

# Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas<sup>1</sup>

Belén Giacomone<sup>2</sup>  
Juan D. Godino<sup>2</sup>  
Pablo Beltrán-Pellicer<sup>3</sup>

## Resumen

En este artículo se describe, analiza y evalúa la implementación de un *diseño formativo* para iniciar el desarrollo de la competencia de análisis y reflexión didáctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. La planificación de la experiencia, su implementación y evaluación, están basados en la aplicación de herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico. En diversas investigaciones apoyadas en este marco se ha desarrollado y aplicado la noción de idoneidad didáctica como una herramienta de reflexión sobre un proceso de estudio. En este sentido, el objetivo principal de la acción formativa que aquí se describe es que los futuros profesores conozcan y sean competentes en la aplicación de dicha herramienta. El escenario de investigación es un curso de máster de formación de profesores de matemáticas de secundaria, en el cual participaron veintisiete estudiantes. La recogida de información se basa en el análisis de: las anotaciones del observador-investigador y profesor-investigador sobre el debate en clase, las grabaciones en audio y las respuestas entregadas por los participantes durante todo el ciclo de diseño. El análisis a priori de la situación didáctica propuesta revela una alta idoneidad epistémica y ecológica; no obstante, las limitaciones del tiempo asignado han condicionado el logro de un nivel de aprendizaje adecuado. Finalmente, el análisis de episodios de clase, usando las herramientas descritas en este artículo, se revela como una estrategia formativa idónea de profesores de matemáticas, aunque debe ser complementada con situaciones focalizadas en el desarrollo de otras competencias didácticas.

## Palabras clave

Educación matemática – Formación de profesores – Idoneidad didáctica.

**1-** Investigación realizada como parte del proyecto de investigación EDU2016-74848-P (FEDER, AEI) y grupo de investigación FQM-126 (Junta de Andalucía, España).

**2-** Universidad de Granada, Granada, España. Contactos: belen.giacomone@gmail.com; jgodino@ugr.es

**3-** Universidad de Zaragoza, Zaragoza, España. Contacto: pbeltran@unizar.es



DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S1678-4634201844172011>

This content is licensed under a Creative Commons attribution-type BY-NC.

## ***Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence***

### **Abstract**

*In this article we describe analyse and evaluate the implementation of an educational design to develop the prospective mathematics teacher's didactical analysis and reflection competence. Planning of the experience, its implementation, and evaluation are based on the application of theoretical tools of the onto-semiotic approach. In several studies supported within this theoretical framework, the notion of didactical suitability as a tool of reflection on a study process has been developed and applied. In this sense, the main objective of the learning processes described here is that prospective teachers know and be competent in the application of this tool. The research scenario is a Master course for Secondary education mathematics teachers in which 27 students participated. The information gathered is based on the analysis of: observer-researcher and teacher-researcher's annotations on the debate in the classroom, audio recordings and the participants' responses throughout the design cycle. The a priori analysis of the educational situation reveals a high epistemic and ecological suitability; nevertheless, time constraints have conditioned an adequate learning achievement. Finally, the analysis of class episodes, using the tools described in this article, is revealed as an ideal educational strategy, but it should be complemented with situations focused on the development of other didactical competencies.*

### **Keywords**

*Mathematics education – Teacher education – Didactical suitability.*

---

### **Introducción**

En educación matemática han proliferado las investigaciones que proponen la reflexión sobre la práctica docente como una competencia clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza. Así, nuevas perspectivas y nuevas teorías se han focalizado en el *profesor reflexivo* como una corriente de investigación relevante, elaborando diversos métodos de investigación, sin duda cada vez más sofisticados (GELLERT; BECERRA; CHAPMAN, 2013). Claros ejemplos de estas propuestas son *Lesson Study* (FERNÁNDEZ; YOSHIDA, 2004), *Mirar con sentido profesional* (MASON, 2002), *Concept Study* (DAVIS, 2008), en las cuales se trata de promover la reflexión del profesor sobre la acción, de manera individual o en interacción con sus pares.

El modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico Matemáticas (CCDM) que plantean Godino y otros autores (2016) destaca, entre otras, la *competencia de análisis de la idoneidad didáctica*, refiriéndose a la competencia para la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva. Asimismo, estos autores dejan

planteada la importancia de diseñar e implementar recursos formativos que promuevan la realización de este tipo de macro-análisis por parte de los profesores.

Partiendo de considerar al docente como un profesional reflexivo (SCHÖN, 1983; ELLIOT, 1993), hemos diseñado una parte de un curso para la formación de futuros profesores de secundaria. En este trabajo se describe un dispositivo formativo para desarrollar la mencionada competencia usando las posibilidades ofrecidas por episodios de clases video-grabadas. Los participantes en este tipo de experiencias tienen

[...] la oportunidad de desarrollar un tipo diferente de conocimiento para la enseñanza; conocimiento no de qué hacer a continuación, sino más bien, el conocimiento de cómo interpretar y reflexionar sobre las prácticas de aula. (SHERIN, 2004, p. 14).

Sin embargo, en este trabajo, la videograbación de clases queda en un segundo plano (STOCKERO, 2008). Éstas deben ser un mero recurso que puede facilitar el acceso al formador y futuros profesores a *fragmentos de realidad educativa* en toda su complejidad, y desarrollar en los estudiantes en formación competencias docentes específicas mediante el análisis didáctico sistemático de las diversas facetas, componentes y factores condicionantes.

A continuación, se sintetiza el problema de investigación y marco teórico. En la sección Diseño formativo se describe el diseño didáctico planificado e implementado como parte de un curso de máster. En la sección *Resultados* se presentan los resultados en términos de nivel de aprendizaje logrado; mostramos ejemplos prototípicos de respuestas que permiten poner en evidencia dificultades, desafíos y avances en su competencia de reflexión. En la sección Análisis se presenta el análisis retrospectivo del diseño didáctico. Finalmente, en la última sección se incluyen las conclusiones.

## **Problema de investigación y marco teórico**

Los aportes en el campo de la formación de profesores de matemáticas muestran una tendencia en centrar las investigaciones hacia aspectos que permiten al profesor, a partir de cierta información, describir qué sucede y por qué sucede, en determinados contextos educativos (RAMOS-RODRÍGUEZ; FLORES; PONTE, 2016; PONTE, 2011; CLIMENT et al., 2013; GARCÍA; SÁNCHEZ; ESCUDERO, 2007).

Muchas de estas propuestas no determinan pautas para que los participantes, ya sean estudiantes en formación, profesores en ejercicio o formadores de profesores, valoren la pertinencia y propongan mejoras de la situación a la cual refieren, ya sea una clase observada o implementada, una programación de la clase, un programa educativo, un libro de texto, o el propio currículo. Básicamente, no abordan instrumentos que guíen de manera específica la reflexión profesional sistemática de un proceso de estudio. Hodgen y Johnson (2004) describen a la reflexión como un concepto difícil de alcanzar. En términos prácticos, “[...] no está claro cómo la reflexión de los profesores se puede facilitar o alentar. De hecho, existe considerable evidencia de que activar a los profesores para reflexionar está lejos de ser una tarea sencilla” (HODGEN; JOHNSON, 2004, p. 224).

Haciendo frente a este problema, los indicadores de idoneidad didáctica propuestos por Godino (2013) se presentan como un recurso para la reflexión del profesor y del investigador en las fases de diseño, implementación y evaluación de experiencias de enseñanza (SECKEL; FONT, 2015).

### **Idoneidad didáctica: una herramienta teórico-metodológica para la reflexión profesional**

La noción de idoneidad didáctica (ID) forma parte del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS), marco teórico introducido por Godino, Batanero y Font (2007) para la educación matemática. Dicha noción, sus componentes e indicadores, permite el *análisis* y valoración sistemática de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se define como el grado en que un proceso de instrucción (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Esto supone la articulación coherente y sistémica de las seis facetas o dimensiones siguientes (GODINO; BATANERO; FONT, 2007), cada una de las cuales constituye una faceta de la idoneidad didáctica:

- *Idoneidad epistémica*: se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia. Las tareas o situaciones-problemas son un componente fundamental en esta dimensión, y deben involucrar diversos objetos y procesos matemáticos.
- *Idoneidad ecológica*: grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.
- *Idoneidad cognitiva*: grado en que los significados pretendidos e implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.
- *Idoneidad afectiva*: grado de implicación (intereses, emociones, actitudes y creencias) del alumnado en el proceso de estudio.
- *Idoneidad interaccional*: grado en que las configuraciones didácticas y el discurso en la clase permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra, resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
- *Idoneidad mediacional*: grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Godino (2013) identifica en cada una de estas facetas un sistema de componentes e indicadores empíricos generales, que constituyen una guía para el análisis y reflexión sistemática; así, dicho sistema aporta criterios para la mejora progresiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Un claro ejemplo se puede ver en la investigación que

presentan Ramos y Font, quienes analizan el papel que juegan estos criterios de idoneidad didáctica en la argumentación de profesores sobre un proceso de instrucción; estos autores concluyen que:

Los criterios de idoneidad son herramientas que pueden ser muy útiles no sólo para organizar y analizar las prácticas discursivas del profesorado sobre cómo debería ser el proceso de instrucción, sino también para valorar las prácticas que intervienen en la determinación del significado pretendido, el implementado y el evaluado (RAMOS; FONT, 2008, p. 262).

Breda y Lima (2016) señalan que, una manera de llegar a una reflexión más elaborada, que permita la mejora de la enseñanza de las matemáticas, consiste en el uso de directrices explícitas, como las que ya se han aplicado en diversas propuestas de investigación y formación de profesorado en el marco de la teoría de la ID. Específicamente, desde el EOS se considera que el profesor de matemáticas debe conocer, comprender y valorar esta herramienta y adquirir competencia para su uso pertinente. Se trata de la *competencia de análisis de la idoneidad didáctica* de los procesos de estudio matemáticos (GODINO et al., 2016); de esta manera, implementar ciclos de diseño o intervenciones formativas, se convierte en el paso siguiente para promover el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como profesionales reflexivos.

## **Diseño formativo**

Este estudio se enmarca en un enfoque de investigación interpretativa de tipo exploratorio. Se aplica el método de las investigaciones de diseño (KELLY; LESH; BAEK, 2008) en un contexto real de clase basado en el diseño/planificación, implementación y análisis retrospectivo de un primer ciclo formativo, fundamentado en las herramientas del EOS. Si bien este primer ciclo de diseño está orientado al desarrollo de *competencias específicas de análisis e intervención didáctica en futuros profesores* (GODINO et al., 2016), en este trabajo nos ocuparemos de documentar la experiencia formativa correspondiente al inicio del desarrollo de la *competencia de análisis de la idoneidad didáctica*. Propio de este método de investigación, durante la experiencia se realizan micro-ciclos de reflexión sobre recursos, estrategias e interacciones didácticas, con el objetivo de introducir mejoras en cada sesión de clase.

## **Contexto de la investigación, participantes y recogida de datos**

La experiencia formativa se llevó a cabo en el marco de un máster de formación de profesores (año lectivo 2015-2016) en España, dentro de la asignatura *Innovación docente e iniciación a la investigación educativa en matemáticas*. Dicha asignatura se cursa durante el último mes del máster, previo a que los estudiantes realicen su práctica de enseñanza profesional. Asimismo, la implementación se realizó durante las últimas tres sesiones de clase, de dos horas cada una, de manera presencial.

Los participantes involucrados en este proceso son: el profesor del curso que a la vez es investigador, un observador con participación que también es investigador y 27 estudiantes para profesor de matemáticas de educación secundaria con una formación matemática consolidada.

La recogida de información se basa en un análisis de contenido de las anotaciones del investigador-observador y del profesor-investigador sobre los diálogos en clase y la puesta en común, la grabación en audio de todas las sesiones y el material final entregado por los estudiantes, con dos semanas de plazo. El análisis de los datos está orientado a la identificación de respuestas significativas sobre el estado inicial de los significados personales de los estudiantes, el reconocimiento de conflictos y progresos en el desarrollo de la competencia pretendida.

### Recursos usados y fases de implementación

La implementación está organizada en seis fases que incluyen distintos recursos didácticos y momentos de trabajo individual, grupal y de evaluación final.

#### *Fase de exploración inicial*

Lectura y discusión de un documento sobre las características de una clase ideal de matemáticas, tomado de las orientaciones curriculares del NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 3): *Una visión de las matemáticas escolares*.

El objetivo es que los estudiantes elaboren una primera reflexión sobre posibles características ideales de una clase de matemáticas. Los estudiantes trabajaron de manera individual sobre una guía de reflexión, siendo un eje motivador para discutir las ideas previas, creencias y concepciones que tienen los futuros docentes sobre las matemáticas y los complejos procesos de su enseñanza y aprendizaje. Asimismo, se pretende involucrarlos en una reflexión sobre las diferentes formas de enseñar y los distintos posicionamientos didáctico-matemáticos, para finalmente provocar una evolución de sus ideas. Esta reflexión desprende inquietudes, motiva a preguntarse ¿cómo sería entonces una enseñanza de alta calidad? ¿con qué criterios puedo valorar mis propias prácticas matemáticas? ¿cómo realizar una reflexión sistemática sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje? ¿cómo valorar la idoneidad del proceso implementado? ¿cómo el análisis de dichos procesos puede ser apoyado y mejorado, controlado y gestionado, con algunos modelos (didácticos) que nos ayuden a mirar la realidad de *nuestra* aula. Siguiendo a Schoenfeld (1998, p. 3): “Algo ha sucedido, ¿Qué hará el profesor a continuación y por qué?”.

En la puesta en común afloraron las componentes epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica, cómo se articulan entre sí y cómo afectan al desarrollo de un proceso de estudio. Además, se pusieron en evidencia *los significados personales* de los futuros profesores sobre posibles criterios de idoneidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La fase cierra con un proceso de reflexión sobre la necesidad de conocer y ser competente en el uso de herramientas específicas que le permitan al profesor valorar dicha

práctica de manera sistemática; no se trata solo de describir y explicar qué está sucediendo en esa clase ideal, sino también de reflexionar sobre qué aspectos podrían mejorarse.

#### *Fase de introducción a una herramienta para la reflexión*

Lectura y discusión del artículo: *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (GODINO, 2013).

En la segunda sesión de clase se discute el artículo, leído previamente por los estudiantes. En este documento se presenta la noción de idoneidad didáctica y un sistema de indicadores de idoneidad didáctica para las distintas facetas implicadas en un proceso de enseñanza y aprendizaje, indicando las concordancias entre los criterios seleccionados y los propuestos por diversos autores y marcos teóricos.

#### *Fase de puesta en práctica*

Luego de discutir el artículo, se propone a los estudiantes ver un fragmento de una clase de matemáticas de educación secundaria. Este episodio fue seleccionado de internet, siendo material de libre acceso, en el que es posible observar 10 minutos de una clase impartida en México. En el video se identifican dos etapas: en la primera de ellas, los alumnos trabajan en grupos resolviendo problemas relacionados al cálculo de alturas inaccesibles, seguido de la puesta en común en el conjunto de la clase; en la segunda etapa, trabajan con objetos reales (árboles, postes, etc.) a partir de la medida de sus sombras. En la Tabla 1 se incluye la transcripción del video para facilitar el análisis de las respuestas.

Después del visionado del episodio de clase, se entrega la tarea de reflexión que se muestra en el Cuadro 1 y se trabaja en equipos de dos o tres estudiantes. Lo importante de esta fase no es el *video* como instrumento, sino la clase que se observa mediante el recurso tecnológico de la videograbación, y todavía más importante son las herramientas teórico-metodológicas que ayudan a identificar prácticas didácticas significativas en el devenir del proceso de enseñanza-aprendizaje.

#### *Fase de discusión y puesta en común*

La discusión entre pares tuvo lugar durante el desarrollo de toda la tarea. La puesta en común de los apartados 1) *Descripción* y 2) *Explicación* se realizó durante la segunda sesión. A partir de la información recogida en esos dos apartados, los estudiantes trabajaron en equipos durante la última sesión de clase, en el apartado 3) *Valoración* y luego se realizó la puesta en común final.

El análisis *a priori* realizado por el equipo de investigación permite apoyar la puesta en común realizada en el seno de la clase, así como prevenir posibles conflictos de aprendizaje.

**Tabla 1-** Transcripción del episodio de video centrada en las voces de los participantes.

1P	Buenas tardes a todos
2As	Buenas tardes
3P	Miren, el día de hoy vamos a trabajar con una consigna nueva. Estamos en el eje: forma espacio y medida, con el tema de formas geométricas y con el subtema (pone énfasis) de semejanza.
4P	Vamos a trabajar de una manera normal, como siempre, como lo hemos estado haciendo.
5P	Está aquí con nosotros el profesor Martín Eduardo Martínez Morales, que toma evidencias de las clases que hacemos y de la forma en cómo trabajamos. Así que trabajen ustedes de una manera normal, como siempre lo han hecho.
6P	Esperemos que el día de hoy saquemos esta consigna.
ENTREGA DE CONSIGNAS [minuto 00:52]	
7P	Ahora sí, pueden darle vuelta su hoja y van a leer la consigna
LECTURA DE CONSIGNAS [01:07]	
8P	A ver. Ya jóvenes. ¿Ya leyeron la consigna?
9P	¿Alguien de ustedes me puede decir, qué es lo que vamos a hacer en esa consigna?
10P	Señor Legarre
11A	En base al dibujo que se encuentra ahí, calcular la altura.
12P	Muy bien, ¿qué dicen los demás? ¿Todo bien?
13As	Sí
VERBALIZACIÓN [01:49]	
14P	Van a calcular la altura de un árbol que aparece en un dibujo.
15P	¿Estamos bien?
16As	Sí
17P	Adelante. Hagan y calculen la altura del árbol como se da en la información.
18P	Ahora. Ahora. Miren.
USO DE LAS TIC'S [02:18]	
19P	Ahí en la pizarra, en el proyector, estamos viendo ya el problema que estamos resolviendo.
20P	Utilicen los conocimientos adquiridos en las consignas anteriores, porque ahí, ustedes calcularon el valor de medidas de algunos triángulos con sus lados homólogos.
21P	También obtuvieron el valor de proporcionalidad.
SITUACIONES DIDÁCTICAS [02:52]	
ALUMNOS HABLANDO ESPAÑOL [03:18]	
22P	¿Quedó claro?
ALUMNOS HABLANDO DIALECTO NAHUATL [ ]	
23P	Acá tienen dos caminos. Ustedes cuando resuelven el problema pueden utilizar un método, ¿sí?, pero también utilicen el otro para verificar si están en lo correcto.
24P	Lo más correcto es que sea "esto" (el profesor señala el folio del alumno).
PUESTA EN COMÚN [03:44]	
25A	La respuesta del problema es 5.23 <i>(La alumna explica el procedimiento que hicieron escribiendo la cuenta en la pizarra)</i>
26A	Entonces hicimos una regla de tres, y X es 5.23
27P	Les dio lo mismo por las dos formas. Muy bien
28P	Entonces la altura del árbol es 5.23
29	<i>La clase sale a trabajar al patio de la escuela</i>
30P	'Esto', por 'esto', entre 'esto' y te da la altura del poste. <i>(El profesor le explica a unos alumnos y le escribe en el cuaderno)</i>
31A	¡Ah!
32P	Ahora ustedes van a hacer lo mismo. Ya teniendo ustedes el metro, van a buscar un arbolito y van a medir su sombra.
ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS [06:41]	
33E	Maestro, tenemos que presentar ante la supervisión escolar evidencias de los trabajos que se realizan actualmente con la reforma secundaria. Nos gustaría que comentara brevemente lo que están haciendo y que nos diga de qué grado es este grupo que tiene, qué consigna está trabajando y qué parte de la matemática se está viendo en este momento.
34P	El grupo que está aquí es el grupo de 3ºA.
35P	Estamos trabajando sobre semejanza de triángulos. Entonces, algunos de los ejercicios que marca la reforma es la semejanza. Entonces estamos viendo algunos problemas sobre eso.
36P	Salimos aquí al campo para hacerlo más práctico para que los alumnos tengan la evidencia concreta de lo que es cálculo de alturas de algunos árboles / postes, que muy difícilmente podemos ver hacia arriba.
37P	Pues con la semejanza de triángulos se resuelve este problema
38P	Lo que están haciendo es medir la sombra de algunos objetos y en base a eso, sacan la altura.
39E	Muy bien maestro, muchas gracias. Estas son las consignas desarrolladas actualmente por la reforma, ¿estamos viendo alguna consigna en especial?
39P	Claro que sí, la semejanza de triángulos

A: Alumno/a - As: Alumnos - E: Entrevistador - P: Profesor

Fuente: Elaborado por los autores.



### Cuadro 1- Tarea de reflexión didáctica (guía para los futuros profesores)

En el siguiente link encontramos un video de una clase de matemáticas: [http://www.youtube.com/watch?v=60s\\_0Ya2-d8](http://www.youtube.com/watch?v=60s_0Ya2-d8). Después de visionado el vídeo, y trabajando en equipos, elaborar un informe respondiendo a las siguientes cuestiones:

1) Descripción: *¿Qué sucede?*

- a. ¿Qué contenido matemático se estudia?
- b. ¿Qué significados caracterizan el contenido estudiado?
- c. ¿Cuál es el contexto y nivel educativo en que tiene lugar la clase?
- d. ¿Qué hace el profesor?
- e. ¿Qué hace el alumno?
- f. ¿Qué recursos se utilizan?
- g. ¿Qué conocimientos previos deben tener los alumnos para poder abordar la tarea?
- h. ¿Qué dificultades/conflictos de aprendizaje se manifiestan?
- i. ¿Qué normas (regulaciones, hábitos, costumbres) hacen posible y condicionan el desarrollo de la clase?

2) Explicación: *¿Por qué sucede?*

- a. ¿Por qué se estudia ese contenido?
- b. ¿Por qué se usa un problema realista para estudiar el contenido?
- c. ¿Por qué actúa el docente de la manera en que lo hace?
- d. ¿Por qué actúa los alumnos de la manera en que lo hacen?

3) Valoración: *¿qué se podría mejorar?*

Emitir un juicio razonado sobre la enseñanza observada en las siguientes facetas, indicando algunos cambios que se podrían introducir para mejorarla:

- a. Epistémica (contenido matemático estudiado)
- b. Ecológica (relaciones con otros temas, currículo)
- c. Cognitiva (conocimientos previos, aprendizaje, etc.)
- d. Afectiva (interés, motivación, etc.)
- e. Interaccional (modos de interacción entre profesor y estudiantes)
- f. Mediacional (recursos usados)

4) *Limitaciones de la información disponible:*

¿Qué información adicional sería necesario tener para que el análisis realizado fuera más preciso y fundamentado?

Fuente: Adaptación de la tarea propuesta por Godino y Neto (2013). Elaborado por los autores.

#### *Fase de evaluación*

Como se ha mencionado anteriormente, los procesos de valoración de acciones educativas son complejos ya que involucran diversas dimensiones y componentes. Así, para emitir un juicio razonado sobre las facetas epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional, tal como se pide en el Cuadro 1, consideramos necesario que los estudiantes dispongan de dos semanas para terminar la tarea en formato portafolio, esto es, presentando un documento completo que muestre el desarrollo de todo el diseño.

### *Fase de valoración*

Como cierre del ciclo de diseño, se les pidió a los estudiantes cumplimentar una encuesta anónima sobre los siguientes cinco aspectos:

1. Claridad de la tarea y de las consignas.
2. Adecuación de la metodología seguida (forma de trabajo, explicaciones del profesor, recursos utilizados).
3. Grado de motivación e interés suscitado por la experiencia.
4. Nivel de aprendizaje logrado.
5. Grado de pertinencia global del taller para tu formación como profesor de matemáticas.

Se les pidió valorar los ítems según la escala de [1-5], siendo 1: valor mínimo y 5: valor máximo. También se dejaba espacio para que añadieran cualquier comentario que consideraran pertinente para mejorar la actividad.

La encuesta fue cumplimentada por veintiséis de veintisiete estudiantes; la puntuación mediana en todos los ítems fue de 4; la puntuación mínima fue 2 y máxima 5. El análisis de la valoración hecha por los estudiantes aporta información valiosa para el análisis retrospectivo, como un medio de reflexión para los investigadores.

### **Resultados:** indicadores de logro de aprendizaje

Cuando los estudiantes observan el video por primera vez, centran su atención en elementos concretos y conocidos para ellos como *buenas prácticas*; de esta manera aparecen cuestiones valoradas positivamente como el uso de problemas con contexto, el trabajo grupal, la disposición de las mesas, el uso de recursos tecnológicos, la puesta en común, el respeto, la dinámica de la clase y el trabajo de campo. Sin embargo, el primer análisis que realizan está basado en características superficiales y sin conexiones entre la información recogida por los ítems de la guía de reflexión.

En la discusión conjunta se trata entonces de “[...] ayudar al profesorado en formación a adquirir competencias docentes profesionales” (LLINARES, 2012, p. 24) centradas en este caso, en hacer funcionar el sistema de indicadores y componentes estudiados previamente. De esta manera, es posible encontrar en las respuestas (portafolios) análisis más elaborados y organizados, donde los estudiantes buscan establecer conexiones claves entre esos elementos que les parecían, de alguna manera, importantes. Es importante destacar que de veinticuatro portafolios entregados en la etapa final, veinte de ellos presentan un análisis donde se proponen posibles mejoras para aumentar la idoneidad del proceso de estudio observado. Sin embargo, no todos los estudiantes se animan a dar una valoración baja, media o alta de cada faceta indicando que se requiere mucha información adicional para poder calificarlas.

A continuación, se muestran ejemplos prototípicos de respuestas significativas recogidas de la experiencia, considerando la reflexión de los estudiantes sobre cada una

de las seis facetas. En este sentido, hemos tenido en cuenta cómo influyen sus respuestas aportadas en la primera y segunda parte de la tarea (descripción y explicación de la situación de enseñanza) para hacer la valoración de la tercera parte (Cuadro 1). Se trata entonces, de confrontar el análisis de los participantes con el análisis *a priori* de los investigadores. Este último permite abrir un abanico de posibles respuestas *expertas* y poner así en evidencia la importancia de conocer y ser competente en el uso de la herramienta de idoneidad didáctica y formarse como profesionales reflexivos capaces de valorar y mejorar su propia práctica.

### Faceta epistémica

Un punto clave para valorar la faceta epistémica (conocimientos matemáticos institucionales) consiste en reflexionar sobre el tipo de situaciones-problemas implementadas en el episodio de clase video-grabado. Si bien reconocen que no es posible observar en nueve minutos una muestra representativa y articulada de tareas de contextualización, ejercitación y aplicación, destacan la presencia de una guía de problemas sobre cálculo de alturas inaccesibles, como también el trabajo de campo en el patio de la escuela. Desde un punto de vista matemático, los futuros profesores reconocen que el contenido que se estudia permite poner en juego prácticas matemáticas (conocimientos, comprensiones y competencias) significativas y relevantes: proporcionalidad geométrica, función lineal, semejanza de triángulos, cálculo de alturas y distancias inaccesibles; valoran positivamente el tipo de problemas que permiten explorar este contenido, como también el tipo de lenguajes que movilizan.

El primer problema que se observa consiste en calcular la altura de un árbol a partir de un dibujo que modeliza la situación. Destacamos la siguiente respuesta (R)<sup>4</sup> de un estudiante:

R<sub>1</sub>. Calcular la medida de alturas es útil para contextualizar, aplicar y ejercitar los contenidos de semejanza de triángulos y proporcionalidad. Además, este tipo de situaciones emplea distintos métodos de expresión: verbal-visual (en el patio); gráfica (interpretación de los datos); simbólica-aritmética (porque requiere de cálculos para resolver la tarea).

Sin embargo, los estudiantes en formación destacan aspectos importantes como: *Falta de precisión en el lenguaje del profesor y conceptos referidos* (Tabla 1, ítems 20P y 30P); asimismo, identifican aspectos que deberían mejorarse como la falta de situaciones para argumentar y generar definiciones o proposiciones:

R<sub>2</sub>. Si bien las situaciones problemáticas que se manifiestan parecieran potenciar las conexiones entre los distintos conceptos, proposiciones y procedimientos, la ausencia de momentos de argumentación o justificación, hacen que la propia tarea se convierta en un mero ejercicio de aplicación de una regla. No significa que sea incorrecto, pero sería idóneo agregar consignas

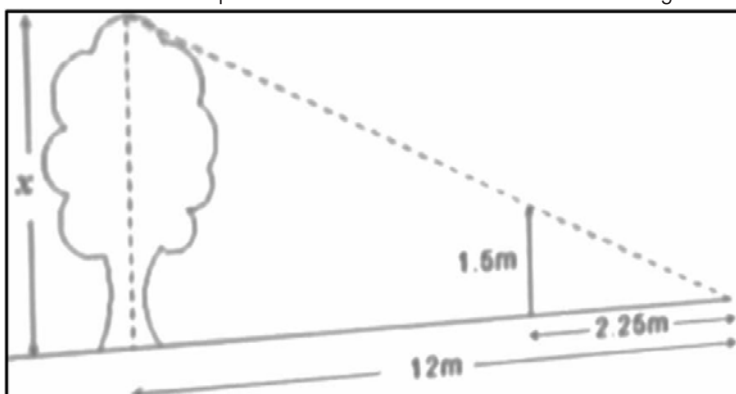
**4-** Se considera R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>, y así sucesivamente a cada respuesta dada por los estudiantes en formación.

tales como: justifica tu respuesta, de esta manera los alumnos pueden establecer relaciones entre los conceptos previamente estudiados y el profesor puede evaluar su conocimiento sobre el tema.

El siguiente estudiante ha considerado previamente los significados que caracterizan la semejanza de triángulos para argumentar por qué deberían hacerse dichas mejoras; esto significa que ha tenido en cuenta el análisis obtenido de la parte 1 de *la tarea de reflexión*.

R<sub>3</sub>. Si esto es un problema de contextualización [Figura 1] es mejorable pues el problema tal como está planteado es un poco artificial. Existen aplicaciones de la semejanza a situaciones reales mejor planteadas, como por ejemplo, no solo calcular longitudes inaccesibles, sino también ¿cómo se representa la realidad? (representación en mapas, planos, etc.); ¿cómo se reproducen imágenes? (proyecciones); también utilizando diversos recursos materiales, dinámicos, o la misma historia de las matemáticas: ¿cómo empleó Thales los conocimientos sobre semejanza de triángulos para calcular la altura de la pirámide egipcia, o bien desde la etnomatemática aprovechando la variedad de culturas del país y dentro del aula. Tampoco se problematiza, por ejemplo, por qué este es un contexto de semejanza de triángulos.

**Figura 1-** Problema matemático planteado a los alumnos de la clase video-grabada.



Fuente: Imagen recuperada de [https://www.youtube.com/watch?v=60s\\_0Ya2-d8](https://www.youtube.com/watch?v=60s_0Ya2-d8) (2:11 minutos).

### Faceta ecológica

Los estudiantes lograron identificar componentes e indicadores que caracterizan esta faceta articulando sus respuestas con los análisis previos obtenidos de la parte 1 y 2 de la tarea. Valoraron la adecuación del contenido y su implementación según las directrices curriculares que marca la nueva reforma de México<sup>5</sup> (2011), la cual condiciona el desarrollo de la clase.

**5-** La reforma curricular (2011), no es una reforma radical. Los principales puntos de atención están en el desempeño docente, en lo que refiere al diseño de situaciones didácticas, reorganización del ambiente de enseñanza y formas de trabajo en el salón de clases, dando lugar a distintas relaciones entre alumnos, maestro, y contenido, junto con el empleo de recursos de lectura, audiovisuales e informáticos. Algunos de esos puntos críticos son mencionados al final del video propuesto.

Como aspectos a mejorar, destacan la implementación de problemas que enfatizen las conexiones intra/interdisciplinarias, así como situaciones de innovación y práctica reflexiva:

R<sub>4</sub>. Si bien, el profesor intenta dar paso a la apertura de las nuevas tecnologías, [Tabla 1, ítem 19P] la observación de la clase video-grabada no permite poner en evidencia su uso real. No se trata solo de innovar como sugiere la reforma, se debe hacer de manera justificada respecto a las distintas actividades [consignas] propuestas.

### Faceta cognitiva

Los estudiantes centraron su atención en los conocimientos previos necesarios para abordar el cálculo de alturas inaccesibles. Si nos detenemos en el apartado *¿Qué conocimientos previos deben tener los alumnos para poder abordar la tarea?* de la *tarea de reflexión* (Cuadro 1) solo tres de veinticuatro estudiantes, no responden *regla de tres simple*. Estos alumnos son conscientes que la regla de tres es un método y no el objetivo en sí; muestran coherencia en sus reflexiones destacando la importancia de aplicar correctamente los procedimientos. Por ejemplo, este alumno reflexiona:

R<sub>5</sub>. En el trabajo de campo [los alumnos] recogen información y aplican el teorema de Thales cuando no se cumplen las condiciones del teorema (por ejemplo, paralelismo). Al menos deberían considerar determinados supuestos para poder resolverlo, o el profesor podría aprovechar el momento para hacerlo y así generar instancias de institucionalización.

El mismo estudiante agrega:

R<sub>6</sub>. El profesor debe conocer el papel que juegan la argumentación y la validación a la hora de realizar una justificación matemática, las dificultades de los alumnos ante el razonamiento proporcional y la generalización de los contenidos explicados.

Los veintiún estudiantes restantes indican que la *regla de tres simple* es un conocimiento previo *necesario* para resolver las tareas. Entre estas respuestas, diecinueve creen que la  *semejanza de triángulos y teorema de Thales* no son conocimientos previos. Además, valoran positivamente la faceta cognitiva, ya que consideran que los alumnos son capaces de aplicar satisfactoriamente la regla de tres, o al menos es un objetivo accesible.

Wilhelmi (2017) valora la idoneidad epistémica del estudio de la proporcionalidad en el desarrollo del currículo de educación secundaria. El autor señala que, si bien la regla de tres no se incluye de manera homogénea en los currículos internacionales ni en la misma etapa educativa, en el caso particular de España, la enseñanza de esta regla ha persistido en la escuela como modelo prototípico de la proporcionalidad. Si bien esto fue discutido en clase, pareciera que la regla de tres es un procedimiento que está muy arraigado en su formación, así como el uso deliberado de las relaciones de proporcionalidad:

R<sub>7</sub>. Los alumnos usan la regla de tres porque los segmentos son proporcionales; eso se demuestra fácilmente midiendo los lados [señalando la Figura 1].

Con mayor énfasis, los dos estudiantes restantes afirman que el uso de la regla de tres simple es importante como *conocimiento previo necesario* para resolver la tarea. Sin embargo, sus reflexiones posteriores entran en contradicción ya que valoran en forma negativa el aprendizaje ligado a la aplicación de reglas y procedimientos mecánicos. Es decir, ¿cómo es posible considerar esta regla como un conocimiento importante y al mismo tiempo, considerar erróneo el aprendizaje mediante esta regla? En efecto, el uso que se hace habitualmente de la regla de tres en las escuelas es puramente instrumental “[...] ocultando en cierto modo la intervención de las razones y la proporción, lo cual puede comportar un significado degenerado de la proporcionalidad aritmética” (GODINO et al., 2017, p. 6-7).

Por último, los participantes no han emitido juicio de valor acerca de los aprendizajes logrados, ciertamente porque en el video no es posible observarlos, pero sí destacaron posibles dificultades de aprendizaje:

R<sub>8</sub>. No todos los alumnos parten del mismo nivel inicial de conceptos y aprendizaje; por ejemplo, en el trabajo de campo, pareciera que no todos trabajan y que no todos entendieron las consignas. Podría deberse a que en la puesta en común no se discuten los diferentes resultados encontrados.

Otros, destacan dificultades cognitivas tales como: *dificultad para encontrar una unidad de medida, dificultades con la noción de proporcionalidad directa*, etc. Suponer conflictos de aprendizaje, es un avance en el proceso de reflexión profesional.

### Faceta afectiva

Las valoraciones que se identifican respecto a esta faceta son muy superficiales, como: el trabajo de campo genera motivación; permite valorar la matemática en la vida cotidiana. Solo un estudiante valoró negativamente esta faceta:

R<sub>9</sub>. Los alumnos no están interesados en la tarea. No todos trabajan y, seguramente, no todos aprenden, dado que no se observa argumentación en el trabajo matemático. Podría pensarse en grupos de trabajo más pequeños, involucrar otros materiales, motivarlos con preguntas y discutir los resultados.

### Faceta interaccional

Las reflexiones de los estudiantes mantienen relación con la información obtenida de las preguntas previas; en general se observan competencias para reflexionar sobre los distintos modos de interacción: entre alumnos y docente, entre alumnos y sobre la autonomía de estudio. Los estudiantes identifican normas establecidas en clase como la disposición de las mesas, levantar la mano para llamar al profesor, el profesor como observador en la clase. Asimismo, emiten juicios razonables sobre éstos.

Respecto al rol del profesor, los estudiantes lo clasifican como el protagonista de la clase. Reconocen que la puesta en común tiene como objetivo exponer la respuesta al problema:

R<sub>10</sub>. Pareciera que el alumno que pasa a la pizarra ya sabe que tiene bien sus resultados y además no será puesto en cuestionamiento. Sería idóneo darle la oportunidad a todos para confrontar sus resultados.

Cuatro respuestas que presentan análisis superficiales, tales como: *Se produce un diálogo fluido entre los alumnos y el profesor, y entre los alumnos entre sí*. Consideramos que es una falsa impresión creada por la manera de trabajo grupal.

### Faceta mediacional

Los estudiantes en formación se refirieron al uso de distintos materiales manipulativos, como *escasos y poco productivos*, valorando esta faceta como poco idónea; sin bien reconocen la importancia de la guía de problemas y el uso de calculadoras, destacan que los recursos informáticos son muy *valiosos* en este tipo de contenidos y no están presentes:

R<sub>11</sub>. Sería deseable el uso de software dinámicos para mostrar, por ejemplo, cómo varía la sombra de un árbol a medida que el sol transcurre por distintos puntos, así, generar momentos de estimación, comprobación de hipótesis, búsqueda de relaciones entre la altura y la sombra, sin necesidad de calcularla.

En el trabajo de campo, los alumnos utilizan reglas graduadas, pies, manos y otros elementos para medir las sombras; se ve que las medidas son pocas precisas. En este sentido, sugieren incorporar momentos donde el profesor pueda problematizar, como por ejemplo, discutir el problema de la precisión de la medida en el trabajo de campo y adquirir destreza en la medida correcta de longitudes.

Respecto a la cantidad de alumnos y el tiempo dedicado a la tarea, los estudiantes consideran que podrían resultar adecuados, pero faltan datos para valorar estos aspectos y otros como el horario en que se dicta esta materia y la distribución de tiempos a cada tarea.

### Interacción entre facetas

Además de las valoraciones de cada faceta, tanto en las interacciones en clase, como en las respuestas escritas, los estudiantes manifestaron que las facetas analizadas se articulan unas con otras y que muchas veces resulta difícil diferenciarlas:

R<sub>12</sub>. [Sobre la idoneidad cognitiva] Sería positivo para todos los alumnos realizar una puesta en común exponiendo no solo los resultados obtenidos, sino también las dificultades encontradas durante el desarrollo de la actividad, donde el profesor pueda usar diversos recursos para cuestionar a los alumnos e incluirlos en un ambiente donde tengan [los alumnos] que justificar

sus resultados. En este caso, hablar de la dimensión cognitiva, implica también la afectiva e interaccional.

R<sub>13</sub>. Es imposible centrar el análisis en una sola faceta. Esto me hace pensar en la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje, particularmente, de las matemáticas. Un ejemplo claro para mí está en el tiempo dedicado. Si bien en este caso no es posible saberlo, sin duda es un factor que afecta a todo el proceso de estudio: en lo ecológico: ¿cómo está diseñado el programa de la materia?, epistémico: ¿cómo se organiza el contenido?, cognitivo: ¿los conocimientos pretendidos están al alcance de los alumnos?, interacciones: ¿se tienen en cuenta momentos de trabajo individual, grupal, discusión, etc.? Al leer el artículo [Godino, 2013] me di cuenta cómo este modelo permite tomar conciencia de estas relaciones.

Como se ve reflejado en este apartado, los resultados permiten mostrar la eficacia de este modelo teórico puesto en práctica, como también tomar conciencia de la importancia de incorporar el aprendizaje reflexivo en la docencia universitaria (ALSINA, 2010).

## **Análisis retrospectivo del ciclo de diseño**

Como investigadores reflexivos, es necesario realizar una mirada retrospectiva sobre el diseño y la implementación de este ciclo formativo, tomando consciencia de los límites y desafíos que quedan por superar.

En primer lugar, el análisis *a priori* de la situación didáctica revela una alta idoneidad *epistémica-ecológica*. Las etapas de implementación están articuladas y son adecuadas al nivel que se dirigen. En las situaciones de enseñanza propuestas se trata de que los estudiantes indaguen, interpreten, relacionen significados, discutan y argumenten. A la vez, el diseño propuesto muestra una apertura hacia la innovación basada en la investigación y en la práctica reflexiva. No hay que olvidarse que la clase video-grabada ofrece una pequeña ventana al mundo de la educación, y como recurso formativo es importante pensar que la información que se muestra es limitada (SHERIN, 2004) y por lo tanto, los análisis de los estudiantes podrían ser superficiales. Para ello, la tarea de la Figura 1 propone que los estudiantes reflexionen con los aspectos que serían necesarios para que los análisis sean precisos y más detallados.

Respecto al objetivo de enseñanza, se trataba de *iniciar* a los estudiantes en su proceso de formación reflexiva. Los portafolios finales podrían haber sido más elaborados, apoyados en la búsqueda de información y lecturas sobre el contenido, sin embargo, los contenidos pretendidos se han podido alcanzar valorando como media la idoneidad cognitiva. Los futuros profesores participaron activamente en las discusiones grupales, a las cuales se les asignó un mayor tiempo de trabajo dado el interés que éstas promovían, y se involucraron en la puesta en común exponiendo sus argumentaciones y análisis crítico. Asimismo, se manifestaron comprometidos en la resolución y entrega de las tareas. Por otro lado, Cooney (1994) sostiene principalmente que, en estos procesos de desarrollo del nivel de reflexión, es necesario que los profesores sientan la motivación propia de reflexionar. En esta experiencia, el mayor interés para los estudiantes estuvo centrado en la *observación de una situación real de aula*, tal como señalan los resultados



de investigaciones en el campo (PONTE, 2011; CLIMENT et al., 2013) mostrándose alta la idoneidad afectiva. En la fase de valoración (descrita en el apartado *Fase de valoración*), respecto al grado de motivación suscitado por la experiencia, un estudiante escribe:

Me hubiese encantado conocer esta herramienta [idoneidad didáctica] antes. Es muy útil por ejemplo para reflexionar sobre: cómo mirar lo que funciona mal en una clase, y qué aspectos podrían mejorarse.

Por otro lado, la baja idoneidad mediacional la atribuimos principalmente a las limitaciones del tiempo asignado. Si bien este tipo de investigaciones de diseño ocurren en ambientes reales de clase, donde no es posible disponer una mayor carga horaria, el corto período de tiempo entre las consignas implementadas permite poner en evidencia una gran limitación de este estudio. La discusión de las respuestas finales, entregadas en el portafolio, no tuvieron lugar en el seno de la clase. En este sentido, consideramos que un intercambio de respuestas finales hubiese proporcionado mayor oportunidad a los participantes para desarrollar formas de reflexión sobre las distintas facetas y apropiarse del marco teórico ofrecido por este diseño. En concordancia con otras investigaciones (AMADOR, 2016), incluir experiencias adicionales, o bien pensar en ciclos continuos en la formación docente, sería beneficioso para que los futuros profesores adquieran una mayor competencia en la reflexión sobre la práctica.

En cuanto al nivel de interacciones en el aula, consideramos que ha sido alto, destacando el diálogo y las discusiones en el aula, la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase, la presentación adecuada del tema utilizando diversos recursos. Además, se contemplaron momentos de estudio autónomo y evaluación continua.

## Conclusiones

En este artículo se han planteado dos cuestiones principales:

- 1) ¿Qué herramientas teóricas podrían estar al alcance de los futuros profesores de matemáticas, que les ayuden a reflexionar, de manera sistemática, sobre los procesos educativos que se llevan a cabo?
- 2) ¿Qué tipo de estrategias son factibles para formar profesionales reflexivos?

Con relación a la primera cuestión hemos mostrado que el sistema de facetas, componentes e indicadores de *idoneidad didáctica* permite poner en acción puntos de decisión claves para la reflexión y la apertura hacia la introducción de cambios fundamentados. La idoneidad didáctica, como constructo teórico y metodológico, es una herramienta que se viene implementando en la formación de profesores en diversas universidades españolas y latinoamericanas (BREDA; FONT; LIMA, 2015). Otros autores también han destacado su uso para la propuesta de mejoras de unidades didácticas, como muestran Castro y otros autores (2013).

Respondiendo a la segunda cuestión, este trabajo propone un ejemplo de investigación de diseño en el cual se hace operativa esta herramienta en las diferentes

etapas de implementación. Si bien los distintos factores que afectan los procesos educativos son complejos, los participantes de este estudio han valorado positivamente este tipo de situaciones didácticas para su formación, destacándolas como necesarias; más aún, resaltando su utilidad para la etapa siguiente de su labor profesional: planificación de clases e implementación de prácticas profesionales en una institución escolar. Vale la pena destacar que tres estudiantes han continuado su tesis de maestría utilizando la ID a partir de la reflexión de su propia práctica.

Por otro lado, el uso de videograbaciones como recurso ha sido ampliamente reconocido en la formación de profesores (ALSAWAIE; ALGHAZO, 2010), y sin duda se ha revelado como una estrategia de formación idónea, permitiéndole a los estudiantes “[...] ver una lección desde la perspectiva de un observador” (SHERIN, 2004, p. 22). Sin embargo, no hay que olvidarse que “[...] es la reflexión sobre y el análisis de la práctica de enseñar matemáticas la que crea las condiciones para la construcción del conocimiento útil para enseñar matemáticas” (LLINARES; VALLS, 2009, p. 9). Esta reflexión puede estar apoyada en episodios de clases video-grabadas, fragmentos transcritos, situaciones creadas, o las propias experiencias de enseñanza.

## Referencias

ALSAWAIE, Othman; ALGHAZO, Iman. The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyse mathematics teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 13, n. 2, p. 223-241, jun. 2010.

ALSINA, Ángel. El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: un modelo para aprender a enseñar matemáticas. **Educación Matemática**, México, v. 22, n. 1, p. 149-166, abr. 2010.

AMADOR, Julie. Professional noticing practices of novice mathematics teacher educators. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 14, n. 1, p. 217-241, feb. 2016.

BREDA, Adriana; FONT, Vicenç; LIMA, Valderez. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 1-41, 2015.

BREDA, Adriana; LIMA, Valderez. Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. **REDIMAT**, Barcelona, v. 5, n. 1, p. 74-103, feb. 2016.

CASTRO, Andreia et al. Iniciação à investigação em educação matemática: exemplo de duas tarefas com recurso ao Geogebra. **Indagatio Didactica**, Aveiro, v. 5, n. 1, p. 127-148, jul. 2013.

COONEY, Thomas J. Teacher education as an exercise in adaptation. In: AICHELE, Douglas; COXFORD, Arthur (Ed.). **Professional development for teachers of mathematics**. Reston: NCTM, 1994. p. 9-22.

CLIMENT, Nuria et al. ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula? **Relime**, México, DC, v. 16, n. 1, p. 13-36, mar. 2013.

DAVIS, Brent. Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. **Mathematics Teaching in the Middle School**, Reston, v. 14, n. 2, p. 86-91, sep. 2008.

ELLIOT, John. **El cambio educativo desde la investigación-acción en educación**. Madrid: Morata, 1993.

FERNÁNDEZ, Clea; YOSHIDA, Makoto. **Lesson study**: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning. Mahwah: Erlbaum, 2004.

GARCÍA, Mercedes; SÁNCHEZ, Victoria; ESCUDERO, Isabel. Learning through reflection in mathematics teacher education. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 64, n. 1, p. 1-17, 2007.

GELLERT, Uwe; BECERRA, Rosa; CHAPMAN, Olive. Research methods in mathematics teacher education. In: CLEMENTS, Ken et al.(Ed.). **Third international handbook of mathematics education**. v. 27. New York: Springer-Verlag, 2013. p. 327-360.

GODINO, Juan. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San José, n. 11, p. 111-132, dic. 2013.

GODINO, Juan; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**, Berlín, v. 39, n. 1-2, p. 127-135, mar. 2007.

GODINO, Juan; NETO, Teresa. Actividades de iniciación a la investigación en educación matemática. **UNO**, Barcelona, v. 63, p. 69-76, 2013.

GODINO, Juan et al. Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. In: FERNÁNDEZ, Catalina et al. (Ed.). **Investigación en educación matemática XIX**. Málaga: SEIEM, 2016. p. 272-285.

GODINO, Juan et al. Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad. In: CONTRERAS, José et al. (Ed.). **CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL SOBRE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS. 2.**, Granada, 2017. **Actas del...** Granada: Universidad de Granada: CIVEOS, 2017. p. 1-13.

HODGEN, Jeremy; JOHNSON, David. Teacher reflection, identity and belief change in the context of primary CAME. In: MILLETT, Alison; BROWN, Margaret; ASKEW, Mike (Ed.). **Primary mathematics and the developing professional**. Netherlands: Springer, 2004. p. 219-244.

KELLY, Anthony; LESH, Richard; BAEK, John (Ed.). **Handbook of design research in methods in education: innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching**. New York: Routledge, 2008.

LLINARES, Salvador. Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, España, v. 1, n. 2, p. 53-70, 2012.

LLINARES, Salvador; VALLS Julia. The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. **Instructional Science**, Países Bajos, v. 37, n. 3, p. 247-271, may 2009.

MASON, John. **Researching your own practice: the discipline of noticing**. London: Routledge-Falmer, 2002.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

PONTE, João. Using video episodes to reflect on the role of the teacher in mathematical discussions. In: ZASLAVSKY, Orit; SULLIVAN, Peter (Ed.). **Constructing knowledge for teaching secondary mathematics**, mathematics teacher education. New York: Springer, 2011. p. 249-261.

RAMOS, Ana B.; FONT, Vicenç. Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. **Relime**, México, v. 11, n. 2, p. 233-265, 2008.

RAMOS-RODRÍGUEZ, Elizabeth; FLORES, Pablo M.; PONTE, João. An approach to the notion of reflective teacher and its exemplification on mathematics education. **Systemic Practice and Action Research**, New York, v. 30, n. 1, p 85-102, may. 2016.

SCHOENFELD, Alan. H. Toward a theory of teaching-in-context. **Issues in Education**, Las Vegas, v. 4, n. 1, p. 1-94, 1998.

SCHÖN, Donald A. **The reflective practitioner: how professionals think in action**. New York, NY: Basic Books, 1983.

SECKEL, María José; FONT, Vicenç. Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. **Praxis Educacional**, Bahia, v. 11, n. 19, p. 55-75, 2015.

SHERIN, Miriam. New perspectives on the role of video in teacher education. In: BROPHY, Jere (Ed.). **Advances in research on teaching: using video in teacher education**. v. 10. Oxford: Elsevier Science, 2004. p. 1-27.

STOCKERO, Shari. L. Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 11, n. 5, p. 373-394, sep. 2008.

WILHELMI, Miguel. Proporcionalidad en educación primaria y secundaria. In: CONTRERAS, José et al. (Ed.). CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL SOBRE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS, 2. 2017, Granada. **Actas del...** Granada: Universidad de Granada / CIVEOS, 2017. p. 1-16.

*Recibido en: 15.11.2016*  
*Modificaciones en: 21.02.2017*  
*Aprobado en: 21.03.2017*

**Belén Giacomone** es doctoranda en la Universidad de Granada y máster en la misma universidad.

**Juan D. Godino** es doctor por la Universidad de Granada, profesor catedrático en la misma universidad.

**Pablo Beltrán-Pellicer** es doctor por la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), profesor asociado en la Universidad de Zaragoza.

# Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence\*<sup>1</sup>

Belén Giacomone<sup>2</sup>  
Juan D. Godino<sup>2</sup>  
Pablo Beltrán-Pellicer<sup>3</sup>

## Abstract

In this article we describe analyse and evaluate the implementation of an educational design to develop the prospective mathematics teacher's didactical analysis and reflection competence. Planning of the experience, its implementation, and evaluation are based on the application of theoretical tools of the onto-semiotic approach. In several studies supported within this theoretical framework, the notion of didactical suitability as a tool of reflection on a study process has been developed and applied. In this sense, the main objective of the learning processes described here is that prospective teachers know and be competent in the application of this tool. The research scenario is a Master course for Secondary education mathematics teachers in which 27 students participated. The information gathered is based on the analysis of: observer-researcher and teacher-researcher's annotations on the debate in the classroom, audio recordings and the participants' responses throughout the design cycle. The *a priori* analysis of the educational situation reveals a high epistemic and ecological suitability; nevertheless, time constraints have conditioned an adequate learning achievement. Finally, the analysis of class episodes, using the tools described in this article, is revealed as an ideal educational strategy, but it should be complemented with situations focused on the development of other didactical competencies.

## Keywords

Mathematics education – Teacher education – Didactical suitability.

---

\* Translated by Angela Helen Barnie.

**1-** Research carried out as part of the research projects EDU2016-74848-P (FEDER, AEI) and FQM-126 Research Group (Junta de Andalucía, Spain).

**2-** Universidad de Granada, Granada, España. Contactos: belen.giacomone@gmail.com; jgodino@ugr.es

**3-** Universidad de Zaragoza, Zaragoza, España. Contacto: pbeltran@unizar.es



DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S1678-4634201844172011>

This content is licensed under a Creative Commons attribution-type BY-NC.

## Introduction

There has been a proliferation of research in mathematics education that proposes reflection on the teaching practice as a key competence for professional development and the improvement of teaching. Thus, new perspectives and new theories have focused on the *reflexive teacher* as a relevant research stream, elaborating diverse and sophisticated research methods (GELLERT; BECERRA; CHAPMAN, 2013). Clear examples of these proposals are *Lesson Study* (FERNÁNDEZ; YOSHIDA, 2004), *Looking with a professional sense* (MASON, 2002) and *Concept Study* (DAVIS, 2008), in which the aim is to promote the teacher's reflection on the action, individually or in peer-interaction.

The Didactic-Mathematical Knowledge and Competence model (DMKC) proposed by Godino et al. (2016) focuses, among others, on the competence of didactical suitability analysis, as the competence for global reflection on the teaching practice, its assessment and its progressive improvement. Also, these authors suggest the importance of designing and implementing training resources that promote the realization of this type of macro-analysis by teachers.

Starting from considering the teacher as a reflective professional (SCHÖN, 1983; ELLIOT, 1993), we have designed a part of a course for the training of prospective secondary teachers. In this work, a training device is described to develop the mentioned competence using the possibilities offered by episodes of video-recorded lessons. The participants in these types of experiences have:

[...] the opportunity to develop a different kind of knowledge for teaching– knowledge not of “what to do next”, but rather, knowledge of how to interpret and reflect on classroom practices. (SHERIN, 2004, p. 14).

However, in this work, video recording of classes remains in the background (STOCKERO, 2008). These should be a mere resource that may facilitate access to the teacher educator and future teachers *fragments of educational reality* in all its complexity, and develop in the training students specific teaching skills through the systematic didactic analysis of the various facets, components and conditioning factors.

To follow, the research problem and theoretical framework is synthesized. In the *Didactic Design* section, the didactical design, which has been planned and implemented as part of a master's course is described. The *Results* section is devoted to present the *results* in terms of the achieved learning level, also showing also prototypical examples of answers that allow us to highlight difficulties, challenges and advances in their reflection competence. In the *Analysis* section, the retrospective analysis of the didactic design is presented. Finally, the last section includes the conclusions.

## Research problem and theoretical framework

The contributions in the mathematics teacher education field show a tendency to focus research on aspects that allow the teacher, from certain information, to describe what

happens and why it happens, in specific educational contexts (RAMOS-RODRÍGUEZ; FLORES; PONTE, 2016; PONTE, 2011; CLIMENT et al., 2013; GARCÍA; SÁNCHEZ; ESCUDERO, 2007).

Many of these contributions do not determine guidelines for participants, whether they are prospective teachers, teachers or teacher trainers, so they could assess the relevance and suggest improvements to the situation to which they refer, be it an observed or implemented class, a course syllabus, an educational program, a textbook, or the curriculum itself. Basically, they do not address instruments that specifically guide the systematic professional reflection on a teaching and learning process. Hodgen and Johnson (2004) describe *reflection* as a difficult concept to achieve. In practical terms, “[...] It is unclear how teachers’ reflection can be facilitated or encouraged. Indeed, there is considerable evidence that enabling teachers to reflect is a far from simple task” (HODGEN; JOHNSON, 2004, p. 224).

Facing this problem, the didactic suitability criteria proposed by Godino (2013) are presented as a resource for teacher and researcher reflection in the design, implementation, and assessment phases of teaching experiences (SECKEL; FONT, 2015).

### **Didactical suitability: a theoretical-methodological tool for systematic reflection**

The notion of *Didactical Suitability* (DS) is part of the *Onto-Semiotic Approach* (OSA) to mathematical knowledge, a theoretical framework introduced by Godino, Batanero, and Font (2007) within mathematics education field. This notion, its components and indicators, allow the systematic analysis and assessment of mathematics teaching and learning processes. It is understood as the degree to which an educational process (or a part of it) combines certain characteristics in order to be classified optimal or appropriate for the adaptation between the personal meanings achieved by students (learning), and the intended or implemented institutional meanings (teaching), taking into consideration the circumstances and the available resources (environment). This assumes the coherent and systemic articulation among the six following facets or dimensions (GODINO; BATANERO; FONT, 2007); each of them is a specific facet of the didactic suitability:

- *Epistemic suitability*: it refers to the degree of representativeness and interconnection of institutional meanings implemented (or intended) regarding to a reference meaning. The tasks/situations-problems are an important component in this facet, and they should include various types of mathematical objects and processes.
- *Ecological suitability*: the extent to which the process of study is adapted to the educational/curricular project, scholar norms, and social environment.
- *Cognitive suitability*: the extent to which intended and implemented meanings are within the students’ zone of proximal development, as well as the correlation between students’ achieved meaning and the intended and implemented meanings.
- *Affective suitability*: it refers to the degree of the students’ involvement (interest, emotions, motivation, attitudes, and beliefs) in the study process.
- *Interactional suitability*: it is the degree to which the didactic configurations and classroom discourse served to identify and solve semiotic conflicts that appeared throughout the instructional process.



- *Mediational Suitability*: is the extent to which the teaching process fit the school and society educational process, and took into account other factors influencing the setting in which it was developed.

For each of these six facets, Godino (2013) identifies a system of associated components and general empirical indicators that constitute a guide for the analysis and systematic reflection; thus, this theoretical model provides criteria for the progressive improvement of the teaching and learning processes. A clear example is the research presented by Ramos and Font, who analyze the role that the criteria of didactic suitability have in the teachers argumentation about an educational process; these authors conclude that:

The suitability criteria are tools that can be very useful not only to organize and analyze the discursive practices of the teacher on what the instructional process should be, but also to assess the practices involved in the determination of the intended, implemented, and evaluated meanings. (RAMOS; FONT, 2008, p. 262).

Breda and Lima (2016) point out that, a way to carry out a more elaborated reflection, and thus allowing the improvement of the teaching of mathematics, consists of the use of explicit guidelines, such as those that have already been applied in various research projects and teacher training within the framework of the theory of didactic suitability. Specifically, from the OSA, it is considered that the mathematics teacher should know and understand this tool, and acquire competence for its relevant use. This refers to the competence of didactical suitability analysis of mathematical study processes (GODINO et al., 2016); thus, implementing design cycles or educational interventions becomes the next step to promote the professional development of reflective mathematics teachers.

## **Didactic design**

This study is part of an exploratory interpretive research approach. The design research method (KELLY; LESH; BAEK, 2008) is applied in a real class context based on design/planning, implementation, and retrospective analysis of a first educational cycle, supported by the OSA tools. Although this first cycle of design is oriented towards the development of *specific competencies for the analysis and didactic intervention* in prospective mathematics teachers (GODINO et al., 2016), in this article, we analyze and inform on the formative experience of initiating the participants in developing their didactical suitability analysis competence. In order to improve each class session, iterative micro-cycles of designing and reflecting on the resources, strategies, and didactic interactions were implemented, during the experience.

## **Context of research, participants, and data collection**

The formative experience was carried out as part of a Master's course on *Educational Innovation and Initiation to Research in Mathematics Education* aimed at teacher training

in Spain (academic year 2015–2016). This course corresponds to the last training period, before the prospective teachers carry out their professional teaching practice; in addition, the face-to-face implementation was applied during the last three class sessions, of two hours each.

The participants involved in this research process are: the professor who is also a researcher, observer researcher (with active participation), and twenty-seven prospective high school teachers who have—or should have, a consolidated mathematical knowledge.

The data collection is obtained from the researcher-observer and researcher-teacher's annotations of the whole-class sharing and dialogues among participants, audio recordings, and students' answers to the proposed task—delivered by them with two weeks deadline. The data analysis is oriented to identify relevant facts about the initial state of students' personal meaning, recognition of conflicts, and progress in developing the intended competence.

### **Resources and implementation phases**

The implementation is organized in six phases, which include different didactic resources as well as moments of autonomous and group work, and final evaluation.

#### **Initial exploration phase**

Reading and discussion of a highly ambitious document about the characteristics of an ideal mathematics class, taken from the curriculum orientations of the NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 3): *A Vision for School Mathematics*.

The goal is that students develop a first reflection on possible ideal characteristics of a math class. The students worked individually upon a reflection guide, which played a key role in motivating the discussion about previous ideas, beliefs and conceptions that prospective teachers may have about mathematics and the complex processes of their teaching and learning. Likewise, it is intended to involve them in a reflection on the different ways of teaching and the different didactic-mathematical conceptions, in order to finally provoke an evolution of their ideas. This reflection gives rise to concerns, and motivates us to ask ourselves: what would a high-quality education be like? Which criteria can help me to assess my own mathematical practices? How should I carry out a systematic reflection on the teaching and learning processes? How to assess the suitability of the implemented process? How the analysis of these processes can be supported and improved, controlled and managed, with some models (didactic) that help us to look at the reality of our classroom? According to Schoenfeld (1998, p. 3): “Something has happened. What will the teacher do next, and (more importantly) why?”

The discussion made the epistemic, cognitive, affective, interactional, mediational, and ecological components to emerge and how they articulate each other and how they affect the development of a study process. In addition, the prospective teachers' meanings of possible suitability criteria of teaching and learning processes

were highlighted. This phase ends with a reflection on the need to know about specific tools that allow the teacher to assess the teaching practice in a systematic way and to be competent using them. It's not just about describing and explaining what is happening in that ideal class, but also to reflect on what aspects could be improved.

### **Introduction phase to a tool for reflection**

This phase started with the reading and discussion of the research article: *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* [Indicators of didactic suitability of mathematics teaching and learning processes] (GODINO, 2013).

In the second-class session the article, previously read by students, is jointly discussed. The notion of didactic suitability is presented in this article, in addition to a system of didactic suitability indicators for each of the different facets involved, and the concordance between this system and other proposals from various authors.

### **Implementation phase**

After discussing the article, it is proposed that students watch a fragment of a high school mathematics class. This episode was selected from the Internet, being free open-access material, in which it is possible to observe 10 minutes of a class taught in Mexico. Two stages can be distinguished within the video: in the first one, the students work in groups solving problems related to the calculation of inaccessible heights, followed by a discussion in the whole class. In the second stage, they work with real objects (trees, posts, etc.) measuring their shadows. Table 1 includes the transcription of the video to facilitate the analysis of the answers.

After watching the class episode, the reflection task shown in Table 1 was delivered and the prospective teachers worked on it in teams of two or three. The important point of this phase is not the video as an instrument, but the class that is observed through the technological resource of video recording, and even more important are the theoretical-methodological tools that help to identify significant didactic practices in the evolution of the teaching-learning process.

### **Discussion phase and sharing**

Peer discussion took place during the development of the whole task. The sharing of sections 1 (*description*) and 2 (*explanation*) was done during the second session. From the information gathered in these two sections, students worked in teams during the last class session, in section 3 (*evaluation*) and then the final sharing was done. The *a priori* analysis carried out by the research team allowed to support the sharing done within the class, as well as to prevent possible learning conflicts.

**Table 1-** Transcription of the video-episode focused on the participants' voices.

1T	Good afternoon, everyone
2Ss	Good afternoon
3T	Look, today we are going to work with a new task. From the curriculum content: shape, space and measurement, under the topic geometric shapes and under the sub-topic (emphasis) Similarity
4T	We will work normally, as always, as we have been doing
5T	Professor Martín Eduardo Martínez Morales is here and will take evidence of the classes, of what we do and how we do it. You all have to work in a normal way, as usual.
6T	We hope all of you solve this task
DISTRIBUTION OF TASKS [minute 00:52]	
7T	Now, you all can turn over the tasks sheet and start reading
READING INSTRUCTIONS [01:07]	
8T	Attention boys and girls. Have you all read the problem?
9T	Who can tell me, what does the task ask?
10T	Mr. Legarre
11S	Based on the drawing that is there, calculate the height
12T	Good. What do the others say? Do you agree?
13Ss	Yes!!
VERBALIZATION [01:49]	
14T	You have to calculate the height of the tree that appears in a drawing.
15T	Okay?
16Ss	Yes!!!
17T	Go ahead. Calculate the height of the tree according to the information.
18T	Now. Now. Look here
USE OF ICT [02:18]	
19T	There on the blackboard, we can see the projected problem that we are solving
20T	Use the knowledge acquired in the previous problems, because there, you have calculated the value of the measurements of some triangles with their homologous sides
21T	You have also previously calculated the value of proportionality
DIDACTIC SITUATIONS [02:52]	
STUDENTS SPEAKING SPANISH [03:18]	
22T	Understood?
STUDENTS SPEAKING NAHUATL DIALECT [03:40]	
23T	Here you have two possibilities. To solve the problem, you can use one of the two methods, ok, but also you can verify the solution using the other method.
24T	The most correct thing is to be "like that" (the teacher points out the student's sheet).
SHARING [03:44]	
25S	The answer to the problem is 5.23 (She explains the procedure used and writes it on the board)
26S	Then we apply a rule of three, and X is 5.23
27T	You got the same results by both methods. Good
28T	So, the height of the tree is 5.23
29	The students go to study outside, into the schoolyard
30T	'This' times 'this' divided 'this other' is equal to the height of the post
31S	Ah!
32T	Now you have to do the same procedure. You are going to choose a small tree and measure its shadow with the measuring tape.
ADDITIONAL ACTIVITIES [06:41]	
33I	Teacher, we have to present to the school supervision evidence of the problems that are carried out according to the secondary reform. Could you briefly comment on what are you doing, the students educational level, the kind of instruction, and what mathematical knowledge you are studying in this moment?
34T	These students are grade 3 (course A)
35T	We are studying the similar triangles. So, the reform involves exercises applying similarity. So we are solving some problems about that.
36T	We are working now in the schoolyard; in this way, the students have practical experience to calculate the height of some trees/poles, which are difficult to measure.
37T	This problem is solved using similarity of triangles
38T	They measure the shadow of some objects, and based on that data, they calculate their heights
39I	Okay teacher. Thank you so much. These are the problems currently proposed by the reform. In this moment, are you developing any particular task?
39T	Of course, Similarity triangles

S: Student - Ss: Students - I: Interviewer - T: Teacher

Source: by authors.

### Chart 1- Didactic reflection task (guide for prospective teachers).

At the following link we find a video of a math class: [http://www.youtube.com/watch?v=60s\\_0Ya2-d8](http://www.youtube.com/watch?v=60s_0Ya2-d8). After watching the video, work in teams and prepare a report answering the questions below:

1) Description: *What is happening?*

- a. What mathematical content is studied?
- b. Which meanings characterize the content studied?
- c. What are the context and the educational level in which the class takes place?
- d. What does the teacher do?
- e. What does the student do?
- f. What resources are used?
- g. What prior knowledge should students have in order to tackle the task?
- h. What learning difficulties/conflicts are manifested?
- i. What norms (regulations, habits, customs) make possible and condition the development of the class?

2) Explanation: *Why is it happening?*

- a. Why is that content studied?
- b. Why is a realistic problem used to study the content?
- c. Why does the teacher act the way he does?
- d. Why do students act the way they do?

3) Evaluation: *What could be improved?*

Issue a reasoned judgment on the teaching observed in the following aspects, indicating some changes that could be introduced to improve it:

- a. Epistemic (mathematical content studied)
- b. Ecological (relations with other subjects, curriculum)
- c. Cognitive (previous knowledge, learning, ...)
- d. Affective (interest, motivation, ...)
- e. Interactional (modes of interaction between teacher and students)
- f. Mediational (resources used)

4) *Limitations of the available information:*

What additional information would be necessary to make the analysis carried out more accurate and reasoned?

Source: Done by authors. Adaptation of the task proposed by Godino and Neto (2013).

### Evaluation phase

As mentioned above, the evaluation processes of educational interventions are complex, since they involve different dimensions and components. Thus, to reach a reasoned judgment on the epistemic, ecological, cognitive, affective, interactional, and mediational facets, as requested in Table 1, we considered as necessary for students to have two weeks to complete the task in a portfolio format. That is, presenting a complete document that shows the development of the entire design.

## Assessment phase

At the end of the design cycle, the prospective teachers were asked to complete an anonymous survey on the following five aspects:

1. Clarity of the task and language.
2. Adequacy of the methodology followed (kind of work, teacher's explanation, and resources).
3. Degree of motivation and interest aroused by experience.
4. Achieved level of learning.
5. Degree of global relevance of the workshop for your training as a teacher of mathematics.

They were asked to assess the items according to the scale of [1-5], being 1: minimum value and 5: maximum value. There was also room for them to add any comments they considered relevant to improve the activity.

Twenty-six participants out of twenty-seven completed the survey; the median score in all the items was 4; the minimum score was 2 and maximum 5. The analysis of this survey provides valuable information for the retrospective analysis, being a means of reflection for the researchers.

## Results: learning achievement indicators

When students watch the video for the first time, they focus on specific elements, which are known to them as *good practices*. In this way, positively valued issues appear, such as the use of problems with context, collaborative work, classroom arrangement, the use of technological resources, sharing, respect, class dynamics and fieldwork. However, the first analysis they perform is based on superficial characteristics and without connections between the information collected by the items in the reflection guide.

The group discussion aims “[...] to help the prospective teachers to acquire professional teaching competencies” (LLINARES, 2012, p.24). In this case, these competencies are focused on implementing the system of indicators and components previously studied. In this way, it is possible to find more elaborate and organized analysis in the answers (portfolios), where the students seek to establish key connections between those elements that seemed important to them. It should be highlighted that of 24 portfolios delivered in the final stage, 20 of them presented an analysis where possible improvements are proposed to increase the suitability of the observed study process. However, not every participant wanted to give a low, medium or high assessment of each facet considering that a lot of additional information is required in order to assess them.

The following subsections show prototypical examples of significant responses collected from the experience, considering the participants' reflection on each of the six facets. In this sense, we have considered how their answers contributed in the first and second part of the task (description and explanation of the teaching situation) to

make the assessment of the third part (Chart 1). The aim is to confront the analysis of the participants with the *a priori* analysis of the researchers. The latter allows opening a range of possible *expert responses* and thus to highlight the importance of knowing and being competent in the use of the didactic suitability tool and training as reflective professionals capable of assessing and improving their own practice.

### Epistemic facet

A key point to assess the epistemic facet (institutional mathematical knowledge) is to reflect on the type of situations-problems implemented in the video-recorded class episode. Although the participants notice that it is not possible to observe a representative and articulated sample of contextualization, exercising and application tasks in only nine minutes, the presence of a problem guide on inaccessible height calculation stands out, as well as the field work in the school courtyard. From a mathematical point of view, the prospective teachers notice that the studied content allows us to put into practice significant and relevant mathematical practices (knowledge, comprehensions and competences): geometric proportionality, linear function, similarity of triangles, calculation of inaccessible heights and distances. They assess positively the type of problems that allow to explore this content, as well as the type of languages that they mobilize.

The first problem that is considered is to calculate the height of a tree from a drawing that models the situation. We highlight the following student's response (R)<sup>4</sup>:

R1. Calculate the height measurement is useful to contextualize, apply and exercise the contents of similarity of triangles and proportionality. In addition, this type of situations uses different methods of expression: verbal-visual (in the yard); graphic (interpretation of the data); symbolic-arithmetic (because it requires calculations to solve the task).

However, the prospective teacher highlights important aspects such as: *Lack of precision in the teacher's language and concepts referred to* (Table 1, items 20T and 30T); likewise, they identify aspects that should be improved, such as the lack of didactic situations to argue and generate definitions or propositions:

R<sub>2</sub>. Although the problematic situations that appear seems to enhance the connections between the different concepts, propositions and procedures, the absence of moments of argumentation or justification, make the task itself become a mere exercise of application of a rule. It does not mean that it is incorrect, but it would be appropriate to add statements as 'justify your answer', in this way students can establish relationships between previously studied concepts and the teacher can evaluate their knowledge on the subject.

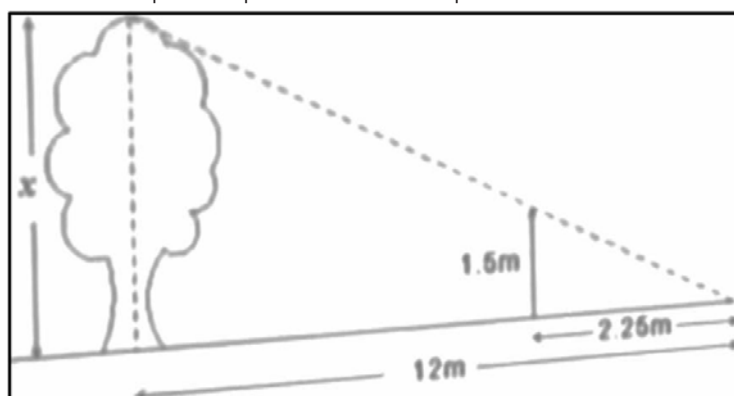
---

**4-** R1, R2, ... refer, respectively, to each answer given by prospective teachers.

The next participant has previously considered the meanings that characterize the similarity of triangles to argue why such improvements should be made. This means that he/she has taken into account the analysis obtained from part 1 of the reflection task.

R<sub>3</sub>. If this is a problem of contextualization [Figure 1] it can be improved, because the problem as it is posed is a bit artificial. There are applications of the similarity to real situations better posed, such as, for example, not only to calculate inaccessible lengths, but also how is reality represented? (representation on maps, plans, etc.); How are images reproduced? (projections); also using diverse material resources, dynamics, or the history of mathematics itself: how did Thales use knowledge about the similarity of triangles to calculate the height of the Egyptian pyramid, or ethnomathematics taking advantage of the variety of cultures of the country and within the classroom. Nor is it problematized, for example, why this is a context of similarity of triangles.

**Figure 1-** Mathematical problem posed to the class-episode students.



Source: Image retrieved from video-recorded episode (2:11 minutes).

### Ecological facet

The participants were able to identify components and indicators that characterize this facet by articulating their responses with the previous analyzes obtained from part 1 and 2 of the task. They evaluated the adequacy of the content and its implementation according to the curricular guidelines that mark the new reform of Mexico<sup>5</sup> (2011), which conditions the development of the class.

Some aspects to be improved are the implementation of problems emphasizing intra/interdisciplinary connections, as well as situations of innovation and reflective practice:

**5 -** The curricular reform (2011) is not a radical reform. The main points of attention are in the teaching performance, in what refers to the design of teaching situations, reorganization of the teaching environment and ways of working in the classroom, giving rise to different relationships between students, teacher, and content, in addition to the use of reading, audiovisual and computer resources. Some of those critical points are mentioned at the end of the proposed video.



R<sub>4</sub>. Although the teacher tries to make way for the opening of new technologies [Table 1, item 19T], the observation of the video-recorded class does not allow showing its real use. It is not just about innovating as suggested by the reform; it must be done in a justified way with respect to the different activities [statements] proposed.

### Cognitive facet

The prospective teachers focused their attention on the prior knowledge needed to address the calculation of inaccessible heights. If we focus on the section: *what prior knowledge students should have to approach the task?* (Chart 1), only three of twenty-four prospective teachers do not answer 'the simple rule of three'. These participants are aware that 'the rule of three' is a procedure to solve a task and not the objective itself; their reflections are coherent and highlight the importance of justifying procedures. For instance, the following prospective teacher reflects:

R<sub>5</sub>. During fieldwork they [students] collect information and apply Thales' theorem when the conditions of the theorem are not met (e.g., parallelism). At least they should consider certain assumptions to solve them [tasks], or the teacher could take advantage to do it, and thus generate instances of institutionalization.

The same student adds:

R<sub>6</sub>. The teacher must know: the role of argumentation and validation when mathematical justification is carried out; the students' difficulties about proportional reasoning and the generalization of the contents explained.

The remaining twenty-one participants indicate that the simple rule of three is *a priori* knowledge necessary to solve the tasks. Among these answers, nineteen of them believe that the similarity of triangles and Thales's theorem are not prior knowledge. In addition, they value positively the cognitive facet, since they consider that the students are capable of satisfactorily applying the rule of three, or at least it is an accessible objective.

Wilhelmi (2017) assesses the epistemic suitability of teaching proportionality in the secondary education curriculum. The author points out that, although the rule of three (a particular form of cross-product) is not included homogeneously in international curricula, the teaching of this rule has persisted in the school as prototypical model of the proportionality. While this was discussed in class, it seems that the rule of three is a procedure that is deeply rooted in its formation, as well as the deliberate use of proportionality relations:

R<sub>7</sub>. Students use the rule of three because the segments are proportional; that is easily demonstrated from the measurement of the sides [pointing to Figure 1].

The two remaining prospective teachers emphasize that the use of the simple rule of three is important as *a prior knowledge necessary* to solve the task. However, their later reflections are in contradiction since they value negatively the learning linked to the application of rules and mechanical procedures. That is, how is it possible to consider this rule as an important knowledge and, at the same time, to consider learning using this rule as erroneous? In fact, the habitual use of the rule of three in the schools is purely instrumental “[...] concealing in a certain way the intervention of the ratios and proportion, which may imply a degenerate meaning of the arithmetical proportionality” (GODINO et al., 2017, p. 6-7).

Finally, the participants have not made a value judgment about the learning achieved, certainly because in the video it is not possible to observe it, but they did highlight possible learning difficulties:

R<sub>8</sub>. Not all students start from the same initial level of concepts and learning. For example, during the fieldwork, it seems that not everyone works and that not everyone understood the statements. It could be due to the fact that in the sharing phase the different results found are not discussed.

Others highlight cognitive difficulties such as to find a *unit of measurement*, *difficulties with the notion of direct proportionality*, etc. Assuming the possible learning conflicts is an advance in the process of professional reflection.

### **Affective facet**

The assessments that are identified as related to this facet are very superficial, such as: fieldwork generates motivation; it allows assessing mathematics in everyday life. Only one prospective teacher negatively assessed this facet:

R<sub>9</sub>. The students are not interested in the task. Not everyone works and, surely, not everyone learns, since there is no argumentation in the mathematical work. You could think about smaller work groups, involve other materials, motivate them with questions and discuss the results.

### **Interactional facet**

The participants' reflections are related to the information obtained from the previous questions. In general, competences about reflection on the different modes of interaction are observed: between students and teachers, between students and about the autonomous study. The participants identify rules established in class such as the classroom arrangement, raising a hand to call the teacher, the role of the teacher as an observer in the class. They also make reasonable judgments about these. Regarding the teacher's role, the prospective teachers classify him as the protagonist of the class. They admit that the purpose of sharing is to present the answer to the problem:

R<sub>10</sub>. It seems that the student who goes to the blackboard already knows that he has the right results and also will not be questioned. It would be ideal to give everyone the opportunity to confront their results.

Four answers show superficial analysis, such as: *There is a fluid dialogue between the students and the teacher, and between the students among themselves.* We consider it a false impression created by the collaborative work dynamics.

### **Mediational facet**

The prospective teachers referred to the use of different manipulative materials, as scarce and unproductive, valuing this facet as not very suitable; while recognizing the importance of problem guidance and the use of calculators, participants emphasize that computer resources are very valuable in this type of content but they are not present:

R<sub>11</sub>. It would be advisable to use dynamic software to show, for example, how the shadow of a tree varies as the sun passes through different points, thus generating moments where students should estimate, test hypothesis and search for relationships between height and shadow, without needing to calculate it.

During fieldwork, the students use graduated rules, their feet, hands and other elements to measure the shadows, so the measurements are not precise. In this sense, they suggest incorporating moments where the teacher could problematize the situation, as for example, to discuss the problem of the measurement precision and standardization in the fieldwork and to acquire competence in the correct measure of lengths.

Regarding the number of students and the time devoted to the task, the prospective teachers consider that they could be adequate, but there is a lack of data to assess these aspects and others such as the time in which this subject is taught and the distribution of time to each task.

### **Interaction among the different facets**

In addition to the evaluations of each facet, both in class interactions and in written responses, prospective teachers stated that the facets analyzed are articulated with each other and that it is often difficult to differentiate them:

R<sub>12</sub>. [About cognitive suitability] It would be positive for all the students to make a sharing by not only showing the results obtained, but also the difficulties encountered during the development of the activity, where the teacher can use various resources to question the students and include them in an environment where they have [the students] to justify their results. In this case, speaking about the cognitive dimension also implies the affective and interactional dimension.

R<sub>13</sub>. It is impossible to focus the analysis on only one facet. This makes me think about the complexity of teaching and learning processes, particularly, of mathematics. A clear example for me is about the time spent. Although in this case it is not possible to know, it is undoubtedly a factor that affects the entire study process: in the ecological: how is the program of the subject designed? Epistemic: how is the content organized? Cognitive: is the intended knowledge within the reach of the students? Interactions: are individual, group, discussion, etc., taken into account? When reading the article [Godino, 2013] I realized how this model allows us to become aware of these relationships.

As shown in this section, the results indicate the effectiveness of the theoretical model put into practice, as well as awareness of the importance of incorporating reflective learning in university teaching (ALSINA, 2010).

## **Retrospective analysis of the design cycle**

As reflective researchers, a retrospective look at the design and its implementation is necessary to become aware of the limits and challenges that remain to be overcome.

Firstly, an *a priori* analysis of the didactic situation reveals a high *epistemic-ecological suitability*. The implementation stages are articulated to each other and appropriate to the formative level involved. In each educational situation proposed, the prospective teachers are faced with moments in which they have to investigate, interpret, relate meanings, discuss, and argue. In addition, this didactic design shows openness to innovation based on research and reflective practice. The video-recorded class offers a small window into the world of education; in this sense, it is fundamental to consider that the information shown in it is limited (SHERIN, 2004); therefore, the participants' answers could be superficial or simplistic. To address this problem, the task in Figure 1 proposes to assess the observable aspects and reflect on those not available to achieve more detailed answers.

Regarding the formative course itself, the educational objective was to *initiate* prospective teachers in the development of their reflective competence. The final productions (portfolio) could have been more elaborate, supported by complementary information search and new specific readings; nevertheless, the intended contents have been achieved assessing as suitable the cognitive facet. More time was dedicated to the moments of group discussion; these moments played a major role and were of great interest for the participants, who presented their arguments and critical analysis in the sharing. They also expressed their commitment to the resolution and homework submission. On the other hand, Cooney (1994) argues that, in these processes to develop reflection, it is necessary that teachers/participants feel the motivation to reflect. In this experience, the observation of a real classroom was the main focus of attention for participants, as indicated by the results of research on this topic (PONTE, 2011; CLIMENT et al., 2013), concluding that the affective facet is highly suitable. In the assessment phase (described in the *Evaluation phase* section), regarding the degree of motivation raised by the experience, a prospective teacher writes:

I would have loved to have known this tool [didactical suitability] before. It is very useful for example to reflect on: how to look at what is wrong in a class, and what aspects could be improved.

On the other hand, the low mediational suitability is attributed mainly to the limitations of the time allotted. While this type of design research occurs in real class environments, where it is not possible to have a greater workload, the short period of time between the implemented tasks reveals a great limitation of this study. The discussion of the final answers, delivered in the portfolio, did not take place within the class. In this sense, we consider that an exchange of final answers would have provided a greater opportunity for the participants to develop ways of reflecting on the different facets and appropriating the theoretical framework offered by this design. According to other research (AMADOR, 2016), the inclusion of additional experiences, or thinking about continuous cycles in teacher training, would be beneficial for prospective teachers to acquire greater competence in reflecting on the practice.

Regarding the quality of the interactions in the classroom, we consider that it has been high, highlighting the dialogue and discussions in the classroom, the inclusion of the prospective teachers in the class dynamics, the appropriate presentation of the topic using various resources. In addition, moments of autonomous study and continuous evaluation were contemplated.

## **Conclusions**

In this article, two main questions have been raised:

- 1) What theoretical tools could be available to prospective teachers of mathematics, helping them to reflect, in a systematic way, on the educational processes that take place?
- 2) What kinds of strategies are feasible to educate reflective professionals?

In relation to the first question, we have shown that the system of facets, components and indicators of didactical suitability allows putting into action key decision points for reflection and innovation towards the introduction of substantiated changes. Didactical suitability, as a theoretical and methodological construct, is a tool that has been implemented in the training of teachers in various Spanish and Latin American universities (BREDA, FONT, LIMA, 2015). Other authors have also highlighted its use for identifying improvement of teaching units, as shown by Castro and other authors (2013).

Considering the second question, this work proposes an example of design research in which this theoretical tool is made operational in the different stages of implementation. Although the different factors affecting the educational processes are complex, the participants of this study have positively evaluated this type of didactic situations for their formation, highlighting them as necessary; moreover, highlighting their usefulness for the next stage of his/her professional work: lesson planning and implementation of professional practices in a school institution. It is worth noting that three students have

continued their master's thesis using the didactic suitability tool to reflect on their own teaching practice.

On the other hand, the use of video recordings as a resource has been widely recognized in teacher training (ALSAWAIE, ALGHAZO, 2010), and has undoubtedly proved to be a suitable training strategy, as it allows prospective teachers “[...] to view a lesson from a perspective of an observer” (SHERIN, 2004, p. 22). However, we must not forget that “[...] it is the reflection on and analysis of the practice of teaching mathematics that creates the conditions for the construction of useful knowledge to teach mathematics” (LLINARES; VALLS, 2009, p 9). This reflection can be supported by episodes of video-recorded lessons, transcribed fragments, simulated situations, or the teaching experiences themselves.

## References

- ALSAWAIE, Othman; ALGHAZO, Iman. The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyse mathematics teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 13, n. 2, p. 223-241, jun. 2010.
- ALSINA, Ángel. El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: un modelo para aprender a enseñar matemáticas. **Educación Matemática**, México, v. 22, n. 1, p. 149-166, abr. 2010.
- AMADOR, Julie. Professional noticing practices of novice mathematics teacher educators. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 14, n. 1, p. 217-241, feb. 2016.
- BREDA, Adriana; FONT, Vicenç; LIMA, Valderez. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 1-41, 2015.
- BREDA, Adriana; LIMA, Valderez. Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. **REDIMAT**, Barcelona, v. 5, n. 1, p. 74-103, feb. 2016.
- CASTRO, Andreia et al. Iniciação à investigação em educação matemática: exemplo de duas tarefas com recurso ao Geogebra. **Indagatio Didactica**, Aveiro, v. 5, n. 1, p. 127-148, jul. 2013.
- COONEY, Thomas J. Teacher education as an exercise in adaptation. In: AICHELE, Douglas; COXFORD, Arthur (Ed.). **Professional development for teachers of mathematics**. Reston: NCTM, 1994. p. 9-22.
- CLIMENT, Nuria et al. ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula? **Relime**, México, DC, v. 16, n. 1, p. 13-36, mar. 2013.
- DAVIS, Brent. Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. **Mathematics Teaching in the Middle School**, Reston, v. 14, n. 2, p. 86-91, sep. 2008.
- ELLIOT, John. **El cambio educativo desde la investigación-acción en educación**. Madrid: Morata, 1993.
- FERNÁNDEZ, Clea; YOSHIDA, Makoto. **Lesson study**: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning. Mahwah: Erlbaum, 2004.

GARCÍA, Mercedes; SÁNCHEZ, Victoria; ESCUDERO, Isabel. Learning through reflection in mathematics teacher education. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 64, n. 1, p. 1-17, 2007.

GELLERT, Uwe; BECERRA, Rosa; CHAPMAN, Olive. Research methods in mathematics teacher education. In: CLEMENTS, Ken et al.(Ed.). **Third international handbook of mathematics education**. v. 27. New York: Springer-Verlag, 2013. p. 327-360.

GODINO, Juan. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San José, n. 11, p. 111-132, dic. 2013.

GODINO, Juan; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**, Berlín, v. 39, n. 1-2, p. 127-135, mar. 2007.

GODINO, Juan; NETO, Teresa. Actividades de iniciación a la investigación en educación matemática. **UNO**, Barcelona, v. 63, p. 69-76, 2013.

GODINO, Juan et al. Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. In: FERNÁNDEZ, Catalina et al. (Ed.). **Investigación en educación matemática XIX**. Málaga: SEIEM, 2016. p. 272-285.

GODINO, Juan et al. Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad. In: CONTRERAS, José et al. (Ed.). CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL SOBRE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS. 2., Granada, 2017. **Actas del...** Granada: Universidad de Granada: CIVEOS, 2017. p. 1-13.

HODGEN, Jeremy; JOHNSON, David. Teacher reflection, identity and belief change in the context of primary CAME. In: MILLETT, Alison; BROWN, Margaret; ASKEW, Mike (Ed.). **Primary mathematics and the developing professional**. Netherlands: Springer, 2004. p. 219-244.

KELLY, Anthony; LESH, Richard; BAEK, John (Ed.). **Handbook of design research in methods in education: innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching**. New York: Routledge, 2008.

LLINARES, Salvador. Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, España, v. 1, n. 2, p. 53-70, 2012.

LLINARES, Salvador; VALLS Julia. The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. **Instructional Science**, Países Bajos, v. 37, n. 3, p. 247-271, may 2009.

MASON, John. **Researching your own practice: the discipline of noticing**. London: Routledge-Falmer, 2002.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

PONTE, João. Using video episodes to reflect on the role of the teacher in mathematical discussions. In: ZASLAVSKY, Orit; SULLIVAN, Peter (Ed.). **Constructing knowledge for teaching secondary mathematics**, mathematics teacher education. New York: Springer, 2011. p. 249-261.

RAMOS, Ana B.; FONT, Vicenç. Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. **Relime**, México, v. 11, n. 2, p. 233-265, 2008.

RAMOS-RODRÍGUEZ, Elizabeth; FLORES, Pablo M.; PONTE, João. An approach to the notion of reflective teacher and its exemplification on mathematics education. **Systemic Practice and Action Research**, New York, v. 30, n. 1, p. 85-102, may. 2016.

SCHOENFELD, Alan. H. Toward a theory of teaching-in-context. **Issues in Education**, Las Vegas, v. 4, n. 1, p. 1-94, 1998.

SCHÖN, Donald A. **The reflective practitioner: how professionals think in action**. New York, NY: Basic Books, 1983.

SECKEL, María José; FONT, Vicenç. Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. **Praxis Educacional**, Bahia, v. 11, n. 19, p. 55-75, 2015.

SHERIN, Miriam. New perspectives on the role of video in teacher education. In: BROPHY, Jere (Ed.). **Advances in research on teaching: using video in teacher education**. v. 10. Oxford: Elsevier Science, 2004. p. 1-27.

STOCKERO, Shari. L. Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 11, n. 5, p. 373-394, sep. 2008.

WILHELMI, Miguel. Proporcionalidad en educación primaria y secundaria. In: CONTRERAS, José et al. (Ed.). CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL SOBRE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS, 2. 2017, Granada. **Actas del...** Granada: Universidad de Granada / CIVEOS, 2017. p. 1-16.

*Received on November 15, 2016*

*Revised on February 21, 2017*

*Accepted on March 21, 2017*

**Belén Giacomone** is PhD candidate at the University of Granada and master's degree at the same university.

**Juan D. Godino** is doctor from the University of Granada, professor at the same university.

**Pablo Beltrán-Pellicer** is doctor by the National University of Distance Education (UNED), assistant professor at the University of Zaragoza.