Facultad de Ciencias
Universidad Zaragoza

Universidad
Zaragoza
1542

Construcción de horarios escolares. Aproximaciones mediante programas de programación lineal entera.

Juan Peiró Esteban

Trabajo de Fin de Máster
Máster en Modelización e Investigación Matemática, Computación y Estadística

Director: Pedro Mateo Collazos

28 de noviembre de 2018

Índice general

Capítulo 1

Prólogo.

Esta memoria está dedicada al modelado y resolución de un problema importante como es el diseño de horarios. Este problema toma una especial relevancia al tratarse de un horario para colegios en donde los profesores pueden impartir varias asignaturas distintas, con lo que no se trata sólo de asignarles una única asignatura sino que disponen de un conjunto de asignaturas en distintos cursos que hay que coordinar y asignar.

El trabajo se plantea inicialmente bajo una situación general en la que no se plantean más requerimientos que los obligados y sensatos, como son cubrir todas las sesiones requeridas por los alumnos, que los maestros no trabajen más horas de las disponibles semanalmente y que las asignaturas se asignen a los maestros de forma completa, evitando la docencia compartida de estas. Posteriormente se modelará la situación específica del C.E.I.P. Hermanos Marx, perteneciente al barrio del Actur en Zaragoza. En este segundo modelado se añadirán una serie de condicionamientos considerados por el equipo directivo del centro para tratar de garantizar una mejor calidad docente y otros elementos derivados del funcionamiento propio del centro.

Una vez modelados dichos problemas se planteará su resolución directa mediante técnicas de programación lineal entera, algoritmos de «Branch & Cut». En vista del tiempo necesario para la resolución del problema particular del C.E.I.P. Hermanos Marx, se desarrollará un algoritmo iterativo para aproximar la solución del problema particular, que proporcionará muy buenas soluciones en un tiempo razonable.

La memoria constará de los siguientes apartados:

- Capítulo 1: se presentarán los problemas básico y el correspondiente al C.P Hermanos Marx.
- Capítulo 2: se realizará el modelado de ambos problemas.
- Capítulo 3: se resolverán los modelos mediante la técnica directa clásica y mediante la nueva aproximación propuesta. En este mismo tercer capítulo se comentarán los resultados obtenidos.

Capítulo 2

Descripción del problema.

A lo largo del la presente memoria del Trabajo de Fin de Máster trataremos la temática y problemática de la organización de horarios en colegios para el ciclo de Educación Primaria, extrapolable también en el caso del modelo educativo del Estado español a la organización de horarios en institutos. En el Capítulo 2 nos centraremos en el desarrollo logístico del problema, para entrar más adelante en su desarrollo matemático en el Capítulo 3. El caso concreto de estudio será el C.E.I.P. Hermanos Marx, situado en el barrio de Actur en la ciudad de Zaragoza.

2.1. Problema básico.

Describiremos en esta sección el problema de organización de horarios general, extrapolable a un gran número de centros escolares ampliándolo para incorporar las particularidades de estos. Para poder establecer el modelo de organización requeriremos conocer:

- Los huecos en el horario del colegio, tanto los días en los que se divide como el número y duración de todas las sesiones, que serán asumidas como de igual periodo de tiempo.

- También dispondremos del número de cursos existentes, así como el número de grupos, caracterizados por una letra, existentes por curso. En general, el número de grupos en los que se divide un curso puede cambiar en función del total de alumnos en este.

- Las asignaturas cuya docencia es requerida. Conoceremos su tipo, el grupo en el que deben ser impartidas, las lecciones semanales requeridas y las lecciones diarias máximas y mínimas a impartir. A consecuencia de esto, necesitaremos conocer también el listado de tipos diferentes de asignaturas que se imparten a lo largo de los diferentes grupos dentro del total de grupos existentes. Supondremos que el cómputo total de lecciones requeridas para todos los tipos de asignaturas impartidos en un grupo determinado (curso y letra) es exactamente igual al número de sesiones semanales planeadas en el horario, de tal manera que no queden huecos en este para ningún grupo.

- El listado de maestros en plantilla, tanto de los tipos o perfiles existentes como del número de cada uno de estos. A su vez, también requeriremos el número de sesiones semanales que se encuentra disponible cada maestro y los huecos del horario en los que puede impartir clase. En relación a esto, también conoceremos los tipos de asignaturas que es capaz de impartir cada uno de los maestros.

- La asignación entre los diferentes grupos de cada curso y los posibles tutores entre los candidatos de la lista general de maestros, de tal manera que ningún grupo quede sin tutorizar. Aquellos maestros contratados a jornada completa serán los candidatos para tutorizar alguno de los grupos existentes. Además, requeriremos la asignación de la docencia de la asignatura de Tutoría de cada grupo a su correspondiente tutor.

Estas serán las características de un modelo genérico aplicable a cualquier centro. Las características de nuestro centro estudiado para este modelo común serán:

- Los huecos del horario vendrán dados en días desde el lunes hasta el viernes, todos ellos con seis sesiones de 45 min de duración cada una, desde 1ª a 6ª. Por lo tanto, el número total de sesiones semanales será 30 para todos los grupos, ya que recordemos que el total de asignaturas y sesiones requeridas se ajusta de tal manera que no queden huecos en el horario de ningún grupo.

- Los cursos recorrerán desde 1º hasta 6º, ambos inclusive. En los cursos entre 1º y 3º nos encontraremos con dos letras diferentes, conformando los dos diferentes grupos A y B en este tramo. Por otra parte, en los cursos entre 4º y 6º nos encontraremos con tres letras diferentes, conformando los tres diferentes grupos A, B y C en este otro tramo. De esta manera, la estructura de grupos será:

Curso	Letras	Número de grupos
1º	A, B	2
2º	A, B	2
3º	A, B	2
4º	A, B, C	3
5º	A, B, C	3
6º	A, B, C	3

Tabla 2.1: Estructura de grupos en el C.E.I.P. Hermanos Marx.

- Por otra parte, describiremos el tipo de asignaturas impartidas en el conjunto de todos los grupos:

Abreviatura	Tipo de asignatura
LE	Lengua
MA	Matemáticas
CN	Ciencias Naturales (castellano)
SC	Ciencias Naturales (inglés)
CS	Ciencias Sociales
IN	Inglés
EF	Educación Física
PL	Plástica (castellano)
PI	Plástica (inglés)
MU	Música (castellano)
MI	Música (inglés)
RE	Religión
VA	Valores
TU	Tutoría
FR	Francés

Tabla 2.2: Tipos de asignaturas en el C.E.I.P. Hermanos Marx.

Aquellas asignaturas en las que no se especifique el idioma serán impartidas únicamente en castellano. Mención especial reciben las asignaturas de Ciencias Naturales, Música y Plástica, que son impartidas en lengua inglesa dentro de determinados cursos y en lengua castellana dentro del resto. Estas serán consideradas asignaturas diferentes entre ellas en la práctica, ya que la docencia de las materias en inglés requiere una capacitación mayor para los maestros que la necesaria para impartirlas en castellano, como veremos en la posterior tabla resumen. Esto no supondrá un problema de cara a los diferentes grupos, ya que un grupo concreto requerirá la impartición de ese tipo de asignatura bien en castellano o bien en inglés, de forma excluyente.

Todas estas asignaturas serán requeridas o no para el conjunto de todas las letras dentro de un mismo curso, siendo común a estos citados grupos en sesiones requeridas a nivel semanal. La lista de estas asignaturas, con sus requerimientos semanales de sesiones, será:

	LE	*MA*	*CN*	*SC*	*CS*	*IN*	*EF*	*PL*	*PI*	*MU*	*MI*	*TU*	*FR*
1º	5	5	-	3	2	4	4	2	-	2	-	1	-
2º	5	5	-	3	2	4	4	2	-	2	-	1	-
3º	5	6	2	-	2	4	4	-	2	-	2	1	-
4º	5	6	2	-	2	4	4	-	2	-	2	1	-
5º	5	5	-	3	2	4	3	1	-	2	-	1	2
6º	5	5	-	2	2	4	3	2	-	2	-	1	2

Tabla 2.3: Asignaturas comunes a todas las letras de los diferentes cursos en el C.E.I.P. Hermanos Marx.

Por otra parte, también tendremos el caso de Religión y Valores, en el que escogeremos algunos grupos dentro de cada curso (determinadas letras) en que cursen o bien un tipo de asignatura o bien la otra, de forma excluyente. En los cursos 1º, 2º y 3º estableceremos un grupo en el que se imparta Religión, el correspondiente a la letra A, y otro en el que se imparta Valores, correspondiente a la letra B. Por otra parte, en los cursos 4º, 5º y 6º estableceremos dos grupos en los que se imparta Religión, correspondientes a las letras A y B, y otro en el que se imparta Valores, correspondiente a la letra C.[1]

De esta manera, la estructura de las asignaturas Religión y Valores necesarias por grupos (para cada letra existente dentro de cada curso) y su requerimiento de sesiones semanales entre paréntesis será:

	A	B	C
1º	*RE* (2)	*VA* (2)	-
2º	*RE* (2)	*VA* (2)	-
3º	*RE* (2)	*VA* (2)	-
4º	*RE* (2)	*RE* (2)	*VA* (2)
5º	*RE* (2)	*RE* (2)	*VA* (2)
6º	*RE* (2)	*RE* (2)	*VA* (2)

Tabla 2.4: Asignaturas de Religión y Valores por cursos y letras con requerimientos de sesiones semanales en el C.E.I.P. Hermanos Marx.

En cada grupo existente requeriremos las asignaturas comunes a su curso resumidas en el cuadro y la asignatura Religión o Valores correspondiente resumidas en el cuadro.

Antes de continuar, haremos un breve inciso para denotar que el cómputo total de sesiones semanales requeridas entre todas las asignaturas programadas para cualquier grupo perteneciente a cualquier curso es 30 en todos los casos. Este es a su vez el número de huecos totales en el calendario semanal, lo que implica que los horarios de todos los grupos estarán completos, sin

[1] La estructura de las asignaturas de Religión y Valores entre las letras de un determinado curso presentará posteriormente fuertes implicaciones a la hora de desarrollar el problema ampliado.

presentar ningún hueco en el horario. Veremos qué implicaciones tiene esto a la hora de modelar el problema más adelante.

Por último, nos quedará indicar el límite mínimo y máximo diario de lecciones de cada asignatura, que dependerá de su número de sesiones semanales requeridas. Trataremos de que aquellas asignaturas en las que puedan repartirse las sesiones requeridas de forma que dos lecciones no se acumule más de una en el mismo día. También intentaremos que, en el caso de que deban acumularse más de una diaria por requerimientos semanales, este número de sesiones diarias máximas sea el mínimo posible. Por lo tanto:

- Si el número de sesiones semanales requerido oscila entre 1 y 4, el número mínimo de sesiones diarias será 0 (podrán existir días sin lecciones de esa asignatura) y el número máximo de sesiones diarias será 1 (no podrán existir días con dos o más lecciones de esa asignatura).
- Si el número de sesiones semanales requerido es 5, el número mínimo de sesiones diarias será 1 (no podrán existir días sin lecciones de esa asignatura) y el número máximo de sesiones diarias será 1 (no podrán existir días con dos o más lecciones de esa asignatura). Por lo tanto, existirá cada día de la semana exactamente una lección de esa asignatura.
- Si el número de sesiones semanales requerido es 6, el número mínimo de sesiones diarias será 1 (no podrán existir días sin lecciones de esa asignatura) y el número máximo de sesiones diarias será 2 (podrán existir días con dos o más lecciones de esa asignatura). Por lo tanto, existirán 4 días de la semana con 1 lección programada y el restante día de la semana con 2 lecciones programadas.

- Los tipos de maestros existentes serán:

Abreviatura	Tipo de maestro
$PR1$	Maestro de Primaria sin especialidad
$PR2$	Maestro de Primaria sin especialidad con B2 de inglés
PIN	Maestro de Primaria con especialidad en Inglés
PEF	Maestro de Primaria con especialidad en Educación Física
PMU	Maestro de Primaria con especialidad en Música
PMI	Maestro de Primaria con especialidad en Música y B2 de inglés
PRE	Maestro de Primaria de Religión
PFR	Maestro de Primaria con especialidad en Francés

Tabla 2.5: Tipos de maestros en el C.E.I.P. Hermanos Marx.

Tendremos maestros contratados en tres regímenes diferentes, con diferentes disponibilidades semanales máximas asociadas:

- Jornada completa: 30 sesiones.
- Media jornada: 15 sesiones.
- Compartidos con otros ciclos: 8 sesiones [2].
- Miembros del equipo directivo: 8 sesiones.

[2]Existirán tanto un maestro especialista de Inglés como otro especialista de Religión que se encontrarán compartidos con el ciclo de Educación Infantil que es impartido (pero de cuya organización no nos encargaremos) también en este mismo centro junto al ciclo de Educación Primaria que estamos tratando. Esto ocurrirá con especialistas como los de Inglés o maestros como los de Religión, cuyas asignaturas homónimas solo pueden impartidos por su especialista correspondiente, por lo que resultarán muy demandados en ambos ciclos.

De esta manera, la distribución de los 24 maestros contratados por categoría será:

	Completa	Media	Compartido	Sindical	Directivo	Total
$PR1$	6	-	-	-	-	6
$PR2$	1	-	-	-	1	2
PIN	4	-	1	-	1	6
PEF	4	-	-	-	-	4
PMU	1	1	-	-	-	2
PMI	-	1	-	-	-	1
PRE	-	-	1	1	-	2
PFR	1	-	-	-	-	1
Total	17	2	2	1	2	24

Tabla 2.6: Distribución de los maestros del C.E.I.P. Hermanos Marx por tipo y contrato.

De tal manera que los diferentes docentes serán nombrados de la siguiente forma abreviada en función de su tipo de maestro, presentando a su vez los huecos en los que pueden impartir clases:

- Maestros de Primaria sin especialidad a tiempo completo: $PR1_1$, $PR1_2$, $PR1_3$, $PR1_4$, $PR1_5$, $PR1_6$. Se encontrarán disponibles en cualquier hueco de la semana, para cualquier sesión de cualquier día. Su tipo correspondiente será $PR1$.
- Maestro de Primaria sin especialidad con B2 de inglés a jornada completa: $PR2_1$. Se encontrará disponible en cualquier hueco de la semana, para cualquier sesión de cualquier día. Su tipo correspondiente será $PR2$.
- Maestro de Primaria sin especialidad con B2 de inglés en equipo directivo: $PR2_2$. Se encontrará disponible en cualquier hueco de la semana, para cualquier sesión de cualquier día. Su tipo correspondiente será $PR2$.
- Maestro de Primaria con especialidad de Inglés en equipo directivo: PIN_1. Se encontrará disponible en cualquier hueco de la semana, para cualquier sesión de cualquier día. Su tipo correspondiente será PIN.
- Maestros de Primaria con especialidad de Inglés a jornada completa: PIN_2, PIN_3, PIN_4,PIN_5. Se encontrarán disponibles en cualquier hueco de la semana, para cualquier sesión de cualquier día. Su tipo correspondiente será PIN.
- Maestro de Primaria con especialidad de Inglés compartido con otros centros: PIN_6. Se encontrará disponible desde el martes hasta el viernes, entre la 4ª y la 6ª sesión. Su tipo correspondiente será PIN.
- Maestros de Primaria con especialidad de Educación Física a jornada ciclos: PEF_1, PEF_2, PEF_3, PEF_4. Se encontrarán disponibles en cualquier hueco de la semana, para cualquier sesión de cualquier día. Su tipo correspondiente será PEF.
- Maestro de Primaria con especialidad de Música a media jornada: PMU_1. Se encontrará disponible entre lunes y miércoles. Su tipo correspondiente será PMU.
- Maestro de Primaria con especialidad de Música a jornada completa: PMU_2. Se encontrará disponible en cualquier hueco de la semana, para cualquier sesión de cualquier día. Su tipo correspondiente será PMU.
- Maestro de Primaria con especialidad de Música con B2 de inglés a media jornada: PMI_1. Se encontrará disponible entre miércoles y viernes. Su tipo correspondiente será PMI.
- Maestro de Primaria de Religión compartido con otros ciclos: PRE_1. Se encontrará disponible entre miércoles y viernes. Su tipo correspondiente será PRE.

- Maestro de Primaria de Religión en situación de liberado sindical: PRE_2. Se encontrará disponible entre miércoles y viernes. Su tipo correspondiente será PRE.
- Maestro de Primaria con especialidad de Francés a jornada completa: PFR_1. Se encontrará disponible en cualquier hueco de la semana, para cualquier sesión de cualquier día. Su tipo correspondiente será PFR.

Observamos como los maestros contratados a media jornada y jornada completa se encontrarán disponibles en todos los huecos del horario, así como los miembros del equipo directivo. Por otra parte, maestros compartidos con otros ciclos y liberados sindicales tendrán huecos restringidos en su horario.

Por último, un docente determinado podrá dar aquellos tipos de asignaturas que les permita su tipo de maestro correspondiente, de tal manera que:

	LE	*MA*	*CN*	*SC*	*CS*	*IN*	*EF*	*RE*	*VA*	*MI*	*PI*	*MU*	*PL*	*FR*	*TU*
*PR*1	✓	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✓
*PR*2	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✓	✗	✓
PIN	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✓	✗	✓
PEF	✓	✓	✓	✗	✓	✗	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✓
PMU	✓	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✓
PMI	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓
PRE	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
PFR	✓	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✓	✓

Tabla 2.7: Capacitación de docencia de asignaturas en el C.E.I.P. Hermanos Marx por tipo de maestro.

- Por último, la distribución de los tutores se realizará entre los candidatos correspondientes a aquellos maestros que se encuentran contratados a jornada completa. Esta distribución, como hemos comentado anteriormente, es predeterminada, conociéndose el tutor de cada grupo previamente a la resolución del problema.

	A	B	C
1º	$PR1_1$	PEF_1	-
2º	$PR2_1$	$PR1_2$	-
3º	PIN_2	PEF_2	-
4º	$PR1_3$	$PR1_4$	PIN_3
5º	$PR1_5$	PIN_4	PFR_1
6º	PIN_5	PEF_3	$PR1_6$

Tabla 2.8: Distribución de tutores por cursos en el C.E.I.P. Hermanos Marx.

Estos maestros serán encargados de la docencia de la asignatura de Tutoría de sus respectivos grupos tutorizados de forma previa a la resolución del problema. Los únicos maestros contratados a jornada completa que no tutorizan ningún grupo son PEF_4 y PMU_2.

De forma general, podremos describir la organización de horarios dentro de un colegio como la realización conjunta de las dos siguientes tareas:

- Organización de la docencia, consistente en una asignación de una serie de recursos, representados por los maestros, a una serie de requerimientos, dados por la docencia de asignaturas que deben ser impartidas en cada grupo.

- Deberemos asegurarnos de que ninguna de las asignaturas requeridas en ningún grupo se quede sin docente, no contemplando a su vez en este modelo la docencia compartida. [3] Por lo tanto, cada una de estas asignaturas ha de ser enseñada por un único maestro.
- Deberemos asegurarnos de que ninguno de los maestros supera su disponibilidad máxima semanal al realizar el cómputo total de las lecciones requeridas por cada una de las asignaturas cuya docencia le han sido asignadas.
- La docencia de la asignatura de Tutoría será asignada previamente entre cada tutor y su respectivo grupo, asignatura que no podrá ser impartida por absolutamente ningún otro maestro. Como este tipo de asignatura no presenta restricciones en la docencia por especialidad del maestro, esta asignación no presentará mayor problema.

- Organización de las lecciones, consistente en una asignación de una serie de recursos, representados por los maestros, a una serie de requerimientos, dados por las lecciones de asignaturas en huecos concretos para todos los grupos:

  - Deberemos asegurarnos de que ningún maestro tenga duplicidades en el horario, evitando que imparta más de una lección de diferentes asignaturas en el mismo hueco. Por otra parte, sí que permitiremos la existencia de huecos en sus horarios, ya que existe una cierta holgura a la hora de contratar maestros en sus disponibilidades semanales. Esto se traducirá también en parte en un mayor o menor número de guardias cuando el maestro titular no pueda asistir a la lección por determinadas circunstancias o de trabajo de despacho en función de las sesiones de docencia pura asignadas en el calendario.
  - Deberemos asegurarnos de que ningún grupo tenga duplicidades en el horario, evitando que reciban más de una lección de diferentes asignaturas en el mismo hueco. Por otra parte, no permitiremos la existencia de huecos en los horarios de ningún grupo, por las 30 lecciones semanales programadas para cada grupo que hemos comentado al inicio de la presente sección. Por lo tanto, requeriremos programar exactamente una lección de una asignatura en cada hueco de su calendario semanal.
  - Deberemos asegurarnos de que en todas las asignaturas se imparten exactamente el número de lecciones requeridas semanalmente.
  - Deberemos asegurarnos de que en todas las asignaturas se imparten diariamente un número de lecciones entre una cota mínima y otra máxima.

Dentro de estas tareas, no consideraremos la asignación de aulas especiales a determinadas lecciones dentro de determinadas asignaturas. Esto es debido a que estos recursos se suponen con suficiente margen como para que no resulte un problema su distribución y no superposición.

2.2. Caso particular.

En esta sección, procederemos a ampliar y completar el modelo general anterior para adaptarlo a las necesidades y características de nuestra entidad de estudio, el C.E.I.P. Hermanos Marx, y sus métodos de mejora de la enseñanza.

Estas se referirán en primer lugar al establecimiento de desdobles en todas las lecciones de la asignatura Matemáticas que resulten posible, dividiendo la clase en dos subgrupos con un menor número

[3] Esto no será así al ampliar el modelo básico en la Sección 2.2, ya que aunque formalmente mantendremos la restricción para su posterior modelización matemática sí que implantaremos desdobles impartidos por dos maestros: el tutor del propio grupo al que se le aplica el desdoble, que impartirá una lección estándar, y otro tutor de un grupo del mismo curso al que pertenece el citado grupo del desdoble, que impartirá un desdoble modelado como un hueco libre ficticio en su horario para asegurarnos de que no imparta ninguna otra lección durante ese hueco. No obstante, las lecciones de docencia de desdoble a otro grupo que el tutorizado contarán igualmente como lecciones estándar, afectando al cómputo global.

de alumnos, que posibilite una mejor docencia de esta. De esta manera, en cada hueco de desdoble dividiremos ambos grupos en dos subgrupos. Un subgrupo del grupo referenciado y otro del grupo de referencia se juntarán entre sí para dar una sesión de Educación Física con un determinado maestro. Por otra parte, el otro subgrupo de cada grupo correspondiente impartirá una sesión de Matemáticas, con su respectivo tutor. De esta manera, esta asignatura podrá ser explicada con grupos de alumnos más reducidos. Aunque el efecto de ello en las sesiones impartidas de cada una de estas dos asignaturas a cada grupo puede parecer confuso, al final la situación hará que un subgrupo dé en un desdoble Matemáticas y al siguiente de Educación Física, o viceversa, por lo que el cómputo de sesiones globales de cada asignatura no variará. Veamos cómo podremos modelizar esta situación. Realizaremos desdobles de una asignatura de Matemáticas de un determinado grupo (llamado referenciado) cuando su determinado grupo de referencia esté cursando Educación Física. Los grupos de referencia serán:

- Para los grupos entre 1º y 3º, el grupo de referencia del A será el B, mientras que el grupo de referencia del B será el A.
- Para los grupos entre 4º y 6º, el grupo de referencia del A será el C, mientras que el grupo de referencia del B será el A, y por último el grupo de referencia del C será el B.

Como las lecciones semanales requeridas para los diferentes cursos oscilan entre 3 y 4 en Educación Física y entre 5 y 6 en Matemáticas, siempre quedará alguna clase de Matemáticas en todos los grupos sin desdoble, impartida únicamente por el tutor del grupo. Sin embargo, como este compromiso resulta suficiente para el centro estudiado, no supondrá mayor problema. Obligaremos a que todos los tutores se encarguen de la asignatura de Matemáticas de su propio grupo tutorizado, ya que la estructura de los desdobles girará en torno a estos. A su vez, restringiremos que los tutores especialistas de Educación Física puedan encargarse de este tipo de asignatura de Educación Física dentro del curso al que pertenece su propio grupo tutorizado. Esto es así debido a que esto intervendría en la estructura de desdoble, haciendo que este tutor tuviese que dar una sesión de Matemáticas de un subgrupo de su grupo tutorizado en un determinado hueco y una sesión de Educación Física en su grupo de referencia al mismo tiempo. Por último, el tutor del grupo de referencia ha de encargarse de una sesión de desdoble de Matemáticas con su propio grupo tutorizado en ese hueco, por lo que deberá encontrarse libre de sesiones regulares en ese hueco para poder asumirla. En este sentido, para entender conceptualmente el desdoble lo modelaremos a lo largo de la Sección 3.3 como una sesión del tutor del grupo referenciado de Matemáticas en su propio grupo tutorizado, una sesión de Educación Física de un maestro distinto al tutor de referencia en el grupo de referencia y una sesión libre en el horario del tutor del grupo de referencia, ambas tres coordinadas en un mismo hueco del calendario semanal.

En segundo lugar, haremos coincidir en los calendarios de todos los grupos dentro un mismo curso las lecciones de sus asignaturas de Religión o Valores (recordemos que todos los grupos tienen asignadas una de estas dos asignaturas de forma excluyente) dentro del mismo hueco (mismo día y misma sesión). En el caso de los cursos entre 1º y 3º, sincronizaremos las lecciones de Religión de la letra A con las lecciones de Valores de la letra B, colocándolas en el mismo hueco del calendario semanal. Haremos lo mismo en el caso de los cursos entre 4º y 6º, colocando en el mismo hueco del calendario semanal las lecciones de Religión de la letra A, las lecciones de Religión de la letra B y las de Valores de la letra C. Haremos esto así para asegurarnos de que los alumnos, independientemente de la letra del curso a la que pertenezcan, puedan asistir a la asignatura que escojan sin restricciones. Estas asignaturas están ligadas a un grupo concreto como una manera de representar el problema, pero la situación real en el colegio es que:

- Entre los cursos 1º y 3º existen un grupo que hace Religión y otro que hace Valores.
- Entre los cursos 4º y 6º existen dos grupos que hacen Religión y otro que hace Valores.

En ambos casos, los alumnos de cada curso pueden asistir a una u otra asignatura dentro del citado grupo común a todas las letras del curso, debido a la simultaneidad de las lecciones. La división entre el número de grupos que imparten Religión y aquellos que imparten es realizada en función del porcentaje de alumnos matriculados en cada curso en cada asignatura. No obstante, deberemos entender que esta es una manera de modelar la situación real, por lo que los grupos de Religión y Valores no estarán vinculadas a los alumnos de un grupo concreto, sino que al coincidir temporalmente pueden ser asistidas por los alumnos de cualquier grupo en función de la asignatura cuya docencia prefieran recibir.

En tercer lugar, trataremos que todos los tutores den el mayor número posible de lecciones dentro de su propio grupo tutorizado, siempre sin exceder su límite semanal de lecciones disponibles con el computo total de las lecciones requeridas entre todas las asignaturas de cuya docencia se encarga, sean dentro del propio grupo tutorizado o fuera de este. En concreto, restringiremos la docencia de los tutores en función del curso al que pertenece su grupo tutorizado:

- Si tutoriza un grupo perteneciente a 1º, podrá asumir docencias de asignaturas de grupos de los cursos 1º, 2º y 3º.
- Si tutoriza un grupo entre 2º y 5º, dentro de grupos de su mismo curso y de los cursos superior e inferior.
- Si tutoriza un grupo perteneciente a 6º, podrá asumir docencias de asignaturas de grupos de los cursos 4º, 5º y 6º.

Esto se llevará a cabo con una excepción: la docencia de maestro especialistas de Educación Física de esa propia asignatura EF, que no se encontrará restringida para ningún curso salvo para aquel al que pertenece su grupo tutorizado, para poder posibilitar la estructura de desdobles anteriormente explicada dentro de esta sección.

En cuarto y último lugar, todos los maestros contratados a jornada completa y media se encargarán del equivalente a una lección de vigilancia de recreo semanalmente, que será sustraída previamente del total de su disponibilidad semanal.

De esta manera, los requerimientos del problema ampliado serán los expuestos en la Sección 2.1 sumados a los expuestos a continuación:

- Organización de la docencia:
  - Si un maestro especialista de Educación Física asume la docencia de una asignatura de Educación Física de un grupo perteneciente a un curso entre 1º y 3º, ha de asumir también la docencia de la asignatura del grupo restante dentro del curso. En el caso de que asuma la docencia de una asignatura de un grupo perteneciente a un curso entre 4º y 6º, ha de asumir también la docencia de ambas asignaturas de los dos grupos restantes dentro del curso. Haremos esto para posibilitar la organización de los desdobles, para impedir que un mismo tutor deba asignarse a su subgrupo de Educación Física y de Matemáticas al mismo tiempo. Hemos comentado anteriormente en esta misma Sección 2.2 que el tutor del grupo de referencia ha de quedarse libre en ese hueco en el que se lleva a cabo el desdoble. Para que esto sea posible, no podrá encargarse de ninguna de las asignaturas de su propio curso de Educación Física, ya que esto interrumpiría este desdoble de clases rotado entre los diferentes grupos dentro de un determinado curso (representados por sus letras correspondientes). Por último, para que estos desdobles puedan tener lugar tenemos que llevar a cabo ciertas restricciones que afecten a cada uno de los tutores implicados, tanto del grupo referenciado como del grupo de referencia. En el caso del tutor del grupo referenciado, deberemos asegurarnos de que imparta la docencia de la asignatura de Matemáticas de su propio grupo tutorizado para que pueda serle asignada la lección estándar asociada a este desdoble. Es una asignatura que puede ser impartida por cualquier maestro por capacitación de especialidad,

así que esto no supondrá mayor problema. Además, implicará sumar un número notable de lecciones semanales dentro del grupo tutorizado, lo que apunta en la dirección de los criterios de optimización de la docencia de tutores explicados a lo largo de esta sección. Este efecto será reforzado además por la asignación de la docencia de su asignatura de Tutoría a cada tutor. En el caso del tutor del grupo referenciado, deberá encontrarse libre en la sesión de desdoble, por lo que no deberá impartir las Matemáticas del grupo referenciado, algo que resulta imposible por la asignación a su propio tutor recién comentada, ni la Educación Física de su grupo. Por ello, en el caso de ser un tutor especialista de Educación Física (son los únicos que pueden impartir la asignatura homónima) se deberá restringir la docencia de la asignatura EF sobre su propio grupo. Como además hemos impuesto que los especialistas han de asumir la docencia de los grupos de un curso determinado en bloque, escogiéndolas todas ellas o ninguna de ellas, al restringir la docencia en una de ellas, no podrán e

- Los tutores por norma general tendrán restringida la docencia a grupos pertenecientes a cursos alejados del curso al que pertenece su grupo tutorizado. De tal forma, en el caso de que el tutor tutorice:
    - Un grupo perteneciente a 1º, podrá asumir docencias de asignaturas de grupos de los cursos 1º, 2º y 3º.
    - Un grupo perteneciente a 2º, podrá asumir docencias de asignaturas de grupos de los cursos 1º, 2º y 3º.
    - Un grupo perteneciente a 3º, podrá asumir docencias de asignaturas de grupos de los cursos 2º, 3º y 4º.
    - Un grupo perteneciente a 4º, podrá asumir docencias de asignaturas de grupos de los cursos 3º, 4º y 5º.
    - Un grupo perteneciente a 5º, podrá asumir docencias de asignaturas de grupos de los cursos 4º, 5º y 6º.
    - Un grupo perteneciente a 6º, podrá asumir docencias de asignaturas de grupos de los cursos 4º, 5º y 6º.

  Esto se hará así con la excepción del caso de los tutores cuya especialidad sea la de Educación Física, quienes podrán impartir la asignatura EF a cualquier grupo perteneciente a cualquier curso excepto aquel al que pertenece su grupo tutorizado, por las razones anteriormente comentadas en el primer punto de esta organización dela docencia. En el caso del resto de asignaturas que imparten estos tutores, existirán las mismas restricciones que acabamos de comentar.

  Por otra parte, trataremos que el conjunto de los tutores impartan el mayor número de sesiones posible dentro de su propio grupo tutorizado, y en el caso de que deban ser en grupo diferente dentro de los permitidos por las restricciones a la docencia, que sea un grupo que pertenezca al mismo grupo que el tutorizado o que pertenezca a un curso lo más cercano al de referencia del grupo tutorizado por el tutor.

  Los maestros que no sean tutores no tendrán más limitación a la docencia que su capacitación por especialidad, su disponibilidad de calendario en los diferentes huecos y su disponibilidad semanal máxima de lecciones.

- Organización del calendario semanal:
    - Para cada curso, las lecciones de Religión o Valores de todos los grupos pertenecientes a este han de sincronizarse en el mismo hueco del horario, es decir, en el mismo día y en la misma sesión. Esto será así para todas las lecciones requeridas por cada grupo en su respectiva asignatura (recordemos que todos los grupos tienen definida una u otra asignatura de forma excluyente). Por lo tanto, deberemos establecer en todos los huecos del horario semanal

para todos los cursos una condición de que se deben impartir lecciones de la respectiva asignatura requerida de Religión o Valores para todos los grupos que conforman el curso, 2 grupos entre los cursos 1º y 3º así como 3 grupos entre los cursos 4º y 6º, o no se ha de establecer ninguna lección en ese hueco de las citadas asignaturas en los grupos de ese curso.

- En cada hueco en el que se programa una lección de Educación Física para un determinado grupo, que será considerado el de referencia, estableceremos una lección de Matemáticas dentro de su determinado grupo referenciado según la relación:
  - Para los grupos en el curso 1º, el grupo de referencia del A será el B, mientras que el grupo de referencia del B será el A.
  - Para los grupos en el curso 2º, el grupo de referencia del A será el B, mientras que el grupo de referencia del B será el A.
  - Para los grupos en el curso 3º, el grupo de referencia del A será el B, mientras que el grupo de referencia del B será el A.
  - Para los grupos entre 4º y 6º, el grupo de referencia del A será el C, mientras que el grupo de referencia del B será el A, y por último el grupo de referencia del C será el B.

  Esta lección de Matemáticas será un desdoble, que resultará impartido entre el tutor del grupo referenciado y el tutor del grupo de referencia. Para no interferir en el requerimiento de docencia y sus respectivas lecciones de la asignatura por un único maestro que existe también en el problema ampliado, ya que recordemos que estas condiciones amplían las expuestas en la Sección 2.1, modelaremos el desdoble como la coincidencia en un hueco de una lección estándar por parte del tutor del citado grupo al que se le aplica el desdoble (grupo referenciado) y una sesión libre del tutor del grupo de referencia en ese mismo hueco, asegurándonos de que no imparta ninguna otra lección en ese día y sesión en que se establece el desdoble. Estas lecciones de desdoble a asignaturas de Matemáticas de cuya docencia regular no se encargan computan también para el límite semanal de lecciones a impartir, por parte del tutor del grupo referenciado al que se le asigna una lección estándar, pero también por parte del tutor del grupo de referencia al que modelamos liberando en el citado hueco. Por ello, deberán ser sustraídas previamente de la disponibilidad semanal todas las lecciones de desdoble especial que vaya a impartir. Estableceremos una lección de desdoble de Matemáticas en el grupo referenciado por cada lección de Educación Física en el grupo de referencia y. Observamos que el número de sesiones requeridas para la asignatura es siempre mayor en ese primer caso de MA que en ese segundo de EF, por lo que siempre se establecerán exactamente el número total de desdobles igual al requerimiento de la asignatura EF en las distintas letras de ese curso. Es por ello que deberemos restar cada tutor de su disponibilidad semanal de lecciones estándar para modelarlas como desdobles especiales en los que no imparten una lección estándar, entendiendo en ese sentido según el modelado que se quedan libres, pero asignándoseles una lección de desdoble especial.

- Las lecciones de Religión o Valores asignadas a las diferentes letras de un curso han de llevarse a cabo simultáneamente en el mismo hueco del horario. Esto implicará coordinar las lecciones de los dos grupos existentes en el caso de que se trate de un curso entre 1º y 3º o de los tres grupos existentes en el caso de que se trate de un curso entre 4º y 6º.

Por último y en un ámbito más general, deberemos sustraer una sesión de la disponibilidad semanal de todos los maestros contratados a jornada completa y media para reservar ese tiempo en vigilancia de recreo dentro del horario escolar.

Capítulo 3

Formulación matemática.

Nos centraremos en el caso del modelado de horarios en el C.E.I.P. Hermanos Marx. En la Sección 3.2 formularemos el modelo matemático correspondiente al modelo básico de la Sección 2.1. Por otra parte, formularemos dos modelos matemáticos, uno por optimalidad en la **??** y otro por objetivos en la **??**, para el caso concreto de la Sección 2.2. En este primer problema de la **??**, únicamente deberemos considerar el problema básico extrapolable a otros centros pero con las características concretas de este modelo reflejadas en la Sección 2.1 estudiando su factibilidad bajo esas restricciones. Por otra parte, en el segundo problema de la Sección 3.3 concreto para el C.E.I.P. Hermanos Marx desarrollará el caso específico estudiado la existencia de la solución óptima bajo esas restricciones y una función objetivo que exige una cota mínima de calidad en el cómputo total de todos los tutores. Posteriormente, a lo largo de la Sección 4.1, desarrollaremos un «modelo por objetivos» en el que requeriremos una cota mínima de calidad para cada uno de los maestros de forma individual, exigiendo que impartan un número de lecciones fuera de su curso menor de una cota máxima establecida. Esto es debido a que su particular sistema de organización de la docencia y horarios requiere ciertos aspectos como los desdobles entre Matemáticas y Educación Física, la sincronización entre las lecciones de Religión y Valores dentro de los diferentes grupos de un mismo curso o los requerimientos en las docencias de los tutores comentados en la Sección 3.1

En otro orden, a partir de ahora nos requeriremos a la asignación de un maestro a un grupo para impartir una sesión de un tipo de asignatura determinada en un hueco concreto del calendario semanal como lección en lugar de sesión, término utilizado anteriormente. Esto se hará así para evitar la duplicidad de terminología con el término sesión, que ha sido utilizado también para definir el periodo de 45 minutos de docencia ubicado en una posición entre la primera y la sexta. A partir de ahora, definiremos esta posición entre 1ª y 6ª del hueco del horario semanal como sesión, nombrando los objetos matemáticos posteriores en consecuencia.

3.1. Objetos matemáticos.

Comenzaremos por definir los conjuntos matemáticos necesarios para plantear el sistema de restricciones. Estos conjuntos serán comunes a todos los problemas descritos posteriormente en Sección 3.2, Sección 3.3 y Sección 4.1. En caso de requerir algún objeto matemático diferente para reflejar determinadas particularidades del modelo, lo definiremos en la misma sección para usarlos a lo largo de esta. Usaremos tanto estos objetos propios de la sección correspondiente como los objetos comunes definidos en esta sección y comunes al resto dentro del Sección 3.1.

El conjunto de índices de cursos C será:

$$C = \left\{ 1^{\text{o}} \quad 2^{\text{o}} \quad 3^{\text{o}} \quad 4^{\text{o}} \quad 5^{\text{o}} \quad 6^{\text{o}} \right\} \tag{3.1}$$

Pudiendo expresar un curso concreto como un índice $c \in C$.

Cada curso tendrá un número determinado de grupos identificados por ciertas letras. De esta manera, las letras correspondientes a los grupos de un curso $c \in C$ vendrán dadas por L_c, un vector de índices subindicado en C. Expresaremos esa estructura para todos los cursos desde 1º a 6º:

$$\begin{aligned} L_{1^o} &= \{A \quad B\} \\ L_{2^o} &= \{A \quad B\} \\ L_{3^o} &= \{A \quad B\} \\ L_{4^o} &= \{A \quad B \quad C\} \\ L_{5^o} &= \{A \quad B \quad C\} \\ L_{6^o} &= \{A \quad B \quad C\} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Pudiendo representar una letra concreta de un curso de índice $c \in C$ como un determinado índice $l \in L_c$.

De esta manera, el total de grupos a atender podrá construirse en función del índice de curso y de letra que los representen. Denominaremos a este conjunto de duplas de índices que representan a grupos como G:

$$G = \left\{ \begin{matrix} & (1^o,A) \quad (1^o,B) & \\ & (2^o,A) \quad (2^o,B) & \\ & (3^o,A) \quad (3^o,B) & \\ (4^o,A) & (4^o,B) & (4^o,C) \\ (5^o,A) & (5^o,B) & (5^o,C) \\ (6^o,A) & (6^o,B) & (6^o,C) \end{matrix} \right\} \tag{3.3}$$

Pudiendo representar un grupo concreto como una dupla de índices $(c,l) \in G$, correspondiendo el primer índice $c \in C$ al curso y el segundo índice $l \in Lc$ a la letra.

Por otra parte, el tipo de asignaturas a impartir vendrán representadas en el conjunto de índices N:

$$N = \left\{ \begin{matrix} LE & MA & CN & SC & CS & IN & EF & \\ MU & PL & MI & PI & RE & VA & TU & FR \end{matrix} \right\} \tag{3.4}$$

Representando estas abreviaturas los tipos de asignaturas descritos en la Tabla 2.2. Podremos representar un tipo de asignatura como $n \in N$.

Estos tipos de asignaturas serán requeridas o no a lo largo de todos los grupos existentes y recogidos en G. Las asignaturas requeridas vendrán descritas por un conjunto de índices tridimensional recogidos en el objeto A:

$$A = \left\{ \begin{array}{c}
(LE,1^{o},A) \quad (MA,1^{o},A) \quad (SC,1^{o},A) \quad (CS,1^{o},A) \quad (IN,1^{o},A) \quad (EF,1^{o},A) \\
(PL,1^{o},A) \quad (MU,1^{o},A) \quad (RE,1^{o},A) \quad (TU,1^{o},A) \\
(LE,1^{o},B) \quad (MA,1^{o},B) \quad (SC,1^{o},B) \quad (CS,1^{o},B) \quad (IN,1^{o},B) \quad (EF,1^{o},B) \\
(PL,1^{o},B) \quad (MU,1^{o},B) \quad (VA,1^{o},B) \quad (TU,1^{o},B) \\
\\
(LE,2^{o},A) \quad (MA,2^{o},A) \quad (SC,2^{o},A) \quad (CS,2^{o},A) \quad (IN,2^{o},A) \quad (EF,2^{o},A) \\
(PL,2^{o},A) \quad (MU,2^{o},A) \quad (RE,2^{o},A) \quad (TU,2^{o},A) \\
(LE,2^{o},B) \quad (MA,2^{o},B) \quad (SC,2^{o},B) \quad (CS,2^{o},B) \quad (IN,2^{o},B) \quad (EF,2^{o},B) \\
(PL,2^{o},B) \quad (MU,2^{o},B) \quad (VA,2^{o},B) \quad (TU,2^{o},B) \\
\\
(LE,3^{o},A) \quad (MA,3^{o},A) \quad (CN,3^{o},A) \quad (CS,3^{o},A) \quad (IN,3^{o},A) \quad (EF,3^{o},A) \\
(PI,3^{o},A) \quad (MI,3^{o},A) \quad (RE,3^{o},A) \quad (TU,3^{o},A) \\
(LE,3^{o},B) \quad (MA,3^{o},B) \quad (CN,3^{o},B) \quad (CS,3^{o},B) \quad (IN,3^{o},B) \quad (EF,3^{o},B) \\
(PI,3^{o},B) \quad (MI,3^{o},B) \quad (VA,3^{o},B) \quad (TU,3^{o},B) \\
\\
(LE,4^{o},A) \quad (MA,4^{o},A) \quad (CN,4^{o},A) \quad (CS,4^{o},A) \quad (IN,4^{o},A) \quad (EF,4^{o},A) \\
(PI,4^{o},A) \quad (MI,4^{o},A) \quad (RE,4^{o},A) \quad (TU,4^{o},A) \\
(LE,4^{o},B) \quad (MA,4^{o},B) \quad (CN,4^{o},B) \quad (CS,4^{o},B) \quad (IN,4^{o},B) \quad (EF,4^{o},B) \\
(PI,4^{o},B) \quad (MI,4^{o},B) \quad (RE,4^{o},B) \quad (TU,4^{o},B) \\
(LE,4^{o},C) \quad (MA,4^{o},C) \quad (CN,4^{o},C) \quad (CS,4^{o},C) \quad (IN,4^{o},C) \quad (EF,4^{o},C) \\
(PI,4^{o},C) \quad (MI,4^{o},C) \quad (VA,4^{o},C) \quad (TU,4^{o},C) \\
\\
(LE,5^{o},A) \quad (MA,5^{o},A) \quad (SC,5^{o},A) \quad (CS,5^{o},A) \quad (IN,5^{o},A) \quad (EF,5^{o},A) \\
(PL,5^{o},A) \quad (MU,5^{o},A) \quad (RE,5^{o},A) \quad (TU,5^{o},A) \quad (FR,5^{o},A) \\
(LE,5^{o},B) \quad (MA,5^{o},B) \quad (SC,5^{o},B) \quad (CS,5^{o},B) \quad (IN,5^{o},B) \quad (EF,5^{o},B) \\
(PL,5^{o},B) \quad (MU,5^{o},B) \quad (RE,5^{o},B) \quad (TU,5^{o},B) \quad (FR,5^{o},B) \\
(LE,5^{o},C) \quad (MA,5^{o},C) \quad (SC,5^{o},C) \quad (CS,5^{o},C) \quad (IN,5^{o},C) \quad (EF,5^{o},C) \\
(PL,5^{o},C) \quad (MU,5^{o},C) \quad (VA,5^{o},C) \quad (TU,5^{o},C) \quad (FR,5^{o},C) \\
\\
(LE,6^{o},A) \quad (MA,6^{o},A) \quad (SC,6^{o},A) \quad (CS,6^{o},A) \quad (IN,6^{o},A) \quad (EF,6^{o},A) \\
(PL,6^{o},A) \quad (MU,6^{o},A) \quad (RE,6^{o},A) \quad (TU,6^{o},A) \quad (FR,6^{o},A) \\
(LE,6^{o},B) \quad (MA,6^{o},B) \quad (SC,6^{o},B) \quad (CS,6^{o},B) \quad (IN,6^{o},B) \quad (EF,6^{o},B) \\
(PL,6^{o},B) \quad (MU,6^{o},B) \quad (RE,6^{o},B) \quad (TU,6^{o},B) \quad (FR,6^{o},B) \\
(LE,6^{o},C) \quad (MA,6^{o},C) \quad (SC,6^{o},C) \quad (CS,6^{o},C) \quad (IN,6^{o},C) \quad (EF,6^{o},C) \\
(PL,6^{o},C) \quad (MU,6^{o},C) \quad (VA,6^{o},C) \quad (TU,6^{o},C) \quad (FR,6^{o},C)
\end{array} \right\} \tag{3.5}$$

De tal manera que una asignatura de un tipo concreto y referida a un grupo concreto puede ser representada como una terna de índices $(n,c,l) \in A$, representando el primer $n \in N$ el tipo de asignatura y la dupla $(c,l) \in G$ el grupo que recibe la docencia.

De esta misma manera, para cada asignatura perteneciente al conjunto A necesitaremos conocer su requerimiento de lecciones semanales, así como el mínimo y máximo de lecciones diarias a impartir. Por ello, para cada asignatura definiremos una vector subindicado en A, de tal manera que esta terna (r,m,M) contenga respectivamente las lecciones requeridas semanalmente, las lecciones máximas diarias y las mínimas diarias. Recogeremos este conjunto de vectores subindicados en A dentro del objeto A'. Para cada elemento de A definiremos esta terna en A', de manera que respetando el orden de expresión de los elementos de A:

$$A' = \left\{ \begin{array}{c}
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (3,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (3,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\[2em]
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (3,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (3,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\[2em]
(5,1,1) \quad (6,1,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\
(5,1,1) \quad (6,1,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\[2em]
(5,1,1) \quad (6,1,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\
(5,1,1) \quad (6,1,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\
(5,1,1) \quad (6,1,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (4,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \\[2em]
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (3,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (3,0,1) \\
(1,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \quad (2,0,1) \\
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (3,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (3,0,1) \\
(1,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \quad (2,0,1) \\
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (3,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (3,0,1) \\
(1,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \quad (2,0,1) \\[2em]
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (3,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \quad (2,0,1) \\
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (3,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \quad (2,0,1) \\
(5,1,1) \quad (5,1,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (4,0,1) \quad (3,0,1) \\
(2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (2,0,1) \quad (1,0,1) \quad (2,0,1)
\end{array} \right\} \tag{3.6}$$

De tal manera que las lecciones requeridas semanales r, mínimas m y máximas M diarias para una asignatura de índices $(n,c,l) \in A$ serán respectivamente los tres elementos de la terna correspondiente $A'_{n,c,l} \equiv (r_{n,c,l}, m_{n,c,l}, M_{n,c,l}) \in A'$, de tal manera que $r_{n,c,l}, m_{n,c,l}, M_{n,c,l} \in \mathbb{R}, \forall (n,c,l) \in A$

El conjunto de índices D correspondientes a los días que hay que organizar vendrá representado por:

$$D = \begin{Bmatrix} L & M & X & J & V \end{Bmatrix} \tag{3.7}$$

Representando respectivamente los días lunes, martes, miércoles, jueves y viernes. Representaremos un día como un índice $d \in D$.

A su vez, el conjunto de índices S correspondientes a las sesiones que componen cada día (es igual para todos los días de la semana, la estructura de sesiones a lo largo del día no varía en función del día de la semana escogido) será:

$$S = \begin{Bmatrix} 1^{\text{o}} & 2^{\text{o}} & 3^{\text{o}} & 4^{\text{o}} & 5^{\text{o}} & 6^{\text{o}} \end{Bmatrix} \tag{3.8}$$

Cada una de 45 min de duración. De esta manera podremos expresar una sesión como un índice $s \in S$.

Podremos construir el conjunto de todos índices bidimensionales H correspondientes a los huecos en el horario semanal a organizar, compuestos por el día y la sesión a la que pertenecen:

$$H = \begin{Bmatrix} (L,1^{\text{a}}) & (M,1^{\text{a}}) & (X,1^{\text{a}}) & (J,1^{\text{a}}) & (V,1^{\text{a}}) \\ (L,2^{\text{a}}) & (M,2^{\text{a}}) & (X,2^{\text{a}}) & (J,2^{\text{a}}) & (V,2^{\text{a}}) \\ (L,3^{\text{a}}) & (M,3^{\text{a}}) & (X,3^{\text{a}}) & (J,3^{\text{a}}) & (V,3^{\text{a}}) \\ (L,4^{\text{a}}) & (M,4^{\text{a}}) & (X,4^{\text{a}}) & (J,4^{\text{a}}) & (V,4^{\text{a}}) \\ (L,5^{\text{a}}) & (M,5^{\text{a}}) & (X,5^{\text{a}}) & (J,5^{\text{a}}) & (V,5^{\text{a}}) \\ (L,6^{\text{a}}) & (M,6^{\text{a}}) & (X,6^{\text{a}}) & (J,6^{\text{a}}) & (V,6^{\text{a}}) \end{Bmatrix} \tag{3.9}$$

Pudiendo representar un hueco concreto en un día y sesión determinadas como una dupla de índices $(d,s) \in H$, correspondiendo el primer índice $d \in D$ al citado día y el segundo índice $s \in S$ a la citada sesión.

Será momento ahora de introducir el conjunto de maestros disponibles en el C.E.I.P. Hermanos Marx, según las abreviaturas definidas en la Tabla 2.2. El conjunto P contendrá los índices asociados a cada uno de los maestros, y será utilizado posteriormente para subindicar distintos elementos asociados a este maestros:

$$P = \begin{Bmatrix} PR1_1 & PR1_2 & PR1_3 & PR1_4 & PR1_5 & PR1_6 \\ PR2_1 & PR2_2 & PIN_1 & PIN_2 & PIN_3 & PIN_4 \\ PIN_5 & PIN_6 & PEF_1 & PEF_2 & PEF_3 & PEF_4 \\ PMU_1 & PMU_2 & PMI_1 & PFR_1 & PRE_1 & PRE_2 \end{Bmatrix} \tag{3.10}$$

Para cada maestro requeriremos conocer su disponibilidad semanal en lecciones. Recogeremos la disponibilidad semanal de un maestro de índice $p \in P$, en un vector JP subindicado en P.

$$JP = \begin{Bmatrix} 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 \\ 30 & 8 & 8 & 30 & 30 & 30 \\ 30 & 8 & 30 & 30 & 30 & 30 \\ 15 & 30 & 15 & 30 & 8 & 18 \end{Bmatrix} \tag{3.11}$$

Pudiendo conocer la disponibilidad semanal de un maestro $p \in P$ como el elemento correspondiente $JP_p \in JP$. De esta manera, la disponibilidad semanal será un número entero para cualquier maestro, de tal manera que $JP_p \in \mathbb{R}, \forall p \in P$.

También deberemos conocer la especialidad de cada maestro, modelada por el vector W subindicado en P:

$$W = \begin{Bmatrix} PR1 & PR1 & PR1 & PR1 & PR1 & PR1 \\ PR2 & PR2 & PIN & PIN & PIN & PIN \\ PIN & PIN & PEF & PEF & PEF & PEF \\ PMU & PMU & PMI & PFR & PRE & PRE \end{Bmatrix} \tag{3.12}$$

De tal manera que la especialidad de un maestro $p \in P$ corresponderá al elemento correspondiente $W_p \in W$.

En relación a los maestros, también deberemos indicar los tipos de asignaturas que son capaces de impartir y aquellas que no. Para ello, construiremos un objeto que valga 1 en el caso de que el maestro $p \in P$ pueda impartir el tipo de asignatura $n \in N$, y 0 en el caso contrario, según las reglas de docencia de maestros a asignaturas según especialidad de los docentes recogidos en la Sección 2.1. Esta capacidad vendrá dada por el tipo de especialidad $W_p \in W$ del maestro $p \in P$, pero podremos expresarla directamente en función del maestro para hacer la notación más clara posteriormente y ahorrarnos una dependencia extra que implicaría otro subíndice en la ecuación (matemáticamente no existiría diferencia en el modelo pero la expresión de sus ecuaciones en el presente documento se complicaría). Tomando como bases los índices P y N anteriormente definidos, construiremos la matriz E subindicada en P por filas y en N por columnas:

$$
E = \begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccccccccccccc} LE & MA & CN & SC & CS & IN & EF & MU & PL & MI & PI & RE & VA & TU & FR \end{array} \\
\begin{array}{c} PR1_1 \\ PR1_2 \\ PR1_3 \\ PR1_4 \\ PR1_5 \\ PR1_6 \\ PR2_1 \\ PR2_2 \\ PIN_1 \\ PIN_2 \\ PIN_3 \\ PIN_4 \\ PIN_5 \\ PIN_6 \\ PEF_1 \\ PEF_2 \\ PEF_3 \\ PEF_4 \\ PMU_1 \\ PMU_2 \\ PMI_1 \\ PFR_1 \\ PRE_1 \\ PRE_2 \end{array} &
\begin{pmatrix}
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\end{array} \tag{3.13}
$$

De tal manera que si un maestro $p \in P$ es capaz de enseñar un tipo de asignatura $n \in N$, tendremos que $E_{p,n} = 1$. En caso de que el maestro no sea capaz de enseñarla, tendremos que $E_{p,n} = 0$.

También deberemos definir aquellos huecos en los que los diferentes maestros se encuentran disponibles para impartir clase. En general, los maestros a jornada completa, media jornada y miembros del equipo directivo se encontrarán disponibles en todos los huecos del horario. Por otra parte, los maestros compartidos con otros ciclos o liberados sindicales se encontrarán disponibles en determinados huecos restringidos:

- Los maestros de Religión PRE_1 y PRE_2 trabajan de miércoles a viernes.
- El maestro de Inglés PIN_6 trabaja de martes a viernes, únicamente entre la 4ª y la 6ª sesión.

- El maestro de Música PMU_1 trabaja de miércoles a viernes.
- El maestro de Música con B2 en inglés PMI_1 de lunes a miércoles.

De esta manera, definiremos el objeto D, una matriz tridimensional subindicada en los maestros P, los días D y las sesiones S respectivamente, de tal manera que el elemento $D_{p,d,s}$ sea 1 en el caso de que el maestro $p \in P$ se encuentre disponible en el hueco $(d,s) \in H$, siendo 0 en caso contrario. Podremos resumir estos requerimientos de horarios de la siguiente manera:

$$D_{p,d,s} = \begin{cases} 0 \quad \text{si} & [(p = PRE_1 \cup p = PRE_2) \cap (d = L \cup d = M)] \cup \\ & (p = PIN_6 \cap [d = L \cup (s = 1^{\text{a}} \cap s = 2^{\text{a}} \cap s = 3^{\text{a}})]) \cup \\ & [p = PMU_1 \cap (d = L \cup d = M)] \cup \\ & [p = PMI_1 \cap (d = J \cup d = V)] \\ & \\ 1 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \tag{3.14}$$

Pasemos por último a enunciar el conjunto de tutores de los diferentes grupos. Para cada uno de los grupos, $\forall (c,l) \in G$ definiremos su tutor asociado, ya predefinido según lo expuesto en la Sección 2.1. Para ello, definiremos el vector G' subindicado en G, conteniendo el tutor asociado al grupo según la información recogida en la Tabla 2.8:

$$G' = \left\{ \begin{matrix} PR1_1 & PEF_1 \\ PR2_1 & PR1_2 \\ PIN_2 & PEF_2 \\ PR1_3 \quad PR1_4 \quad PIN_3 \\ PR1_5 \quad PIN_4 \quad PFR_1 \\ PIN_5 \quad PEF_3 \quad PR1_6 \end{matrix} \right\} \tag{3.15}$$

Pudiendo describir al tutor de un grupo $(c,l) \in G$ como su correspondiente elemento $G'_{c,l} \in G'$.

De manera recíproca, definiremos el listado de tutores $T \subset P$ como un subconjunto del total de índices de maestros:

$$T = \left\{ \begin{matrix} PR1_1 \quad PR1_2 \quad PR1_3 \quad PR1_4 \quad PR1_5 \quad PR1_6 \quad PR2_1 \\ PIN_2 \quad PIN_3 \quad PIN_4 \quad PIN_5 \quad PEF_1, \quad PEF_2 \quad PEF_3 \quad PFR_1 \end{matrix} \right\} \tag{3.16}$$

De tal manera que podremos definir el índice de un tutor como el índice de un maestro $p \in P$ que a su vez pertenece al conjunto de tutores, $p \in T$.

Definiremos el vector T' subindicado en T, conteniendo la dupla de índices correspondiente al grupo tutorizado por el índice correspondiente del tutor:

$$T' = \left\{ \begin{matrix} (1^{\text{o}},A) \quad (2^{\text{o}},B) \quad (4^{\text{o}},A) \quad (4^{\text{o}},B) \quad (5^{\text{o}},A) \quad (6^{\text{o}},C) \quad (2^{\text{o}},A) \\ (3^{\text{o}},A) \quad (4^{\text{o}},C) \quad (5^{\text{o}},B) \quad (6^{\text{o}},A) \quad (1^{\text{o}},B) \quad (3^{\text{o}},B) \quad (6^{\text{o}},B) \quad (5^{\text{o}},C) \end{matrix} \right\} \tag{3.17}$$

Podremos representar los índices el grupo tutorizado por un tutor $p \in T$ como su elemento correspondiente en T', de tal manera que este sea $T'_p \equiv (c_p, l_p) \in T'$.

3.2. Problema básico.

Pasaremos en este caso a plantear un modelo simple de organización de horarios, correspondiente al planteado en la Sección 2.1. Este es de carácter bastante general y sin entrar en absoluto en las necesidades particulares del modelo de docencia del centro. Este modelo básico utiliza unas variables y restricciones habituales en la literatura, como es el caso de las utilizadas en el artículo [1] citado en la bibliografía para obtener la organización de un calendario semanal a través de un modelo muy similar. En el caso de la referencia [1], serán utilizadas técnicas de paralelización heurística para organizar los horarios en el caso de institutos. Con ligeras modificaciones, conseguiremos adaptar este modelo al colegio de nuestro caso concreto, el C.E.I.P. Hermanos Marx. Como veremos en el Capítulo 4, será de sencilla y veloz resolución, pero por otra parte será de poca utilidad para el centro acerca del que gira el estudio. Nos servirá por lo tanto como una primera aproximación a la resolución del problema planteado a lo largo de este Trabajo de Fin de Máster, y como punto de partida para comparar tiempos de resolución y calidad de las soluciones. A lo largo de la presente Sección 3.2 haremos uso únicamente de los objetos matemáticos definidos en la Sección 3.1.

Comenzaremos en primer lugar por construir el conjunto de índices correspondientes a las docencias permitidas de ciertas asignaturas por ciertos maestros. La única razón para que un maestro $p \in P$ no pueda impartir una asignatura $(n,c,l) \in A$ bajo los supuestos de este primer problema es la incapacitación por su especialidad como maestro, modelada por la matriz E según lo descrito en la 3.1. De esta manera, definiremos la tupla de docencias permitidas en esta sección Sección 3.2.

$$J = \{(p,n,c,l) \mid p \in P,\ \ (n,c,l) \in A,\ \ E_{p,n} = 1\} \tag{3.18}$$

Denominaremos a este conjunto J como el de los índices de docencia permitida.

De la misma manera, deberemos restringir la impartición de lecciones concretas de asignaturas. Existen dos razones para que un maestro $p \in P$ no pueda impartir una asignatura $(n,c,l) \in A$ en un hueco $(d,s) \in H$ bajo los supuestos de este primer problema. Además de la ya expuesta acerca de la capacitación del docente para dar un determinado tipo de asignatura según su especialidad, deberemos de tener en cuenta la disponibilidad del maestro concreto en el hueco determinado, modelada por el elemento $D_{p,d,s}$, de tal manera que:

$$I = \left\{(p,n,c,l,d,s) \mid p \in P,\ \ (n,c,l) \in A, (d,s) \in H,\ \ E_{p,n} = 1\ \ D_{p,d,s} = 1\right\} \tag{3.19}$$

Denominaremos a este conjunto I como el de índices de lecciones permitidas.

De esta manera, nos encontraremos ya en condiciones de definir las variables que modelarán los efectos de las asignaciones de docencias completas de determinadas asignaturas a ciertos maestros y del establecimiento de lecciones concretas de determinadas asignaturas por parte de maestros determinados en ciertos huecos. Definiremos estas variables dicotómicas de decisión sobre los citados conjuntos de docencia y lecciones:

- $z_{p,n,c,l} \in \{0,1\}$, $\forall (p,n,c,l) \in J$, variable binaria de decisión de asignación de un recurso de maestro $p \in P$ a una demanda de docencia permitida (modelada por la pertenencia al conjunto J) de un tipo de asignatura $n \in N$ a un grupo $(c,l) \in G$ para cubrir todas las lecciones requeridas por esa determinada asignatura por semana. Esto implicará asumir la docencia completa de la asignatura, para evitar docencias compartidas de una determinada asignatura entre dos maestros distintos. Tomará valor 1 en caso de que se lleve a cabo la asignación de un maestro o recurso $p \in P$ a la asignatura o demanda $(n,c,l) \in A$ y 0 en el contrario.

- $x_{p,n,c,l,d,s} \in \{0,1\}$, $\forall (p,n,c,l,d,s) \in I$, variable binaria de decisión de asignación de un recurso de maestro $p \in P$ a una demanda de lección permitida (modelada por la pertenencia al conjunto I) de un tipo de asignatura $n \in N$ sobre un grupo $(c,l) \in G$ en un hueco $(d,s) \in H$. Tomará valor 1 en caso de que se lleve a cabo la asignación de un maestro o recurso $p \in P$ a la asignatura o demanda $(n,c,l) \in A$ en un hueco del horario correspondiente a la sesión y día $(d,s) \in H$ y 0 en el contrario.

Pasaremos ya a describir el cuerpo del problema básico. Para ello, convertiremos cada uno de los requerimientos que figuran dentro de la Sección 2.1 en un bloque de restricciones del tipo «hard requirement», que deberá asegurarse de cumplir un bloque de ecuaciones e inecuaciones de forma obligatoria. Esto será así para todos los requerimientos salvo para las limitaciones de docencia por capacidad de especialidad ($E_{p,n}$) y de lecciones por disponibilidad en el determinado hueco semanal ($D_{p,d,s}$), que han sido considerados previamente como condiciones de restricciones de los conjuntos de lecciones y docencias permitidas, respectivamente I y J. Observamos a su vez como en este apartado no existen condiciones a optimizar (como ocurrirá en la siguiente sección) sino únicamente condiciones a cumplir de forma obligatoria. Por lo tanto, al no existir ningún tipo de función objetivo a optimizar, el problema podrá ser tratado como el estudio de la factibilidad de un problema de programación con variables binarias bajo una serie de restricciones lineales, deteniéndonos al encontrar la primera solución que las cumplan. Reflejaremos el significado de cada bloque de ecuaciones para posteriormente dar su forma matemática para cada una de las restricciones a establecer. Distinguiremos entre las restricciones correspondientes a tareas de organización de lecciones y a tareas de organización de docencia, pero las trataremos conjuntamente como un mismo problema.

3.2.1. Restricciones.

A continuación se presentan las restricciones asociadas a cada uno de los elementos del diseño expuestos anteriormente.

Docencia.

- *(R1). Ningún maestro supera su jornada máxima semanal entre el cómputo global de las lecciones requeridas por cada una de las asignaturas de cuya docencia se encarga. Restringiremos únicamente a las asignaturas de cuya docencia puede encargase en el caso de cada maestro:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c,l)\in J} r_{n,c,l} z_{p,n,c,l} \leq JP_{\bar{p}} \quad \forall \bar{p} \in P$$

- *(R2). Cada asignatura de cada curso de cada grupo recibe una única docencia de un único maestro entre todos los que son capaces de su docencia:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l})\in J} z_{p,n,c,l} = 1 \quad \forall (\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A$$

- *(R3). Se asigna la Tutoría de cada grupo tutorizado a cada tutor preestablecido:*

$$z_{p,TU,c_p,l_p} = 1 \quad \forall p \in T$$

Lecciones.

- *(R4). Si se le asigna una lección de una asignatura de un grupo de un curso a un maestro, se le asignan el total de estas para evitar docencias compartidas de determinadas asignaturas entre diferentes maestros. Para ello, plantearemos una dicotomía en las lecciones impartidas por el maestro a la determinada asignatura con la variable auxiliar $z_{p,n,c,g}$, siendo estas* 0 *o el total de las lecciones requeridas. Haremos esto para todas las asignaciones permitidas entre maestros y asignaturas:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d,s)\in I} x_{p,n,c,l,d,s} = r_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}} z_{\bar{p},\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall (\bar{p},\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in J$$

- *(R5). Cada maestro se asigna en cada sesión de cada día a lo sumo una vez, para evitar duplicidades en los horarios de los maestros, pudiendo contemplar la posibilidad de la existencia de* *huecos libres en los horarios de estos. Excluiremos restricciones para los días en que determinados maestros no pueden dar clase:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c,l,d=\bar{d},s=\bar{s})\in I} x_{p,n,c,l,d,s} \leq 1 \quad \forall \bar{p} \in P,\ \forall (\bar{d},\bar{s}) \in H$$

- *(R6). Cada sesión de cada día de cada asignatura de cada grupo (representado por su dupla de curso y letra) recibe un único maestros para un determinado tipo de asignatura, para evitar duplicidades en los horarios de los diferentes grupos, sin contemplar la posibilidad de existencia de huecos libres:*

$$\sum_{(p,n,c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s=\bar{s})\in I} x_{p,n,c,l,d,s} = 1 \quad \forall (\bar{c},\bar{l}) \in G,\ \forall (\bar{d},\bar{s}) \in H$$

- *(R7). Cada día se asignan a cada asignatura de cada curso de cada grupo un número de lecciones comprendido entre el mínimo y el máximo establecido:*
  - *(R7.1) Lecciones mínimas:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s)\in I} x_{p,n,c,l,d,s} \geq m_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall (\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A,\ \forall \bar{d} \in D$$

  - *(R7.2) Lecciones máximas:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s)\in I} x_{p,n,c,l,d,s} \leq M_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall (\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A,\ \forall \bar{d} \in D$$

3.2.2. Variables.

Las variables de decisión binaria para los aspectos de docencia y lecciones serán:
(V1) Docencia.

$$z_{p,n,c,l} \in \{0,1\} \quad \forall (p,n,c,l) \in J$$

(V2) Lecciones.

$$x_{p,n,c,l,d,s} \in \{0,1\} \quad \forall (p,n,c,l,d,s) \in I$$

3.2.3. Otras consideraciones.

Recordemos que, por otra parte, las restricciones de docencias y lecciones asociadas permitidas han sido controladas a través del objeto E, así como las de lecciones en huecos permitidos por maestros a través del objeto D. Estas condiciones no serán modeladas por el establecimiento de «hard requirements», sino que restringiremos la existencia de aquellas variables y restricciones permitidas en su propia definición.

El planteamiento del problema consistirá en encontrar una solución factible para el total de restricciones desde (R1) hasta (R7) junto a la descripción de variables binarias (V1) y (V2).

3.3. Caso particular.

Pasaremos ahora a realizar un primer modelo para el C.E.I.P. Hermanos Marx, recogiendo las características del centro expuestas en la Sección 2.2. Recordemos que este modelo supone una ampliación de las características generales expuestas en la Sección 2.1, por lo que podremos considerar su modelización matemática como una ampliación del expuesto en la Sección 3.2.

Esta nueva modelización matemática contemplará los efectos de la organización de la docencia de los tutores, estableciendo los desdobles y optimizando la docencia de los tutores a diferentes grupos de la manera citada en la Sección 2.2. Por ello, además de los objetos definidos en la Sección 3.1, deberemos definir algunos objetos de uso específico para reflejar esas nuevas características del modelo.

En primer lugar sustraeremos las lecciones de desdobles especiales que tendrá que impartir cada tutor, igual al número de lecciones semanales requeridas para la asignatura de Educación Física en cualquier grupo dentro de ese curso. Además, aprovecharemos para descontar la lección semanal de vigilancia de recreo asociada a todos los maestros contratados a jornada completa y media jornada, quedando exentos de esta los maestros miembros del equipo directivo, liberados sindicales y compartidos con otros ciclos. De esta manera, redefiniremos el vector JP de la Sección 3.1 para su uso a lo largo de Sección 3.2 y Sección 3.3 de tal forma que:

$$JP = \begin{Bmatrix} 25 & 25 & 25 & 25 & 26 & 26 \\ 25 & 8 & 8 & 25 & 25 & 26 \\ 26 & 8 & 25 & 25 & 26 & 29 \\ 14 & 29 & 14 & 26 & 8 & 18 \end{Bmatrix} \tag{3.20}$$

A su vez, deberemos incluir los efectos de las nuevas restricciones de la docencia de asignaturas por parte de maestros, no únicamente por el tipo de asignatura y su especialidad como docentes, como en la anterior sección, sino también a aquellos que son tutores y tienen restringida la docencia de determinados tipos de asignaturas en grupos pertenecientes a determinados cursos. Modelaremos este nuevo efecto conjunto a través del vector E' subindicado respectivamente en el conjunto de índices de maestros P, de índices de tipos de asignaturas N y de índices de cursos C. Sus elementos correspondientes valdrán 1 si el maestro $p \in P$ puede impartir el tipo de asignatura $n \in N$ en un grupo perteneciente al curso $c \in C$, y 0 en caso contrario. Tendremos que distinguir dos casos, tutores y no tutores. Los no tutores no presentarán mayor restricción en su docencia que el tipo de asignaturas que pueden impartir, modeladas por $D_{p,d,s}$. Por otra parte, entre los tutores distinguiremos dos casos. Aquellos tutores que no sean especialistas de la asignatura Educación Física, es decir, que no pertenezcan al tipo PEF, podrán dar todas los tipos de asignaturas a los que se encuentran capacitados según su valor de $D_{p,d,s}$ en determinados cursos modelados permitidos según lo expuesto en la Sección 2.2. Por ello, para el índice de cada curso contenido en C definiremos un vector con los índices de los cursos en los que podría impartir este tutor del primer curso. Para ello, definiremos un vector compuesto subindicado en C, cuyos elementos serán a su vez vectores de tres elementos, representando cada uno de estos el índice de uno de los tres cursos en los que puede impartir.

$$C' = \begin{Bmatrix} \{1^o, & 2^o, & 3^o\} \\ \{1^o, & 2^o, & 3^o\} \\ \{2^o, & 3^o, & 4^o\} \\ \{3^o, & 4^o, & 5^o\} \\ \{4^o, & 5^o, & 6^o\} \\ \{4^o, & 5^o, & 6^o\} \end{Bmatrix} \tag{3.21}$$

De tal manera que el conjunto de los cursos a los que puede enseñar un tutor no especialista de Educación Física $p \in T \mid W_p \neq PEF$ vendrá dado por su elemento asociado $C'_{c_p} \in C'$, donde recordemos que c_p corresponde al índice del curso al que pertenece el grupo tutorizado por el tutor $p \in T$. De esta manera, el tutor no especialista de Educación Física $p \in P \mid W_p \neq PEF$ podrá enseñar un curso $c \in C$ en caso de que $c \in C'_{c_p}$. Esto será así para todos los maestros excepto para los especialistas de Educación Física. Estos podrán enseñar Educación Física a todos los cursos menos al que pertenece su grupo tutorizado. En el caso del resto de tipos de asignaturas, se verán sujetos a las mismas restricciones que el resto de tutores. De esta manera, resumiremos todas estas condiciones en la matriz subindicada en P, N y C:

$$E'_{p,n,c} = \begin{cases} E_{p,n} & \text{si} \quad p \notin T \cup \Big(p \in T \cap W_p \neq PEF \cap c \in C'_{c_p} \Big) \cup \\ & \quad \Big(p \in T \cap W_p = PEF \cap \Big(n \neq EF \cap c \in C'_{c_p} \Big) \cup (n = EF \cap c \neq c_p) \Big) \\ & \\ 0 & \quad \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \tag{3.22}$$

De tal manera que un maestro $p \in P$ podrá impartir el tipo de asignatura $n \in N$ en el curso $c \in C$ en el caso de que $E'_{p,n,c} = 1$. En caso de que el maestro no pueda impartirla, tendremos que $E'_{p,n,c} = 0$.

También deberemos definir a su vez el grupo referenciado para todos los grupos de referencia. Estos últimos serán representados posteriormente por su tutor de referencia en las definiciones de variables de decisión y restricciones matemáticas, por lo que decidiremos plantear el objeto que recoja la estructura en torno a estos tutores. Construiremos LR, un objeto subindicado en T, indicando la letra del grupo referenciado con la que establecerá desdobles este tutor del grupo de referencia[1].

$$LR \quad = \begin{Bmatrix} & B & A & B & C & B & A & B \\ B & A & C & B & A & A & C & A \end{Bmatrix} \tag{3.23}$$

De manera que la letra del grupo referenciado por el grupo de referencia $T'_p \equiv (c_p, l_p) \in T'$ que tutoriza el maestro $p \in T$ será el elemento asociado $LR_p \in LR$, de tal manera que la tupla completa del de referencia será el mismo curso que el del grupo referenciado, el tutorizado por el maestro, con la letra de referencia definida en LR, es decir, (c_p, LR_p).

Por otra parte, también tendremos que definir un objeto auxiliar para las docencias de Educación Física por parte de los docentes de la especialidad homónima, asegurándonos que se asume la docencia de esa asignatura en todos los grupos del curso o en ninguno. Entre los cursos 1º y 3º, igualaremos la docencia del grupo correspondiente a la letra A con la del grupo correspondiente a la letra B para esta asignatura. Entre los cursos 4º y 6º igualaremos la docencia del grupo correspondiente a la letra A con la docencia del grupo correspondiente a la letra B para esta asignatura, así como la docencia del grupo correspondiente a la letra B con la docencia del grupo correspondiente a la letra C para esta asignatura. Para ello, definiremos el conjunto de índices:

$$CR = \begin{Bmatrix} & (1^{o}, A, B) & \\ & (2^{o}, A, B) & \\ & (3^{o}, A, B) & \\ (4^{o}, A, B) & & (4^{o}, B, C) \\ (5^{o}, A, B) & & (5^{o}, B, C) \\ (6^{o}, A, B) & & (6^{o}, B, C) \end{Bmatrix} \tag{3.24}$$

De manera que hacemos coincidir las asignaciones entre docencias de Educación Física de las diferentes letras en determinados cursos representadas por las tuplas $\forall (c, i, j) \in CR$.

Por último, definiremos el número de grupos (representadas por sus diferentes letras) que contiene cada curso para establecer el número total de lecciones de asignaturas de Religión o Valores de forma excluyente:

$$N(c) = \begin{cases} 2 & \text{si} \quad c \in \{1^{o}, 2^{o}, 3^{o}\} \\ & \\ 3 & \text{si} \quad c \in \{4^{o}, 5^{o}, 6^{o}\} \end{cases} \tag{3.25}$$

[1] No será necesario almacenar también la información del curso del grupo referenciado, ya que este será el mismo que el del grupo tutorizado por el maestro.

Comenzaremos en primer lugar por definir las docencias completas de asignaturas. Un maestro $p \in P$ podrá o no impartir una asignatura $(n,c,l) \in A$ en función de su capacitación por su especialidad como maestro y por los requerimientos especiales a los tutores por el modelo de optimización de su docencia asociada y del establecimiento de desdobles, modeladas por el elemento $E'_{p,n,c}$ definido al inicio de esta Sección 3.3. De esta manera, definiremos la tupla de docencias permitidas en este primer problema como:

$$Z = \left\{(p,n,c,l) \mid p \in P,\ \ (n,c,l) \in A,\ \ E'_{p,n,c} = 1\right\} \tag{3.26}$$

Denominaremos a este conjunto Z como el de índices de docencia permitida.

De la misma manera, deberemos restringir la impartición de lecciones concretas de asignaturas. El hecho de que un maestro $p \in P$ pueda impartir o no una asignatura $(n,c,l) \in A$ en un hueco (d,s) depende de la capacitación del docente para dar un determinado tipo de asignatura según su especialidad y de los requerimientos especiales a los tutores por el modelo de optimización de su docencia asociada y del establecimiento de desdobles, que se resumen en el objeto E' como ya hemos considerado anteriormente, así como de la disponibilidad del maestro concreto en el hueco determinado, modelada por el elemento $D_{p,d,s}$, de tal manera que:

$$X = \left\{(p,n,c,l,d,s) \mid p \in P,\ \ (n,c,l) \in A,\ \ (d,s) \in H,\ \ E'_{p,n} = 1 \cap D_{p,d,s} = 1\right\} \tag{3.27}$$

Denominaremos a este conjunto X como el de índices de lecciones permitidas.

De esta manera, nos encontraremos ya en condiciones de definir las variables que modelarán los efectos de las estas asignaciones de docencias completas de determinadas asignaturas a ciertos maestros y del establecimiento de lecciones concretas de determinadas asignaturas por parte de maestros determinados en ciertos huecos. Definiremos estas variables dicotómicas de decisión sobre los citados conjuntos de docencia y lecciones:

- $z_{p,n,c,l} \in \{0,1\},\ \ \forall (p,n,c,l) \in Z$, variable binaria de decisión de asignación de un recurso de maestro $p \in P$ a una demanda de docencia permitida (modelada por la pertenencia a J) de un tipo de asignatura $n \in N$ a un grupo $(c,l) \in G$ para cubrir todas las lecciones requeridas por esa determinada asignatura por semana. Esto implicará asumir la docencia completa de la asignatura, para evitar docencias compartidas de una determinada asignatura entre dos maestros distintos. Tomará valor 1 en caso de que se lleve a cabo la asignación de un maestro o recurso $p \in P$ a la asignatura o demanda $(n,c,l) \in A$ y 0 en el contrario.

- $x_{p,n,c,l,d,s} \in \{0,1\},\ \ \forall (p,n,c,l,d,s) \in X$, variable binaria de decisión de asignación de un recurso de maestro $p \in P$ a una demanda de lección permitida (modelada por la pertenencia a I) de un tipo de asignatura $n \in N$ sobre un grupo $(c,l) \in G$ en un hueco $(d,s) \in H$. Tomará valor 1 en caso de que se lleve a cabo la asignación de un maestro o recurso $p \in P$ a la asignatura o demanda $(n,c,l) \in A$ en un hueco del horario correspondiente a la sesión y día $(d,s) \in H$ y 0 en el contrario.

- $k_{p,d,s} \in \{0,1\},\ \ \forall p \in T,\ \ (d,s) \in H$, variable binaria de decisión de asignación de un desdoble especial al tutor del grupo de referencia del desdoble $p \in T$ en un hueco $(d,s) \in H$. Como estos maestros tutores están todos contratados a jornada completa y se encuentran disponibles en cualquier hueco del horario, no tendremos que restringir la definición de estas variables [2]. Esta variable asociada tomará el valor 1 en caso de que se lleve a cabo la asignación de un desdoble especial al maestro $p \in T$ en el citado hueco $(d,s) \in H$ y 0 en el contrario. Recordemos que este

[2]En caso de que no se encontrasen libres en determinados huecos, no resultaría problema, ya que al no poder establecer variables de lecciones de Matemáticas de ese tutor sobre su propio grupo en ese hueco concreto, su variable asociada de desdoble sería 0.

desdoble tendrá lugar siempre que el grupo de referencia imparta una lección de Educación Física en ese hueco[3], requiriendo que el tutor de ese grupo de referencia se quede libre de lecciones estándar para que pueda participar en el desdoble especial en el grupo referenciado. Recordemos que estas lecciones no regulares de desdoble especial ya han sido reservadas de la disponibilidad semanal de estos tutores. A su vez, para completar la estructura del desdoble, asignaremos una lección de la asignatura de Matemáticas sobre el grupo referenciado con el tutor de su propio grupo, que impartirá por lo tanto una lección estándar.

- $y_{c,d,s} \in \{0,1\}$, $\forall c \in C$, $(d,s) \in H$, variable binaria de decisión de sincronización de lecciones de asignaturas Religión y Valores en un mismo hueco (día y sesión) para todos los diferentes grupos pertenecientes a un curso determinado[4]. Estas variables tomarán el valor 1 en caso de que se lleve a cabo la asignación de un una lección de Religión o Valores (dependiendo de la requerida) en todos los grupos de un determinado curso $c \in C$ en el citado hueco $(d,s) \in H$ y 0 en el contrario. Entre los cursos 1º y 3º deberemos asignar en el hueco considerado una lección de Religión al grupo A y otra de Valores al grupo B, por lo que el total de las lecciones a asignar en esos cursos serán 2. Por otra parte, entre los cursos 4º y 6º deberemos asignar en el hueco considerado una lección de Religión tanto al grupo A como al grupo B, y otra de Valores al grupo C, por lo que el total de las lecciones a asignar en esos cursos serán 3.

Tendremos que modelar nuevos aspectos en esta sección. Deberemos recoger la necesidad de que todos los tutores impartan la docencia de la asignatura de Matemáticas dentro de su grupo tutorizado, así como que los maestros de Educación Física han de coger la docencia de la asignatura de Educación Física de todos los grupos pertenecientes a un determinado curso si asume la docencia de cualquiera de ellos. A su vez, deberemos de asegurarnos de la sincronización de las lecciones de Religión y Valores en los diferentes grupos de un mismo curso de manera que sean simultáneas en el mismo hueco, así como del establecimiento del modelo de desdobles. Para modelar estos aspectos, traduciremos a lenguaje matemático las restricciones expresadas en la Sección 2.2. Estas cuatro situaciones serán modeladas como bloques de restricciones o «hard requirements» que han de cumplirse obligatoriamente. Las nuevas restricciones sobre docencias a tutores vienen modeladas en el objeto E' y las posteriores restricciones de la existencia de variables de decisión sobre docencia y lecciones asociadas. Añadiremos estas restricciones a las propuestas en el modelado matemático del problema básico de la Sección 3.2 en referencia al modelo básico de la Sección 2.1, actualizando en estas restricciones la definición del nuevo conjunto variables de decisión permitidas y la nueva jornada laboral semanal de los maestros en lecciones regulares, descontando lecciones de vigilancia de recreo o desdobles especiales necesarios.

El único aspecto que nos quedará por modelizar es la condición a optimizar de la docencia de los tutores, tratando de que todos ellos impartan el mayor número de lecciones dentro de su propio grupo tutorizado, y que en caso contrario, se alejen lo menos posible de este. Para ello, favoreceremos las lecciones dentro del mismo grupo tutorizado. Por otra parte, desfavoreceremos las lecciones dentro de grupos pertenecientes al mismo curso que el grupo tutorizado por el citado docente. Por último, desfavoreceremos todavía más las lecciones conforme el grupo sobre las que se apliquen se aleje más del correspondiente curso al que pertenece el grupo tutorizado por el citado docente. Por otra parte, la docencia de los maestros no tutores será indiferente en función del grupo al que impartan, por lo que su efecto será nulo en esta función objetivo. Existirán varias maneras de reflejar este hecho, pero una idea consistente para aproximarnos a esta misión será establecer una función objetivo con determinados coeficientes para las variables de decisión asociadas a la docencia, de tal manera que conjuguemos el efecto del número de lecciones semanales requeridas por la determinada asignatura, ya que han de ser

[3] Recordemos que para evitar la situación en la que un tutor de la especialidad *PEF* tuviese que dar la asignatura *EF* a su propio curso y un desdoble de *MA* al quedarse libre de lecciones regulares pero asignársele un desdoble especial hemos restringido la docencia de los tutores especialistas de *EF* sobre la propia asignatura *EF* de sus grupos tutorizados correspondientes.

[4] En caso de que no se encuentren maestros para alguna o varias de las asignaturas disponibles en el hueco referido, su variable asociada no existirá y se buscará otro hueco para la sincronización de las lecciones.

asumidas en bloque si se asigna la docencia, con el coste de cada una de estas lecciones, en función del grupo al que se aplica según los criterios anteriormente nombrados. Definiremos una función objetivo a minimizar en la que el coeficiente de la variable de decisión asociada a la docencia entre las diferentes maestros sobre las diferentes asignaturas sea producto del coste de cada lección con el número de lecciones semanales requerido por la asignatura. Las lecciones requeridas semanalmente por una asignatura $(n,c,l) \in A$ vienen dadas por $r_{n,c,l}$, y son un número positivo fijo y conocido, por lo que únicamente deberemos de preocuparnos de definir un coste para cada lección de una asignatura concreta de un maestro determinado, dentro de las restricciones de docencia adoptadas en E', y que refleje los citados parámetros de favorecimiento como coeficientes negativos, los de desfavorecimiento como positivos (mayores conforme aumenta la intensidad del desfavorecimiento) y de indiferencia como coeficientes nulos. Este coste será:

- No tutores: nulo sobre cualquier curso.
- Tutores:
  - No especialistas de Educación Física:
    - Propio grupo tutorizado: negativo.
    - Grupo del mismo curso que al que pertenece el grupo tutorizado: positivo pero el menor que en el caso de que el grupo pertenezca a un grupo de un curso distinto al del grupo tutorizado.
    - Grupo de un curso distinto al que pertenece el grupo tutorizado: positivo, mayor que en el caso de que el grupo pertenezca al mismo curso que el grupo tutorizado y creciente conforme el curso del grupo al que se aplica la docencia se aleja del curso al que pertenece el grupo tutorizado.
  - Especialistas de Educación Física: la docencia de los tutores especialistas de Educación Física seguirá este mismo esquema que en el caso de los tutores no especialistas de Educación Física para todas las asignaturas salvo para la del tipo Educación Física, para las que el coste será nulo en todos los grupos en los que la docencia esté permitida (recordemos que estos son aquellos grupos que no pertenecen al mismo curso que el grupo tutorizado).

Esto ocurrirá siempre dentro de los supuestos de la docencia permitida a cursos cercanos para todos los tutores y de la docencia de Educación Física a los tutores de la especialidad homónima a grupos pertenecientes a cursos distintos del tutorizado, recogidos en E'.

Deberemos por lo tanto definir el coste de la docencia (permitida, en caso contrario su variable de docencia asociada no habrá sido definida y por lo tanto no consideraremos un coste asociado) de un maestro a una asignatura concreta. El coste de cada una de estas lecciones de un maestro $p \in P$ a una asignatura $(n,c,l) \in A$ independientemente del hueco (d,s) en el que ocurra, requiriendo que $(p,n,c,l) \in Z$ para que la docencia esté permitida y pueda considerarse un coste asociado, podrá ser expresada según los criterios anteriormente expresados como:

$$w_{p,n,c,l} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad p \notin T \cup (W_p = PEF \cap n = EF) \\ -10 & \text{si} \quad p \in T \cap c = c_p \cap l = l_p \\ +5 & \text{si} \quad p \in T \cap c = c_p \cap l \neq l_p \\ 10\,|i(c) - i(c_p)| & \text{si} \quad p \in T \cap c \neq c_p \end{cases} \tag{3.28}$$

Observamos cómo no hemos hecho restricciones generales a los tutores en cursos lejanos ni específicas, ya que estos efectos ya han sido considerados en Z a través del efecto de $E_{p,n,c}$. También nos hemos asegurado de que las asignaturas sean requeridas a través de la condición $(n,c,l) \in A$, lo que indica la correcta construcción del objeto.

En la anterior definición del coste hemos hecho uso de $i(c)$, el número del índice del elemento del curso $c \in C$. De esta manera:

$$i(c) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad c = 1^{\text{o}} \\ 2 & \text{si} \quad c = 2^{\text{o}} \\ 3 & \text{si} \quad c = 3^{\text{o}} \\ 4 & \text{si} \quad c = 4^{\text{o}} \\ 5 & \text{si} \quad c = 5^{\text{o}} \\ 6 & \text{si} \quad c = 6^{\text{o}} \end{cases} \tag{3.29}$$

Este es el coste asociado a una lección. Como todas las lecciones han de ser impartidas por el mismo maestro que imparta la asignación de docencias, al utilizar este coste en la función objetivo de este modelo deberemos multiplicar por el número de lecciones requeridas semanalmente por la asignatura para considerar el cómputo global del coste de todas las lecciones que serán impartidas en caso de asignarse la docencia.

Pasaremos ya a describir el cuerpo de la primera resolución del problema ampliado. Para ello, convertiremos cada uno de los requerimientos que figuran en la Sección 2.2 en un bloque de restricciones del tipo «hard requirement», que deberá asegurarse de cumplir un bloque de ecuaciones e inecuaciones de forma obligatoria. En este caso incluiremos todos los requerimientos de la Sección 2.2, que incluyen los requerimientos de la Sección 2.1 como hemos descrito anteriormente, por ser este modelo ampliado una extensión del básico. Por lo tanto, este modelado comprenderá las ecuaciones de la Sección 3.2 con los requerimientos actualizados de existencia de variables de decisión binarias de docencia y lecciones. Esto será así para todos los requerimientos salvo para las limitaciones de docencia por capacidad de especialidad o por estructura de tutoría y desdobles ($E'_{p,n,c}$) así como de lecciones por disponibilidad en el determinado hueco semanal ($D_{p,d,s}$), que han sido modelados previamente como condiciones de restricciones de los conjuntos de lecciones y docencias permitidas, respectivamente X y Z. Observamos a su vez como en este apartado existe una condición a optimizar (como ocurrirá en la siguiente sección), que tampoco será interpretada como una condición «hard requirement» que deba cumplirse. Plantearemos una condición del tipo «soft requirement», representada por una función objetivo a optimizar, en este caso, a minimizar. Esta condición viene relacionada con la corrección de la docencia del conjunto de los diferentes tutores sobre los diferentes grupos. De esta forma, el problema podrá ser tratado como el estudio de minimización de la una función objetivo lineal dentro de un problema de programación entera con variables binarias bajo una serie de restricciones lineales, debiendo utilizar el método de «Branch & Cut» para explorar el árbol de soluciones y hallar una solución óptima. Nos bastará con encontrar una solución que cumpla los criterios de optimalidad de la minimización de la función objetivo, aunque en la práctica para garantizar la optimalidad de la solución candidata deberemos de finalizar el recorrido del árbol de decisiones generado por el método «Branch & Cut». Distinguiremos entre las restricciones correspondientes a tareas de organización lecciones y a tareas de organización de docencia, pero las trataremos conjuntamente como un mismo problema.

3.3.1. Función objetivo.

Estudiaremos la minimización de la siguiente función objetivo, en la que se trata de buscar la solución en la que las penalizaciones tomen el menor valor posible al mismo tiempo que las asignaciones con coeficiente negativo, es decir, las deseadas, tomen el mayor valor posible:

$$\text{mín} \quad \sum_{(p,n,c,l)\in Z} w_{p,n,c,l}r_{n,c,l}z_{p,n,c,l}$$

3.3.2. Restricciones.

A continuación se presentan las restricciones asociadas a cada uno de los elementos del diseño expuestos anteriormente.

Docencia.

- *(R1). Ningún maestro supera su jornada máxima semanal entre el cómputo global de las lecciones requeridas por cada una de las asignaturas de cuya docencia se encarga. Restringiremos únicamente a las asignaturas de cuya docencia puede encargase en el caso de cada maestro:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c,l)\in Z} r_{n,c,l}z_{p,n,c,l} \leq JP_{\bar{p}} \quad \forall \bar{p} \in P$$

- *(R2). Cada asignatura de cada curso de cada grupo recibe una única docencia de un único maestro entre todos los que son capaces de su docencia:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l})\in Z} z_{p,n,c,l} = 1 \quad \forall(\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A$$

- *(R3). Se asigna las Matemáticas y la Tutoría de cada grupo tutorizado a cada tutor preestablecido:*

$$z_{p,n,c_p,l_p} = 1 \quad \forall p \in T,\ \forall n \in \{MA,TU\}$$

- *(R4). Los maestros especialistas de Educación Física asumirán las docencias de asignaturas de Educación Física en bloque para todos los grupos de los diferentes cursos, debiendo asumir la docencia de esta asignatura para todos los grupos del curso concreto o para ninguno. Entre los cursos 1^o y 3^o, igualaremos la docencia del grupo correspondiente a la letra A con la del grupo correspondiente a la letra B para esta asignatura. Entre los cursos 4^o y 6^o igualaremos la docencia del grupo correspondiente a la letra A con la docencia del grupo correspondiente a la letra B para esta asignatura, así como la docencia del grupo correspondiente a la letra B con la docencia del grupo correspondiente a la letra C para esta asignatura:*

$$z_{p,EF,c,i} = z_{p,EF,c,j} \quad \forall p \in P,\ \forall(c,i,j) \in CR,\ \ (p,EF,c,i) \in Z,\ \ (p,EF,c,j) \in Z \mid W_p = PEF$$

Lecciones.

- *(R5). Si se le asigna una lección de una asignatura de un grupo de un curso a un maestro, se le asignan el total de estas para evitar docencias compartidas de determinadas asignaturas entre diferentes maestros. Para ello, plantearemos una dicotomía en las lecciones impartidas por el maestro a la determinada asignatura con la variable auxiliar $z_{p,n,c,g}$, siendo estas 0 o el total de las lecciones requeridas. Haremos esto para todas las asignaciones permitidas entre maestros y asignaturas:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d,s)\in X} x_{p,n,c,l,d,s} = r_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}}z_{\bar{p},\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall(\bar{p},\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in Z$$

- *(R6). Cada maestro se asigna en cada sesión de cada día a lo sumo una vez, para evitar duplicidades en los horarios de los maestros, pudiendo contemplar la posibilidad de la existencia de huecos libres en los horarios de estos. Excluiremos restricciones para los días en que determinados maestros no pueden dar clase:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c,l,d=\bar{d},s=\bar{s})\in X} x_{p,n,c,l,d,s} \leq 1 \quad \forall \bar{p} \in P,\ \forall(\bar{d},\bar{s}) \in H \mid D_{\bar{p},\bar{d},\bar{s}} = 1$$

- *(R7). Cada sesión de cada día de cada asignatura de cada grupo (representado por su dupla de curso y letra) recibe un único maestro para un determinado tipo de asignatura, para evitar duplicidades en los horarios de los diferentes grupos, sin contemplar la posibilidad de existencia de huecos libres:*

$$\sum_{(p,n,c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s=\bar{s})\in X} x_{p,n,c,l,d,s} = 1 \quad \forall(\bar{c},\bar{l}) \in G,\ \forall(\bar{d},\bar{s}) \in H$$

- *(R8). Cada día se asignan a cada asignatura de cada curso de cada grupo un número de lecciones comprendido entre el mínimo y el máximo establecido:*

  - *(R8.1) Lecciones mínimas:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s)\in X} x_{p,n,c,l,d,s} \geq m_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall(\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A,\ \forall\bar{d} \in D$$

  - *(R8.2) Lecciones máximas:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s)\in X} x_{p,n,c,l,d,s} \leq M_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall(\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A,\ \forall\bar{d} \in D$$

- *(R9). Establecimiento de las estructuras de desdobles:*

  - *(R9.1). Cada vez que el grupo de referencia establezca una lección del tipo Educación Física en un hueco concreto, estableceremos un desdoble entre el tutor de este grupo de referencia el grupo referenciado:*

$$\sum_{(p,EF,c=c_{\bar{p}},l=l_{\bar{p}},d=\bar{d},s=\bar{s})\in X} x_{p,EF,c,l,d,s} = k_{\bar{p},\bar{d},\bar{s}} \quad \forall\bar{p} \in T,\ \forall(\bar{d},\bar{s}) \in H$$

  - *(R9.2). En caso de que se establezca un desdoble, deberemos asegurarnos de que el tutor del grupo de referencia se encuentra libre en ese hueco. En caso de que no se establezca un desdoble, no se verá afectada la posibilidad de que el maestro se quede libre o no:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c,l,d=\bar{d},s=\bar{s})\in X} x_{p,n,c,l,d,s} \leq 1 - k_{\bar{p},\bar{d},\bar{s}} \quad \forall\bar{p} \in T,\ \forall(\bar{d},\bar{s}) \in H$$

  - *(R9.3). En caso de que se establezca un desdoble, deberemos asegurarnos el tutor del grupo referenciado imparta una lección de Matemáticas sobre su propio grupo tutorizado de referencia en ese hueco. En caso de que no se establezca un desdoble, no se verá afectada la posibilidad de que la asignación de lección se produzca o no. Para clarificar la notación, definiremos el tutor del grupo referenciado como $PR_p = t_{c_p,LR_p} \in G'$:*

$$x_{PR_p,MA,c_p,LR_p,d,s} \geq k_{p,d,s} \quad \forall p \in T,\ \forall(d,s) \in H$$

- *(R10). Sincronizaremos las lecciones de Religión y Valores para los diferentes grupos de un mismo curso en un determinado hueco, estableciendo una lección de la asignatura requerida en cada grupo del curso o ninguna para ningún grupo del curso en ese hueco:*

$$\sum_{(p,n\in\{RE,VA\},\bar{c},l\in L_{\bar{c}},\bar{d},\bar{s})\in X} x_{p,n,c,l,d,s} = N(\bar{c})y_{\bar{c},\bar{d},\bar{s}} \quad \forall\bar{c} \in C,\ \forall(\bar{d},\bar{s}) \in H$$

3.3.3. Variables.

Las variables de decisión binaria para los aspectos de docencia, lecciones, desdobles y sincronización serán:

(V1) Docencia.

$$z_{p,n,c,l} \in \{0,1\} \qquad \forall (p,n,c,l) \in Z$$

(V2) Lecciones.

$$x_{p,n,c,l,d,s} \in \{0,1\} \qquad \forall (p,n,c,l,d,s) \in X$$

(V3) Desdobles.

$$k_{p,d,s} \in \{0,1\}, \;\; \forall p \in T, \;\; (d,s) \in H$$

(V4) Sincronización.

$$y_{c,d,s} \in \{0,1\}, \;\; \forall c \in C, \;\; (d,s) \in H$$

3.3.4. Otras consideraciones.

Recordemos que, por otra parte, las restricciones de docencias y lecciones asociadas permitidas han sido controladas a través de E', así como las de lecciones en huecos permitidos por maestros a través de D. Estas condiciones no serán modeladas por el establecimiento de «hard requirements», sino que restringiremos la existencia de aquellas variables y restricciones permitidas en su propia definición.

El planteamiento del problema consistirá en encontrar la solución de valor óptimo, en este caso la solución con valor de función objetivo mínimo, de entre el conjunto de soluciones factibles bajo el total de restricciones desde (R1) hasta (R10) para las variables binarias desde (V1) hasta (V4).

Capítulo 4

Propuesta de resolución y obtención de los calendarios.

4.1. Modelo por objetivos.

Los problemas definidos en la Sección 3.2 y la Sección 3.2 permiten obtener, tras su resolución, calendarios factibles que además, en el modelo de la Sección 3.2, están optimizados en el sentido de cumplir las directrices o explicaciones expuestas en la Sección 2.2 y modelados con la función objetivo de la Subsección 3.3.1.

El modelo ampliado, a pesar de recoger correctamente las características del caso concreto de la Sección 2.2, puede presentar ciertas limitaciones. La función objetivo considera de forma conjunta las lecciones de todos los tutores sumándose en un mismo número escalar, por lo que el valor de esta indicará la corrección de la solución conjunta de todos los tutores, sin poder asegurar una cierta cota de calidad para cada uno de estos tutores. De esta manera, a través del modelo de la Sección 3.3 podremos obtener soluciones heterogéneas en cuanto a las lecciones impartidas fuera del curso por cada tutor, pudiendo compensar aquellos tutores que se encuentran peor organizados según los criterios expresados en la Sección 2.2 con otros que se encuentren mejor organizados.

Para tener en cuenta esto, introduciremos un nuevo bloque de restricciones del tipo «hard requirement», a través de las que nos aseguraremos que todos los tutores imparten un número de lecciones regulares fuera del grupo tutorizado menor que una cota máxima definida e igual para todos los tutores. Debido a la estructura de docencia para tutores y de desdobles estos tutores deben de dar un gran número de lecciones de Educación Física fuera de su grupo tutorizado, ya que son el único tipo de especialistas que pueden encargarse de la asignatura. Por ello, hemos hecho que deban asumir la docencia de esa asignatura de Educación Física en todos los grupos de un curso o en ninguno, además de prohibirla dentro de los grupos pertenecientes al mismo curso al que pertenece su grupo tutorizado, incluyendo también este propio grupo tutorizado. Para no penalizar la asignación de estas asignaturas de EF a tutores especialistas de PEF en cursos lejanos al tutorizado se ha asignado a estas un coste nulo la función objetivo. Por lo tanto, esta nueva asunción por objetivos podrá ser impuesta a todos los tutores excepto para los especialistas en Educación Física, para mantener la misma situación existente en la Sección 3.3 .El requerimiento tutor por tutor en forma de «hard requierement» será más concreto que el requerimiento del cómputo global de los tutores en forma de «soft requirement». Además de esto, la asunción de las docencias de Matemáticas y Tutoría en el caso de todos los tutores asegurará un determinado número de lecciones de docencia dentro del mismo curso.

Otro problema del modelo anterior de la Sección 3.3 es el enorme coste computacional que requiere resolverlo, que se traducirá en el empleo de un tiempo muy grande para la generación de la solución óptima, tal y como comprobaremos en la Sección 4.2. Esto es debido al gran tamaño del árbol de soluciones generado. A diferencia del modelo de la Sección 3.2 en el que tratábamos de demostrar la factibilidad del problema y en el que por lo tanto nos bastaba con encontrar una solución factible, en este caso de la Sección 3.3 deberemos encontrar la solución que presente un menor valor de función objetivo entre todas las soluciones factibles. Esto puede requerir de número de iteraciones del algoritmo de «Branch & Cut» muy elevado, ya que en la práctica deberemos recorrer prácticamente todo el árbol de decisiones dentro de la programación entera para demostrar la optimalidad de la solución en cuestión. Por ello, eliminar esta condición de optimalidad como «soft requierement» y transformarla en un bloque de requerimientos tipo «hard requirement» cambiará la resolución del problema de programación entera del estudio de la optimalidad al estudio de factibilidad. Por lo tanto, nos conformaremos con obtener una única solución que cumpla los preceptos de docencia y lecciones establecidos, deteniendo el algoritmo en ese punto y sin tener que buscar la mejor solución entre un gran número posible.

Observamos que la función objetivo a optimizar en la Sección 3.3 depende únicamente del conjunto de variables de docencia z, y no del de lecciones x, desdobles k o sincronizaciones y. Esto nos da una primera idea de que estos requerimientos de calidad en la docencia de los tutores pueden establecerse exclusivamente a través de la organización de la docencia de los tutores, siempre que esta pueda dar lugar a un calendario factible semanal teniendo en cuenta además los demás maestros. Por otra parte, observamos los dos bloques de restricciones de la Sección 3.3 se encuentran claramente diferenciados: por docencia y por lecciones. Mientras que los bloques del primer grupo dependen exclusivamente de la variable de docencia z, los bloques del segundo dependen de forma casi exclusiva de las variables de lección x, desdoble k y sincronización y. Esto último será así a excepción de la restricción (R5), primer bloque de restricciones de la parte de lecciones en el problema de la Sección 3.3, en la que utiliza la variable de docencia z para asignar la totalidad de las lecciones requeridas semanalmente por una asignatura a un único maestro determinado y así evitar docencias compartidas.

Teniendo en cuenta esto decidiremos dividir el caso concreto de organización reflejado en la Sección 2.2 en dos problemas diferentes. Resolveremos estos dos problemas de forma secuencial, de manera que la docencia obtenida tras la resolución de la factibilidad del primer problema sea utilizada en el segundo problema, cuya factibilidad deberemos estudiar con la intención de obtener alguna solución factible para este. Resolveremos esto de forma iterativa, de tal manera que cada vez que la docencia obtenida de la resolución del primer problema no permita encontrar una solución en el segundo problema se genere una nueva solución diferente a la anterior en el primer problema. Continuaremos haciendo esto hasta que encontremos una resolución al primer problema tal que su docencia permita encontrar una solución factible al segundo problema, es decir, lleve generado un horario factible para esa docencia predeterminada por el primer problema. De esta manera, la solución al problema completo vendrán integradas por las soluciones parciales de estos dos citados problemas, tanto la docencia de la primera parte como la organización de calendarios de la segunda. Describiremos a continuación su contenido y funcionamiento:

- Primer problema inicial de docencia, en la que únicamente intervendrán las variables de decisión de docencia z. Una docencia válida, sin contar si esta puede llevarse a la práctica en un calendario de lecciones válido, implica las restricciones desde la (R1) hasta la (R4) del modelado matemático de la Sección 3.3. Además, la condición de adecuación de la docencia de los tutores puede ser integrada en este problema, ya que solo afectará a las variables de docencia de los tutores fuera de su grupo. Por lo tanto, esta condición será añadida como un bloque de restricciones o «hard requirements», en función del máximo de lecciones u permitidas fuera del grupo tutorizado, a las restricciones (R1)-(R4) expresadas en la **??**. De esta manera, desaparecerán las «soft requirements» con ellas la optimización dentro del problema entero de variables binarias. La resolución de este primer problema entero consistirá en el estudio de la factibilidad de una serie de variables binarias sobre el conjunto de docencias permitidas bajo una serie de restricciones lineales integradas por los bloques desde el (R1) hasta el (R4) de la citada Sección 3.3 con el bloque extra de lecciones fuera del grupo tutorizado. Obtendremos una solución a las variables de decisión del problema $z^*_{p,n,c,l}, \quad \forall(p,n,c,l) \in Z$, que representará la docencia predetermianda que utilizaremos en el segundo problema final de existencia de calendario de lecciones factible bajo esa determinada docencia. En caso de no encontrarse ninguna solución factible en el segundo problema final para esa docencia predeterminada z^* facilitada, volveríamos a generar una solución factible para este primer problema inicial, asegurándonos de que la solución generada es distinta a la anterior que resultó fallida[1].

- Segundo problema final de lecciones, en las que únicamente intervendrán las variables de decisión de lecciones x, desdobles k y sincronización y, siendo tomada la docencia predeterminada como un conjunto de valores constantes $z^0_{p,n,c,l}, \quad \forall(p,n,c,l) \in Z$ procedente de la anterior resolución en la secuencia del primer problema de docencia. Este implica las restricciones desde la (R5) hasta la (R10) del modelado matemático de la Sección 3.3. La resolución de este primer problema entero consistirá en el estudio de la factibilidad de una serie de variables binarias de sobre el conjunto de lecciones permitidas, así como sobre el conjunto de desdobles y simultaneizaciones, bajo una serie de restricciones lineales integradas por los bloques desde el (R5) hasta el (R10) de la citada Sección 3.3, donde en la restricción $(R5)$ tomaremos el valor de las variables de docencia, z, como el obtenido en el anterior paso de la resolución secuencial de estos problemas, z^*. En el caso de que una solución para la docencia del primer problema, que consistirá en una valor factible de las variables de decisión de docencia $z^*_{p,n,c,l}, \quad \forall(p,n,c,l) \in Z$ bajo los supuestos del primer problema inicial de docencia, dé lugar a una solución factible para la organización del calendario semanal de lecciones, que consistirá en una valor factible de las variables de decisión de lecciones $x^*_{p,n,c,l,d,s}, \quad \forall(p,n,c,l,d,s) \in X$, desdobles $k^*_{p,d,s}, \quad \forall p \in P, \ \forall(d,s) \in H$ y sincronización $y^*_{c,d,s}, \quad \forall c \in C, \ \forall(d,s) \in H$, bajo los supuestos del segundo problema con la citada docencia predeterminada z^0 de la primera etapa, una solución correcta al problema de organización de docencia y calendario del caso concreto descrita en la Sección 2.2 podrá ser considerado como el conjunto de valores de las variables de decisión de ambos problemas, es decir, (z^*, x^*, k^*, y^*).

Observamos que por lo tanto nos dedicaremos a obtener soluciones del primer problema de docencia, que asegura la calidad de docencia de los tutores y consistentes en un valor adecuado de las variables de docencia bajo los supuestos de este primer problema, hasta que una de esas soluciones de docencia dé lugar a una solución factible en el segundo problema de lecciones y por lo tanto lleve asociada un calendario factible, representado por un valor adecuado de las variables de lecciones, desdobles y simultaneizaciones. La solución global comprenderá las variables de lecciones, desdoble y simultaneidad del segundo problema de lecciones así como las variables de docencia del primer problema bajo cuya docencia predeterminada ha sido factible este segundo. Por lo tanto, la unidad básica del bucle iterativo de resolución del problema global que se modela en este apartado será la resolución secuencial, en primer lugar, del problema de docencia con restricciones de calidad de la docencia en los tutores[2] como un programa de programación entera, asegurándonos siempre que esta nueva solución de docencia obtenida sea siempre distinta a cualquiera de las anteriormente producidas, seguida de la resolución del problema de lecciones con docencia predeterminada igual a la obtenida en la primera etapa de la unidad básica del bucle. Dependiendo del resultado de la resolución de este segundo programa de programación entera de la segunda etapa de la unidad fundamental del bucle, tendremos la condición de parada de la iteración de este. Cuando encontremos una solución de lecciones factible para este segundo problema bajo la docencia obtenida en este primer problema, esta será nuestra aproximación de la solución para el problema global y pararemos la iteración del algoritmo. En caso contrario, seguiremos produciendo soluciones del problema de docencia diferentes a las anteriores hasta encontrar alguna que cumpla este criterio de generar una solución factible para el problema de lecciones.

[1]En nuestro caso de resolución práctico, esto será llevado a cabo a través de la función «populate» del paquete de optimización *CPLEX Optimization Studio*. Esta función se encargará de recorrer el árbol de docencia acumulando soluciones factibles de tal manera que cada vez que le pidamos una solución nueva no sea igual a ninguna de las que ya haya generado anteriormente.

[2]Salvo los de Educación Física.

La organización del calendario no ha de ser optimizada. Algunos de estos elementos se requieren a través de la restricción de la existencia de las variables de lección asociadas, y otros se requieren como restricciones o «hard requirements», como la no superposición de lecciones para alumnos y maestros (con posibilidad de huecos libres en este segundo caso), los requerimientos semanales y diarios de las diferentes asignaturas, la docencia del total de las lecciones de una asignatura al asumir su docencia, la estructura de los desdobles y la simultaneidad de las lecciones de Religión y Valores por cursos en un mismo hueco. Por ello, nos bastará con la existencia de una solución que cumpla todos los requerimientos.

En cuanto a la organización de la docencia, la condición de optimalidad se ha convertido en una restricción suficiente que asegura una cota mínima de calidad. Por lo tanto, la no superación de la jornada semanal de los maestros, la asignación de un docente exactamente a cada asignatura, la asignación de la docencia de las asignaturas de Matemáticas y Tutoría a los tutores sobre su grupo tutorizado la asignación de docencias enteras de cursos para Educación Física a sus especialistas podrán ser requeridas como restricciones o «hard requirements» junto a las nuevas condiciones suficientes de jornadas semanales fuera del grupo tutorizado, en forma también de restricciones. Las restricciones en las docencias permitidas por diversos motivos han sido modelados. Por ello, ya no deberemos buscar la mejor docencia posible bajo el modelo, como hacíamos en la Sección 3.3, sino que ahora propondremos diferentes soluciones de docencia que cumplen una condición suficiente de calidad en todos los casos hasta que alguna de lugar a una calendario factible de lecciones asociado.

Este método nos permitirá realizar una búsqueda en el espacio de docencias, generando un árbol de búsqueda para el «Branch & Cut» mucho menor que en el anterior modelo global. Por ello, podremos generar soluciones de docencia a gran velocidad y probarlos sobre un árbol de decisión bastante reducido en el problema de organización de lecciones, ya que constituye solo de tres variables binarias bajo seis bloques de restricciones, considerando la docencia en el primer bloque de estas como un parámetro predeterminado obtenido de la resolución del primer problema de docencia, lo que agilizará a su vez el proceso.

Pasemos por último a enunciar el conjunto de los dos problemas de programación entera, correspondientes ambos al estudio de factibilidad bajo restricciones lineales sobre variables binarias. En este caso, ambas Subsección 4.1.1 y Subsección 4.1.2, sí que tratarán problemas diferentes con sus propias variables y restricciones definidas:

4.1.1. Primer problema de docencia inicial.

Restricciones.

A continuación se presentan las restricciones asociadas a cada uno de los elementos del diseño expuestos anteriormente.

- *(R1). Ningún maestro supera su jornada máxima semanal entre el cómputo global de las lecciones requeridas por cada una de las asignaturas de cuya docencia se encarga. Restringiremos únicamente a las asignaturas de cuya docencia puede encargase en el caso de cada maestro:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c,l)\in Z} r_{n,c,l} z_{p,n,c,l} \leq JP_{\bar{p}} \qquad \forall \bar{p} \in P$$

- *(R2). Cada asignatura de cada curso de cada grupo recibe una única docencia de un único maestro entre todos los que son capaces de su docencia:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l})\in Z} z_{p,n,c,l} = 1 \qquad \forall (\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A$$

- *(R3). Se asigna las Matemáticas y la Tutoría de cada grupo tutorizado a cada tutor preestablecido:*

$$z_{p,n,c_p,l_p} = 1 \quad \forall p \in T, \ \forall n \in \{MA, TU\}$$

- *(R4). Los maestros especialistas de Educación Física asumirán las docencias de asignaturas de Educación Física en bloque para todos los grupos de los diferentes cursos, debiendo asumir la docencia de esta asignatura para todos los grupos del curso concreto o para ninguno. Entre los cursos* 1^o *y* 3^o*, igualaremos la docencia del grupo correspondiente a la letra A con la del grupo correspondiente a la letra B para esta asignatura. Entre los cursos* 4^o *y* 6^o *igualaremos la docencia del grupo correspondiente a la letra A con la docencia del grupo correspondiente a la letra B para esta asignatura, así como la docencia del grupo correspondiente a la letra B con la docencia del grupo correspondiente a la letra C para esta asignatura:*

$$z_{p,EF,c,i} = z_{p,EF,c,j} \quad \forall p \in P, \ \forall (c,i,j) \in CR, \ (p,EF,c,i) \in Z, \ (p,EF,c,j) \in Z \mid W_p = PEF$$

- *(R5). Todos los tutores excepto los especialistas en Educación Física deberán dar una cota máxima de u lecciones semanales fuera de su grupo tutorizado:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c\neq c_{\bar{p}},l\neq l_{\bar{p}})\in Z} r_{n,c.l} z_{p,n,c,l} \le u \quad \forall \bar{p} \in T \mid W_{\bar{p}} \neq EF$$

Variables.

Las variables de decisión binarias para los aspectos de docencia serán:
Docencia.

$$z_{p,n,c,l} \in \{0,1\} \ \ \forall (p,n,c,l) \in Z$$

Otras consideraciones.

Recordemos que, por otra parte, las restricciones de docencias permitidas han sido controladas a través de E', tanto por capacitación de docencia como por modelo de tutorías y desdobles. Esta condición no será modelada por el establecimiento de «hard requirements», sino que restringiremos la existencia de aquellas variables y restricciones permitidas en su propia definición.

Por otra parte, la solución de las variables binarias obtenida de la resolución de este problema será llamada $z^*_{p,n,c,l} \in \{0,1\} \ \ \forall (p,n,c,l) \in Z$, y será utilizada como parámetro en las restricciones del primer bloque del segundo problema de lecciones final, representando la docencia predeterminada.

El planteamiento del problema consistirá en encontrar una solución factible bajo el total de restricciones desde (R1) hasta (R5) para las variables binarias (V1).

4.1.2. Segundo problema de lecciones final.

Restricciones.

- *(R1). Si se le asigna una lección de una asignatura de un grupo de un curso a un maestro, se le asignan el total de estas para evitar docencias compartidas de determinadas asignaturas entre diferentes maestros. Para ello, plantearemos una dicotomía en las lecciones impartidas por el maestro a la determinada asignatura con la variable de docencia cuyo valor ha sido obtenido en Subsección 4.1.1,* $z^*_{p,n,c,g}$*, siendo estas* 0 *o el total de las lecciones requeridas. Haremos esto para todas las asignaciones permitidas entre maestros y asignaturas:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d,s)\in X} x_{p,n,c,l,d,s} = r_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}} z^*_{\bar{p},\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall (\bar{p},\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in Z$$

- *(R2). Cada maestro se asigna en cada sesión de cada día a lo sumo una vez, para evitar duplicidades en los horarios de los maestros, pudiendo contemplar la posibilidad de la existencia de huecos libres en los horarios de estos. Excluiremos restricciones para los días en que determinados maestros no pueden dar clase:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c,l,d=\bar{d},s=\bar{s})\in X} x_{p,n,c,l,d,s} \leq 1 \quad \forall \bar{p} \in P,\ \forall (\bar{d},\bar{s}) \in H \mid D_{\bar{p},\bar{d},\bar{s}} = 1$$

- *(R3). Cada sesión de cada día de cada asignatura de cada grupo (representado por su dupla de curso y letra) recibe un único maestro para un determinado tipo de asignatura, para evitar duplicidades en los horarios de los diferentes grupos, sin contemplar la posibilidad de existencia de huecos libres:*

$$\sum_{(p,n,c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s=\bar{s})\in X} x_{p,n,c,l,d,s} = 1 \quad \forall (\bar{c},\bar{l}) \in G,\ \forall (\bar{d},\bar{s}) \in H$$

- *(R4). Cada día se asignan a cada asignatura de cada curso de cada grupo un número de lecciones comprendido entre el mínimo y el máximo establecido:*

  - *(R4.1) Lecciones mínimas:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s)\in X} x_{p,n,c,l,d,s} \geq m_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall (\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A,\ \forall \bar{d} \in D$$

  - *(R4.2) Lecciones máximas:*

$$\sum_{(p,n=\bar{n},c=\bar{c},l=\bar{l},d=\bar{d},s)\in X} x_{p,n,c,l,d,s} \leq M_{\bar{n},\bar{c},\bar{l}} \quad \forall (\bar{n},\bar{c},\bar{l}) \in A,\ \forall \bar{d} \in D$$

- *(R5). Establecimiento de las estructuras de desdobles:*

  - *(R5.1). Cada vez que el grupo de referencia establezca una lección del tipo Educación Física en un hueco concreto, estableceremos un desdoble entre el tutor de este grupo de referencia el grupo referenciado:*

$$\sum_{(p,EF,c=c_{\bar{p}},l=l_{\bar{p}},d=\bar{d},s=\bar{s})\in X} x_{p,EF,c,l,d,s} = k_{\bar{p},\bar{d},\bar{s}} \quad \forall \bar{p} \in T,\ \forall (\bar{d},\bar{s}) \in H$$

  - *(R5.2). En caso de que se establezca un desdoble, deberemos asegurarnos de que el tutor del grupo de referencia se encuentra libre en ese hueco. En caso de que no se establezca un desdoble, no se verá afectada la posibilidad de que el maestro se quede libre o no:*

$$\sum_{(p=\bar{p},n,c,l,d=\bar{d},s=\bar{s})\in X} x_{p,n,c,l,d,s} \leq 1 - k_{\bar{p},\bar{d},\bar{s}} \quad \forall \bar{p} \in T,\ \forall (\bar{d},\bar{s}) \in H$$

  - *(R5.3). En caso de que se establezca un desdoble, deberemos asegurarnos el tutor del grupo referenciado imparta una lección de Matemáticas sobre su propio grupo tutorizado de referencia en ese hueco. En caso de que no se establezca un desdoble, no se verá afectada la posibilidad de que la asignación de lección se produzca o no. Para clarificar la notación, definiremos el tutor del grupo referenciado como $PR_p = t_{c_p,LR_p} \in G'$:*

$$x_{PR_p,MA,c_p,LR_p,d,s} \geq k_{p,d,s} \quad \forall p \in T,\ \forall (d,s) \in H$$

- *(R6). Sincronizaremos las lecciones de Religión y Valores para los diferentes grupos de un mismo curso en un determinado hueco, estableciendo una lección de la asignatura requerida en cada grupo del curso o ninguna para ningún grupo del curso en ese hueco:*

$$\sum_{(p,n\in\{RE,VA\},\bar{c},l\in L_{\bar{c}},\bar{d},\bar{s})\in X} x_{p,n,c,l,d,s} = N(\bar{c})\, y_{\bar{c},\bar{d},\bar{s}} \quad \forall \bar{c} \in C,\ \forall (\bar{d},\bar{s}) \in H$$

Variables.

Las variables de decisión binaria para los aspectos de lecciones, desdobles y sincronización serán:
(V1) Lecciones.

$$x_{p,n,c,l,d,s} \in \{0,1\} \quad \forall (p,n,c,l,d,s) \in X$$

(V2) Desdobles.

$$k_{p,d,s} \in \{0,1\}, \ \forall p \in T, \ (d,s) \in H$$

(V3) Sincronización.

$$y_{c,d,s} \in \{0,1\}, \ \forall c \in C, \ (d,s) \in H$$

Otras consideraciones.

Recordemos que, por otra parte, las restricciones de docencias permitidas han sido controladas a través de E' que define los posibles índices $(p,n,c,l) \in Z$ que llevan docencias permitidas asociadas, tanto por capacitación de docencia como por modelo de tutorías y desdobles. Además, estos valores serán tomados como parámetro a través de la solución del anterior problema del primer problema inicial de docencia. Esta condición no será modelada por el establecimiento de «hard requirements», sino que restringiremos la existencia de aquellas constantes y restricciones permitidas en su propia definición, para luego darles el valor obtenido en la primera parte del problema global para ser utilizados en esta segunda parte de este. A su vez, las lecciones permitidas según disponibilidad de horarios en huecos por parte de los maestros también serán modeladas con la restricción en la existencia de sus variables de decisión asociadas, a través de D. Por lo tanto, tampoco requerirán el establecimiento de «hard requirements» para su modelización.

El planteamiento del problema consistirá en encontrar una solución factible bajo el total de restricciones desde (R1) hasta (R6) para las variables binarias desde (V1) hasta (V3).

El parámetro u controlará el número máximo de lecciones regulares permitidas que un tutor puede dar fuera de su grupo tutorizado, exceptuando aquellos maestros especialistas de Educación Física, que por su especialidad y la estructura de desdobles establecida, deben impartir un gran número de asignaturas del tipo de Educación Física fuera de su grupo tutorizado (de hecho, tienen restringida la docencia de este tipo de asignatura en su propio grupo tutorizado). Será un número entero positivo, $u \in \mathbb{R}, \ u \geq 0$. De esta manera, valores bajos de este parámetro no darán lugar a soluciones factibles, ya que requerirán que se den prácticamente todas las lecciones de su jornada semanal, no encontrándose capacitado para algunos de estos tipos de asignaturas requeridas por su grupo. Por otra parte, valores altos apenas restringirán la búsqueda de soluciones, haciéndose su efecto nulo conforme el número se acerque a las $25-26$ lecciones regulares semanales que tienen disponibles los tutores, no ejerciendo efecto alguno para valores de u mayores que esa cota.

Por otra parte, en caso de obtener una solución factible de las variables binarias bajo las restricciones de este problema y con los supuestos de variable predeterminada asumida como una constante $z^*_{p,n,c,l} \in \{0,1\} \ \forall (p,n,c,l) \in Z$, esto implicará una solución para el problema global correspondiente a las variables de docencia de referencia z^* de la primera etapa junto con las variables de lecciones, desdobles y sincronización (x^*,k^*,y^*) de esta segunda etapa bajo los supuestos obtenidos en la primera.

4.2. Obtención de calendarios.

Para el resolución de los problemas planteados en la Sección 3.2, la Sección 3.3 y la Sección 4.1 hemos utilizado las librerías de *CPLEX Optimization Studio* enlazadas desde una aplicación en lenguaje de programación *Java*. Podremos obtener información acerca de la instalación de *CPLEX* así como de la configuración de sus librerías para *Java* en en los documentos [2] y [3] citados en la bibliografía. Por otra parte, los códigos de esta aplicación propuesta para el modelo de la Sección 4.1 son entregados al tribunal junto a la copia física de la memoria en un DVD. Los códigos se han ejecutado a través de un ordenador con procesador *Intel(R) Core(TM) i7-6700K CPU* de 8 núcleos a 4.00 GHz de frecuencia y con 16 GB de RAM. Indicamos esto debido a que presentaremos posteriormente el tiempo de resolución de cada modelo, que dependerá fundamentalmente de la capacidad de procesado utilizada.

4.2.1. Comparación entre modelo básico y caso concreto del C.E.I.P. Hermanos Marx.

En primer lugar, deberemos comparar el desempeño del modelo básico definido en la Sección 2.1 y modelado matemáticamente en la Sección 3.2 con el del caso concreto definido en la Sección 2.2 y modelado matemáticamente en la Sección 3.3 y la Sección 4.1.

Modelo básico.

El tiempo que toma la resolución del problema entero de la Sección 3.2 con la máquina descrita en Sección 4.2 es de 6.585 segundos. En un primer instante, podría sorprendernos el bajo tiempo de resolución que implica este modelo básico. Sin embargo, hemos de entender que estamos tratando con un modelo de factibilidad al cuya solución le estamos pidiendo cumplir un número de restricciones grande pero no tan grande como en los modelados matemáticos correspondientes a lo expuesto en el caso concreto de la Sección 2.2. Por ello, el tiempo de resolución resulta cabal para la complejidad del modelo estudiado.

Como comentar la solución obtenida para los horarios de todos los grupos puede resultar pesado y restarle claridad a la visión general del análisis de resultados, podremos comprobar si se cumplen las restricciones pedidas para este modelo dentro de los grupos de un curso concreto de momento. En concreto, pasaremos a analizar los horarios generados para los grupos pertenecientes al curso de 1º, que serán respectivamente (1º, A) y (1º, B):

- (1º, A)

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	LE (PMU_2)	IN (PIN_6)	IN (PIN_6)	MA ($PR1_1$)	PL ($PR1_1$)
2ª	CS ($PR1_2$)	SC ($PR2_1$)	EF (PEF_2)	IN (PIN_6)	IN (PIN_6)
3ª	TU ($PR1_1$)	MA ($PR1_1$)	RE (PRE_2)	SC ($PR2_1$)	LE (PMU_2)
4ª	EF (PEF_2)	MU (PAR_1)	LE (PMU_2)	CS ($PR1_2$)	RE (PRE_2)
5ª	SC ($PR2_1$)	PL ($PR1_1$)	MU (PAR_1)	LE (PMU_2)	MA ($PR1_1$)
6ª	MA ($PR1_1$)	LE (PMU_2)	MA ($PR1_1$)	EF (PEF_2)	EF (PEF_2)

Tabla 4.1: Horario semanal del grupo (1º, A), tutorizado por $PR1_1$. Modelo básico, Sección 3.2.

- (1º, B)

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	SC ($PR2_1$)	IN (PIN_1)	MA (PMU_2)	MA (PMU_2)	SC ($PR2_1$)
2ª	MA (PMU_2)	EF (PEF_2)	LE ($PR1_1$)	SC ($PR2_1$)	PL ($PR1_1$)
3ª	IN (PIN_1)	MA (PMU_2)	VA ($PR2_2$)	MU (PMU_1)	LE ($PR1_1$)
4ª	CS ($PR1_1$)	PL ($PR1_1$)	CS ($PR1_1$)	EF (PEF_2)	EF (PEF_2)
5ª	LE ($PR1_1$)	TU (PEF_1)	EF (PEF_2)	LE ($PR1_1$)	MA (PMU_2)
6ª	VA ($PR2_2$)	LE ($PR1_1$)	MU (PMU_1)	IN (PIN_1)	IN (PIN_1)

Tabla 4.2: Horario semanal del grupo (1º, B), tutozizado por PEF_1. Modelo básico, Sección 3.2.

Podemos comprobar como efectivamente se cumplen los requerimientos al calendario semanal enunciados a lo largo de la Sección 2.1. En concreto, todas las asignaturas que deben establecerse en el curso reciben un único docente. A su vez, se cumple el número de lecciones semanales requeridas, impartiéndose un número de lecciones diarias entre el máximo y el mínimo establecido. Por ejemplo, en el caso de Inglés se establecen 4 lecciones semanales y entre 0 y 1 lección diaria. Además, estas lecciones correspondientes a una asignatura determinada son todas impartidas por el mismo maestro, para evitar docencias compartidas. En el caso de Inglés, por ejemplo, este maestro serían PIN_6 y PIN_1 en (1º, A) y (1º, B) respectivamente. También comprobamos como no existen asignaturas impartidas por docentes cuya especialidad se lo impida, tal y como habíamos requerido en este modelo básico. También observamos que ninguno de estos dos grupos presenta duplicidades en su horario, superponiéndose dos o más lecciones en el mismo hueco, así como tampoco huecos libres, sin quedar vacante de lección ninguna sesión para ningún día. Observamos también como todos los tutores tienen asignada la docencia de la Tutoría de su grupo tutorizado, con su lección semanal requerida asignada correctamente.

Por otra parte, deberemos analizar también el efecto de la organización del horario sobre los maestros. Para ello, ofreceremos los horarios para los tutores de estos grupos, $PR1_1$ y PEF_1 respectivamente, generados por este modelo:

- $PR1_1$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	LE (3º,A)	LE (2º,B)	LE (2º,B)	MA (1º,A)	PL (1º,A)
2ª	LE (2º,B)	LE (3º,A)	LE (1º,B)	PL (2º,B)	PL (1º,B)
3ª	TU (1º,A)	MA (1º,A)	PL (2º,B)	LE (3º,A)	LE (1º,B)
4ª	CS (1º,B)	PL (1º,B)	CS (1º,B)	Libre	LE (3º,A)
5ª	LE (1º,B)	PL (1º,A)	LE (3º,A)	LE (1º,B)	MA (1º,A)
6ª	MA (1º,A)	LE (1º,B)	MA (1º,A)	LE (2º,B)	LE (2º,B)

Tabla 4.3: Horario semanal del $PR1_1$, tutor del grupo (1º, A). Modelo básico, Sección 3.2.

- PEF_1

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	Libre	EF (3º,A)	Libre	EF (3º,A)	EF (3º,A)
2ª	EF (5º,A)	Libre	Libre	EF (5º,B)	EF (4º,A)
3ª	EF (4º,A)	EF (4º,A)	Libre	Libre	EF (4º,C)
4ª	EF (3º,A)	EF (5º,A)	Libre	EF (4º,A)	EF (5º,B)
5ª	EF (4º,C)	TU (1º,B)	EF (4º,C)	Libre	Libre
6ª	EF (5º,B)	Libre	EF (5º,A)	EF (4º,C)	Libre

Tabla 4.4: Horario semanal del $PR1_1$, tutor del grupo (1º, A). Modelo básico, Sección 3.2.

Donde podemos comprobar como ninguno de los dos maestros supera su disponibilidad semanal de 30 lecciones ni presenta duplicidades ningún hueco del horario.

Caso concreto.

Observamos como la resolución del problema anterior toma un breve periodo de tiempo, del orden de segundos, pero en cambio ofrece una solución para el calendario que para nada se ajusta para lo requerido por el caso concreto del C.E.I.P. Hermanos Marx. Esto no es de extrañar, debido a que cumple las laxas restricciones que hemos definido nosotros mismos en la Sección 2.1, que no incluyen ni las estructuras de desdobles, ni la sincronización de lecciones de Religión y Valores, ni tampoco la optimización de la docencia de los tutores. Veremos cómo cambia esto al incorporar las restricciones propias del caso concreto a las que se refiere la Sección 2.2.

El tiempo que toma la resolución del problema entero de la Sección 3.3 con la máquina descrita en la Sección 4.2 es de 397246.740 segundos, que se traduce en algo más de 4 días y medio de cálculo. Observamos cómo se cumple lo previsto en la Sección 3.3, resultando el tiempo de resolución de este modelo en un tiempo enorme. Además, el valor de la función objetivo en la solución óptima es de -2090.

Describiremos el horario obtenido de la resolución este nuevo modelo del caso concreto para los grupos de 1º, tanto para la letra A como para la B, para comparar con los resultados ofrecidos para los mismos grupos bajo el caso concreto. Indicaremos en la lección de Matemáticas correspondiente un desdoble del grupo referenciado, entre paréntesis, en primer lugar el tutor del grupo de referencia encargado de la lección estándar, y en segundo el tutor del grupo de referencia (comprobaremos posteriormente cómo se encuentra libre de lecciones estándares para un desdoble especial en ese hueco posteriormente):

- (1º, A)

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	SC ($PR2_2$)	SC ($PR2_2$)	MA ($PR1_1, PEF_1$)	MU (PMU_1)	LE ($PR1_1$)
2ª	EF (PEF_4)	LE ($PR1_1$)	LE ($PR1_1$)	TU ($PR1_1$)	IN (PIN_6)
3ª	MA ($PR1_1, PEF_1$)	IN (PIN_6)	IN (PIN_6)	IN (PIN_6)	MA ($PR1_1$)
4ª	PL ($PR1_1$)	EF (PEF_4)	MU (PMU_1)	MA ($PR1_1, PEF_1$)	EF (PEF_4)
5ª	LE ($PR1_1$)	MA ($PR1_1, PEF_1$)	SC ($PR2_2$)	RE (PRE_2)	RE (PRE_2)
6ª	CS ($PR1_1$)	CS ($PR1_1$)	EF (PEF_4)	LE ($PR1_1$)	PL ($PR1_1$)

Tabla 4.5: Horario semanal del grupo (1º, A), tutorizado por $PR1_1$. Caso particular, Sección 3.3.

- (1º, B)

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	PL (PEF_1)	SC ($PR2_1$)	EF (PEF_4)	IN (PIN_1)	SC ($PR2_1$)
2ª	MA ($PEF_1, PR1_1$)	IN (PIN_1)	PL (PEF_1)	SC ($PR2_1$)	CS(PEF_1)
3ª	EF (PEF_4)	TU (PEF_1)	MU (PMU_2)	LE (PEF_1)	LE(PEF_1)
4ª	LE (PEF_1)	MA ($PEF_1, PR1_1$)	LE (PEF_1)	EF (PEF_4)	MA($PEF_1, PR1_1$)
5ª	CS (PEF_1)	EF (PEF_4)	IN (PIN_1)	VA (PEF_1)	VA(PEF_1)
6ª	MU (PMU_2)	LE (PEF_1)	MA ($PEF_1, PR1_1$)	MA (PEF_1)	IN(PIN_1)

Tabla 4.6: Horario semanal del grupo (1º, B), tutorizado por PEF_1. Caso particular, Sección 3.3.

- La docencia de la asignatura de Educación Física es asignada a un mismo maestro especialista de Educación Física para ambos grupos pertenecientes al curso. En este caso de 1º, será el PEF_4.
- Las estructuras de desdobles para los cursos son correctas, estableciéndose una lección de Matemáticas por parte de su propio tutor en el grupo referenciado siempre que se establece una sesión de Educación Física en el grupo de referencia, ambas en el mismo hueco.
- Se produce la sincronización de las lecciones de las asignaturas de Religión de (1º, A) y de Valores de (1º, B) en un mismo hueco del horario.

Por otra parte, deberemos analizar también el efecto de estos nuevos requerimientos de la Sección 2.2 en la organización del horario sobre los maestros. Para ello, ofreceremos los horarios para los tutores de estos grupos, $PR1_1$ y PEF_1 respectivamente, generados por este modelo:

- $PR1_1$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	Libre	Libre	MA (1º,A)	Libre	LE (1º,A)
2ª	Desdoble	LE (1º,A)	LE (1º,A)	TU (1º,A)	Libre
3ª	MA (1º,A)	Libre	Libre	Libre	MA (1º,A)
4ª	PL (1º,A)	Desdoble	Libre	MA (1º,A)	Desdoble
5ª	LE (1º,A)	MA (1º,A)	Libre	Libre	Libre
6ª	CS (1º,A)	CS (1º,A)	Desdoble	LE (1º,A)	PL (1º,A)

Tabla 4.7: Horario semanal del $PR1_1$, tutor de (1º, A). Caso particular, Sección 3.3.

- PEF_1

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	PL $(1^o,B)$	EF $(3^o,A)$	Desdoble	EF $(3^o,B)$	EF $(3^o,A)$
2ª	MA $(1^o,B)$	EF $(3^o,B)$	PL $(1^o,B)$	Libre	CS $(1^o,B)$
3ª	Desdoble	TU $(1^o,B)$	EF $(3^o,B)$	LE $(1^o,B)$	LE $(1^o,B)$
4ª	LE $(1^o,B)$	MA $(1^o,B)$	LE $(1^o,B)$	Desdoble	MA $(1^o,B)$
5ª	CS $(1^o,B)$	Desdoble	EF $(3^o,A)$	VA $(1^o,B)$	VA $(1^o,B)$
6ª	EF $(3^o,A)$	LE $(1^o,B)$	MA $(1^o,B)$	MA $(1^o,B)$	EF $(3^o,B)$

Tabla 4.8: Horario semanal del PEF_1, tutor de (1º, B). Caso particular, Sección 3.3.

- Los maestros especialistas de Educación Física deberán asumir la docencia de la asignatura homónima en los dos grupos pertenecientes al curso o a ninguno de ellos, como se puede comprobar con PEF_1 respecto a (3º, A) y (3º, B).
- Se cumplen las nuevas restricciones de docencias en cursos alejados al tutorizado. No se observa en estos horarios pero sí que permite la docencia por parte de tutores especialistas de Educación Física de la asignatura homónima en todos los cursos salvo en aquel al que pertenece su grupo tutorizado. Sin embargo, coincide que el PEF_1 no imparte ninguna asignatura de Educación Física más allá de 3º, pero sí que se permite en general esta docencia y se observa en otros tutores. Por otra parte, observamos que el PEF_1 cumple la norma requerida de no asumir la docencia de la asignatura EF en su grupo tutorizado.
- Las estructuras de desdobles para los tutores son correctas, quedándose libres cuando su grupo referenciado imparte una asignatura de Educación Física y por lo tanto se lleva a cabo un desdoble en ese hueco. Por otra parte, también observamos como cuando su grupo de referencia imparte una asignatura de Educación Física y se establece el citado desdoble, el tutor correspondiente imparte una lección de Matemáticas a su grupo tutorizado en el hueco en el que se plantea el desdoble.

Por lo tanto, queda demostrado el correcto funcionamiento de la organización de horarios en el caso concreto representado por el modelo de la Sección 3.3 en el curso de 1º. Por no repetir una explicación análoga a la expuesta para los diferentes cursos, analizaremos simplemente el caso de 6º, cubriendo así un curso tres grupos (letras A, B y C). Esto, sumado al caso de 1º con dos grupos (letras A y B) cubrirá el espectro de todos los tipos de cursos considerados en cuanto a estructuras como el desdoble, la sincronización entre Religiones y Valores o la docencia en bloque de los especialistas de Educación Física de la asignatura homónima de todos los grupos de un determinado curso[3]. Recordemos que en estos requerimientos la estructura depende fundamentalmente del número de grupos que existan en el curso. Los horarios de los grupos de 6º, correspondientes a (6º, A), (6º, B) y (6º, C), obtenidos bajo esta modelización matemática de la Sección 3.3 referida al caso concreto serán:

[3]Recordemos que los cursos con dos grupos, de letras A y B, serán 1º, 2º y 3º, mientras que los cursos con tres grupos, de letras A, B y C, serán 4º, 5º y 6º.

- $(6^{o}, A)$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	$SC\ (PIN_5)$	$PL\ (PMU_2)$	$LE\ (PIN_5)$	$RE\ (PRE_2)$	$FR\ (PFR_1)$
2ª	$LE\ (PIN_5)$	$FR\ (PFR_1)$	$IN\ (PIN_5)$	$IN\ (PIN_5)$	$RE\ (PRE_2)$
3ª	$EF\ (PEF_2)$	$MA\ (PIN_5, PR1_6)$	$MU\ (PMU_1)$	$CS\ (PMU_2)$	$EF\ (PEF_2)$
4ª	$MA\ (PIN_5, PR1_6)$	$IN\ (PIN_5)$	$MA\ (PIN_5, PR1_6)$	$MA\ (PIN_5)$	$MA\ (PIN_5)$
5ª	$IN\ (PIN_5)$	$LE\ (PIN_5)$	$CS\ (PMU_2)$	$LE\ (PIN_5)$	$LE\ (PIN_5)$
6ª	$TU\ (PIN_5)$	$SC\ (PIN_5)$	$EF\ (PEF_2)$	$MU\ (PMU_1)$	$PL\ (PMU_2)$

Tabla 4.9: Horario semanal del grupo (6º, A), tutorizado por el maestro PIN_5. Caso particular, Sección 3.3.

- $(6^{o}, B)$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	$EF\ (PEF_2)$	$LE\ (PEF_3)$	$EF\ (PEF_2)$	$RE\ (PRE_1)$	$IN\ (PIN_5)$
2ª	$LE\ (PEF_3)$	$IN\ (PIN_5)$	$LE\ (PEF_3)$	$MU\ (PMU_1)$	$RE\ (PRE_1)$
3ª	$MA\ (PEF_3, PIN_5)$	$MA\ (PEF_3, PR1_6)$	$PL\ (PEF_3)$	$IN\ (PIN_5)$	$MA\ (PEF_3, PIN_5)$
4ª	$FR\ (PFR_1)$	$EF\ (PEF_2)$	$CS\ (PEF_3)$	$MA\ (PEF_3)$	$FR\ (PFR_1)$
5ª	$PL\ (PEF_3)$	$CS\ (PEF_3)$	$IN\ (PIN_5)$	$LE\ (PEF_3)$	$LE\ (PEF_3)$
6ª	$SC\ (PR2_2)$	$SC\ (PR2_2)$	$MA\ (PEF_3, PIN_5)$	$TU\ (PEF_3)$	$MU\ (PMU_1)$

Tabla 4.10: Horario semanal del grupo (6º, B), tutorizado por el maestro PEF_3. Caso particular, Sección 3.3.

- $(6^{o}, C)$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	$MA\ (PR1_6, PEF_3)$	$IN\ (PIN_5)$	$MA\ (PR1_6, PEF_3)$	$VA\ (PR1_6)$	$SC\ (PIN_4)$
2ª	$CS\ (PR1_6)$	$LE\ (PR1_6)$	$FR\ (PFR_1)$	$FR\ (PFR_1)$	$VA\ (PR1_6)$
3ª	$LE\ (PR1_6)$	$EF\ (PEF_2)$	$IN\ (PIN_5)$	$MA\ (PR1_6)$	$LE\ (PR1_6)$
4ª	$EF\ (PEF_2)$	$MA\ (PR1_6, PEF_3)$	$EF\ (PEF_2)$	$LE\ (PR1_6)$	$MA\ (PR1_6)$
5ª	$SC\ (PIN_4)$	$PL\ (PR1_6)$	$LE\ (PR1_6)$	$MU\ (PMU_1)$	$MU\ (PMU_1)$
6ª	$PL\ (PR1_6)$	$CS\ (PR1_6)$	$TU\ (PR1_6)$	$IN\ (PIN_5)$	$IN\ (PIN_5)$

Tabla 4.11: Horario semanal del grupo (6º, C), tutorizado por el maestro $PR1_6$. Caso particular, Sección 3.3.

- PIN_5

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	SC (6º,A)	IN (6º,C)	LE (6º,A)	Libre	IN (6º,B)
2ª	LE (6º,A)	IN (6º,B)	IN (6º,A)	IN (6º,A)	Libre
3ª	Desdoble	MA (6º,A)	IN (6º,C)	IN (6º,B)	Desdoble
4ª	MA (6º,A)	IN (6º,A)	MA (6º,A)	MA (6º,A)	MA (6º,A)
5ª	IN (6º,A)	LE (6º,A)	IN (6º,B)	LE (6º,A)	LE (6º,A)
6ª	TU (6º,A)	SC (6º,A)	Desdoble	IN (6º,C)	IN (6º,C)

Tabla 4.12: Horario semanal del PIN_5, tutor de (6º, A). Caso particular, Sección 3.3.

- PEF_3

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	Desdoble	LE (6º,B)	Desdoble	EF (5º,B)	Libre
2ª	LE (6º,B)	EF (5º,A)	LE (6º,B)	Libre	EF (5º,C)
3ª	MA (6º,B)	MA (6º,B)	PL (6º,B)	EF (5º,C)	MA (6º,B)
4ª	EF (5º,A)	Desdoble	CS (6º,B)	MA (6º,B)	Libre
5ª	PL (6º,B)	CS (6º,B)	EF (5º,C)	LE (6º,B)	LE (6º,B)
6ª	EF (5º,B)	EF (5º,B)	MA (6º,B)	TU (6º,B)	EF (5º,A)

Tabla 4.13: Horario semanal del PEF_3, tutor de (6º, B). Caso particular, Sección 3.3.

- $PR1_6$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1ª	MA (6º,C)	Libre	MA (6º,C)	VA (6º,C)	Libre
2ª	CS (6º,C)	LE (6º,C)	Libre	Libre	VA (6º,C)
3ª	LE (6º,C)	Desdoble	Libre	MA (6º,C)	LE (6º,C)
4ª	Desdobles	MA (6º,C)	Desdoble	LE (6º,C)	MA (6º,C)
5ª	Libre	PL (6º,C)	LE (6º,C)	Libre	Libre
6ª	PL (6º,C)	CS (6º,C)	TU (6º,C)	Libre	Libre

Tabla 4.14: Horario semanal del $PR1_6$, tutor de (6º, C). Caso particular, Sección 3.3.

Simplemente indicaremos que las únicas diferencias apreciables en la organización de horarios obtenida con respecto a los cursos de primero son:

- Los maestros especialistas de Educación Física deben escoger la docencia de la asignatura homónima en los tres grupos del curso o en ninguno, una para cada grupo de letras A, B y C respectivamente del curso 6º. Recordemos que por otra parte en el caso de 1º se escogían 2 lecciones o ninguna, una para cada grupo de letras A y B respectivamente.

- El grupo de referencia de B será el A, de tal manera que al establecerse una lección de Educación Física en un hueco determinado del grupo A se establecerá un desdoble para ese grupo y el grupo referenciado B en ese mismo hueco, con las consecuencias explicadas en esta misma Sección 4.2.1. Esto será igual con el grupo C y su grupo de referencia B, así como con el grupo A y su grupo de referencia C. Observamos que en este caso la estructura de desdobles efectivamente rota de un curso a otro. Por otra parte, en el caso anterior de 1º la estructura de desdobles era tal que el grupo de referencia de A será el B y que el grupo de referencia de B será el A.

- El número de lecciones de Religión y Valores a sincronizar en un hueco determinado para los tres grupos serán en este caso dos de Religión, para los grupos de letras A y B, y una de Valores, para el grupo de letra C. Por lo tanto, el número total de lecciones sincronizadas será 3, en contraste con las 2 lecciones sincronizadas en 1º, una de Religión, para el grupo A, y otra de Valores, para el grupo B.

Por otra parte, el modelo por objetivos de la Sección 4.1 presenta todas las «hard requirements» contenidas en el modelo por óptimo de la Sección 3.3 [4]. Por lo tanto, los horarios semanales que generen cumplirán también obligatoriamente estos mismos requisitos que acabamos de exponer. Por lo tanto, este modelo matemático de la Sección 3.3 referido también al caso concreto de la Sección 2.2 generará horarios análogos a los que acabamos de comentar. Por ello, no adjuntaremos los horarios generados por el modelo de la Sección 4.1. La única diferencia entre ambos modelos residirá en la organización de la docencia de tutores, optimizada en el caso de la Sección 3.3 a través de una función objetivo y asegurando una cota mínima de calidad en el caso de la Sección 4.1. Procederemos a comparar en ese aspecto ambos modelos en la Subsección 4.2.2.

4.2.2. Comparación de docencia entre modelo de optimalidad y modelo por objetivos.

Como hemos comentado, el modelo de la Sección 3.3 conlleva un tiempo de resolución de 397246.7 segundos, obteniéndose un valor de la función objetivo en el óptimo de -2090. Podremos comparar esta solución de la Sección 3.3 con las obtenidas para la Sección 4.1, cada una de estas con un valor del parámetro u asociado que representa el número máximo de sesiones que puede dar cada tutor no especialista de Educación Física fuera de su grupo tutorizado. Aunque no hayamos definido ninguna función objetivo a optimizar dentro de este modelo de la Sección 4.1, sí que podremos evaluar las soluciones obtenidas para las distintas resoluciones del modelo por objetivos que adjuntaremos a continuación en la función objetivo descrita en la Subsección 3.3.1. Esto nos permitirá llevar a cabo una primera comparación de la calidad de la organización de la docencia entre ambos modelos, según los criterios de optimización de docencia del modelo de la Sección 3.3 resumidos en la función objetivo. Más adelante en esta misma subsección compararemos los resultados en función de los criterios de la Sección 4.1, correspondientes al número de lecciones impartidas por tutores no especialistas de Educación Física fuera de su curso tutorizado. Cada resolución realizada para diferentes valores de u irá acompañada de su tiempo empleado y del valor de la función objetivo que toma la Subsección 3.3.1 sobre la solución:

u	Tiempo (s)	Objetivo
20	2433.248	-1915
15	1050.175	-1945
12	3606.132	-1920

Tabla 4.15: Resolución del modelo por objetivos para 3 diferentes cotas máximas de lecciones fuera del grupo tutorizado.

Comparando con el valor de la función objetivo en el óptimo para el modelo de la Sección 3.3, obtenemos soluciones que representan un porcentaje entre el 91.63 % y el 93.06 % de este. Por lo tanto, observamos que las soluciones producidas a través de este modelo de la Sección 4.1 se acercan enormemente al criterio de calidad óptimo definido por el modelo de la Sección 3.3, pero con tiempos de

[4] Sumadas a la restricción extra de número de lecciones máximo fuera de su curso para los tutores no especialistas de Educación Física en reemplazo de la función objetivo utilizada en el problema de optimalidad.

resolución dos órdenes de magnitud menores que la enorme cantidad de tiempo de 397246.740 s (algo más de 4 días y medio). Este criterio nos permitirá decantarnos en principio por el modelo por objetivos de la Sección 4.1 frente al modelo por optimización de la Sección 3.3, debido a que obtenemos soluciones de una calidad semejante en un tiempo de resolución mucho menor. Ahora bien, nos queda pendiente comparar la docencia de ambos modelos dentro y fuera del grupo tutorizado de forma más minuciosa, ya que esto supondrá un criterio más firme para determinar si las soluciones aportadas por este modelo por objetivos son verdaderamente de una calidad semejante a la del modelo por optimalidad, en cuyo caso recomendaremos su utilización para la resolución del modelo concreto de organización de horarios del C.E.I.P. Hermanos Marx.

Observamos también que no existe una mejora clara de la calidad de la solución con la disminución de la cota máxima u, así como que el tiempo de resolución de los diferentes problemas tampoco parece tener una dependencia clara con respecto a este parámetro u. Esto quizá pueda ser por el criterio de cota máxima de lecciones fuera del grupo tutorizado, representado con un menor o igual, lo que explicaría una cierta aleatoriedad en la resolución. En caso de que esto sea así, no nos preocupará demasiado dentro del modelo de la Sección 4.1, ya que nos basta con asegurar que la calidad de la solución supera una determinada cota. Una de las líneas de mejora de este modelo en ese sentido será introducir una cota mínima de lecciones semanales para todos los tutores no especialistas de Educación Física. Ampliaremos esta idea de mejorar la exploración del árbol de docencias en la Sección 4.3.

Pasaremos por último a comparar la adecuación de la docencia de los tutores dentro y fuera de sus grupos tutorizados entre las soluciones del modelo por optimalidad, Sección 3.3, con las del modelo por objetivos, Sección 4.1. Para ello, disgregaremos el total de lecciones de docencia, correspondiente al cómputo total de las lecciones estándar, desdobles especiales y vigilancia de recreo, de cada tutor de la columna «P» encargado del grupo de la columna «G» en las columnas:

- «T»: lecciones estándar sobre el grupo tutorizado.
- «D»: lecciones de desdoble especial.
- «C»: lecciones estándar sobre grupos dentro del curso al que pertenece el grupo tutorizado, excluyendo este último.
- «1»: lecciones estándar sobre grupos pertenecientes a cursos distanciados un grado del correspondiente al grupo tutorizado.
- «2 o +»: lecciones estándar sobre grupos pertenecientes a cursos distanciados dos grados o más del correspondiente al grupo tutorizado.
- «F»: cómputo total de lecciones fuera del grupo tutorizado, contabilizando las asignadas en las columnas «C», «1» y «2 o +».
- «R»: equivalente a una lección correspondiente a la vigilancia del recreo.
- «A»: cómputo total de lecciones asignadas en total, contabilizando las asignadas en las columnas «T», «D», «F» y <R»

Recordemos que la disponibilidad máxima semanal de un tutor son 30 sesiones de cualquier tipo (lecciones regulares, desdobles especiales o vigilancia de recreo), por encontrarse todos contratados a jornada completa. La distribución de lecciones para los tutores del C.E.I.P. Hermanos Marx bajo los modelos por optimalidad y por objetivos serán respectivamente:

P	G	T	D	C	1	2 o +	F	R	A
$PR1_1$	$(1^o,A)$	15	4	0	0	0	0	1	20
PEF_1	$(1^o,B)$	17	4	0	0	8	8	1	30
$PR2_1$	$(2^o,A)$	18	4	3	3	-	6	1	29
$PR1_2$	$(2^o,B)$	17	4	0	0	-	0	1	22
PIN_2	$(3^o,A)$	17	4	4	4	-	8	1	30
PEF_2	$(3^o,B)$	16	4	0	0	9	9	1	30
$PR1_3$	$(4^o,A)$	16	4	0	0	-	0	1	21
$PR1_4$	$(4^o,B)$	16	4	0	0	-	0	1	21
PIN_3	$(4^o,C)$	19	4	6	0	-	6	1	30
$PR1_5$	$(5^o,A)$	14	3	2	0	-	2	1	20
PIN_4	$(5^o,B)$	13	3	11	2	-	13	1	30
PFR_1	$(5^o,C)$	16	3	4	6	-	10	1	30
PIN_5	$(6^o,A)$	17	3	8	0	0	8	1	29
PEF_3	$(6^o,B)$	15	3	0	9	0	9	1	28
$PR1_6$	$(6^o,C)$	17	3	0	0	0	0	1	21

Tabla 4.16: Docencia para los tutores por grupos y cursos. Caso particular, Sección 3.3.

P	G	T	D	C	1	2 o +	F	R	T
$PR1_1$	$(1^o,A)$	15	4	0	0	0	0	1	20
PEF_1	$(1^o,B)$	17	4	0	0	8	8	1	30
$PR2_1$	$(2^o,A)$	18	4	3	3	-	6	1	29
$PR1_2$	$(2^o,B)$	17	4	0	0	-	0	1	22
PIN_2	$(3^o,A)$	20	4	4	0	-	4	1	29
PEF_2	$(3^o,B)$	14	4	0	2	8	10	1	29
$PR1_3$	$(4^o,A)$	16	4	2	0	-	2	1	23
$PR1_4$	$(4^o,B)$	16	4	0	0	-	0	1	21
PIN_3	$(4^o,C)$	13	4	8	3	-	11	1	29
$PR1_5$	$(5^o,A)$	14	3	1	0	-	1	1	19
PIN_4	$(5^o,B)$	13	3	8	4	-	12	1	29
PFR_1	$(5^o,C)$	16	3	4	6	-	10	1	30
PIN_5	$(6^o,A)$	16	3	8	0	2	10	1	30
PEF_3	$(6^o,B)$	15	3	0	9	2	11	1	30
$PR1_6$	$(6^o,C)$	17	3	0	0	0	0	1	21

Tabla 4.17: Docencia para los tutores por grupos y cursos. Caso particular, Sección 4.1.

Observamos que efectivamente ambas soluciones presentan una calidad similar en la distribución de la docencia de los diferentes tutores, tal y como adelantamos en el análisis de la Tabla 4.15. En concreto, en el modelo por optimalidad el tutor PIN_4 imparte 13 lecciones fuera de su grupo tutorizado, (5^o, B). Esta cantidad es una lección mayor que la cota máxima impuesta en el modelo por objetivos, alcanzada únicamente también por este tutor PIN_4 del grupo (5^o, B). Esto parece indicar el fuerte efecto del modelo en el requerimiento de lecciones de Inglés a sus especialistas homónimos. Observamos otros efectos buscados en ambos modelos, como la asignación de los tutores especialistas de Educación Física para cursos lejanos en su asignatura homónima.

En concreto, en el caso del modelo por optimalidad obtenemos un total de 79 lecciones fuera de sus respectivos grupos tutorizados entre todos los tutores. Esto será ligeramente inferior a las 95 del modelo por objetivos. Por ello, aunque la solución del modelo por optimalidad será ligeramente mejor que la del modelo por objetivos, tal y como adelantamos en la Subsección 4.2.2 esta diferencia será lo suficientemente sutil para preferir la rapidez de generación de soluciones del modelo de la Sección 4.1. Un problema evidente que presenta la solución es la asignación de un menor número de lecciones a los tutores fuera del grupo tutorizado, algo que sí que resultaba favorecido en la Sección 3.3 con el coeficiente negativo en la función objetivo de estas asignaciones de docencia sobre el grupo tutorizado. Por lo tanto, una idea para mejorar este modelo de la Sección 4.1 será establecer una cota mínima en el número de lecciones que un maestro debe de impartir sobre su propio grupo tutorizado, tal y como adelantamos en esta misma subsección Subsección 4.2.2 y como ampliaremos en la siguiente Sección 4.3.

4.3. Propuestas de mejora sobre el modelo por objetivos.

En la Sección 4.2 observamos que aunque disminuyamos la cota u de lecciones máximas fuera del grupo tutorizado, el efecto en la calidad de la solución y en el tiempo de resolución resulta un tanto caótico. Esto en principio no debería sorprendernos, ya que estamos generando soluciones del árbol del problema de docencia de la Subsección 4.1.1 de forma no controlada. Por lo tanto, estamos explorando sin un criterio definido este espacio de soluciones en la primera etapa del modelo por objetivos, por lo que las soluciones de docencia que estamos introduciendo en el posterior problema de organización de horarios asociados a esa docencia serán en un gran porcentaje de muy mala calidad para la posterior generación de horarios asociados a esa docencia. Por ello, la definición de unos criterios para explorar el espacio de soluciones de docencia y decidir si comprobamos la existencia del horario semanal asociado a esta podrían ser una buena iniciativa para continuar el trabajo expuesto en esta memoria y mejorar los resultados obtenidos, tanto en calidad de las soluciones como en tiempo de obtención. Un ejemplo sencillo de estos criterios podría ser requerir que todos los maestros del centro se encuentren ocupados un porcentaje mínimo de sus lecciones semanales máximas disponibles, de tal manera que el número de lecciones asignadas a cada maestro sea medianamente homogéneo y esto no dificulte la creación de un calendario asociado.

Otra línea de actuación, tal y como hemos adelantado en la Subsección 4.2.2, será establecer una cota mínima de lecciones semanales dentro del grupo tutorizado dentro del modelo de la Sección 4.1, de manera prácticamente idéntica a la introducción de la cota máxima de lecciones semanales fuera del grupo tutorizado. De esta manera, podríamos favorecer la asignación de tutores a sus propios grupos de al igual que hacíamos con el coste negativo de la docencia en la función objetivo en el modelo de la Sección 3.3.

4.4. Discusión de los resultados.

Hagamos un análisis general del problema planteado a lo largo de esta memoria, consistente en la organización de los horarios del calendario semanal dentro del caso concreto del C.E.I.P. Hermanos Marx.

Este problema puede ser aproximado como un modelo matemático de variables binarias de decisión para los diferentes aspectos de docencia, lecciones, desdobles y sincronización. Como todas las condiciones a requerir (tanto del tipo «soft» como del tipo «hard») pueden ser expresadas en términos lineales, el primer enfoque del problem ha sido resolverlo directamente como un problema de programación entera a través del algoritmo de «Branch & Cut» que ofrecen las librerías del programa de optimización *CPLEX Optimization Studio*, que serán llamadas desde una aplicación en lenguaje *Java* ejecutada a través del gestor *Oracle*.

Sin embargo, aunque las soluciones que proporciona este método de la Sección 3.3 son adecuadas para los requerimientos de la Sección 2.2, el tiempo requerido para su generación es enorme, del orden de 4 días y medio. Es por ello que hemos desarrollado el modelo por objetivos de la Sección 4.1. Sin cambiar de herramientas de programación para su resolución, ya que continuaremos utilizando las librerías de *CPLEX* llamadas desde una aplicación en *Java* desde Oracle, conseguiremos reducir notablemente el tiempo de ejecución del algoritmo explorando el árbol del subproblema de docencias de la Subsección 4.1.1 y probando la existencia de algún calendario de lecciones factible asociado en el subproblema de lecciones de la Subsección 4.1.2. La resolución de este nuevo modelo de resolución secuencial de dos subproblemas iterativamente hasta que el segundo obtenga una solución factible será mucho más veloz en su resolución, con tiempos dos órdenes de magnitud menores que el anterior, tomando valores del orden de 1 hora de tiempo de computación. Esta notable reducción del tiempo de computación requerido, junto a la calidad suficiente de las nuevas soluciones generadas (de hecho, estas soluciones son de una calidad muy similar a las del modelo por optimalidad), nos inclinarán a decidirnos por este modelo por objetivos propuesto a la hora de resolver la organización de docencias del C.E.I.P. Hermanos Marx bajo el modelo de la Sección 2.2.

En conclusión, las soluciones obtenidas para cada modelo de la Sección 3.3 y de la Sección 4.1 son comparables, y presentan una calidad similar a las manejadas por el centro durante el curso 2017-2018, año en el que se aplica este modelo de docencia en el C.E.I.P. Hermanos Marx. Esto nos servirá como validación de la herramienta del modelo por objetivos para el caso de estudio, ya que nos proporciona unas soluciones de calidad suficiente con un tiempo de espera de, a lo sumo, horas.

Además de las posibles mejoras en este apartado, resultaría interesante modificar levemente las restricciones del modelo de la Sección 4.1 para contemplar los cambios en el modelo de horarios en el C.E.I.P. Hermanos Marx durante el curso 2018-2019, en el que cambiarán tanto los maestros contratados como el modelo de desdobles, entrando en juego también en este aspecto la asignatura de Lengua a la hora de establecer estas sesiones especiales. Podríamos comparar así la calidad de la docencia obtenida por el modelo por la situación real en la que se está organizando ahora mismo el centro.

4.5. Conclusiones.

En este trabajo se ha diseñado una herramienta para la construcción de horarios de colegios, en particular se ha centrado en las necesidades y planteamientos del C.E.I.P. Hermanos Marx para su docencia en Primaria, en cursos de 1º a 6º. Se ha planteado un primer modelo general en el que se trataban de cumplir los requerimientos mínimos, número de lecciones por maestro, cubrir todas las asignaturas y todas las sesiones lectivas.

Posteriormente se ha modelado el caso particular y más complejo del C.E.I.P Hermanos Marx, incluyendo sincronización de asignaturas, desdobles de grupos para mejorar la calidad de la docencia, un modelo de organización de la docencia de tutores... Inicialmente los modelos complejos de programación lineal entera se han resuelto utilizando una herramienta construida 'ad hoc' en Java y que utiliza las librerias del software CPLEX. En la primera aproximación ambos modelos se han resuelto utilizando un algoritmo de tipo 'branch and cut' directo. El primero de ellos, debido a su menor complejidad, se resolvía en varios segundos, mientras que el segundo, el particular del C.E.I.P Hermanos Marx, necesitaba varios días.

A continuación se ha reformulado el problema particular y se ha diseñado un algoritmo metaheuristico, que construye soluciones de muy buena calidad en un tiempo signficativamente inferior al primero, pasando de tardar en días a obtener resultados en cerca de una hora. Tras la construcción de los diversos horarios se muestra cómo las soluciones que proporciana esta última aproximación son comparables en calidad a las obtenidas mediante la resolución directa del primer modelo particular del colegio, por lo que su utilización es totalmente recomendable, ya que es capaz de generar soluciones de muy buena calidad en poco tiempo. Es más, podría utilizarse sin problemas para generar un cierto conjunto de calendarios de buena calidad de entre los cuales el equipo directivo podría seleccionar el más adecuado.

Se finaliza el trabajo comentando dos elementos que podrían ser tenidos en consideración para mejorar todavía más la calidad de las soluciones obtenidas mediante el método iterativo. Esto corresponde al establecimiento de algún tipo de criterio que guie la búsqueda de soluciones en el modelo por objetivos, en lugar de considerarlo como un mero problema de factibilidad. Otra opción sería tratar de definir umbrales inferiores para el número de sesiones impartidas por los tutores de forma similar al umbral superior que se define mediante la variable u. A parte de estas mejoras de tipo técnico, también quedaría pendiente la adaptación del modelo a la problemática del curso actual, en el que entre otras cosas se ha definido un nuevo elemento denominado «hora flexible». Durante el año 2018-2019, los desdobles realizados en Educación Física con Matemáticas durante el año 2017-2018 se han planteado para Lengua. Por otra parte, para Matemáticas se han definido las horas flexibles, que consisten en sincronizar todas las horas de Matématicas de todos los grupos de un curso y garantizar que además de los tutores que impartirán dichas clases haya un profesor libre para que imparta la clase de Matemáticas en un grupo mucho más reducido a los alumnos de dichos cursos que necesitan un poco más de apoyo. Esta nueva incorporación ha hecho que la elaboración por parte del equipo directivo de los horarios haya sido mucho más compleja y costosa de lo habitual. La inclusión de estos nuevos condicionamientos seguirían directrices similares a los utilizados en los desdobles de Educación Física y Matemáticas, así como en la sincronización de Religión y Valores.

Bibliografía.

1 LANDIR SAVINIEC, MARISTELA O. SANTOS, ALYSSON M. COSTA, *Parallel local search algorithms for high school timetabling problems*, European Journal of Operational Research, 265, 81-98, 2018.

2 *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio: Getting Started with CPLEX*, IBM Corporation, versión 12, edición 6, 2013.

3 *IBM Knowledge Center: Overview (CPLEX Java API Reference Manual)*. Obtenido de `https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/en/SSSA5P_12.6.2/ilog.odms.cplex.help/refjavacplex/html/overview-summary.html`.