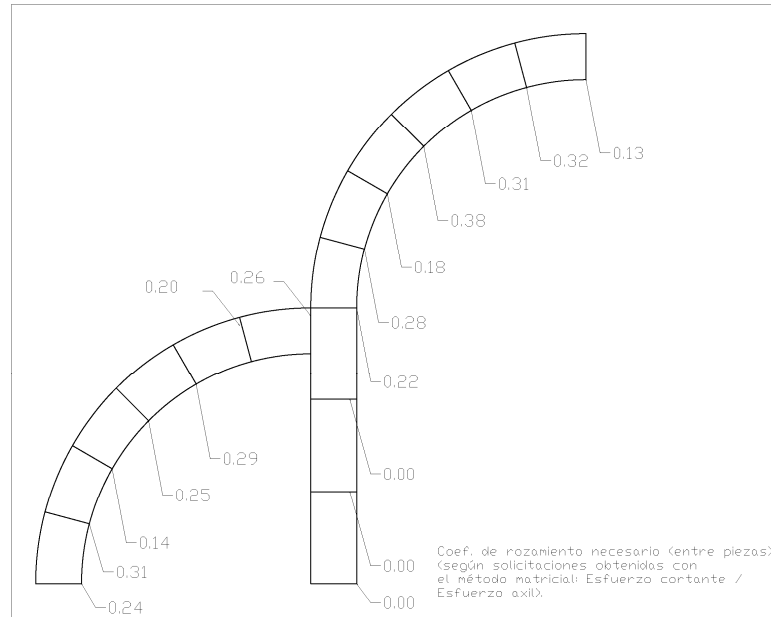


Figura II.23

## II.4.- Análisis de modelo 2 (cúpula)

En este apartado se aplica el método gráfico en el marco del análisis límite a una nueva estructura modelo. El proceso consiste, al igual que en el apartado anterior, en definir mediante el método de los cortes la sección a estudiar, aplicarle las cargas que debe soportar, obtener la línea de empujes empleando la estática gráfica con la que conocer la estructura teórica límite y evaluar su geometría con respecto a la de la estructura modelo para obtener un coeficiente de seguridad geométrico. Dicha estructura y la sección elegida para su análisis aplicando el método de los cortes se definen en la figura II.24.

Estructura Modelo:

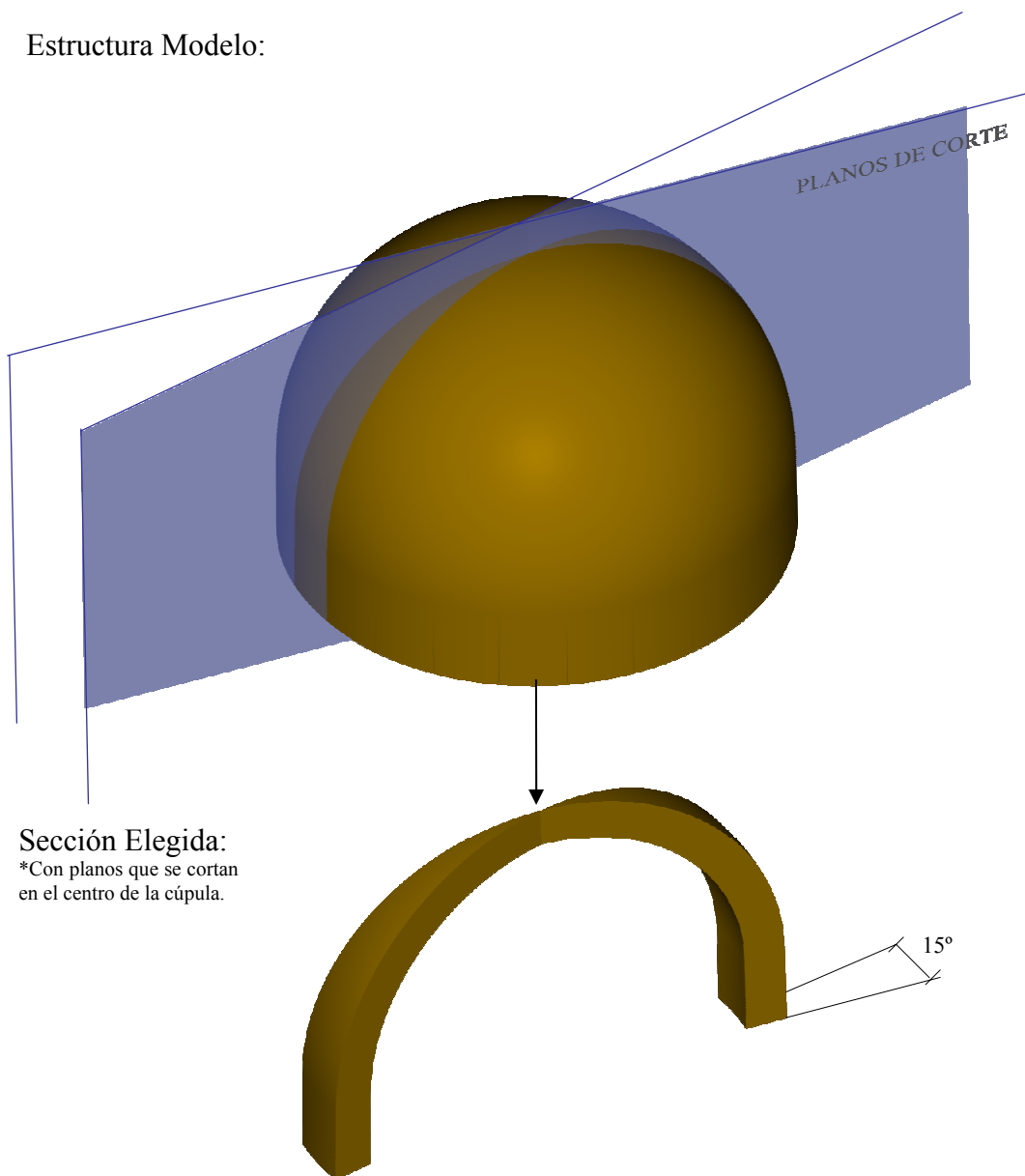


Figura II.24

A continuación, la sección mostrada en la figura II.24 se expone abatida en la figura II.25, donde se indican sus dimensiones y las piezas de fábrica que la componen separadas por juntas “a hueso”. La estructura modelo a analizar se caracteriza por estar sometida exclusivamente a su peso propio, por lo que la obtención de las fuerzas que actúan sobre cada pieza es directo: una vez calculado el volumen de cada pieza se multiplica por la densidad del material y por la  $\vec{g}$  gravitatoria obteniendo así el vector fuerza debido al peso propio que actúa en el c.d.g. de cada pieza. Estas fuerzas han sido representadas en la figura II.25. La densidad del material considerada es de  $2500 \text{ kg/m}^3$  y la magnitud de la fuerza de la gravedad de  $9,81 \text{ m/s}^2$ , actuando en la dirección y sentido indicados en la figura II.25.

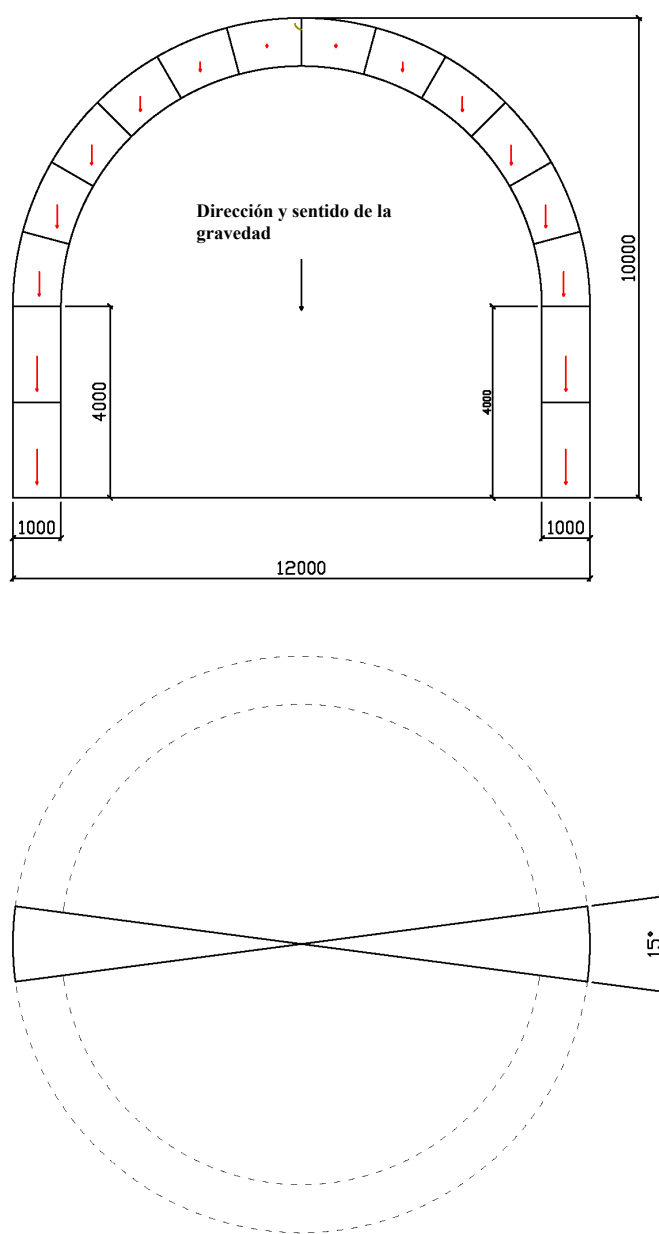


Figura II.25

Aplicando la estática gráfica a la situación geométrica y de cargas definida en la figura II.25 y considerando que la estructura está soportada en la base del tambor, se obtiene la línea de empujes y las reacciones en sus apoyos ( $R_t=340$  kN, correspondientes a la sección elegida), tal y como se representan en la figura II.26. Es importante considerar que la sección elegida, que está formada por dos gajos de la cúpula, incluido el tambor, formando  $180^\circ$ , se puede calcular como un “arco” que se caracteriza por estar compuesto por piezas de peso variable. Las cercanas a la clave pesan menos que las cercanas al tambor. Si se observa la vista en planta de la figura II.25 se puede apreciar que la anchura del “arco” visto en planta es variable.

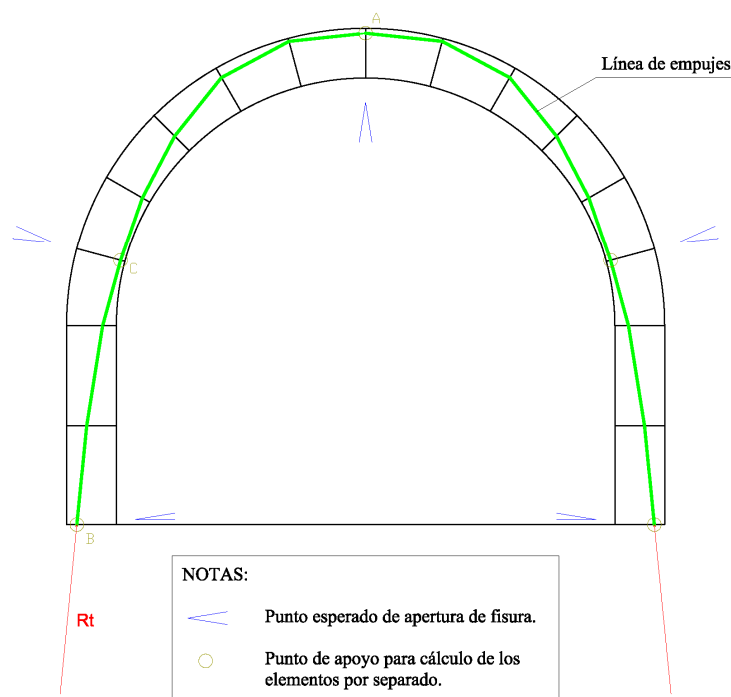


Figura II.26

Para el cálculo de la sección elegida (cuyo resultado es extrapolable a la totalidad de la cúpula modelo), ha sido necesario dividirla por mitad con respecto a un eje vertical que pasa por la clave del “arco” (punto A de la figura II.26), pues tan solo es necesario calcular media sección, es decir, medio “arco” con su parte correspondiente de tambor, ya que la otra mitad se comportará de forma simétrica. Esta simplificación implica considerar que la reacción en el punto A de la figura II.26 para el cálculo de media sección será normal a la superficie de contacto entre piezas, es decir, el vector reacción será horizontal. Por otro lado, la reacción obtenida en la base del tambor, concretamente en el punto B de la figura II.26, es la carga que se transmite a la cimentación o al elemento encargado de sustentar el tambor y que no forma

parte de este estudio. La resolución de la estática gráfica aplicada a media sección se muestra en la figura II.27.

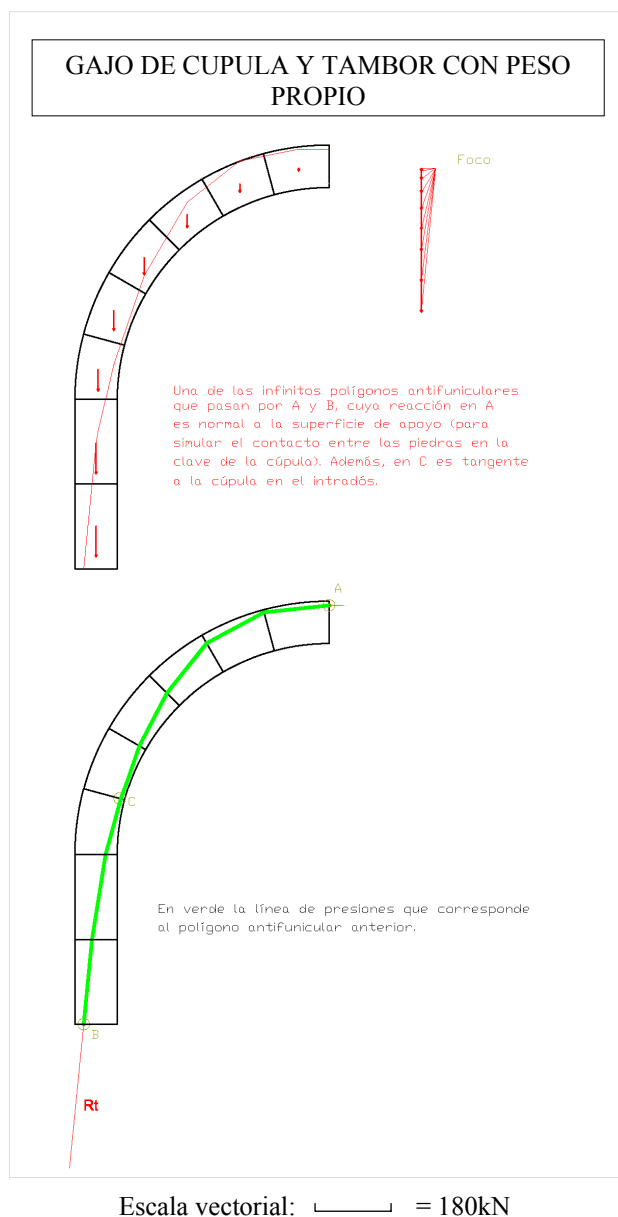


Figura II.27

En definitiva, observando la línea de empujes que actúa en la sección elegida de la cúpula modelo al ser sometida a su peso propio, representada en la figura II.26, y comparándola con la geometría de la misma, se puede concluir que **la estructura de fábrica analizada se encuentra en una situación de equilibrio estáticamente admisible** desde el punto de vista del análisis límite. Concretamente con un **coeficiente de seguridad geométrico igual a la unidad**, puesto que la geometría de la sección elegida y por lo tanto, la

geometría de la cúpula modelo coincide con la geometría límite capaz de satisfacer los teoremas del límite inferior sin superar la condición de cedencia del material y del límite superior. Es decir, por un lado la geometría de la cúpula modelo contiene la línea de empujes en su interior y por otro, no forma un mecanismo de colapso cinemáticamente admisible. En conclusión el espesor de la cúpula no se puede reducir, pues esto provocaría que la línea de empujes salga de la geometría de la sección elegida, por tanto, de la cúpula y como consecuencia, ésta se hundiría.

La geometría de la cúpula modelo se puede considerar poco segura, pues su coeficiente de seguridad geométrico es muy inferior a 2 considerando que sobre la estructura actúan solo las acciones permanentes debidas al peso propio. Una mínima variación en la geometría de la cúpula provocada por un asentamiento local de la cimentación o una variación en la línea de empujes debida a la acción de otro tipo de cargas (nieve, viento, mantenimiento, etc) que pueden actuar simultáneamente con la de peso propio, provocaría el hundimiento de la estructura de fábrica.

Por otro lado, analizando la línea de empujes obtenida para el la cúpula modelo representada en la figura II.26 se puede conocer a nivel teórico las secciones entre piezas que tenderán a fisurar. Concretamente se producirán en las juntas donde la línea de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de la sección, tal y como se representa en la figura II.28, lo que indica que es normal la aparición de determinadas fisuras en una estructura de fábrica histórica real. En definitiva, determinadas fisuras indican que ésta se está comportando según lo esperado y por lo tanto se puede considerar segura si se deduce un coeficiente de seguridad geométrico suficiente mediante la aplicación de la estática gráfica en el marco del análisis límite. Por supuesto, estas fisuras teóricas obtenidas sobre el plano y que se representan puntuales en la figura II.28, aparecerán en la cúpula como líneas circulares concéntricas a la cúpula, formando paralelos, en la cara en la que se indica (en el trasdós o en el intradós). Además, éstas vendrán acompañadas de otras fisuras verticales, formando meridianos tal y como se representa en la figura II.29 y que son consecuencia del cedimiento del tambor hacia el exterior radialmente debido al empuje horizontal de la cúpula sobre éste. Estas fisuras son perfectamente compatibles con la situación de equilibrio obtenida en el análisis de la cúpula modelo, puesto que han sido consideradas al emplear los planos de corte mostrados en la figura II.24 para obtener la sección elegida para analizar, por lo que no afectan al coeficiente

de seguridad geométrico obtenido para la cúpula modelo, es decir, esta sigue siendo igual de segura.

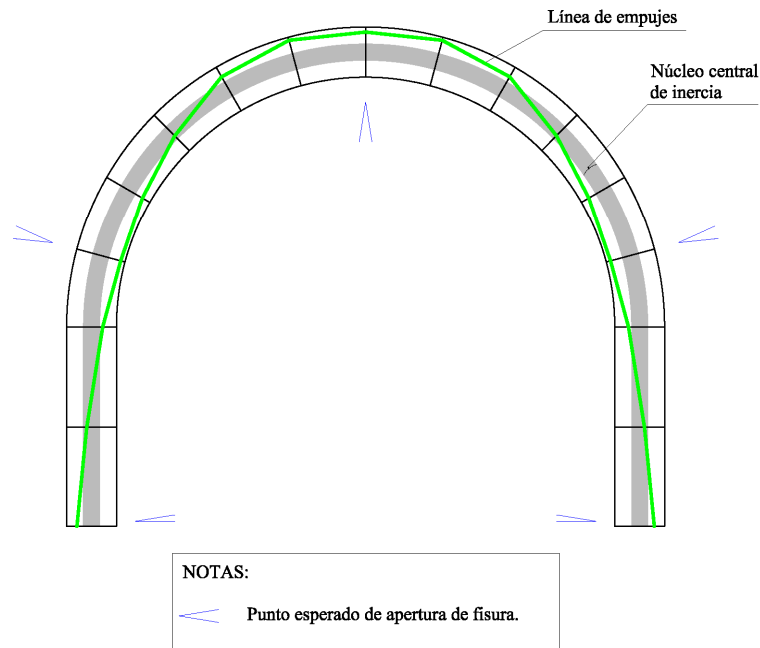


Figura II.28

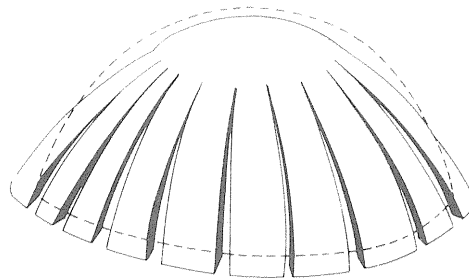


Figura II.29

Finalmente, comparando la línea de empujes obtenida para la cúpula modelo (figura II.26) con la línea de empujes obtenida en el apartado anterior para el pórtico modelo (figura II.15), se puede deducir que en el caso de cúpulas semicirculares la línea de empujes describe en la zona superior una curva más abierta que en el caso de bóvedas de cañón en las que ésta desciende más rápido (ver figura II.30). Esto implica que la colocación de una linterna sobre las cúpulas mejora la estabilidad de las mismas, pues es una masa añadida en la zona superior que modifica la línea de empujes en esta zona de modo que ésta describa una curva más cerrada y por tanto, mejor ajustada a la geometría de la cúpula (se parecerá más a la curva que



describe la línea de empujes de la bóveda). Con esto, el espesor de la cúpula límite será inferior y por tanto, el coeficiente de seguridad geométrico de ésta será mayor.

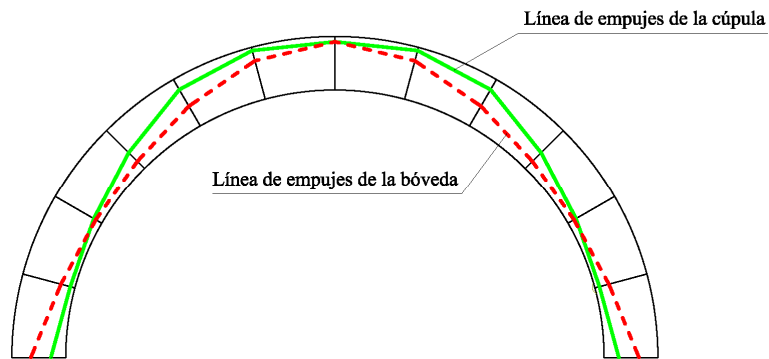


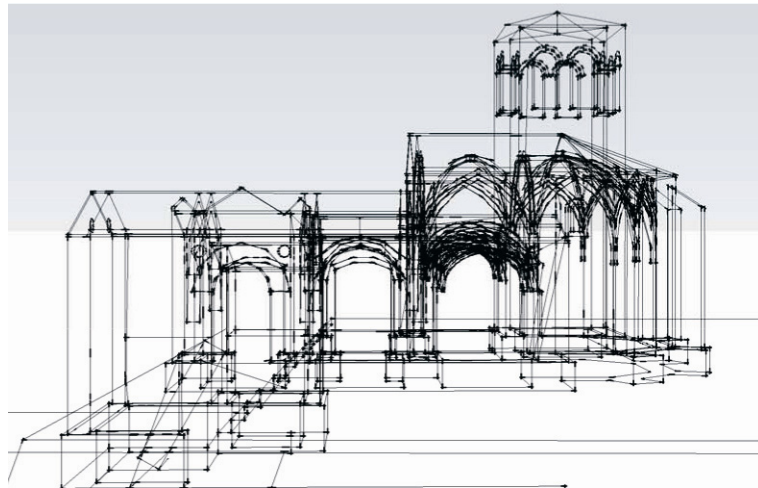
Figura II.30

---

## **CAPÍTULO III**

# **PROPUESTA DE METODOLOGÍA PARA ANALIZAR ESTRUCTURAS HISTÓRICAS DE FÁBRICA**

---



### III.1.- Desarrollo de la metodología propuesta

Este tercer capítulo propone una metodología de análisis teórico de estructuras históricas de fábrica como herramienta de evaluación. Esta metodología permite verificar la situación de equilibrio estático en la que se encuentra la estructura al someterla a una serie de acciones, resultado que es posible obtener en la actualidad empleando la estática gráfica y, además, aporta mayor información acerca del comportamiento de la estructura. Permite conocer:

- el estado tensional de los diferentes elementos de la fábrica,
- comprobar el posible deslizamiento entre piezas,
- considerar determinados asientos en la cimentación,
- tener en cuenta la posible degradación de determinadas piezas en términos de durabilidad, tales como la pérdida de material a nivel superficial o la disminución de su peso específico y su módulo elástico a nivel global,
- estudiar la influencia de la colocación de refuerzos metálicos o de fibra de carbono en la estructura,
- estudiar la influencia del relleno de fisuras con mortero sin retracción, etc.

Teniendo en cuenta las siguientes hipótesis de partida:

- la resistencia a tracción de las juntas entre piezas es nula,
- la resistencia frente al esfuerzo rasante de las juntas está limitada por un lado a la resistencia a cortante del mortero colocado entre piezas y por otro, al coeficiente de rozamiento estático en la interface pieza-mortero-pieza,
- la resistencia a tracción de las piezas está limitada por su límite elástico a tracción y en caso de superarse tal valor se produce la ruptura frágil del material,
- la resistencia a compresión de las piezas está limitada por su límite elástico a compresión y en caso de superarse tal valor el material sufre deformación plástica por aplastamiento.

La metodología propuesta se basa en analizar la estructura de fábrica mediante elementos finitos cumpliendo con una serie de consideraciones previas. No se trata de resolver un modelo continuo sino un modelo compuesto por una serie de bloques en contacto. La geometría de estos bloques se debe corresponder con la de las piezas que componen la estructura de fábrica o, de forma simplificada en algunos casos, con la geometría de un grupo

determinado de estas piezas, lo que facilita el proceso de modelado de la estructura y disminuye considerablemente el coste computacional de cálculo, sin variar con ello los resultados obtenidos. La agrupación de piezas para determinar los bloques que componen el modelo, como se verá más adelante, debe realizarse siguiendo un criterio determinado parecido al que se emplea al aplicar el “método de los cortes” en la estática gráfica. El comportamiento de los bloques del modelo es elástico lineal pudiendo plastificar localmente donde se supere el límite elástico del material considerado. Por otro lado, el contacto entre bloques es de tipo “*hard contact pressure*” (Abaqus 6.10) en lo que al comportamiento normal se refiere, es decir, solo se transmiten esfuerzos entre bloques en contacto a través de los nodos del mallado del modelo que pertenecen a la misma superficie de contacto, sin limitación de presión máxima transmitida ni posibilidad de penetración de un bloque en el otro y siendo posible la separación entre superficies de contacto tras la deformada. En cuanto al comportamiento tangencial del contacto entre bloques será de tipo “*Lagrange multiplier*” (Abaqus 6.10) estableciendo un coeficiente de rozamiento estático determinado para las superficies de contacto.

Los bloques que componen el modelo de cálculo que representa la estructura a analizar se pueden obtener de dos formas, según el caso. Por un lado mediante la modelización independiente de cada una de las piezas que componen la fábrica y, por otro lado mediante la modelización de grupos de éstas como un único elemento elástico. En este segundo caso, la clave para definir correctamente las agrupaciones de piezas que compondrán los bloques reside en asociar a cada bloque aquellas piezas que:

- Sus juntas en común se encuentren comprimidas en la totalidad de su superficie de contacto tras producirse la deformación. De modo que, en definitiva, en este caso se trata de encontrar grupos de piezas cuyas presiones de contacto entre sí sigan una distribución rectangular (compresión centrada) o trapezoidal (compresión excéntrica) y, por tanto, se pueda considerar que su comportamiento es como el de un único sólido elástico con el que componer el modelo de cálculo. Observando las figuras II.4 y II.5 del apartado II.1 se deduce que esta distribución de presiones de contacto entre piezas se da cuando la línea de empujes pasa dentro del núcleo central de inercia de la sección de las piezas. Dicho de otro modo, desde un punto de vista elástico, tal efecto sucede en las zonas solicitadas con momentos flectores pequeños y con esfuerzos axiales elevados. Así que en las zonas de la estructura de fábrica donde no ocurre esto, es decir, allí donde la línea de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de las

piezas, la junta entre estas fisurará consecuencia de la deformación elástica de las piezas y para considerarlo, deben modelizarse los bloques como piezas independientes en contacto.

- Por otro lado, se debe separar en bloques diferentes las piezas de fábrica situadas en aquellas zonas de la estructura de fábrica donde existan discontinuidades geométricas (en encuentros entre naves, entre arcos y bóvedas, entre arbotantes y botareles o estribos, en la junta de cambio del espesor de un muro, etc.).
- También es necesario separar en bloques diferentes con forma de gajos las piezas que forman estructuras de fábrica generadas por revolución, tales como cúpulas, semicúpulas, tambores... etc, tal y como se hace al aplicar el “*método de los cortes*” en la estática gráfica (ver figura II.7). Las juntas generadas sirven para considerar las fisuras verticales mostradas en la figura II.29 y que habitualmente aparecen en este tipo de estructuras, en su parte inferior, consecuencia de los esfuerzos de tracción horizontales, que la fábrica no puede resistir, obtenidos al realizar un cálculo elástico de estas estructuras considerándolas como un sólido elástico continuo.
- Del mismo modo, conviene separar en bloques independientes aquellas piezas donde sea previsible la existencia de esfuerzos rasantes elevados entre sus juntas, de modo que se pueda comprobar que no ocurre deslizamiento entre piezas en esa zona del modelo y por tanto, de la estructura real. Desde un punto de vista elástico, tales juntas se deben considerar en las zonas de la estructura solicitadas a esfuerzos cortantes elevados y axiles bajos.
- Por último, es importante establecer una junta en la base de los estribos tal y como se muestra en la figura III.1 (a 45° con respecto al plano horizontal), de modo que se tenga en cuenta la posible fisuración que suele aparecer cuando en la base del estribo la línea de empujes pasa fuera del núcleo central, se fisura inicialmente la base y

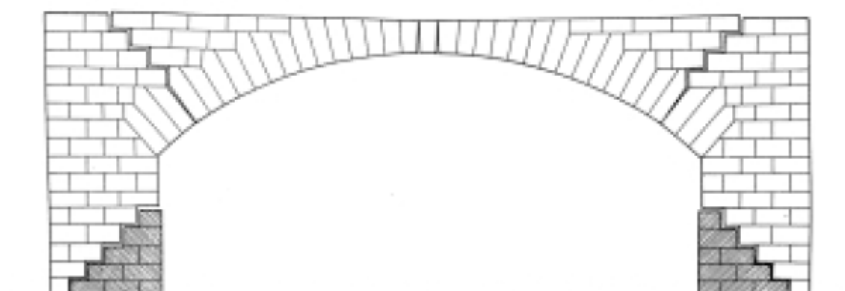


Figura III.1

debido a la deficiente resistencia a tracción de la fábrica y el elevado peso del estribo se desprende parte de su base, desapareciendo la junta inicial y apareciendo una nueva formando 45° con la horizontal.

Es importante señalar que los criterios establecidos son los recomendables para simplificar adecuadamente el modelo que representa la estructura de fábrica y obtener resultados fidedignos, aunque por supuesto que el calculista puede optar por decidir que no quiere simplificar y en su modelo cada bloque represente a cada pieza de la fábrica aunque el coste computacional para resolver el modelo sea elevado cuando el número de piezas también lo sea. La ventaja de optar por este modo no simplificado de modelizar la estructura reside en que en ese caso es posible añadir al modelo bloques planos que representen el mortero entre piezas para así considerarlo en el cálculo de la estructura de fábrica.

En cualquier caso, ya se emplee un modelo simplificado o no, es recomendable que el calculista establezca como rígido o “*fixed*” (Abaqus 6.10) el contacto entre todos los bloques del modelo (lo que simula que están adheridos unos a otros) en un primer cálculo de la estructura, asegurando así la convergencia a una primera solución aunque el resultado obtenido sea como si de un sólido elástico continuo se tratase, para posteriormente, en sucesivas iteraciones ir cambiando el criterio de contacto al propuesto anteriormente por esta metodología para que el comportamiento del modelo sea similar al de la fábrica. Siguiendo esta recomendación se encontrarán progresivamente posibles errores o incongruencias en el modelo a subsanar para finalmente llegar a resolver el modelo con todos los bloques en contacto.

Una vez se ha definido el modelo (simplificado o no) mediante bloques en contacto que representan la estructura de fábrica a analizar, es necesario especificar las condiciones de contorno del modelo, es decir, las acciones que actúan sobre él, apoyos que lo sustentan y posibles asientos en la cimentación:

- Las acciones y combinaciones de éstas que actúan sobre el modelo se definen en la normativa vigente. En la actualidad en España aplica tanto el Código Técnico de la Edificación CTE SE-AE como el Eurocódigo UNE EN 1991. Las acciones se clasifican en permanentes (peso propio, empuje del terreno..etc.), variables (acción del viento, sobrecarga de nieve, sobrecarga de uso, acción térmica, etc.) y accidentales

(acción sísmica, impactos, etc.). En estructuras históricas de fábrica, exceptuando los puentes, la acción más importante suele ser la debida al peso propio de la estructura. De la combinación de estas acciones se obtienen las cargas que actúan sobre la estructura, unas estabilizadoras y otras desestabilizadoras. Para obtener las combinaciones se emplean los coeficientes de simultaneidad y los coeficientes parciales de seguridad, que varían según se considere la estructura expuesta a una situación persistente o transitoria o a una situación accidental. Los valores de los coeficientes de simultaneidad se indican, como ya se ha dicho, en la normativa vigente y los coeficientes parciales de seguridad para estructuras históricas de fábrica se indican en la tabla III.1, puesto que la normativa actual no indica nada al respecto.

| <b>Situación persistente o transitoria</b> |                          |                          |
|--|--------------------------|--------------------------|
| Resistencia de la fábrica                  | $\gamma_G = 1,35$        | $\gamma_Q = 1,50$        |
| Resistencia de los refuerzos               | $\gamma_G = 1,35$        | $\gamma_Q = 1,50$        |
| Estabilidad de la estructura               | $\gamma_{G, stb} = 0,90$ | $\gamma_{Q, dst} = 1,80$ |
| Deslizamiento entre piezas                 | $\gamma_{G, stb} = 0,90$ | $\gamma_{Q, dst} = 1,50$ |
| <b>Situación accidental</b>                |                          |                          |
| Resistencia de la fábrica                  | $\gamma_G = 1,00$        | $\gamma_Q = 1,00$        |
| Resistencia de los refuerzos               | $\gamma_G = 1,00$        | $\gamma_Q = 1,00$        |
| Estabilidad de la estructura               | $\gamma_{G, stb} = 0,90$ | $\gamma_{Q, dst} = 1,20$ |
| Deslizamiento entre piezas                 | $\gamma_{G, stb} = 0,90$ | $\gamma_{Q, dst} = 1,20$ |

Tabla III.1

- Los apoyos que soportan la estructura de fábrica se consideran modelizando la cimentación como un sólido elástico que sustenta la estructura mediante un contacto más entre su cara superior y la base de la estructura y que además se apoya en su base sobre un terreno cuyo efecto se representa mediante un empotramiento teórico. Es importante tener en cuenta que para realizar la comprobación de la cimentación y el terreno (frente al hundimiento, deslizamiento, estabilidad, etc.) sería necesario representar el efecto del terreno de un modo más cercano a su comportamiento real pero no son objeto de esta tesis las comprobaciones geotécnicas.



- Los posibles asientos (relativos y absolutos) admisibles en la cimentación son definidos por la normativa vigente: CTE-SE-C y UNE EN 1997 y deben considerarse en la verificación de la estructura de fábrica (estabilidad, resistencia de los elementos estructurales, deslizamiento entre piezas, etc.) como un efecto más a tener en cuenta. En general se pueden considerar como valores límite:
  - o Asientos máximos absolutos en obras de carácter monumental:  $\delta_{\text{vert}} = 25 \text{ mm}$
  - o Asientos máximos relativos en muros de carga sin armar, considerando la distorsión angular:  $\delta_{\text{vert}} = L \cdot (1/2000)$ , siendo  $L$  = la distancia entre los puntos considerados para obtener el asiento relativo entre estos.
  - o Asientos máximos relativos en muros de carga sin armar, considerando la distorsión horizontal:  $\delta_{\text{horiz}} = L \cdot (1/2000)$ , siendo  $L$  = la distancia entre los puntos considerados para obtener el desplazamiento horizontal relativo entre estos.
  - o Asientos observados “in situ” al realizar la inspección de la estructura a analizar o determinados por el calculista para estudiar el comportamiento de la estructura frente a este fenómeno.

Una vez modelizada la estructura mediante bloques, establecido el contacto entre estos, incluso definidos los apoyos teóricos y desplazamientos forzados (asientos) en la cimentación y aplicadas las combinaciones de cargas que actúan sobre la estructura, debe realizarse el mallado de los bloques mediante elementos cúbicos de segundo orden de tipo “C3D20R” (Abaqus 6.10) y el cálculo posterior mediante elementos finitos del modelo completo.

Por último, tras realizar el cálculo del modelo completo que representa la estructura de fábrica es momento de realizar el análisis de los resultados obtenidos:

- Para verificar la estabilidad de la estructura es suficiente con que el cálculo del modelo completo sea convergente y exista una solución, pues ello indica que la estructura se encuentra en situación de equilibrio estáticamente admisible. Por otro lado, para obtener el “*coeficiente de seguridad geométrico*” con que cuenta la estructura de fábrica al someterla a las combinaciones de acciones que le afectan, es necesario estudiar la presión de contacto obtenida en las juntas entre los bloques del modelo. Recuérdese que tal coeficiente es el resultado obtenido al aplicar la estática gráfica en el marco del análisis límite y ofrece una estimación cuantitativa de la seguridad de la geometría de la estructura analizada frente a la estabilidad. En función de la superficie

comprimida de cada junta (suponiendo que la superficie comprimida = superficie total de la junta – superficie fisurada) se puede determinar este coeficiente y, por tanto, para valorar la situación de la estructura a nivel global hay que hacer un estudio de todas las juntas, pues de cada una de ellas se deducirá un “*coeficiente de seguridad geométrico*” que determinará las zonas críticas de la estructura. El criterio de valoración es como sigue:

- Cuando la superficie comprimida es el 100% de la superficie de la junta, el “*coeficiente de seguridad geométrico*” en esa junta es  $\geq 3$ .
- Cuando la superficie comprimida es el 75% de la superficie de la junta, el “*coeficiente de seguridad geométrico*” en esa junta es = 2.
- Para superficies comprimidas entre el 100% y el 75% de la superficie de la junta, se puede interpolar linealmente para obtener el “*coeficiente de seguridad geométrico*” en esa junta.

En la práctica no se recomienda que el “*coeficiente de seguridad geométrico*” sea inferior a 2 en estructuras históricas de fábrica aunque teóricamente la estructura se encuentra en situación de equilibrio estáticamente admisible cuando el “coeficiente de seguridad es mayor o igual a 1. Este valor límite se obtiene cuando la superficie comprimida tiende a hacerse nula, es decir, cuando la junta tiende a estar fisurada en la totalidad de su superficie. Sin embargo, debido a la necesidad real de una mínima superficie de contacto necesaria para transmitir el esfuerzo entre piezas sin que se produzca el fallo del material, la superficie comprimida en el modelo calculado suele tener valores entre el 5% y el 10% de la superficie de la junta cuando el valor del “*coeficiente de seguridad geométrico*” se acerca la unidad.

- Para verificar la resistencia de los materiales que componen la estructura de fábrica se debe comparar la tensión máxima de compresión a que están sometidas sus piezas, incluso la argamasa dispuesta entre éstas, es decir, la tensión obtenida en los bloques del modelo calculado que representa la estructura de fábrica, con el valor máximo de tensión de compresión minorada que resiste la fábrica (compuesta por piedra y mortero). Este valor resistente máximo se obtiene empleando la “ecuación de Ohler” empleando los parámetros definidos en la tabla III.2 junto con los valores de la resistencia de las piezas y del mortero que pueden determinarse de dos formas: por un lado, consultando en bibliografía específica una vez conocido el origen de los materiales de la estructura a analizar y, por otro, se pueden obtener directamente

mediante la realización de ensayos destructivos (extracción de probetas) o no destructivos (empleando un esclerómetro o equipo de ultrasonidos).

|                        | <b>a</b> | <b>b</b> |
|------------------------|----------|----------|
| $\alpha \leq 0,02$     | 1,00     | 2,218    |
| $0,02 < \alpha < 0,05$ | 0,811    | 0,96     |
| $\alpha \geq 0,15$     | 0,662    | 0,662    |

$$f = \frac{a \cdot f_b}{1 + 10 \cdot b \cdot \alpha}$$

(Ecuación de Ohler)

Tabla III.2

- El coeficiente de minoración a aplicar sobre la resistencia de la fábrica compuesta por las piezas de fábrica y el mortero, en ausencia de normativa específica que lo defina, puede considerarse:  $\gamma_R = 4$ . Tal valor se justifica por un lado para considerar la posible variabilidad estadística en el valor de la resistencia de la fábrica, pues estos valores son obtenidos en base a la experimentación, por otro lado por la necesidad de considerar que en la estructura de fábrica histórica no toda la superficie de contacto entre piezas se encuentra en contacto directo con la argamasa dispuesta entre estas, consecuencia de la retracción y de la disposición irregular de la argamasa durante el montaje de la fábrica y, por último para considerar la existencia de posibles excentricidades en la estructura de fábrica que causen la aparición de efectos de segundo orden no despreciables.
- Para verificar el deslizamiento entre piezas basta con que el cálculo del modelo completo sea convergente y exista una solución. Ello indica que la estructura se encuentra en situación de equilibrio estáticamente admisible considerando que la fuerza de rozamiento estático entre piezas es suficiente para resistir el esfuerzo rasante entre éstas y por tanto, no se produce el colapso por deslizamiento entre piezas.

Las verificaciones citadas sobre los resultados obtenidos del análisis del modelo mediante elementos finitos ofrecen inicialmente, como se verá en los siguientes apartados, los mismos resultados que se obtienen aplicando el método de la estática gráfica en el marco del análisis límite y, a posteriori, una mayor información acerca de su estado tensional, deslizamiento entre piezas, comportamiento frente a asientos diferenciales de la cimentación, en definitiva, un informe más completo acerca de la seguridad de la estructura.

### III.2.- Aplicación a caso de modelo 1 (pórtico continuo)

En este nuevo apartado se procede a aplicar la nueva metodología propuesta en el apartado III.1 para analizar la estructura modelo de fábrica que se define en la figura III.2. Dicha estructura modelo ya fue definida y analizada previamente en el apartado II.3 aplicando la estática gráfica en el marco del análisis límite.

La estructura modelo se caracteriza porque es posible analizarla como un caso de deformación plana, es decir, es suficiente con analizar tan solo un tramo longitudinal de esta para conocer cómo se comporta en su totalidad. Por ello y, para además poder contrastar los nuevos resultados con los que ya se obtuvieron en el apartado II.3, se opta por modelizar tan solo un metro longitudinal de la estructura, tal y como se muestra en la figura III.2.

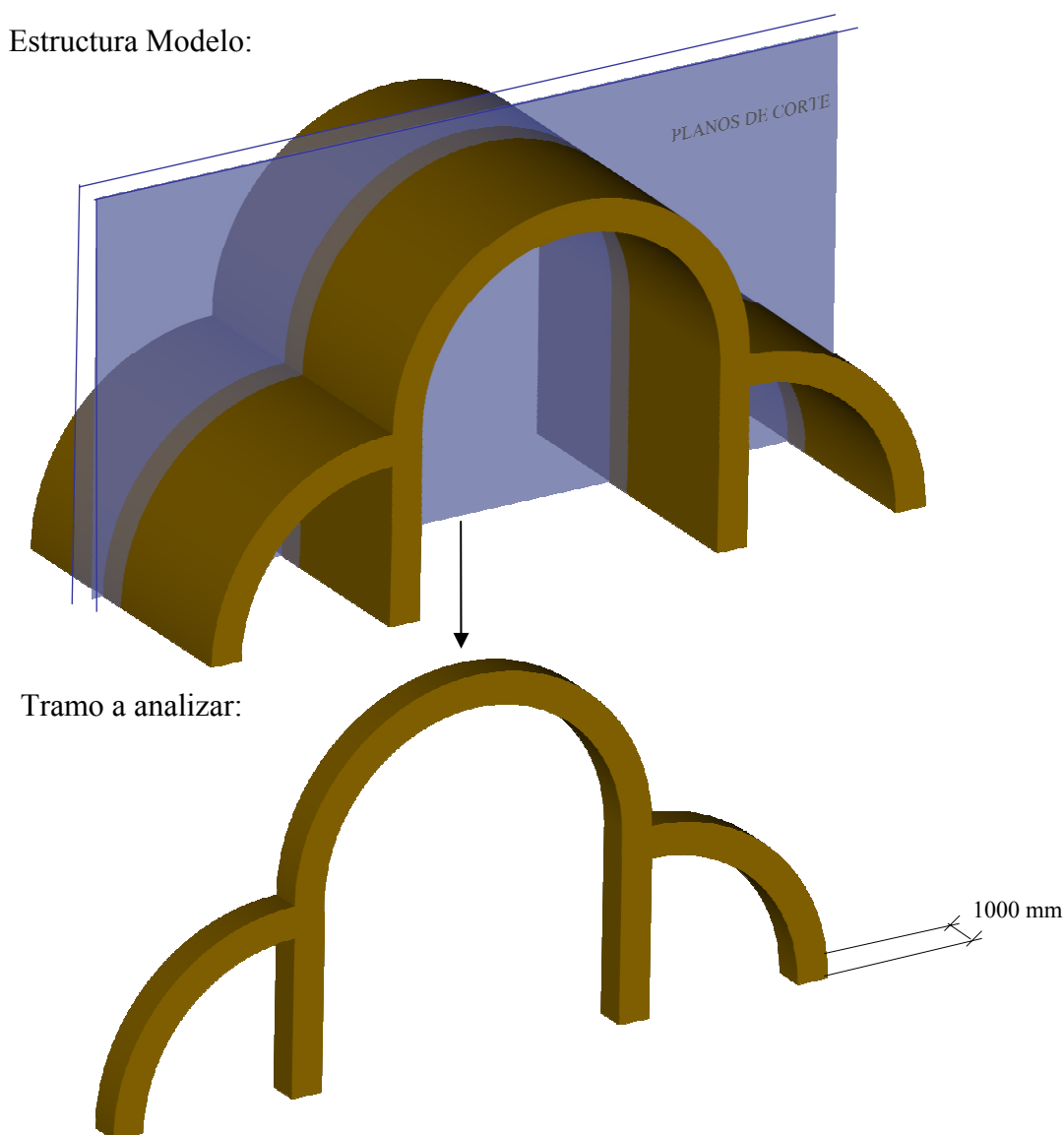


Figura III.2

El tramo de la estructura de fábrica a analizar definido en la figura III.2 de 1000 mm de longitud se expone abatido en la figura III.3, donde se indican sus dimensiones (en mm) y las piezas que componen la fábrica separadas por juntas “a hueso”. La estructura modelo a analizar se caracteriza por estar sometida exclusivamente a la acción del peso propio de las piezas que la componen. Las fuerzas que actúan sobre cada pieza del tramo a analizar han sido representadas vectorialmente en la figura III.3. La densidad del material considerada es de  $2500 \text{ kg/m}^3$  correspondiente a piezas de fábrica de caliza muy compacta (ver tabla II.1) y la magnitud de la fuerza de la gravedad de  $9,81 \text{ m/s}^2$ , actuando en la dirección y sentido indicados en la figura III.3.

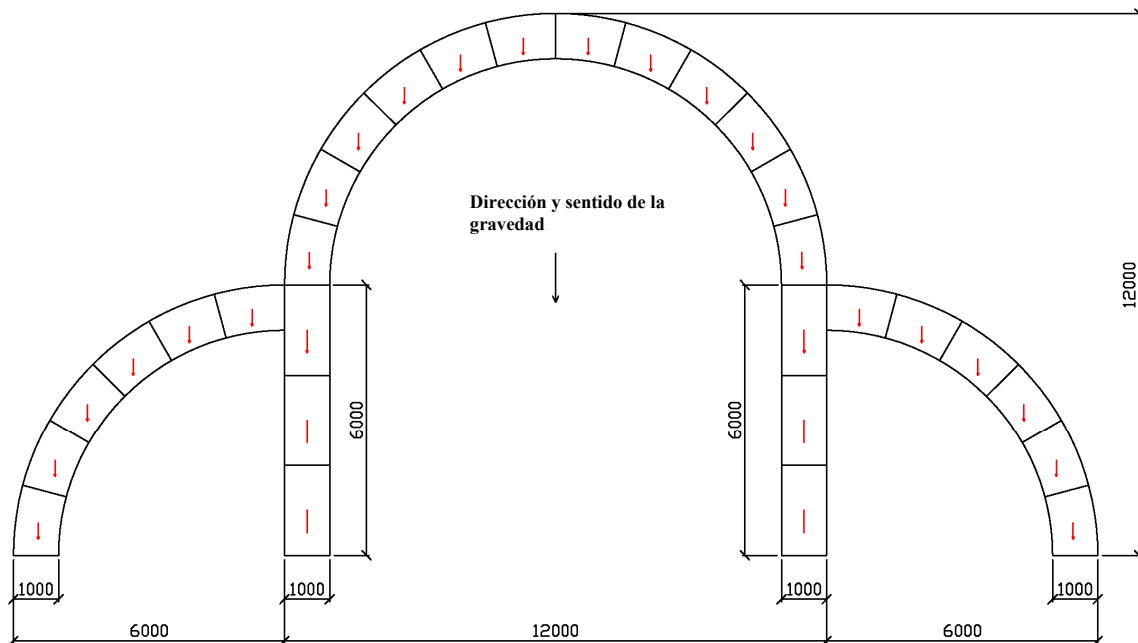


Figura III.3

Para modelizar y resolver mediante elementos finitos la estructura modelo de fábrica, con los criterios recomendados por la nueva metodología propuesta en el apartado III.1, se emplea el software Abaqus CAE 6.10.

En este caso, se opta por ensamblar un modelo compuesto por bloques en contacto cuya geometría se corresponde con la de cada una de las piezas que componen la fábrica, es decir, se evita simplificar el modelo empleando bloques formados por grupos de piezas. Como se puede apreciar en la figura III.3 la estructura modelo está construida empleando tan solo dos

tipos de piezas, una para la bóveda y los arbotantes y otra para los estribos, por lo que tan solo es necesario modelizar en Abaqus dos tipos de bloques. Una vez dibujada la geometría de cada uno de ellos, se mallan empleando elementos cúbicos de segundo orden de tipo "C3D20R" (Abaqus 6.10) con un tamaño máximo de lado de 100 mm y se ensamblan en un modelo general, tal y como se muestra en la figura III.4.

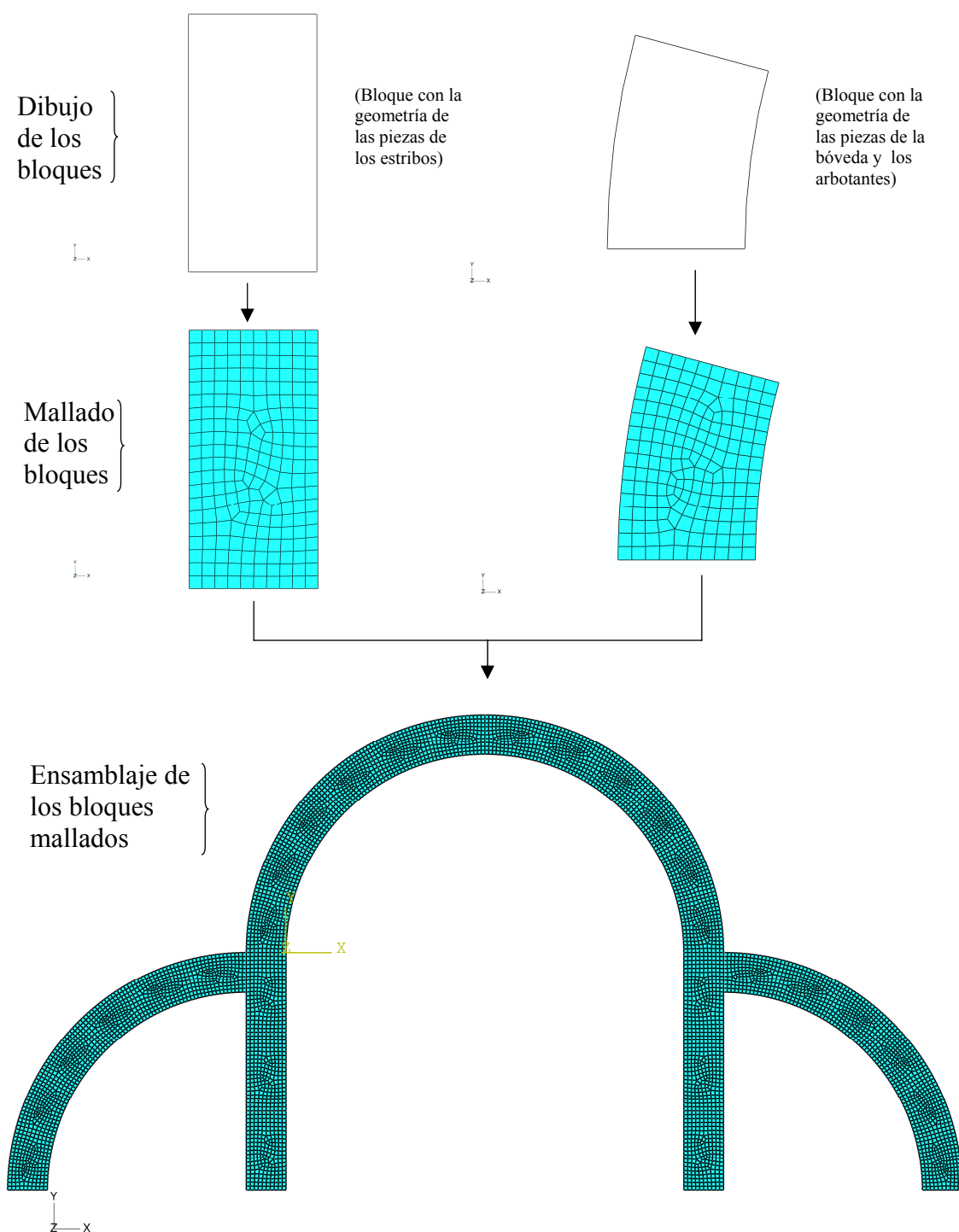


Figura III.4

A continuación, se define el tipo de contacto entre bloques tal y como se especifica en el apartado III.1 según la nueva metodología propuesta y se asigna tal propiedad a las superficies de contacto entre los bloques del modelo ensamblado de elementos finitos. Estas superficies, tal y como se ha planteado la composición de los bloques, coinciden con las juntas entre las piezas de la fábrica de la estructura modelo a analizar. La búsqueda y definición de las superficies de contacto entre piezas, así como la asignación a cada una de ellas del tipo de contacto, especificado previamente por el calculista, la realiza automáticamente Abaqus CAE 6.10, lo cual es una ventaja cuando el número de bloques es elevado, pues no es necesario buscar y asignar las propiedades a cada sección de contacto, una a una. Como propiedades de contacto, en este análisis, se ha definido un coeficiente de rozamiento estático entre piezas  $\mu=0,4$ , pues ya se averiguó en el apartado II.3 que era el mínimo necesario tras analizar la estructura modelo mediante un análisis elástico lineal aplicando el método matricial de la rigidez y se sabe que para este coeficiente es al menos  $\mu=0,58$  entre piezas de caliza de grano fino (ver tabla II.2). Además se ha definido una resistencia a cortante ilimitada, la imposibilidad de interferencia entre bloques y la posibilidad de separación de sus caras en contacto tras producirse la deformada de la estructura.

Un paso más previo al cálculo consiste en especificar las condiciones de contorno del modelo ensamblado de elementos finitos. Estas son, por un lado, las acciones que actúan sobre la estructura y, por otro, la cimentación que la sustenta. Las acciones que actúan sobre la estructura se aplican sobre el modelo de elementos finitos en forma de cargas puntuales, superficiales o volumétricas, según su origen. En el caso de la estructura modelo sometida a análisis en este apartado, la acción a aplicar es tan solo la permanente de peso propio y se considera asignando a las propiedades que definen el material de los bloques una densidad de  $2500 \text{ kg/m}^3$  y estableciendo una acción gravitatoria de  $9,81 \text{ m/s}^2$  sobre la totalidad del volumen de cada uno de los bloques que componen el modelo de elementos finitos. Con estos datos, Abaqus CAE 6.10 calcula el volumen de cada elemento y multiplicando por la densidad y la acción gravitatoria, obtiene la carga que actúa sobre el centro de gravedad de cada elemento. Por otro lado, la cimentación que sustenta la estructura se modeliza, tal y como se recomienda en el apartado III.1, como un bloque más con la geometría de la cimentación. En este caso se trata de cuatro zapatas corridas, dos bajo los arbotantes y dos bajo los estribos, cuyas dimensiones en sección son  $2000 \text{ mm} \times 2000 \text{ mm}$ . Estos bloques, representados en la figura III.5, son mallados con la misma tipología y tamaño máximo de elementos que han sido empleados para el resto de bloques que representan las piezas de la

fábrica, mostrados en la figura III.4. En cuanto a las condiciones de contorno de estos nuevos bloques mallados, se establece un impedimento en los desplazamientos, en cualquiera de las direcciones del espacio, de los nodos de los elementos situados en la superficie inferior del bloque de cimentación y, además, se establece un nuevo contacto (con las mismas propiedades que se asignaron a las juntas entre piezas) entre su cara superior y la cara inferior de la pieza que apoya inmediatamente sobre la cimentación.

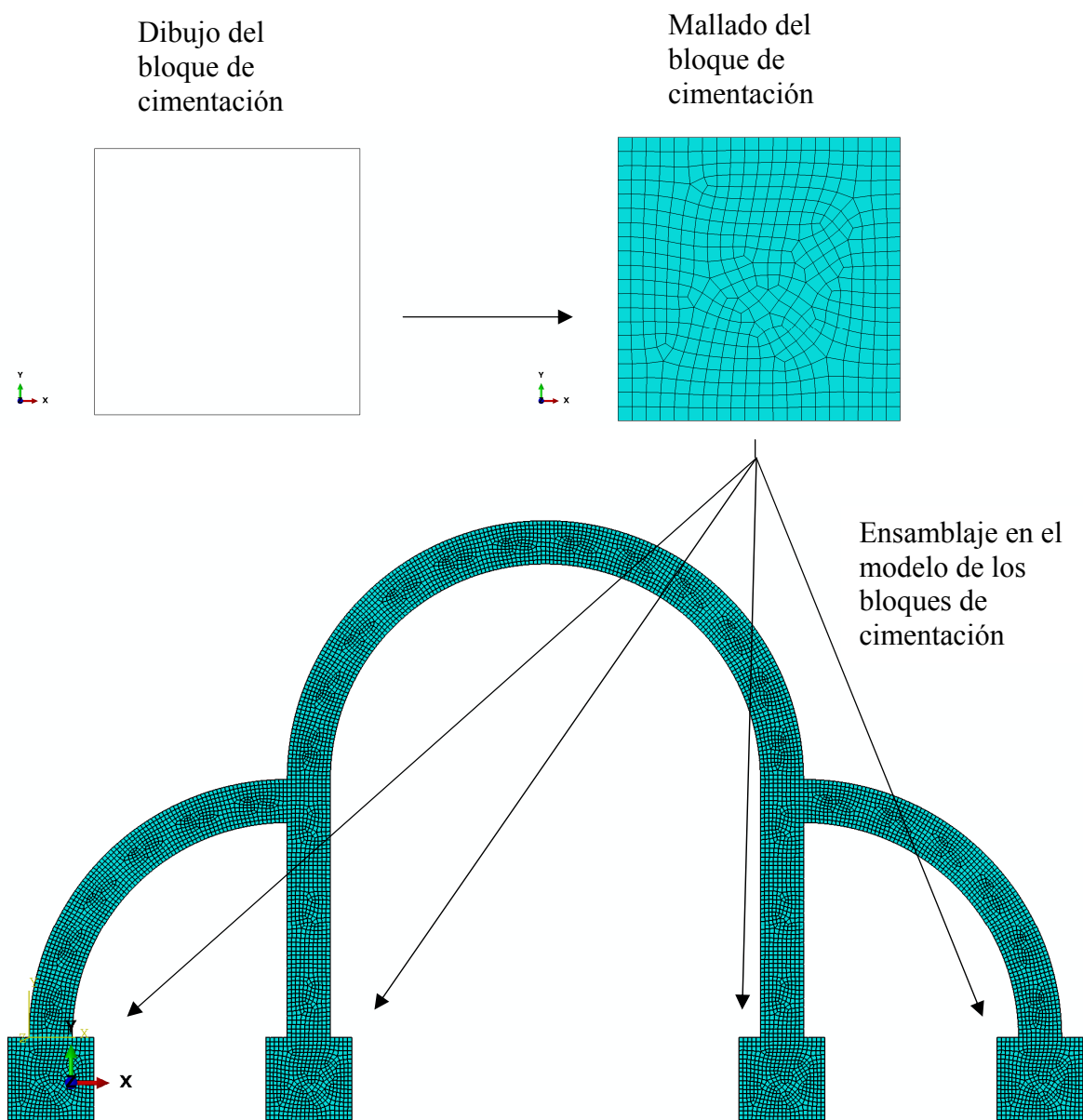


Figura III.5

Por último, se define y asigna a cada bloque del modelo de elementos finitos las propiedades de sólido homogéneo con las características del material que compone las piezas de la



estructura de fábrica (y su cimentación). En este caso, tales características son las de una piedra caliza muy compacta que cuenta con un Módulo de Young:  $E_p = 45000 \text{ N/mm}^2$ , un Coeficiente de Poisson:  $\nu=0,2$  y una Resistencia a compresión:  $f_p = 50 \text{ N/mm}^2$  (ver tabla II.1).

Una vez definida la geometría del modelo formado por bloques que representan las piezas de fábrica de la estructura modelo a analizar, mallados los bloques y asignados todos los parámetros de cálculo necesarios, se calcula la estructura con Abaqus CAE 6.10 mediante el método de los elementos finitos. Proceso que devuelve los resultados gráficos y numéricos necesarios para proceder al análisis de la estructura modelo de fábrica histórica.

En primer lugar, en la figura III.6 se expone la estructura modelo y su estado tensional al ser sometida a la acción de su peso propio, es decir, se representa gráficamente mediante áreas de colores el valor de la tensión principal a la que está sometido cada bloque y se asigna a cada color de la gráfica un valor numérico de tensión en la leyenda situada en la zona superior izquierda de la figura.

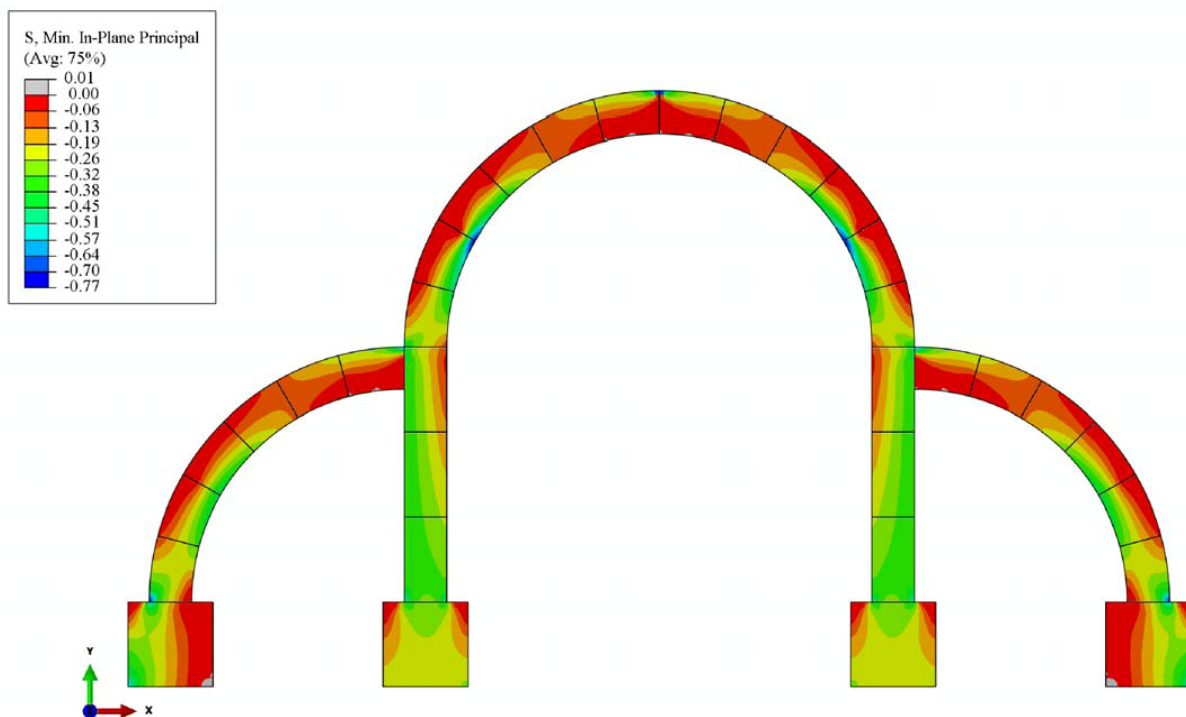


Figura III.6

Observando la figura III.6 se puede deducir inicialmente que toda la estructura de fábrica está sometida a esfuerzos de compresión, lo cual es lógico puesto que este tipo de estructuras no

son capaces resistir esfuerzos de tracción y, además, el valor máximo de tensión en compresión de  $-0.77 \text{ N/mm}^2$  no supera el valor máximo de tensión admisible en compresión de  $f_{pd} = -5 \text{ N/mm}^2$  (obtenido de dividir:  $-50 \text{ N/mm}^2 / 10 = -5 \text{ N/mm}^2$ , siendo:  $f_p = -50 \text{ N/mm}^2$  y  $\gamma_R=10$ ). Por otro lado, la localización en esta misma figura de los valores máximos de tensión recuerda la posición de la línea de empujes obtenida en el apartado II.3 al aplicar la estática gráfica sobre esta misma estructura modelo y, en efecto, si se superpone la línea de empujes de la figura II.15 sobre la figura III.6, se observa claramente tal semejanza (ver figura III.7).

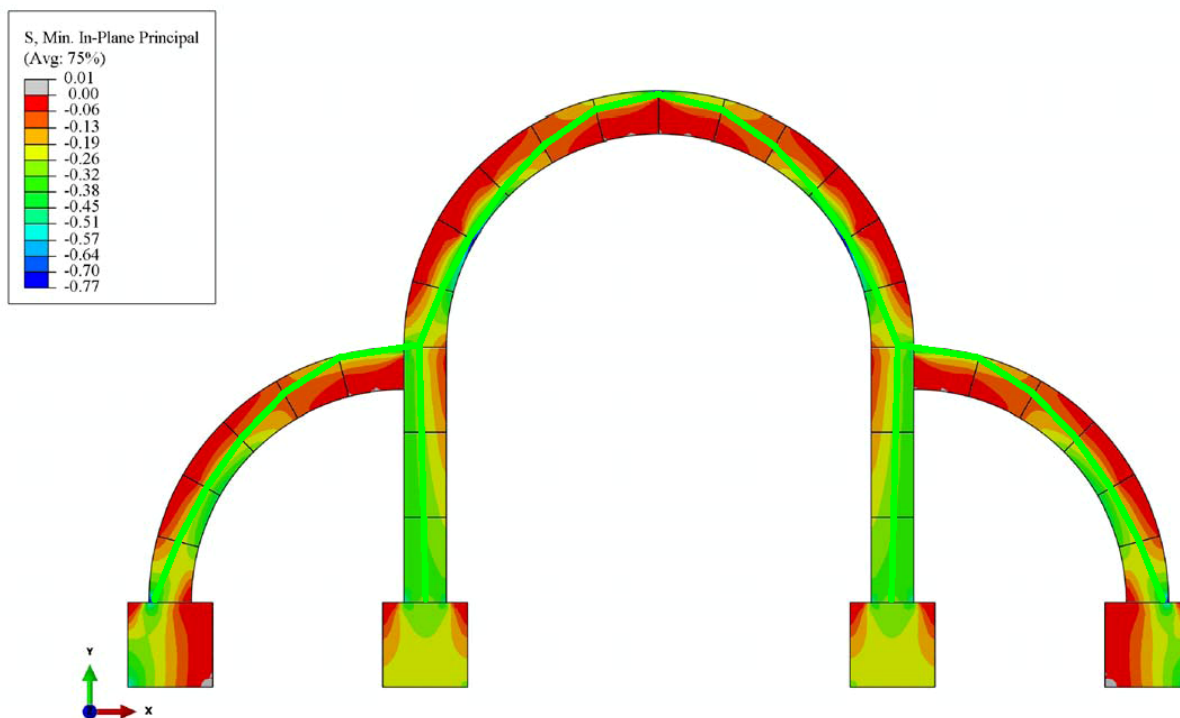


Figura III.7

Por otro lado, en la figura III.8 se expone la deformada de la estructura de fábrica (en una escala de deformación aumentada  $\times 2000$ ) donde además se incluye de forma gráfica (en las juntas) y numérica (en la leyenda), las aperturas de fisura que se producen en las juntas debido a la deformación elástica de la estructura en situación de equilibrio estáticamente admisible cuando es sometida a su peso propio. Como se puede apreciar, la apertura de fisuras corresponde exactamente con la prevista en la figura II.17 tras aplicar la estática gráfica a esta misma estructura modelo, es decir, en aquellas juntas donde la línea de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de la sección. En la figura III.8 se han superpuesto las marcas de apertura de fisura ( $\angle$ ) que se indican en la figura II.17.

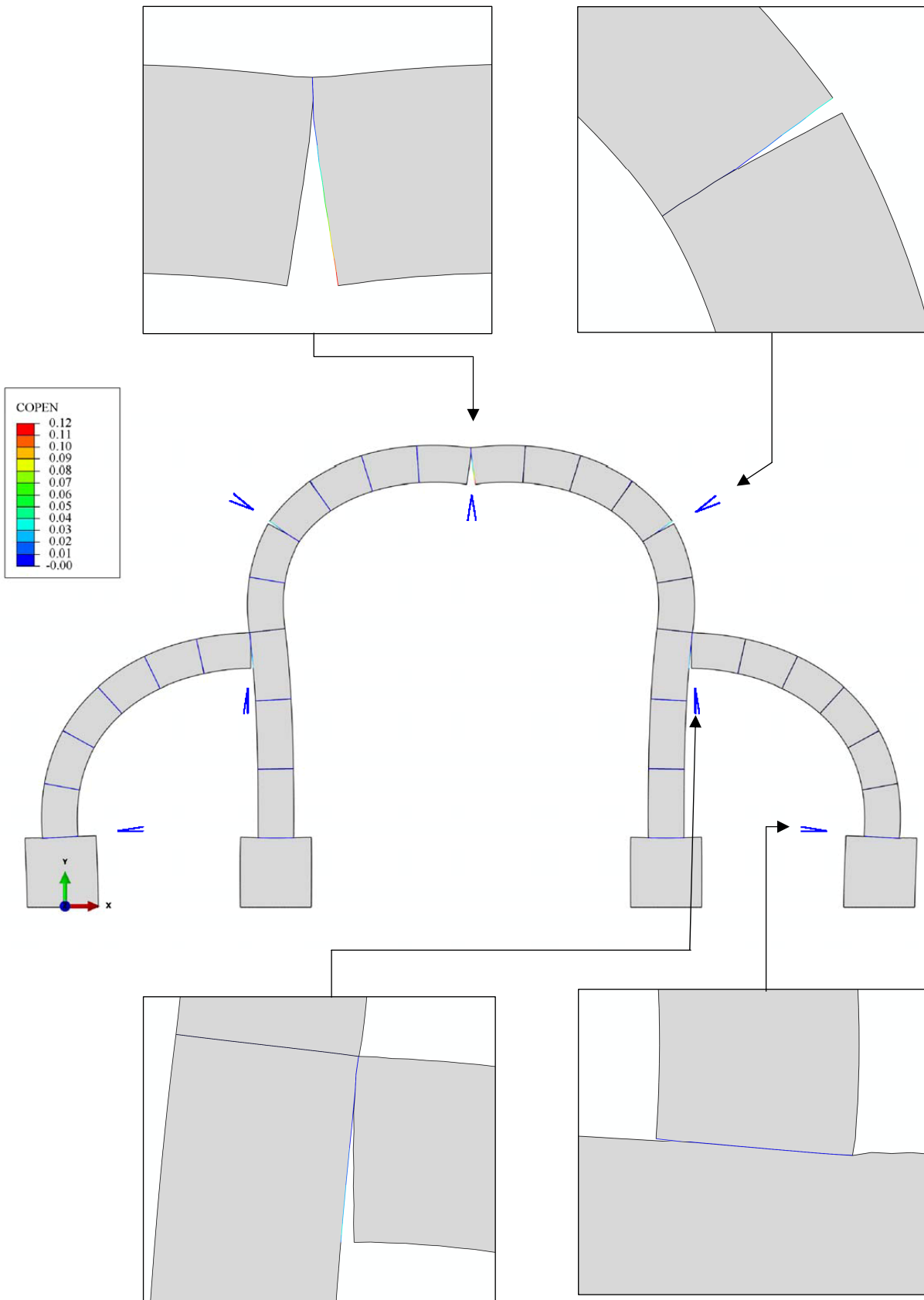


Figura III.8

Si a continuación, se analizan las vistas de detalle de la figura III.8 donde se puede observar la superficie de contacto entre piezas en las juntas críticas de la estructura, se llega a la conclusión de que, dado que la superficie comprimida entre las piezas en la clave de la bóveda (siendo esta la junta crítica de la estructura) está entre el 5 % y el 10%, el “coeficiente de seguridad geométrico” de la estructura modelo es prácticamente la unidad. Conclusión a la que se llega en el apartado II.3 al aplicar la estática gráfica en el marco del análisis límite sobre esta misma estructura modelo.

En la figura III.9 se indican las reacciones verticales obtenidas en la base de la cimentación que pueden ser empleadas para verificar si la resistencia del terreno es suficiente frente al hundimiento. Por otro lado, en la figura III.10 se indican las reacciones verticales+horizontales obtenidas en la base de la cimentación que pueden ser empleadas para comprobar que no se produce deslizamiento horizontal de la cimentación considerando el rozamiento cimentación-terreno ayudado por el empuje pasivo del terreno si se iniciase el deslizamiento. Como se puede comprobar en esta última figura, el vector reacción sobre cada cimentación, resultante de realizar la suma vectorial de las reacciones nodales mostradas bajo cada una de las cimentaciones de la figura III.10, es similar al vector reacción obtenido bajo cada cimentación en el apartado II.3 y mostrado gráficamente en la figura II.15.

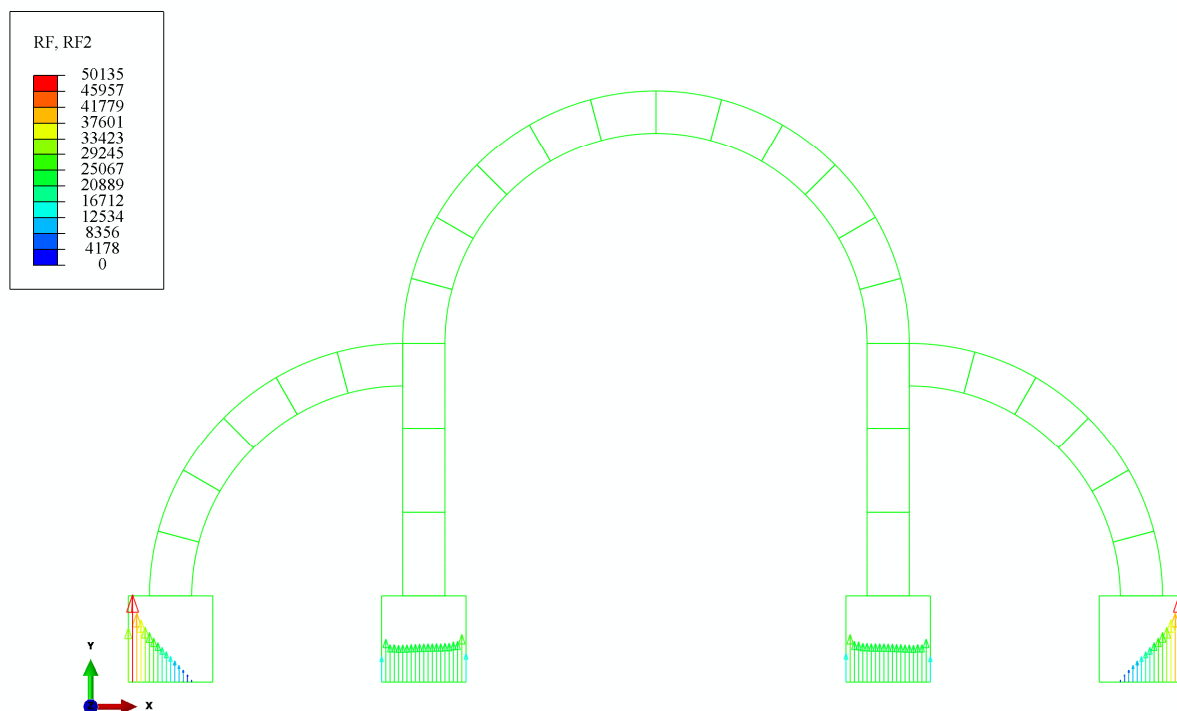


Figura III.9

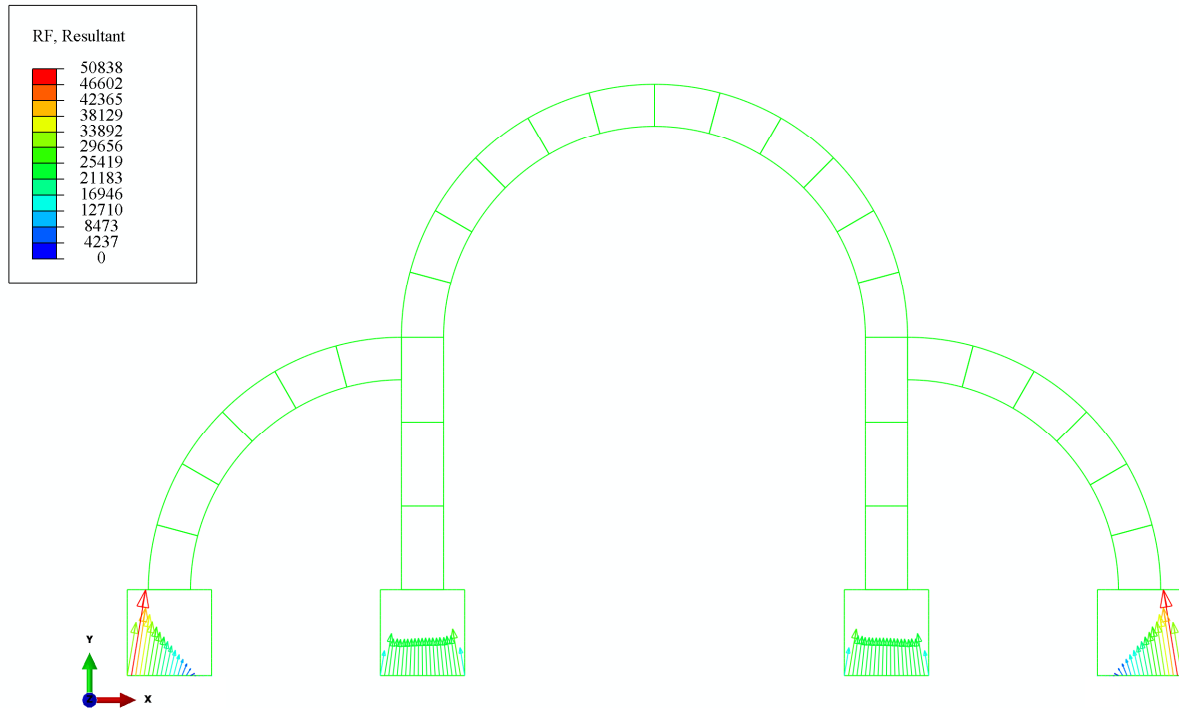


Figura III.10

En cuanto a la verificación frente al deslizamiento entre piezas, se considera que la estructura modelo es segura. El hecho de haber obtenido una solución en el cálculo del modelo de elementos finitos considerando un coeficiente de rozamiento entre piezas de  $\mu = 0.4$  permite valorar como segura la estructura frente al deslizamiento entre piezas, pues el valor considerado que es menor que el máximo,  $\mu = 0.58$ . Además, se ha estudiado que con  $\mu = 0.3$  el cálculo del modelo no converge a una solución válida, por lo que el valor  $\mu = 0.4$  es el mínimo necesario para que la estructura se encuentre en situación de equilibrio estáticamente admisible al ser sometida a la acción de su peso propio.

En conclusión, tras realizar el análisis de los resultados obtenidos del cálculo del modelo de elementos finitos, se puede evaluar la estructura modelo de fábrica histórica como:

- Poco segura frente a la estabilidad. Un “*coeficiente de seguridad geométrico*” = 1 indica que cualquier pequeña variación en las condiciones de sustentación de la estructura, en su geometría o en las acciones que actúan sobre ella (adicción del viento, nieve, mantenimiento, etc.) provocaría el hundimiento de la misma.
- Segura frente al deslizamiento entre piezas. Un coeficiente de seguridad frente a este fenómeno = 1,45, resultante de dividir el coeficiente de rozamiento máximo admisible

( $\mu=0,58$ ) entre el mínimo necesario ( $\mu=0,4$ ), indica que la estructura no colapsará por la aparición de un deslizamiento relativo entre piezas en alguna de las juntas de la estructura de fábrica.

- Muy segura frente a la resistencia del material que compone la fábrica. Un coeficiente de seguridad de 4,8, resultante de dividir el límite elástico minorado del material considerado para las piezas ( $f_{pd}=-50/10=-5\text{kN/mm}^2$ ) entre la tensión máxima en compresión mayorada a la que están sometidas las piezas de la estructura de fábrica ( $\sigma=-0,77*1,35=-1.04\text{kN/mm}^2$ ), indica que es prácticamente imposible el colapso por fallo del material que compone las piezas de la estructura de fábrica.

Es importante señalar que en el análisis de la estructura modelo de fábrica realizado en este apartado no se ha considerado la posible existencia de asientos relativos en su cimentación. Tal condición de contorno es una situación más que se debe considerar al realizar un análisis de una estructura de fábrica histórica real, pero se considera que no aporta más información a este ejemplo, resuelto para validar la nueva metodología propuesta en el apartado III.1 comparando los resultados obtenidos con los derivados de aplicar la estática gráfica (metodología actual) sobre esa misma estructura en el apartado II.3.

### III.3.- Aplicación a caso de modelo 2 (cúpula)

Tras aplicar la nueva metodología propuesta en el apartado III.1 para analizar la estructura modelo (pórtico continuo) propuesta en el apartado anterior, la cual se caracteriza por tratarse de un caso de deformación plana, se procede a aplicar a continuación esta nueva metodología para analizar una cúpula modelo. Dicha cúpula ya fue definida y analizada previamente en el apartado II.4 aplicando la estática gráfica en el marco del análisis límite.

La cúpula modelo, mostrada en la figura III.11, se caracteriza porque no es posible tratarla como un caso de deformación plana, lo cual requiere modelizar la estructura de fábrica completa para proceder a su análisis. La cúpula modelo, tiene la peculiaridad de que las piezas de fábrica que la componen no están trabadas unas con otras. Generalmente las cúpulas de fábrica si que tienen las piezas trabadas, ya que esto dota a la estructura con una cierta resistencia a tracción horizontal y mejora su estabilidad, pues la zona inferior de la cúpula está sometida a esfuerzos de tracción en sentido horizontal debido a la deformación de la cúpula y a la posible cesión del tambor que la soporta. En cambio, en este caso se ha optado por no trabar las piezas, por un lado para que el resultado del análisis sea comparable con el obtenido en el apartado II.4 y, por otro lado porque de este modo el resultado obtenido está del lado de la seguridad, pues tal consideración equivale a asumir que la resistencia de las piezas a tracción no es suficiente para resistir los esfuerzos de tracción a que está sometida la cúpula en su parte inferior de modo que fisura tal y como se indica en la figura II.

Cúpula Modelo:

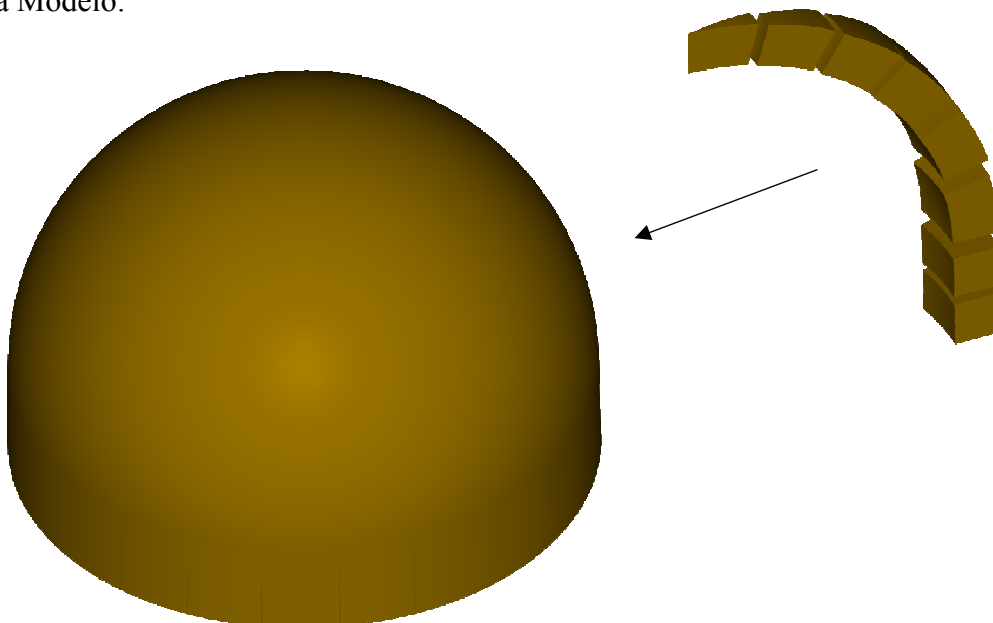


Figura III.11

Para definir la cúpula modelo de fábrica a analizar mostrada en la figura III.11 se representa parte de ésta en la figura III.12, donde se indican sus dimensiones (en mm) y las piezas que componen la fábrica separadas por juntas “a hueso”. La cúpula a analizar se caracteriza por estar sometida exclusivamente a la acción del peso propio de las piezas que la componen. Las fuerzas que actúan sobre cada pieza de la cúpula a analizar han sido representadas vectorialmente en la figura III.12. La densidad del material considerada es de  $2500 \text{ kg/m}^3$  correspondiente a piezas de fábrica de caliza muy compacta (ver tabla II.1) y la magnitud de la fuerza de la gravedad de  $9,81 \text{ m/s}^2$ , actuando en la dirección y sentido indicados en la figura III.12.

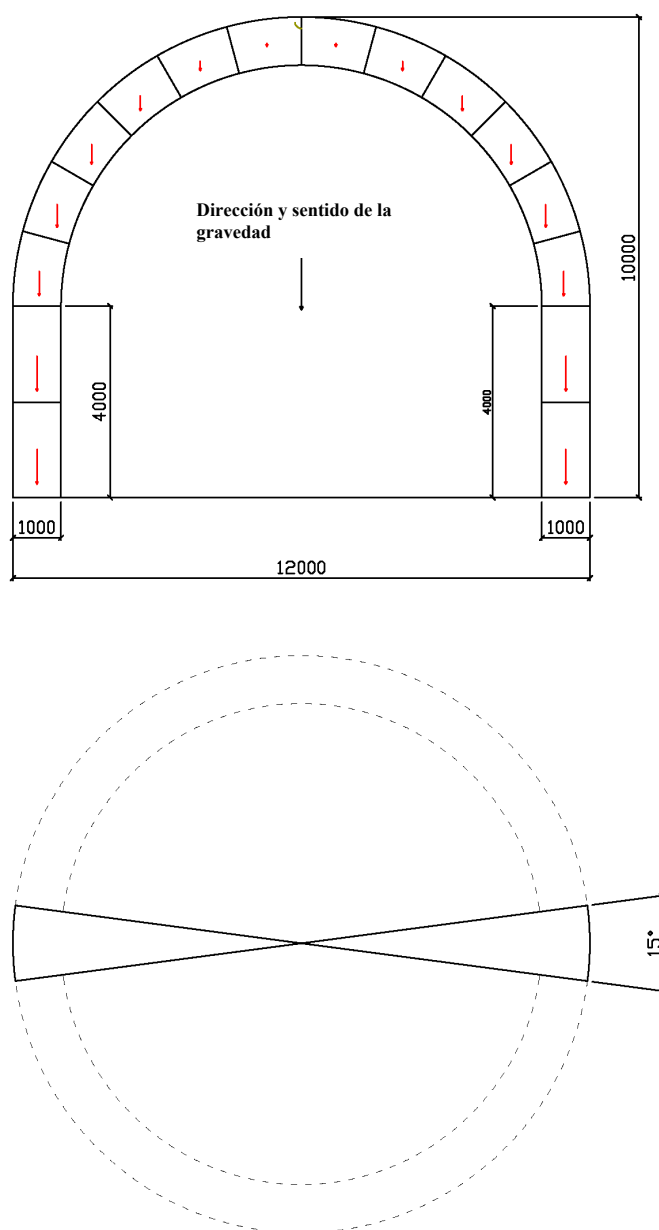


Figura III.12



Para modelizar y resolver mediante elementos finitos la cúpula modelo de fábrica, con los criterios recomendados por la nueva metodología propuesta en el apartado III.1, se emplea el software Abaqus CAE 6.10.

En este caso, al igual que se hizo en el apartado anterior para analizar el pórtico modelo, se opta por ensamblar un modelo de elementos finitos compuesto por bloques en contacto cuya geometría se corresponde con la de cada una de las piezas que componen la fábrica, es decir, se evita simplificar el modelo empleando bloques formados por grupos de piezas. Como se puede apreciar en la figura III.13 la cúpula modelo está construida empleando siete tipos de piezas, seis para la cúpula y una para el tambor, por lo que es necesario modelizar en Abaqus seis tipos de bloques diferentes. Una vez dibujada la geometría de cada uno de ellos, se mallan empleando elementos cúbicos de segundo orden de tipo “C3D20R” (Abaqus 6.10) con un tamaño máximo de lado de 150 mm y se ensamblan en un modelo general tal y como se muestra en la figura III.13.

A continuación, se define el tipo de contacto entre bloques tal y como se especifica en el apartado III.1 según la nueva metodología propuesta y se asigna tal propiedad a las superficies de contacto entre los bloques del modelo ensamblado de elementos finitos. Estas superficies, tal y como se ha planteado la composición de los bloques, coinciden con las juntas entre las piezas de la fábrica de la cúpula modelo a analizar. La búsqueda y definición de las superficies de contacto entre piezas, así como la asignación a cada una de ellas del tipo de contacto, especificado previamente por el calculista, la realiza automáticamente Abaqus CAE 6.10. Como propiedades de contacto, en este análisis, se ha definido un coeficiente de rozamiento estático entre piezas  $\mu=0,4$ , pues se sabe que el valor máximo admisible de este coeficiente es de al menos  $\mu=0,58$  por tratarse de piezas de caliza de grano fino (ver tabla II.2) y así, en caso de que Abaqus CAE 6.10 encuentre una solución, supondrá que la estructura cuenta al menos con un coeficiente de seguridad frente al deslizamiento de 1,45 (valor suficientemente elevado como para asegurar que la cúpula no fallará considerando el deslizamiento entre piezas). Además se ha definido una resistencia a cortante ilimitada, la imposibilidad de interferencia entre bloques y la posibilidad de separación de sus caras en contacto tras producirse la deformada de la estructura.

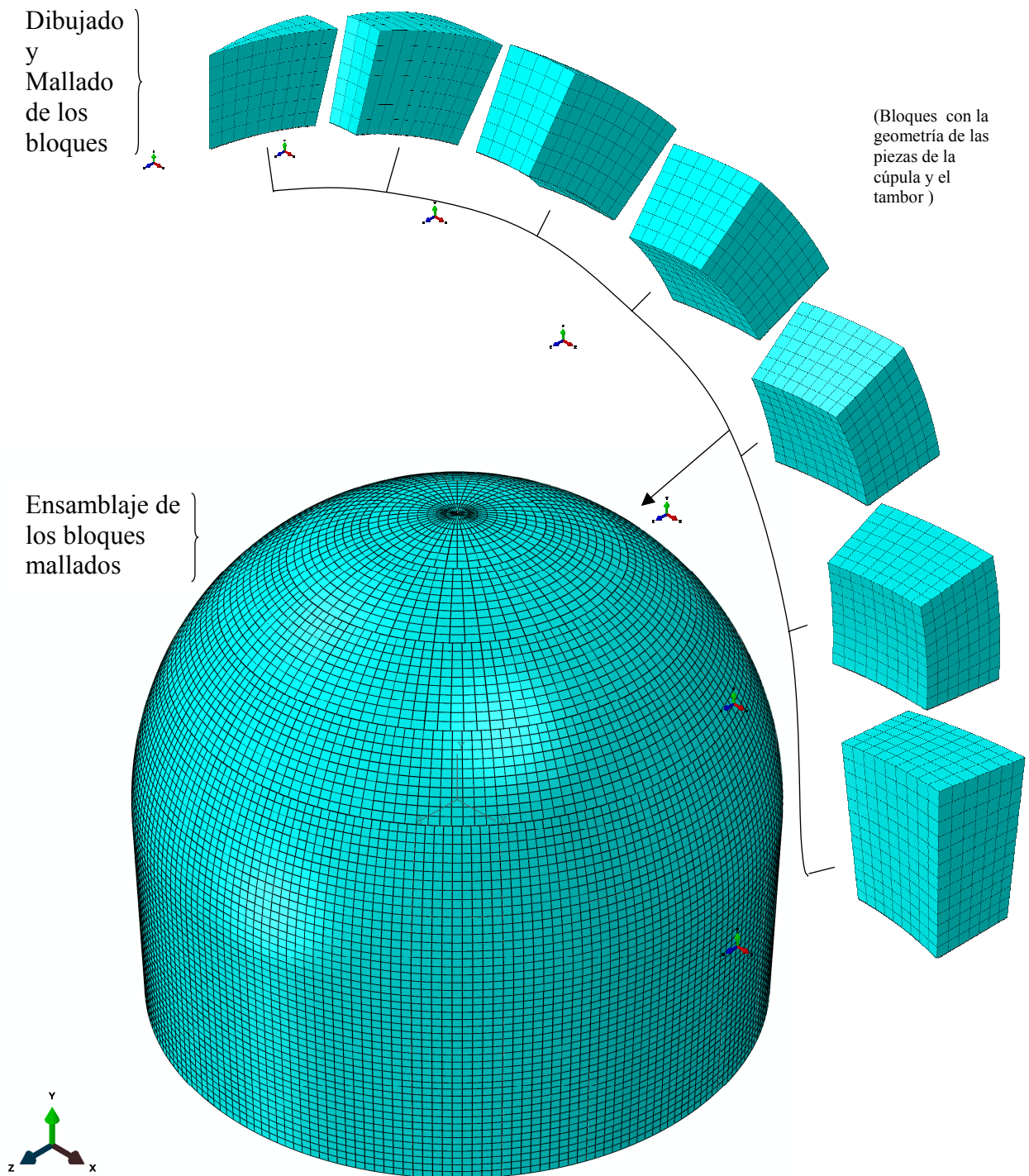


Figura III.13

Un paso más previo al cálculo de la cúpula consiste en especificar las condiciones de contorno del modelo ensamblado de elementos finitos. Estas son, por un lado, las acciones que actúan sobre la estructura y, por otro, la cimentación que la sustenta. Las acciones que actúan sobre la estructura se pueden aplicar sobre el modelo de elementos finitos en forma de cargas

puntuales, superficiales o volumétricas, según su origen. En el caso de la cúpula modelo sometida a análisis en este apartado, la acción a aplicar es tan solo la permanente de peso propio y se considera asignando a las propiedades que definen el material de los bloques una densidad de  $2500 \text{ kg/m}^3$  y estableciendo una acción gravitatoria de  $9,81 \text{ m/s}^2$  sobre la totalidad del volumen de cada uno de los bloques que componen el modelo de elementos finitos. Con estos datos, Abaqus CAE 6.10 calcula el volumen de cada elemento y multiplicando por la densidad y la acción gravitatoria, obtiene la carga que actúa sobre el centro de gravedad de cada elemento. Por otro lado, la cimentación que sustenta la estructura se modeliza, tal y como se recomienda en el apartado III.1, como un bloque más con la geometría de la cimentación. En este caso se trata de una zapata corrida de forma toroidal y sección cuadrada de dimensiones:  $2000 \text{ mm} \times 2000 \text{ mm}$ . Estos bloques, representados en la figura III.14, son mallados con la misma tipología y tamaño máximo de elementos que han sido empleados para el resto de bloques que representan las piezas de la fábrica, mostrados en la figura III.13. En cuanto a las condiciones de contorno de estos nuevos bloques mallados, se establece un impedimento en los desplazamientos, en cualquiera de las direcciones del espacio, de los nodos de los elementos situados en la superficie inferior del bloque de cimentación y, además, se establece un nuevo contacto (con las mismas propiedades que se asignaron a las juntas entre piezas) entre su cara superior y las caras inferiores de las piezas del tambor que apoyan inmediatamente sobre la cimentación.

Por último, se define y asigna a cada bloque del modelo de elementos finitos las propiedades de sólido homogéneo con las características del material que compone las piezas de la cúpula de fábrica (y su cimentación). En este caso, tales características son las de una piedra caliza muy compacta que cuenta con un Módulo de Young:  $E_p = 45000 \text{ N/mm}^2$ , un Coeficiente de Poisson:  $\nu=0,2$  y una Resistencia a Compresión:  $f_p = 50 \text{ N/mm}^2$  (ver tabla II.1).

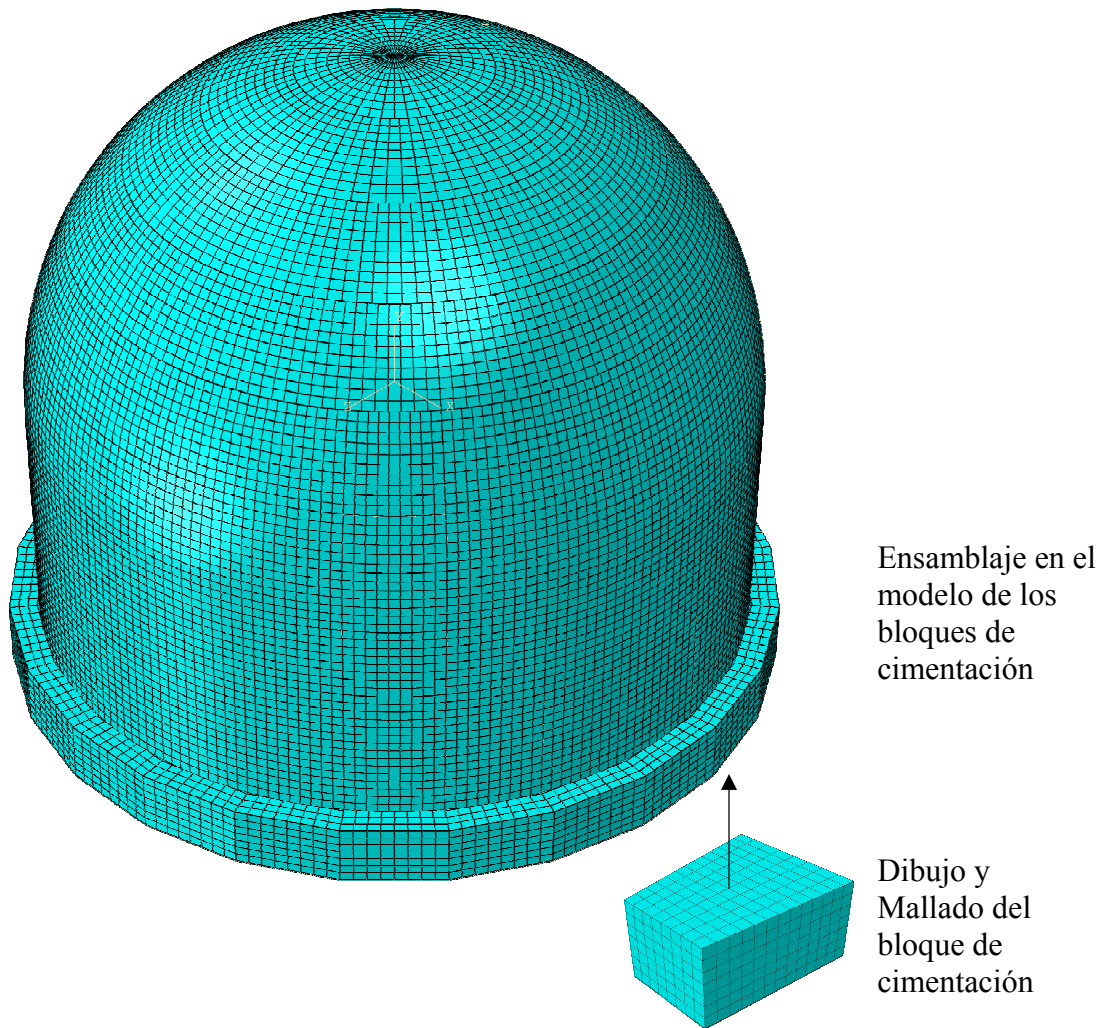


Figura III.14

Una vez definida la geometría del modelo formado por bloques que representan las piezas de fábrica de la cúpula modelo a analizar, mallados los bloques y asignados todos los parámetros de cálculo necesarios, se calcula la estructura con Abaqus CAE 6.10 mediante el método de los elementos finitos. Proceso que devuelve los resultados gráficos y numéricos requeridos para proceder al análisis de la estructura modelo de fábrica histórica.

En primer lugar, en la figura III.15 se expone la cúpula modelo y su estado tensional al ser sometida a la acción de su peso propio, es decir, se representa gráficamente mediante áreas de colores el valor de la tensión principal a la que está sometido cada bloque y se asigna a cada color de la gráfica un valor numérico de tensión en la leyenda situada en la zona superior izquierda de la figura.

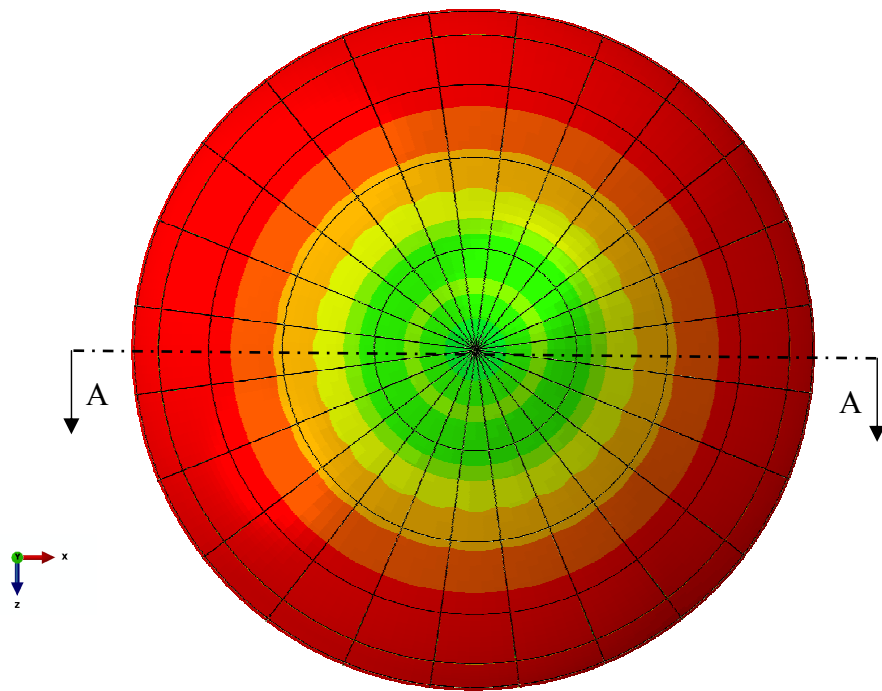
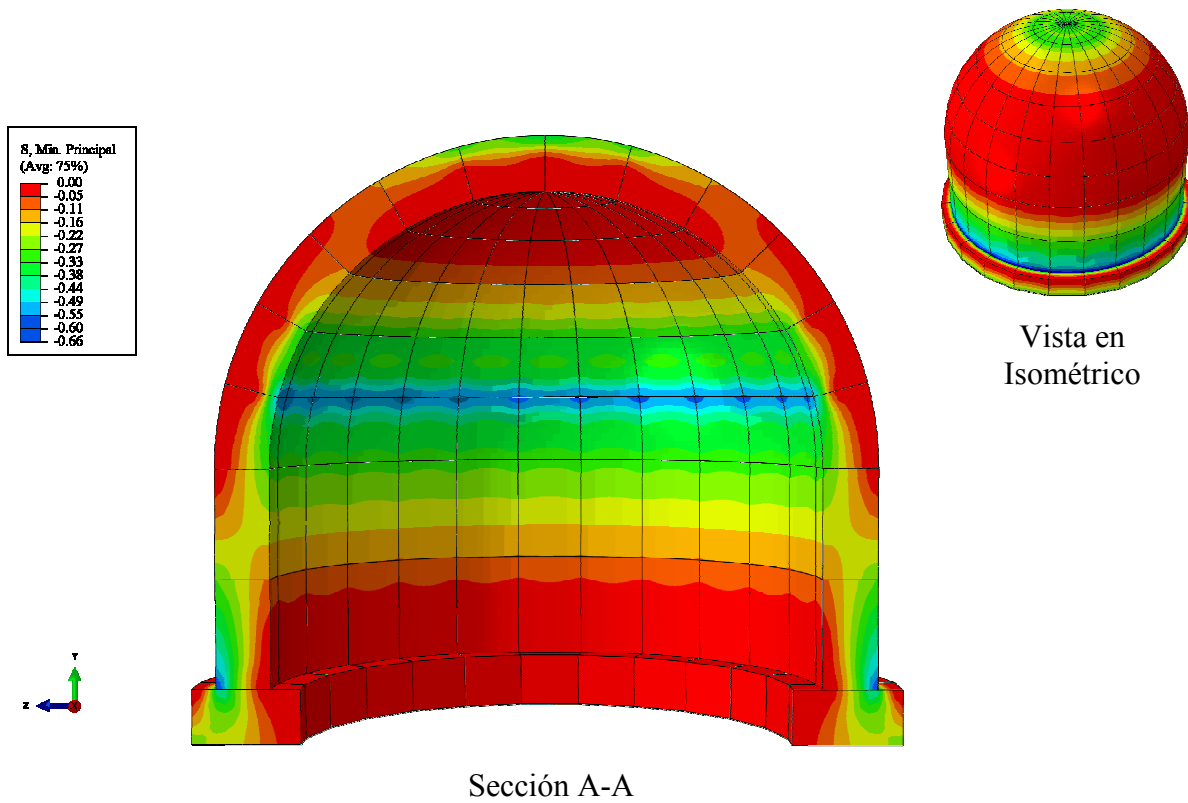


Figura III.14

Observando la figura III.14 se puede deducir inicialmente que toda la estructura de fábrica está sometida a esfuerzos de compresión, lo cual es lógico puesto que este tipo de estructuras no son capaces resistir esfuerzos de tracción y, además, el valor máximo de tensión en

compresión de  $-0.66 \text{ N/mm}^2$  no supera el valor máximo de tensión admisible en compresión de  $f_{pd} = -5 \text{ N/mm}^2$  (obtenido de dividir:  $-50 \text{ N/mm}^2 / 10 = -5 \text{ N/mm}^2$ , siendo:  $f_p = -50 \text{ N/mm}^2$  y  $\gamma_R=10$ ). Por otro lado, la localización en esta misma figura de los valores máximos de tensión recuerda la posición de la línea de empujes obtenida en el apartado II.4 al aplicar la estática gráfica sobre esta misma cúpula modelo y, en efecto, si se superpone la línea de empujes de la figura II.26 sobre la sección A-A de la figura III.14, se observa claramente tal semejanza (ver figura III.15).

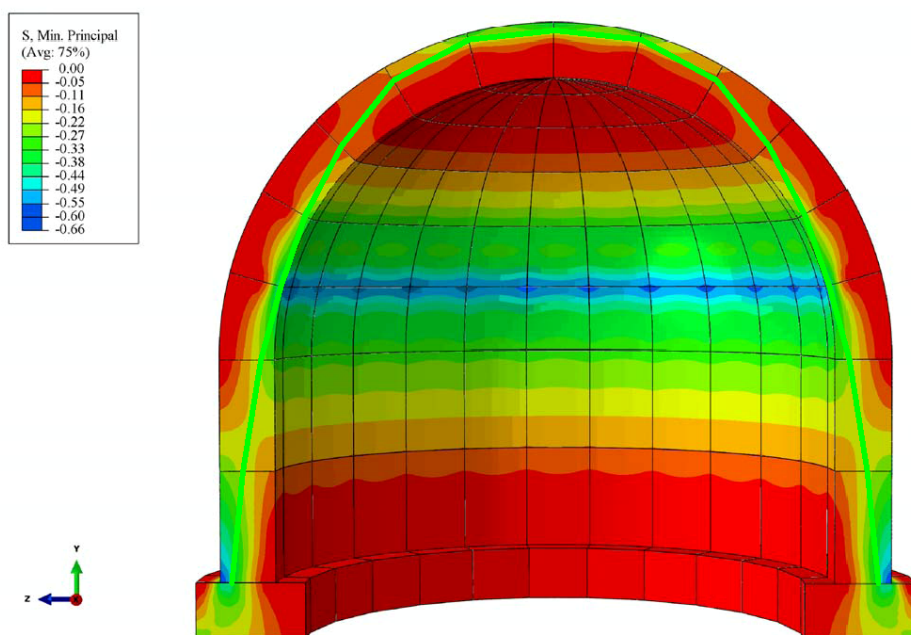
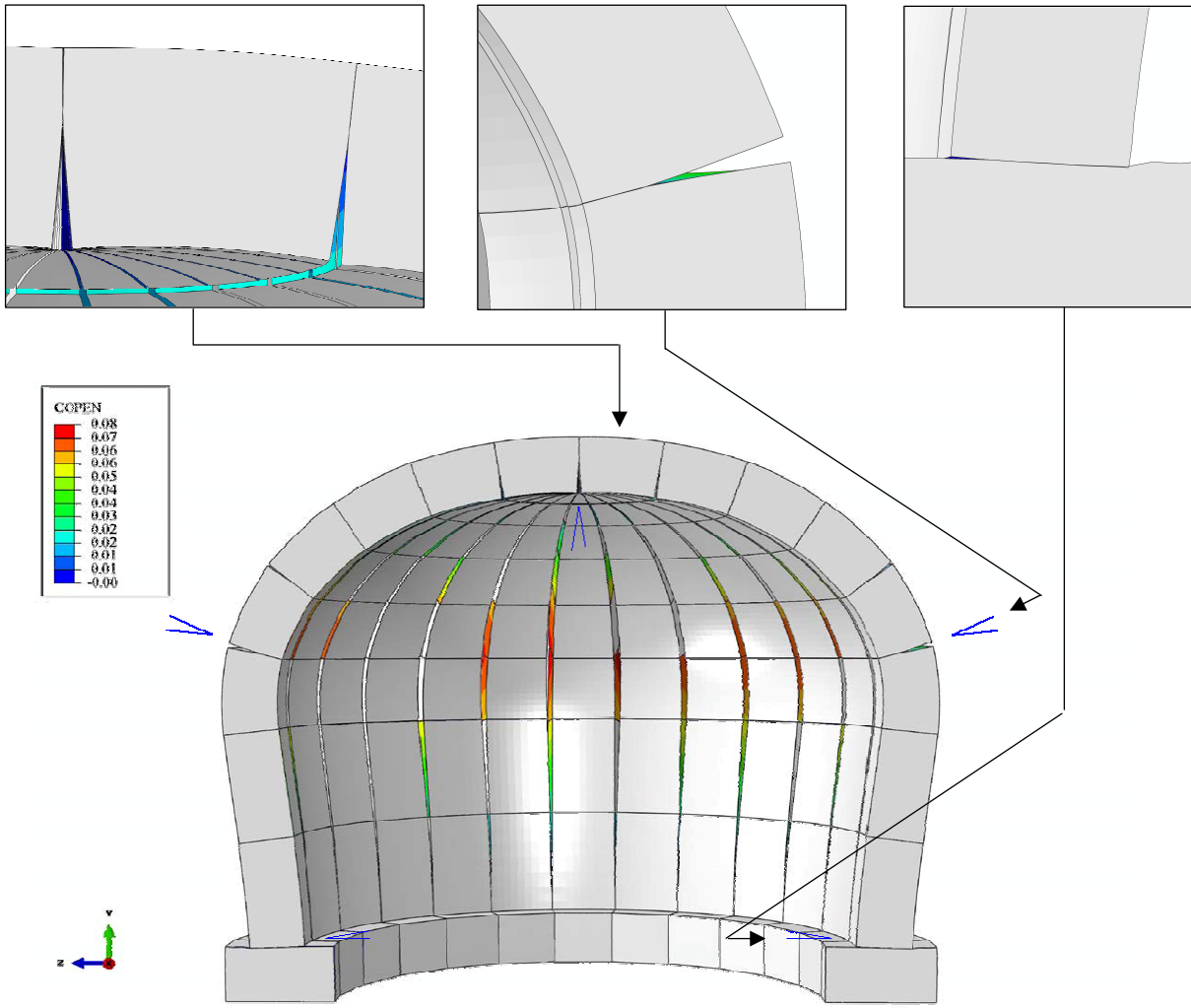


Figura III.15

Por otro lado, en la figura III.16 se expone la deformada de la cúpula de fábrica (en una escala de deformación aumentada  $\times 2000$ ) donde además se incluye de forma gráfica (en las juntas) y numérica (en la leyenda) la dimensión de las aperturas de fisura que se producen en cada una de las juntas debido a la deformación elástica de la estructura en situación de equilibrio estáticamente admisible al ser sometida a su peso propio. Como se puede apreciar, la apertura de fisuras corresponde exactamente con lo previsto en las figuras II.28 y II.29 tras aplicar la estática gráfica a esta misma estructura modelo, es decir, en aquellas juntas donde la línea de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de la sección y donde se producen esfuerzos de tracción en dirección horizontal que la fábrica no puede resistir. Para contrastar este hecho, en la figura III.16 se han superpuesto las marcas de apertura de fisura ( $\angle$ ) que se indican en la figura II.18



Sección A-A

Vista en Isométrico

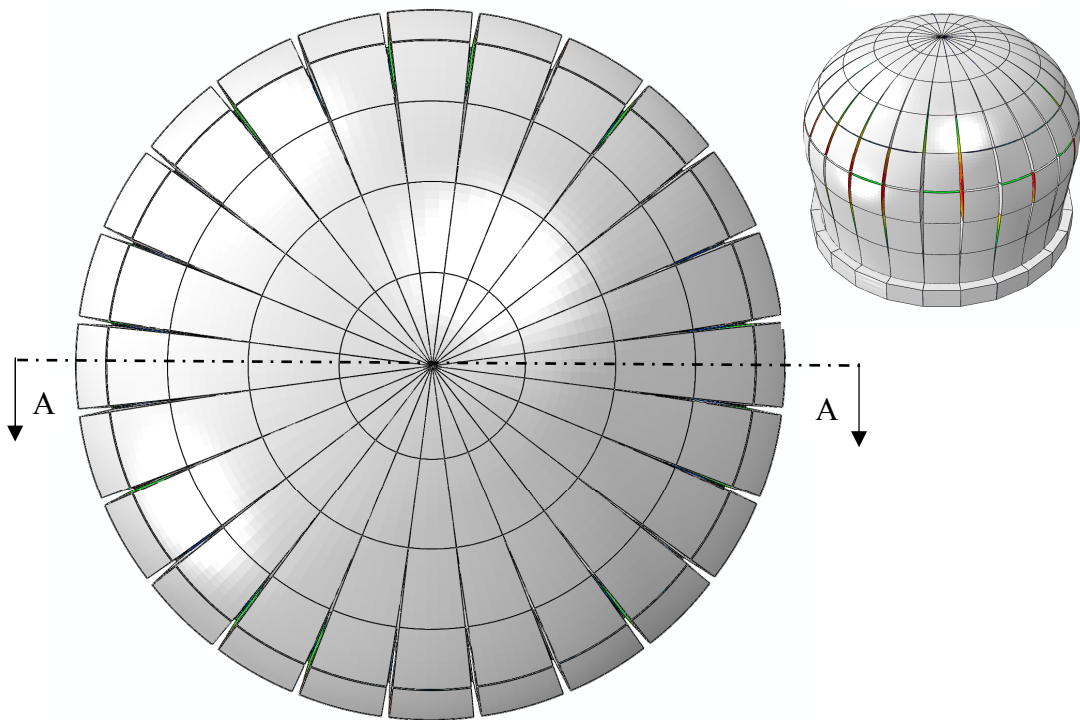


Figura III.16

Si a continuación, se analizan las vistas de detalle de la figura III.16 donde se puede observar la superficie de contacto entre piezas en las juntas críticas de la estructura, se llega a la conclusión de que, dado que la superficie comprimida entre las piezas en la clave de la bóveda (siendo esta la junta crítica de la estructura) es el 30% de la superficie de la junta, el “coeficiente de seguridad geométrico” de la estructura modelo es poco superior a la unidad. Conclusión a la que se llega en el apartado II.4 al aplicar la estática gráfica en el marco del análisis límite sobre esta misma estructura modelo.

En la figura III.17 se indican las reacciones verticales nodales obtenidas en la base de la cimentación que pueden ser empleadas para verificar si la resistencia del terreno es suficiente frente al hundimiento. Por otro lado, en la figura III.18 se indican las reacciones verticales+horizontales nodales obtenidas en la base de la cimentación que pueden ser empleadas para comprobar que no se produce deslizamiento horizontal de la cimentación considerando el rozamiento cimentación-terreno ayudado por el empuje pasivo del terreno si se iniciase el deslizamiento. Además, si se calcula el vector reacción sobre cada cimentación, resultante de realizar la suma vectorial de las reacciones nodales mostradas bajo cada una de las cimentaciones de la figura III.18, se puede verificar que es similar al vector reacción obtenido bajo cada cimentación en el apartado II.4 y mostrado gráficamente en la figura II.26.

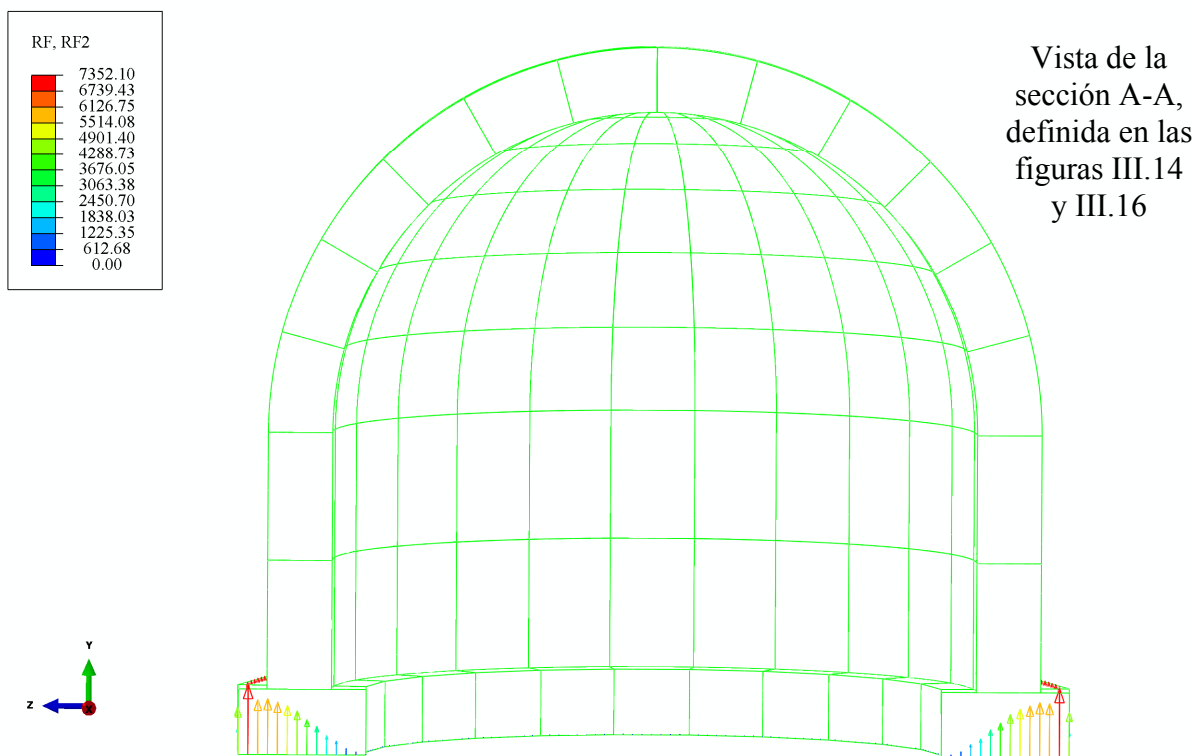


Figura III.17



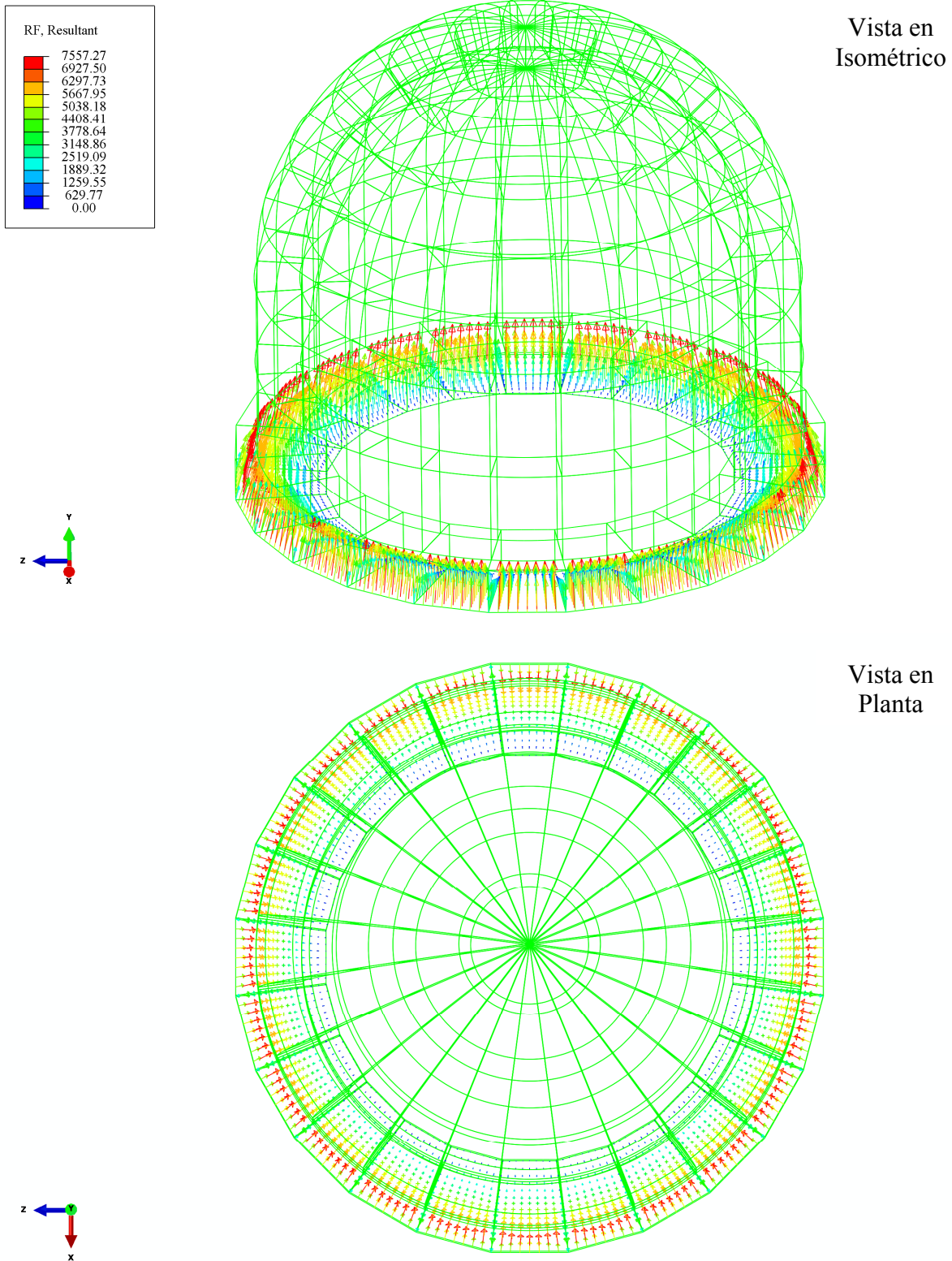


Figura III.18

En cuanto a la verificación frente al deslizamiento entre piezas, se considera que la cúpula modelo es segura. El hecho de haber obtenido una solución en el cálculo del modelo de

elementos finitos considerando un coeficiente de rozamiento entre piezas de  $\mu = 0.4$  permite valorar como segura la estructura frente al deslizamiento entre piezas, pues el valor considerado que es menor que el máximo,  $\mu = 0.58$ . Además, se ha estudiado que con  $\mu = 0.2$  el cálculo del modelo no converge a una solución válida aunque sí lo hace con  $\mu = 0.3$ , por lo que el valor  $\mu = 0.3$  es el mínimo necesario para que la cúpula se encuentre en situación de equilibrio estáticamente admisible al ser sometida a la acción de su peso propio.

En conclusión, tras realizar el análisis de los resultados obtenidos del cálculo del modelo de elementos finitos, se puede evaluar la cúpula modelo de fábrica histórica como:

- Poco segura frente a la estabilidad. Un “*coeficiente de seguridad geométrico*”  $\cong 1$  indica que cualquier pequeña variación en las condiciones de sustentación de la cúpula, en su geometría o en las acciones que actúan sobre ella (adicción del viento, nieve, mantenimiento, etc.) provocaría el hundimiento de la misma. Para poder considerar segura la cúpula modelo frente a la estabilidad, el “*coeficiente de seguridad geométrico*” debería ser  $\geq 2$ , es decir, la superficie comprimida de la junta debería ser  $\geq 75\%$  de la superficie total de la misma.
- Muy segura frente al deslizamiento entre piezas. Un coeficiente de seguridad frente a este fenómeno = 1,93, resultante de dividir el coeficiente de rozamiento máximo admisible ( $\mu=0,58$ ) entre el mínimo necesario ( $\mu=0,3$ ), indica que la estructura no colapsará por la aparición de un deslizamiento relativo entre piezas en alguna de las juntas de la estructura de fábrica.
- Muy segura frente a la resistencia del material que compone la fábrica. Un coeficiente de seguridad de 4,8, resultante de dividir el límite elástico minorado del material considerado para las piezas ( $f_{yd}=-50/10=-5\text{kN/mm}^2$ ) entre la tensión máxima en compresión mayorada a la que están sometidas las piezas de la estructura de fábrica ( $\sigma=-0,66*1,35=-0.89\text{kN/mm}^2$ ), indica que es prácticamente imposible el colapso por fallo del material que compone las piezas de la estructura de fábrica.

Es importante señalar que en el análisis de la cúpula modelo de fábrica realizado en este apartado, al igual que en el análisis del pórtico modelo efectuado en el apartado anterior, no se ha considerado la posible existencia de asientos relativos en su cimentación. Tal condición de contorno es una situación más que se debe considerar al realizar un análisis de una estructura

---

de fábrica histórica real, pero se considera que no aporta más información a este ejemplo, resuelto para validar la nueva metodología propuesta en el apartado III.1 comparando los resultados obtenidos con los derivados de aplicar la estática gráfica (metodología actual) sobre esa misma cúpula en el apartado II.4.

### III.4.- Analogías entre metodologías a nivel de resultados

En apartados anteriores han sido analizados dos casos modelo teóricos. El primero, un pórtico continuo y el segundo, una cúpula, ambos de fábrica histórica. Para ello se ha aplicado tanto la estática gráfica en el marco del análisis límite, desarrollada en los capítulos II.3 y II.4, como la nueva metodología propuesta basada en el método de los elementos finitos, desarrollada en los capítulos III.2 y III.3. Como se puede apreciar, los resultados obtenidos aplicando cada uno de dos métodos de cálculo coinciden. Basta con observar las figuras III.7 y III.15 para deducir que la posición de la línea teórica de empujes coincide con las áreas de mayor concentración de tensiones en compresión en el modelo de elementos finitos. Del mismo modo, comparando la figura III.8 con la II.17 y la III.16 con las II.28 y II.29, se llega a la conclusión de que las juntas del modelo de elementos finitos donde se produce apertura de fisura coinciden con las juntas donde la línea teórica de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de la sección. En cuanto a las reacciones obtenidas bajo la cimentación con ambos métodos, también son similares.

La totalidad de coincidencias en cuanto a los resultados obtenidos, implica que si se considera válido emplear la estática gráfica con una serie de restricciones que se traducen en hipótesis de partida a cumplir, como herramienta para analizar una estructura considerando los teoremas en que se basa el análisis límite ( $T^{ma}$  de la unicidad, del límite superior y del límite inferior), es igualmente válido aplicar la nueva metodología propuesta basada en el método de los elementos finitos y con los criterios establecidos en el capítulo III.1, para analizar estructuras de fábrica histórica.

La nueva metodología, como ya se ha comentado en el capítulo III.1, aporta más información que la basada en la estática gráfica acerca de la situación de la estructura y su comportamiento. Además, aumenta el número de consideraciones de partida posibles y muestra directamente determinadas patologías. La comprobación más importante en este tipo de estructuras y prácticamente la única que se realiza al aplicar la estática gráfica, que es la de la estabilidad de la estructura al ser sometida a una serie de acciones, se verifica por un lado en el momento que Abaqus CAE 6.10 obtiene la solución estática del problema aplicando los coeficientes de mayoración correspondientes sobre las acciones y, por otro lado, se

---

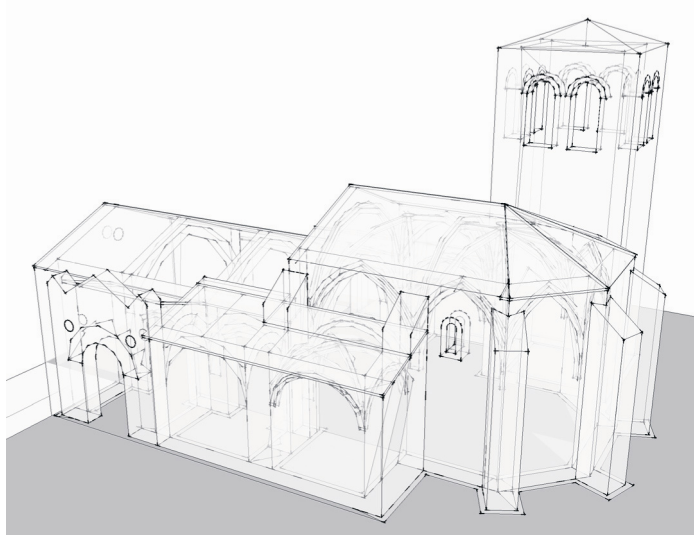
comprueba estudiando la fisuración elástica de las juntas en el modelo deformado, arrastrando el lastre del engañoso a veces “*coeficiente de seguridad geométrico*”.

---

## **CAPÍTULO IV**

# **APLICACION DE LA METODOLOGIA PROPUESTA EN EL ANALISIS DE UNA ESTRUCTURA REAL**

---



## IV.1.- Ubicación y descripción de la estructura

Situada en la localidad de Piedratajada, provincia de Zaragoza (España), se encuentra ubicada la iglesia de San Sebastián, tal y como se indica en la figura IV.1. Se trata de un edificio histórico construido en el s. XIV mediante piezas de sillería para la cimentación, estribos y arcos y vigas de madera para conformar la cubierta. A posteriori, en el s. XVI fue reconstruido en parte y con afán de mejora, previo desmontaje de los elementos a sustituir para aprovechar las piezas de sillería sobrantes. Por lo tanto, tanto la torre como los estribos de la nave y el ábside son de estilo románico. Se caracterizan por estar contruidos con un espesor notable, ausencia de aperturas importantes para iluminar el interior del templo con luz natural, por el empleo de arcos de medio punto en la puerta de acceso y en las pequeñas aperturas existentes en los muros y por la utilización de contrafuertes como sistema de contrarresto. Por otro lado, tanto los arcos sobre los que descansan las vigas de madera que soportan la cubierta de la nave como la bóveda de crucería que soporta la cubierta del ábside son de estilo gótico. Se caracterizan por estar compuestos por arcos ojivales, pequeños espesores y nervios portantes sobre los que descansa la plementería de la bóveda.

La iglesia de San Sebastián está formada por una sola nave delimitada por un ábside en su extremo este y un coro en el oeste. En el lado del ábside, el techo de la nave está resuelto mediante bóveda de crucería y en el extremo opuesto donde se sitúa el coro, el techo, a un nivel mucho más bajo que el anterior, está formado por arcos de fábrica que soportan vigas de madera aserrada sobre las que apoya la cubierta. A ambos lados de la nave hay dispuestas cuatro capillas, dos en su lateral norte y en el sur las restantes. Todas ellas son accesibles tan solo desde la nave y su cubierta está formada por bóvedas de crucería. También existen dos recitos en la misma línea de las capillas. El situado al sur de la nave se emplea para dar acceso a la misma desde el exterior de la iglesia y el situado al norte sirve como cripta y tan solo es accesible desde la capilla contigua al mismo. Por último, en el extremo noreste de la iglesia se eleva, parcialmente integrada en ésta, una torre a la que se accede desde el ábside y se emplea como sacristía en su zona inferior y campanario en la parte más alta. Obsérvese el apartado IV.2 de la presente tesis donde se expone la documentación gráfica que define con mayor precisión la geometría de la iglesia de San Sebastián.





Figura IV.1

En lo sucesivo se va a analizar la seguridad estructural con la que fue construido este edificio histórico, al ser sometido a las acciones que le aplican (peso propio, nieve, viento, sobrecarga debida al mantenimiento, etc), aplicando la metodología propuesta en el apartado III.1 de la presente tesis. Por lo tanto, no entran dentro del alcance de este estudio aspectos geotécnicos como la capacidad portante del terreno para resistir las cargas transmitidas por la cimentación empleada, los asientos instantáneos o diferidos puedan aparecer por diferentes

---

causas en la actualidad, etc. En cambio y con respecto a este aspecto, sí que se analizan los asientos es capaz de soportar la estructura manteniendo el nivel de seguridad exigido y se indica qué cargas transmite la cimentación al terreno para posibilitar futuros estudios geotécnicos.

## IV.2.- Trabajo de campo y definición gráfica de la estructura

El trabajo previo que es preciso realizar antes de comenzar con el análisis teórico de la estructura histórica de fábrica de la iglesia de San Sebastián consiste en:

- Un trabajo de campo que incluye:
  - o La inspección visual de la totalidad de la estructura con la toma de las fotografías necesarias para disponer a posteriori de toda la información gráfica posible. En la figura IV.2 se muestran fotografías de alzados exteriores y en la figura IV.3 fotografías del interior de la iglesia.
  - o La medición y levantamiento topográfico de la estructura empleando como herramientas una cinta métrica y un medidor láser.
  - o El estudio de los materiales con los que ha sido construido el edificio.



Figura IV.2

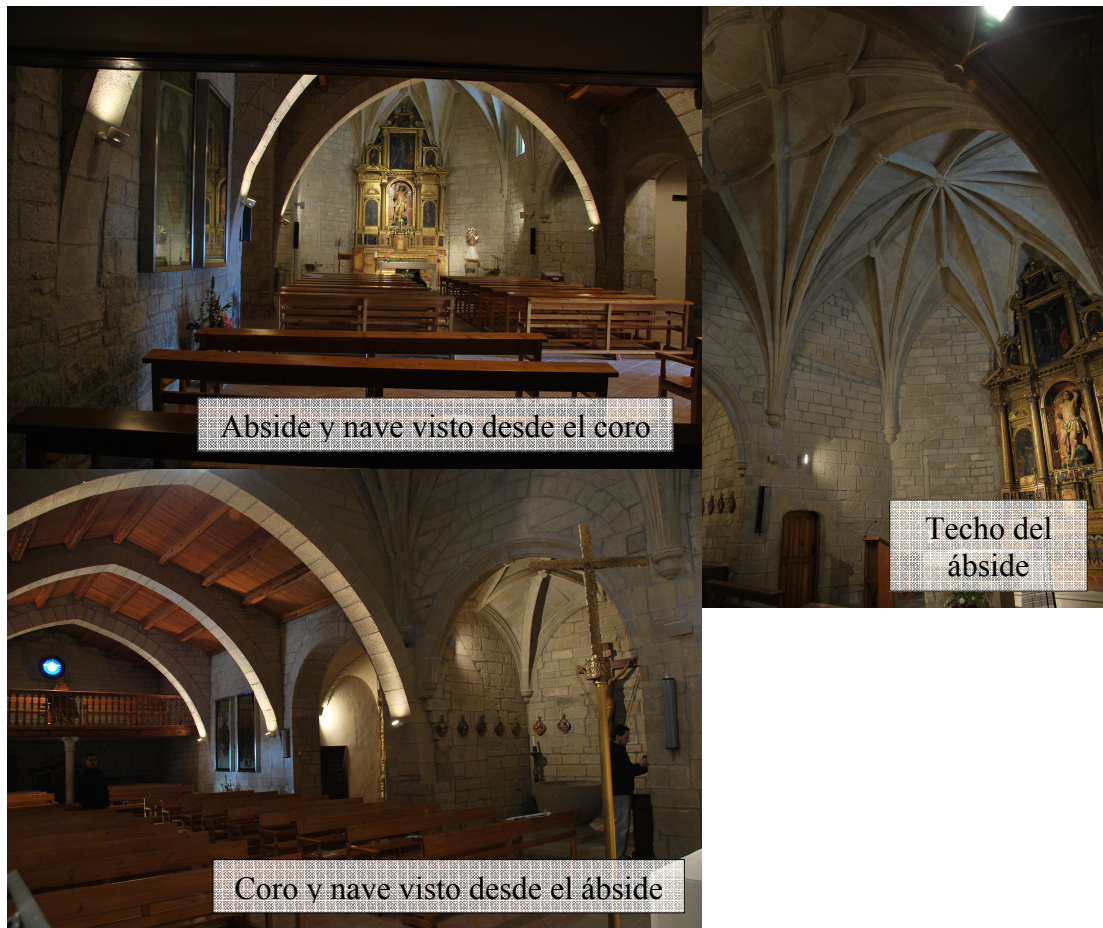


Figura IV.3

- Un trabajo de oficina que consta de:
  - o La delineación en cad de todas vistas y secciones acotadas necesarias para definir gráficamente la estructura a analizar. Información que se muestra entre las figuras IV.4 y IV.12.
  - o La modelización de la estructura histórica de fábrica en 3D empleando el software Autocad 2010, tomando como punto de partida las vistas y secciones desarrolladas previamente en cad.
  - o Una vez finalizado el modelo 3D de la estructura y guardado en formato \*.dwg, es posible exportarlo de Autocad 2010 (en su totalidad o por partes) a un archivo en formato \*.sat para después importarlo en Abaqus CAE 6.10. Proceso en el que cada pieza del modelo en 3D de Autocad 2010 es transformada en una “Part” independiente, conservando las coordenadas originales, con la que trabajar con Abaqus CAE 6.10.



Figura IV.4

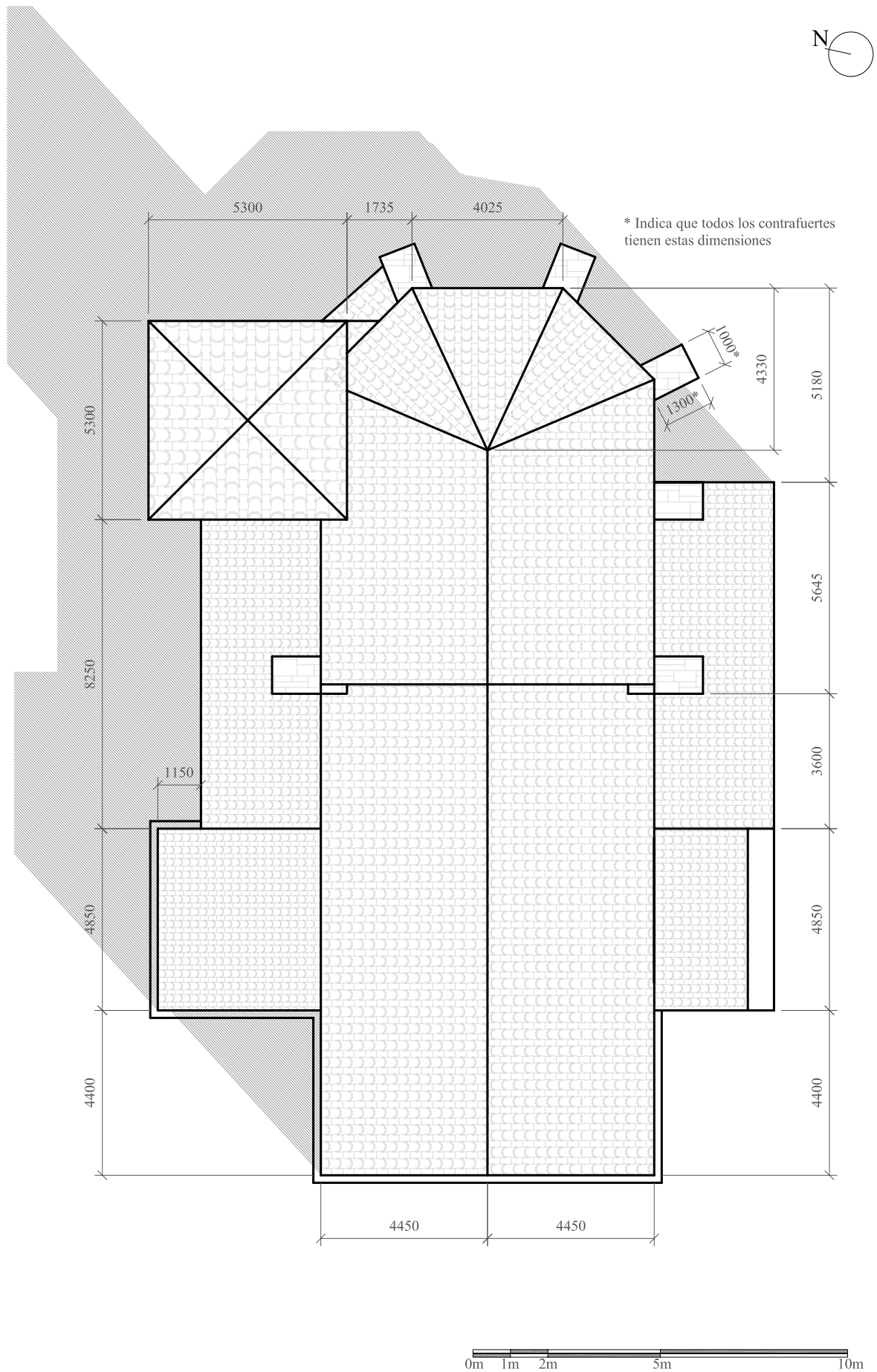


Figura IV.5

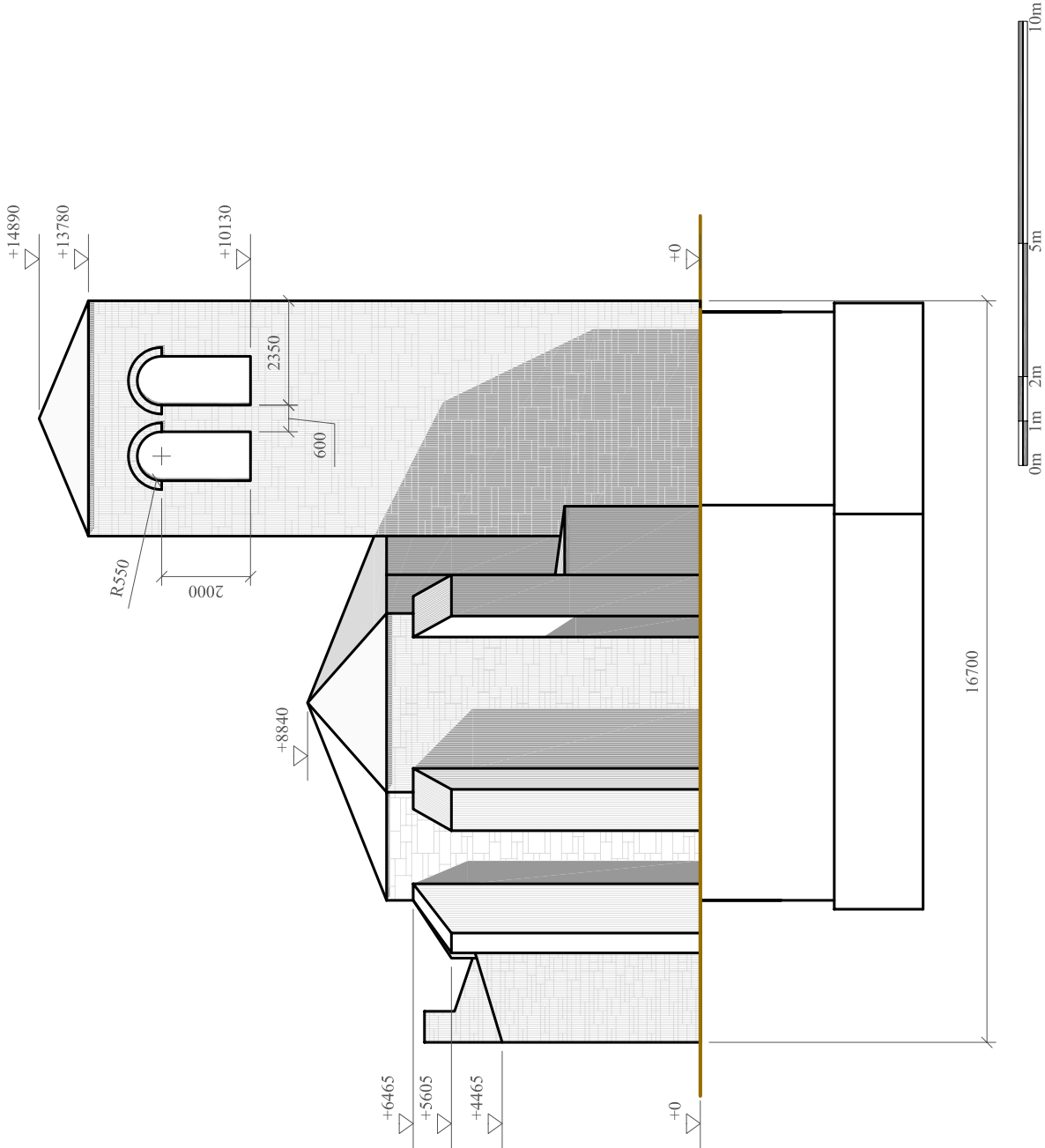


Figura IV.6

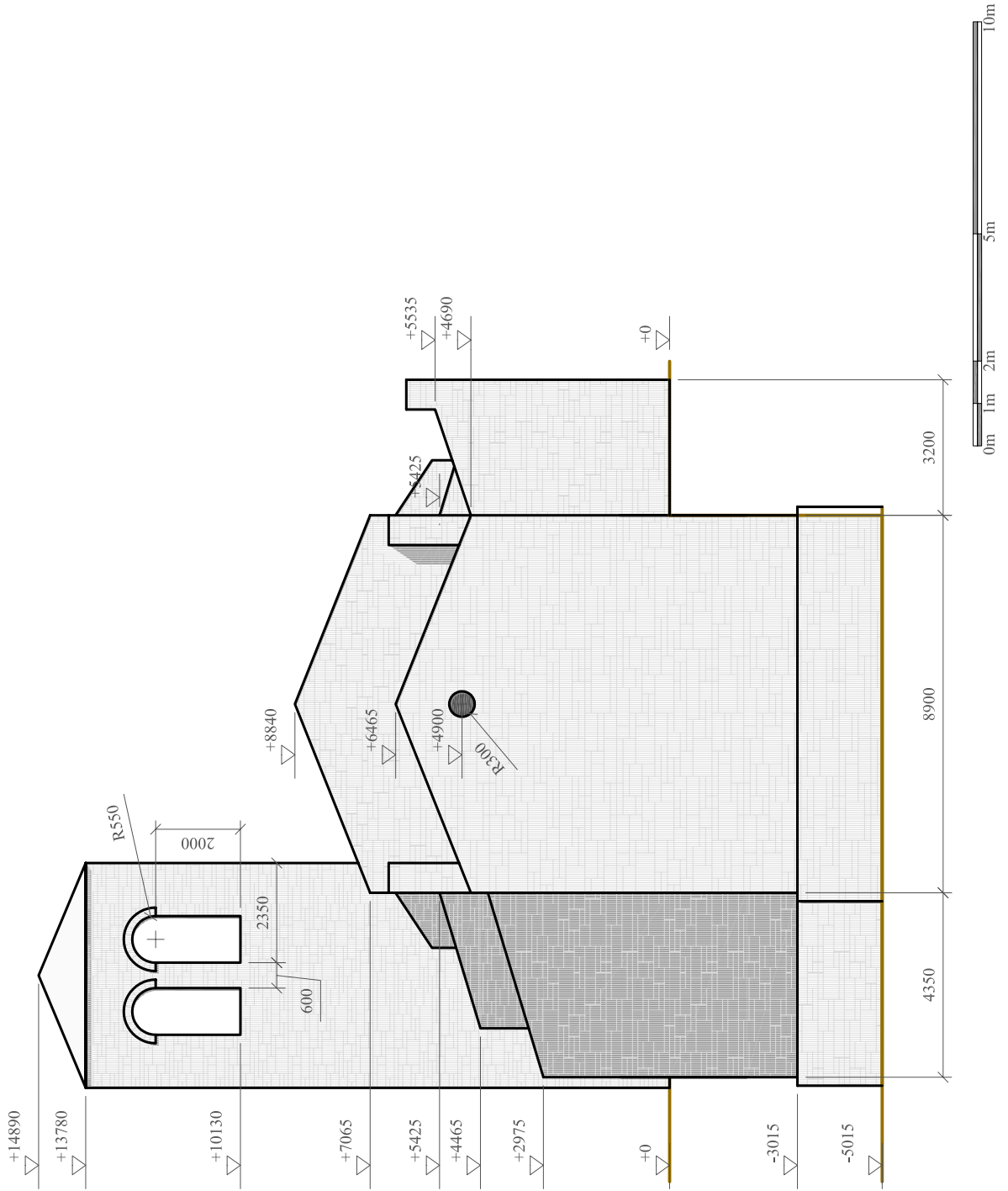


Figura IV.7



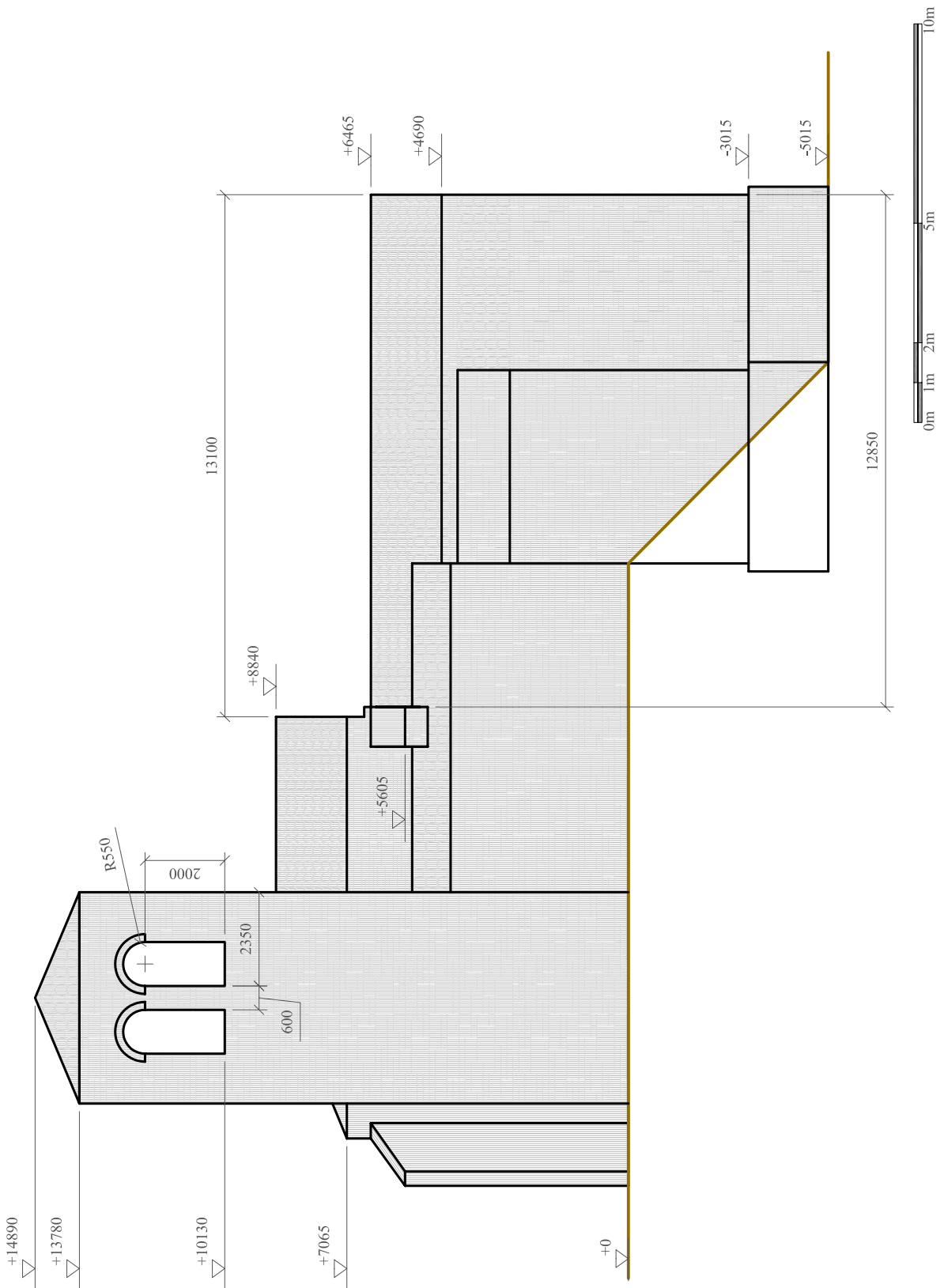


Figura IV.8

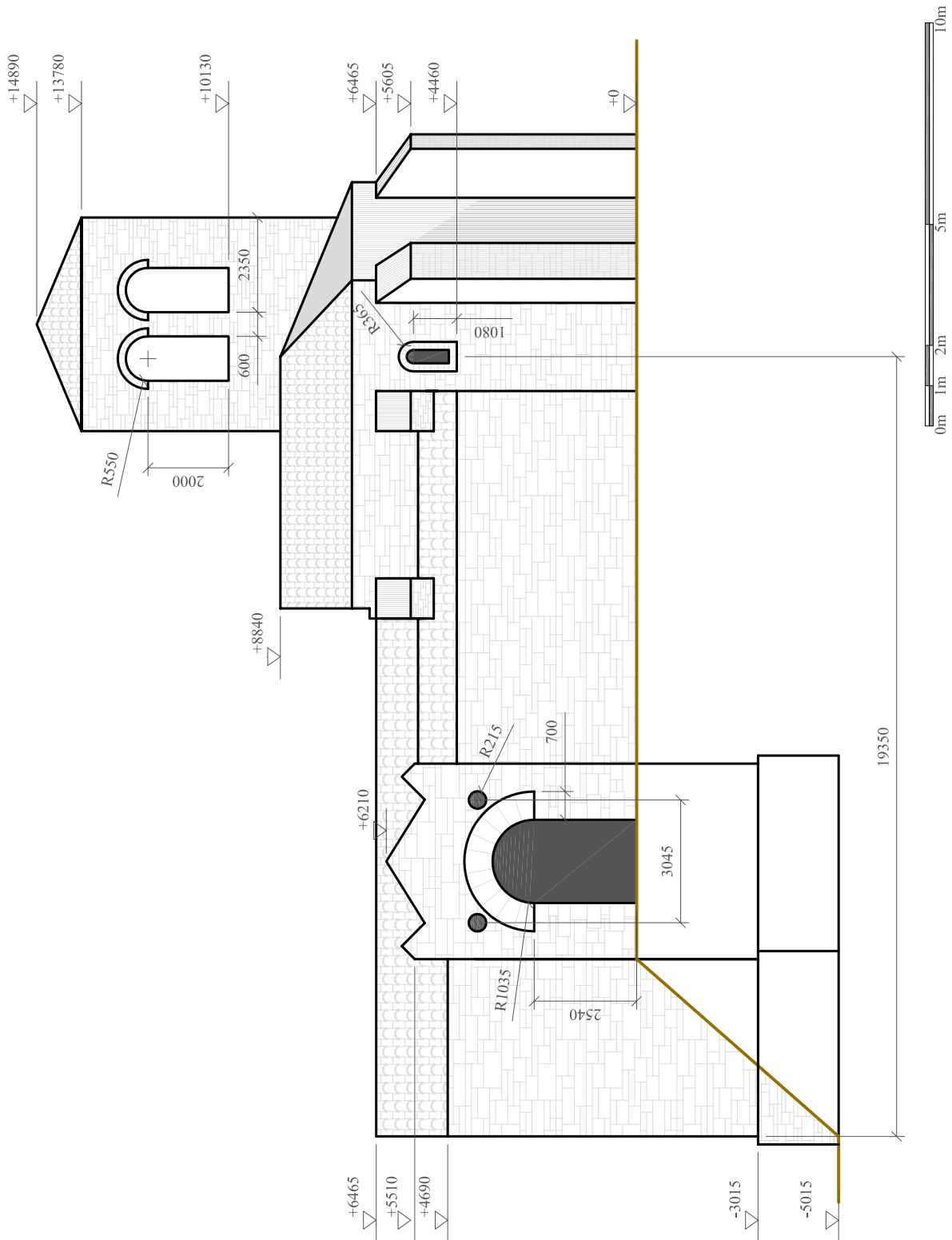


Figura IV.9

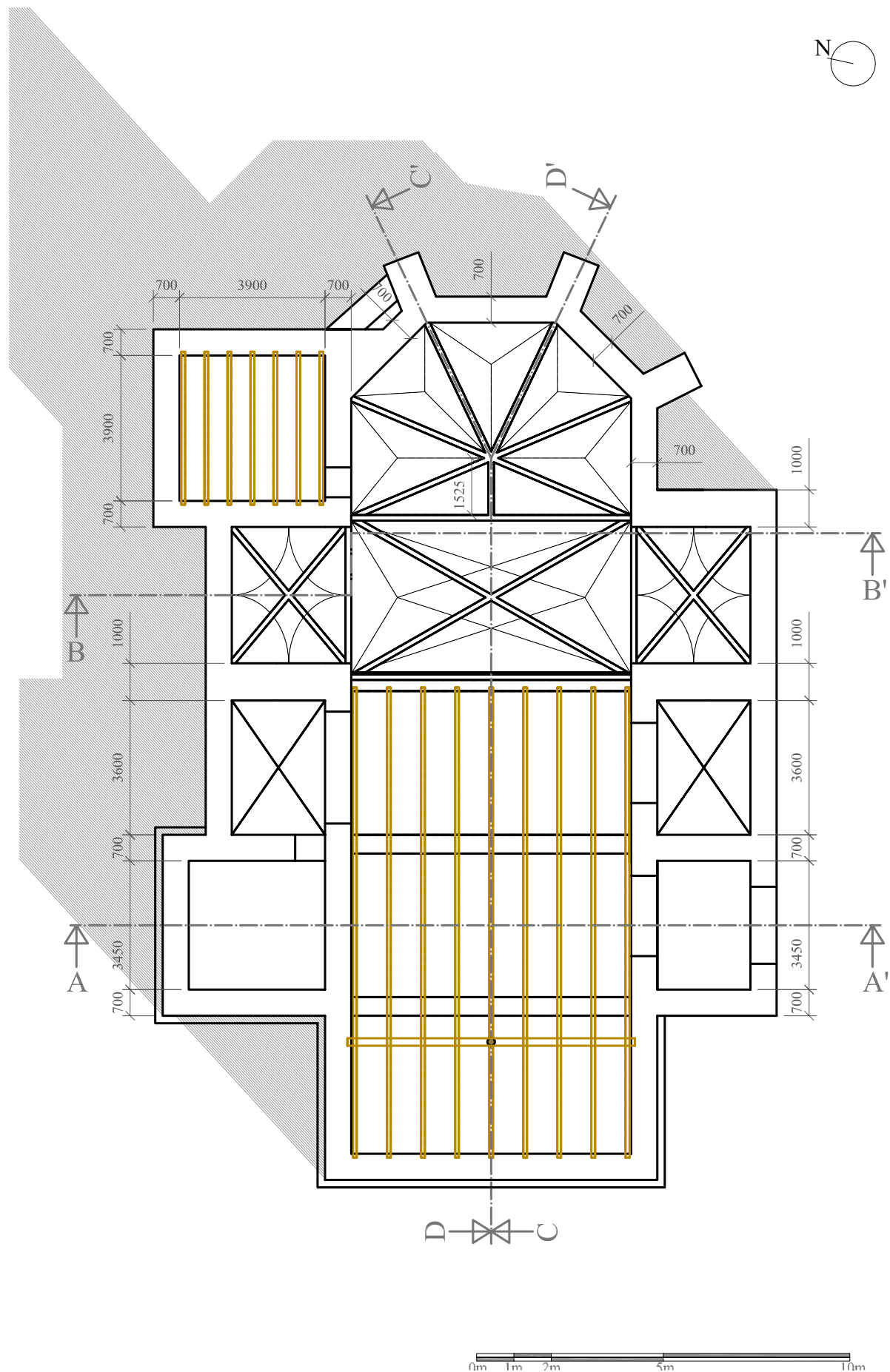


Figura IV.10

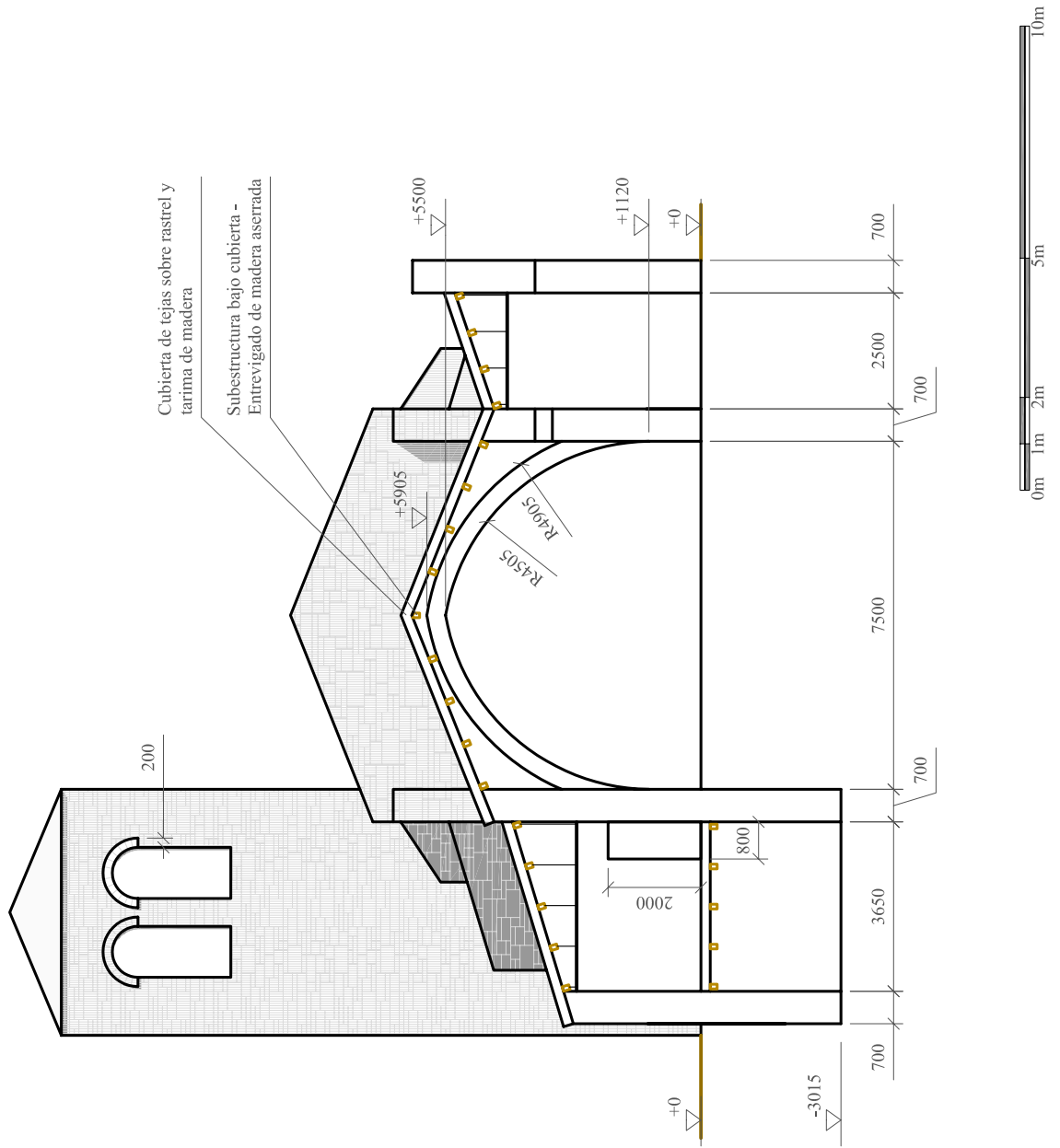


Figura IV.11

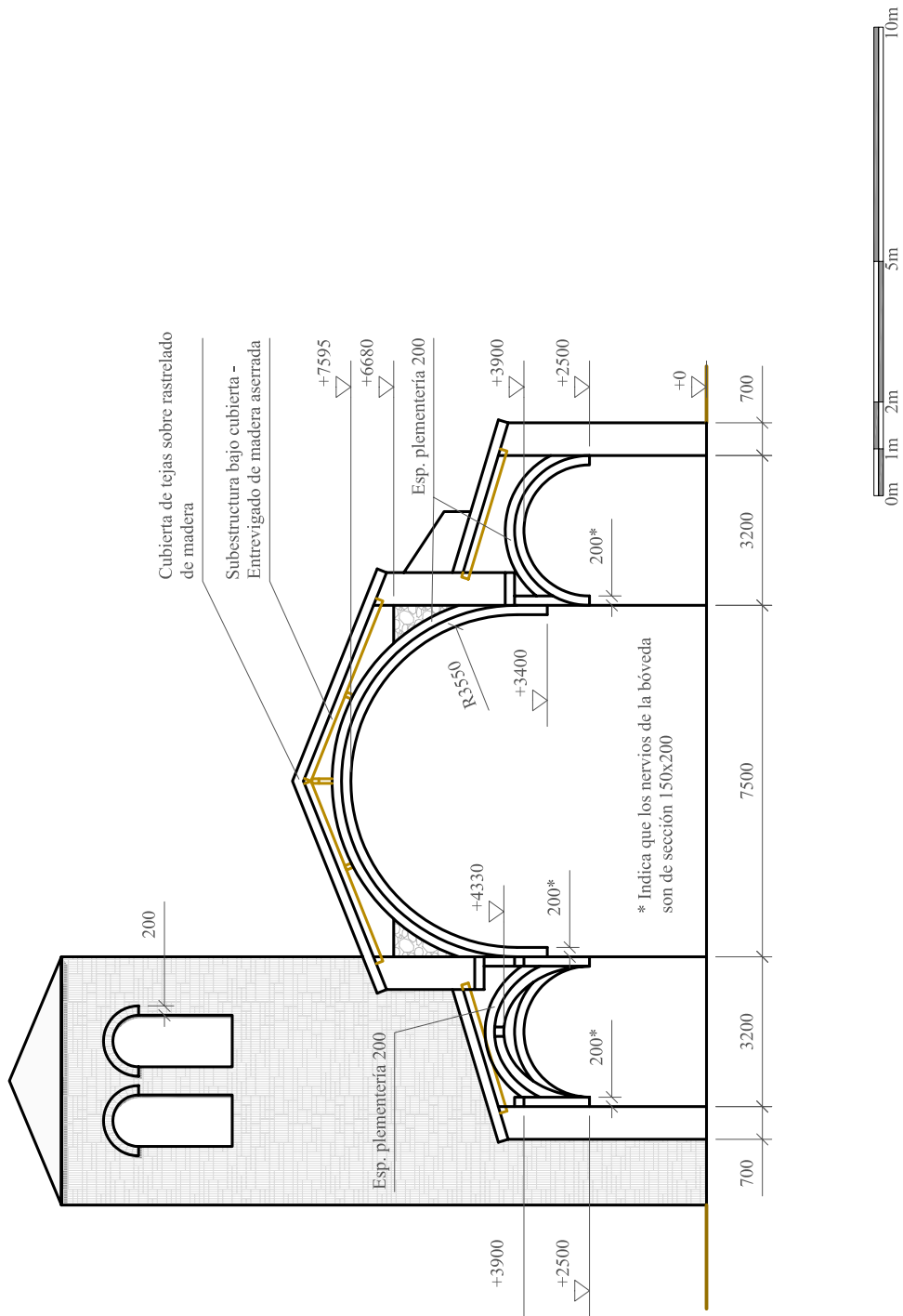


Figura IV.12

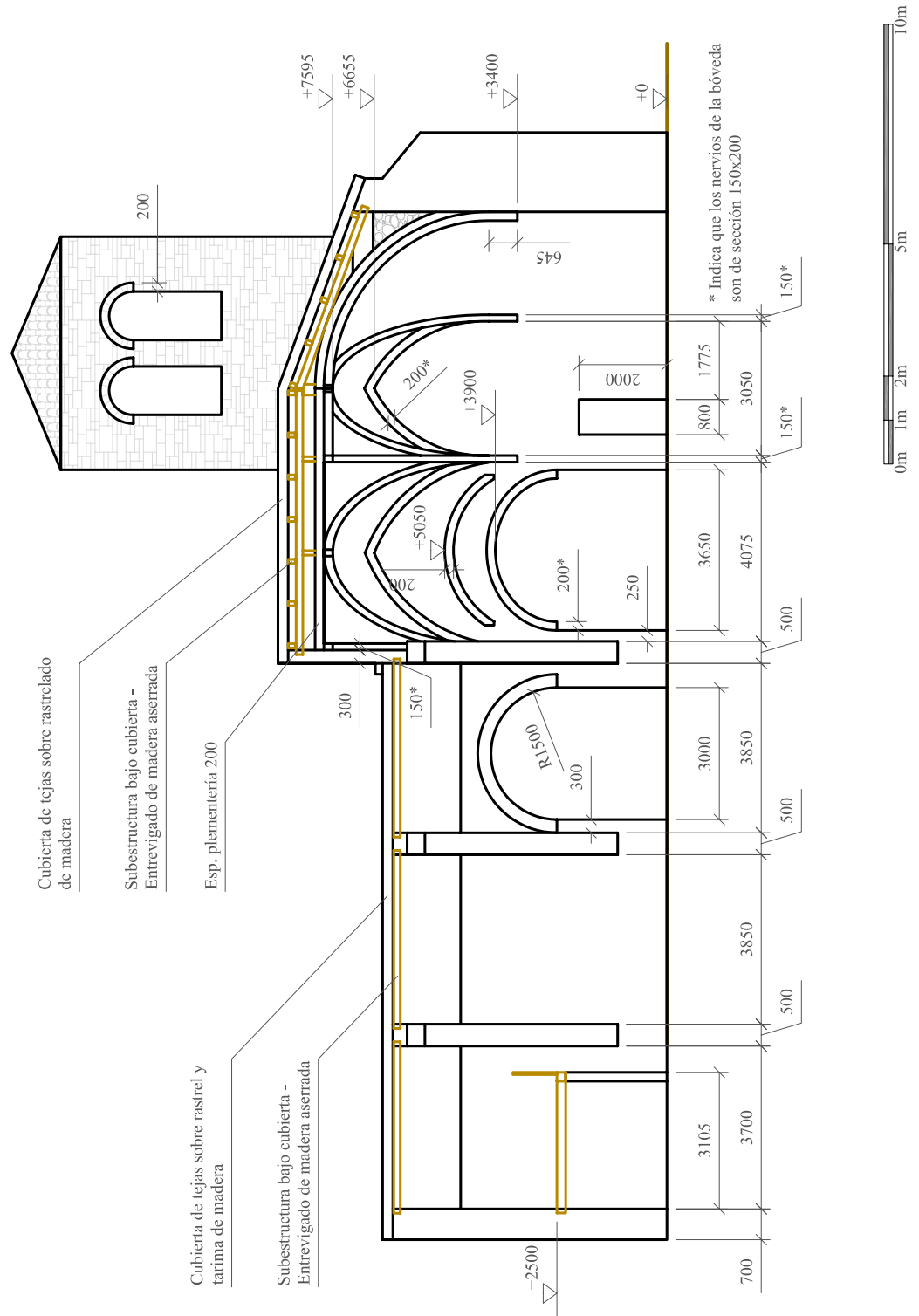


Figura IV.13

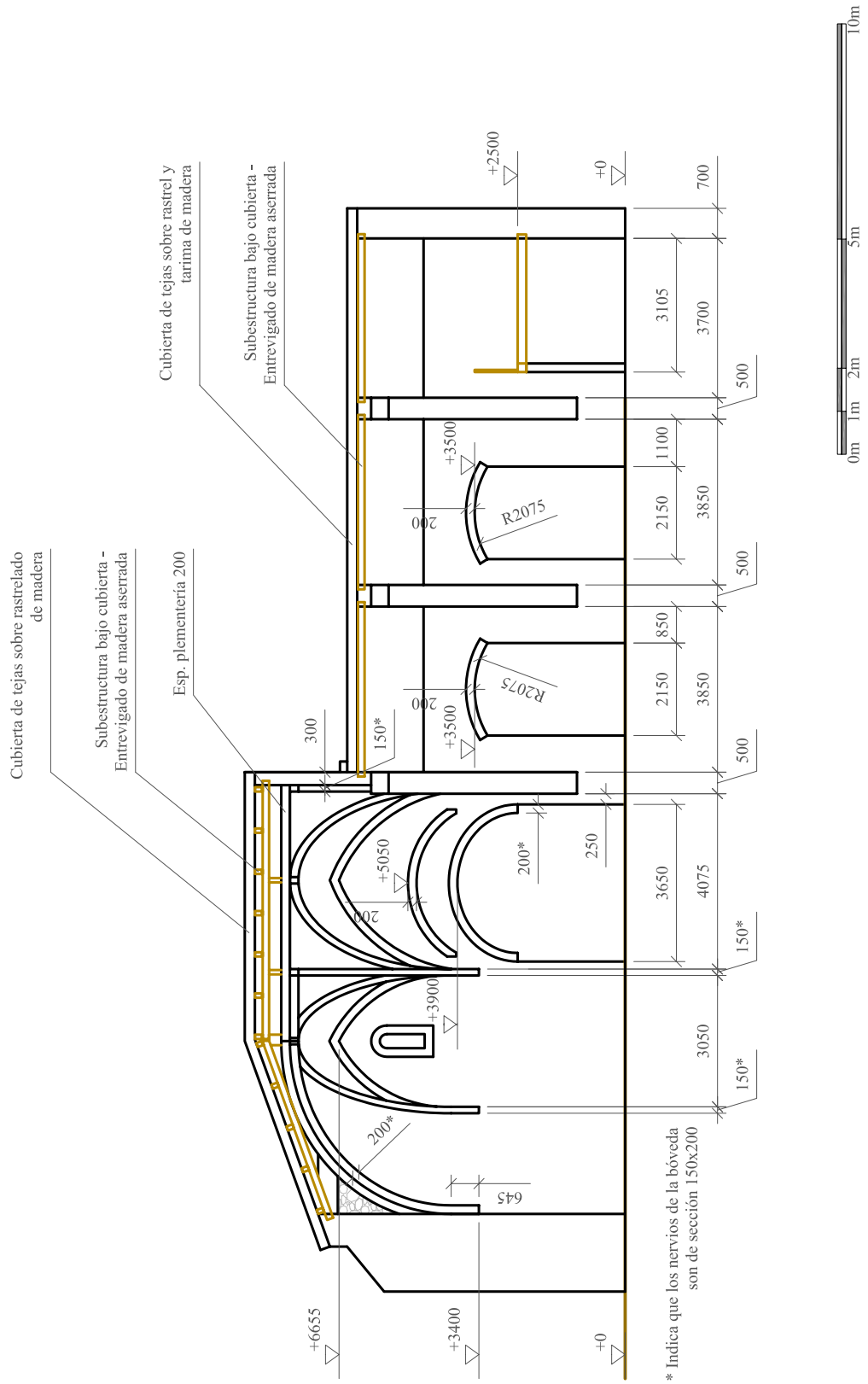


Figura IV.14

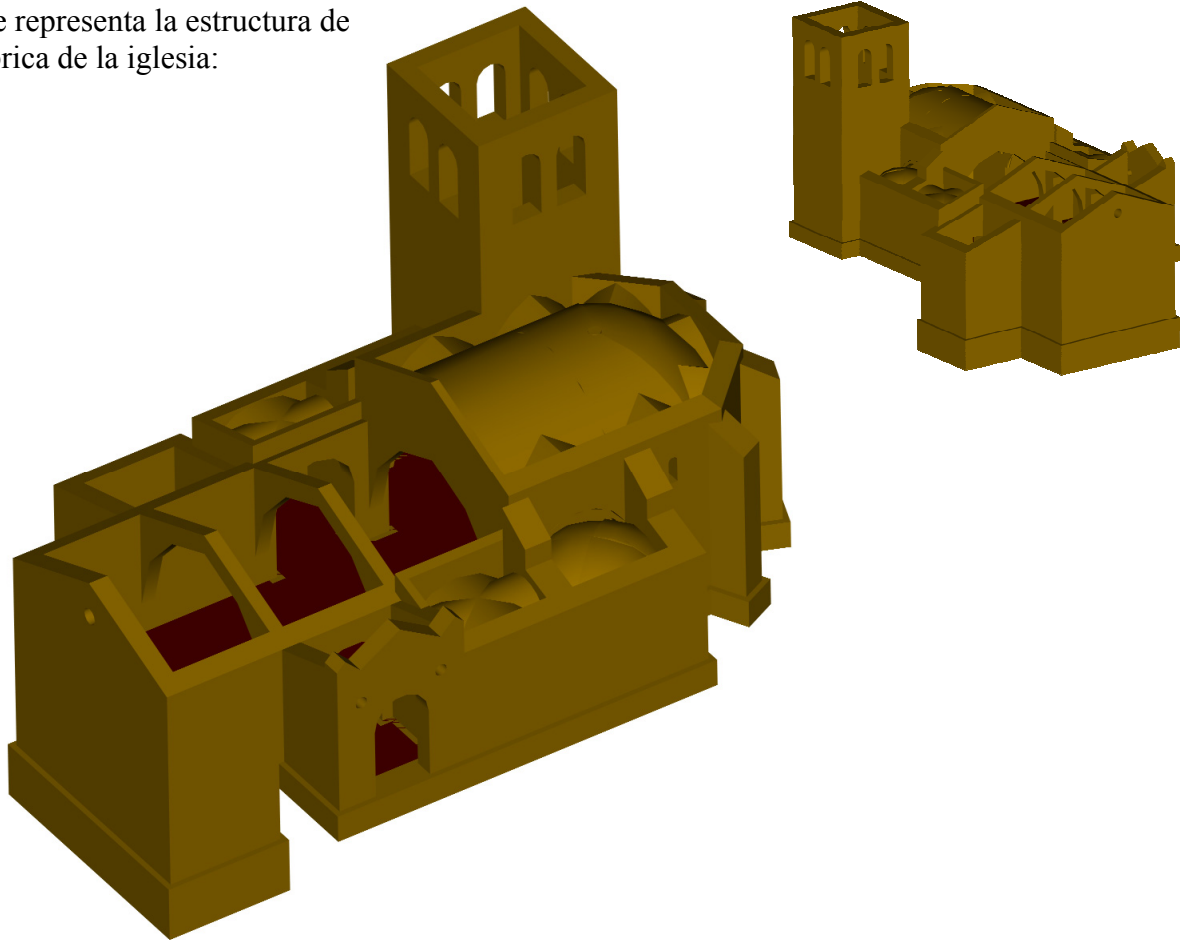
### IV.3.- Desarrollo e implementación del modelo

El modelo tridimensional que representa la estructura de la iglesia a analizar debe estar debidamente seccionado antes de ser exportado de Autocad 2010 para importarlo en Abaqus CAE 6.10 y proceder a su análisis. Tal y como se indica en el desarrollo de la metodología propuesta en el apartado III.1, el modelo que representa la estructura a analizar debe estar formado por bloques en contacto que representen los grupos de piezas de la estructura de fábrica que trabajan en compresión cuando ésta es sometida a una determinada acción. Por lo tanto, las superficies de contacto entre los bloques del modelo deben corresponderse con las juntas entre piezas de la iglesia donde es previsible tanto la apertura de fisuras como la aparición de deslizamientos relativos entre éstas. De modo que son estas juntas las que indican los planos de corte a aplicar sobre el modelo 3D que inicialmente es un único sólido continuo para pasar a ser un correcto ensamblaje de bloques en contacto. Por supuesto, la correcta elección a la primera de estos planos de corte con que descomponer el modelo inicial en bloques en contacto dependerá de la pericia del calculista, por lo que puede ser necesario tener que iterar al realizar el proceso de cálculo añadiendo nuevos planos de corte en caso de obtener resultados con bloques sometidos a esfuerzos de tracción (recordemos que una de las hipótesis de partida se basa en considerar que la fábrica no es capaz de soportar esfuerzos de tracción).

En el análisis de la estructura de fábrica de la iglesia de San Sebastián se ha optado por analizar independientemente dos de sus elementos estructurales más importantes para terminar por realizar una evaluación global de la estructura completa. El primer elemento es uno de los pórticos que soportan la cubierta de madera de la nave y está formado por un arco ojival que descansa sobre los estribos y estos a su vez apoyan sobre la cimentación. Por otro lado y como segundo elemento se ha elegido la bóveda de crucería que soporta la cubierta del ábside de la iglesia, que descansa sobre los estribos reforzados con contrafuertes y estos a su vez son soportados por la cimentación. En la figura IV.15 se expone el modelo completo sin seccionar que representa la totalidad de la estructura de fábrica de la iglesia de San Sebastián y, a continuación en la figura IV.16, los dos elementos o zonas de la estructura elegidas para analizar de forma independiente, debidamente seccionadas para proceder a su análisis.



Vistas en isométrico del modelo que representa la estructura de fábrica de la iglesia:



Vista desde la parte inferior del modelo seccionado por la mitad:

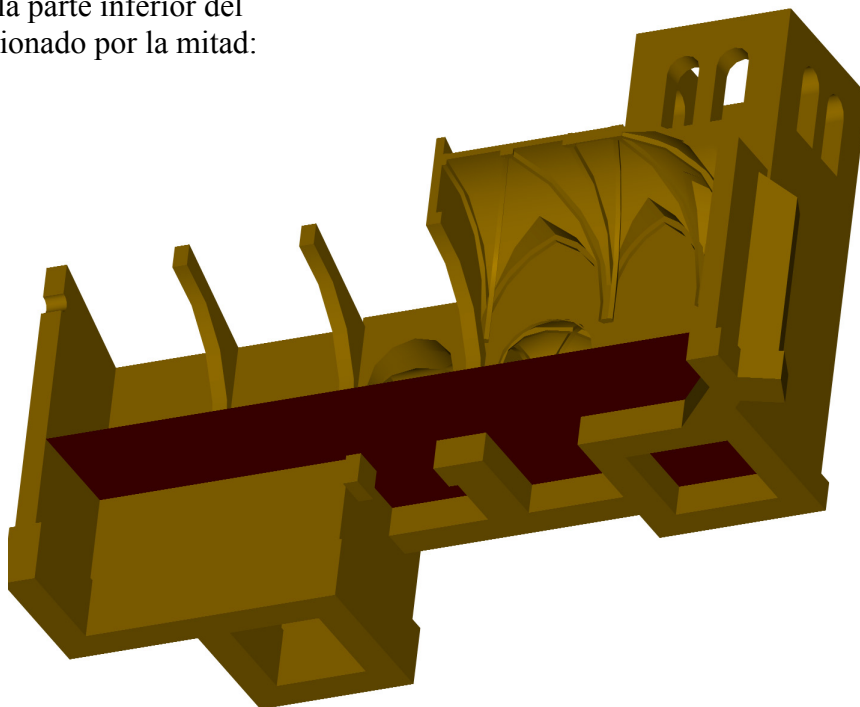
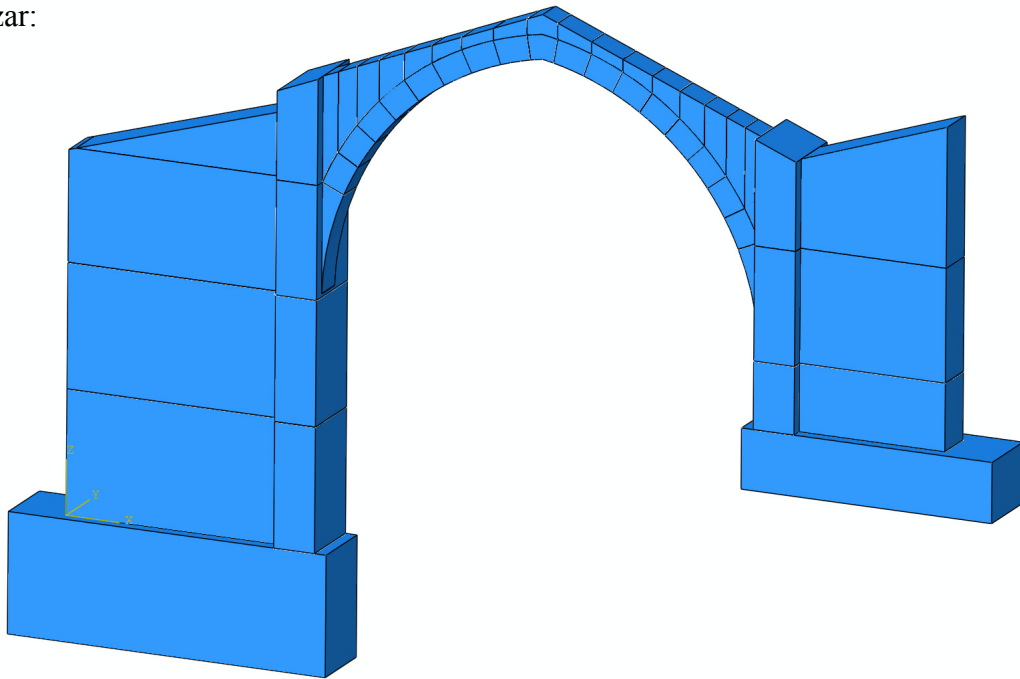


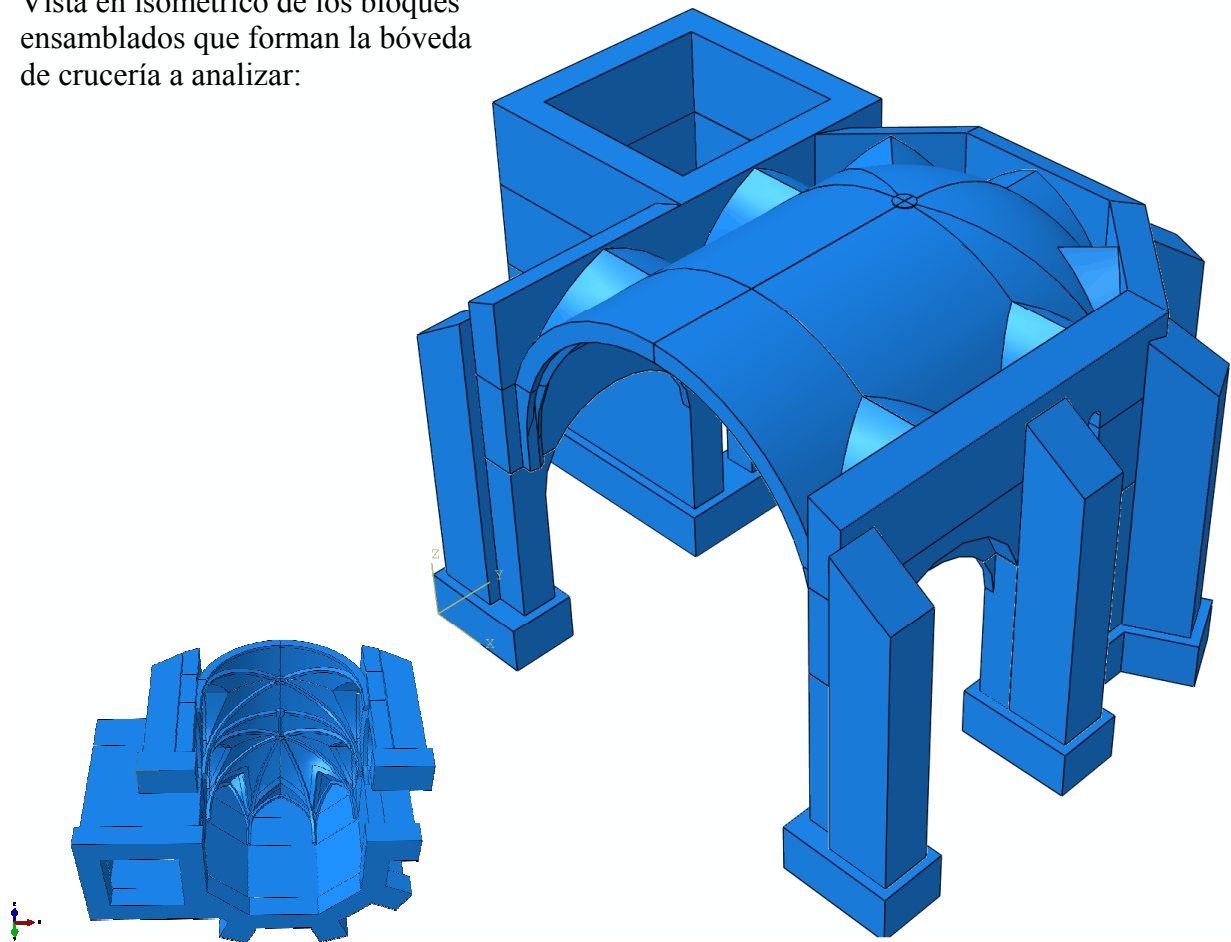
Figura IV.15

Vista en isométrico de los bloques ensamblados que forman el pórtico a analizar:



(a)

Vista en isométrico de los bloques ensamblados que forman la bóveda de crucería a analizar:



(b)

Figura IV.16

Es importante señalar que las imágenes mostradas en la figura IV.15 son el resultado de renderizar con Autocad 2010 el modelo continuo en 3D que representa la estructura de fábrica de la iglesia de San Sebastián y, en cambio, las imágenes que se exponen en las figuras IV.16 (a) y (b) corresponden con los dos modelos, formados por bloques en contacto, ya importados y ensamblados en Abaqus CAE 6.10 para comenzar el análisis de los mismos.

A continuación se definen las acciones que afectan a la estructura de fábrica y que por tanto deben ser consideradas en el análisis de los modelos ensamblados que se muestran en la figura IV.16. Para su determinación se ha empleado el documento CTE-SE-AE del Código Técnico de la Edificación y la normativa sismorresistente NCSE-02:

- Acciones Permanentes:

- Peso propio de la estructura de fábrica formada por sillares de piedra arenisca con juntas de mortero =  $23,00 \text{ kN/m}^3$
- Peso propio de viguetas de madera y entarimado =  $0,70 \text{ kN/m}^2$
- Peso propio de enlistonado bajo tejas =  $0,05 \text{ kN/m}^2$
- Peso propio de teja curva corriente =  $0,50 \text{ kN/m}^2$

- Acciones Variables:

- Sobrecarga de uso debida al mantenimiento de las cubiertas\* =  $1,00 \text{ kN/m}^2$
  - Sobrecarga de nieve =  $0,62 \text{ kN/m}^2$  (Zona climática 2 / Altitud top. = 415 m)
  - Acción del viento:  $q_b = 0,52 \text{ kN/m}^2$  (Zona eólica C)
    - $c_e = 2,3$  (En nave y ábside, con  $h < 9 \text{ m}$  / Grado entorno III)
    - $c_e = 2,6$  (En torre, con  $h < 15 \text{ m}$  / Grado entorno III)
    - $c_p = +0,8/-0,5$  (En fachadas de nave y ábside)
    - $c_p = +0,8/-0,7$  (En fachadas de torre)
    - $c_p = 0$  (En cubiertas: *no se considera porque su aplicación estaría del lado de la inseguridad*)
- Carga de viento:  $q_e = q_b \cdot c_e \cdot c_p$

- Acciones Accidentales:

- Acción sísmica:

Situación = Piedratajada (Zaragoza)

Aceleración sísmica básica  $a_b < 0,04 \cdot g$  (según mapa de peligrosidad)

Construcción de normal importancia:  $\gamma_i = 1$

Consecuentemente como la aceleración sísmica básica es menor a  $0,04 \cdot g$ , según el apartado 1.2.3 de la Norma de Construcción Sismorresistente NCSE-02 no es necesario considerar la acción sísmica en el cálculo.

\*Nota: Esta acción no es concomitante con el resto de acciones variables que actúan sobre la cubierta del edificio.

Estas acciones han sido mayoradas empleando los coeficientes descritos en el apartado III.1 de la presente tesis, en función de la verificación a realizar, y se han combinado empleando los coeficientes de simultaneidad indicados en la tabla IV.1 para obtener el valor de las cargas a aplicar sobre cada uno de los modelos a analizar.

| Tipo de acción                | $\psi_0$ | $\psi_1$ | $\psi_2$ |
|-------------------------------|----------|----------|----------|
| Permanentes                   |          |          |          |
| Peso propio                   | 1,0      | 1,0      | 1,0      |
| Variables                     |          |          |          |
| Sobrecarga de uso (Mantenim.) | 0,7      | 0,5      | 0,3      |
| Acción del viento             | 0,6      | 0,5      | 0,0      |
| Sobrecarga de nieve           | 0,5      | 0,2      | 0,0      |
| Accidentales                  |          |          |          |
| Acción sísmica                | 1,0      | 1,0      | 1,0      |

Tabla IV.1

Por otro lado, una vez determinadas las cargas a aplicar sobre los modelos a analizar a partir de las acciones que actúan sobre la estructura de la iglesia, es necesario definir otros parámetros de cálculo que dependen directamente de los materiales con los que ha sido construida la estructura de fábrica. En este caso se trata de sillares de arenisca de compacidad media con juntas rellenas de argamasa, que poseen las siguientes propiedades y que, por tanto, habrá que asociar a los bloques que componen el modelo a analizar en Abaqus CAE 6.10:

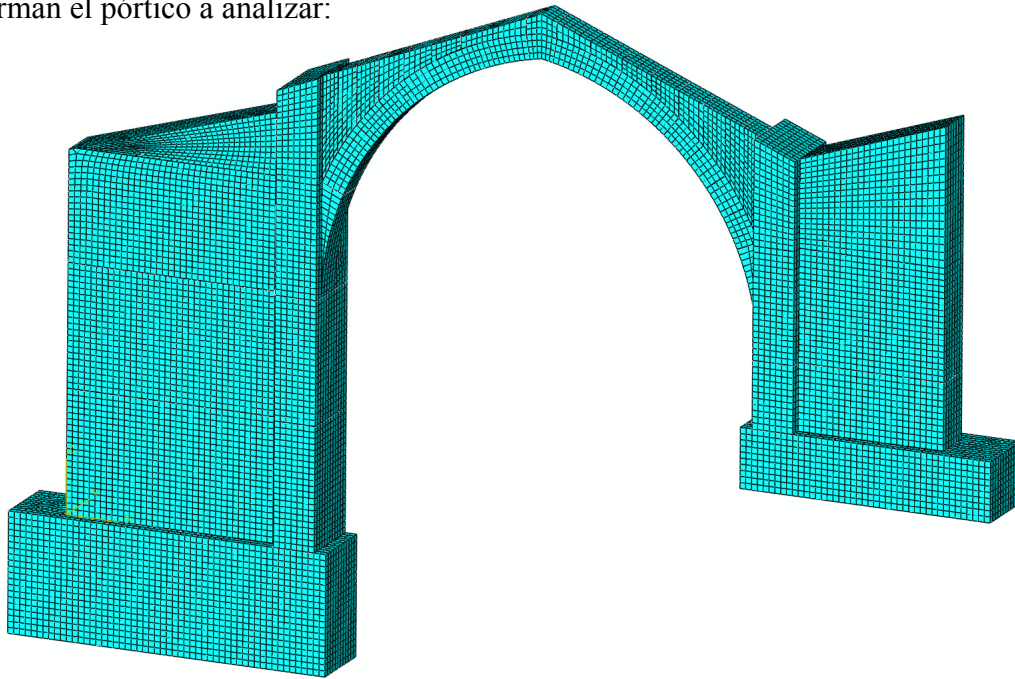
- Módulo de Young de la fábrica a tiempo infinito:  $E_{dif} = E_p \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha \cdot \beta \cdot (1 + \varphi)} = 1,5 \cdot 10^4$   
N/mm<sup>2</sup> (considerando:  $\alpha = h_m/h_p = 0,04$ ,  $\beta = E_p/E_m = 10$ ,  $\varphi$  (coef. de fluencia)  $\approx 0$ ,  $E_p = 2,1 \cdot 10^4$  N/mm<sup>2</sup> y  $E_m = 2,1 \cdot 10^3$  N/mm<sup>2</sup>)
- Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0,2$
- Resistencia a compresión de la fábrica:  $f = 20$  N/mm<sup>2</sup> (determinada aplicando la “ecuación de Ohler” con:  $\alpha = 0,1$ ,  $a = 0,811$ ,  $b = 0,960$  y  $f_p = 35$  N/mm<sup>2</sup>)
- Resistencia a tracción de las piezas:  $f_{tp} = 1,75$  N/mm<sup>2</sup>
- Resistencia a tracción del mortero:  $f_{tm} = 0$  N/mm<sup>2</sup>
- Coeficiente de seguridad que minorra los valores de resistencia ( $f$  y  $f_{tp}$ ):  $\gamma_R = 4$
- Peso específico de la fábrica:  $\gamma = 23,00$  kN/m<sup>3</sup>
- Coef. de rozamiento estático entre piezas:  $\mu = 0,4$  (sin considerar la cohesión que pueda llegar a aportar el mortero dispuesto entre las piezas).

Tras definir todos los parámetros necesarios para poder realizar el análisis de los modelos elegidos de la estructura empleando la metodología propuesta en el apartado III.1 de esta tesis, la cual está basada en el método de los elementos finitos, se procede en Abaqus CAE 6.10 a asignar:

- A cada uno de los bloques, las propiedades que definen su comportamiento elástico.
- A cada una de las superficies de contacto entre bloques, las propiedades que determinan las condiciones de contacto normal y tangencial de las juntas entre piezas.
- Y por último, las condiciones de contorno del modelo, como son las cargas que actúan en la estructura, la sustentación bajo la cimentación que garantiza el terreno o/y desplazamientos forzados en la base de la cimentación que simulan los posibles asientos que pueda sufrir esta.

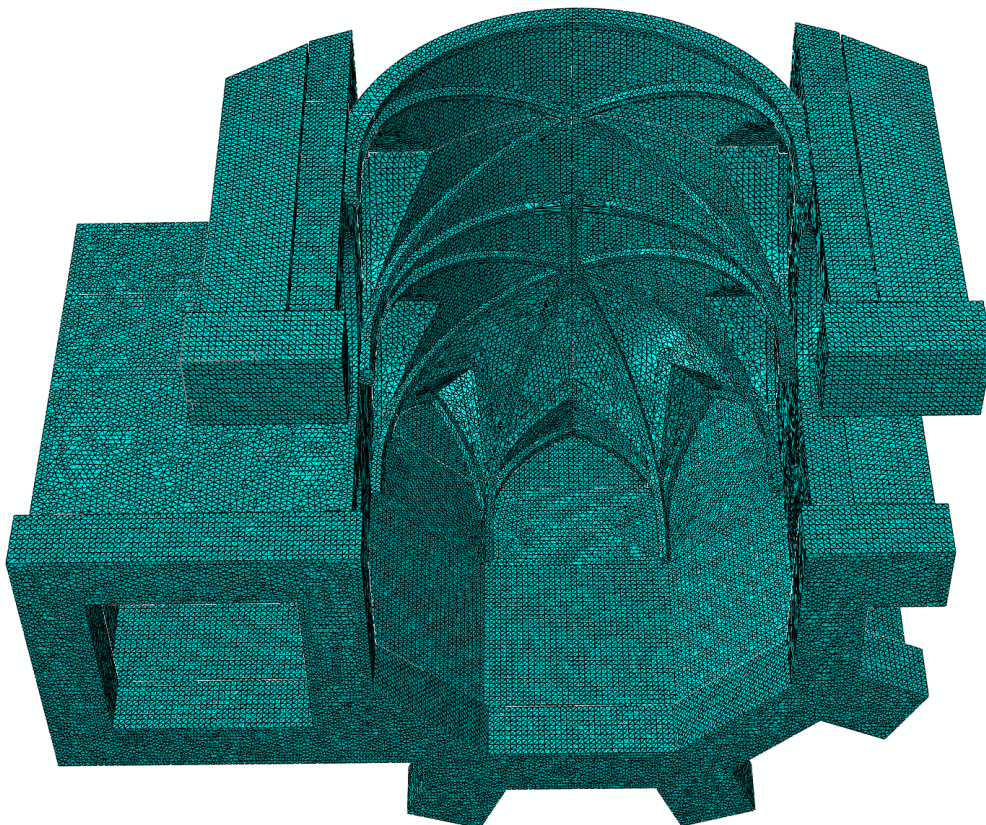
Por último, un paso muy importante en la preparación de los modelos consiste en el mallado de los bloques ensamblados. Para ello se emplean los tipos de elemento de segundo orden definidos en el apartado III.1: “C3D20R” (Abaqus 6.10) en el pórtico y “C3D10M” (Abaqus 6.10) en la bóveda, excepto para las cimentaciones donde los elementos empleados son similares pero de primer orden. El tamaño de estos elementos será lo suficientemente pequeño para asegurar que el contacto entre los bloques mallados se transmite adecuadamente y el estado tensional obtenido del cálculo del modelo sea fiable (por ejemplo, en zonas donde se

Vista en isométrico de los bloques ensamblados y mallados que forman el pórtico a analizar:



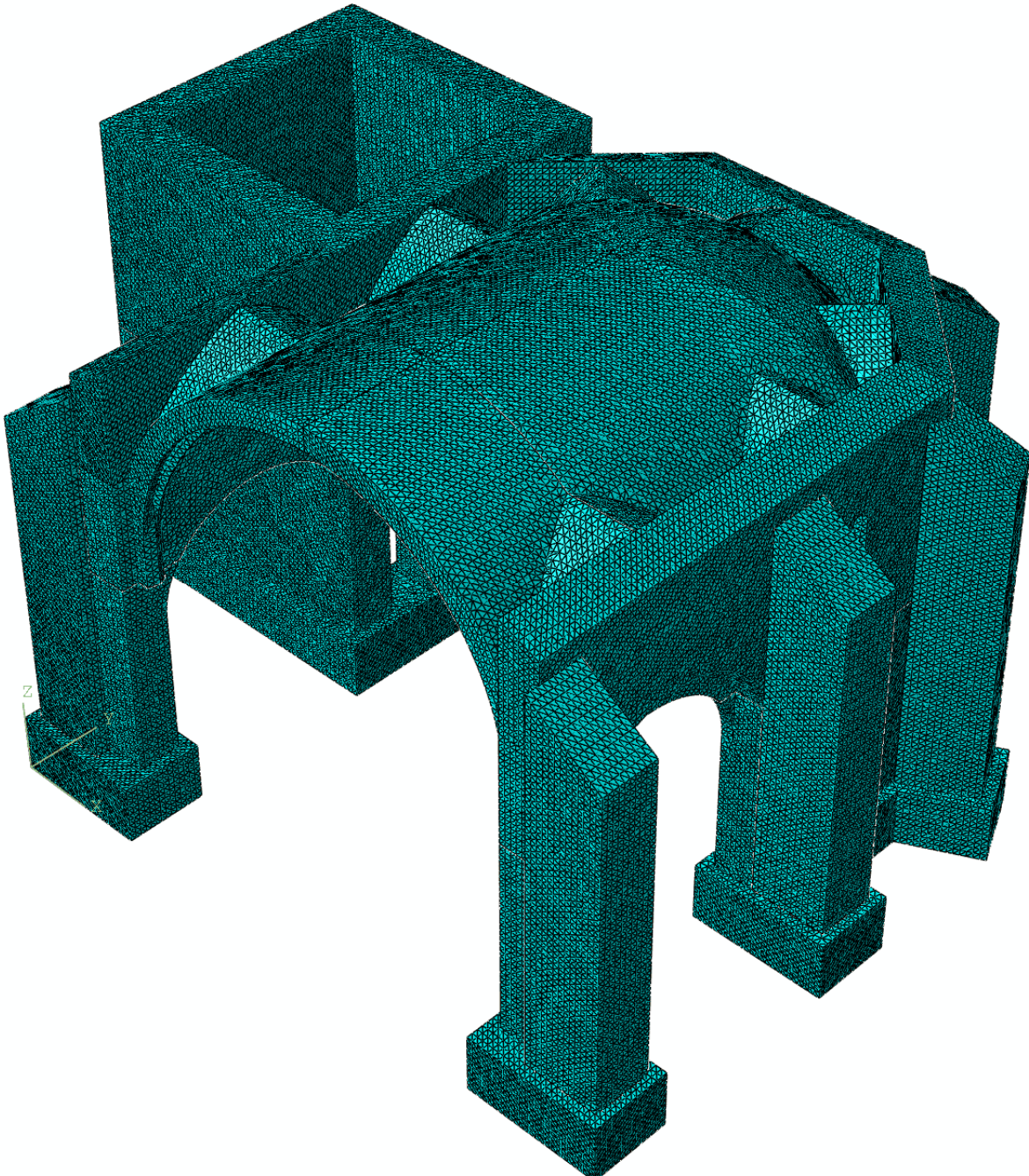
(a)

Vista inferior en isométrico de los bloques ensamblados y mallados que forman la bóveda de crucería a analizar:



(b)

Vista superior en isométrico de los bloques ensamblados y mallados que forman la bóveda de crucería a analizar:



(c)

Figura IV.17

obtienen picos de tensión se requiere de una malla más fina para obtener resultados veraces). En la figura IV.17 (a) se muestra el modelo cuya geometría está representada en la figura IV.16 (a) y en las figuras IV.17 (b) y (c) se muestra el modelo cuya geometría está

---

representada en la figura IV.16 (b). En ambos casos, los modelos están formados por los bloques mallados que los componen (con tamaños de elemento de 100 mm de lado) y preparados para el cálculo por elementos finitos.



#### IV.4.- Resultados y comentarios

Tras finalizar el cálculo mediante elementos finitos de cada uno de los modelos formados por bloques ensamblados, debidamente mallados, con los parámetros de cálculo asignados y las condiciones de contorno definidas, Abaqus CAE 6.10 muestra los resultados obtenidos tanto de forma gráfica como numérica. Valores que una vez analizados con los criterios establecidos en el apartado III.1 permiten evaluar la seguridad estructural de cada uno de los elementos estudiados de la iglesia de San Sebastián, a saber, un pórtico de la nave y la bóveda del ábside.

Comenzando por el análisis de los resultados del pórtico de la nave, en primer lugar se muestra en la figura IV.18 el estado tensional de los bloques cuando la estructura es sometida a las acciones mayoradas de su peso propio más el peso de la cubierta, la sobrecarga de uso debida al mantenimiento de la misma y la acción del viento. Además, en este caso, la sustentación de la estructura es totalmente estable, es decir, se fuerza a que los desplazamientos en la base de la cimentación sean nulos.

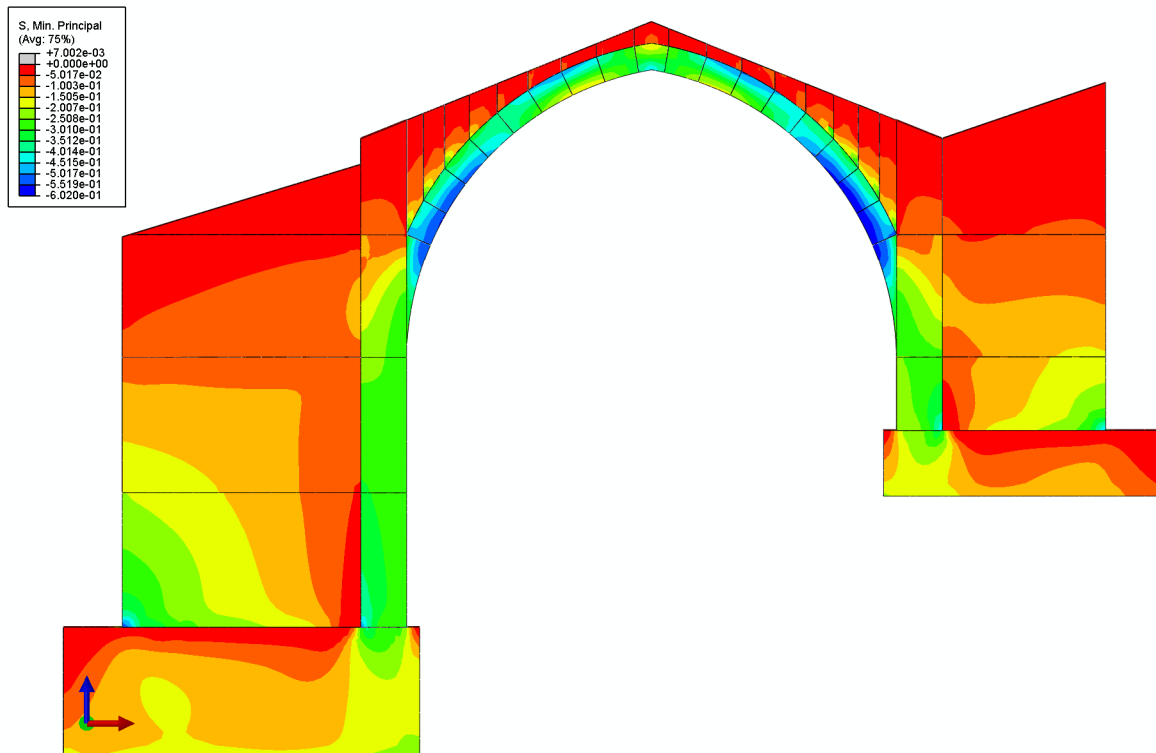


Figura IV.18

Como se puede apreciar en la figura IV.18, todos los elementos están sometidos a compresión, lo cual indica que el sistema de cortes con los que se seccionó el modelo continuo para obtener los bloques con los que estudiar el pórtico como una estructura histórica de fábrica es correcto.

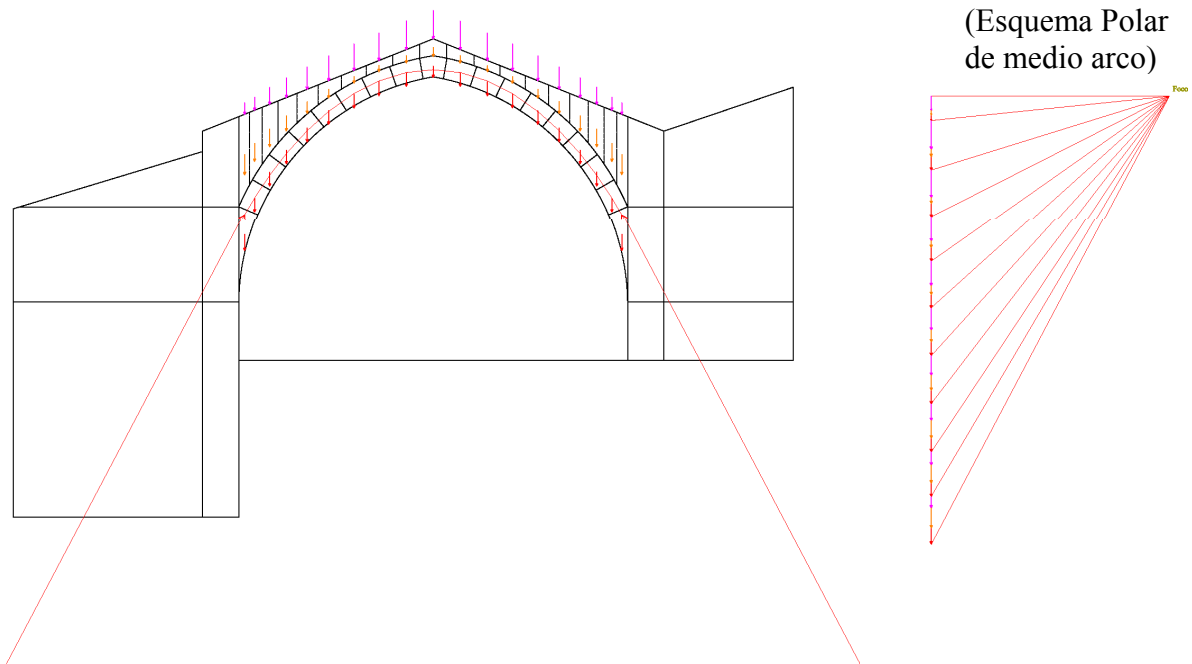
Por otro lado, comparando el valor máximo de tensión principal en compresión que se obtiene del cálculo del modelo =  $-6,02 \times 10^{-1} \text{ N/mm}^2$ , teniendo en cuenta que corresponde con el resultado de aplicar las cargas mayoradas y calculando el valor máximo de tensión admisible en la fábrica como:  $f / \gamma_R = 5,0 \text{ N/mm}^2$ , se puede concluir que en la situación considerada para el pórtico, no se produce el fallo del material y además, se cuenta para ello con un Coeficiente de Seguridad = 8,31.

Además, por el hecho de haber obtenido solución en Abaqus CAE 6.10, implica que tampoco se produce el fallo por deslizamiento entre piezas considerando un coeficiente de rozamiento estático entre estas de:  $\mu=0,4$ .

Una de las conclusiones más importantes que deriva de estudiar el resultado de la deformada y las aperturas de fisura que aparecen entre bloques en contacto es el “coeficiente de seguridad geométrico”. En el caso del pórtico de la figura IV.18, no hay aparición de fisuras en sus juntas, por lo que se puede deducir que en este caso el “coeficiente de seguridad geométrico” es  $\geq 3$ , lo cual es totalmente aceptable teniendo en cuenta que se exige que este valor sea igual o mayor que 2. Para justificar este resultado por otros medios, se ha resuelto en la figura IV.19 el cálculo del pórtico aplicando la estática gráfica en el marco del análisis límite, obteniendo el polígono antifunicular de fuerzas con el que determinar la línea de empujes que actúa en la estructura de fábrica, concretamente en el arco ojival suponiendo que este es el punto crítico del pórtico. En la figura IV.19 se puede observar cómo la línea de empujes representada en verde no sale fuera del núcleo central de inercia de la sección del arco, por lo que el contacto entre las piezas ocurre en la totalidad de la superficie y no hay aparición de fisuras entre éstas, tal y como sucede en el modelo de elementos finitos resuelto con Abaqus CAE 6.10.

A continuación, en la figura IV.20 se muestra superpuesta la línea de empujes obtenida aplicando la estática gráfica en la figura IV.19 sobre el estado tensional en el pórtico mostrado

Polígono antifunicular de fuerzas:



Línea de empujes:

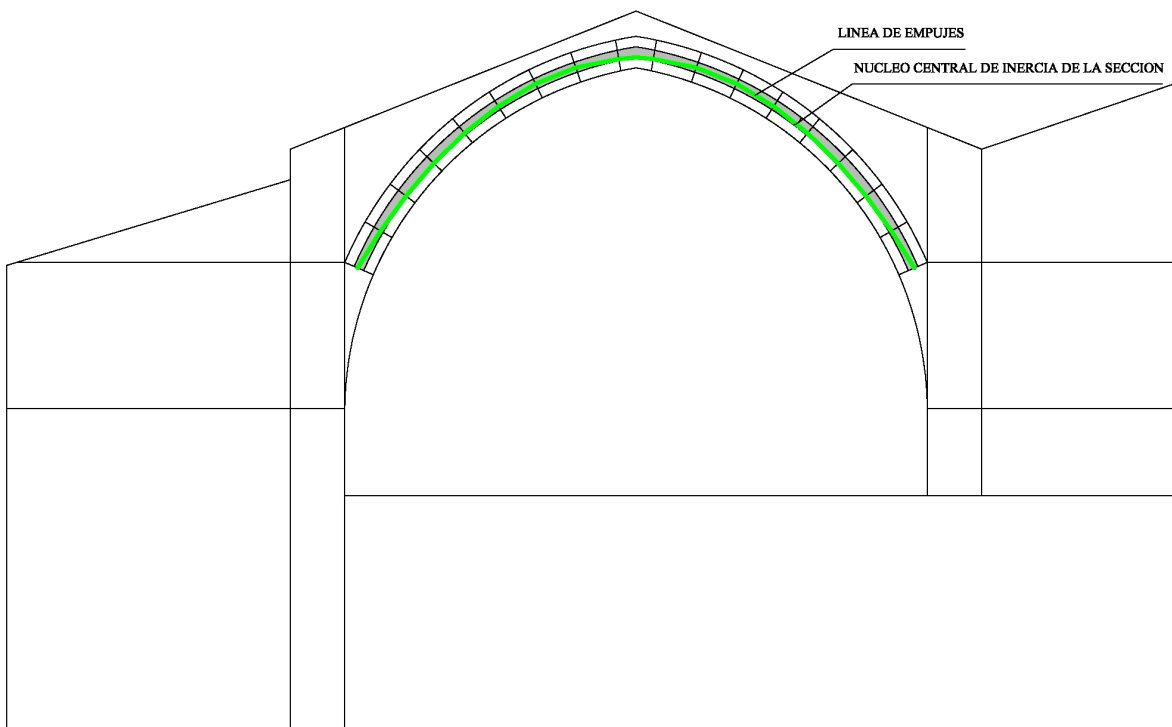


Figura IV.19

en la figura IV18. Y como se puede apreciar, parece que en la zona del arranque del arco no coincide exactamente la posición de la línea de empujes con la que se correspondería con el

estado tensional de la zona (en cambio en el resto del arco sí que coincide). Esto es debido a que el empuje de la plementería que hay dispuesta sobre el arco no solo ejerce un empuje vertical y hacia abajo sobre el arco debido a su peso propio, sino que también genera un empuje horizontal sobre el arco lo que desvía ligeramente en esa zona la línea de empujes hacia el intradós del mismo y tal efecto se tiene en cuenta el modelo de elementos finitos pero no se considera aplicando la estática gráfica.

En la figura IV.20 se incluye una vista de detalle que justifica el empuje horizontal que realmente ejerce la plementería sobre el arco ojival y que se tiene en cuenta en la resolución del modelo de elementos finitos pero no en el cálculo del polígono antifunicular aplicando la estática gráfica debido a la complejidad que ello representa. Como se puede deducir, el efecto de la plementería sobre el arco mejora las condiciones de estabilidad del mismo, aumentando aún más si cabe, el valor “coeficiente de seguridad geométrico” del pórtico.

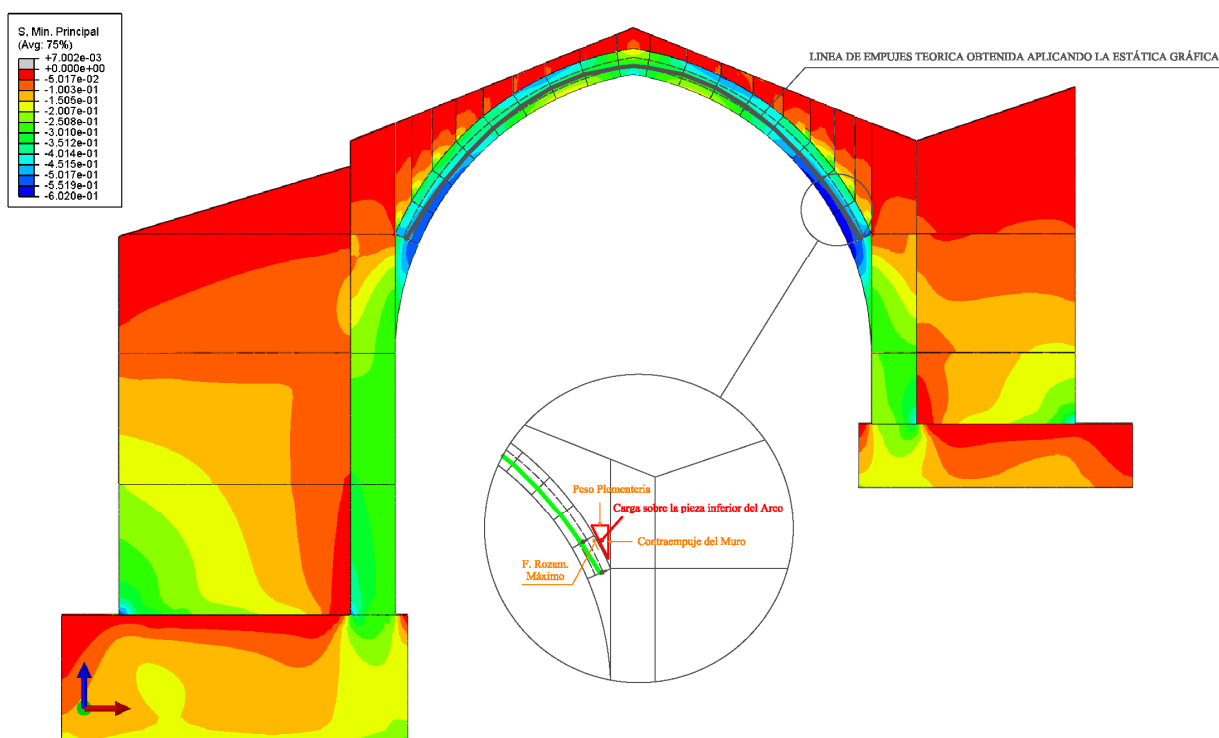


Figura IV.20

Actuando del lado de la seguridad, se ha calculado de nuevo el modelo de elementos finitos sustituyendo las piezas que representan la plementería por una carga vertical cuyo valor es el peso propio de éstas actuando sobre el arco ojival. El resultado obtenido se representa en la

figura IV.21 con la línea de empujes obtenida en la figura IV.19 superpuesta. En este caso, se observa cómo la línea de empujes sí que coincide con la distribución de tensiones obtenida del cálculo del modelo (recuérdese que cuanto mas excéntrica es la línea de empujes con respecto al c.d.g. de la sección del arco, mayor es la variación de tensiones dentro de esa misma sección entre el trasdós y el intradós del arco).

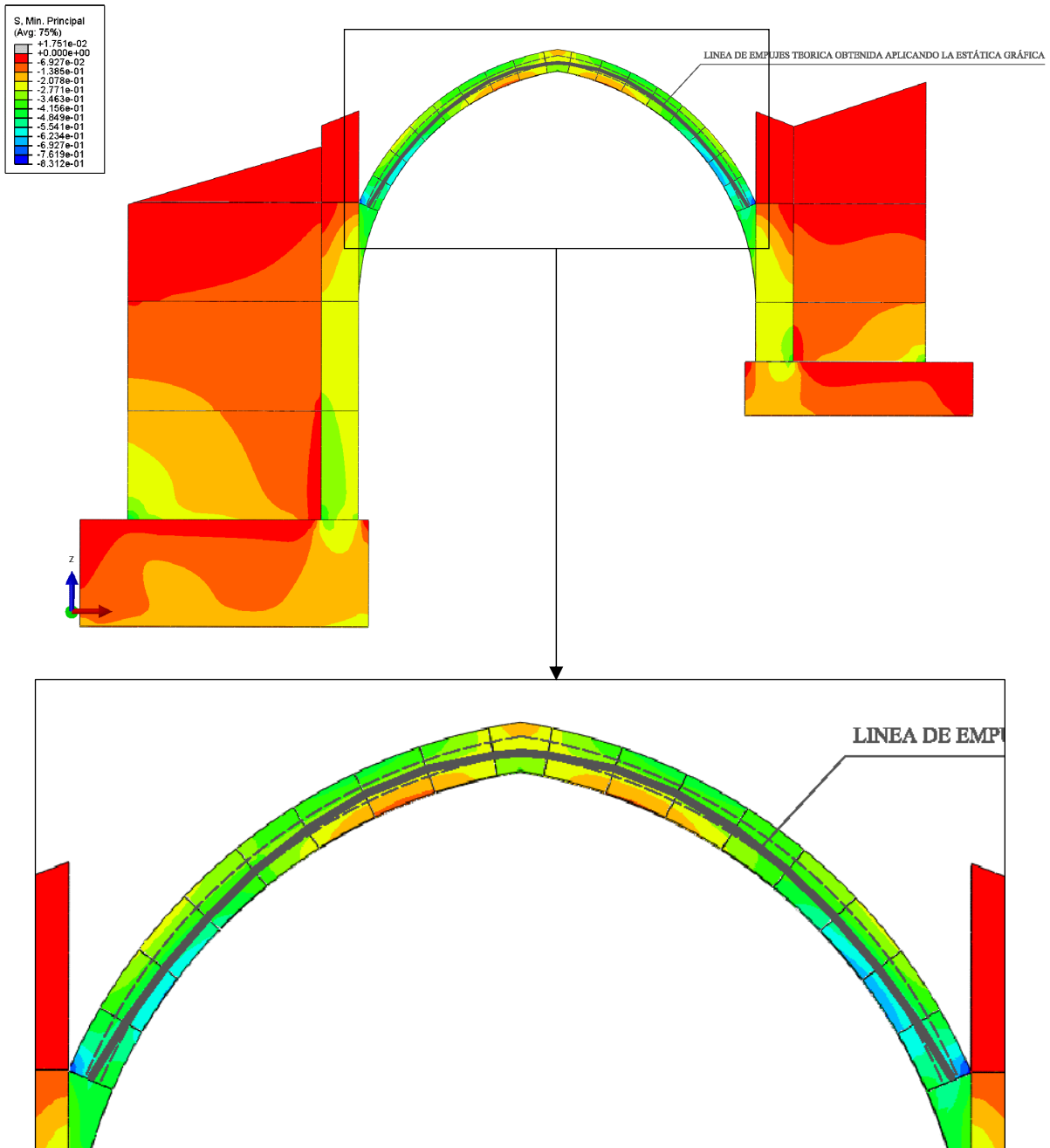


Figura IV.21

Del mismo modo, se ha estudiado la deformada y fisuración que aparecen en este modelo de pórtico cuya diferencia con el anterior, el cual tiene un comportamiento más cercano a la realidad, es que carece de las piezas que representan la plementería a cambio de aplicar sobre el arco una carga vertical que coincide con el peso de ésta. En la figura IV.22 (deformada ampliada x 1000) se aprecia cómo en este caso, estudiado para estar del lado de la seguridad, tampoco aparece fisuración alguna entre los bloques del modelo que representan las piezas del arco, lo cual implica que el “coeficiente de seguridad geométrico” del arco y, por tanto, del pórtico es mayor que 3. Este resultado era de esperar tras realizar el análisis del arco aplicando la estática gráfica, pues en la figura IV.18 se aprecia cómo la línea de empujes no rebasa en toda la longitud del arco los límites que definen el núcleo central de inercia de la sección del arco, con lo que no se espera fisuración en el arco e implícitamente, el núcleo central de inercia se podría considerar como el espesor del arco límite cuya relación con el arco real es  $1/3$  y por tanto, el “coeficiente de seguridad geométrico” es mayor o igual que 3. En definitiva, una vez más se llega a la misma conclusión aplicando la estática gráfica en el marco del análisis límite y empleando la metodología propuesta en el apartado III.1, con la diferencia de que con esta última los resultados obtenidos pueden ser más cercanos a la realidad si el modelo representa adecuadamente la estructura histórica de fábrica a analizar.

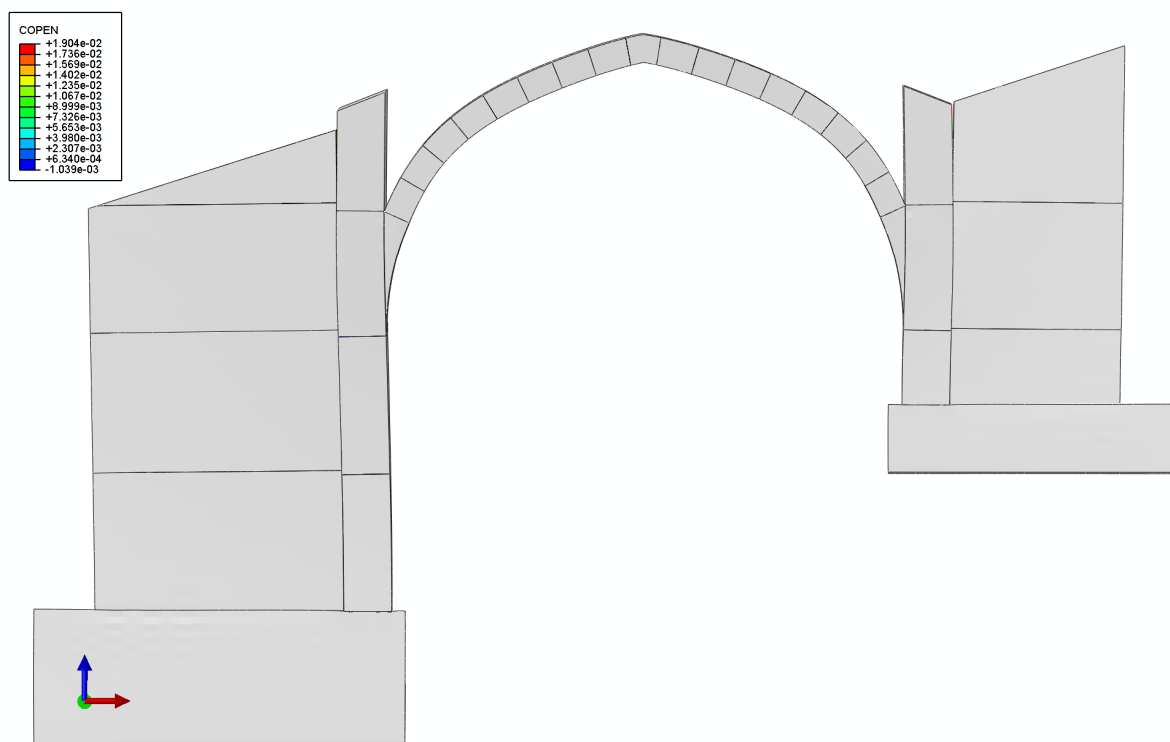


Figura IV.22

Una vez que se ha verificado, a partir del estudio del estado tensional del modelo de elementos finitos, que el material que compone la fábrica con la que fue construido el pórtico no falla y, por otro lado, a partir del estudio de la deformada/apertura de fisuras del modelo de elementos finitos, que la situación de equilibrio de la estructura histórica de fábrica que conforma el pórtico frente a las acciones que pueden actuar sobre éste, está asegurada (mediante el “coeficiente de seguridad geométrico”). A continuación se procede a comprobar

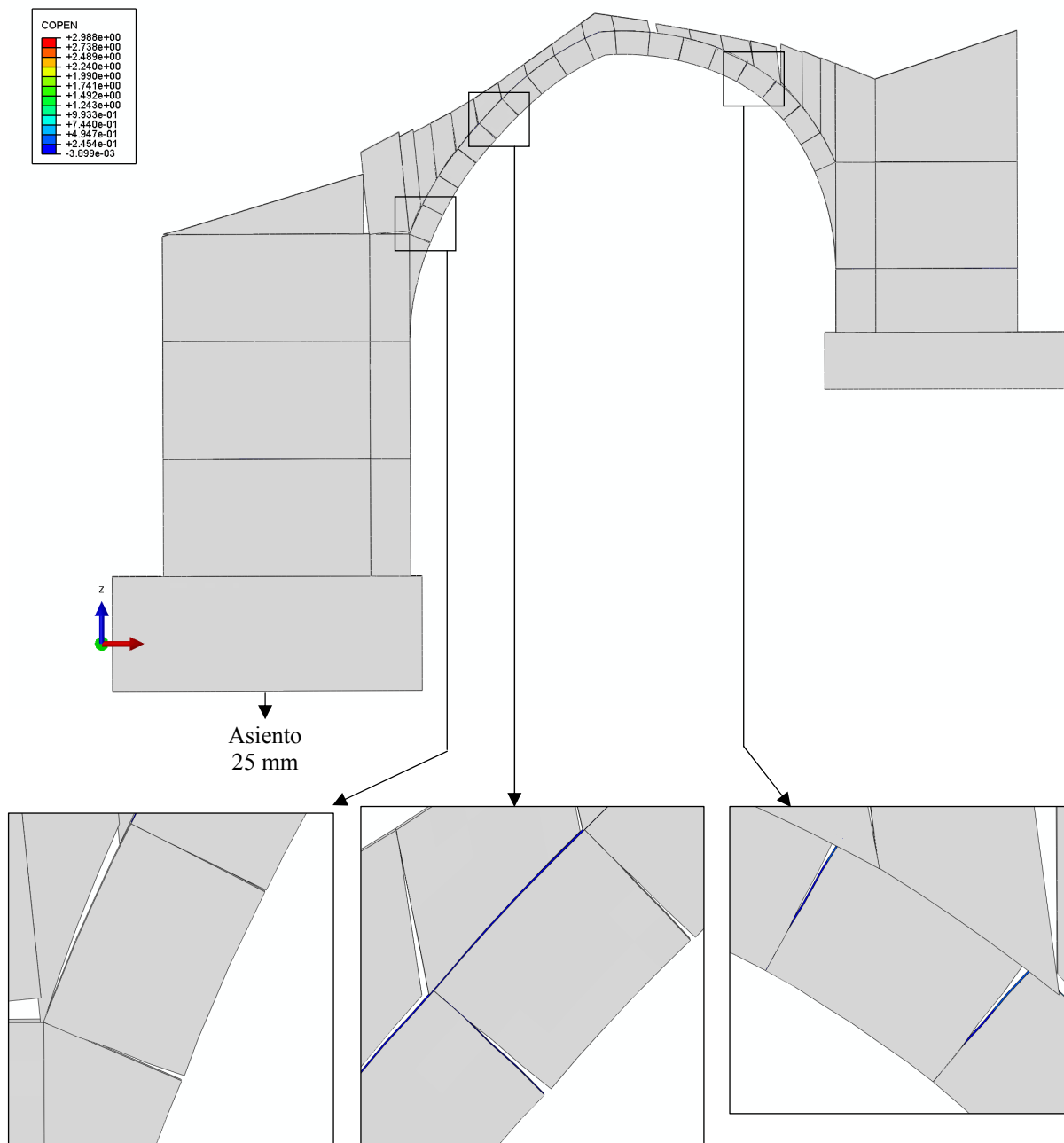


Figura IV.23

la seguridad del pórtico de la iglesia de San Sebastián cuando es sometido a un asiento relativo de 25 mm entre los dos elementos de cimentación que soportan el pórtico. Para ello, se procede a calcular de nuevo el modelo de elementos finitos, pero en esta ocasión forzando a que el apoyo situado al norte se desplace verticalmente y hacia abajo 25 mm.

El resultado obtenido del cálculo del modelo con esta nueva condición de contorno se muestra en la figura IV.23 mediante una vista de la deformada del pórtico ampliada x 50. Como se puede apreciar, lo que le ocurre al pórtico se puede explicar desde el punto de vista de la estática gráfica en el marco del análisis límite como un desplazamiento horizontal de la línea de empujes, cuya finalidad es la de formar las articulaciones de fisuración necesarias (un total de 3 en este caso) para adaptarse a la nueva geometría conservando la estabilidad, es decir, sin violar la condición de cedencia del material. Por lo tanto, la seguridad del pórtico con respecto a su situación de equilibrio permanece intacta, pues como la geometría de la línea de empujes no cambia y, por tanto, la relación entre la geometría del arco límite y la del arco real de la iglesia sigue siendo la misma, el “coeficiente de seguridad geométrico” sigue siendo el mismo ( $\geq 3$ ). Además, considerando el teorema del límite superior, se puede decir que tan solo se forman tres de las cuatro articulaciones de fisuración que son necesarias para considerar el sistema como un mecanismo (ver figura IV.24), por lo tanto, el arco no se hundirá por colapso estructural en caso de producirse ese asiento de 25 mm. Tal deducción se obtiene igualmente al estudiar la figura IV.23 obtenida de Abaqus CAE 6.10 aplicando la metodología propuesta en el apartado III.1, pues el hecho de obtener solución al problema directamente implica que el modelo se encuentra en situación de equilibrio estáticamente admisible (no es un mecanismo que colapsa) y a la vez, la apertura de fisuras mostrada en la figura IV.23 indica que la línea de empujes tan solo se desplaza horizontalmente, pero sigue teniendo la misma geometría que la de la solución obtenida al analizar el pórtico sin considerar el asiento de 25 mm, por lo que su nivel de seguridad no se ve afectado por esto. Además, con el objeto de reforzar tal afirmación acerca de que tan solo se produce el desplazamiento de la línea de empujes sin modificar su geometría, se muestra en la figura IV.25 el estado tensional del modelo calculado considerando un asiento de 25 mm en su cimentación y la superposición de la línea de empujes obtenida en la figura IV.18 aplicando la estática gráfica sobre el pórtico sin considerar ningún tipo de asiento. Como se puede apreciar en la figura IV.25, el estado tensional se corresponde adecuadamente, salvando las diferencias sobre la consideración de la influencia de la plementería sobre el arco, con la línea de empujes desplazada horizontalmente lo suficiente para formar las “rótulas plásticas” necesarias.



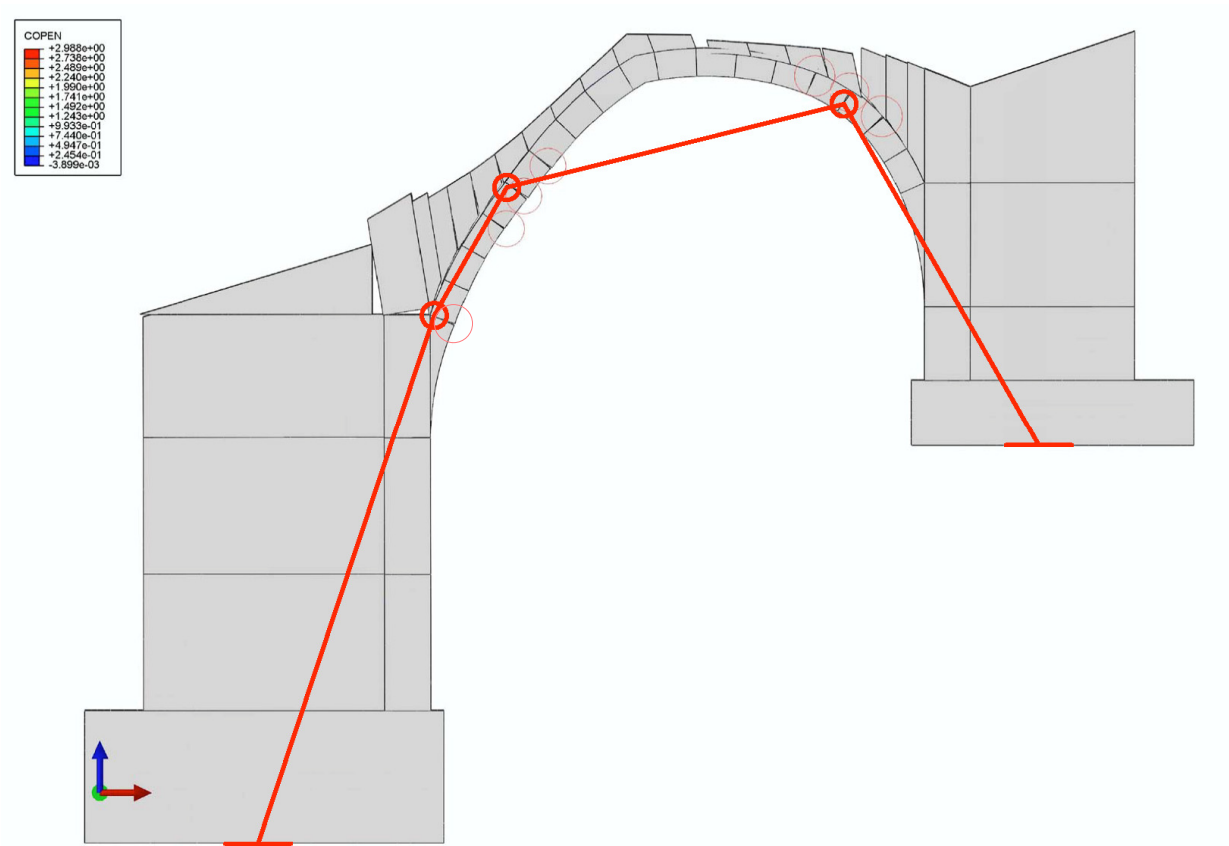


Figura IV.24

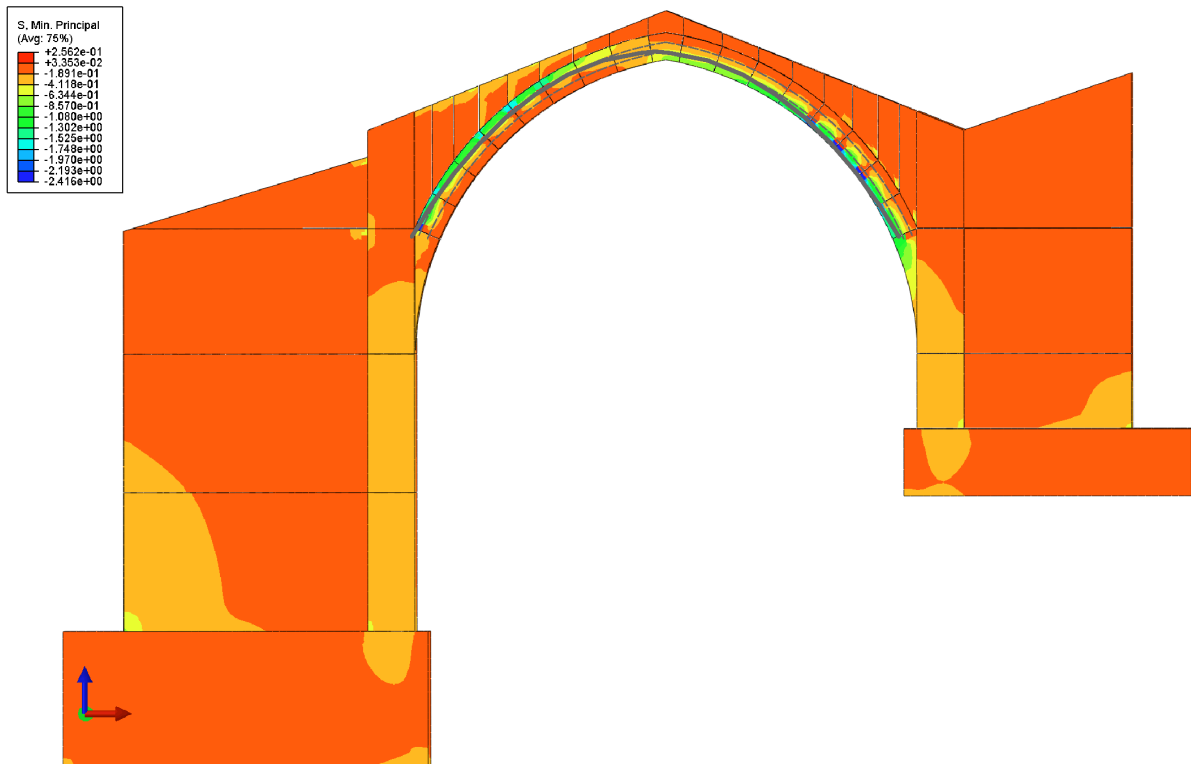


Figura IV.25

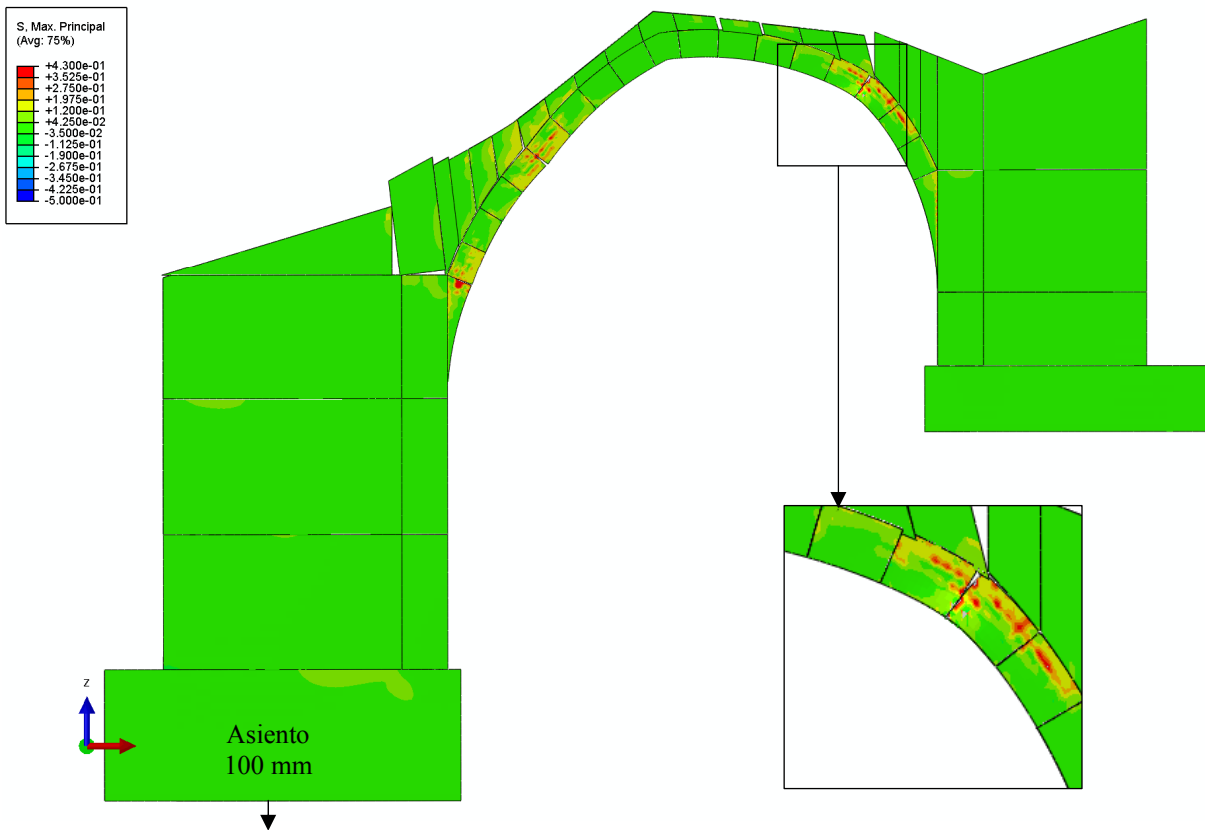
Debido a la formación de articulaciones de fisuración cuando se producen asientos relativos importantes entre cimentaciones que soportan estructuras históricas de fábrica, tal y como sucede en el pórtico analizado de la iglesia de San Sebastián, Jacks Heyman recomienda emplear la teoría plástica frente a la teoría elástica en el análisis de estructuras de fábrica. En caso de aplicar la teoría elástica en situaciones de desplazamientos forzados, se obtendrían “momentos flectores” muy elevados, superiores a los que puede soportar la fábrica considerando como “momento flector” el valor del axil de contacto entre piezas multiplicado por su excentricidad, Realmente ese “momento flector” está limitado a un valor máximo debido a una excentricidad máxima admisible para no violar la condición de cedencia del material, por lo que es más adecuado emplear para el análisis de estructuras de fábrica metodologías que lo tengan en cuenta, como es la teoría plástica de estructuras o la metodología propuesta en el apartado III.1.

Concluyendo, se puede afirmar que el pórtico analizado de la iglesia de San Sebastián permanecerá en situación de equilibrio estable incluso en caso de ser sometido a un asiento relativo de 25 mm entre sus elementos de cimentación. Además, en caso de producirse tal asiento, se puede deducir de la figura IV.25 que el estado tensional de la fábrica, con un valor mínimo de  $-2,4 \text{ N/mm}^2$  no superará el límite admisible de 5 MPa en compresión y, por el hecho de haber obtenido solución estáticamente estable en Abaqus CAE 6.10, implica que tampoco se produce el fallo por deslizamiento entre piezas con un coeficiente de rozamiento  $\mu=0,4$ .

Estudiando la tendencia del estado tensional del pórtico con respecto a los asientos relativos en la cimentación que lo sustenta, es de prever que si el asiento por algún motivo crece aún más, el estado tensional en determinados elementos ya no será despreciable y es en este momento cuando se plantea la siguiente duda: ¿conservará aún así la seguridad estructural y permanecerá en situación de equilibrio si el valor del asiento se cuadriplica? Para responder a esta cuestión se ha realizado un nuevo cálculo del pórtico, aumentando el asiento relativo a 100 mm y añadiendo a las propiedades del material asignado al modelo la propiedad “concrete damaged plasticity” con: un límite elástico en compresión de  $f/\gamma_M = 5,0 \text{ N/mm}^2$  a partir del cual el material pasa de seguir un comportamiento elástico a uno plástico, un límite elástico en tracción de  $f_{tp}/\gamma_M = 0,43 \text{ N/mm}^2$  a partir del cual el material fisura y un “dilation angle” de  $45^\circ$ . El resultado obtenido se expone en las figuras IV.26 (a) y (b) y como se puede



(a)



(b)

Figura IV.26

apreciar en éstas y comparando con los resultados obtenidos para un asiento de 25 mm, se deduce que las 3 fisuras de articulación siguen apareciendo en las mismas superficies de contacto entre bloques, por lo tanto, en cuanto a la conservación del estado de equilibrio del pórtico, sigue sin formarse el “mecanismo de colapso” necesario para que se hunda. La única diferencia en el caso donde el asiento es de 100 mm con respecto al anterior donde el asiento era de 25 mm, es que las aperturas de fisura son mayores (en las figuras IV.26 (a) y (b), la deformada del modelo esta aumentada x 15) y el material “plastifica” en aquellas juntas del arco donde se producen tales aperturas de fisura, aumentando la superficie de contacto entre piezas hasta que es lo suficientemente grande como para transmitir la carga entre piezas sin superar la tensión admisible del material.

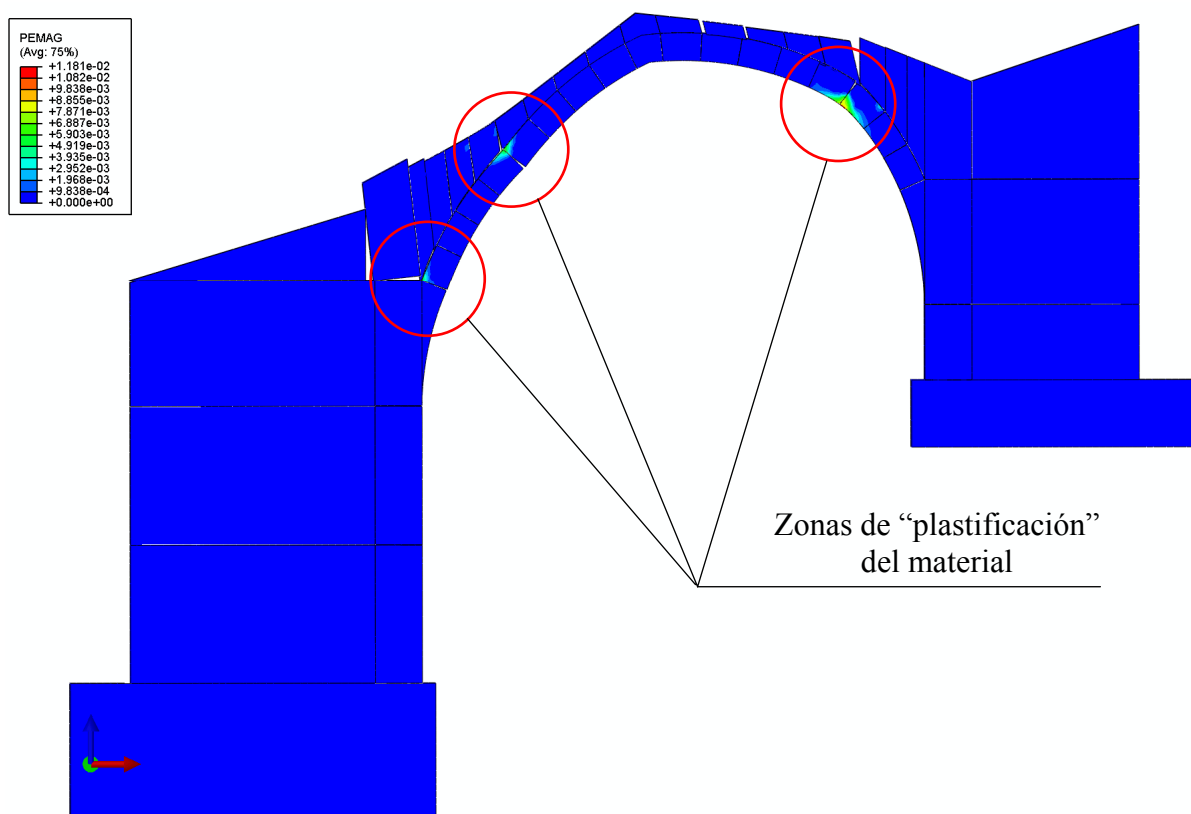


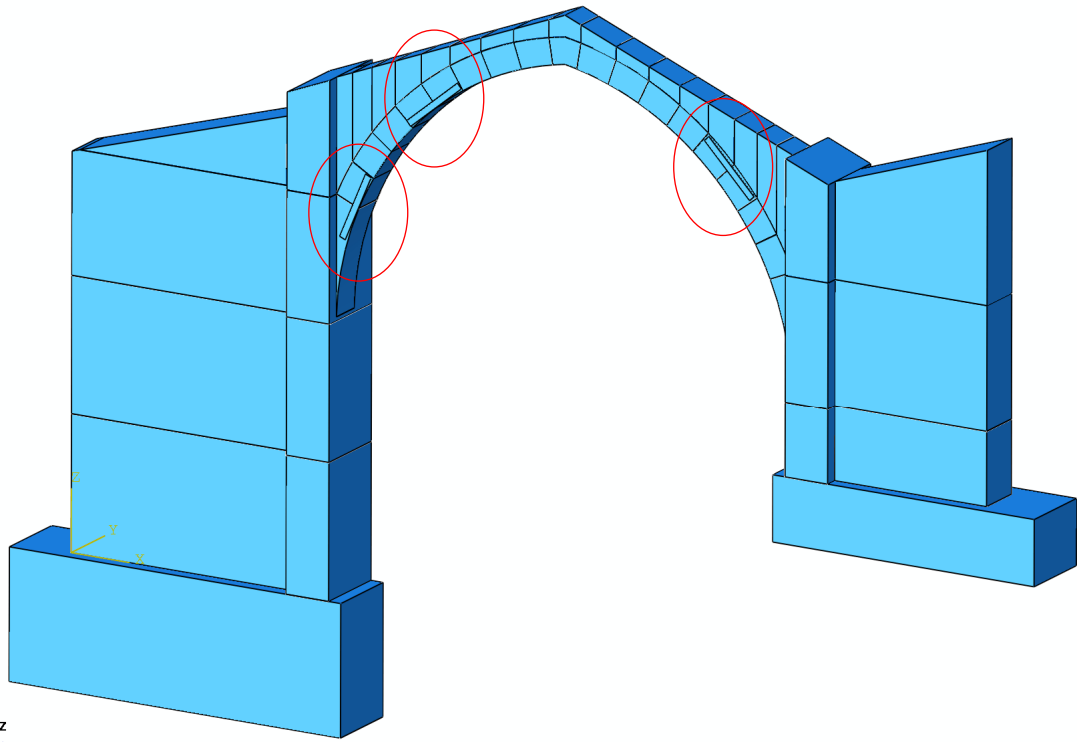
Figura IV.27

En la figura IV.27 se expone el modelo con la deformación “plástica” que aparece al someterlo a un asiento de 100 mm y como se puede apreciar, efectivamente tal deformación no lineal ocurre en las juntas de contacto donde se produce la apertura de fisura en el arco. Además, comparando las figuras IV.26 (a) y (b) con la IV.27 se deduce que:

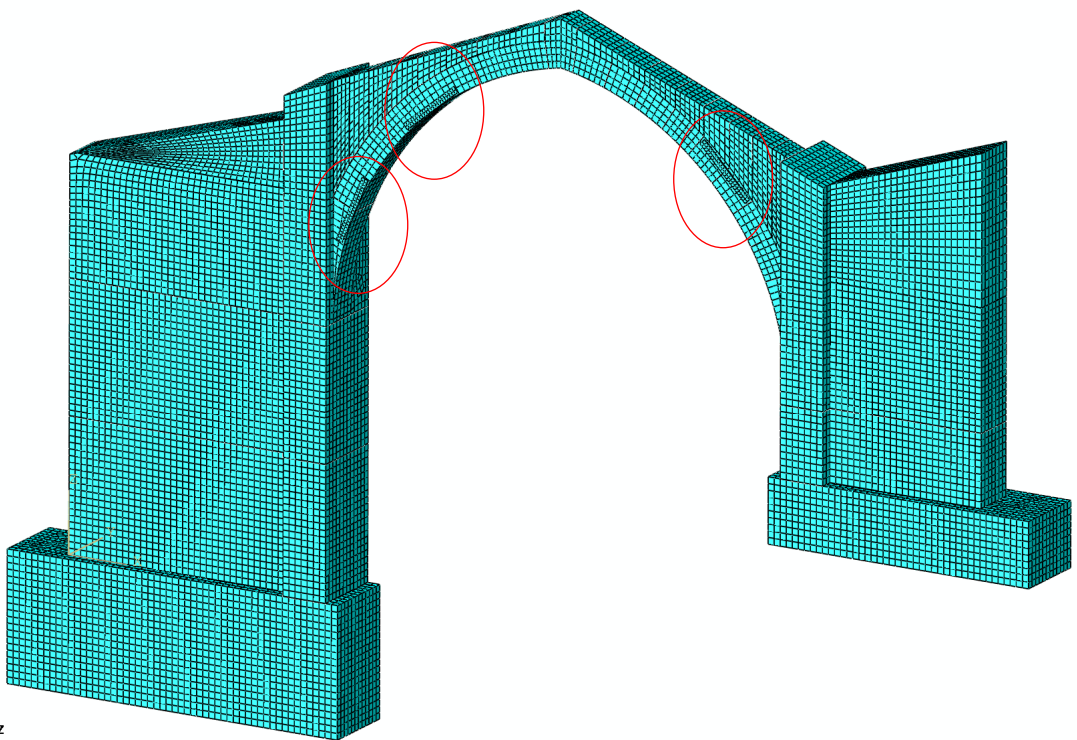
- La deformación “plástica” mostrada en la figura IV.27 no se debe a esfuerzos de tracción excesivos en las piezas, pues tal deformación no coincide con las zonas donde los esfuerzos mostrados en la figura IV.27 (b) son de máxima tracción.
- En cambio, la deformación “plástica” mostrada en la figura IV.27 se debe a esfuerzos de compresión excesivos en la fábrica, pues tal deformación si que coincide con las zonas donde los esfuerzos mostrados en la figura IV.27 (a) son de máxima compresión.

Por lo tanto, se puede deducir que si el pórtico es sometido a un asiento relativo de 100 mm entre sus elementos de cimentación, se producirá el fallo del material por aplastamiento en zonas determinadas del arco. Concretamente allí donde se indica la existencia de deformación “plástica” la figura IV.27. El resultado del asiento es el aplastamiento de la fábrica a la altura de las juntas entre determinadas piezas, las cuales pueden llegar a desconcharse en sus esquinas tras iniciarse su microfisuración, pues la arenisca, al igual que el hormigón en masa se caracteriza por comportarse como un material frágil, carente de ductilidad y cuyo fallo se produce a cortadura. La consecuencia de este fallo por ruptura del material es una notable disminución del espesor geométrico del arco y, por tanto, del “coeficiente de seguridad geométrico” poniendo en riesgo la situación de equilibrio estáticamente admisible en la que se encuentra el pórtico. Por lo tanto, es muy probable que antes de llegar a producirse el asiento relativo de 100 mm entre los elementos de cimentación del pórtico, colapse localmente la estructura de fábrica como consecuencia del hundimiento del arco debido a la reducción de su sección al fallar del material que lo compone (piezas de sillería de arenisca con juntas de mortero pobre).

Tratando de avanzar un paso más, una vez se ha concluido que el asiento relativo de 25 mm entre los elementos de cimentación del pórtico no disminuye la seguridad estructural de éste y, en cambio, si el asiento se incrementa hasta los 100 mm, es inminente el colapso por rupturas locales del material, se plantea una nueva cuestión. Si se refuerza la estructura cuando el asiento es tan solo de 25 mm, ¿será capaz de asentar 100 mm conservando un nivel aceptable de seguridad estructural?.



(a)



(b)

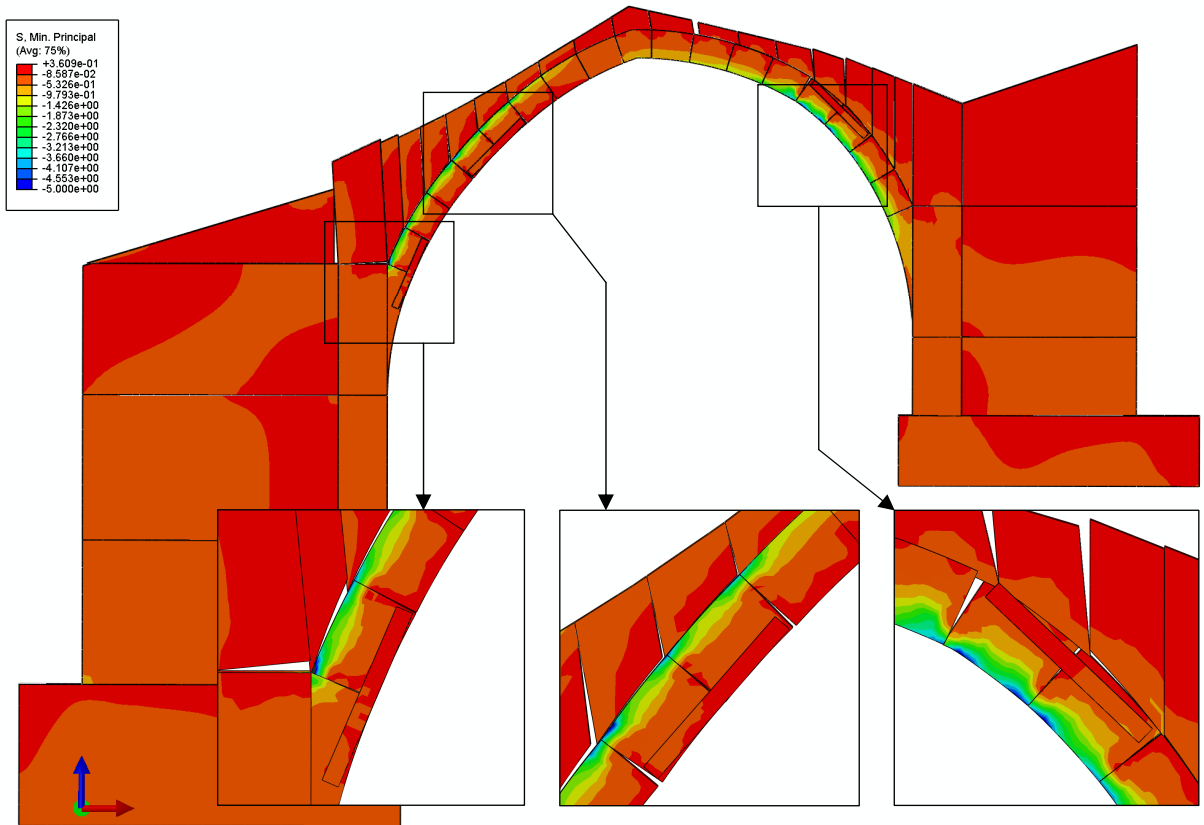
Figura IV.28

La respuesta se obtiene realizando un nuevo análisis del modelo mallado mostrado en la figura IV.17 (a), al cual le ha sido implementado una serie de refuerzos de fibra de carbono situados tal y como se indica resaltado con círculos rojos en las figuras IV.28 (a) y (b) donde se muestran el modelo de bloques con los refuerzos ensamblados y su mallado respectivamente. Tales refuerzos se disponen simétricos, uno a cada lado del arco, y se localizan en las juntas que se abren y “plastifican” cuando el pórtico es sometido a asientos diferenciales. Además, se suponen adheridos a las piezas de la fábrica mediante resina epoxi a partir del step de cálculo en el que el asiento relativo supera los 25 mm (en los step anteriores no actúan).

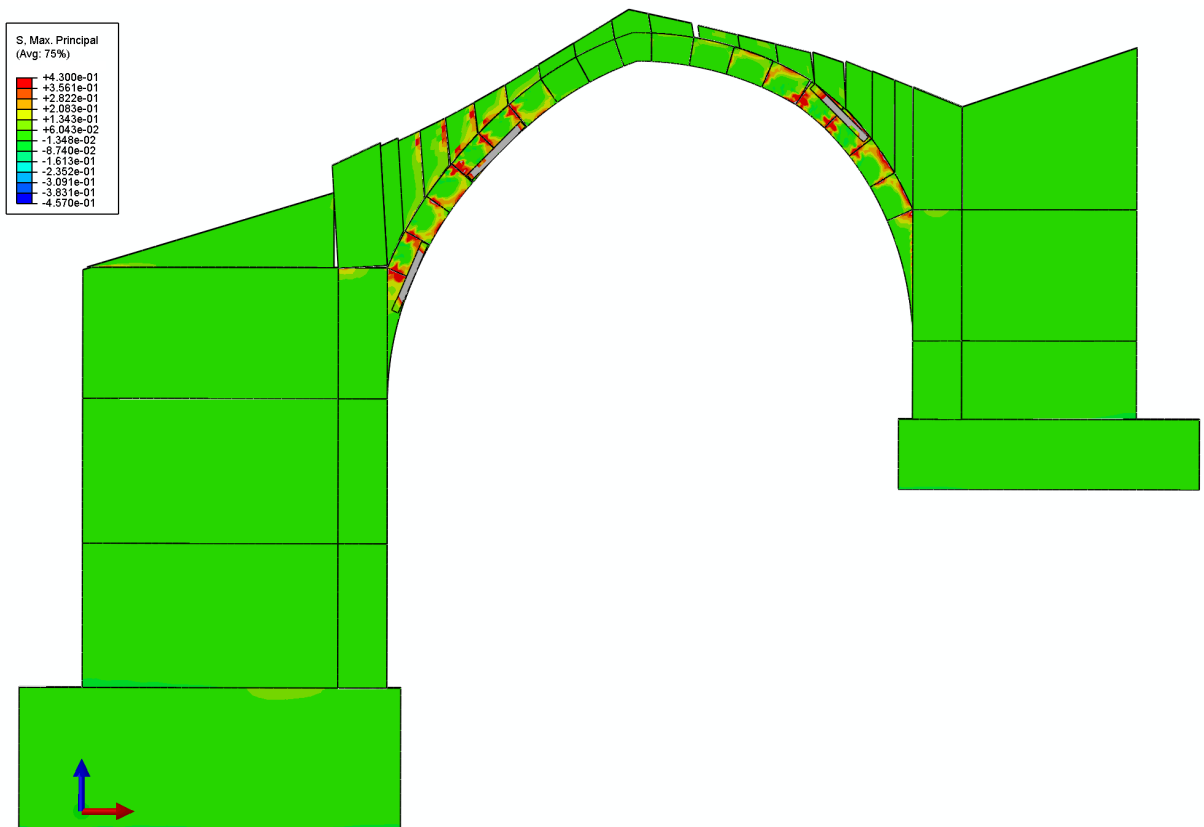
Es importante señalar que la influencia de la colocación de los refuerzos de fibra de carbono dispuestos en el comportamiento del modelo es similar a la que tendría el empleo de unas pletinas de acero adheridas de forma similar a la fábrica o la que tendría el sellado de las juntas abiertas entre piezas mediante resina epoxi cuya resistencia a la tracción sea superior a la resistencia de la arenisca que compone las piezas.

En las figuras IV.29 (a) y (b) se expone el resultado del análisis, mostrando el estado tensional de los elementos que componen la fábrica (tensión principal mínima y máxima respectivamente) y las aperturas de fisura que aparecen (representando la deformada aumentada x 15), cuando el asiento diferencial entre los elementos de cimentación del pórtico es de 75 mm. No se muestra la solución cuando el asiento relativo alcanza los 100 mm porque no existe una situación de equilibrio estáticamente admisible para la estructura reforzada con ese asiento, es decir, en ese último step de cálculo donde el asiento relativo pasa de 75 mm a 100 mm se produce el hundimiento del arco del pórtico.

Como se puede deducir de las figuras IV.29 (a) y (b), una vez colocados los refuerzos en el arco se produce el bloqueo inmediato de las “fisuras de articulación” que se han formado en las juntas reforzadas y cuya capacidad de rotación es necesaria para que la estructura de fábrica sea capaz de adaptarse a la geometría impuesta por el crecimiento del asiento en la cimentación. Así que, a partir del momento de su colocación (cuando el asiento relativo es de 25 mm) y conforme crece el asiento, se abren nuevas “fisuras de articulación” en las juntas entre piezas contiguas a las juntas reforzadas, de modo que la tensión de aplastamiento en las reforzadas ya no crece más, pero sí que lo hace en las que aparecen las nuevas fisuras. Por lo tanto, con la colocación de los refuerzos se consigue evitar presiones de aplastamiento



(a)



(b)

Figura IV.29



excesivas localizadas en tan solo tres juntas y que provocan la ruptura del material, tal y como se mostraba en la figura IV.27, pues con la fijación de los refuerzos se obliga a que haya un mayor número de juntas abiertas formando “fisuras de articulación” y el reparto de picos de presión de aplastamiento quede repartido en el doble de juntas. Así, observando las zonas que “plastifican” en este nuevo análisis, mostradas en la figura IV.30, se puede apreciar que son menores que las que aparecían en el análisis del pórtico sin refuerzos mostrado en la figura IV.27. Por lo tanto, se puede concluir, por un lado, que la colocación de los refuerzos en la estructura de fábrica garantiza un mayor reparto de los picos de tensión que aparece en las “fisuras de articulación” o “rótulas plásticas”, lo que evita así la ruptura del material por aplastamiento excesivo en determinadas juntas.

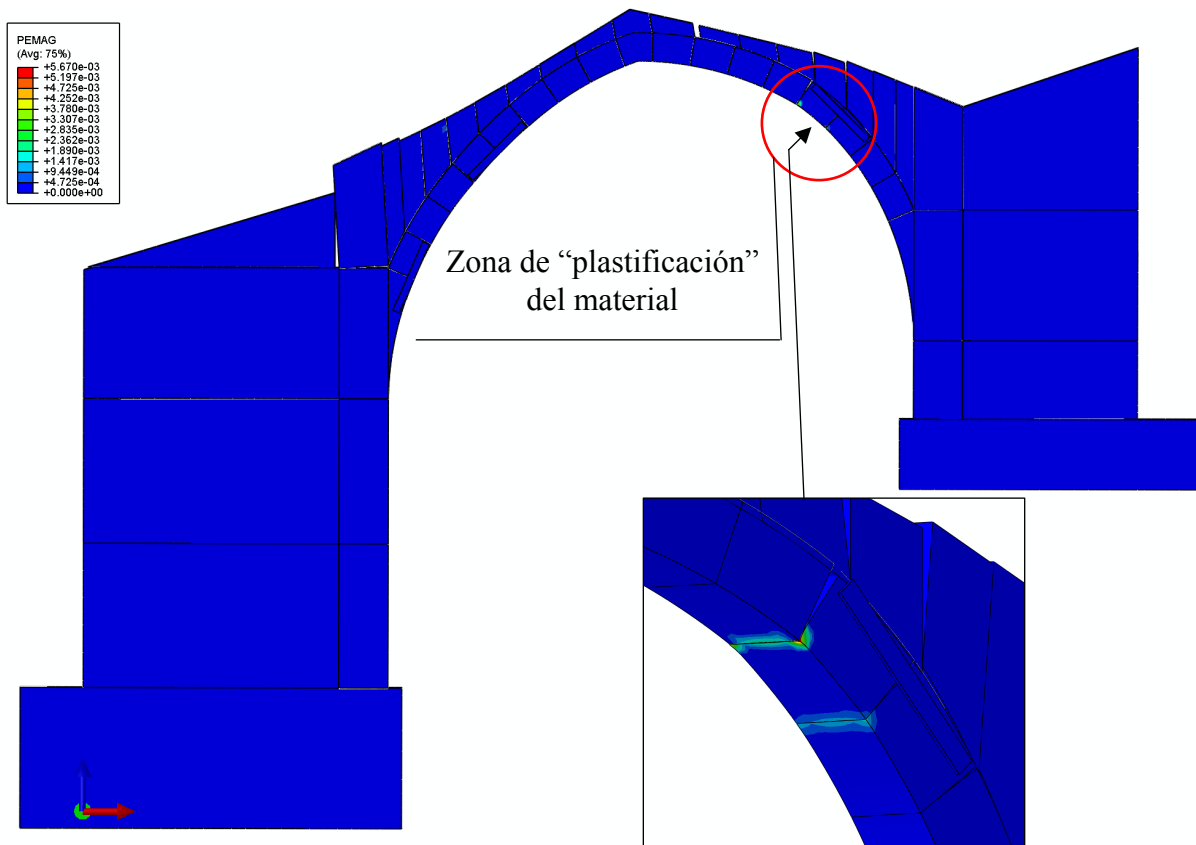


Figura IV.30

Pero por otro lado, la colocación de los refuerzos supone un problema, pues con ellos se consigue una estructura más “rígida”, con menor capacidad de adaptación cuando es sometida a posibles asentamientos. En definitiva, se fuerza a que la deformada de la estructura sea diferente a la “natural” que tiende a adoptar, lo que implica que la línea de empujes pueda salir fuera de

la geometría del pórtico y por tanto, según el teorema del límite inferior del análisis límite, este se hunda localmente, tal y como sucede en el último step de cálculo donde el asiento relativo pasa de ser de 75 mm a 100 mm.

Tras estudiar los resultados obtenidos de este último análisis del pórtico de la iglesia de San Sebastián reforzado localmente de modo que se impide el incremento de la apertura de determinadas fisuras, se puede concluir que para garantizar su seguridad estructural cuando es sometido a asientos relativos superiores a 25 mm (hasta un máximo de 100 mm), la mejor solución consiste en mejorar la resistencia a compresión de la fábrica en las zonas donde se prevé la “plastificación” del material por aplastamiento mostradas en la figura IV.27, ya sea mediante refuerzos que descarguen la tensión de aplastamiento antes de que esta llegue a superar el límite elástico en compresión de la fábrica o mediante elementos que confinen el material.

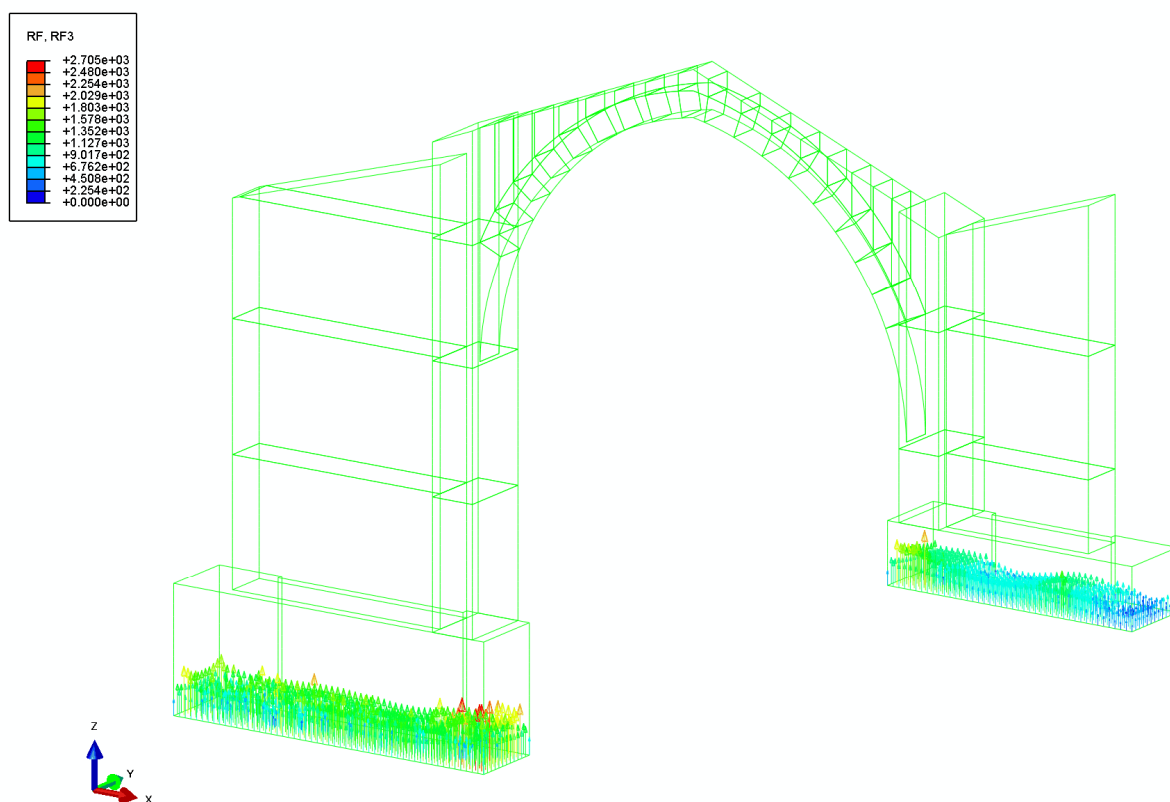


Figura IV.31

Finalizando con el análisis del pórtico de la iglesia de San Sebastián, se aporta para futuros estudios geotécnicos la presión que transmite la cimentación planteada al terreno tras realizar

el cálculo del modelo con las acciones que actúan sobre la estructura sin mayorar. Dichos resultados se muestran en la figura IV.31 y como se puede apreciar, en la cimentación de la izquierda (la del lado norte de la iglesia) la presión sobre el terreno es trapezoidal con poca variación entre el lado interior de la iglesia y el exterior. Tal variación es más acusada en la cimentación de la derecha, debido precisamente a que sobre esta la acción del arco con respecto al peso del estribo+contrarresto es mayor. Los valores aportados en la figura IV.31 son fuerzas nodales (con valores en Newtons) y hay que tener en cuenta que la separación entre nodos es de 100 mm entre sí, por lo tanto, en la cimentación izquierda la presión va de  $2,0 \text{ kg/cm}^2$  (en el lado interior de la iglesia) a  $1 \text{ kg/cm}^2$  (en el lado exterior) y en la cimentación de la derecha la presión va de  $1,8 \text{ kg/cm}^2$  (en el lado interior de la iglesia) a  $0,4 \text{ kg/cm}^2$  (en el lado exterior).

A continuación y procediendo con el análisis de los resultados de la bóveda, en primer lugar se muestra en la figura IV.32 el estado tensional de los bloques cuando la estructura es sometida a las acciones mayoradas de su peso propio más el peso de la cubierta, la sobrecarga de uso debida al mantenimiento de la misma y la acción del viento. Por otro lado, hay que decir que en este caso, la sustentación de la estructura es totalmente estable, es decir, se fuerza a que los desplazamientos en la base de los bloques que representan la cimentación sean nulos.

Como se puede apreciar en la figura IV.32, todos los elementos están sometidos a compresión, lo cual indica que el sistema de cortes con los que se seccionó el modelo continuo para obtener los bloques con los que estudiar la bóveda de la iglesia de San Sebastián como una estructura histórica de fábrica es el adecuado.

Por otro lado, comparando el valor máximo de tensión principal en compresión que se obtiene del cálculo del modelo  $= -2,25 \times 10^6 \text{ N/mm}^2$ , teniendo en cuenta que corresponde con el resultado de aplicar las cargas mayoradas y calculando el valor máximo de tensión admisible en la fábrica como:  $f / \gamma_R = 5,0 \text{ N/mm}^2$ , se puede concluir que en la situación considerada para la bóveda, no se produce el fallo del material y además, se cuenta para ello con un Coeficiente de Seguridad  $= 2,22$ .

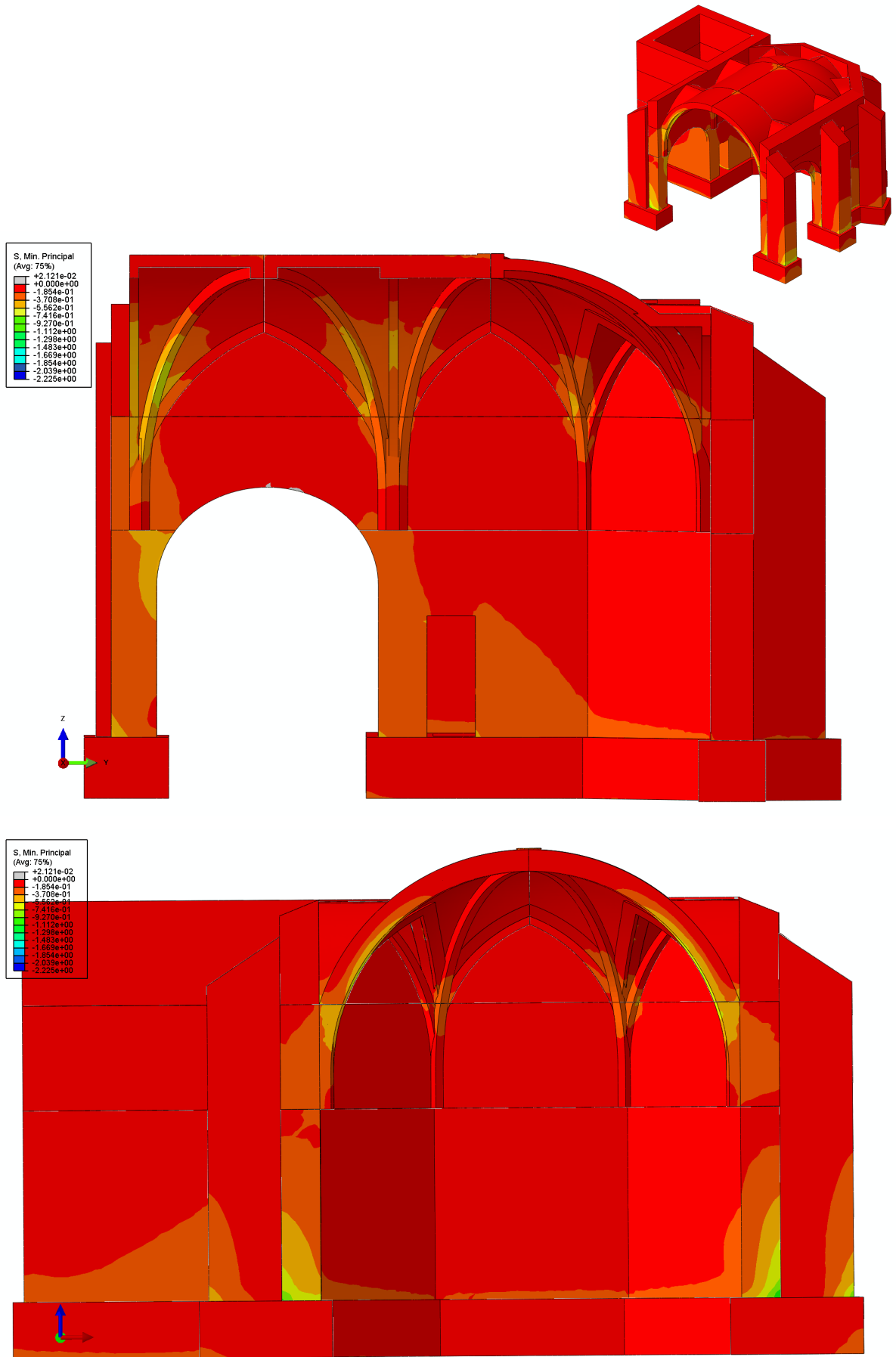


Figura IV.32

Además, como ya ocurrió en el análisis del pórtico, de nuevo por el hecho de haber obtenido solución estáticamente admisible en Abaqus CAE 6.10, implica que tampoco se produce el fallo por deslizamiento entre piezas considerando un coeficiente de rozamiento estático entre estas de:  $\mu=0,4$ .

A continuación, analizando la deformada expuesta ampliada x 400 en la figura IV.34 y obtenida del cálculo de la bóveda de la iglesia de San Sebastián aplicando sobre ella las acciones mayoradas con los coeficientes correspondientes para el estudio de su estabilidad, se aprecia la aparición de fisuras entre bloques en contacto en dos zonas determinadas. Una de ellas en el extradós de la clave de la bóveda y, la otra en el encuentro entre la bóveda y los muros. Ambas eran de esperar, pues la bibliografía especializada habla de su formación como patología típica de las bóvedas de crucería. La primera corresponde con la “línea de articulación” y la segunda con la “grieta de Sauboret”, todas ellas mostradas esquemáticamente en la figura IV.33. El valor de ambas aperturas de fisura obtenido tras el cálculo del modelo que representa la bóveda es de 0,1 mm (ver figura IV.31), un valor bajísimo y motivo por el cual no es posible apreciarlas a simple vista en la iglesia de San Sebastián. Por otro lado, estudiando apertura y posición de las fisuras en el modelo, se puede deducir que el “coeficiente de seguridad geométrico” de la misma es ligeramente superior a 2 en la zona abovedada y  $\geq 3$  en la zona del ábside, donde la geometría de la cubierta se ajusta más a una semi-cúpula apoyada sobre unos estribos cuya disposición poligonal (vista en planta) aporta un efecto de confinamiento a la base de la semicúpula lo suficientemente elevado como para evitar la aparición de cualquier tipo de fisura y garantizando que toda la superficie de contacto entre bloques se encuentre comprimida. En cambio, en la zona

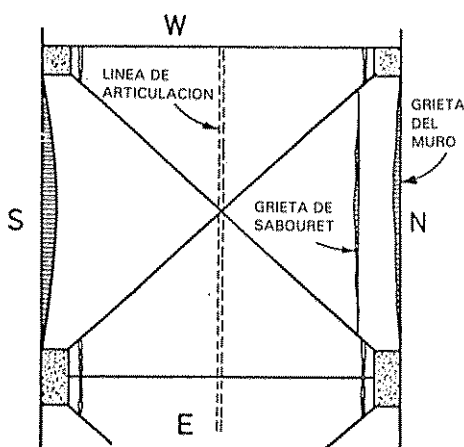


Figura IV.33

abovedada, la aparición de la línea de articulación en la parte superior central y de las grietas de Sauboret en el encuentro de la bóveda contra el muro vienen determinadas por la ligera cesión de los estribos hacia el exterior y no porque la línea de empujes deba pasar fuera del núcleo central de inercia de la sección para encontrar una situación de equilibrio estáticamente admisible, pues en tal caso también aparecerían fisuras en otras zonas del extradós de la bóveda y no solo en el

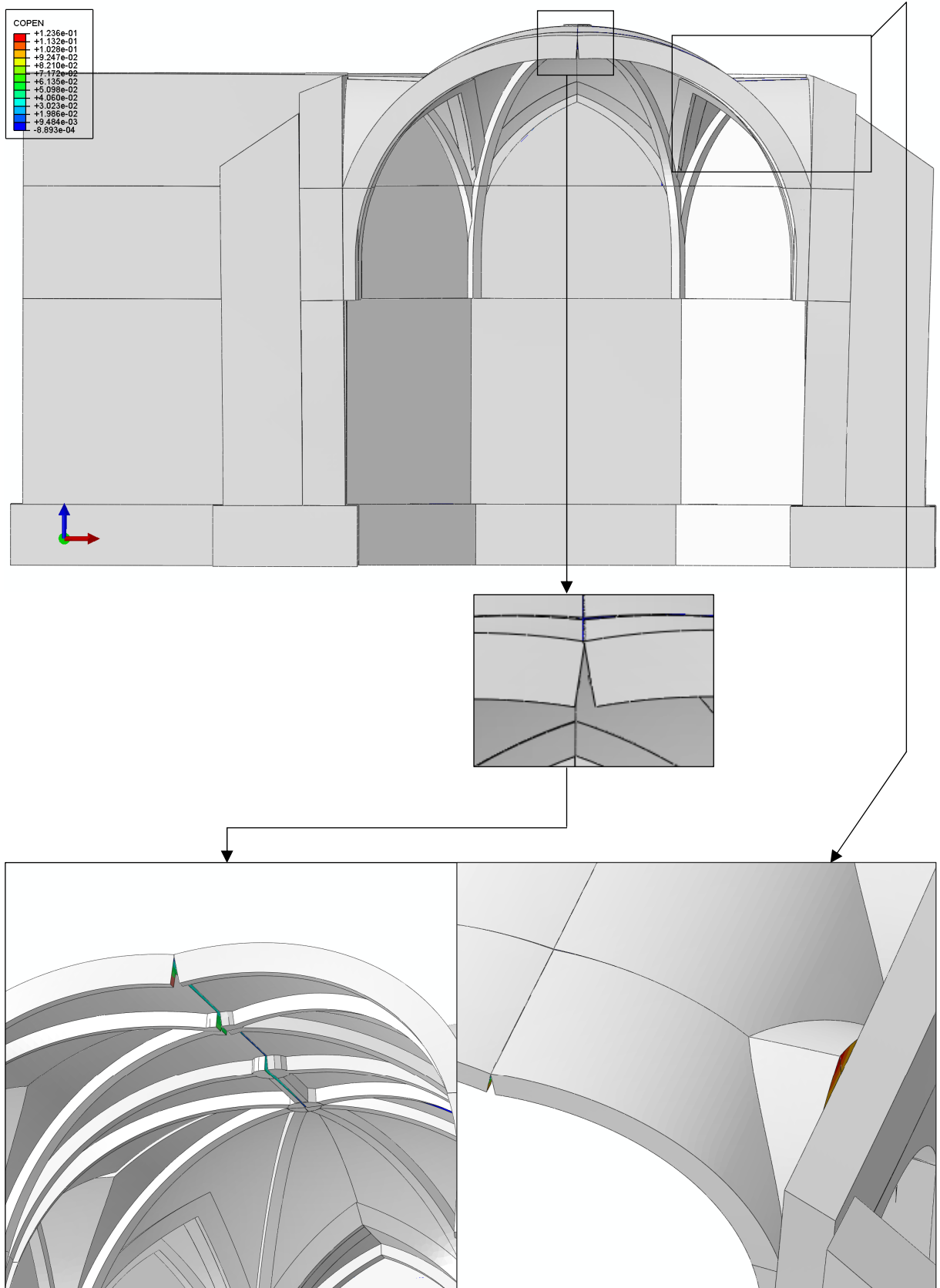


Figura IV.34

intradós. Por otro lado, la magnitud de las fisuras es muy pequeña, del orden de 0,1 mm, debido a que los estribos son de muy baja esbeltez (muy gruesos y reforzados por contrafuertes) y por tanto, la cesión de éstos hacia el exterior al ser sometidos al empuje horizontal que les transmite la bóveda de crucería es mínima.

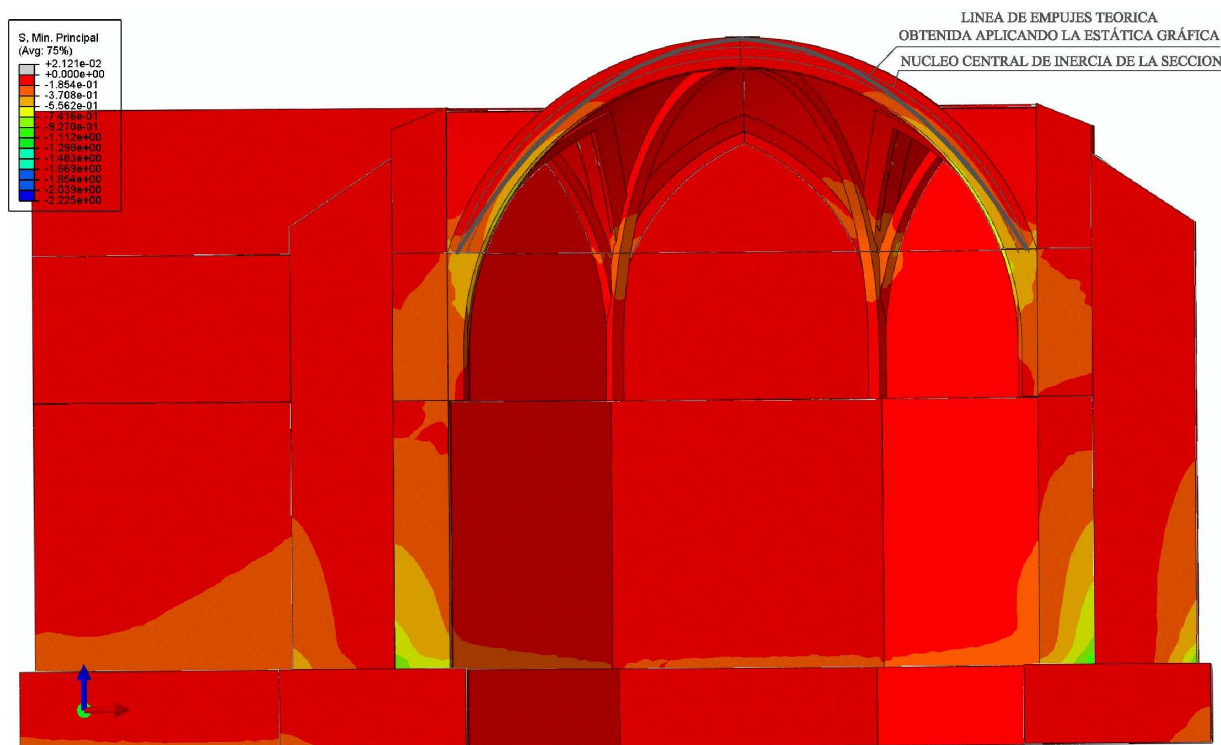


Figura IV.35

En la figura IV.35 se expone superpuesta la línea de empujes que representa las fuerzas que actúan sobre un arco perpiaño de la bóveda, sobre la figura IV.32 donde se mostraba el estado tensional de la bóveda cuando ésta es sometida a las acciones mayoradas que le aplican. Como se puede apreciar, en la zona central superior de la bóveda la línea de empujes pasa fuera del núcleo central de inercia de la sección, lo que justifica la aparición de la línea de articulación nombrada en la figura IV.33, y en cambio, en el resto de la bóveda, la línea de empujes ya no vuelve a rebasar los límites que definen el núcleo central, motivo por el cual no aparece fisuración alguna en el resto del modelo que representa la bóveda.

Finalizando con el análisis de la bóveda de crucería que cubre parte de la nave y el ábside de la iglesia de San Sebastián, se aporta para posteriores estudios geotécnicos la presión que transmite la cimentación planteada al terreno tras realizar el cálculo del modelo con las

acciones que actúan sobre la estructura sin mayorar. Dichos resultados se muestran en la figura IV.36 y como se puede apreciar, la presión que transmite la cimentación bajo la zona situada al oeste de bóveda tiene carácter trapezoidal con una marcada diferencia entre la presión transmitida en la parte interior (con un valor mínimo) y la transmitida en la parte exterior (con un valor máximo). Esto se debe a que el empuje horizontal transmitido por la bóveda en sus apoyos es contrarrestada prácticamente tan solo por el contrafuerte del muro, pues las aperturas ejecutadas en éste para acceso a las capillas obligan a que el muro se comporte prácticamente como una pilastra con poca capacidad de contrarresto. Por el contrario, la presión transmitida bajo la zona del ábside es más homogénea, lo cual es debido a que, por un lado la forma semi-cupuliforme de la bóveda en ese área transmite un menor empuje horizontal por unidad de longitud de la cimentación y, por otro lado, el muro carece de aperturas que disminuyan su capacidad de contrarresto y su geometría poligonal, visto en

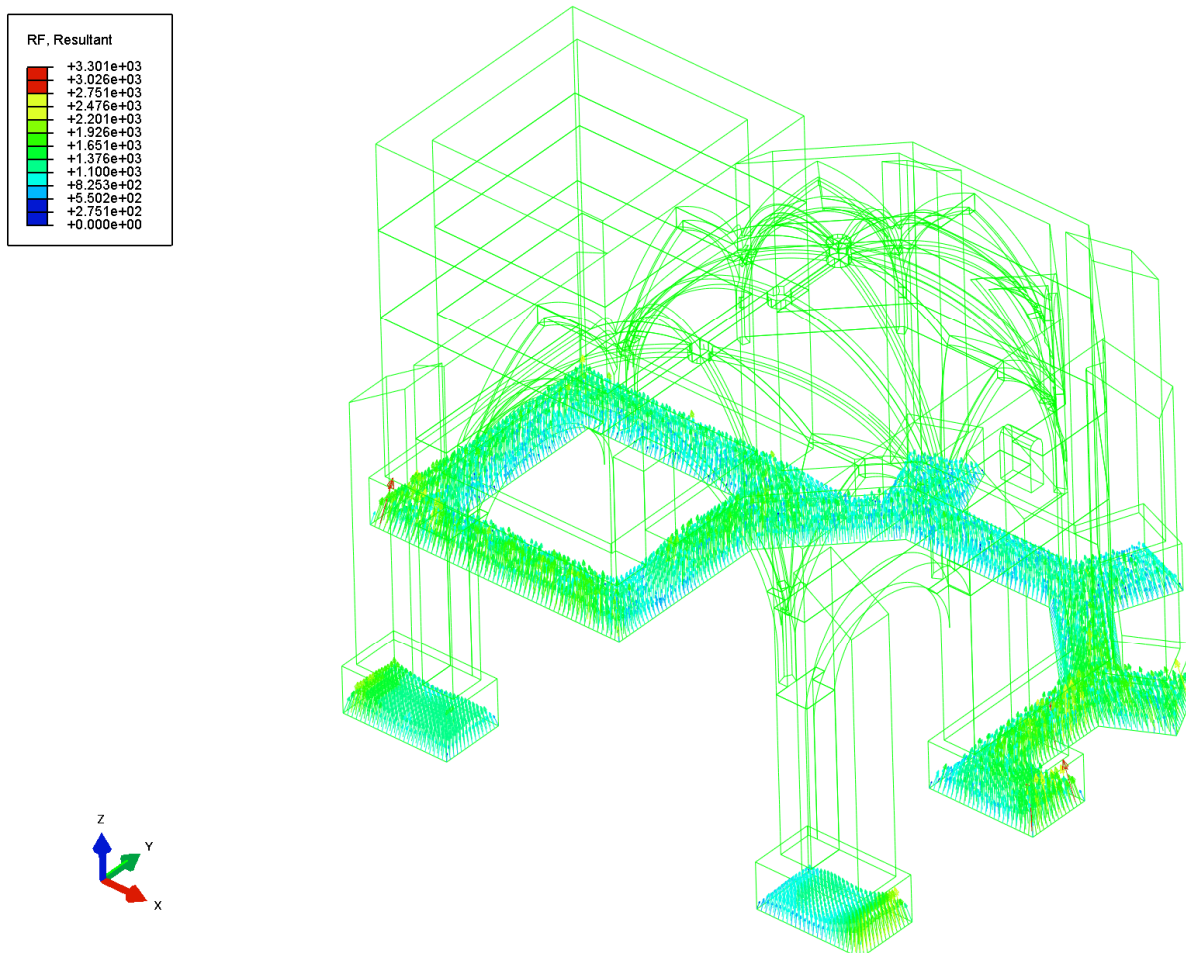


Figura IV.36



planta, aumenta su estabilidad vertical y mejora su comportamiento frente a empujes horizontales transmitiendo al terreno prácticamente cargas verticales y muy homogéneas.

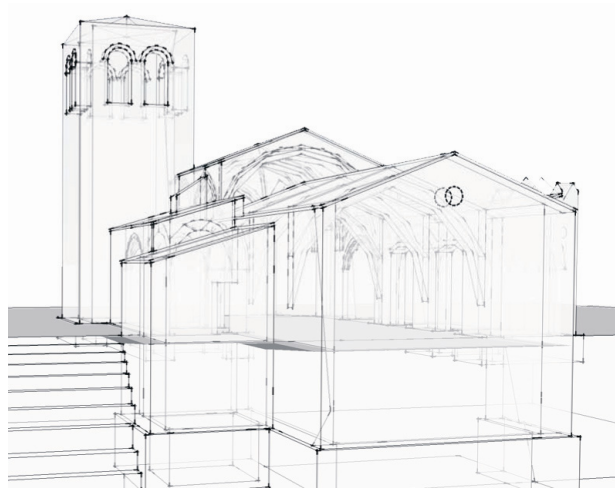
Los valores aportados en la figura IV.36 son fuerzas nodales (con valores en Newtons) y hay que tener en cuenta que la separación entre nodos es de 100 mm entre sí. Por lo tanto, la presión transmitida varía de  $1,0 \text{ kg/cm}^2$  (en las áreas de color azulado) a  $2 \text{ kg/cm}^2$  (en las áreas de color verde).

---

## **CAPÍTULO V**

# **CONCLUSIONES Y DESARROLLO FUTURO**

---



## V.1. Conclusiones

Teniendo en cuenta los resultados de los análisis realizados y las condiciones específicas de desarrollo de la presente tesis, así como las consideraciones presentadas en los capítulos anteriores, a continuación se exponen las conclusiones más importantes.

Tomando como base los resultados de los experimentos realizados que se exponen en el capítulo II.2 de esta tesis, se puede afirmar que la metodología de análisis de estructuras históricas de fábrica que se emplea en la actualidad, es decir, la estática gráfica en el marco del análisis límite, refleja fielmente la situación de equilibrio en la que se encuentra la estructura de fábrica en estudio y proporciona, con una elevada fiabilidad, el grado de seguridad con que cuenta esta cuando es sometida a una serie de condiciones teóricas de contorno (acciones y sustentación).

Por otro lado, la aplicación de la estática gráfica implica la aceptación de determinadas consideraciones tales como que la fábrica es incompresible, que su resistencia a la tracción es nula y que el deslizamiento entre piezas es imposible, lo cual supone una limitación muy importante cuando, por ejemplo, se trata de analizar estructuras esbeltas donde la cesión de los estribos por su propia elasticidad implica la posible pérdida de estabilidad de los elementos que sustentan ya sean arcos, bóvedas, cúpulas, etc. Además, esta metodología tan sólo proporciona como resultado el “coeficiente de seguridad geométrico” de la estructura, pero no permite conocer la seguridad estructural frente al deslizamiento entre piezas (que en la realidad no es imposible), el fallo del material por aplastamiento (en zonas de concentración de tensiones) o la aparición de asientos en la cimentación. Por esto se deduce que aplicando la metodología actual hay muchos factores que no pueden ser verificados y que sin embargo, aunque con poca probabilidad, pueden suponer el colapso de la estructura.

La nueva metodología propuesta en el capítulo III.1 de la presente tesis está basada en el método de los elementos finitos y, con el software Abaqus CAE 6.10 como herramienta de cálculo y una serie de consideraciones adicionales expuestas en el capítulo III.1, se obtienen los mismos resultados que aplicando la estática gráfica en el marco del análisis límite, tal y como se demuestra en los capítulos II.3, II.4 y IV de esta tesis. Es decir, con ambos métodos

aplicados sobre la misma estructura histórica de fábrica se obtiene el mismo “coeficiente de seguridad geométrico” con que ésta cuenta cuando es sometida a una serie de acciones.

Las ventajas que presenta la nueva metodología propuesta con respecto a la actual en cuanto a su aplicación, residen en:

- La facilidad de cálculo: ya que el calculista no debe resolver de forma gráfica (o numérica) el problema, sino que el software Abaqus CAE 6.10 obtiene la solución matemática del modelo de elementos finitos planteado siguiendo los criterios establecidos en el apartado III.1. Quizá el caso de tener que resolver un simple arco de fábrica biapoyado y sometido a su peso propio no suponga ninguna complejidad a la hora de aplicar la estática gráfica, pero la resolución del problema se puede complicar bastante cuando se trata de analizar, por ejemplo, una crujía de una nave formada por una bóveda de crucería que se encuentra apoyada en los estribos contrarrestados por arbotantes soportados por botareles, cuando la estructura es sometida a la acción permanente de su peso propio y a la acción variable del viento. Es en ese momento cuando la nueva metodología demuestra su verdadero potencial como herramienta de análisis de estructuras históricas de fábrica.
- La no necesidad de calcular el peso de cada pieza de fábrica de la estructura histórica a analizar para considerar la acción de su peso propio: una vez se ha especificado la densidad de la fábrica en las propiedades del material en Abaqus CAE 6.10, dicho software calcula automáticamente el peso de cada bloque del modelo que representa la estructura real, lo cual es una ventaja sobre todo cuando la geometría de la estructura es complicada.
- La posibilidad de analizar estructuras de fábrica tridimensionales: la aplicación de la estática gráfica obliga al calculista a trabajar sobre el plano puesto que no se pueden construir polígonos antifuniculares tridimensionales sobre el papel. Para tratar de analizar cúpulas, semicúpulas, bóvedas de crucería, en definitiva, estructuras de fábrica tridimensionales, Jackes Heyman validó el “método de los cortes” en 1988 con el que mediante una serie de simplificaciones permite al calculista analizar este tipo de estructuras realizando un análisis plano. En cambio, aplicando la metodología propuesta en esta tesis se puede analizar cualquier tipo de estructura histórica de fábrica tridimensional además de las que admiten la aplicación del “método de los cortes” validado por Jackes Heyman y sin la necesidad de considerar las

simplificaciones necesarias para que sea posible el empleo del citado método que en ocasiones puede llegar a aportar soluciones poco conservadoras.

Y en cuanto a los resultados, la principal ventaja que muestra la nueva metodología propuesta es la cantidad de información que se obtiene acerca del comportamiento de la estructura en estudio además del “coeficiente de seguridad geométrico”. Con su aplicación también se verifica:

- El deslizamiento entre piezas: aplicando un coeficiente de rozamiento estático a las propiedades del contacto entre los bloques que componen el modelo de cálculo, se puede determinar el valor límite de éste coeficiente con el que los bloques no deslizan y así, comparándolo con el coeficiente de rozamiento real que existe entre las piezas de la fábrica, se puede determinar con qué margen cuenta la estructura en estudio frente al fallo por este fenómeno.
- El fallo del material por aplastamiento o fisuración excesiva: analizando el estado tensional de los bloques obtenido del cálculo del modelo y conociendo la resistencia a compresión de la fábrica y la resistencia a tracción de las piezas que la componen, se puede conocer la seguridad de la estructura en estudio frente a este fenómeno. Incluso se puede llegar a aplicar al material de los bloques la propiedad de plasticidad (Concrete Damaged Plasticity) para ver qué le ocurre al modelo y, por tanto, a la estructura real en caso de que en determinadas zonas se supere la resistencia a compresión de la fábrica produciéndose el aplastamiento o la resistencia a tracción de las piezas generando fisuración.
- El comportamiento de la estructura cuando es sometida a determinados asientos en su cimentación: forzando un desplazamiento determinado en los bloques del modelo que representan la cimentación de la estructura real se puede simular un asiento concreto en su cimentación y determinar así el comportamiento de la estructura frente al asiento. Generalmente es en el estudio de este tipo de situaciones cuando aparecen las “fisuras de articulación” en la estructura de fábrica y puede producirse el fallo del material por aplastamiento o fisuración excesiva.
- El comportamiento de la estructura cuando es reforzada con determinadas medidas correctoras con el propósito de evitar su colapso cuando presenta una determinada patología: así, por ejemplo, se puede estudiar la influencia de la colocación de un determinado refuerzo en un momento dado, tanto si se observa que un empuje de

tierras puede poner en riesgo la estabilidad del estribo que las contiene o cuando un asiento en la cimentación por consolidación del terreno puede provocar el hundimiento parcial de la estructura que sustenta.

Por último, estudiando los resultados obtenidos del análisis realizado en el capítulo IV acerca de la estructura de fábrica de la iglesia de San Sebastián situada en Piedratajada (Zaragoza), se pueden extraer las siguientes conclusiones generales además de las específicas que han sido expuestas previamente en el capítulo IV.4:

- La acción dominante que afecta a la estabilidad de la estructura histórica de fábrica es la permanente debida a su peso propio. Las acciones variables debidas a la sobrecarga de nieve, sobrecarga de uso considerando el mantenimiento de la cubierta, acción del viento, etc, no deben ser despreciadas pero en el caso analizado (una estructura muy poco esbelta) no muestran una influencia significativa en la verificación de la situación de equilibrio en la que se encuentra la estructura.
- No es previsible la formación de “fisuras de articulación” en una estructura de tan baja esbeltez como la analizada, salvo que se produzcan asientos relativos en la cimentación. Estos generalmente pueden ocurrir de forma instantánea tras el descimbrado si la capacidad portante del terreno no es uniforme o si la presión transmitida por la cimentación a este no es homogénea y de forma diferida como consecuencia de la consolidación del terreno o por pérdida de su capacidad portante como consecuencia de variaciones en el nivel freático (si existe), filtraciones de agua, etc.
- Por otro lado, tampoco es de esperar la aparición de rupturas locales por concentración de tensiones producidas en la superficie de contacto entre determinadas piezas, salvo en aquellas zonas donde se formen “fisuras de articulación” lo suficientemente amplias como para disminuir al límite la superficie de contacto entre piezas. En la estructura analizada tales rupturas no son de esperar cuando esta esté sometida a asientos relativos admisibles de hasta 25 mm pero en cambio, en caso de superarse tal valor, si que se producirían poniendo en peligro la seguridad estructural de la iglesia.
- Por tanto, cuando una estructura de baja esbeltez presenta “fisuras de articulación” se puede asegurar que la patología es debida a un asiento diferencial en la cimentación. En el caso del pórtico de la iglesia analizada, si el asiento relativo es inferior a 25 mm basta con tapar las fisuras para mejorar su aspecto, pues tal asiento no pone en riesgo

la seguridad estructural del edificio. En cambio, si tal asiento comienza a superar ese valor, es preferible una actuación de mejora sobre la cimentación o el terreno para bloquear el avance del asiento en lugar de reforzar la estructura mediante inyección de resinas en las juntas abiertas o empleando refuerzos de fibra de carbono, pues aunque en un primer momento la solución de reforzar la estructura funciona y se evita el fallo del material en las zonas de concentración de tensiones, a la larga, con forme crece el asiento, se termina por rigidizar en exceso la “elasticidad” de la estructura facilitando el colapso de la misma por pérdida de la estabilidad cuando el asiento relativo alcanza los 75 mm.

- En cambio, en caso de existir patologías que son consecuencia de errores cometidos en el diseño de la geometría de la estructura (excesiva esbeltez de determinados elementos, contrarrestos deficientes, etc.) y no por falta de capacidad portante del terreno, es previsible que la correcta colocación de refuerzos mejore la seguridad de la estructura.



## V.2. Desarrollo futuro

Aparte de las conclusiones presentadas es importante señalar algunos aspectos sobre el desarrollo de la presente tesis que pueden ayudar en la interpretación de los resultados ya analizados. Asimismo, en estas consideraciones finales es fundamental destacar algunos puntos que contribuyan a la continuidad de trabajos y estudios sobre este tema.

La nueva metodología propuesta aplicada para verificar la situación de equilibrio en la que se encuentra una estructura de fábrica determinada está validada por los estudios expuestos en la presente tesis que comparan los resultados obtenidos con este nuevo método con los que se obtienen aplicando la estática gráfica en el marco del análisis límite. En esta tesis también se ha validado experimentalmente la estática gráfica aplicada a un arco de fábrica como ejercicio didáctico, ya que el profesor Jackes Heyman ya había validado dicha metodología con anterioridad. Con esto, se puede considerar perfectamente adecuada la metodología propuesta para analizar la situación de equilibrio de una estructura histórica de fábrica. Por otro lado, con la nueva metodología también se puede verificar el estado tensional en el que se encuentran los elementos que componen la fábrica de la estructura en estudio e incluso ofrece la posibilidad de considerar daño en el material debido a la “plastificación” por aplastamiento o a la fisuración por tracción excesiva en las piezas. Para ello, en el desarrollo de esta tesis se emplean criterios de daño de Abaqus CAE 6.10 con parámetros que ya han sido validados para piezas de hormigón en masa, por su similitud en cuanto al comportamiento frágil de estas con las piezas de sillería. Por lo tanto, se plantea como un posible desarrollo futuro el estudio del comportamiento “plástico” del material que compone la fábrica ejecutada mediante piezas de sillería, que habitualmente son de piedra arenisca o caliza, para conocer los parámetros que definan con la máxima exactitud posible su comportamiento real.

Una herramienta que puede facilitar enormemente la aplicación de la nueva metodología propuesta en la presente tesis consiste en un software de CAD que facilite el modelado de estructuras históricas de fábrica. En el desarrollo de esta tesis se ha empleado Autocad 2010 como herramienta de CAD para la creación de los modelos y aunque ha sido de utilidad, se trata de un software de dibujo demasiado genérico, lo que supone una baja eficiencia en la realización de los modelos. En cambio, una herramienta con bloques

predefinidos de estribos, arcos, bóvedas, arbotantes, cúpulas, etc. a falta de definir su posición en el espacio y sus dimensiones, ahorraría mucho tiempo al calculista en la fase de diseño del modelo que represente la estructura de fábrica a analizar.

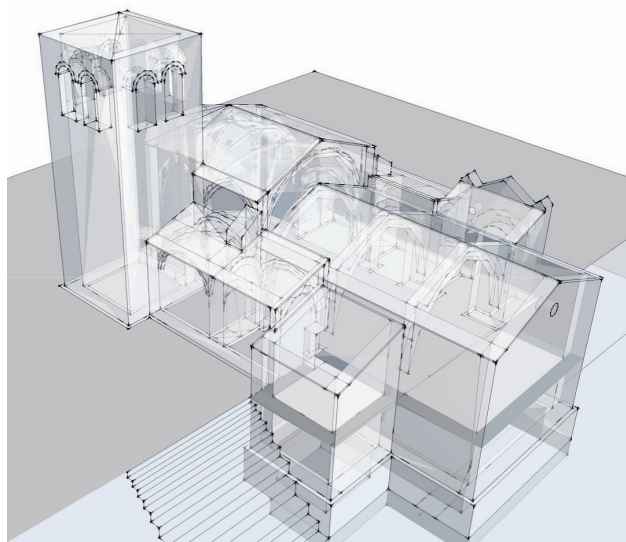
En cuanto a la verificación de la seguridad de la estructura histórica de fábrica analizada en el capítulo IV, concretamente la de la iglesia de San Sebastián, situada en Piedratajada (Zaragoza), conviene indicar que los valores de resistencia de los materiales que componen la fábrica (las piezas de sillería y el mortero dispuesto en las juntas) han sido definidos mediante la aplicación de bibliografía especializada. Concretamente se han buscado valores de resistencia medio-bajos con la finalidad de obtener resultados que se encuentren del lado de la seguridad. En cambio, para obtener la máxima fiabilidad posible en los resultados obtenidos es conveniente la realización de ensayos destructivos de probetas extraídas de la estructura de fábrica siguiendo una distribución que permita controlar la totalidad de esta de un modo estadístico. Es importante señalar que en la realización de esta tesis no se han realizado tales ensayos para evitar dañar la estructura, pero se plantea como una posible futura mejora sobre el análisis realizado, pues ello garantizaría una mayor precisión en el cálculo de la estructura.



---

## **BIBLIOGRAFÍA**

---



- 
- [1] Abaqus CAE 6.10. User's Manual. SIMULIA - Dassault Systèmes.
- [2] Argüelles Alvarez, Ramón. 1981. Cálculo de Estructuras. Sección de publicaciones, E.T.S.I. Montes de Madrid.
- [3] Bassegoda, Bonaventura. 1992. Bóvedas Tabicadas. Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento. Monografía nº 130. Madrid.
- [4] Bauluz del Río, G. y Bárcena Barrios, P. 1992. Bases para el Diseño y Construcción con Tapial. Ministerio de Obras Públicas y Transportes. Madrid.
- [5] Benito Hernández, C. 1975. Nociones de Cálculo Plástico. Edición del autor. Madrid.
- [6] Blasi, C. and Foraboschi, P. 1994. Analytical Approach to Collapse Mechanisms of Circular Masonry Arch. Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 120, pp. 2288-2309.
- [7] Block, P., Ciblac, T. and Ochsendorf, J. A. 2006a. Real-time Limit Analysis of Vaulted Masonry Buildings. Computers and Structures, vol. 84, pp.1841-1852.
- [8] Block, P., DeJong, M. and Ochsendorf, J. A. 2006b. As Hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches. The Nexus Network Journal, vol. 8, No 2, pp. 13-24.
- [9] Bondarenko, Sudnitsin y Nazarenko. 1990. Cálculo de las Estructuras de Hormigón Armado y de Piedra. Ed. MIR. Moscú.
- [10] Calladine, C. R. 1992. Masonry Construction: Structural Mechanics and Other Aspects. Ed. Kluwer Academic Publishers.
- [11] Carbonell De Masy, M. 1993. Conservación y Restauración de Monumentos. Impreso por Vanguard Gràfic. Barcelona.
- [12] Carluccio, G. 1995. Intervenciones Recientes en el Patrimonio Monumental en Italia. Ponencia presentada a: As Actuacións do Patrimonio Construido: Un Diálogo Interdisciplinar Santiago de Compostela.
- [13] Casati, M. J. 2005. Influencia del Comportamiento de la Fábrica en la Sensibilidad Estructural de las Catedrales Góticas. Aplicación del Estudio a la Catedral de León. Tesis Doctoral, Universidad de Castilla-La Mancha.
- [14] Castigliano, A. 1879. Théorie de l'Équilibre des Systèmes Elastiques et ses Applications. Ed. A. F. Negro. Turín.
- [15] Cervera Bravo, J. 1987. El Método de los Elementos Finitos. Métodos de Análisis en Teoría de la Elasticidad. Instituto Juan de Herrera. Madrid.
- [16] Chassagnoux, A., Guéna, F. et Untersteller, L. P. 2000. Simulation du comportement des voûtes d'ogives gothiques. Rapport final de recherche, Contrat n°97 5620 017, Ministère de la culture, direction du patrimoine. Paris.

- [17] Curtin, W. G. 1984. *Structural Masonry Detailing*. Granada Publishing. London.
- [18] Ciblac, T., Guéna, F. et Untersteller, L. P. 2005. *De l'Esquisse d'Architecture à Main Levée au Modèle Numérique*. Séminaire de Conception Architecturale Numérique. Paris.
- [19] Ciblac, T., Oikonomopoulou, A. et Guéna, F. 2008. *Approches Numériques pour l'Etude du Comportement des Structures Maçonneries Anciennes*. Congrès d'Histoire de la Construction. Paris.
- [20] Ciblac, Thierry. 2009. *Modelling Tools for the Mechanical Behaviour of Historic Masonry Structures*. Proceedings of the Third International Congress on Construction History. Paris.
- [21] Código Técnico de la Edificación, Seguridad Estructural: Fábrica. CTE-SE-F.
- [22] Código Técnico de la Edificación, Seguridad Estructural. CTE-SE.
- [23] Código Técnico de la Edificación, Seguridad Estructural: Acciones en la Edificación. CTE-SE-AE
- [24] Delbecq, Jean-Michel. 1983. *Analyse de la Stabilité des Ponts en Maçonnerie par la Théorie du Calcul à la Rupture*. Thèse: Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [25] Dupin, J. 1873. *Traité de l'Equilibre des Voûtes et de la Construction des Ponts en Maçonnerie*. Imprimerie Cusset et Cie, Librairie Dunod, 398 pp. et atlas de 49 planches. Paris.
- [26] Esbert Alemany, R.M.. 1986. *Definición y Análisis de las Tipologías Alterológicas desarrolladas sobre las Piedras de los Edificios: Mecanismos de Alteración*. Curso Materiales Pétreos en Edificación. Colegio Oficial de Arquitectos de Asturias, Edición de Febrero-Marzo.
- [27] Eurocódigo 6. *Proyecto de Estructuras de Fábrica*. UNE-EN 1996.
- [28] Eurocódigo 0. *Bases de Diseño Estructural*. UNE-EN-1990.
- [29] Eurocódigo 1. *Acciones en Estructuras*. UNE-EN-1991.
- [30] Freire Tellado, M. 1991. *Estructuras de Fábrica*. Proyectos de Estructuras, Departamento de Tecnología de la Construcción, Universidad D.L.C. La Coruña.
- [31] García, Simón. 1681. *Compendio de arquitectura y simetría de templos*. Biblioteca Nac. de Madrid. Cap. 1-7.
- [32] González Moreno-Navarro, J. L. 1997. *Verificación de la Seguridad Estructural ante Cargas Verticales*. Aplicación de PIET-70 y NBE-FL-90. Comparación con EC-6. *Revista de la edificación* nº 26, pp. 77-89.
- [33] Henkel, Otto. 1926. *Estática Gráfica*. Ed. Labor. Barcelona.

- [34] Heyman, Jacques. 1966. The Stone Skeleton. *International Journal of Solids and Structures*. Vol. 2, pp. 249–279. (Trad. esp. Heyman 1995)
- [35] Heyman, Jacques. 1967. On Shell Solutions of Masonry Domes. *International Journal of Solids and Structures*. Vol. 3, pp 227–241. (Trad. esp. Heyman 1995)
- [36] Heyman, Jacques. 1969. The Safety of Masonry Arches. *International Journal of Mechanical Sciences*. Vol.11, pp. 363–385. (Trad. esp. Heyman 1995)
- [37] Heyman, Jacques.. 1971. *Plastic Design of Frames*. Vol. 2: Applications. Cambridge: At the University Press.
- [38] Heyman, Jacques. 1972. *Coulomb’s Memoir on Statics: An Essay in the History of Civil Engineering*. London: Cambridge University Press. (Reimpr. London: Imperial College Press, 1997.)
- [39] Heyman, Jacques. 1980. The Estimation of the Strength of Masonry Arches. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. Vol. 69, Part 2, pp. 921–937. (Trad. esp. Heyman 1995)
- [40] Heyman, Jacques. 1982. *The Masonry Arch*. Chichester: Ellis Horwood.
- [41] Heyman, Jacques. 1983. Chronic Defects in Masonry Vaults: Sabouret’s Cracks. *Monumentum*. Vol. 26, pp.131–141. (Trad. esp. Heyman 1995)
- [42] Heyman, Jacques. 1984. Calculation of Abutment Sizes for Masonry Bridges. En *Colloquium on History of Structures*. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1982, editado por Jacques Heyman. Institution of Structural Engineers. (Trad. esp. Heyman 1995). London.
- [43] Heyman, Jacques. 1988. Poleni’s Problem. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. Part 1, Vol. 84, pp. 737–759. (Trad. esp. en Heyman 1995)
- [44] Heyman, Jacques.. 1995. *Teoría, Historia y Restauración de Estructuras de Fábrica*. Colección de Ensayos. Editado por Santiago Huerta. Instituto Juan de Herrera, CEHOPU. Madrid.
- [45] Heyman, Jacques. 1996. *Elements of the Theory of Structures*. Cambridge University Press. Cambridge.
- [46] Heyman, Jacques. 1999a. El Esqueleto de Oiedra. *Mecánica de la Arquitectura de Fábrica*. Instituto Juan de Herrera / CEHOPU. Madrid. (Trad de la ed. inglesa: *The Stone Skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture*. Cambridge University Press, 1995. Cambridge)
- [47] Heyman, Jacques. 1999b. Navier’s Straitjacket. *Architectural Science Review*. Vol. 42, pp. 91–95.



- [48] Heyman, Jacques. 2001. *La Ciencia de las Estructuras*. Instituto Juan de Herrera. Madrid. (Trad. de la ed. inglesa: *The Science of Structural Engineering*. Imperial College Press, 1999. London.)
- [49] Heyman, Jacques. 2005. *Estructuras de fábrica*. Instituto Juan de Herrera. Madrid.
- [50] Huerta, Santiago. 1990. *Diseño Estructural de Arcos, Bóvedas y Cúpulas en España*. Tesis Doctoral. E. T. S. de Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid.
- [51] Huerta, Santiago. 2004. *Arcos, Bóvedas y Cúpulas. Geometría y Equilibrio en el Cálculo Tradicional de Estructuras de Fábrica*. Instituto Juan de Herrera / CEHOPU. Madrid.
- [52] Huerta, Santiago. 2009. *Auguste Choisy. L'Architecture et l'Art de Batir*. Instituto Juan de Herrera. Madrid.
- [53] Huerta S., Marín, R., Soler, R. y Zaragoza, A. 2009. *Actas del Sexto Congreso Nacional de Historia de la Construcción*. Sociedad Española de Historia de la Construcción, Instituto Juan de Herrera. Madrid.
- [54] Huerta, S., P. Casinello y Lampreave, R. S. 2010. *Geometría y proporción en las estructuras. Ensayos en honor de Ricardo Aroca*. Ed. Lampreave. Madrid.
- [55] Hughes, T. J. 1995. *The Testing, Analysis and Assessment of Masonry Arch Bridges. Structural Analysis of Historical Constructions I*. Barcelona.
- [56] Jiménez Montoya, R., García Meseguer, A. y Morán Cabré, F. 2011. *Hormigón Armado*. Ed. Gustavo Gili, 15ª Edición. Barcelona.
- [57] Jiménez Salas, J. A. 1981. *Geotecnia y Cimientos I*. Ed. Rueda. Madrid.
- [58] Jiménez Salas, J.A. 1981. *Geotecnia y Cimientos II*. Ed. Rueda. Madrid.
- [59] Lahuerta, J. 1984. *Rehabilitación de Obras de Fábrica*. Capítulo del libro *Curso de Rehabilitación*. Tomo 5, pp. 151-172. Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid.
- [60] Lemos, J. V. 2007. *Discrete Element Modelling of Masonry Structures*. *International Journal of Architectural Heritage*. Vol 1, pp. 190-213. Ministry of culture of Greece, Department of byzantine and post-byzantine monuments, Catalogue of the exhibition *Mediterranean Gothic Architecture*.
- [61] León, Javier. 2000. *Criterios para la Caracterización Estructural de Edificios Históricos*. Grupo Español de IABSE / Fundación COAM. Madrid.
- [62] León, Javier. 2001. *Monografía sobre el Análisis Estructural de Construcciones Históricas de Fábrica*. E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid.

- [63] López, J., Oller, S. y Oñate, E. 1998. Cálculo del Comportamiento de la Mampostería Mediante Elementos Finitos. Monografía Cimne, nº 46, Diciembre.
- [64] Lourenco, P. B. 1993. On the Use of Micro-modelling for the Analysis of Masonry Shear-walls. Proceedings of the Second International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry. 6-8 April 1993, pp. 14-26. Wales.
- [65] Lourenco, P. B. 1995. Two Approaches for the Analysis of Masonry Structures: Micro-and Macro-Modeling. Heron. Vol. 40, nº 4, pp. 313-340.
- [66] Lourenco, P. B. 1998. Continuum Model for Masonry: Parameter Estimation and Validation. A.S.C.E. Journal of Structural Engineering, Vol. 124, nº 6, June, pp. 642-652.
- [67] Lourenco, P. B. 2000. An Anisotropic Failure criterion for Masonry suitable for Numerical Implementation. The Masonry Society Journal. Vol. 18, nº 1, July, pp. 11-18.
- [68] Lozano Apolo, G. y Lozano Martínez-Luengas, A. 1995. Curso de Técnicas de Intervención en el Patrimonio Arquitectónico. Tomo II. Reestructuración de Edificios de Muros de Fábrica. COAyAT A Coruña. Gijón.
- [69] Luzón Cánovas, J. M. 1992. Estabilidad Estática de los Cerramientos de Fachadas de Fábrica. Cuadernos INTEMAC nº 8. Madrid.
- [70] Macchi, G. 1992. Diagnóstico Estructural y Rehabilitación de Edificios Históricos. Cuadernos Intemac nº 7. Madrid.
- [71] Martín-Caro, J. A. 2001. Análisis Estructural de Puentes Arco de Fábrica. Criterios de Comprobación. Tesis Doctoral. E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid.
- [72] Martínez, B. y González, T. 1999. Los Ensayos no Destructivos en las Obras de Fábrica. Jornadas de Nuevas Técnicas de Evaluación Estructural, Rehabilitación y Refuerzo de Estructuras. Grupo Español de IABSE, mayo. Madrid.
- [73] Martínez, José Luis. 1990. Determinación Teórica y Experimental de Diagramas de Interacción de Esfuerzos en Estructuras de fábrica y Aplicación al Análisis de Construcciones Históricas. Tesis Doctoral. E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid.
- [74] Martínez, J. L.; León, J. y Corres, H. 2002. Análisis de la Sección Transversal de la Catedral de Palma de Mallorca. II Congreso ACHE "Puentes y Estructuras de Edificación". Madrid.

- [75] Molins, C. 1996. Un Modelo para el Análisis del Comportamiento Resistente de Construcciones de Fábrica. Tesis Doctoral. E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Barcelona.
- [76] Molins, C. 1998. Numerical Simulation of the Ultimate Response of Arch Bridges. Structural analysis of historical constructions II. Barcelona.
- [77] Morán Cabré, F. 2000. Cálculo Aproximado de la Presión Máxima del Terreno Bajo Zapatas Rectangulares Rígidas con Carga Biexcéntrica. Hormigón y Acero nº 216, 2º Trimestre.
- [78] Naraine, K. 1992. Stress-Strain Curves for Brick Masonry in Biaxial Compression. Journal of Structural Engineering, ASCE. Vol. 118, nº 6, 1992, pp.1451-1461.
- [79] Navier, L. M. H. 1826. Résumé des Leçons donnés à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines. Paris: Firmin Didot. (2ª ed. 1833-38, nouvelle ed. 1839, 3ª ed. por Saint-Venant, 1864.)
- [80] O'Dwyer, D. 1999. Funicular Analysis of Masonry Vaults. Computers and Structures. Vol. 73, pp. 187-197.
- [81] Ochsendorf, J. A. 2002. Collapse of Masonry Structures. Ph. D. thesis, University of Cambridge.
- [82] Pirard, A. 1967. La Graphique Statique. Editions Dunod. Paris.
- [83] Poleni, G. 1983. Memorie Historiche Délia Gran Cupola del Templo Vaticano. (Padua: Nella Stamplia del Seminario 1748). INTEMAC. Madrid.
- [84] Poncelet, J. V. 1852. Examen Critique et Historique des Principales Théories ou Solutions Concernant l'Equilibre des Voûtes. Comptes-rendus de l'Académie des Sciences. Vol. 35, nº 17, pp. 494-502, 531-540, 577-587.
- [85] Regueiro, M. y Quejeda, J.M. 1994. La Piedra de Cantería en España I. Boletín Geológico y Minero. Vol 105-4. Madrid.
- [86] Regueiro, M. y Quejeda, J.M. 1997. La Piedra de Cantería en España I. Boletín Geológico y Minero. Vol 108-1. Madrid.
- [87] Roca, P. y Molins, C. 1991. Análisis de Construcciones de Obra de Fábrica Mediante Técnicas Computacionales. Monografía CIMNE nº 53, marzo.
- [88] Rondelet, J. 1881. Traité théorique et pratique de l'art de bâtir. Última edición de 1.777-1881.
- [89] Salençon J. 2002. De l'élastoplasticité au Calcul à la Rupture. Presses de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau.

- [90] Sickels, Lauren. 1988. *Mortars in Old Buildings and in Masonry Conservation: A Historical and Practical Treatise*. University of Edimburg.
- [91] Suárez del Río, Luis M. 1986. *Influencia de los Factores Ambientales en la Durabilidad de los Materiales Pétreos. Factores Climatológicos y Contaminantes Atmosféricos. Características del Subsuelo. Curso sobre los Materiales Pétreos en Edificación*. Colegio Oficial de Arquitectos de Asturias, Febrero-Marzo.
- [92] Symkezis, C. A.. 2001. *Masonry Failure Criterion under Biaxial Stress State*. ASCE J. Mat. in Civ. Engr. Vol. 1, nº 13, pp. 58-64.
- [93] Timoshenko. 1961. *Teoría de la Estabilidad Elástica*. Mc Graw Hill. Nueva York. Versión española Ediar S.A. Editores. Buenos Aires.
- [94] Tuesta. 1992. *Estudio Teórico Experimental de la Resistencia de Estructuras de Fábrica de Bloques de Hormigón con o sin Armaduras Sometidas a Flexocompresión Transversal en su Plano*. Tesis Doctoral E.T..S.I.C.C.P. Universidad de Cantabria. Santander.
- [95] Tuesta, N. F., Villegas, L. 1994. *Estudio de la Resistencia a Flexocompresión de Elementos no Esbeltos de Fábrica de Bloques de Hormigón, Simples y Rellenos, a partir del Ensayo de Prismas*. Tribuna de la Construcción, nº 23, pp. 33-51.
- [96] Tzamtzis, A. D.. 2003. *Finite Element Analysis of Masonry Structures: Part II- Proposed 3-D Nonlinear Microscopic Model*. Proceedings, Ninth North American Masonry Conference, june. South Carolina.
- [97] Tzamtzis, A. D.. 2002. *A 3D Model for Non-linear 'Microscopic' FE Analysis of Masonry Structures*. Proceedings. Sixth International Masonry Conference. November. London.
- [98] Tzamtzis, A. D.. 1992. *Application of a Three-dimensional Interface Element to Non-linear Static and Dynamic Finite Element Analysis of Discontinuous Systems*. Engineering Systems Design and Analysis Conference, ASME. Vol. 1, pp. 219-222.
- [99] Vilnay, O. and Cheung S. 1986. *Stability of Masonry Arches*. Journal of Structural Engeneering. 112: 2185 – 2199.
- [100] Villegas, L. 1995. *Las Estructuras de Fábrica Actuales. Situación Internacional y Nacional*. Publicaciones GTED. Santander.
- [101] Violet-le-duc, E. 2006. *La Construcción Medieval*. CEHOPU, Instituto Juan de Herrera, Madrid.

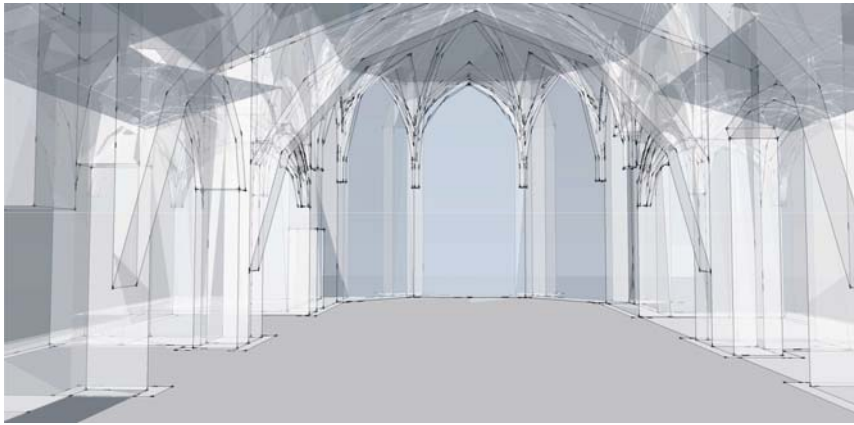


---

**ANEXO I**

**AUTORIZACIÓN DE LA DIÓCESIS DE JACA**

---



**DIOCESIS DE JACA  
DELEGACION DEL PATRIMONIO CULTURAL**

**C/ Obispo, 5 22700 J A C A**

|                         |
|-------------------------|
| <b>OBISPADO DE JACA</b> |
| 2-03-11                 |
| REG. SALIDA n° 17       |

**EL SR. OBISPO ADMINISTRADOR APOSTOLICO DE JACA Y EN SU NOMBRE LA DELEGACION DEL PATRIMONIO CULTURAL,**

**AUTORIZA a D. Alberto Ayensa Pardo, avalado por D José Cegoñino Banzo en su condición de Director del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Zaragoza y D Luis Gracia Villa, Catedrático de la Universidad de Zaragoza,**

**Para:** acceder a las instalaciones de la iglesia parroquial de San Sebastián de PIEDRATAJADA y poder realizar las mediciones necesarias de su geometría interior para utilizarlas en el desarrollo de la tesis doctoral que lleva a cabo y dirigida por los profesores antes mencionados.

**Con las siguientes condiciones:**

- Ponerse de acuerdo con el responsable del templo parroquial para que dé su V.º B.º y señale las condiciones particulares que crea necesarias.
- Que los datos recabados sean exclusivamente para la finalidad solicitada. En caso de publicación necesitará de nueva autorización.
- La responsabilidad civil y de seguridad recae en los solicitantes.
- Los gastos que se originen y los deterioros que pudieran ocasionarse correrán a cargo del solicitante.
- Enviar a la Delegación en soporte digital y audio las imágenes y documentos posteriores una vez realizado y presentado el trabajo
- Presentar este documento al responsable del templo parroquial..

**Jaca,** 1 de Marzo de 2011

Domingo-Jesús Lizalde Giménez  
Delegado del Patrimonio Cultural

