



Trabajo Fin de Máster

Innovación, precios y dinámica industrial. Un modelo computacional de dos sectores.

Innovation, prices and industrial dynamics. A two-sector computational model.

Autor

Jorge Casinos Buj

Directores

Isabel Almudí Higuera y Francisco Fatás Villafranca

Master en Economía / Facultad de Economía y Empresa
Curso 2017 - 2018

Innovación, precios y dinámica industrial. Un modelo computacional de dos sectores

Jorge Casinos Buj

Directores: Isabel Almudí Higueras y Francisco Fatás Villafranca

Resumen

El principal objetivo de esta tesina será introducir el estudio de la dinámica industrial desde la perspectiva de la Economía Evolutiva empleando modelos computacionales. Se propone un modelo computacional (ABM) para analizar la co-evolución entre dos sectores. El Sector 1 produce bienes de capital que son mejorados a través de la innovación. Estos bienes serán incorporados por el Sector 2 para producir distintas variedades de un bien de consumo. El modelo incorpora aspectos recientemente desarrollados por la Economía Evolutiva como la capacidad de absorción, la percepción de los competidores o las dinámicas emergentes de precios. El modelo será capaz de replicar como propiedades emergentes los hechos estilizados de distintos regímenes tecnológicos.

Abstract

The main objective of this dissertation is to introduce the approach of Evolutionary Economics to industrial dynamics by using computational models. We propose a computation model (ABM) to analyze the coevolution between two sectors. Sector 1 produces capital goods (machines) which are improved through innovation. These machines are used by Sector 2 to produce varieties of a consumption good. The model incorporates elements recently developed by Evolutionary Economics such as absorptive capacity, rivals' perception or emergent pricing dynamics. The model is able to replicate the stylized facts of different technological regimes as emergent properties.

Índice

1. Introducción	3
2. Economía evolutiva y dinámica industrial	4
3. Metodología ABM	11
4. El modelo	14
4.1. El sector de bienes de capital	16
4.1.1. Precios y rendimiento	16
4.1.2. Producción bajo demanda y costes	17
4.1.3. Innovación basada en el I+D e imitación	18
4.1.4. Entrada y salida de empresas	20
4.2. Sector de bienes de consumo	20
4.2.1. El proceso de selección de bienes de capital en el Sector 2	20
4.2.2. Competencia de mercado en el Sector 2	22
4.2.3. Entrada - salida del mercado	23
4.3. Estructura temporal del modelo	23
5. Análisis computacional	24
5.1. Escenario Base	25
5.2. Schumpeter Mark I y Mark II	29
6. Conclusiones	36
Referencias	38
Anexos	43
A. Notación y valores de parámetros base	43

B. Implementación del modelo 44

C. Pseudocódigo 49

1. Introducción

Una de las grandes contribuciones del análisis económico al entendimiento de la innovación y al subsecuente diseño de políticas ha sido lo que se conoce como el paradigma Arrow - Nelson ¹ ([Nelson \(1959\)](#), [Arrow \(1962\)](#)). Sin embargo, como indica [Nelson \(2012\)](#) para la nueva economía de la innovación están claras algunas características del cambio técnico que no se contemplaban en el paradigma original y que deben ser incluidas en las nuevas teorías que aborden este problema:

1. La tecnología se desarrolla como un proceso evolutivo.
2. La heterogeneidad es una característica intrínseca del cambio técnico.
3. El progreso tecnológico emerge de la co - evolución entre sectores interrelacionados.

Estas lecciones han sido extraídas por una línea de investigación conocida como *Economía Evolutiva* ([Nelson y Winter, 1982](#)). Este enfoque considera que para comprender realmente el fenómeno de la innovación es necesario relajar algunos supuestos neoclásicos; considerando que los agentes son racionalmente limitados, heterogéneos entre sí y adoptando planteamiento dinámico auto-organizativo que considera dinámicas fuera del equilibrio.

La economía neoclásica estudia la competencia en los mercados centrándose en la determinación del output y sus precios como resultado de comportamientos óptimos y en equilibrio. Sin embargo, la Economía Evolutiva propone una línea de análisis complementaria que estudia las dinámicas de la estructura de mercado como consecuencia de los procesos de innovación, competencia dinámica, entrada, declive y salida de las empresas. Esto es lo que se conoce como *dinámica industrial* ([Malerba, 2007](#)).

En esta tesina se va a plantear un modelo computacional (ABM) neo - Schumpeteriano de dos sectores ([Dosi et al. \(2013\)](#) , [Metcalfe et al. \(2005\)](#), [Saviotti y Pyka \(2013\)](#)). En el que estudiaremos el tipo de dinámica industrial emergente según el régimen tecnológico característico de distintos sectores en una economía. También prestaremos atención a como se forman los precios en dos sectores ligados en co - evolución.

El Sector 1 producirá distintas variedades de un bien de capital cuyas calidades vendrán determinadas por la innovación que lleven a cabo las empresas. Las empresas del Sector 2 incorporarán estos bienes de capital y producirán un bien de consumo.

¹Este paradigma postula que la producción de nuevo conocimiento acarrea importantes externalidades lo que creará una brecha entre los beneficios privados y sociales de las actividades innovadoras. Este fallo de mercado dará como resultado tasas de inversión en I+D inferiores a las óptimas y por lo tanto un menor crecimiento económico. De aquí se deducen implicaciones como la necesidad de inversión pública en las fases iniciales de generación de conocimiento o el reforzamiento con patentes de los derechos de propiedad.

El modelo incluye hipótesis acerca del comportamiento de los agentes que cada vez tienen un mayor soporte empírico como la capacidad de absorción ([Cohen y Levinthal \(1990\)](#), [Almudi et al. \(2012\)](#)) o la percepción del grado de competencia ([Tang, 2006](#)). Otro aspecto relevante del modelo es el papel central que juegan los precios en la difusión y adopción de las innovaciones. Siguiendo a [Bloch y Metcalfe \(2018\)](#) prestaremos atención a las dinámicas de precio para intentar avanzar en la comprensión de la formación de precios en los mercados donde la innovación juega un papel disruptivo.

El modelo que aquí se plantea es suficientemente amplio como para responder a las diversas preguntas que nos queremos formular. Por tanto, en esta tesina se explorará la dinámica industrial de nuestro modelo bajo distintos regímenes tecnológicos que determinan como se generan y se difunden las innovaciones y el conocimiento. Los regímenes tecnológicos difieren en: (i) el grado de oportunidades tecnológicas; (ii) el grado de acumulatividad en la generación de nuevo conocimiento (iii) las condiciones de apropiabilidad. En concreto distinguiremos entre los regímenes *Schumpeter Mark I* y *Schumpeter Mark II* ([Winter, 1984](#)). Los vínculos causales entre estos regímenes y las distintas dinámicas industriales han sido ampliamente contrastadas por la literatura empírica ([Breschi et al. \(2000\)](#), [Dosi et al. \(2016a\)](#)) por lo que esta pregunta de investigación nos servirá como un ejercicio de validación del modelo. Veremos si el modelo es capaz de generar los procesos de destrucción creativa esperado en un régimen tipo *Schumpeter Mark I* o los procesos de creación acumulativa propios de *Schumpeter Mark II*. Como ya se ha mencionado también obtendremos la evolución de los precios.

La tesina se organiza como se describe a continuación. En la *Sección 2* se presentan los principales argumentos teóricos y empíricos de la economía evolutiva. En la *Sección 3* se introduce la metodología de los modelos computacionales basados en agentes (ABM). En la *Sección 4* se presenta el modelo. En la *Sección 5* se exponen los principales resultados del análisis computacional. Por último en la *Sección 6* se presentan las principales conclusiones obtenidas. En el *Anexo A* se expone la notación del modelos y los valores base para las simulaciones. En el *Anexo B* se dan detalles acerca de la programación del modelo y en el *Anexo C* se presenta un pseudocódigo que puede resultar de utilidad para comprender el modelo y su implementación computacional.

2. Economía evolutiva y dinámica industrial

En la actualidad, la mayoría de los problemas económicos se estudian desde el marco teórico Neoclásico, según el cual los agentes poseen una perfecta racionalidad, a la hora de tomar decisiones, adoptan comportamientos óptimos, es posible agregar sus comportamientos y se supone que los agentes (de forma general) interactúan de manera indirecta a través de los vectores de precios determinados por mercados en equilibrio (ver [Arrow y Debreu \(1954\)](#) como ejemplo canónico). Este enfoque ha resultado tremadamente fructífero y ha permitido construir modelos que pueden ser resueltos analíticamente y dan como resultado importantes proposiciones normativas

y positivas (Debreu, 1959) . Además, este enfoque ha resultado ser tremadamente flexible y derivaciones del mismo han permitido estudiar situaciones de competencia e información imperfecta, interacción estratégica, rigideces de precios o incluso en los casos más sofisticados agentes heterogéneos (ver Vives (2001))

Durante los últimos treinta y cinco años, y en relación con fenómenos de innovación principalmente, se ha desarrollado un enfoque complementario al Neoclásico que se conoce como Economía Evolutiva o Neo- Schumpeteriana. Para muchos académicos se trata de una prometedora vía de análisis que ilumina fenómenos como la innovación o la dinámica industrial. Este enfoque se inició en 1982 con la publicación de la obra capital de Richard R. Nelson y Sidney G. Winter; *An Evolutionary Theory of economic Change*. Nelson y Winter (1982) sintetizaron aspectos de la obra de Schumpeter (1934), de la Escuela de Carnegie y su análisis de la racionabilidad limitada (Simon, 1955) y de la entonces naciente matemática evolucionista (Maynard Smith, 1976). La economía evolutiva considera el cambio continuo y la reasignación de recursos asociada al mismo, principalmente motivado por la innovación, como una característica fundamental de las economías capitalistas y que por lo tanto será su principal objeto de análisis. Aunque el cambio y la innovación sigan un ritmo irregular entre los agentes que concurren en un mercado o los distintos sectores de una economía, los intentos por hacer algo nuevo que desplace lo antiguo se producen de manera continua en todos los ámbitos. Dado este interés central por la innovación y sus consecuencias para la evolución de los sistemas capitalistas los economistas evolutivos son Schumpeterianos.

En relación con el comportamiento de los agentes podemos decir lo siguiente: En la teoría económica Neoclásica los agentes toman decisiones óptimas sujetos a restricciones mediante la maximización de sus funciones objetivo. Uno de los principales postulados de la economía evolutiva es la necesidad de relajar estos supuestos para comprender las decisiones tomadas en situaciones que se caracterizan por la innovación, la incertidumbre radical y el cambio emergente y continuo. Como se indica en Fagerberg (2009) ó Dosi y Nelson (2010) la evidencia apunta a que los procesos innovadores se caracterizan por su extrema incertidumbre, la ausencia de un conjunto de alternativas de decisión bien definido, la imposibilidad de definir con claridad expectativas tecnológicas y la inexistencia *ex ante* de un conjunto de estados de la naturaleza concreto. Además, las reacciones generadas por la innovación son no lineales y generan dinámicas de aprendizaje, imitación y selección fuera del equilibrio. Eso es, por un lado, la búsqueda de nuevas técnicas y productos incluyen pruebas, errores, grandes equivocaciones y éxitos inesperados. Por otro lado, las innovaciones se difunden de forma asimilable a procesos evolutivos. En todo momento existe una amplia variedad de esfuerzos que intentan mejorar la tecnología existente y que compiten entre sí y con las técnicas existentes, los ganadores y perdedores de esta competición serán determinados por algún mecanismo de selección *ex post* y los resultados del proceso generan de forma continua nuevas innovaciones.

La economía evolutiva postula que bajo esta caracterización del cambio tecnológico resulta poco plausible que los agentes económicos tomen decisiones óptimas en el sentido neoclásico. Así, como alternativa, se propone que las empresas (y de manera más general los agentes) en lugar de tomar decisiones óptimas a través de la maximización de sus funciones objetivo sujetos a unas restricciones dadas, toman

sus decisiones de acuerdo a rutinas que resultan exitosas y pueden ir evolucionando a lo largo del tiempo (racionalidad limitada en el sentido de [Simon \(1955\)](#)). En un entorno caracterizado por la incertidumbre las rutinas son reglas que guían las decisiones de las empresas de acuerdo a las condiciones externas e internas de la información. Las rutinas deberán ser robustas en el sentido de que puedan ser utilizadas de manera repetida y exitosa en circunstancias relativamente similares. A la vez deberán ser lo suficientemente simples como para que puedan ser desarrolladas y aplicadas por los agentes presentes en el mundo real cuyas capacidades cognitivas son limitadas. A pesar de su simplicidad las rutinas se pueden aplicar para resolver de manera inteligente problemas complejos a los que se enfrentan a diario las empresas. Ante problemas muy sofisticados las empresas los descompondrán en partes y aplicarán sobre ellas rutinas preexistentes. Por último, pueden existir procesos de imitación o de innovación en el comportamiento que modifiquen las rutinas.

Esta caracterización del comportamiento de la empresa se inspiró en la Escuela de Carnegie y el concepto de racionalidad limitada propuesto por H. A. Simon (ver [Simon \(1955\)](#)). Según esta visión, las decisiones tomadas en el seno de una empresa (incluyendo decisiones acerca de los precios o combinaciones de inputs/outputs, gastos en I+D etc.) no venían dadas por ningún proceso de optimización, sino que se derivaban de procesos operativos estándar que permitían el funcionamiento colectivo interno de la organización y que estaban enfocados a la resolución de los problemas a los que se enfrentaba la organización en su día a día. La imposibilidad de tomar decisiones óptimas se deriva de la existencia de información imperfecta, así como habilidades cognitivas y tiempo limitado para resolver todos estos problemas así como la imposibilidad de resolver los múltiples conflictos que se generan en tiempo real. En [Nelson y Winter \(2002\)](#) se resalta que la economía evolutiva en lugar de buscar una micro-fundamentación consistente con los supuestos de racionalidad neoclásicos, busca adecuar la caracterización del comportamiento y los procesos de aprendizaje de los agentes a la realidad observable. En este sentido la reciente investigación llevada a cabo por la economía del comportamiento (behavioral economics) han venido a reforzar muchos de los supuestos de la economía evolutiva acerca del comportamiento de los agentes económicos bajo la presencia de inercias e incertidumbre. Así los experimentos han mostrado que las decisiones tomadas bajo incertidumbre difieren significativamente de un comportamiento racional perfecto y vienen mejor representadas por simples reglas heurísticas e inercias operativas que “funcionan” (ver [Kahneman \(2003\)](#), [Camerer y Fehr \(2006\)](#)). Igualmente, encuestas que se han realizado a empresas, han mostrado que por ejemplo a la hora de fijar los precios, una importante proporción de empresas utilizan “reglas de pulgar” sobre un conjunto de información limitado y con expectativas relativamente ingenuas (ver [Álvarez y Hernando \(2005\)](#) para el caso español o [Aucremanne y Druant \(2005\)](#) para el caso belga). Además, existe evidencia favorable a que las rutinas y las reglas heurísticas pueden resultar soluciones adecuadas al menos desde el punto de vista de la eficiencia, teniendo en cuenta las limitaciones cognitivas de los agentes y lo costoso que resulta la adquisición de la información (ver [Gigerenzer y Brighton \(2009\)](#))

Otra aspecto que diferencia notablemente a la economía evolutiva de la teoría neoclásica tradicional es cómo caracterizan ambos “el mercado”. La economía evolutiva entiende el mercado como un proceso en el que las empresas llevan a cabo una búsqueda continua de nuevas soluciones a través de la innovación o la imitación que

les permitan aumentar sus beneficios o alcanzar sus objetivos. Según las empresas vayan explorando de forma heterogénea las distintas posibilidades, la demanda las irá seleccionando en relación con los competidores. Así los agentes se verán inmersos en procesos de aprendizaje para adaptarse a las condiciones cambiantes del mercado y estarán sujetos a procesos de selección. Como se indica en [Nelson \(2017\)](#), para los economistas evolutivos el análisis de lo que ocurre en un momento determinado en una economía no puede separarse del reconocimiento explícito del proceso dinámico de ajuste, innovación y selección que subyace al cambio económico. El enfoque evolutivo verá la actividad económica no como el resultado de una configuración de equilibrio en el que todos los agentes están haciendo lo mejor que pueden, sino como un fenómeno en constante movimiento en el que el aprendizaje, la dependencia de la trayectoria, la selección y las propiedades emergentes juegan un papel central. Aunque no se rechaza las situaciones de equilibrio, se prestará mucha atención a las dinámicas fuera del mismo y los procesos de transformación de la economía y los sectores. A la hora de modelar formalmente este tipo de procesos [Nelson y Winter \(1982\)](#) y la economía evolutiva posterior encontraron en la matemática dinámica evolucionista un instrumento de gran utilidad ([Nowak, 2006](#)).

Otro importante supuesto de la economía evolutiva, heredado de [Schumpeter \(1934\)](#), será considerar que los individuos son heterogéneos entre sí incluso en su capacidad para innovar. En un mercado en el que la innovación juega un papel importante es de esperar que convivan una gran variedad de visiones sobre cómo afrontar los problemas económicos. Las prácticas o rutinas (existentes y novedosas) se enfrentarán a un proceso de selección, algunas ganarán importancia relativa en la población dada su mayor operatividad mientras que otras se verán desplazadas. En los contextos relativamente estables es de esperar que los procesos de aprendizaje y selección deriven en el empleo de rutinas que conduzcan a unos resultados próximos a los equilibrios neoclásicos.² Sin embargo, para la economía evolutiva el comportamiento asociado con la innovación es el principal motor del progreso económico y por lo tanto su principal objeto de investigación. La innovación, por definición, generará constantemente situaciones novedosas en las que la tendencia a los equilibrios estacionarios no es la única posibilidad y por lo tanto será necesario un análisis dinámico diferente (a menudo computacional) del fenómeno.

La relación entre innovación y dinámica industrial fue uno de los temas centrales del trabajo de Schumpeter. De acuerdo con su visión ([Schumpeter \(1934\)](#)) la innovación estaba íntimamente relacionada con el surgimiento y declive de las industrias lo que había marcado el desarrollo histórico de las economías capitalistas. Sin embargo, tras la muerte del economista austriaco muchos de sus mensajes relativos a la innovación, desarrollo industrial o competencia dinámica fueron relegados a los márgenes de la profesión. En lugar del estudio de la transformación y dinámica de los sectores industriales, la atención se centró en la contrastación empírica de la relación entre

²En [Nelson y Winter \(2002\)](#) se enuncian las condiciones bajo las cuales los procesos del tipo evolutivo convergen con las predicciones neoclásicas. Entre ellas destaca que los comportamientos perfectamente racionales estén presentes en la población o que la dependencia de la trayectoria juegue un papel limitado. Este último es muy restrictivo cuando analizamos la innovación dado el carácter acumulativo del progreso técnico.

innovación y tamaño de las empresas (por un lado) y por otro entre la innovación y la estructura de mercado en la que esta tiene lugar (paradigma estructura - conducta - resultados; [Vives \(2001\)](#)). Esto es lo que se conoció como el contraste y estudios de las hipótesis Schumpeterianas en organización industrial, pero estos trabajos no capturaban toda la riqueza de los estudios originales del autor. Por ejemplo, [Winter \(1984\)](#) insistió en la necesidad de enriquecer los modelos precedentes.

Sin embargo como se apunta en [Malerba \(2007\)](#) desde los años ochenta se ha producido una resurrección del estudio de la dinámica industrial entendida como el análisis de las dinámicas de la estructura de mercado como consecuencia de los procesos innovación, competencia dinámica, entrada, declive y salida de las empresas. Gran parte de estos trabajos se ha realizado desde la perspectiva evolutiva que pone un especial énfasis en lo que se conoce como *competencia Schumpeteriana*. [Dosi y Nelson \(2010\)](#) definen esta competencia como el proceso en el que empresas limitadamente racionales y heterogéneas entre sí compiten sobre la base de los productos o servicios ofrecidos y se enfrentan a un proceso de selección. Este proceso conduce a que algunas empresas crezcan y otras entren en declive y se vean forzadas a abandonar el mercado. Al mismo tiempo tendrá lugar la entrada de nuevas empresas bajo la creencia de que pueden resultar exitosas. Este proceso de competencia y selección estará continuamente alimentado por actividades innovadoras, de aprendizaje e imitación tanto de los entrantes como de las empresas ya asentadas. Estos procesos incluyen tanto la selección entre empresas a través del mercado como la selección de técnicas y prácticas organizativas dentro de las propias empresas y a través de la imitación.

Los modelos que formalizan matemáticamente los procesos económicos evolutivos, consideran que las empresas presentan racionalidad limitada, que tomará la forma de un entendimiento limitado de las estructuras causales del entorno en el que operan. Su habilidad para examinar las contingencias futuras también se considerará limitada. Esto se suele describir a través de rutinas relativamente invariantes en el tiempo. Los agentes intentarán aprender lo que les permite mejorar su competitividad a través de cambios en la tecnología y las prácticas organizativas, aunque el éxito no está garantizado. En este sentido, los modelos evolutivos no presupondrán que todos los agentes conocen *ex ante* todo lo que es relevante conocer (por ejemplo respecto a las tecnologías y sus efectos) y tampoco se supone que los mercados operan esencialmente como mecanismos que hacen compatibles los planes de los agentes. En este sentido, el papel de los mercados y las interacciones es el de un proceso de filtrado y selección gradual que tenderá o no a un estado de reposo y compatibilidad de los planes de los agentes. La interpretación evolutiva supone que las empresas tienen visiones muy diferentes acerca de lo que va a ocurrir en el mercado y éste actuará como un mecanismo de selección determinando *ex-post* las rentabilidades, la probabilidad de supervivencia, los ritmos de innovación y las tasas de crecimiento de los distintos agentes. Así, rechazando una racionalidad individual completa y la necesaria existencia de un equilibrio de coordinación general, el desafío de los modelos evolutivos será comprender como los procesos de aprendizaje a nivel micro y la selección en el mercado dan lugar a los patrones dinámicos observados.

En matemática dinámica evolutiva ([Nowak, 2006](#)) el proceso de selección se suele

representar a través de un sistema de ecuaciones diferenciales del tipo *replicador*³. Una formulación básica de estos sistemas sería:

$$\dot{s}_i = f(E_i(t) - \bar{E}_i(t)) s_i(t), \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

donde $s_i(t)$ representa la cuota de mercado de la empresa i en el momento t , n es el número de empresas, $E_i(t)$ es una medida de la competitividad de la empresa i y $\bar{E}_i(t) = \sum_j E_j(t) s_j(t)$ representará la competitividad media en el sector. $E_i(t)$ cambiará con el tiempo como consecuencia de los procesos de innovación y selección en los mercados. La función f deberá garantizar que el sistema evoluciona en el simplex unitario n -dimensional. Este proceso también se podría plantear en tiempo discreto.

Este tipo de modelos por lo tanto identifican la innovación, los procesos de aprendizaje y la selección a través del mercado como las principales fuerzas detrás de las dinámicas industriales observables. Cabe preguntarse si las conclusiones derivadas de los mismos coinciden con la evidencia empírica disponible. Entre los hechos estilizados relativos a la dinámica industrial que parecen observarse entre industrias, países y distintos niveles de agregación podemos destacar: (i) la persistente heterogeneidad en la productividad y todas las variables relativas al desempeño (ver [Syverson \(2011\)](#)) Esta heterogeneidad es persistente a lo largo del tiempo y las asimetrías existentes son relevantes. (ii) Las importantes turbulencias de mercado como consecuencia de los cambios en las cuotas de mercado producidos por los procesos de entrada y salida de empresas (ver [Grazi et al. \(2013\)](#)); gran parte de estas turbulencias se debe a los nuevos entrantes ya que entre un 20% - 40% no sobreviven más de dos años en el mercado y sólo entre un 40% - 50% de los restantes sobreviven más de siete. (iii) La presencia de distribuciones asimétricas del tamaño de las empresas , sus ritmos de innovación y sus tasas de crecimiento (ver [Bottazzi et al. \(2007\)](#)).

Estos hechos estilizados han recibido distintas interpretaciones teóricas que deben ser entendidas como complementarias. Por un lado, podemos encontrar modelos de empresas racionales ([Ericson y Pakes \(1995\)](#), [Bartelsman et al. \(2013\)](#)) que maximizan sus beneficios y en cada periodo deciden su tamaño de equilibrio, así como si permanecen en el mercado o no de acuerdo a sus expectativas racionales sobre la tecnología. Otro tipo de modelos dentro de la tradición neoclásica pero mucho más cercanos a la tradición evolutiva son los schumpeterianos iniciados por [Klette y Kortum \(2004\)](#) que tienen en cuenta de manera explícita el proceso estocástico del crecimiento de la empresa a través de la introducción de nuevos productos derivados de actividades de I+D. Estos modelos deben ser entendidos como complementarios a los evolutivos ya que son capaces de proveer una explicación convincente de la creación de los mercados y la destrucción creativa asociada a la innovación. Sin embargo, no son capaces de explicar las dinámicas endógenas de la productividad y sus efectos sobre la competitividad de las empresas, su explicación de la heterogeneidad no es muy convincente, y no consideran el carácter knightiano⁴ de la incertidumbre

³Estas ecuaciones se derivan en mayor o menor grado por analogía de la biología matemática siendo introducidas por primera vez en [Fisher \(1930\)](#).

⁴Se refiere a situaciones en las que el riesgo no se puede medir y por lo tanto no es computable.

asociada a la innovación. En todo caso, son aportaciones relevantes desde el punto vista Neoclásico.

A los efectos de esta tesis de Máster, nos apoyamos en [Dosi *et al.* \(2016a\)](#) ó [Dosi *et al.* \(2016b\)](#) quienes justifican como los modelos evolutivos son capaces de reproducir de manera robusta las regularidades estadísticas observadas, como propiedades emergentes⁵. A lo largo de este trabajo consideramos que una propiedad emergente se puede definir como una propiedad de algún agregado del sistema que no se puede imputar al comportamiento intencionado de un agente o grupo de agentes, sino a la dinámica de interacción y selección (con retroalimentación no lineal) en el sistema que genera de manera involuntaria la trayectoria del agregado en cuestión (p. ej. el índice de Herfindahl de un sector). A modo de resumen preliminar en esta presentación podemos decir que, los modelos evolutivos proporcionan explicaciones convincentes de la heterogeneidad observada entre empresas a todos los niveles y su persistencia a lo largo del tiempo. Otra interesante línea de trabajo activa y fructífera de la economía evolutiva ha sido estudiar los vínculos causales entre los regímenes tecnológicos propios de ciertos sectores y los niveles de concentración industrial y tipo de innovación que se da en los sectores. De acuerdo con [Nelson y Winter \(1982\)](#) los regímenes tecnológicos sectoriales difieren en: (i) nivel de oportunidades tecnológicas (ii) el grado en el que la generación de nuevo conocimiento es acumulativo (iii) las condiciones de apropiabilidad⁶. Este tipo de trabajos ha ayudado a comprender el progreso técnico muy distinto entre sectores en las economías modernas (ver [Almudi *et al.* \(2013\)](#) para un ejemplo de modelo teórico o [Marsili y Verspagen \(2002\)](#) para consultar la evidencia empírica). Otro tipo de modelos menos abstractos se han centrado en explicar los patrones de evolución de algunas industrias concretas ([Malerba *et al.*, 2008](#))

Por último, tal y como se sintetiza en [Dosi y Nelson \(2010\)](#) la economía evolutiva también está activa en la teoría del crecimiento económico y las políticas de innovación. Así como señalan [Aghion *et al.* \(2009\)](#), la perspectiva evolutiva que entiende el cambio técnico como el resultado de un sistema complejo en evolución ilumina ciertos aspectos del proceso innovador que deben ser tenidos en cuenta a la hora de guiar las políticas. Entre estos aspectos es destacable: (i) la naturaleza acumulativa de los procesos innovadores que implica la importancia de las trayectorias dependientes (ii) la relevancia de los mecanismos de aprendizaje imperfectos para la difusión de conocimiento y generación de innovaciones (iii) el carácter sistémico y la interdependencia entre sectores en los procesos innovadores.

Este término fue introducido por Frank Knight ([Knight, 1921](#)).

⁵Por ejemplo, analizar cómo distintos patrones de innovación entre las empresas dan lugar a una estructura de mercado determinada sería analizar una propiedad emergente. Esta línea de análisis es distinta y a la vez complementaria a la de estudiar cómo la estructura de mercado determina los patrones de innovación.

⁶En la [Sección 4](#) se tratarán estos conceptos con un mayor detalle.

3. Metodología ABM

Uno de los progresos más recientes en economía evolutiva ha sido la ampliación de los modelos matemáticos de selección que se utilizan, combinando dinámicas replicador y los llamados modelos ABM (ver [Dosi et al. \(2013\)](#)). Ya hemos dicho que los modelos evolutivos de dinámica industrial se caracterizan por la racionalidad limitada de los agentes, la heterogeneidad y las dinámicas fuera del equilibrio. Tradicionalmente para formalizar estas ideas se han empleado sistemas de ecuaciones dinámicos (en tiempo continuo o discreto) que determinan la trayectoria de las acciones tomadas por las empresas y sus consecuencias. En los últimos años, han surgido otro tipo de metodologías que permiten formalizar estas ideas, como son la teoría de juegos evolutiva aplicada sobre grandes poblaciones de agentes (ver [Sandholm \(2010\)](#)), la teoría de redes (ver [Jackson \(2008\)](#)) o los modelos computacionales basados en agentes (Agent Based Models - ABM). En este trabajo se va a desarrollar un ABM y por ello resulta pertinente describir brevemente los fundamentos sobre los que se asienta esta metodología de reciente desarrollo.

A grandes rasgos los ABM son modelos en los que (i) existe una multitud de agentes heterogéneos que interactúan de forma directa entre ellos y con el entorno que los rodea; (ii) los agentes son autónomos en el sentido de que no existe ningún mecanismo de coordinación central o control global sobre su comportamiento ⁷ (iii) los resultados de estas interacciones (imitación, emulación, intercambios) dan lugar a dinámicas del sistema que se obtienen a través de la computación numérica del modelo. Dichos patrones dinámicos, una vez agregados convenientemente, dan lugar a las dinámicas de las variables emergentes de interés (e.g nivel de concentración en el sector, tasa de variación de precios, gasto en I+D). El objetivo de los ABM será analizar estos fenómenos entendiendo las economías descentralizadas como sistemas complejos en el que las propiedades agregadas emergen de la interacción dispersa y el comportamiento con efectos locales de los agentes individuales. Este tipo de modelos se asientan sobre los siguientes supuestos:

- *Filosofía Bottom - up y Sistemas complejos en evolución* : Las propiedades agregadas deben entenderse como el resultado de las interacciones microeconómicas que tienen lugar entre los agentes. La investigación podrá ocurrir en dos direcciones: (i) descifrar las implicaciones agregadas de una serie de comportamientos individuales, y (ii) encontrar las condiciones a nivel micro que dan lugar a ciertos fenómenos macro observados. Los agentes vivirán en sistemas económicos complejos que evolucionan a lo largo del tiempo ([Kirman, 1989](#)). Serán complejos en el sentido de que existe un gran número de agentes heterogéneos de cuyas interacciones directas y dispersas emergen propiedades agregadas que no pueden deducirse del mero análisis micro. Estos sistemas se consideran en evolución ya que son adaptativos a través de los procesos de innovación, aprendizaje y selección que mencionamos en la *Sección 2*.

⁷El ejemplo canónico de este tipo de mecanismos es el subastador Walrasiano que asegura el vaciado del mercado. Otro ejemplo más sutil es la imposición de la consistencia de las expectativas individuales que se introduce con el objetivo de garantizar la existencia del equilibrio.

- *Racionalidad limitada*: Se supone que el entorno en el que se desenvuelven los agentes es complejo por lo que poseerán una información y capacidades cognitivas limitadas. Utilizarán reglas basadas en la información local de acuerdo a sus objetivos. Los procesos de aprendizaje a partir de la experiencia de los agentes, su entorno y la interacción con otros agentes cobrarán una gran importancia.
- *Heterogeneidad*: En muchas ocasiones en los modelos analíticos las soluciones solo se pueden hallar para un número muy pequeño o muy grande de agentes. Sin embargo, en los modelos computacionales se pueden incluir el número de agentes que se considere oportuno y que pueden ser tan heterogéneos entre sí como se desee.
- *Dinámicas fuera del equilibrio*: Los ABM son modelos dinámicos en tiempo discreto y estocásticos, en los cuales el estado del sistema en el periodo $t + 1$ es computado a partir del estado del sistema en t . Esto nos permite analizar las trayectorias que siguen las variables relevantes. Los modelos se caracterizarán porque no se imponen condiciones de consistencia sobre el comportamiento de los agentes que garanticen la existencia del equilibrio, pero esto no supone que este concepto carezca de importancia. Así en estos modelos el equilibrio se entenderá como un comportamiento límite al que se tiende bajo ciertas condiciones, es decir, una regularidad que el modelo es capaz de reproducir bajo ciertas circunstancias ⁸ En los modelos ABM tienen interés tanto las dinámicas de transición como los estados límite del sistema.

Una opinión bastante extendida es que los modelos computacionales no son asimilables al tratamiento analítico convencional. Sin embargo, como se argumenta en [Fagiolo et al. \(2018\)](#), los ABM consisten en un conjunto de funciones bien definido que relaciona una serie de inputs con unos outputs y que se pueden caracterizar como sistemas recursivos en tiempo discreto. Un sistema recursivo es aquel en el que sus outputs dependen de uno o más de sus inputs pasados. ⁹ Por lo tanto, podemos definir una caracterización formal para un modelo ABM como si se tratase de un sistema recursivo en tiempo discreto con componentes estocásticos.

Así, en cada periodo t un agente i , $i \in [1 \dots n]$, está descrito por un vector de variables estado $\mathbf{x}_{i,t} \in \mathbb{R}^k$. La evolución de sus variables estado se puede caracterizar según una ecuación en diferencias:

$$\mathbf{x}_{i,t+1} = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}_{i,t}, \mathbf{x}_{-i,t}, \boldsymbol{\psi}_i, \boldsymbol{\xi}_{i,t}) \quad (2)$$

donde $\boldsymbol{\xi}_{i,t}$ es un vector de términos estocásticos, $\boldsymbol{\psi}_i \in \boldsymbol{\Psi}$ es un vector de parámetros siendo $\boldsymbol{\Psi}$ un subconjunto compacto de \mathbb{R}^Q . Expresaremos como \mathbf{x}_{-i} las variables

⁸Una definición formal de estos conceptos se puede consultar en ([Fagiolo et al., 2018](#), C.7). El equilibrio se definirá sobre las variables agregadas y en términos estadísticos.

⁹Bajo ciertas condiciones los sistemas recursivos se pueden caracterizar como una *cadena de Markov*. Los ABM se pueden definir como una cadena de Markov (ver [Izquierdo et al. \(2009\)](#)) Desafortunadamente suelen ser cadenas de Markov cuyo espacio de estados es muy grande lo que dificulta enormemente la aplicación de las técnicas analíticas asociadas a este concepto.

estado de todos los agentes que no sean i . El comportamiento de los agentes vendrá determinado por la forma funcional de $f_i(\cdot)$. El conjunto de ecuaciones (2), definidas a nivel individual, determinará el proceso generador de datos.

En cualquier momento de tiempo, el sistema se encuentra en un estado \mathbf{X}_t . Siendo \mathbf{X}_t una matriz de todos los estados individuales en t . Considerando la dinámica (Ec. 2) tendremos:

$$\mathbf{X}_{t+1} = F(\mathbf{X}_t, \psi, \Lambda_t) \quad (3)$$

donde Λ_t es una matriz que contiene todos los elementos estocásticos en el momento t . La ecuación (3) define la *dinámica de transición* del modelo.

En muchas ocasiones estamos interesados en las variables agregadas de la economía. Un vector de variables agregadas \mathbf{y}_t se define como una función sobre las variables estado:

$$\mathbf{y}_t = m(\mathbf{X}_t) \quad (4)$$

Esta *función de agregación* junto con la dinámica de transición (Ec. 3) forman la representación del proceso dinámico que opera sobre el espacio de estados del sistema y los agregados de interés. La cuestión es si es posible tratar analíticamente esta dinámica. El estudio formal completo de estos procesos puede ser muy complicado o imposible debido a la presencia de elementos estocásticos (Λ_t) y que las funciones que rigen el comportamiento de los agentes ($f_i(\cdot)$), a menudo no son lineales. Por lo tanto, la forma habitual de analizar la relación entre las condiciones iniciales y parámetros (\mathbf{X}_0, ψ) e \mathbf{y}_t será mediante la simulación repetida del modelo.¹⁰

¿Qué papel juegan los ABMs en la “caja de herramientas” del economista? Como se argumenta en [Haldane y Turrell \(2018\)](#) los ABMS resultan útiles en situaciones en las que la heterogeneidad, la complejidad, la incertidumbre, la interacción dispersa a través de redes y la racionalidad limitada juegan un papel relevante. Un uso interesante de estos modelos es su utilización como una exploración preliminar de situaciones complejas para probar hipótesis o descubrir nuevos fenómenos que luego se pueden incluir en otros modelos más simples y resolubles analíticamente (ver [Gualdi et al. \(2015\)](#) para un ejemplo de este tipo de trabajos). Otra línea de trabajo muy interesante es el uso de los ABMs para explorar otro tipo de micro fundamentaciones apoyadas en la evidencia empírica pero distintas a las neoclásicas.

Los ABMs destacan por su capacidad para representar la heterogeneidad, la racionalidad limitada y las dinámicas fuera del equilibrio por lo que serán adecuados para estudiar la innovación y la dinámica industrial desde una perspectiva evolutiva ([Pyka y Fagiolo, 2007](#)). Los ABMs aplicados a la dinámica industrial deberán incluir la introducción de manera continua de novedades a través de la innovación o imitación y algún mecanismo de selección basado en el mercado. En la actualidad este tipo de modelos se están aplicando para estudiar un amplio abanico de cuestiones como la generación de burbujas en el mercado inmobiliario ([Geanakoplos et al.](#),

¹⁰El lector interesado en la implementación computacional de estos modelos puede consultar, a modo de ejemplo, el Anexo C. Otra interesante línea de investigación es la resolución analítica de estos modelos utilizando técnicas de la física estadística ([Di Guilmi et al., 2017](#))

2012), la propagación de crisis financieras (Battiston *et al.*, 2016) o cuestiones de dinámica industrial schumpeteriana y crecimiento (Dosi *et al.*, 2013). Estos modelos deben ser entendidos como complementarios a los tradicionales y tener presente que no están libres de limitaciones. Como ya hemos mencionado al hablar de las dificultades analíticas.

A modo de reflexión metodológica personal, quiero señalar que suponer que los agentes maximizan sus funciones objetivo e imponer ciertas condiciones de equilibrio que permitan aplicar resultados matemáticos bien conocidos tiene unas ventajas analíticas innegables. Además, nos dota de un marco común y riguroso a la hora de plantear modelos. Sin embargo, la evidencia empírica y experimental parece indicar que el comportamiento de los agentes se ajusta más al seguimiento de simples reglas heurísticas que a la teoría de la racionalidad plena. Respecto a la dificultad de entender los mecanismos causales de los ABM, esta dificultad también aparece en otros tipos de modelos de estas mismas características como los modelos computables de equilibrio general. Además, existe una línea de investigación matemática que va superando estos problemas (Di Guilmi *et al.*, 2017). Por nuestra parte, admitiendo los límites de una tesis de máster, en la *Sección 5* se mostrará cómo se pueden detectar en este tipo de modelos propiedades emergentes que posteriormente pueden ser falsadas.

Habitualmente, estos modelos resultan útiles para obtener resultados cualitativos y comprobar si son acordes a los hechos estilizados observables. Es cierto que la calibración, estimación y validación de estos modelos se encuentra bastante por detrás de otros modelos complejos como los DGSE. Sin embargo, ésta es una línea de investigación muy activa y se trabaja en áreas tan diversas como comprobar la habilidad de los modelos para reproducir las características de ciertas series temporales observables (Guerini y Moneta, 2017) o el empleo de técnicas de “machine learning” para calibrar los modelos (Lamperti *et al.*, 2018).

4. El modelo

En esta sección vamos a presentar un modelo ABM que nos permitirá estudiar la formación de los precios, la evolución de la concentración industrial y la emergencia de distintos ritmos de innovación en dos sectores innovadores ligados. Se tratará de un modelo computacional neo - Schumpeteriano de dos sectores (ver Dosi *et al.* (2013) ,Metcalfe *et al.* (2005), Saviotti y Pyka (2013)). Así el Sector 1 (sector de bienes de capital) estará poblado por empresas heterogéneas que producen y mejoran de manera gradual distintas variedades de un bien de capital (máquinas) que intentan ser vendidas al Sector 2. El Sector 2 (sector de bienes de consumo) estará poblado por empresas compradoras y usuarias de maquinaria que producen diferentes variedades de un bien de consumo que es vendido a los consumidores finales. Las empresas de este sector adquirirán distintas variedades del bien de capital para llevar a cabo su producción. Fijarán precios y ofrecerán su variedad del bien de consumo para intentar captar la mayor cuota posible de consumidores finales.

Las empresas del sector de bienes de capital compiten en el precio y la calidad (rendimiento) de las máquinas. Los precios se fijarán de acuerdo a una regla de mark - up modificada ([Winter \(1984\)](#); [Vives \(2001\)](#)) en la cual se ha añadido la novedad de que el mark - up aplicado sobre los costes unitarios estimados evoluciona de acuerdo a la estimación que hacen las empresas del poder de mercado de sus rivales percibidos. Dado un mismo entorno competitivo las distintas empresas tendrán una percepción distinta del grado de competencia al que se enfrentan. Este concepto también ayuda a reflejar la competencia “específica” percibida por cada empresa; las empresas aún estando en el mismo sector, pueden producir productos muy diferenciados lo que les lleva a competir en mercados diferentes. La literatura empírica ha mostrado como dada una estructura de mercado, las distintas percepciones acerca de la competencia contribuyen a explicar los diferentes esfuerzos que las empresas realizan en el gasto en innovación (ver [Tang \(2006\)](#)).

El coste por unidad de las empresas del Sector 1 incluirá el coste de producción unitario (idéntico y constante) entre empresas y el gasto en I+D por unidad. La intensidad con la que las empresas invierten en I+D (la proporción de sus beneficios que dedican a esta actividad) será un rasgo característico de cada empresa, esto será un ejemplo de una rutina propia. Así este gasto junto con la imitación será lo que determine la evolución de la calidad relativa de los bienes de capital producidos por cada empresa. No impondremos restricciones de producción en las empresas de este sector, producirán de acuerdo a los pedidos que reciban (demanda) del Sector 2.

La demanda de empresas usuarias que capture cada empresa del Sector 1 dependerá (probabilísticamente) tanto del precio como de la calidad de sus máquinas. Por otro lado, en cada periodo, cada empresa usuaria del Sector 2 adquirirá un bien de capital para llevar a cabo su producción. Por simplicidad asumimos que los bienes de capital se deprecian y desaparecen al finalizar cada periodo.

El Sector 2 consiste en un conjunto heterogéneo de empresas usuarias de maquinaria que producen y venden distintas variedades de un bien de consumo. En cada periodo utilizarán una máquina para producir una variedad del bien de consumo cuya calidad dependerá de la tecnología empleada en la producción (calidad de la máquina). Las empresas del Sector 2 poseen una dotación de conocimiento que actualizarán de acuerdo a la tecnología que incorpore el último bien de capital que han adquirido. Así mismo cada empresa poseerá un “radio cognitivo” que determinará su capacidad para entender las máquinas que hay en el mercado y adoptar innovaciones. Este rasgo particular de cada empresa se puede interpretar como su capacidad de absorción ([Cohen y Levinthal, 1990](#)) que determina la habilidad de las organizaciones para entender y adoptar las innovaciones. Cada vez existe una mayor evidencia de que este factor juega un papel muy relevante en el proceso de difusión y adopción de las innovaciones (ver [Almudi et al. \(2018b\)](#))

De acuerdo a su stock de conocimiento y su capacidad de absorción, las empresas determinarán aquellos bienes de capital que son capaces de comprender y por lo tanto de incorporar a su producción. Entre las máquinas que son capaces de comprender tomarán una decisión de compra ponderando el precio y la calidad, de esta manera se creará la demanda del Sector 1. Una vez que las empresas en el Sector 2 han adquirido un bien de capital llevarán a cabo la producción y competirán en el mercado de

consumo final tanto en precio como en calidad.

En ambos sectores se producirá un proceso de entrada y salida de empresas. Supondremos que en cada periodo entra una empresa en cada sector; con una probabilidad λ entrará en el sector presentando unos rasgos característicos novedosos y genuinos (intensidad con la que perciben a sus rivales e intensidad de gasto en I+D en el caso del Sector 1 y capacidad de absorción en el Sector 2). Por otro lado, con probabilidad $1 - \lambda$, las empresas copiarán sus rasgos de otra empresa ya asentada en el sector.

El parámetro λ lo podemos asimilar al concepto de oportunidades tecnológicas que definirá el conjunto de posibilidades para el progreso técnico en el marco del paradigma tecnológico ¹¹ que prevalece en la industria. Los factores que contribuirán a la creación de oportunidades tecnológicas serán: (i) avances en el conocimiento científico y sus aplicaciones (ii) avances técnicos en otros sectores o instituciones (iii) el avance tecnológico en la propia industria que fomenta la creación de nuevas oportunidades. Así la evidencia empírica e histórica (ver [Klevorick et al. \(1995\)](#)) muestra que los sectores que han experimentado un mayor progreso técnico han sido aquellos en los que la ciencia aplicada juega un papel destacado y por lo tanto el conjunto de oportunidades es más amplio. Además, las empresas operando en dichos sectores suelen presentar una mayor intensidad en el gasto en I+D. En nuestro modelo cuanto mayor sea λ , mayores serán las oportunidades tecnológicas y por lo tanto la heterogeneidad introducida en el sistema por los nuevos entrantes.

Las empresas productoras de bienes de capital que obtengan beneficios nulos o negativos abandonarán el sector mientras que las empresas productoras de bienes de consumo cuya cuota de mercado sea inferior a 0,005 saldrán del sector.

A continuación, se presentan los supuestos específicos del modelo y la secuencia temporal en que se concatenan. En el *Anexo C* se añade un pseudocódigo que reproduce fielmente el código utilizado para computar el modelo y que puede servir para comprender en profundidad la dinámica del mismo.

4.1. El sector de bienes de capital

4.1.1. Precios y rendimiento

En cualquier periodo de tiempo existe un conjunto heterogéneo de empresas racionalmente limitadas que producen bienes de capital en el Sector 1, $S_t^1 = \{C_{i,t}^1\}$. Denotamos a cada empresa del Sector 1 como $C_{i,t}^1$. El objetivo de las empresas será obtener beneficios para lo cual competirán en precios ($p_{i,t}$) y en la calidad de los

¹¹Un paradigma tecnológico definirá el conjunto de problemas tecnológico - económicos relevantes y los patrones de búsqueda de soluciones. Así el paradigma tecnológico identificará las restricciones operativas y las rutinas que se consideran válidas para superarlas. Una revisión del concepto y de la evidencia empírica asociada se puede consultar en [Dosi y Nelson \(2010\)](#)

bienes de capital ($x_{i,t} \in [0, 1]$ (normalizado)). Asumimos que los precios son fijados por las empresas utilizando un mark - up ($\mu_{i,t}$) que evoluciona endógenamente sobre sus costes unitarios esperados ($c_{i,t}^e$). Por lo tanto, el precio fijado por la empresa i en el momento t será:

$$p_{i,t} = \mu_{i,t} c_{i,t}^e \quad (5)$$

Un componente novedoso del modelo será que consideramos una rutina de fijación de precios en la cual el mark - up evoluciona de acuerdo la intensidad de la competencia *percibida*. Cada empresa determinará sus competidores en función de las calidades de los bienes de capital para lo cual utilizará la información disponible del periodo anterior. El radio o intensidad (σ_i) según el cual percibe a las empresas del sector como rivales directos será un rasgo característico de cada empresa:

$$\Lambda_{i,t} = \{k : |x_{k,t-1} - x_{i,t}| \leq \sigma_i x_{t-1}^{\max}\} \quad \text{con} \quad \sigma_i \in [0, 1] \quad (6)$$

$\Lambda_{i,t}$ será el conjunto de empresas a las que la empresa i considera como rivales en el periodo t . La intensidad de la competencia percibida se puede capturar mediante la suma de la cuota de mercado en el periodo anterior de los rivales considerados como directos $\sum_{k \in \Lambda_{i,t}} s_{k,t-1}$. Podemos definir el mark - up de acuerdo a una regla de margen modificada (ver [Bloch y Metcalfe \(2018\)](#)):

$$\mu_{i,t} = \frac{\eta + \sum_{k \in \Lambda_{i,t}} s_{k,t-1}}{\eta + \sum_{k \in \Lambda_{i,t}} s_{k,t-1} - s_{i,t}^e}, \quad \eta > 1 \quad (7)$$

Donde tendremos que:

$$s_{i,t}^e = \frac{1}{\text{card}(S_t^1)} \quad \text{para las nuevas empresas, y de otro modo} \quad s_{i,t}^e = s_{i,t-1}$$

El parámetro η refleja en este contexto la reactividad ante cambios en la cuota de mercado. Cuanto mayor sea η menor reactividad.

4.1.2. Producción bajo demanda y costes

Asumimos que la producción de las empresas del Sector 1 se realiza bajo demanda de tal modo que $q_{i,t} = q_{i,t}^d$. Cada empresa del Sector 2 demandará en cada periodo una unidad de capital, por lo que si denotamos el conjunto de clientes de cada empresa del Sector 1 como $\Omega_{i,t}$ su demanda se definirá como $q_{i,t}^d = \text{card}(\Omega_{i,t})$.

Los costes totales incluirán los costes de producción y el gasto en I+D ($R_{i,t}$). Consideramos que el coste de producción por unidad (c) será constante y común mientras que las empresas llevarán a cabos distintos esfuerzos de gasto en I+D. Para fijar los precios (Ec. 5) las empresas tendrán en cuenta los costes esperados por unidad ($c_{i,t}^e$), para cuya determinación suponemos las adopción de expectativas

ingenuas ¹² sobre el nivel de producción, por lo que:

$$c_{i,t}^e = c + \frac{R_{i,t}}{q_{i,t}^e} = c + \frac{R_{i,t}}{q_{i,t-1}}, \quad c > 0 \quad (8)$$

Una vez que se hayan producido los intercambios entre el Sector 1 y el Sector 2, las empresas podrán calcular sus costes efectivos. Así los beneficios de la empresa i en el periodo t serán:

$$\Pi_{i,t} = (p_{i,t} - c_{i,t}) q_{i,t}; \quad c_{i,t} = c + \frac{R_{i,t}}{q_{i,t}} \quad (9)$$

Sólo las empresas que obtengan beneficios se mantendrán en el mercado. Asumimos que las empresas dedican una proporción de sus beneficios del periodo anterior al gasto en I+D, la propensión a gastar en I+D (r_i) será una característica genuina (rutina) de cada empresa por lo que:

$$R_{i,t} = r_i \Pi_{i,t-1}, \quad r_i \sim U(0, 1) \quad (10)$$

4.1.3. Innovación basada en el I+D e imitación

Denotamos por $\gamma_{i,t}$ el nuevo conocimiento generado por la empresa i en el periodo t . De acuerdo a la evidencia empírica disponible (ver ([Dosi et al., 2016b](#))) asumimos que la relación entre el gasto en I+D, la imitación y el nuevo conocimiento generado es una realización de una distribución truncada de Pareto entre cero y uno ($\gamma_{i,t} \in [0, 1]$). Así tendremos que $\gamma \sim Dist$ siendo $Dist$ una distribución truncada de Pareto. La pendiente de la función de densidad será endogeneizada de la siguiente manera:

$$\theta = \frac{1}{\phi \cdot \text{imitación} + (1 - \phi) \cdot \text{investigación}} \quad (11)$$

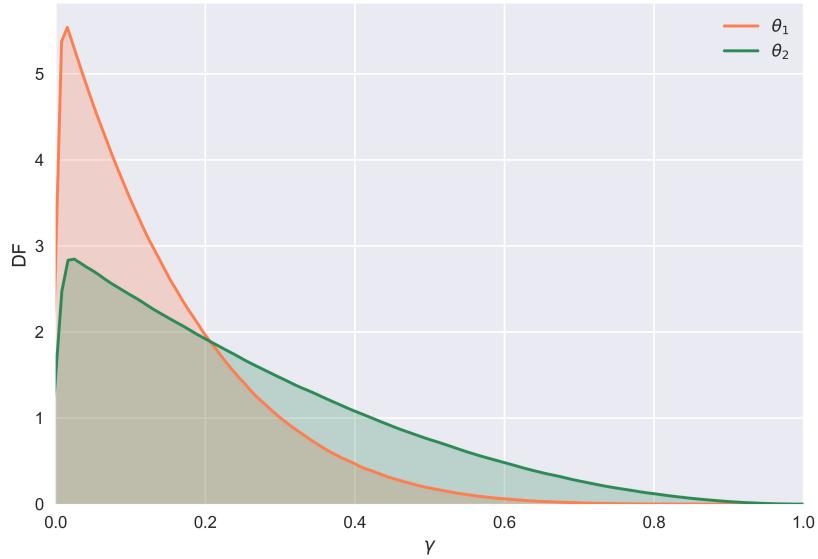
inspirándonos en [Nelson y Winter \(1982\)](#) tenemos que:

- imitación = $\frac{x_t^{max} - x_{i,t}}{x_{i,t}}$, asimilación del conocimiento externo de acuerdo a la distancia respecto a la frontera tecnológica.
- investigación = $\frac{R_{i,t}}{R_{i,t}^{max}}$, generación de nuevo conocimiento a través del gasto relativo en I + D.

¹²Una crítica habitual a este tipo de modelos es que los agentes muestran poca capacidad de anticipación. Sin embargo, ([Dosi et al., 2017](#)) demuestran que cuando los agentes se tienen que enfrentar a situaciones complejas y cambiantes como consecuencia del cambio técnico, las expectativas sencillas pueden resultar las más eficientes.

Según esta distribución, cuanto menor sea la pendiente mayor probabilidad existirá de que los incrementos en el conocimiento sean mayores. Esto se puede apreciar en la *Figura 1* que refleja la función de densidad (FD) dadas las pendientes θ_1, θ_2 tal que $\theta_1 > \theta_2$

Figura 1: Nuevo conocimiento (γ_i) y distribución *Pareto* truncada



La generación de conocimiento depende de dos fuentes complementarias con un sesgo que denotamos por el parámetro ϕ y que podemos asimilar con las condiciones de apropiabilidad de las innovaciones tecnológicas en el sector. Cuanto menor sea este parámetro mayores serán las condiciones de apropiabilidad en el sector. Aunque los derechos de propiedad intelectual (DPI) resultan importantes para incentivar la innovación, cada vez existe más evidencia de un trade - off entre el grado de intensidad de los DPI y la intensidad del avance técnico. El progreso tecnológico es de carácter acumulativo por lo que el libre acceso a las innovaciones previas puede resultar crucial. [Murray et al. \(2016\)](#) muestran cómo la reducción de los costes de acceso a avances tecnológicos anteriores incentiva la innovación a través de la explotación de nuevas líneas de investigación. Las condiciones de apropiabilidad también juegan un papel muy importante para determinar la capacidad de las empresas para generar ingresos a partir de las innovaciones. Como muestra [Dosi y Nelson \(2010\)](#) algunas de las conclusiones que podemos extraer a partir de los estudios empíricos son: (i) A partir de un umbral no hay evidencia de una relación monótona entre la intensidad de los DPI y la propensión a innovar de las empresas (ii) las patentes sólo resultan claves en un número limitado de sectores como el farmacéutico (iii) los actuales DPI en los países occidentales son más que suficientes (iv) los diferentes grados de innovación entre sectores apenas se explican por las diferencias en los DPI.

Finalmente, la calidad de los bienes de capital producidos por las empresas en el

Sector 1 evolucionarán de acuerdo al conocimiento generado:

$$\frac{x_{i,t+1} - x_{i,t}}{x_{i,t}} = \gamma_{i,t} - \bar{\gamma}_t; \quad \bar{\gamma}_t = \sum_h x_{h,t} \gamma_{h,t} \quad (12)$$

4.1.4. Entrada y salida de empresas

Las empresas que no logren obtener beneficios saldrán del mercado ($\Pi_{i,t} \leq 0$). Por otro lado, en cada periodo t entrará una empresa en el sector. Con probabilidad λ (grado de oportunidades tecnológicas) el entrante será un innovador con rasgos característicos genuinos (radio de rivales percibidos (σ_i) e intensidad de gasto en I+D (r_i)) esto implicará que introducirá heterogeneidad en el sector a través de comportamientos novedosos. Con probabilidad $1 - \lambda$ el entrante será un imitador y copiará de alguna empresa establecida sus rasgos característicos, esto acarrearía un coste de implementación (ε)

4.2. Sector de bienes de consumo

En cada periodo t , existe un conjunto heterogéneo de empresas en el Sector 2, $S_t^2 = \{C_{j,t}^2\}$. Cada empresa (denotada por j) produce diferentes variedades de un bien de consumo con un precio $p_{j,t}$ y una calidad $y_{j,t}$. Las empresas en el Sector 2 producen con diferentes técnicas de acuerdo a la calidad del bien de capital adquirido. Asumimos que el nivel tecnológico de las máquinas utilizadas por las empresas en el Sector 2 determina la calidad correspondiente de la variedad del bien de consumo producido. Por lo tanto, las empresas en el Sector 2 con bienes de capital superiores producen y suministran un bien de consumo de una mayor calidad. De acuerdo a la distribución de bienes de capital, su dotación de conocimiento ($X_{1,t}, \dots, X_{\text{card}(S_t^2),t}$) y su capacidad de absorción (representada por el radio cognitivo ρ_j), cada empresa j en el Sector 2 decidirá comprar en cada periodo un bien de capital. Por simplicidad asumimos que dichos bienes se depreciarán por completo en cada periodo sin coste alguno para la empresa.

Se asume que la producción en el Sector 2 está normalizada a la unidad y se vende por completo a los consumidores finales. Como se verá más adelante la dinámica en este mercado se introduce a través de una ecuación del tipo replicador.

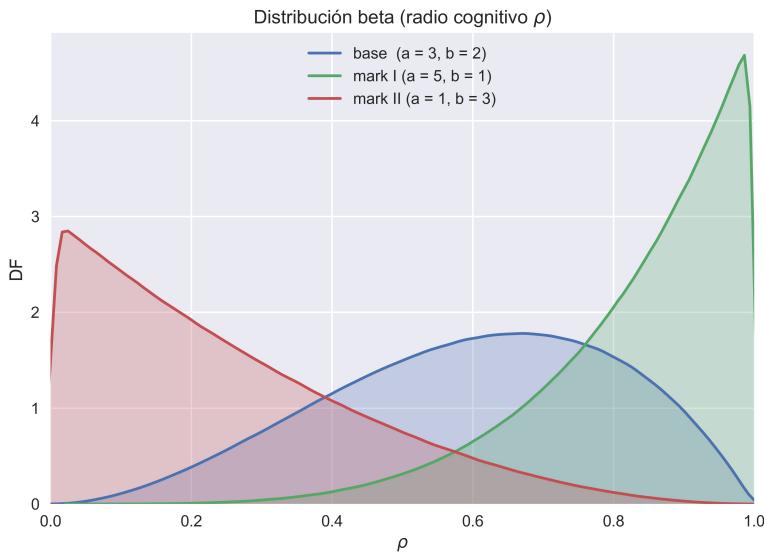
4.2.1. El proceso de selección de bienes de capital en el Sector 2

Cada empresa j en el Sector 2 atraviesa el siguiente proceso para adquirir un bien de capital:

1. La empresa j delimita el conjunto de máquinas que es capaz de entender e

incorporar a la producción ($\Xi_{j,t}$); éste vendrá determinado por su stock de conocimiento $X_{j,t}$ y sus capacidades cognitivas que se representan en $\rho_j \sim Beta(a, b) \in (0, 1)$. Este radio cognitivo es un rasgo característico de cada empresa que determina su capacidad de absorción. Cabe recordar que la media y la varianza de una distribución $Beta$, dado $a > 0, b > 0$ son $E = \frac{a}{a+b}$ y varianza $Var = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$. Como se aprecia en la *Figura 2* la distribución beta nos permitirá estudiar situaciones muy diferentes respecto a la capacidad de absorción. Por ejemplo, si $a = 1, b = 3$ estaremos ante una situación en la que las empresas tienen muchas dificultades para implementar las innovaciones procedentes del Sector 1. Cuando $a = 5, b = 1$ la situación será la opuesta y tendrán una gran capacidad para incorporar innovaciones en su proceso productivo (ver *Figura 2* ¹³).

Figura 2: Radio cognitivo (ρ_j) y distribución $Beta$



El conjunto de proveedores factibles de la empresa j se definirá como:

$$\Xi_{j,t} = \{i : |X_{j,t} - x_{i,t}| \leq \rho_j x_t^{max}\} \quad (13)$$

2. Si denotamos como α_1 el sesgo calidad/precio de la demanda de bienes intermedios, la empresa j decidirá comprar un bien de capital con una probabilidad proporcional a:

$$\alpha_1 x_{i,t} + (1 - \alpha_1) \left(1 - \frac{p_{i,t}}{\sum_{k \in \Xi_{j,t}} p_{k,t}} \right), \quad \alpha_1 \in (0, 1) \quad (14)$$

¹³En esta figura se hace referencia a las distribuciones beta que pueden resultar plausibles para los regímenes tecnológicos base, Mark I y Mark II S e introducirán en la *Sección 5*

3. La calidad de los bienes producidos por j vendrá determinada por el bien de capital adquirido:

$$y_{j,t} = x_{i,t} \quad (15)$$

4. Los coste de cada empresa del Sector 2 serán iguales al precio del bien de capital adquirido:

$$c_{j,t} = p_{i,t} \quad (16)$$

Una vez que este proceso haya tenido lugar podremos definir el conjunto de demandantes de cada empresa en el Sector 1 ($\Omega_{i,t}$). El stock de conocimiento no permanece constante sino que se va actualizando de acuerdo a la tecnología que incorpora el último bien de capital adquirido, $X_{j,t+1} = y_{j,t}$.

4.2.2. Competencia de mercado en el Sector 2

Suponemos que las empresas en el Sector 2 compiten en precios y calidades. Ya hemos definido como se obtiene la calidad de cada empresa ($y_{j,t}$). El precio se determinará de acuerdo a una rutina del tipo mark - up estándar. En este caso no consideramos la interacción estratégica entre las empresas ya que normalmente los sectores de bienes de consumo están más cercanos al marco de la competencia perfecta o competencia monopolística (ver [Bloch y Metcalfe \(2018\)](#)) . Las empresas fijarán el precio de acuerdo a la siguiente rutina:

$$p_{j,t} = \left(\frac{\delta}{\delta - s_{j,t}} \right) c_{j,t}, \quad \delta > 1 \quad (17)$$

donde $c_{j,t}$ es el coste de la máquina adquirida y δ representa la mayor o menor reactividad de ajuste en precios de la empresa ante cambios en su cuota de mercado. Para representar el proceso de selección en el mercado, definimos el nivel de competitividad de cada empresa a partir del precio ($p_{j,t}$) y la calidad ofrecidos ($y_{j,t}$):

$$f_{j,t} = \alpha_2 \frac{y_{j,t}}{y_t^{max}} + (1 - \alpha_2) \left(1 - \frac{p_{j,t}}{p_t^{max}} \right); \quad \alpha_2 \in (0, 1) \quad (18)$$

Ambas dimensiones se representan en relación con el máximo precio y la máxima calidad del sector. A partir de este indicador de competitividad representamos la evolución de las cuotas de mercado de acuerdo a una ecuación del tipo replicador:

$$\frac{s_{j,t+1} - s_{j,t}}{s_{j,t}} = f_{j,t} - \bar{f}_t; \quad \text{con} \quad \bar{f}_t = \sum_h s_{h,t} f_{h,t} \quad (19)$$

Nótese que esta dinámica replicador es asimilable al mecanismo evolutivo típico de selección (1) que explicamos en la *Sección 2*.

4.2.3. Entrada - salida del mercado

Las empresas cuya cuota de mercado sea menor que 0.005 abandonará el mercado. Por otro lado, en cada periodo entrará una empresa en el sector con una cuota de mercado igual a 0.005 (el resto de cuotas de mercado se recalcularán de tal modo que sumen la unidad). Con probabilidad λ (grado de oportunidades tecnológicas) los rasgos de la empresa (radio cognitivo (ρ_j)) se seleccionarán de manera aleatoria. Con probabilidad $1 - \lambda$ el entrante imitará a una de las empresas asentadas en el sector con probabilidad proporcional a la cuota de mercado ¹⁴.

4.3. Estructura temporal del modelo

La dinámica recursiva del modelo se desarrollará periodo a periodo de la siguiente manera:

1. En cada periodo entra una empresa en cada sector. Con probabilidad λ la empresa será innovadora e introducirá nuevos rasgos en el mercado. Estos rasgos son para el caso del Sector 1, r_i , σ_i y para el caso del Sector 2 ρ_j . Con probabilidad $1 - \lambda$ el entrante imitará los rasgos de otra empresa ya asentada en el sector. La probabilidad con la que imitará a cada empresa dependerá de las cuotas de mercado obtenidas en el periodo anterior.
2. Las empresas del Sector 1 ofrecerán bienes de capital con una calidad $x_{i,t}$ y un precio $p_{i,t}$. El precio se determinará aplicando un mark -up sobre los costes unitarios esperados (Ec. 5). Una vez que la empresa haya determinado el precio, ofrecerá sus bienes a las empresas del Sector 2. En cada periodo las empresas generarán nuevo conocimiento (Ec. 11) para mejorar sus bienes de capital. Este proceso consistirá en la imitación (distancia a la frontera del conocimiento) y el gasto en I+D (Ec. 10) que será proporcional a los beneficios del periodo anterior.
3. Las empresas de bienes de consumo considerarán comprar aquellos bienes de capital que sean capaces de entender de acuerdo a su capacidad de absorción (Ec. 13). Las empresas tomarán su decisión de compra ponderando los precios y la calidad (Ec. 14). Este proceso determinará la demanda del Sector 1. El precio (Ec. 17) y la calidad del bien de consumo (Ec. 15) ofrecido por las empresas del Sector 2 dependerá del bien de capital que hayan adquirido. La competitividad de cada empresa se calculará de acuerdo al precio y la calidad del bien de consumo ofrecido (Ec. 18).
4. Una vez que la demanda del sector de bienes de capital se haya determinado las empresas calcularán sus beneficios (Ec. 9) y las cuotas de mercado obtenidas.

¹⁴En este caso no existirá un coste de implementación. Consideramos que la imitación en este sector es más sencilla.

5. Una vez que se hayan producido los intercambios, se aplicarán las dinámicas que determinan el cambio tecnológico en el Sector 1 y la evolución del mercado en el Sector 2:

- La calidad de los bienes de capital evoluciona de acuerdo al nuevo conocimiento generado (Ec. 12).
- La cuota de mercado de las empresas en el Sector 2 evoluciona de acuerdo a su competitividad (Ec. 19).

6. Finalmente algunas empresas abandonarán el mercado. En el Sector 1 las empresas que tengan beneficios negativos o nulos abandonarán el mercado mientras que en el Sector 2 las empresas cuya cuota de mercado sea igual o inferior a 0,005 abandonarán el mercado.

Todo este proceso se explica con más detalle en el pseudocódigo que aparece en el *Anexo C*.

5. Análisis computacional

En esta sección se va a desarrollar el análisis computacional del modelo. En concreto, se va a continuar con una de las líneas de investigación más fructíferas de la economía evolutiva que intenta establecer vínculos causales entre los distintos regímenes tecnológicos y las diferentes dinámicas industriales (ver [Nelson y Winter \(1982\)](#), [Malerba y Orsenigo \(1996\)](#), [Almudi et al. \(2013\)](#)). Esta línea de investigación se apoya en que el avance tecnológico en los distintos sectores difiere en:

- El grado de *oportunidades tecnológicas*: las diferentes actividades y sectores difieren en la facilidad con la que se pueden desarrollar nuevas tecnologías así como el alcance de las mismas.
- El grado de *acumulatividad* en la generación de nuevo conocimiento: define el grado en el que las nuevas tecnologías se desarrollan basándose en conocimientos adquiridos previamente por las empresas o los usuarios.
- Las *Condiciones de apropiabilidad*: determina el grado de facilidad con el que las innovaciones se protegen frente a los competidores. [Marsili \(2001\)](#) distingue entre dos tipos de mecanismos de apropiabilidad: (i) aquellos factores que impiden que las innovaciones sean imitadas por los competidores dentro y fuera de la industria (patentes, secreto industrial, carácter tácito de la tecnología); (ii) características tecnológicas que dificultan que las empresas entren en el sector.

Desde un punto de vista teórico, [Winter \(1984\)](#) propuso la diferencia entre la innovación de carácter *emprendedor* y de carácter *rutinizado* y sus implicaciones para la dinámica industrial. Esta relación también ha sido ampliamente estudiada

por la literatura empírica (ver [Breschi et al. \(2000\)](#), [Dosi et al. \(2016b\)](#), [Malerba et al. \(2016\)](#)). A estos regímenes se les conoce popularmente por los nombres de *Schumpeter Mark I* y *Schumpeter Mark II*. Tanto la literatura teórica como la empírica ha encontrado relaciones robustas entre el régimen *Schumpeter Mark I* (altas oportunidades tecnológicas, bajas condiciones de apropiabilidad, alto grado de acumulatividad) y una dinámica industrial que podemos asimilar con la *destrucción creativa*, caracterizada por un alto número de empresas, poca concentración industrial, una mayor volatilidad e innovación llevada a cabo por los entrantes. El régimen *Schumpeter Mark II* (bajas oportunidades tecnológicas, alto grado de condiciones de apropiabilidad, alto grado de acumulatividad) se relaciona con un dinámica industrial de *creación acumulativa* caracterizada por un bajo número de empresas, alto grado de concentración, innovación liderada por empresas maduras y baja volatilidad. La denominación *Schumpeter Mark I* y *Schumpeter Mark II* se corresponde con los dos tipos de patrón innovador que distingue Schumpeter a lo largo de toda su obra. *Mark I* y *Mark II* se corresponden exactamente con el carácter más emprendedor versus el más rutinizado que señala [Winter \(1984\)](#).

5.1. Escenario Base

Primero se van a presentar unas simulaciones de carácter ilustrativo a partir de los parámetros recogidos en el *Anexo A*. Para fijar estos valores se ha recurrido tanto a los estudios empíricos (ver [Breschi et al. \(2000\)](#), [Dosi et al. \(2016b\)](#), [Malerba et al. \(2016\)](#)) como a valores habituales en la literatura (ver [Winter \(1984\)](#), [Dosi et al. \(2013\)](#), [Fatas-Villafranca et al. \(2009\)](#), [Almudi et al. \(2013\)](#), [Almudi et al. \(2012\)](#), [Almudi et al. \(2018a\)](#)). Los parámetros que establecemos entre 0 y 1 tienen el carácter de sensibilidad a ciertas variables y se les da el valor correspondiente para no sesgar el resultado, véase por ejemplo la sensibilidad calidad/precio de la demanda (γ).

Para cada escenario paramétrico hemos llevado a cabo 500 simulaciones ¹⁵, las cuales consideramos suficientes dado el carácter estocástico del modelo. ¹⁶ que las dinámicas del modelo alcanzan un estado límite (estacionario) aproximadamente en el periodo 5000, por lo que serán los períodos para los que simularemos el modelo. Los detalles respecto a la implementación computacional del modelo aparecen en el *Anexo C*.

Un aspecto relevante es que los resultados que aquí se van a presentar son de carácter *cualitativo* (patrones de evolución de las variables endógenas). Una reciente

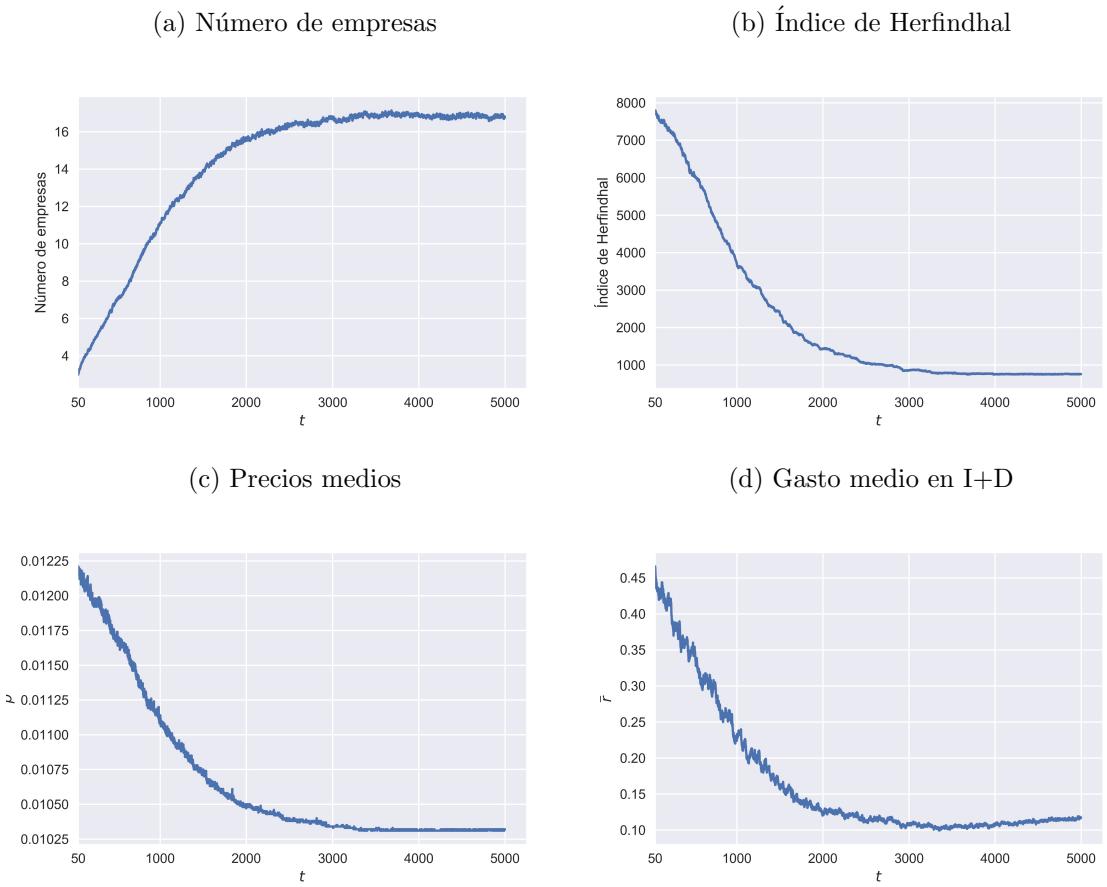
¹⁵Dado el carácter estocástico los resultados que se presentan son la media de las 500 simulaciones. En la actualidad se están desarrollando test estadísticos para determinar el número de simulaciones necesarias para que los resultados de un ABM sean representativos (ver [Secchi y Seri \(2017\)](#))

¹⁶En [Fernández-Márquez et al. \(2017\)](#) se demuestra como utilizando el test de Kolmogorov-Smirnoff se puede determinar el número de períodos necesarios para que un modelo ABM alcance un estado de reposo. En este artículo no se replica el test debido al alto número de simulaciones que requiere y dada nuestra limitada capacidad computacional.

Línea de investigación está consiguiendo prometedores resultados en la estimación cuantitativa de estos modelos ([Guerini y Moneta \(2017\)](#), [Lamperti *et al.* \(2018\)](#)). Sin embargo, estos desarrollos quedan fuera del alcance de esta tesina cuyo objetivo es presentar la metodología de la economía evolutiva combinada con los modelos ABM, así como obtener algún resultado de carácter preliminar.

En la *Figura 3* vemos como el modelo produce de manera endógena series temporales para las variables agregadas de interés (número de empresas, el Índice de Herfindhal, los precios medios (\bar{p}), gasto medio en I+ D (\bar{r})). Las series temporales que se presenten serán la media de las 500 simulaciones realizadas para cada combinación de valores paramétricos. Como se ha descrito en la *Sección 4*, el comportamiento de los agentes viene caracterizado por rutinas que les permiten reaccionar ante un entorno cambiante. Las variables emergentes son agregados de las variables individuales (precios medios ponderados ($\bar{p}_t = \sum s_{it} p_{it}$), Índice de Herfindhal y gasto medio en I+ D ($\bar{r}_t = \sum s_{it} r_{it}$)). Desde un punto de vista dinámico, las trayectorias que genera el modelo para estos agregados son propiedades emergentes, las cuáles son el resultado de la interacción descentralizada de agentes heterogéneos. No imponemos sobre el modelo ninguna condición de equilibrio, sin embargo, se puede apreciar como conforme avanzan los períodos aparece una tendencia a la auto - organización de los agentes y de los dos sectores que hacen que el modelo alcanza un estado de reposo que podríamos asimilar con un equilibrio estacionario.

Figura 3: Series temporales Sector 1 escenario base

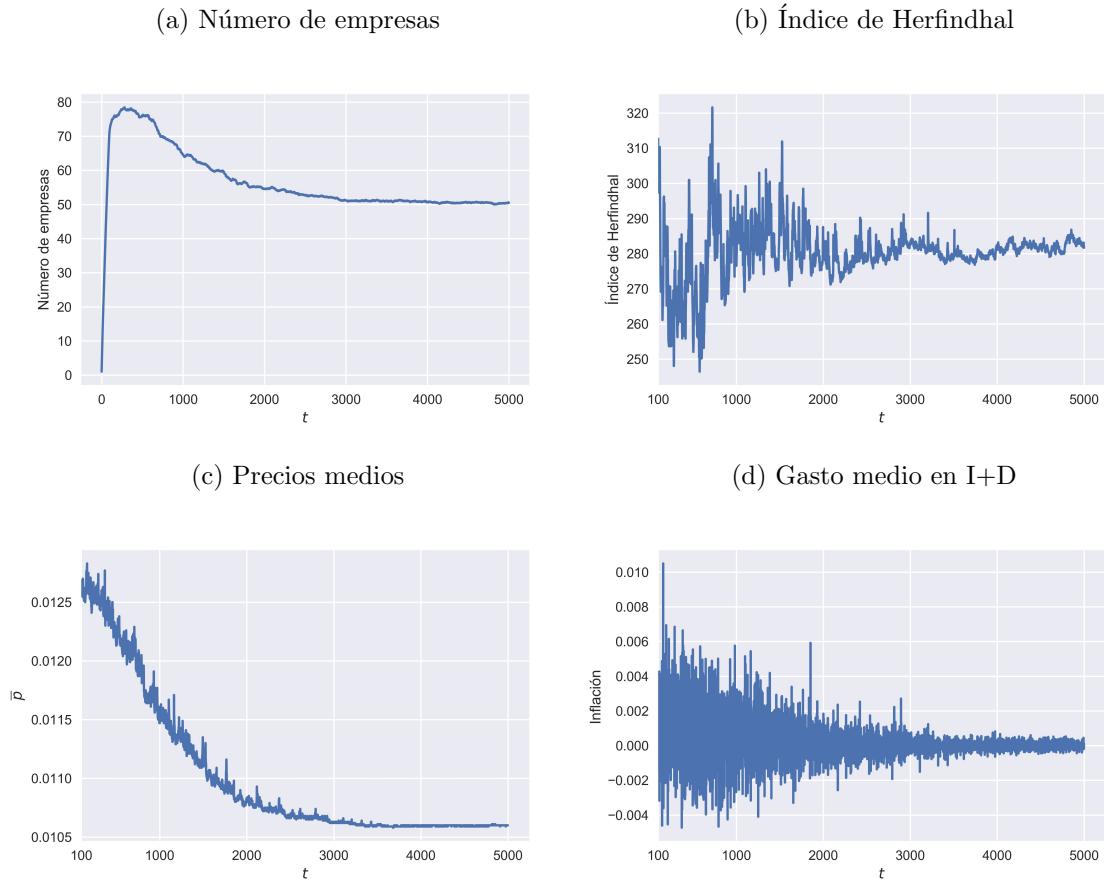


Observando las *Figuras 3* y *4*¹⁷ podemos profundizar en la comprensión del funcionamiento del modelo. En cada periodo entrará una empresa en cada sector, en la *Figura 3* se puede apreciar como en el Sector 1 la mayoría de las empresas que entran no resultan exitosas. En esta configuración paramétrica las empresas entrarán innovando con una probabilidad $\lambda = 0,05$. Dadas las limitadas oportunidades tecnológicas, la mayoría de las empresas entrarán al mercado imitando por lo que incurrirán en unos costes fijos ε que dificultará su supervivencia en el mercado. Poco a poco el conocimiento y las innovaciones se irán difundiendo y las empresas irán encontrando su lugar en el mercado hasta que el modelo alcance un estado de reposo (asimilable a un estado estacionario) y el mercado se estabilice en torno a unas 16,77 empresas de media. Vemos como el índice de Herfindahl muestra una evolución que va en consonancia con la dinámica de entrada y salida de empresas. Respecto a los precios medios (\bar{p}) y el gasto medio en I+D (\bar{r}) se aprecia como tienen una dinámica descendente hasta alcanzar un relativo estado de reposo (más estable en los precios). Para analizar esta caída de los precios habrá que observar la rutina con la que estos son fijados por las empresas (Ec. 7), conforme avanzan los periodos las innovaciones se van difundiendo y por lo tanto la dispersión de la calidad de los bienes de capital se irá reduciendo lo que hará que la competencia percibida¹⁸ (Ec. 6) se intensificará lo que reducirá los márgenes aplicados por la empresa. Este mecanismo junto con la caída de la concentración y la reducción de los costes unitarios de I+D conforme aumenta el tamaño del sector explican la progresiva reducción del mark - up, costes y precios. Esta trayectoria es plausible a la vista de lo que ocurre en sectores con competencia vía precios e innovaciones. La dinámica del gasto medio en I+D contribuye a explicar la evolución de los precios a través de los costes (Ec. 8) y también ilustra la importancia de la difusión del conocimiento y de las innovaciones para la dinámica del modelo. En los primeros momentos aún no se habrá impuesto una tecnología dominante (ver [Dosi y Nelson \(2010\)](#) para más detalles acerca de la evolución de las tecnologías en el marco de los paradigmas tecnológicos) por lo que las empresas explorarán un amplio abanico de trayectorias. Esta tecnología dominante vendrá determinada por la demanda del Sector 2 (Ec. 14) la cual evolucionará de acuerdo a la capacidad de absorción de las empresas (Ec. 13). Por lo tanto mientras el Sector 2 esté envuelto en un proceso de aprendizaje, existirán grandes incentivos en el Sector 1 para generar nuevas tecnologías a través de la innovación (Ec. 11 y 12). Conforme el mercado vaya seleccionando cuáles son los bienes de capital más eficientes para llevar a cabo la producción en el Sector 2 (Ec. 19), se irá imponiendo una tecnología dominante dentro del paradigma tecnológico lo que hará que la imitación vaya ganando peso frente a la innovación lo que explicaría la caída del gasto en I + D para el escenario paramétrico concreto. La serie temporal del gasto en I+D presenta una mayor volatilidad dado la entrada de empresas innovadoras con una propensión de gasto en I+D (r_{it}) genuina, estas empresas tendrán menos probabilidad de sobrevivir conforme se vaya estableciendo una tecnología dominante.

¹⁷ Algunas series no se representan desde $t = 0$. Esto es habitual en la literatura ya que, en los modelos dinámicos no lineales, más aún con componente estocástico, la dinámica tarda en estabilizarse unos periodos. Es normal trabajar con valores asintóticos

¹⁸ Cabe recordar que la percepción de la competencia está basada en las diferencias en la calidad de los bienes de capital

Figura 4: Series temporales Sector 2 escenario base



La dinámica del *Sector 1* no se puede entender sin la del *Sector 2* ya que estamos en un modelo de co - evolución¹⁹. Como se aprecia en la *Figura 4*, en el Sector 2 va emergiendo un número de empresas mucho mayor. Vemos como en los momentos iniciales del sistema el número de empresas aumenta de forma abrupta (la mayoría de los entrantes sobrevive). El mercado está atravesando un proceso de formación y el mecanismo de selección (Ec. 19) inicialmente selecciona poco a poco, ya que la heterogeneidad en el mercado no es suficiente para que el replicador comience a operar de manera más intensa. Conforme las innovaciones se vayan difundiendo se irá reduciendo el número de empresas y sólo sobrevivirán aquellas con una capacidad de absorción suficiente (Ec. 13) como para adoptar las tecnologías más eficientes. Vemos como el índice de Herfindhal también parece converger a un estado de reposo, aunque presenta una gran volatilidad. Como se ha argumentado en la *Sección 2* estas turbulencias en los mercados son habituales debido a los procesos de entrada y salida de empresas, es lógico que sea mayor en un sector de bienes de consumo donde los costes de entrada son menores²⁰ (ver [Grazzi et al. \(2013\)](#) para consultar

¹⁹Entendemos por este concepto que ambos sectores evolucionan a través la retroalimentación que tiene lugar entre ellos (ver [Almudi y Fatas-Villafranca \(2018\)](#) para una aplicación más amplia de este concepto).

²⁰Nuestro modelo tiene en cuenta este hecho ya que en el Sector 2 no consideramos la existencia de un coste de implantación ε .

la evidencia empírica). Respecto a los precios estos siguen una evolución simétrica a la del Sector 1, algo obvio ya que las empresas de bienes de consumo fijan sus precios estableciendo un mark-up (que evoluciona de acuerdo a su cuota de mercado) sobre los precios de los bienes de capital. El modelo también es capaz de generar tasas de variación de los precios de manera endógena. Nótese que no es una tasa de variación de precios de carácter macroeconómico, sino un proceso de formación endógena en dos mercados nuevos. De modo que la volatilidad de los precios se reduce conforme el modelo se acerca el estado de reposo y las innovaciones se van difundiendo.

La capacidad del modelo de producir dinámicas de precios de forma endógena es una característica muy relevante. La economía evolutiva ha puesto un gran énfasis en el estudio de la evolución de las dinámicas de un sector como resultado de la introducción y difusión de innovaciones. Sin embargo, la competencia en precios también juega un papel central tanto como mecanismo de selección, así como mecanismo de difusión de innovaciones. En nuestro modelo hemos supuesto que la innovación y los precios interactúan como mecanismos de selección y difusión (ver ecuaciones (14), (19)). Esto está en consonancia con los estudios más recientes de la economía evolutiva acerca de la formación de precios en los mercados donde la innovación juega un papel crucial (Nelson (2013), Bloch y Metcalfe (2018)). En futuros trabajos podríamos endogeneizar el parámetro c dando entrada a precios crecientes de inputs, crecimiento de la productividad o curvas de aprendizaje.

5.2. Schumpeter Mark I y Mark II

En esta sección vamos a explorar la dinámica industrial del modelo para los dos regímenes tecnológicos que hemos presentado con anterioridad. Caracterizamos los regímenes en base a tres parámetros λ , ϕ y a, b . Los valores ²¹ que tomarán para los distintos escenarios se recogen en el *Cuadro 1*.

Cuadro 1: Valores paramétricos de los regímenes tecnológicos

	Base	Mark I	Mark II
λ	0,05	0,95	0,005
ϕ	0,5	0,75	0,05
a	3	5	1
b	2	1	3

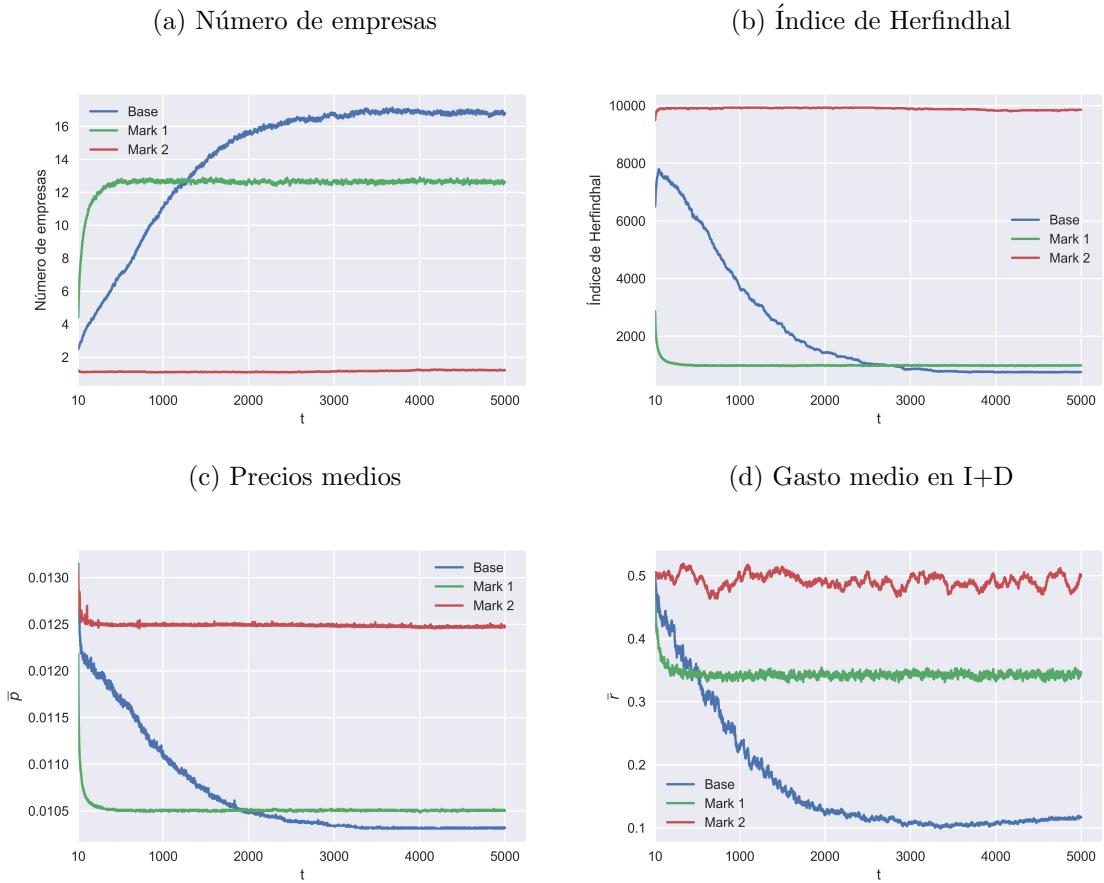
El parámetro λ indica la probabilidad con la que las empresas entrantes son innovadores (tienen rasgos genuinos) por lo que lo asociaremos con el grado de oportunidades tecnológicas. El parámetro ϕ aparece en la función de generación de nuevo conocimiento (Ec. 11). Cuanto mayor sea este parámetro más fácil resultara imitar en relación con innovar, por lo que lo asociamos con las condiciones de apro-

²¹El resto de parámetros tomarán los valores del escenario base que aparecen recogidos en el *Anexo A*

piabilidad. Cuanto mayor sea ϕ menor será en la ecuación 11 el peso de la imitación frente a la innovación para nuevo conocimiento. Por otro lado los parámetros a y b se refieren a la distribución *Beta* que determina la capacidad de absorción de las empresas del Sector 2 (Ec. 13) por lo que lo asociaremos con el grado de acumulatividad en la generación de nuevo conocimiento. En la *Figura 2* se puede apreciar como la capacidad para incorporar innovaciones de las empresas en el Sector 2 es muy diferente entre el régimen Mark I y Mark II. Distribuciones *Beta*(a, b) con cola a la izquierda representan menor acumulatividad que con cola a la derecha.

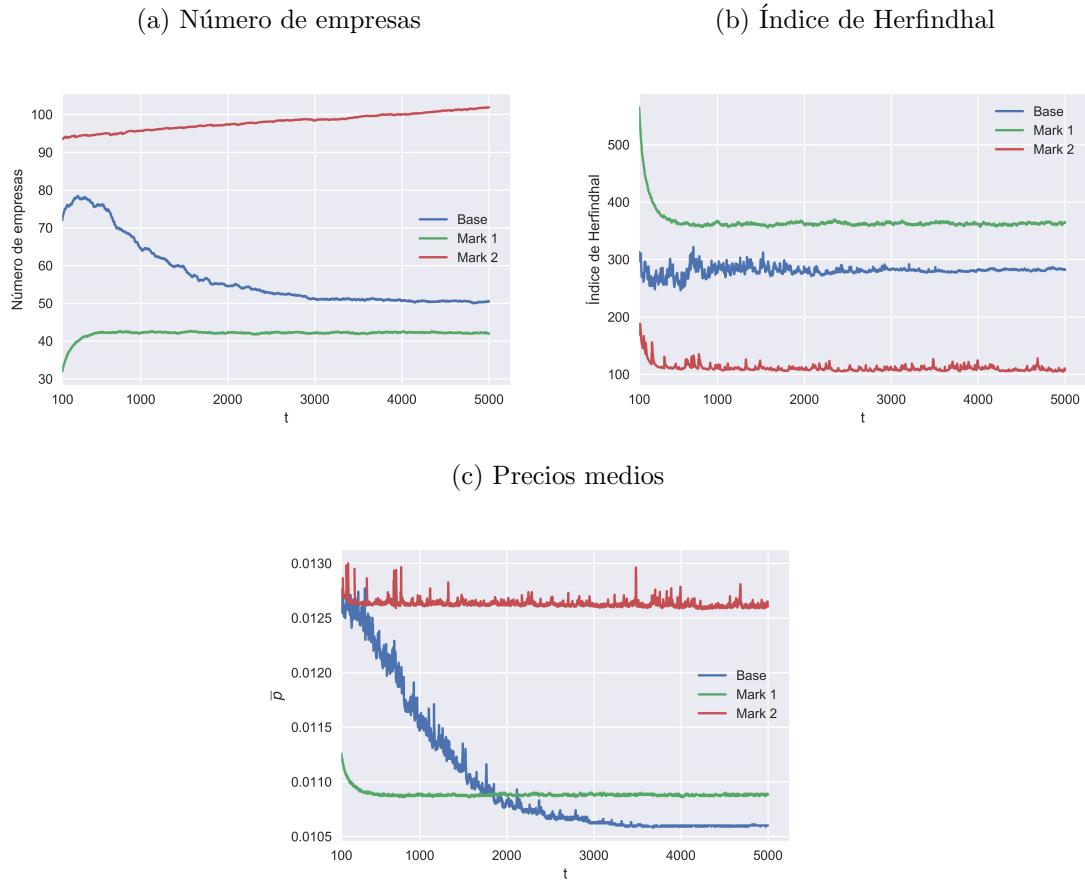
Dada la complejidad y el carácter estocástico del modelo, no podemos ofrecer soluciones analíticas cerradas, pero nos podemos aproximar con rigor a las mismas mediante la simulación repetida del modelo. Como ya se ha indicado hemos realizado 500 simulaciones (las cuáles se pueden replicar en <https://jcasinos.github.io/TFM/>). En las *Figuras 5* y *6* se reproducen la media de las series temporales producidas por el modelo para el escenario base, Mark I y Mark II. Por otro lado, en los *Cuadros 2* y *3* aparecen la media, el máximo, el mínimo y la desviación típica de los resultados de las 500 simulaciones en el momento final $t = 5000$.

Figura 5: Series temporales Sector 1 en los distintos regímenes tecnológicos



El régimen Mark I como es habitual en la literatura lo hemos caracterizado por unas elevadas oportunidades tecnológicas ($\lambda = 0,95$) unos importantes spillovers de conocimiento / baja apropiabilidad ($\phi = 0,5$) y una elevada capacidad de las empresas del Sector 2 para incorporar innovaciones a su producción ($a = 5, b = 1$; baja

Figura 6: Series temporales Sector 2 en los distintos regímenes tecnológicos



acumulatividad). Estas son las características de lo que se conoce como un régimen de carácter emprendedor (Winter, 1984). Este tipo de regímenes se caracteriza por unas condiciones de aprendizaje abiertas y permeables que favorecen la emergencia de nuevas empresas innovadoras. Estas condiciones se asocian con sectores donde la ciencia básica juega un papel crucial como en el sector biotecnología (ver Malerba *et al.* (2016)). Si apreciamos las series temporales que produce el modelo (ver *Figuras 5 y 6*) podemos ver como en comparación con el caso Mark II, en el régimen Mark I emerge un elevado número de empresas (12,63 de media ²²) y un índice de Herfindhal reducido (752 de media). Lo relevante es que alrededor del periodo 1200 el número de empresas en el escenario base supera al número de empresas en el escenario Mark I. Sin embargo, el índice de Herfindhal tarda más periodos en cruzarse y termina en unos valores muy similares 979,8 y 752 (en media) respectivamente. Esto parece indicarnos que, aunque en el escenario base existe un mayor número de empresas, hay un grupo de las mismas que acapara una importante cuota de mercado que podrían ser las innovadoras, mientras que las imitadoras encuentran su lugar en el mercado, pero con una cuota inferior. Las empresas de bienes de capital explorarán trayectorias distintas en un sector muy abierto que al no generar con facilidad concentración industrial acabará generando un menor gasto en I+D que el

²²Los valores numéricos que se proporcionen en este exposición se corresponden al periodo $t = 5000$.

sector Mark I. Sin embargo, este gasto se mantiene de forma sostenida por encima del escenario base. Aunque las condiciones de apropiabilidad sean menores las grandes oportunidades tecnológicas existentes en el sector estimulan el mayor gasto en I+D de las empresas. Esto concuerda con la evidencia empírica que demuestra como los derechos de propiedad intelectual no son cruciales en la mayoría de los sectores para mantener gastos elevados en I+D de forma sostenida ya que lo más relevante es el grado de oportunidades tecnológicas ([Dosi y Nelson, 2010](#)).

El Sector 2 muestra una mayor concentración industrial y un menor número de empresas que los otros dos escenarios dada la gran variedad de trayectorias o posibilidades tecnológicas que se están explorando en el Sector 1 (elevado número de empresas y alto grado de oportunidades tecnológicas). Esta variedad de innovaciones se transmite en forma de producción de variedades muy diversas del bien de consumo. La demanda de consumo final a través del replicador (Ec. 19) ejercerá un proceso de selección más duro. Se puede demostrar que cuanto mayor es la varianza de los agentes de entre los cuáles selecciona una ecuación del tipo replicador (proceso de mercado en el Sector 2) más duro será el proceso de selección. Por eso sobrevivirán menos empresas en el Sector 2 y estarán más concentradas. Esto es lo que se conoce como el teorema fundamental de la selección natural de Fisher, se puede consultar en [Nowak \(2006\)](#).

El régimen Mark II es lo que se conoce como un régimen rutinizado y estará mucho más cerrado. Existirán pocas oportunidades tecnológicas ($\lambda = 0,005$), unos fuertes derechos de propiedad intelectual que dificultan en gran medida la imitación ($\phi = 0,05$) y una menor capacidad de las empresas del Sector 2 para explorar innovaciones $a = 3, b = 2$. Este tipo de regímenes tecnológicos describe bien sectores como el de las grandes computadoras (computer mainframes) o el aeronáutico (ver [Malerba *et al.* \(2016\)](#)). Bajo estas condiciones, en el Sector 1 emerge un pequeño número de empresas (1,2 de media) y por lo tanto el sector tenderá a situaciones de monopolio o duopolio sostenidas en el tiempo. Los líderes en el mercado poseen una clara ventaja de escala como se puede apreciar en el índice de Herfindhal (media 9855) que les permite tener una mayor propensión a gastar en I+D (Ec. 10) y que les permite desarrollar sus productos de forma más rápida, lo que hace que la calidad de los bienes de capital del líder sea muy superior a la de los potenciales entrantes y refuerce su liderazgo. La mayor volatilidad en la propensión a gastar en I+D se explica porque, aun habiendo líderes grandes y consolidados en el mercado, se producen procesos de asalto al liderazgo. Una elevada concentración en el mercado da como resultado unos elevados beneficios (Ec. 5 y 9) lo que atrae a rivales potenciales. Dado el menor grado de oportunidades tecnológicas (λ) la mayoría de los entrantes imitarán al líder y fracasarán en el intento. Sin embargo, en ocasiones aparecerán innovadores en el mercado con unos rasgos genuinos (distinta propensión a gastar en I+D (r)) introduciendo novedosas innovaciones en el mercado y desbancando al líder. Dada la menor capacidad para explorar innovaciones de las empresas del Sector 2 (Ec. 13) y la menor diversidad de oferta del Sector 1 las variedades del bien de consumo estarán mucho menos diferenciadas que en los otros dos escenarios, por lo que acaban conviviendo muchas empresas en régimen de casi competencia perfecta. Por lo tanto dada la menor heterogeneidad el replicador (Ec. 19) actuará como un mecanismo de selección mucho menos intenso. De hecho el número de empresas en el Sector 2 muestra una tendencia creciente. Esto es lo propio de un régimen de

Cuadro 2: Estadísticos descriptivos del Sector 1 (como resultado de las 500 simulaciones)

Variable	Media	Desviación típica	Mínimo	Q 1	Q 2	Q 3	Máximo
Base							
Número de empresas	16.77	1.7525	12	16	17	18	23
Índice de Herfindhal	752.0065	88.5609	540.1774	688.6667	746.0252	799.3616	1096.4083
Inflación	-0.0001	0.0038	-0.0122	-0.0025	-0.0003	0.0019	0.0205
Precios	0.0103	0.0001	0.0102	0.0103	0.0103	0.0104	0.0105
r	0.1169	0.0673	0.0001	0.0621	0.1106	0.1627	0.2951
Mark I							
Número de empresas	12.628	1.6755	8	11	13	14	18
Índice de Herfindhal	979.8081	146.2993	651.0417	874.0741	960.7438	1060.0005	1774.6914
Inflación	0	0.0075	-0.0294	-0.0045	-0.0001	0.0045	0.0256
Precios	0.0105	0.0001	0.0103	0.0104	0.0105	0.0106	0.0109
r	0.3452	0.0839	0.1205	0.2884	0.3435	0.398	0.6733
Mark II							
Número de empresas	1.2	1.5878	1	1	1	1	16
Índice de Herfindhal	9855.2096	1136.8754	773.391	10000	10000	10000	10000
Inflación	0.0008	0.0127	-0.0145	0	0	0	0.2
Precios	0.0125	0.0003	0.0103	0.0125	0.0125	0.0125	0.0115
r	0.499	0.2893	0.0001	0.2395	0.5015	0.7473	0.9988

Cuadro 3: Estadísticos descriptivos del Sector 2 (como resultado de las 500 simulaciones)

Variable	Media	Desviación típica	Mínimo	Q 1	Q 2	Q 3	Máximo
Base							
Número de empresas	50.56	3.7032	38	48	51	53	63
Índice de Herfindhal	281.8616	31.8293	201.628	261.0766	277.5019	298.8613	481.9533
Inflación	-0.0002	0.0045	-0.0142	-0.0028	-0.0002	0.0024	0.0193
Precios	0.0106	0.0001	0.0104	0.0105	0.0106	0.0106	0.0109
Mark I							
Número de empresas	41.948	3.6132	32	39	42	45	55
Índice de Herfindhal	364.7008	47.1898	269.7922	331.2488	357.1727	390.8232	609.335
Inflación	0.0002	0.0081	-0.0276	-0.0044	0.0002	0.0049	0.0324
Precios	0.0109	0.0001	0.0106	0.0108	0.0109	0.0111	0.0114
Mark II							
Número de empresas	101.862	14.9064	35	95	95	112	144
Índice de Herfindhal	106.8604	58.404	70.0493	89.889	105.2632	105.2632	1012.7192
Inflación	0.0008	0.013	-0.0445	0	0	0	0.2
Precios	0.0126	0.0004	0.0106	0.0126	0.0126	0.0126	0.0175

evolución industrial del tipo destrucción acumulativa.

La evidencia empírica relativa a los regímenes *Schumpeter Mark I y Mark II* (Breschi *et al.* (2000), Dosi *et al.* (2016b)) aparece resumida en el *Cuadro 4*²³. Este modelo al igual que otros modelos computacionales presentes en la literatura (Almudi *et al.*, 2013) es capaz de reproducir los hechos estilizados que ha observado la literatura empírica. Por lo tanto, consideramos que nuestro modelo está en condiciones de ser utilizado para responder a futuras preguntas de investigación más complejas y novedosas.

Cuadro 4: Regímenes tecnológicos y dinámica industrial

Régimen tecnológico	Dinámica industrial
Mark I / Emprendedor	Destrucción creativa
Altas oportunidades tecnológicas	Mayor numero de empresas en S1
Bajas barreras de entrada	Mayor diferenciación en S2 y menos empresas
Bajas condiciones de apropiabilidad	Baja concentración S1 y mayor en S2
Baja acumulatividad	Mas volatilidad en los mercados
Ej: Biotecnología	
Mark II / Rutinizado	Acumulación creativa
Bajas oportunidades tecnológicas	Menor numero de empresas en S1
Fuertes barreras a la entrada	Mayor numero de empresas y competencia en S2
Altas condiciones de apropiabilidad	Alta concentración en S1 y muy baja en S2
Mayor acumulatividad	Menor volatilidad en los mercados
Ej: Grandes computadoras (computer mainframes)	

Un hecho destacable del modelo es su capacidad para generar una dinámica emergente de precios con una importante repercusión en los mecanismos de selección del modelo (Ec. 14 y 19). Tradicionalmente la economía evolutiva ha considerado la teoría neoclásica de los precios como una explicación consistente de este fenómeno. Sin embargo, en la actualidad existe un gran interés en dar nuevas explicaciones teóricas (desde una perspectiva evolutiva) a la formación de los precios en mercados donde la innovación tiene un carácter disruptivo (Bloch y Metcalfe, 2018). Si observamos las *Figuras 5* y *6* o los *Cuadros 2*, *3* vemos como en el caso del régimen Mark II los precios son más elevados. La explicación habrá que buscarla en la ventaja que proporciona en el Sector 1 ser líder, lo cual permite establecer un mark - up más elevado (Ec. 7). En todos los escenarios vemos como el precio medio sigue una evolución muy similar a la del índice de Herfindhal. Esto es inmediato si observamos la ecuación (7) que define el mark - up en el Sector 1. Los precios del Sector 2 siguen una evolución muy similar a la del sector de bienes de capital ya que sus precios se fijan como un mark - up sobre el coste de los bienes de capital (Ec. 17).

Otro aspecto interesante es la volatilidad de los precios. Con el análisis gráfico es difícil llegar a conclusiones por lo que recurriremos a la desviación estándar de la serie temporal de la tasa de variación de precios (ver *Cuadro*)²⁴

²³Aquí con S1 y S2 nos referimos al sector innovador y al sector usuario respectivamente. Aunque en este modelo lo hayamos particularizado a bienes de capital y bienes de consumo se podría generalizar a otro tipo de bienes.

²⁴Recordar que estos son datos de carácter cualitativo; así podremos decir si son mayores o menores pero no precisar en qué cuantía.

Cuadro 5: Volatilidad en la tasa de variación de los precios

	Desviación típica Sector 1	Desviación típica Sector 2
Base	0,0026	0,0097
Mark I	0,0041	0,0094
Mark II	0,0037	0,011

En el caso del Sector 1 la tasa de variación de los precios presenta una mayor volatilidad en el escenario Mark I, lo que viene a confirmar la evidencia recogida en ([Bloch y Metcalfe, 2018](#)). Así la inestabilidad de precios emerge en el escenario Mark I como consecuencia del cambio estructural que tienen lugar en la industria. Este cambio será resultado de la introducción y difusión de innovaciones. El escenario Mark I se caracteriza por unas mayores oportunidades tecnológicas y por lo tanto se explorarán un mayor número de trayectorias lo que explicará esta volatilidad. Cuando distintas innovaciones compiten entre sí, la competencia en precios será un mecanismo fundamental en su difusión y adopción y de ahí esta volatilidad (Ec. 14 y 19).

Sin embargo, en el caso del Sector 2 las volatilidades se invierten y así en los escenarios en los que el sector este menos concentrado presentarán la mayor volatilidad en precios. Tanto en el escenario base como en el escenario Mark II la variedad de bienes de capital será menor. Esto hará que en dichos regímenes se reduzca la heterogeneidad en los bienes de consumo. Dado que las calidades de los bienes de consumo serán muy similares, la competencia en precios será más intensa. Por lo tanto, el replicador (Ec. 19) actuará con mayor intensidad sobre la dimensión de los precios lo que explicará esta volatilidad.

Otro aspecto relevante de la comparación entre los tres escenarios es la velocidad de convergencia hacia un estado de reposo del sistema. Vemos como en el escenario base es mucho más gradual. La explicación a esto la debemos buscar en la propensión a gastar en I+D media en el sector. En el escenario Mark I y Mark II es mucho mayor (por distintos motivos como se ha explicado con anterioridad), esto permite que el conocimiento avance con mayor rapidez lo que lleva a alcanzar con una mayor celeridad la tecnología dominante dentro del paradigma tecnológico ([Dosi y Nelson, 2010](#)) y por lo tanto a estabilizar el sistema.

6. Conclusiones

La *Economía Evolutiva*, relajando algunos supuestos neoclásicos tradicionales, ha contribuido enormemente al entendimiento de la innovación y la dinámica industrial. Ha puesto de relieve aspectos como la naturaleza acumulativa de los procesos innovadores, el papel clave de la heterogeneidad o la relevancia de los mecanismos de aprendizaje imperfectos para la difusión de las innovaciones. Dados los supuestos sobre los que se apoya (racionalidad limitada, heterogeneidad, dinámicas fuera del

equilibrio) es necesario emplear otros instrumentos como los modelos computacionales - ABM para poder extraer conclusiones teóricas.

En esta tesina se ha planteado un modelo ABM de dos sectores que es capaz de replicar los hechos estilizados presentes bajo distintos regímenes tecnológicos. Cuando nos encontramos en el escenario Mark I nuestro modelo reproduce una dinámica industrial del tipo destrucción creativa mientras que cuando estemos en el escenario Mark II la dinámica industrial emergente será del tipo acumulación creativa. Esto coincide con la evidencia empírica disponible por lo que consideramos que el modelo ha superado un primer ejercicio de validación y se puede profundizar en su estudio.

Dos futuras líneas de investigación se abren ante nosotros. La primera consiste en utilizar nuevas técnicas desarrolladas por la economía computacional que contribuirán a que los resultados sean más robustos. En concreto podemos hacer referencia a la aplicación de test estadísticos que permiten determinar el número óptimo de simulaciones ([Secchi y Seri, 2017](#)), obtener resultados de carácter cuantitativo ([Lamperti et al., 2018](#)) o el empleo de técnicas conocidas como *master equation* que permiten obtener soluciones analíticas para los modelos basados en agentes ([Di Guilmi et al., 2017](#)).

Otra futura línea de investigación sería profundizar en el conocimiento de la dinámica industrial emergente del modelo y en particular en el papel de los precios ([Bloch y Metcalfe, 2018](#)). La dinámica de los precios está íntimamente ligada a los parámetros α_1 y α_2 que determina el sesgo entre calidad y precio de la demanda de bienes de capital y la de bienes de consumo respectivamente. Podríamos plantear dos escenario $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,25$ (demanda sesgada hacia precios) y $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,75$ (demanda sesgada hacia calidad). En [Almudi et al. \(2013\)](#) ya se demostró cómo el perfil concreto de la demanda juega un papel crucial en la dinámica industrial emergente bajo los regímenes Mark I y Mark II. Otra interesante línea de investigación sería profundizar en el entendimiento de las implicaciones de la capacidad de absorción para la dinámica industrial y en especial para la dinámica de precios. La extensión limitada de esta tesina no nos permite profundizar en estos aspectos, pero el interés de los mismos es indudable.

A modo de reflexión metodológica personal me gustaría recalcar que tanto la *Economía Evolutiva* como los modelos computacionales se deben entender como vías de análisis complementarias. El fenómeno de la innovación es complejo y cambiante y por ello debemos emplear tantas herramientas como tengamos a nuestra disposición. Es importante combinar este tipo de análisis con otros más enmarcados en el marco neoclásico como los modelos analíticos de optimización dinámica o la teoría de juegos clásica, siempre contrastando los resultados teóricos obtenidos desde los distintos enfoques con los resultados empíricos.

Para finalizar, me gustaría defender que los modelos evolutivos y computacionales no solo abren caminos en la investigación sobre los fenómenos de innovación, sino que cada vez son más adecuados para el estudio de los mercados financieros (ver [Battiston et al. \(2016\)](#)) y las imperfecciones que en este ámbito pudieran observarse. Esta línea de trabajo también me parece sumamente prometedora.

Referencias

- Aghion, P., David, P. A., y Foray, D. (2009). Science, technology and innovation for economic growth: linking policy research and practice in ‘stig systems’. *Research policy*, 38(4):681–693.
- Almudi, I. y Fatas-Villafranca, F. (2018). Promotion and coevolutionary dynamics in contemporary capitalism. *Journal of Economic Issues*, 52(1):80–102.
- Almudi, I., Fatás-Villafranca, F., Fernandez, C., Potts, J., y Vázquez, F. J. (2018a). Absorptive capacity in a two-sector neo-schumpeterian model: A new role for innovation policy. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3134143> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3134143>.
- Almudi, I., Fatas-Villafranca, F., e Izquierdo, L. R. (2012). Innovation, catch-up, and leadership in science-based industries. *Industrial and Corporate Change*, 21(2):345–375.
- Almudi, I., Fatas-Villafranca, F., e Izquierdo, L. R. (2013). Industry dynamics, technological regimes and the role of demand. *Journal of Evolutionary Economics*, 23(5):1073–1098.
- Almudi, I., Fatas-Villafranca, F., Potts, J., y Thomas, S. (2018b). Absorptive capacity of demand in sports innovation. *Economics of Innovation and New Technology*, pp. 1–15.
- Álvarez, L. J. y Hernando, I. (2005). The price setting behaviour of spanish firms: evidence from survey data. *Banco de España Documentos de Trabajo*.
- Arrow, K. J. (1962). The economic implications of learning by doing. *The Review of Economic Studies*, 29(3):155–173.
- Arrow, K. J. y Debreu, G. (1954). Existence of an equilibrium for a competitive economy. *Econometrica*, 22:265–290.
- Aucremanne, L. y Druant, M. (2005). Price-setting behaviour in belgium: what can be learned from an ad hoc survey? *European Central Bank Working Papers*.
- Bartelsman, E., Haltiwanger, J., y Scarpetta, S. (2013). Cross-country differences in productivity: The role of allocation and selection. *American Economic Review*, 103(1):305–34.
- Battiston, S., Farmer, J. D., Flache, A., Garlaschelli, D., Haldane, A. G., Heesterbeek, H., Hommes, C., Jaeger, C., May, R., y Scheffer, M. (2016). Complexity theory and financial regulation. *Science*, 351(6275):818–819.
- Bloch, H. y Metcalfe, S. (2018). Innovation, creative destruction, and price theory. *Industrial and Corporate Change*, 27(1):1–13.
- Bottazzi, G., Cefis, E., Dosi, G., y Secchi, A. (2007). Invariances and diversities in the patterns of industrial evolution: Some evidence from italian manufacturing industries. *Small Business Economics*, 29(1-2):137–159.
- Breschi, S., Malerba, F., y Orsenigo, L. (2000). Technological regimes and schumpeterian patterns of innovation. *The Economic Journal*, 110(463):388–410.
- Camerer, C. F. y Fehr, E. (2006). When does “economic man” dominate social behavior? *Science*, 311(5757):47–52.

- Cohen, W. M. y Levinthal, D. A. (1990). Absorptive capacity: A new perspective on learning and innovation. *Administrative Science Quarterly*, 35(1):128–52.
- Debreu, G. (1959). *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. Yale University Press.
- Di Guilmi, C., Gallegati, M., y Landini, S. (2017). *Interactive macroeconomics: stochastic aggregate dynamics with heterogeneous and interacting agents*. Cambridge University Press.
- Dosi, G., Fagiolo, G., Napoletano, M., y Roventini, A. (2013). Income distribution, credit and fiscal policies in an agent-based keynesian model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37(8):1598–1625.
- Dosi, G., Grazzi, M., Marengo, L., y Settepanella, S. (2016a). Production theory: accounting for firm heterogeneity and technical change. *The Journal of Industrial Economics*, 64(4):875–907.
- Dosi, G., Napoletano, M., Roventini, A., Stiglitz, J., y Treibich, T. (2017). Rational heuristics? expectations and behaviors in evolving economies with heterogeneous interacting agents. *LEM Working Papers*.
- Dosi, G. y Nelson, R. R. (2010). Technical change and industrial dynamics as evolutionary processes. En *Handbook of the Economics of Innovation*, volumen 1, pp. 51–127. Elsevier.
- Dosi, G., Pereira, M. C., y Virgillito, M. E. (2016b). The footprint of evolutionary processes of learning and selection upon the statistical properties of industrial dynamics. *Industrial and Corporate Change*, 26(2):187–210.
- Ericson, R. y Pakes, A. (1995). Markov-perfect industry dynamics: A framework for empirical work. *The Review of Economic Studies*, 62(1):53–82.
- Fagerberg, J. (2009). Innovation: A guide to the literature. En *The Oxford Handbook of Innovation*, volumen 1, pp. 51–127. Oxford University Press.
- Fagiolo, G., Gallegati, M. G., Richiardi, M., y Russo, A. (2018). *Agent-Based Models: A Toolkit*. Cambridge University Press.
- Fatas-Villafranca, F., Jarne, G., y Sanchez-Choliz, J. (2009). Industrial leadership in science-based industries: A co-evolution model. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 72(1):390–407.
- Fernández-Márquez, C. M., Fatás-Villafranca, F., y Vázquez, F. J. (2017). Endogenous demand and demanding consumers: a computational approach. *Computational Economics*, 49(2):307–323.
- Fisher, R. A. (1930). *The Genetical Theory of Natural Selection: a complete variorum edition*. Oxford University Press.
- Geanakoplos, J., Axtell, R., Farmer, J. D., Howitt, P., Conlee, B., Goldstein, J., Hendrey, M., Palmer, N. M., y Yang, C.-Y. (2012). Getting at systemic risk via an agent-based model of the housing market. *American Economic Review*, 102(3):53–58.
- Gigerenzer, G. y Brighton, H. (2009). Homo heuristicus: Why biased minds make better inferences. *Topics in Cognitive Science*, 1(1):107–143.

- Grazzi, M., Sanzo, R., Secchi, A., y Zeli, A. (2013). The building process of a new integrated system of business micro-data 1989–2004. *Journal of Economic and Social Measurement*, 38(4):291–324.
- Gualdi, S., Tarzia, M., Zamponi, F., y Bouchaud, J.-P. (2015). Tipping points in macroeconomic agent-based models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 50:29–61.
- Guerini, M. y Moneta, A. (2017). A method for agent-based models validation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 82:125–141.
- Haldane, A. G. y Turrell, A. E. (2018). An interdisciplinary model for macroeconomics. *Oxford Review of Economic Policy*, 34(1-2):219–251.
- Izquierdo, L. R., Izquierdo, S. S., Galan, J. M., y Santos, J. I. (2009). Techniques to understand computer simulations: Markov chain analysis. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 12(1):6.
- Jackson, M. O. (2008). *Social and Economic Networks*. Princeton University Press.
- Kahneman, D. (2003). A perspective on judgment and choice: mapping bounded rationality. *American Psychologist*, 58(9):697.
- Kirman, A. (1989). The intrinsic limits of modern economic theory: the emperor has no clothes. *The Economic Journal*, 99(395):126–139.
- Klette, T. J. y Kortum, S. (2004). Innovating firms and aggregate innovation. *Journal of Political Economy*, 112(5):986–1018.
- Klevorick, A. K., Levin, R. C., Nelson, R. R., y Winter, S. G. (1995). On the sources and significance of interindustry differences in technological opportunities. *Research Policy*, 24(2):185–205.
- Knight, F. H. (1921). *Risk, uncertainty and profit*. Courier Corporation.
- Lamperti, F., Roventini, A., y Sani, A. (2018). Agent-based model calibration using machine learning surrogates. *Journal of Economic Dynamics and Control*, pp. –.
- Malerba, F. (2007). Innovation and the dynamics and evolution of industries: Progress and challenges. *International Journal of Industrial Organization*, 25(4):675–699.
- Malerba, F., Nelson, R., Orsenigo, L., y Winter, S. (2008). Vertical integration and disintegration of computer firms: a history-friendly model of the coevolution of the computer and semiconductor industries. *Industrial and Corporate Change*, 17(2):197–231.
- Malerba, F., Nelson, R., Orsenigo, L., y Winter, S. G. (2016). *Innovation and the Evolution of Industries: History-Friendly Models*. Cambridge University Press.
- Malerba, F. y Orsenigo, L. (1996). Schumpeterian patterns of innovation are technology-specific. *Research Policy*, 25(3):451–478.
- Marsili, O. (2001). *The Anatomy and Evolution of Industries: Technological Change and Industry Dynamics*. Edward Elgar Publishing.
- Marsili, O. y Verspagen, B. (2002). Technology and the dynamics of industrial structures: an empirical mapping of dutch manufacturing. *Industrial and Corporate Change*, 11(4):791–815.

- Maynard Smith, J. (1976). Evolution and the theory of games. *American Scientist*, 64(1):41–45.
- Metcalfe, J. S., Foster, J., y Ramlogan, R. (2005). Adaptive economic growth. *Cambridge Journal of Economics*, 30(1):7–32.
- Murray, F., Aghion, P., Dewatripont, M., Kolev, J., y Stern, S. (2016). Of mice and academics: Examining the effect of openness on innovation. *American Economic Journal: Economic Policy*, 8(1):212–52.
- Nelson, R. R. (1959). The simple economics of basic scientific research. *Journal of Political Economy*, 67(3):297–306.
- Nelson, R. R. (2012). Some features of research by economists on technological change foreshadowed by the rate and direction of inventive activity. En *The Rate and Direction of Inventive Activity Revisited*, pp. 35–41. University of Chicago Press.
- Nelson, R. R. (2013). Demand, supply, and their interaction on markets, as seen from the perspective of evolutionary economic theory. *Journal of Evolutionary Economics*, 23(1):17–38.
- Nelson, R. R. (2017). Economics from an evolutionary perspective. Technical report, Laboratory of Economics and Management (LEM), Sant'Anna School of Advanced Studies, Pisa, Italy.
- Nelson, R. R. y Winter, S. G. (1982). *An Evolutionary Theory of Economic Change*. Harvard University Press.
- Nelson, R. R. y Winter, S. G. (2002). Evolutionary theorizing in economics. *Journal of Economic Perspectives*, 16(2):23–46.
- Nowak, M. A. (2006). *Evolutionary Dynamics*. Harvard University Press.
- Pyka, A. y Fagiolo, G. (2007). Agent-based modelling: a methodology for neo-schumpeterian economics?. *Elgar companion to neo-schumpeterian economics*, 467.
- Sandholm, W. H. (2010). *Population games and evolutionary dynamics*. MIT press.
- Saviotti, P. P. y Pyka, A. (2013). The co-evolution of innovation, demand and growth. *Economics of Innovation and New technology*, 22(5):461–482.
- Schumpeter, J. (1934). *The Theory of Economic Development*. Harvard University Press.
- Secchi, D. y Seri, R. (2017). Controlling for false negatives in agent-based models: a review of power analysis in organizational research. *Computational and Mathematical Organization Theory*, 23(1):94–121.
- Simon, H. A. (1955). A behavioral model of rational choice. *The Quarterly Journal of Economics*, 69(1):99–118.
- Stachurski, J. (2009). *Economic Dynamics: Theory and Computation*. MIT Press.
- Syverson, C. (2011). What determines productivity? *Journal of Economic Literature*, 49(2):326–65.
- Tang, J. (2006). Competition and innovation behaviour. *Research Policy*, 35(1):68–82.

- Vives, X. (2001). *Oligopoly pricing: old ideas and new tools*. MIT press.
- Winter, S. G. (1984). Schumpeterian competition in alternative technological regimes. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 5(3-4):287–320.

A. Notación y valores de parámetros base

Notación Sector 1

$C_{i,t}^1$: empresa i del Sector 1 en el periodo t

$S_t^1 = \{C_{i,t}^1\}$: número de empresas en el Sector 1 t

Parámetros en el Sector 1 y especificación base

$\alpha_1 = 0,5$	Sensibilidad precio/calidad de la demanda de bienes intermedios
$\eta = 1,5$	Parámetro común en la rutina de precios
$c = 0,01$	Coste de producción unitario
$\phi = 0,5$	Importancia relativa de imitación vs gasto en I+D
$\epsilon = 0,75$	Coste de entrada para las empresas imitadoras
$\lambda = 0,05$	Probabilidad de entrar innovando

Parámetros específicos en el Sector 1

$r_i \sim U(0, 1)$	Porcentaje de los beneficios dedicados a I+ D
$\sigma_i \sim U(0, 1)$	Radio que delimita la percepción de competidores directos

Variables específicas en el Sector 1

$x_{i,t} \in [0, 1]$	Nivel tecnológico en términos relativos
$q_{i,t}^e \geq 0$	Ventas esperadas (número de consumidores)
$R_{i,t} \geq 0$	Gasto en I+D
$c_{i,t}^e > 0$	Coste unitario esperado
$\mu_{i,t} > 1$	Mark -up unitario sobre los costes

Notación Sector 2

$C_{j,t}^2$: empresa j en el Sector 2 en el periodo t

$S_t^2 = \{C_{j,t}^2\}$: número de empresas en el Sector 2 en t

Parámetros en el Sector 2 y especificación base

$\alpha_2 = 0,5$	Sensibilidad precio/calidad de la demanda de bienes finales
$\lambda = 0,05$	Probabilidad de entrar innovando
$\delta = 1,06$	Parámetro común en la rutina de precios
$a = 3$	Parámetro distribución beta
$b = 1$	Parámetro distribución beta
Parámetro específicos del Sector 2	
$\rho_j \sim Beta(a, b)$	Capacidad de absorción (entendido como un radio)
Variables específicas del Sector 2	

$X_{j,t} \in [0, 1]$	Stock de conocimiento para incorporar bienes de capital
$c_{j,t} > 0$	Coste bienes de capital
$y_{j,t} \geq 0$	Calidad bienes de capital
$p_{j,t} > 0$	Precio de la variedad del bien de consumo producido
$f_{j,t} \in [0, 1]$	Competitividad de la empresa
$s_{j,t} \in [0, 1]$	Cuota de mercado
$\pi_{j,t} \geq 0$	Beneficios

Condiciones paramétricas:

Cuando nos alejemos del escenario paramétrico base se deben de cumplir las siguientes condiciones

- $0 \leq \alpha_1 \leq 1$
- $\eta > 1$
- $c > 0$
- $0 \leq \phi \leq 1$
- $\epsilon \geq 0$
- $0 \leq \alpha_2 \leq 1$
- $\delta > 1$
- $a > 0$
- $b > 0$

B. Implementación del modelo

Uno de los aspectos cruciales para el desarrollo de los modelos basados en agentes ha sido la creciente disponibilidad de potencia computacional. Existen tres enfoques a la hora de implementar estos modelos:

- Emplear lenguajes de programación genéricos como JAVA, PYTHON o C++ y construir todos los elementos necesarios del modelo. Este enfoque dota al investigador de una gran flexibilidad.
- Emplear aplicaciones desarrolladas para implementar estos modelos como NETLOGO. Este enfoque es el más sencillo, pero limita las opciones del investigador.
- Emplear paquetes específicos para el desarrollo de estos modelos en otros lenguajes de programación SWARM/JAVA o MESA/PYTHON. Este último enfoque intenta combinar las ventajas de los dos anteriores.

En esta tesina, dado su carácter formativo, se ha optado por el primer enfoque ya que construir el modelo desde cero hace necesario comprenderlo en profundidad. Para ello se ha empleado PYTHON, un lenguaje de programación interpretado de código libre que en la actualidad goza de una gran popularidad y que se emplea con asiduidad el ámbito académico (ver Stachurski (2009) para una aplicación a la investigación económica). Este lenguaje permite combinar la programación funcional y la programación orientada a objetos lo cual resulta muy conveniente. Como es habitual en la literatura se han programado las empresas y los sectores como clases mientras que las funciones serán las que dotarán de dinámica al modelo. A continuación, aparece representado un fragmento del código de manera ilustrativa. Todos los códigos así como los resultados de las simulaciones se pueden consultar libremente en <https://jcasinos.github.io/TFM/>. El código reproduce fielmente el seudocódigo que se puede consultar en el *AnexoC*

```

1  class firm_S1:
2
3      """
4      Genera una empresa del Sector1
5      """
6
7      # Definimos los atributos de la clase:
8      # Definimos su sector
9      # Si es la primera en entrar al mercado (pioneer)
10     # Si es una innovadora (innovation)
11
12     def __init__(self, Sector1,
13                  pioneer=False,
14                  innovation=False,
15                  share=0):
16
17         # Vectores para guardar las series
18
19         self.prices = list()
20         self.quantities = list()

```

```

21     self.profits = list()
22     self.shares = list()
23     self.xs = list()
24     self.periods = 0
25
26     # Valores iniciales
27
28     self.profit = 0
29     self.s_e = share
30     self.s = 0
31     self.q = 0
32     self.c = 0
33
34     # Si es pionero o innovador
35     # Elegimos sus rasgos de forma aleatoria
36
37     if pioneer == True or innovation == True:
38
39         self.r = np.random.uniform(0, 1)
40         self.sigma = np.random.uniform(0, 1)
41         self.c_e = Sector1.c
42         self.R_D = 0
43
44         if pioneer: # x si es pionero
45
46             self.x = np.random.uniform(0, 1)
47
48         else: # x si no es pionero
49             self.x = np.random.uniform(0, Sector1.x_max_prev())
50
51     # Si es un innovador
52
53     else:
54
55         probabilities = np.array([firm.s for firm in Sector1.firms
56         ])
57         firm_imitate = np.random.choice(Sector1.firms, p=
58         probabilities)

```

```

58         self.r, self.sigma, self.x = firm_imitate.r, firm_imitate.
59             sigma,
60
61             firm_imitate.xs[-1]
62
63             self.q_e = firm_imitate.quantities[-1]
64
65             self.R_D = firm_imitate.R_D
66
67             self.c_e = Sector1.c + Sector1.epsilon * (self.R_D / self.
68             q_e)
69
70             # Calculo inversion en I+D
71
72             def R_D_investment(self):
73
74                 self.R_D = self.r * self.profits[-1]
75
76             # Calculo costes esperados
77
78             def expected_c(self, Sector1):
79
80                 self.q_e = self.quantities[-1]
81                 self.c_e = Sector1.c + (self.R_D / self.q_e)
82
83             # Crea el conjunto de rivales esperados
84
85             def expected_rivals(self, Sector1, creating=False):
86
87                 rivals = list()
88
89                 for firm in Sector1.firms[:-1]:
90
91                     if firm == self:
92                         continue
93
94                     else:
95
96                         if abs(firm.xs[-1] - self.x) <= self.sigma *
97                             Sector1.

```

```

x_max_prev():

95
    rivals.append(firm)
96
97
98    else:
99        continue
100
101    self.rivals = rivals
102
103 # Calcula el mark-up de Cournot
104
105 def mark_up(self, Sector1):
106
107     for firm in Sector1.firms:
108
109         if len(firm.shares) != 0:
110             firm.s_e = firm.shares[-1]
111
112         rivals_shares = sum(firm.s for firm in self.rivals)
113         self.mu = (Sector1.eta + rivals_shares) /
114             ((Sector1.eta + rivals_shares) - self.s_e)
115
116 # Calculo del precio
117
118 def price(self):
119
120     self.p = self.mu * self.c_e
121
122 # Genera nuevo conocimiento
123
124 def knowledge(self, Sector1):
125
126     imitation = (Sector1.x_max() - self.x) / self.x
127
128     if self.RD == 0:
129         research = 0
130     else:
131         research = self.RD / Sector1.R_max()
132

```

```

133     innovation = (( Sector1 .phi * imitation) +
134                         (( 1 - Sector1 .phi) *
135                           research))
136
137     if innovation == 0:
138
139     else:
140
141         slope = 1 / innovation
142
143         new_knowledge = 1 - np.random.power(slope)
144
145         self .gamma = new_knowledge

```

C. Pseudocódigo

- **Define Entrada_Sector1():**

1. En cada periodo entra una empresa en el Sector 1.
2. Con probabilidad λ la empresa es un innovador. Por lo tanto, siendo $B(\lambda)$ una distribución binomial con probabilidad λ , si $B(\lambda) = 1$ la empresa posee rasgos aleatorios:

$$\begin{aligned} r_i &\sim U(0, 1) \\ \sigma_i &\sim U(0, 1) \\ x_i &\sim U(0, x_{t-1}^{\max}) \end{aligned}$$

3. Si $B(\lambda) = 0$ el entrante copiará los rasgos de una empresa ya asentada en el sector. La empresa k a imitar será elegida con probabilidad proporcional a las cuotas de mercado del periodo anterior $s_{k,t-1}$, así:

$$\begin{aligned} r_i &= r_k \\ \sigma_i &= \sigma_k \\ x_i &= x_k \end{aligned}$$

4. La tecnología se normaliza de tal forma que $\sum_i x_{i,t} = 1$.
5. FIN.

- **Define Entrada_Sector2():**

1. Cada periodo entra un empresa en el Sector 2.

2. Suponemos que cada empresa entra en el sector con una cuota de mercado $s_{j,t} = 0,005$, por lo que las cuotas de mercado deberán ser recalculadas de tal forma que su suma sea igual a la unidad ($\sum_k s_{k,t} = 1$).
3. Con probabilidad λ la empresa es innovadora. Si $B(\lambda) = 1$ la empresa entrará en el mercado con rasgos aleatorios :

$$\begin{aligned}\rho_j &\sim Beta(a, b) \\ X_{j,t} &\sim U(x_t^{min}, x_t^{max})\end{aligned}$$

4. De otro modo si $B(\lambda) = 0$ la empresa será imitadora. Se imitará una empresa asentada k con probabilidad proporcional a las cuotas de mercado en el periodo anterior ($s_{j,t-1}$) y copiará sus rasgos:

$$\begin{aligned}\rho_j &= \rho_k \\ X_{j,t} &= X_{k,t}\end{aligned}$$

5. FIN

■ Define Operar_Sector1():

1. Para cada empresa:
 - 1.1. Inversión en I+D:
 - 1.1.1. Si la empresa es un imitador: $R_{i,t} = R_{k,t-1}$
 - 1.1.2. Si la empresa es un innovador: $R_{i,t} = 0$
 - 1.1.3. De otro modo: $R_{i,t} = r_i \Pi_{i,t-1}$
 - 1.2. Costes unitarios esperados:
 - 1.2.1. Si es un imitador: $c_{i,t}^e = c + \frac{R_{i,t}}{q_{i,t}^e}$, $q_{i,t}^e = q_{k,t-1}$
 - 1.2.2. Si es un innovador: $c_{i,t}^e = c$
 - 1.2.3. De otro modo: $c_{i,t}^e = c + \frac{R_{i,t}}{q_{i,t}^e}$, $q_{i,t}^e = q_{i,t-1}$
 - 1.3. Determinación del conjunto de rivales percibidos (los nuevos entrantes no serán percibidos como rivales por ninguna empresa debido a la incertidumbre relativa a sus capacidades) :

$$(i \neq k) : \Lambda_{i,t} = \{k : |x_{k,t-1} - x_{i,t}| \leq \sigma_i x_{t-1}^{max}\}$$

- 1.4. Define el mark - up y el precio:

$$\mu_{i,t} = \frac{\eta + \sum_{k \in \Lambda_{k,t}} s_{k,t-1}}{\eta + \sum_{k \in \Lambda_{k,t}} s_{k,t-1} - s_{i,t}^e},$$

para las nuevas empresas, $s_{i,t}^e = \frac{1}{card(S_t^1)}$ de otro modo $s_{i,t}^e = s_{i,t-1}$

$$p_{i,t} = \mu_{i,t} * c_{i,t}^e$$

2. Cada empresa genera conocimiento de acuerdo a $\gamma_{i,t} \sim Dist$, con $Dist$ representando una distribución truncada de Pareto. Los valores de la distribución serán $L = 0$, $H = 1$ y su pendiente θ (pendiente de la función de densidad). En nuestro modelo θ será determinado por:

$$\theta = \frac{1}{\phi \cdot \text{imitación} + (1 - \phi) \cdot \text{investigación}}$$

$$\text{siendo imitación} = \frac{x_t^{max} - x_{i,t}}{x_{i,t}}, \text{investigación} = \frac{R_{i,t}}{R_i^{max}}$$

3. FIN

▪ **Define Operar_Sector2():**

1. Reescalar $X_{j,t-1}$ de tal forma que $\sum_j X_{j,t-1} = 1$
2. Para cada empresa j :
 - 2.1. Determina el conjunto de bienes de capital que la empresa es capaz de comprender:

$$\Xi_{j,t} = \{i : |X_{j,t} - x_{i,t}| \leq \rho_j x_t^{max}\}$$

Si $\Xi_{j,t}$ es un conjunto vacío, la empresa saldrá del mercado debido a su incapacidad de comprender la tecnología existente en el sector.

Si la empresa abandona el sector debemos recalcular las cuotas de mercado $\sum_k s_{k,t} = 1$.

- 2.2. La empresa j elige un proveedor con una probabilidad proporcional a:

$$\alpha_1 x_{i,t} + (1 - \alpha_1) \left(1 - \frac{p_{i,t}}{\sum_{k \in \Xi_{j,t}} p_{k,t}} \right) \quad \forall \quad i \in \Xi_{j,t}$$

- 2.3. Las empresas compran un bien de capital de la empresa i lo que implica:

$$c_{j,t} = p_{i,t}, \quad y_{j,t} = x_{i,t}$$

- 2.4. La empresa determina el precio :

$$p_{j,t} = \left(\frac{\delta}{\delta - s_{j,t}} \right) c_{j,t}$$

3. Para cada empresa j se calcula su competitividad en el mercado de acuerdo a:

$$f_{j,0t} = \alpha_2 \frac{y_{j,t}}{y_t^{max}} + (1 - \alpha_2) \left(1 - \frac{p_{j,t}}{p_t^{max}} \right)$$

4. FIN

▪ **Define Replicador_Sector1():**

1. Para cada empresa en el Sector 1 se actualiza la calidad de sus máquinas de acuerdo a:

$$\frac{x_{i,t+1} - x_{i,t}}{x_{i,t}} = \gamma_{i,t} - \bar{\gamma}_t, \quad \bar{\gamma}_t = \sum_k x_{k,t} \gamma_{k,t}$$

2. FIN

- **Define Replicador_Sector 2():**

1. Las empresas actualizan su stock de conocimiento para manejar bienes de capital de acuerdo a la última máquina adquirida:

$$X_{j,t+1} = x_{i,t}$$

2. Para cada empresa en el Sector 2 se actualiza su cuota de mercado de acuerdo a:

$$\frac{s_{j,t+1} - s_{j,t}}{s_{j,t}} = f_{j,t} - \bar{f}_t, \quad \bar{f}_t = \sum_h s_{h,t} f_{h,t}$$

3. FIN

- **Define Salida_Sector1():**

1. Determina el conjunto de consumidores para cada empresa $\Omega_{i,t}$, la producción/demanda total de la empresa será $q_{i,t} = \text{card}(\Omega_{i,t})$ y su cuota de mercado $s_{i,t} = \frac{q_{i,t}}{\sum_k q_{k,t}}$

2. Para cada empresa i en el Sector 1:

- 2.1. Calcula los costes unitarios ex-post: $c_{i,t} = c + \frac{R_{i,t}}{q_{i,t}}$
- 2.2. Obtén los beneficios: $\Pi_{i,t} = q_{i,t}(p_{i,t} - c_{i,t})$
- 2.3. La empresa i sale del mercado si $\Pi_{i,t} \leq 0$
- 2.4. Normaliza los niveles tecnológicos $\sum_i x_{i,t+1} = 1$, esta re-escalación afecta a los niveles tecnológicos del siguiente periodo.
- 2.5. Normaliza las cuotas de mercado $\sum_i s_{i,t} = 1$

3. FIN

- **Define Salida_Sector2()**

1. La empresa j en el Sector 2 saldrá del mercado si $s_{j,t+1} \leq 0,005$
2. Normaliza: $\sum_j s_{j,t+1} = 1$
3. FIN

Algoritmo para computar el modelo:

1. Call Entrada_Sector1()
2. Call Entrada_Sector2()
3. Call Operar_Sector1()
4. Call Operar_Sector1()
5. Call Replicador_Sector1()
6. Call Replicador_Sector2()
7. Call Salida_Sector1()
8. Call Salida_Sector2()
9. END.

