



Universidad
Zaragoza

Proyecto Fin de Carrera

Ingeniería Industrial

SIMULACIÓN DEL MOTOR STIRLING POR EL MÉTODO LHA

Autor

ANTONIO SANZ MORENO

Director

MARIANO MUÑOZ RODRIGUEZ

EINA / Área de Máquinas y Motores Térmicos
JUNIO 2012

TABLA DE CONTENIDOS

1 INTRODUCCIÓN	1
2 MÉTODO LHA.....	4
2.1 INTRODUCCIÓN.....	4
2.2 METODOLOGÍA DE APLICACIÓN	6
3 MEJORAS	7
3.1 INTRODUCCIÓN.....	7
3.2 COEFICIENTES DE CONVECCIÓN.....	7
3.3 COEFICIENTES DE CAÍDA DE PRESIÓN	8
3.4 COEFICIENTE DE FUGAS (LEAKAGE)	9
3.5 EQUIVALENCIA BETA-ALPHA	10
4 CÓDIGO	10
5 PROGRAMA.....	12
5.1 GENERALIDADES	12
5.2 APARIENCIA	13
5.3 FUENTES DE INCERTIDUMBRE	15
6 RESULTADOS Y ANÁLISIS	16
6.1 RESULTADOS GENERALES	16
6.2 ANÁLISIS DE LAS PÉRDIDAS Y DEL VOLUMEN MUERTO	19
6.2.1 INTRODUCCIÓN.....	19
6.2.2 PÉRDIDAS ADIABÁTICAS Y SEMIADIABÁTICAS	19
6.2.3 PÉRDIDAS POR PRESIÓN	24
6.2.4 PÉRDIDAS POR FUGAS (LEAKAGE)	25
6.2.5 VOLUMEN MUERTO	26
7 CONCLUSIONES	29
8 REFERENCIAS	31
APÉNDICE TÉRMINOS ADIMENSIONALES	32
APÉNDICE NOMENCLATURA	33
 ANEXO 1/7 MÉTODO LHA.....	 35
1 INTRODUCCIÓN	36
2 PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE CONSERVACIÓN MOTOR	
STIRLING	38
3 LINEALIZACIÓN ECUACIÓN GAS IDEAL.....	42
4 RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE CONSERVACIÓN	44
4.1 VARIABLES TERMODINÁMICAS ARMÓNICAS	44
4.2 LINEALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DE CONSERVACIÓN	45
4.2.1 LINEALIZACIÓN: ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA EN LA ZONA DE EXPANSIÓN	45
4.2.2 LINEALIZACIÓN: ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA EN LA ZONA DE COMPRESIÓN	46
4.3 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA LINEAL	48
5 METODOLOGÍA DE APLICACIÓN	50
6 MEJORAS AL LHA	51
6.1 INTRODUCCIÓN.....	51
6.2 COEFICIENTES DE CONVECCIÓN.....	51
6.3 COEFICIENTES DE CAÍDAS DE PRESIÓN	52
6.3.1 CAÍDA DE PRESIÓN EN LOS INTERCAMBIADORES	52
6.3.2 CAÍDA DE PRESIÓN EN EL REGENERADOR.....	55

Tabla de contenidos

6.3.3 RESUMEN PARA EL CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS POR PRESIÓN	57
6.4 COEFICIENTE DE FUGAS (LEAKAGE)	58
6.5 EQUIVALENCIA ALPHA-BETA	58
7 TIPOS DE MOTOR.....	60
 ANEXO 2/7 CICLO TERMODINÁMICO MÉTODO LHA.....	62
1 CICLO DE STIRLING IDEAL	63
2 CICLO STIRLING TRATADO POR EL MÉTODO LHA	64
3 ANÁLISIS A LO LARGO DEL CICLO	65
3.1 INTRODUCCIÓN.....	65
3.2 DIRECCIONES DEL FLUJO DE CALOR	65
3.2.1 FASE DE COMPRESIÓN CALENTADOR	66
3.2.2 FASE DE EXPANSIÓN CALENTADOR	67
3.2.3 FASE DE COMPRESIÓN EN ZONA DE EXPANSIÓN.....	68
3.2.4 FASE DE EXPANSIÓN EN ZONA DE EXPANSIÓN	69
3.2.5 REGENERADOR	70
3.3 CONCLUSIÓN	71
4 PÉRDIDAS TRATADAS	72
4.1 PÉRDIDAS ADIABÁTICAS	72
4.2 PÉRDIDAS TRANSITORIAS THT (Transient Heat Transfer)	73
4.3 PÉRDIDAS POR CAÍDA DE PRESIÓN	73
4.4 PÉRDIDAS POR FUGAS (LEAKAGE)	74
5 PÉRDIDAS NO TRATADAS.....	74
5.1 INTERCAMBIADORES DE CALOR IMPERFECTOS	74
5.2 REGENERADOR IMPERFECTO	75
5.3 CONDUCCIÓN DE CALOR A TRAVES DE LAS PAREDES DE LOS CILINDROS	75
5.4 PÉRDIDAS TÉRMICAS EN EL HUECO DEL DESPLAZADOR.....	76
5.5 PÉRDIDAS DE CALOR FUERA DEL CICLO	76
5.6 PÉRDIDAS MECÁNICAS	76
 ANEXO 3/7 RESULTADOS Y ANÁLISIS.....	77
1 RESULTADOS GENERALES	78
2 ANÁLISIS SENSITIVOS.....	81
2.1 INTRODUCCIÓN.....	81
2.2 COEFICIENTE DE CONVECCIÓN	81
2.3 TEMPERATURAS DE LOS FOCOS.....	86
2.4 PÉRDIDAS POR PRESIÓN	88
2.5 PÉRDIDAS POR FUGAS (LEAKAGE)	89
2.6 VELOCIDAD DE GIRO.....	90
2.7 PRESIÓN MEDIA	93
2.8 VOLUMEN MUERTO	96
2.9 ÁNGULO DE DESFASE.....	98
 ANEXO 4/7 MOTOR SOLO	99
ANEXO 5/7 MOTOR LDT	112
ANEXO 6/7 MOTOR GPU3.....	124
ANEXO 7/7 MOTOR 400HP	135

1 INTRODUCCIÓN

El desarrollo de este Proyecto Fin de Carrera se ha llevado a cabo dentro del área de Máquinas y Motores Térmicos de la EINA, que dispone de dos motores Stirling (Motor Solo y Motor LDT), los cuales han sido objeto de estudio y fuente de datos durante la realización del proyecto.

El objetivo principal de este proyecto es doble. Primero se va a modelar el ciclo de Stirling utilizando un método que refleje correctamente los procesos que tienen lugar en el motor. Por otra parte y a partir de este modelado se va a diseñar un programa informático que permita simular motores Stirling. Como objetivos secundarios se pretende que este programa permita obtener los resultados numéricos y gráficos más importantes que definen el comportamiento de un motor Stirling. Otro de los objetivos secundarios es conseguir una interacción fluida entre usuario y programa en la introducción de datos de entrada y del mismo modo la posibilidad de exportar tanto resultados numéricos como gráficos a un documento de salida.

El primer paso para realizar la simulación es conocer como modelar el Ciclo de Stirling. En un motor de ciclo abierto como un motor de combustión interna o una turbina de gas, las diferentes fases por las que pasa el gas (Ej. admisión, compresión, calentamiento, expansión y escape) ocurren sucesivamente y de manera bien diferenciada. Por el contrario, en un motor de ciclo cerrado como el motor Stirling, las fases del ciclo se combinan, de manera que mientras parte del gas se está calentando en una zona del motor, en otra puede estar enfriándose al mismo tiempo. Estas características propias del motor Stirling dificultan tanto el entendimiento como la simulación del ciclo termodinámico.

Teniendo en cuenta estas particularidades se disponen de varias posibilidades para realizar el modelado. Todas ellas difieren en el planteamiento y tratamiento de las ecuaciones que rigen el Ciclo de Stirling, en función de las aproximaciones supuestas durante su desarrollo. El primero en desarrollar matemáticamente el Ciclo de Stirling fue G. Schmidt (1871), que partió del ciclo ideal isotermo y suponiendo movimiento armónico de los pistones calculó la presión en el motor en función del ángulo de giro, usando para ello la ecuación de gas ideal, con el objetivo último de conocer el trabajo realizado [5 pp.89-98]. La capacidad de cálculo de los ordenadores permite hoy en día el uso de métodos más complejos en el tratamiento a las ecuaciones, que consisten en dividir el volumen total del motor en varios volúmenes control y aplicar una o varias de las ecuaciones de conservación (masa, momento, energía) a cada uno de ellos. Este tipo de métodos se conocen como Métodos de Tercer Orden [1 pp.136-141] y el resultado es un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales.

La simulación realizada en este proyecto se basa en un método de tercer orden, conocido como Método LHA [2]. La aplicación del método conlleva la división del motor en tres volúmenes control (volumen de expansión, volumen muerto, volumen de compresión) donde se aplican las ecuaciones de conservación de masa y energía. Estas ecuaciones se resuelven mediante la aproximación de considerar que las distintas variables termodinámicas (masa, temperatura, volumen) varían de forma armónica, debido precisamente a que el movimiento de los pistones es prácticamente armónico. Tras un conveniente tratamiento matemático mediante Series de Fourier las ecuaciones

de conservación quedan linealizadas y pueden por tanto ser resueltas mediante operaciones matriciales convencionales.

A pesar de estas aproximaciones supuestas durante la resolución de las ecuaciones de conservación, la diferencia en los resultados obtenidos al resolver las ecuaciones por el Método LHA u otros métodos del mismo orden de aproximación, que a diferencia del Método LHA no asumen variables termodinámicas armónicas, es muy pequeña (un 2.5% como máximo entre LHA y CSMP [2 p.48]). Esto es debido a que las aproximaciones que supone el Método LHA se adaptan especialmente bien al motor Stirling debido a la baja relación de presiones con la que se diseñan (entorno a 2) y al movimiento real de los pistones, que es prácticamente armónico.

Además de la simplificación que se consigue al linealizar las ecuaciones, el modelado tratado por el Método LHA tiene en cuenta cuatro de los mecanismos más importantes de pérdidas en el motor Stirling (pérdidas adiabáticas, pérdidas semiadiabáticas o THT (*Transist Heat Transfer*), pérdidas por caída de presión, pérdidas por fugas (*leakage*)) y también las interacciones entre todas ellas. Cada una de estas pérdidas está representada en las ecuaciones de conservación mediante un parámetro (coeficientes de convección, coeficientes de caídas de presión y coeficiente de fugas). En el Método LHA original de Chen y Griffin estos parámetros son a priori desconocidos y es necesario obtenerlos por experimentación o algún tipo de estimación a la que no se hace referencia.

Como mejora al Método LHA en este proyecto se ha buscado calcular los parámetros previamente referidos haciendo uso de diferentes correlaciones y en función de los datos del motor a simular. También se ha buscado hacer extensible el método a varios tipos de motor Stirling. El Método LHA usa como base de cálculo un motor Stirling tipo Beta, que por su geometría hace que el método sea también válido para un motor tipo Gamma. Para poder extender el método a motores tipo Alpha se han contemplado en el modelado los cambios necesarios que permiten la simulación de este tipo de motores sin modificar las ecuaciones de conservación [13 pp.93-97].

La Memoria que se expone a continuación queda estructurada de la siguiente manera:

- Introducción del Método Matemático LHA donde se explican sus características generales y las ventajas e inconvenientes respecto a otros métodos.
- Exposición de todas las mejoras realizadas al Método LHA durante la realización de este proyecto.
- Muestra del algoritmo de resolución de las ecuaciones de conservación mediante código informático.
- Presentación de las características principales del programa realizado, como objetivo final del proyecto.
- Desarrollo de los resultados generales más importantes que se obtienen al simular un motor Stirling con el programa. Por último y con el objetivo de comprobar el buen funcionamiento de método y programa, se realizan una serie de análisis sensitivos donde se estudia la influencia de cada pérdida en el comportamiento del motor simulado (potencia y eficiencia principalmente).

Existen cuatro anexos que desarrollan lo explicado en la memoria:

- Explicación del Método Matemático LHA y las mejoras realizadas.

- Resultados generales de los motores Stirling donde se puede observar la tendencia de la potencia y la eficiencia frente a las variables de diseño más importantes (presión media, coeficiente de convección, caídas de presión, fugas, volumen muerto, desfase de pistones, temperaturas de focos, etc.).
- Diferencias entre el ciclo ideal de Stirling y el ciclo tratado por el programa. Se explican las causas termodinámicas tanto de las pérdidas tratadas como de las no tratadas por el programa.
- Archivo con los resultados obtenidos de varios motores que han sido objeto de estudio durante la realización del programa (GPU3, Motor Solo, Motor LDT, 400 HP).

2 MÉTODO LHA

2.1 INTRODUCCIÓN

Existen múltiples métodos para desarrollar las ecuaciones que rigen el Ciclo de Stirling, en función de las aproximaciones supuestas para su resolución. Según Martini (1978) [1 p.137] se pueden dividir en 3 grandes tipos: métodos de primer orden, métodos de segundo orden y métodos de tercer orden.

Los métodos de primer orden asumen el caso ideal, libre de pérdidas (por ejemplo Análisis de Schmidt [5 pp.89-98] anteriormente mencionado) y multiplican los resultados obtenidos por un factor de corrección para estimar los resultados de un motor real. Los métodos de segundo orden empiezan asumiendo el caso ideal, y a partir del mismo se van restando las posibles pérdidas (caídas de presión, imperfecciones en el regenerador, etc.). La ventaja añadida respecto a los métodos de primer orden es que se conoce la causa de las pérdidas pero no las interacciones entre ellas. Los métodos de tercer orden van más allá y usan una aproximación diferente. El motor es dividido en varios volúmenes control, a los cuales se les aplica las ecuaciones diferenciales de conservación. Los métodos de tercer orden tienen en cuenta las interacciones entre las pérdidas tratadas en todos los volúmenes control.

El Método LHA (*Linear Harmonic Analysis*) [2] es un método de tercer orden. Basa la resolución de las ecuaciones de conservación en la aproximación de que los pistones que conforman el motor tienen movimiento armónico. Y por lo tanto, se asume que todas las variables termodinámicas (masa, temperatura, presión, etc.) pueden ser representadas por una función armónica de la siguiente forma:

$$f(t) = a + b \sin(wt) + c \cos(wt) \quad [1 \text{ p.127}] \quad 2.1$$

Donde a , b y c son las constantes que hay que resolver.

De este modo las ecuaciones de conservación pueden ser linealizadas por Series de Fourier, obteniéndose finalmente un sistema lineal de ecuaciones que es resuelto por métodos matriciales convencionales (desarrollo matemático en anexo Método LHA). Las ecuaciones resueltas contienen cuatro de los principales mecanismos de pérdidas en un motor Stirling: Pérdidas adiabáticas, pérdidas transitorias de calor THT (*Transient Heat Transfer*), pérdidas por presión, y pérdidas por fugas (*leakage*).

El resultado de todo este proceso de resolución es un método eficiente (requiere pocas iteraciones), efectivo (obtiene resultados precisos) y estable (condición de estabilidad fácilmente satisfecha) que permite a la vez un conocimiento claro de los procesos físicos que ocurren a lo largo del ciclo [2 p.97]. Además las diferencia en los resultados obtenidos al resolver las ecuaciones por el Método LHA u otro método numérico de tercer orden que no asume variables termodinámicas armónicas (Ej. CSMP) es muy pequeña como se observa en la Figura 1:

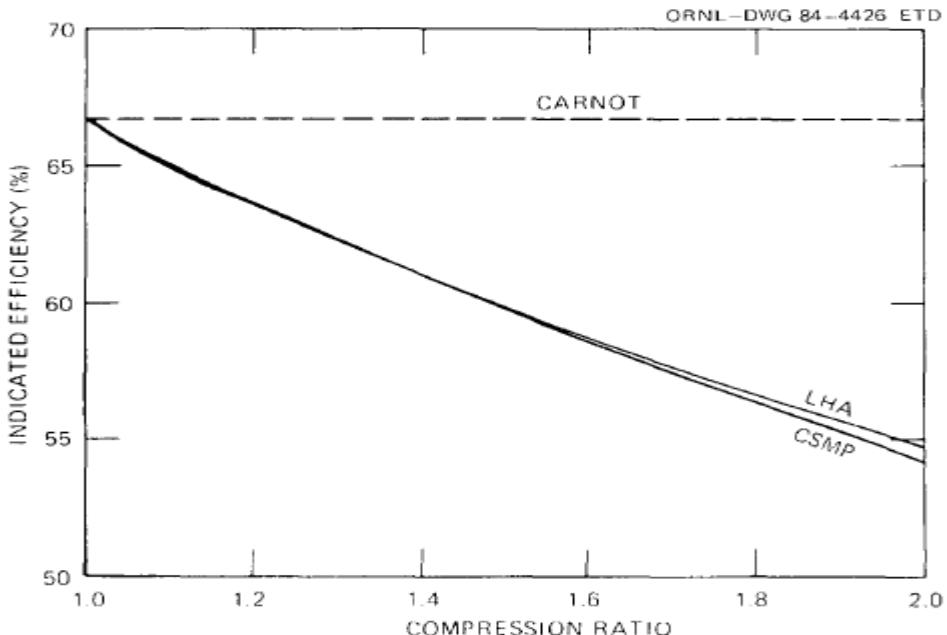


Figura 1: Eficiencia del motor RE-1000 en función de la relación de compresión y dos métodos de resolución, LHA y CSMP. [2 p.48]

Por contra, la aplicación del Método LHA conlleva algunas limitaciones. El método es sólo válido en estado estacionario de funcionamiento (*Steady State*), no pudiendo simular estados transitorios como los de puesta en marcha, cambios de ritmo, paradas, etc. Lo cual no es una desventaja importante ya que la mayoría de motores Stirling se diseñan buscando un estado estacionario de funcionamiento.

En el Método LHA usado no se consideran ineficiencias en la trasferencia de calor en los intercambiadores o el regenerador, es decir, se supone transferencia de calor perfecta tanto de los intercambiadores de calor (calentador y enfriador) como del regenerador. Esto es equivalente a suponer NTU (*Number of Transfer Units*) infinito [3 pp.68-70]. No obstante, debido a la gran eficiencia térmica que consiguen hoy en día los intercambiadores y el regenerador, esta aproximación no supone un gran alejamiento respecto a la realidad. Tampoco son tratadas las pérdidas a través de las paredes de los cilindros y las pérdidas térmicas en el hueco del desplazador. La no inclusión de estas dos últimas pérdidas es común a la gran mayoría de métodos de tercer orden, debido a la falta de correlaciones que permitan modelarlas [5 pp.116-117]. (Para más información ir a anexo Ciclo Termodinámico Método LHA, apartado 5).

En conclusión el Método LHA es un método valido para la simulación de motores Stirling, que facilita la resolución de las ecuaciones de conservación al linealizarlas por medio de suposiciones, las cuales encajan bien con las características de diseño de los motores Stirling. Además, gran parte de las limitaciones expuestas también están presentes en otros métodos de tercer orden, lo cual indica que no pueden ser consideradas como una desventaja frente a otros métodos.

2.2 METODOLOGÍA DE APLICACIÓN

El Método LHA aplicado a los diferentes volúmenes de control, da lugar a un conjunto de ecuaciones que después de ser linealizadas se resuelven por métodos matriciales convencionales y permite conocer las principales variables de comportamiento del motor (potencia, flujos de calor, temperatura, etc.). La Figura 2 muestra un esquema del proceso de aplicación del Método LHA.

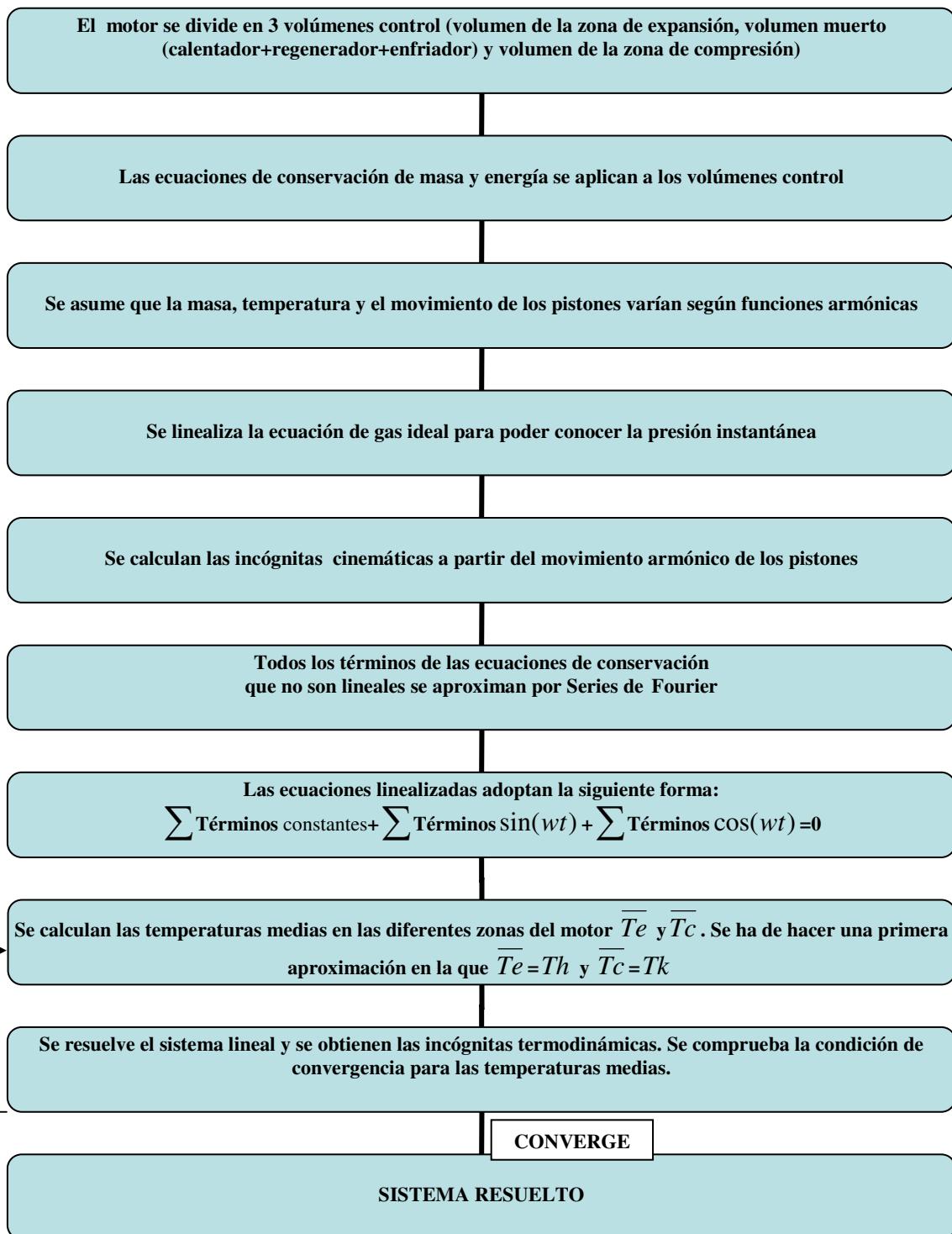


Figura 2: Esquema Método LHA

3 MEJORAS

3.1 INTRODUCCIÓN

Las constantes he , hc (coeficientes de convección); Kpe , Kpc (coeficientes de caída de presión) y Kmc (coeficiente de fugas); son a priori desconocidos. Con el Método LHA original hay que asignarles valores manualmente o valores obtenidos de experimentación directa con el motor. Por ello, una mejora planteada en este proyecto ha consistido en calcular estas constantes a través de diferentes correlaciones y en función de las variables de entrada del motor. Otra importante mejora llevada a cabo ha sido adaptar el Método LHA para que sea posible su uso en los tres tipos más importantes de motores Stirling (Alpha, Beta y Gamma). Las ecuaciones de conservación han sido resueltas para un motor tipo Beta, que por su estructura volumétrica equivalente son también válidas para un motor tipo Gamma (Para más información ir a anexo Método LHA, apartado 7). Por el contrario, para poder resolver con las ecuaciones planteadas el ciclo termodinámico de un motor tipo Alpha, se deben aplicar unos cambios en la geometría de este motor que permitan que el ciclo termodinámico sea equivalente al de un motor tipo Beta.

Seguidamente se exponen cada una de las mejoras realizadas: Cálculo de los coeficientes de convección, de los coeficientes de caídas por presión, del coeficiente de fugas y de las modificaciones necesarias para simular motores tipo Alpha.

3.2 COEFICIENTES DE CONVECCIÓN

Para el cálculo de los coeficientes de convección he y hc no existen correlaciones validas específicas para motores Stirling. Por esta razón se han usado correlaciones de amplio uso en MACI, de las que se sabe proporcionan resultados aceptables. Concretamente se han empleado las correlaciones de *Woschni* y *Eichelberg* (formulación disponible en el anexo Método LHA, apartado 6.2).

El coeficiente de convección tiene un valor diferente en cada instante ya que la temperatura y la presión varían con el ángulo de giro. Se realiza una aproximación del valor medio del coeficiente de convección usando la presión media \bar{P}_w y la temperatura de cada foco según se esté calculando el coeficiente de convección en la zona de expansión (Th) o en la de compresión (Tk).

Las propias correlaciones usadas tienen discrepancias matemáticas entre ellas. *Woschni* disminuye el coeficiente de convección al aumentar la temperatura, mientras que *Eichelberg* por el contrario lo aumenta. De todas maneras estas discrepancias están dentro del espíritu de la aproximación, ya que lo importante es conseguir acertar en el orden de magnitud del coeficiente de convección, más que en un valor exacto.

Mediante el valor de los coeficientes de convección, se determina en que situación se encuentra el motor simulado, en cuanto a si es isotermo (h alto), adiabático (h bajo) o semiadiabático (h intermedio).

3.3 COEFICIENTES DE CAÍDA DE PRESIÓN

Las pérdidas por caídas de presión quedan definidas en las ecuaciones a través de las constantes Kpe y Kpc (ecuación 1 y ecuación 2. Ver anexo Método LHA). Estas constantes son una medida de la resistencia del fluido al circular entre la zona de expansión/compresión y la zona muerta.

Las pérdidas por presión se sitúan en los intercambiadores (calentador y enfriador) y en el regenerador. La caída de presión en un intercambiador de tubos está muy estudiada y el cálculo del coeficiente de fricción es globalmente aceptado en función del régimen del fluido (ver desarrollo matemático anexo Método LHA, apartado 6.3.1). Por el contrario, las caídas de presión en el regenerador son más complejas de estimar, existiendo gran divergencia en los resultados en función de la correlación usada. El problema procede de que ya no se está trabajando con tubos circulares sino con una malla (puede ser tratada como un lecho fluidizado). Por otro lado, también existen problemas a la hora de aplicar correlaciones debido a la naturaleza del motor Stirling, con el gas circulando de un lado a otro constantemente, sin alcanzarse un estado estacionario (las correlaciones disponibles suponen flujo estacionario) [3 p.77]. La amplia variedad de tipos de regenerador, con diferentes materiales y procesos de fabricación, a menudo artesanales, impiden la obtención de una única correlación que estime el coeficiente de fricción. También hay falta de información proporcionada por fabricantes, manteniendo cierto secretismo en este aspecto. Por tanto en este apartado se deben evaluar los resultados con cautela, y si bien una correlación puede ajustar bien los resultados para un motor, puede por el contrario dar resultados no satisfactorios en otro.

Las correlaciones seleccionadas para calcular el coeficiente de fricción Cf han sido elegidas teniendo en cuenta los aceptables resultados obtenidos en los motores estudiados con el programa. También se ha buscado que haya una cierta variabilidad en los coeficientes de fricción obtenidos. De esta manera se garantiza que alguna correlación al menos aproximará aceptablemente las pérdidas por presión en el regenerador. Se dispone de cinco correlaciones para evaluar las pérdidas por presión en el regenerador:

Correlación de Kim [8], *Correlación de Mulder and Monk* [5 p.432], *Correlación de Mills (Lecho fluidizado)* [6], *Malla de Gauzes (200 μm)* [5 p.252], *Malla de Metnet* [5 p.252] (Para ver su formulación matemática ir a anexo Método LHA, apartado 6.3.2)

La Figura 3 es un resumen que muestra el algoritmo de cálculo para las caídas de presión tanto en calentador, enfriador y regenerador. El proceso matemático para calcular las caídas de presión es análogo tanto en los intercambiadores como en el regenerador. Hay que tener en cuenta no obstante que las temperaturas son diferentes en cada zona (temperatura del foco caliente en el calentador, temperatura del foco frío en el enfriador y temperatura media del motor en el regenerador) y que el cálculo del coeficiente de fricción a partir del Número de Reynolds depende de la correlación usada como ha sido explicado anteriormente.

Calcular el flujo másico medio m_{flow} que fluye en todas partes del motor por igual

Calcular el número de Reynolds Re

Obtener el coeficiente de fricción C_f a partir del número de Reynolds y la correlación correspondiente

Calcular la caída de presión ΔP por la ecuación: $\Delta P = \frac{C_f \rho v^2 l}{2 d_h}$

Calcular el coeficiente K_p correspondiente por la ecuación: $K_p = \frac{\Delta P}{m_{flow}}$

Repetir estos pasos para el *calentador, enfriador y regenerador*

Figura 3: Algoritmo para calcular la constante de caídas de presión

3.4 COEFICIENTE DE FUGAS (LEAKAGE)

En último lugar es necesario evaluar K_{mc} , el término de las pérdidas por fugas (*leakage*). Las pérdidas por fugas cuantitativamente no suelen ser relevantes en un motor Stirling, dependiendo de la holgura que se deje entre el pistón de potencia y el cilindro. En condiciones normales esta pérdida origina una disminución de la potencia indicada entorno a un 3% [5 pp.117-118&226-228].

Por el contrario es un problema constructivo y de diseño importante. El sellado es una de las principales causas de fallo en el motor por el desgaste que sufre, lo cual provoca que aumenten las fugas y por tanto una reducción tanto de la potencia como de la eficiencia desarrollada. En un motor Stirling tipo Beta se realizan tres tipos de sellado: Sellado exterior entre el bloque motor presurizado y el ambiente, sellado interior a lo

largo del desplazador y sellado interior a lo largo del pistón de potencia. El primero soporta toda la diferencia de presión aunque al no formar parte de los volúmenes control se considera perfecto. El segundo soporta toda la diferencia de temperatura entre la zona de compresión y expansión, pero no es necesario un sellado muy estanco debido a que el flujo a través de él actúa como un regenerador. El último tipo de sellado es el que afecta a las fugas consideradas en el Método LHA. Este último sellado tiene que ser muy estanco y por lo tanto se realiza en la zona de compresión, debido a que las altas temperaturas de la zona de expansión no permiten el uso de materiales de sellado asequibles [5 pp.223-241].

Se ha encontrado una correlación para calcular las pérdidas por fugas, pero los datos necesarios del motor para implementarla son complicados de obtener (para ver fórmula matemática ir a anexo Método LHA, apartado 6.4). Por lo tanto se ha decidido simular con valor nulo de K_{mc} por defecto, con la posibilidad de cambiar este valor de manera manual.

3.5 EQUIVALENCIA BETA-ALPHA

El Método LHA original basa su desarrollo en un motor tipo Beta (también conocido como motor de desplazador) el cual tiene la característica de que el volumen de la zona de compresión se forma por el movimiento conjunto del pistón desplazador y del pistón de potencia. El motor tipo Gamma tiene una estructura volumétrica equivalente al motor tipo Beta, diferenciándose únicamente en que el primero posee cada pistón en un cilindro diferente. Por el contrario, el motor tipo Alpha (también conocido como motor de pistones opuestos: pistón de compresión y pistón de expansión) tiene un pistón de compresión que determina por si solo el volumen de la zona de compresión.

Para lidiar con esta diferencia en las variaciones de volumen que ofrece cada tipo de motor, se usa el tratamiento de Finkelstein [13 pp.93-97] que modifica las carreras y desfases de los pistones con el objetivo de que las variaciones de volumen sean las mismas independientemente del tipo de motor a estudiar. Al conseguirse la misma variación volumétrica se garantiza que el ciclo termodinámico es equivalente.
(Para ver el desarrollo matemático ir a anexo Método LHA, apartado 6.5).

4 CÓDIGO

Todo el proceso de modelado del ciclo, resolución de las ecuaciones de conservación por el Método LHA y cálculo de las constantes que definen las pérdidas se ha implementado en forma de código informático para poder realizar el programa que permite simular motores Stirling. Todas los cálculos han sido implementados en lenguaje M (*Matlab*), mediante funciones y scripts interrelacionados para obtener finalmente tanto resultados numéricos como gráficos. Los datos de entrada y salida con para el código se proporcionan a partir de documentos Excel. En el mismo documento Excel de entrada se calculan los cambios geométricos necesarios para poder simular un motor tipo Alpha, así como la ayuda para la estimación de las superficies de transferencia de calor.

El algoritmo del proceso de resolución en Matlab se muestra en la Figura 4.

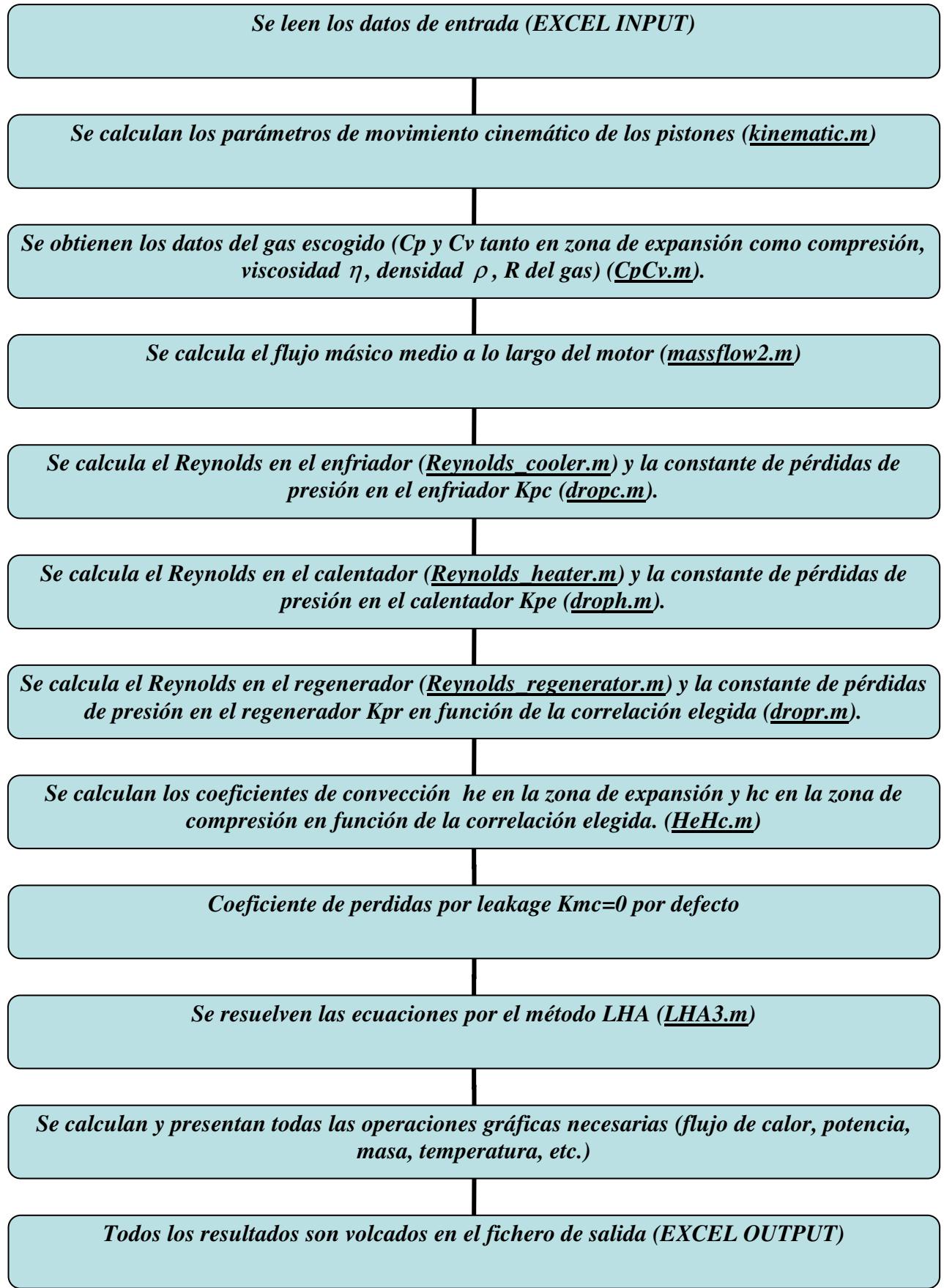


Figura 4: Algoritmo de resolución en Matlab

5 PROGRAMA

5.1 GENERALIDADES

Con objeto de permitir un manejo rápido e intuitivo se ha creado un programa a partir del código anterior. De esta manera se facilita una interacción fluida entre datos de entrada y datos de salida, en un entorno de fácil utilización para el usuario.

La aplicación para realizar el programa es Guide de Matlab, de amplio uso en el ámbito científico y que permite la posibilidad de realizar ejecutables y de esta manera usar el programa sin necesidad de tener instalado el Software Matlab, resultando necesario sólo un compilador.

Los datos de entrada son suministrados a través de un Documento Excel, mediante una plantilla normalizada. Estos datos de entrada son sobretodo datos geométricos (carreras, diámetros, desfases, etc.) y los datos termodinámicos de diseño (presión media, temperaturas de los focos, etc.). También se elige el gas de trabajo entre los más comunes en el motor Stirling: Helio, Aire, Hidrógeno, Nitrógeno. A partir de estos datos de entrada se realiza cada simulación deseada y los resultados intermedios y finales obtenidos se transfieren a otro Documento Excel, también en forma de plantilla normalizada. Estos datos de salida son numerosos, citando algunos como la potencia, eficiencia, coeficientes de pérdidas por presión, convección etc. así como resultados intermedios pero igualmente interesantes como Números de Reynolds, velocidades en diferentes partes del motor, flujo mísico medio etc. También son volcados todos los resultados gráficos generados durante las simulaciones (potencia a lo largo del ciclo, masas en las diferentes zonas a lo largo del ciclo, temperaturas a lo largo del ciclo, diagrama Presión-Volumen, etc.).

Por otro lado el programa permite también un modo manual por medio del cual el usuario elige las constantes de caída de presión Kpe , Kpc y Kpr , de *leakage* Kmc y coeficientes de convección he y hc . También tiene la opción de realizar análisis sensitivos donde obtener la potencia y eficiencia en función de los parámetros más influyentes (temperaturas de los focos, caídas de presión, desfase en el movimiento de pistones, etc.).

5.2 APARIENCIA

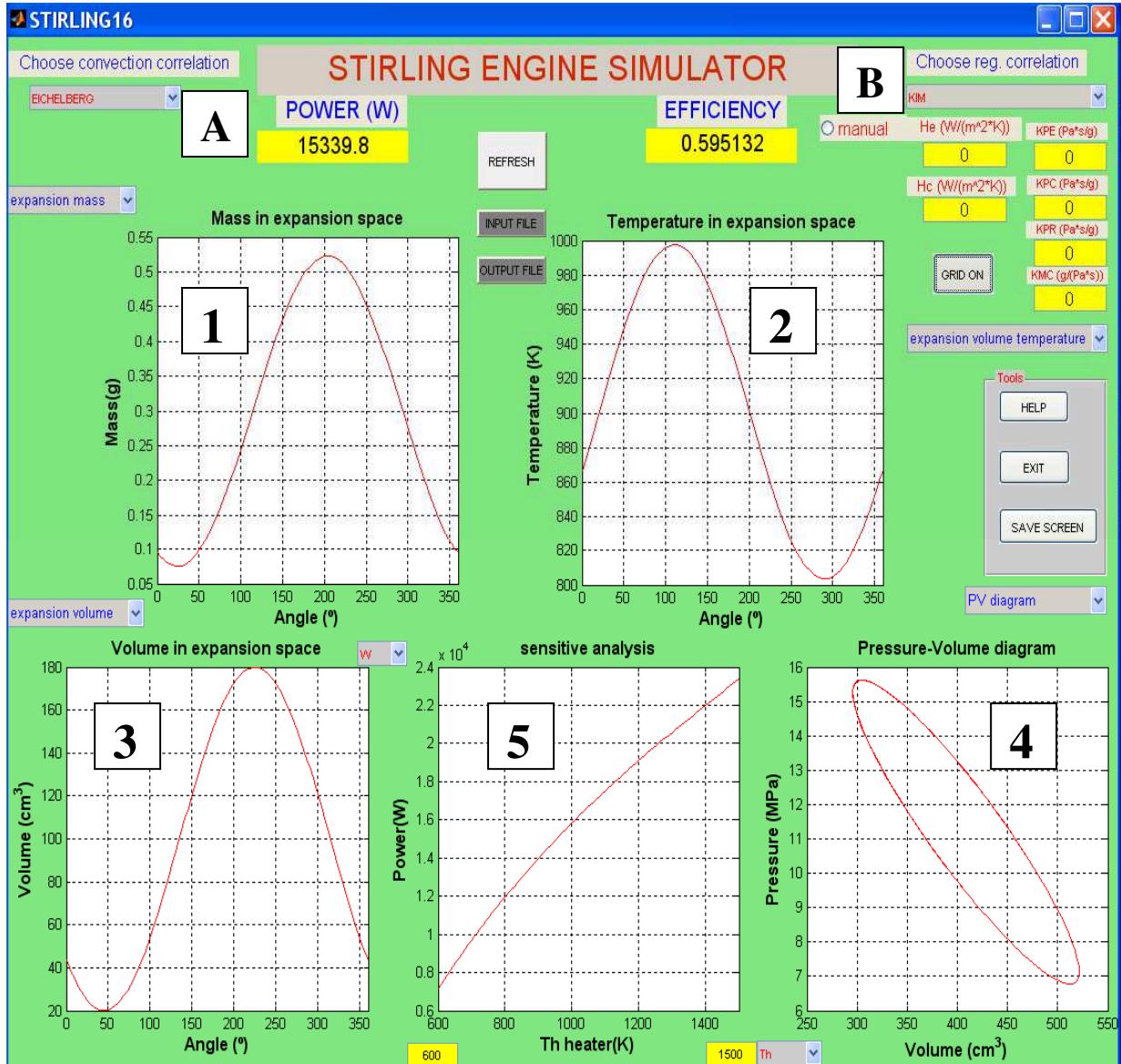


Figura 5: Pantalla general del programa (Usar en 1280x1024 para correcta visualización)

En la Figura 5 se puede ver la apariencia general del programa, la cual contiene cinco espacios para gráficas:

- 1- Está dedicada a las variaciones de masa respecto al ángulo girado en el motor. Aquí se puede representar la masa en la zona de expansión, la masa en la zona de compresión y la masa en la zona muerta del motor (calentador+enfriador+regenerador).
- 2- Está dedicada a las variaciones de temperatura, de flujo de calor y potencia respecto al ángulo girado en el motor. Contiene por tanto temperatura en la zona de expansión/compresión, flujo de calor a través de las paredes de la zona de

expansión/compresión, flujo de calor a través del calentador/enfriador y potencia desarrollada en la zona de expansión/compresión.

- 3- Aquí se representan las variaciones de volumen con el ángulo girado en el motor. Se puede visualizar el volumen en el lado de expansión/compresión y el volumen total encerrado en el motor.
- 4- Está destinada a presiones y potencia. Se puede representar el diagrama presión-volumen, la presión en función del ángulo y la potencia total generada en el motor a lo largo del ciclo.
- 5- Está última gráfica está dedicada a análisis sensitivos donde se puede elegir un rango de valores en el *eje x* para una propiedad específica (coeficientes convectivos, pérdidas de presión, pérdidas por fugas, temperaturas de foco frío/caliente etc.) y representar los valores que se obtienen en el *eje y* de la potencia o eficiencia.

Mediante el botón **GRID** se pueden poner estas graficas en formato rejilla para mejor lectura de los resultados.

Cada nueva simulación se realizará pulsando el botón **REFRESH**.

Aparte de las gráficas anteriormente explicadas hay otros apartados que se describen a continuación:

INPUT FILE-Elige la plantilla de Excel para los datos de entrada.

OUTPUT FILE-Elige la plantilla de Excel para los datos de salida.

A- Correlación para el cálculo de los coeficientes de convección en los cilindros. Se puede elegir entre *Eichelberg* y *Woschni*.

B- Correlación para el cálculo de la constante de pérdidas por presión en el regenerador. Se da la posibilidad de elegir entre cinco diferentes:
Kim, Mulder and Vonk, Mills, Gauze, Metnet.

Como resultados principales en la pantalla principal aparecen la **POTENCIA (W)** y la **EFICIENCIA**.

Se da la opción de usar un modo manual el cual se activa señalando la casilla **manual**. Este modo da la oportunidad de seleccionar manualmente los valores de coeficientes de convección (*he* y *hc*), coeficientes de caída de presión (*Kpe*, *Kpc* y *Kpr*) y coeficiente de *leakage* (*Kmc*) (este coeficiente se supone igual a cero en el modo no manual).

También hay un pequeño bloque de herramientas (*Tools*) con las siguientes opciones:

SAVE SCREEN: Permite guardar en un PDF la pantalla actual y de esta manera llevarse de forma rápida las graficas y datos actuales. Es una manera complementaria al Documento Excel de salida.

HELP: Abre un Documento PDF de ayuda al usuario.

EXIT: Sale de la aplicación.

5.3 FUENTES DE INCERTIDUMBRE

Una vez realizado el programa se ha testeado con varios motores cuyas características son conocidas* con el objetivo de comprobar la validez del método LHA y el correcto funcionamiento del programa (los resultados se pueden ver para cada motor simulado en los anexos de motores).

Las desviaciones entre los resultados reales y los resultados obtenidos con el programa se deben a tres fuentes de incertidumbre bien diferenciadas:

- 1- Incertidumbre en los datos de entrada: por falta de datos precisos y necesidad de suposiciones para obtenerlos (áreas medias, volúmenes muertos, etc.). La falta de una nomenclatura unificada al presentar los parámetros de diseño y operación de los motores Stirling dificulta la obtención de los datos de entrada para el programa.
- 2- Incertidumbre en el análisis llevado a cabo para la obtención de parámetros (coeficientes de convección, fugas, caídas de presión, calores específicos...). Uno de los más importantes es K_{pr} , que evalúa las pérdidas de presión en el regenerador. Debido a la gran variedad de tipos de regenerador y las características del flujo que circula a través de él (canales muy estrechos y flujo no estacionario) hace imposible encontrar siquiera un abanico de correlaciones válidas para todo tipo de regeneradores.
- 3- Incertidumbre del método y pérdidas no tratadas en el programa. Las discrepancias matemáticas de aproximación del método son tanto la suposición de partida de variables termodinámicas variando armónicamente como también todas las pérdidas no tratadas (intercambiadores de calor imperfectos, regenerador imperfecto, conducción de calor a través de las paredes de los cilindros, pérdidas térmicas en el hueco del desplazador, pérdidas de calor fuera del ciclo, pérdidas mecánicas).[5 pp.112-118]

El primer tipo de incertidumbre no es propio del Método LHA, y depende de la información disponible sobre el motor a simular. Es solucionable teniendo el motor de cálculo presente para hacer mediciones de todas las variables geométricas. Esto no siempre es posible, pero muestra que son errores previos a la aplicación del Método LHA.

El segundo tipo son los errores presentes en las mejoras realizadas al LHA y que dependen de las correlaciones usadas.

El último apartado es la incertidumbre propia del método, tanto las aproximaciones matemáticas para la resolución de las ecuaciones, así como las pérdidas no tratadas (Para más información ir a anexo Ciclo Termodinámico Método LHA, apartado 5).

* Por conocidas se refiere a que los resultados se han obtenido de la diferente bibliografía disponible o de documentos internos del Área de Máquinas y Motores Térmicos de la EINA.

6 RESULTADOS Y ANÁLISIS

6.1 RESULTADOS GENERALES

Debido a las particularidades intrínsecas del Ciclo de Stirling hay una serie de características en el comportamiento comunes a la mayoría de los motores Stirling. Haciendo uso del programa desarrollado se han estudiado estas características que comparten los motores simulados, las cuales se detallan a continuación.

La potencia desarrollada a lo largo del ciclo presenta unos valores extremos muy grandes respecto al valor medio, es decir, respecto a la potencia neta del motor.

Observando la Figura 6 se observa como para el Motor Solo se tiene un pico durante la expansión de aproximadamente 210 kW y durante la compresión de unos 196 kW. Mientras que la potencia neta es de unos 14 kW, es decir, unas 13 veces menos que los valores extremos.

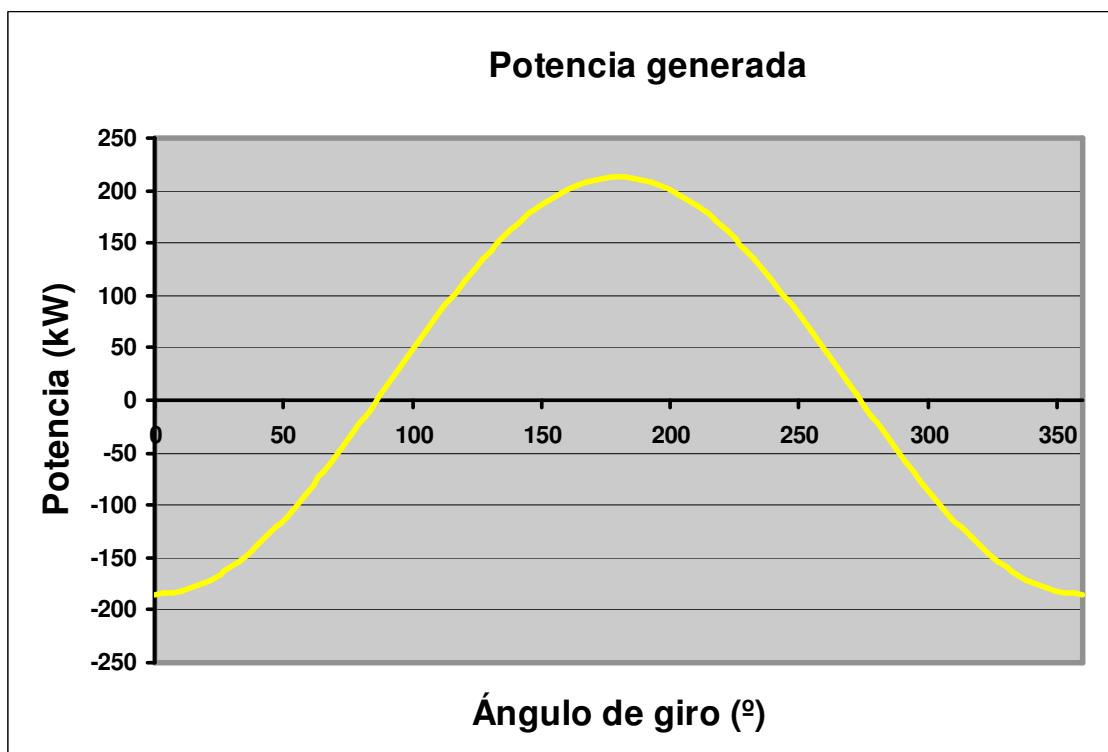


Figura 6: Potencia indicada desarrollada por el motor a lo largo del ciclo. Motor Solo

La gran magnitud de los valores extremos de potencia respecto al valor medio es consecuencia conjunta de la alta presión media en el motor y la reducida relación de presiones como se observa en la Figura 7. Ambas son características generales en el diseño de un motor Stirling.

Para el motor Solo la presión media:

$$\overline{P_w} = 11.2 \text{ MPa}$$

y la relación de presiones:

$$r = \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{15.8 \text{ MPa}}{6.8 \text{ MPa}} = 2.32 \text{ (relación de presiones mayores son habituales en MACI)}$$

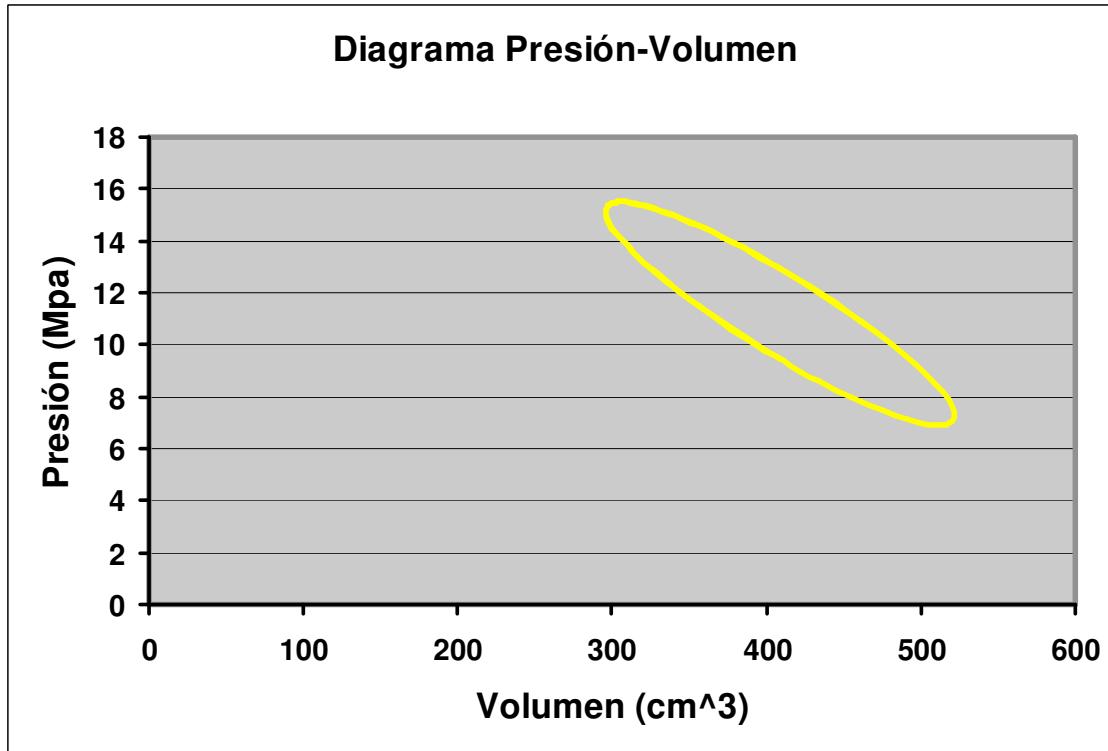


Figura 7: Diagrama PV. Motor Solo

Otra cuestión de indudable interés tiene relación con que gran cantidad de motores se encuentran cercanos al caso adiabático (h bajo) [1 p.34], por lo que la mayor parte del flujo de calor es necesariamente transmitido a través del calentador/enfriador, y una pequeña parte a través de las paredes de los cilindros.

Se puede apreciar en la Figura 8 y Figura 9 como el flujo de calor a través del calentador tiene un pico de 63 kW frente a los 2.8 kW de pico que entran a través de las paredes en la zona de expansión, es decir, unas 22 veces mayor. Ambos son resultados para el Motor Solo que demuestran que es prácticamente adiabático.

De la misma manera se observa este efecto también en el motor GPU3 (la bibliografía lo cataloga como adiabático [1 p.162]). A continuación se muestra que esto es la consecuencia de poseer un valor de transferencia de calor por convección similar.

Datos Motor Solo:

Coeficiente de convección: $h_e = 1190 \frac{W}{m^2 K}$ (Obtenido por *Correlación de Woschni*)

Superficie aproximada: $A_{se} = 0.015 \text{ m}^2$ (Área estimada, ver anexo Método LHA, apartado 2)

Luego $h_e A_{se} = 17.8 \frac{W}{K}$ es la transferencia de calor en la zona de expansión, cuyo valor es similar al de otro motor de tamaño parecido y adiabático como el GPU3, en el cual $h_e A_{se} = 15 \frac{W}{K}$ [1 p.158], ambos cercanos al caso adiabático.

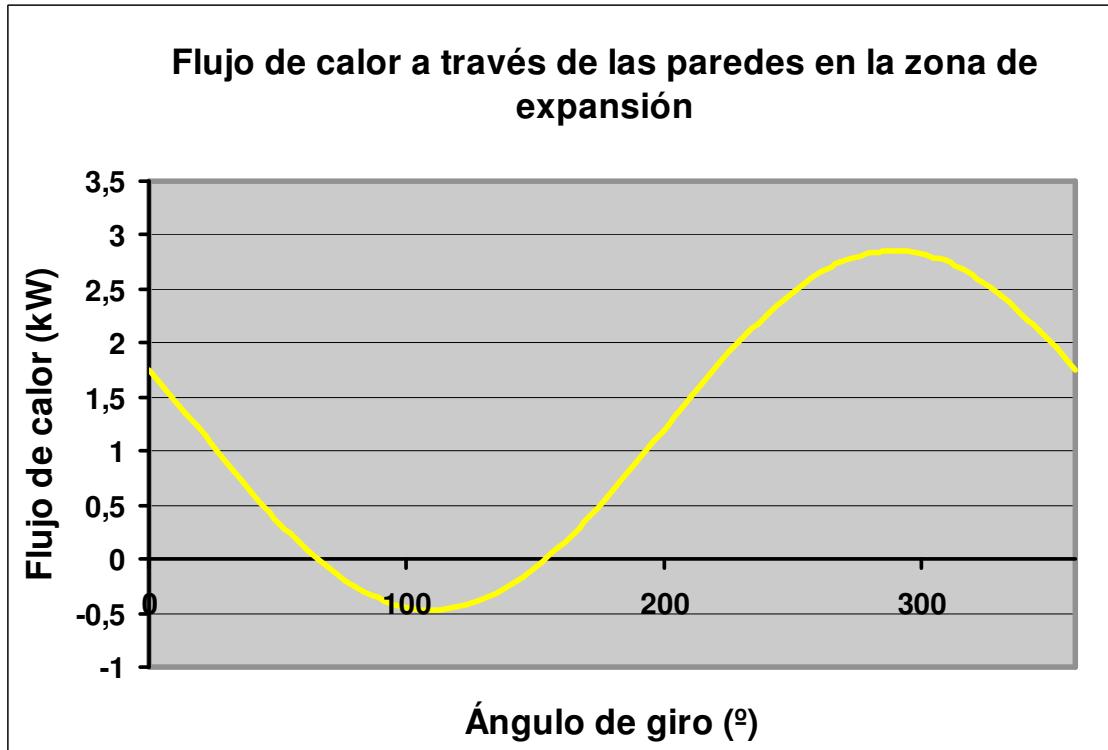


Figura 8: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de expansión.
Motor Solo

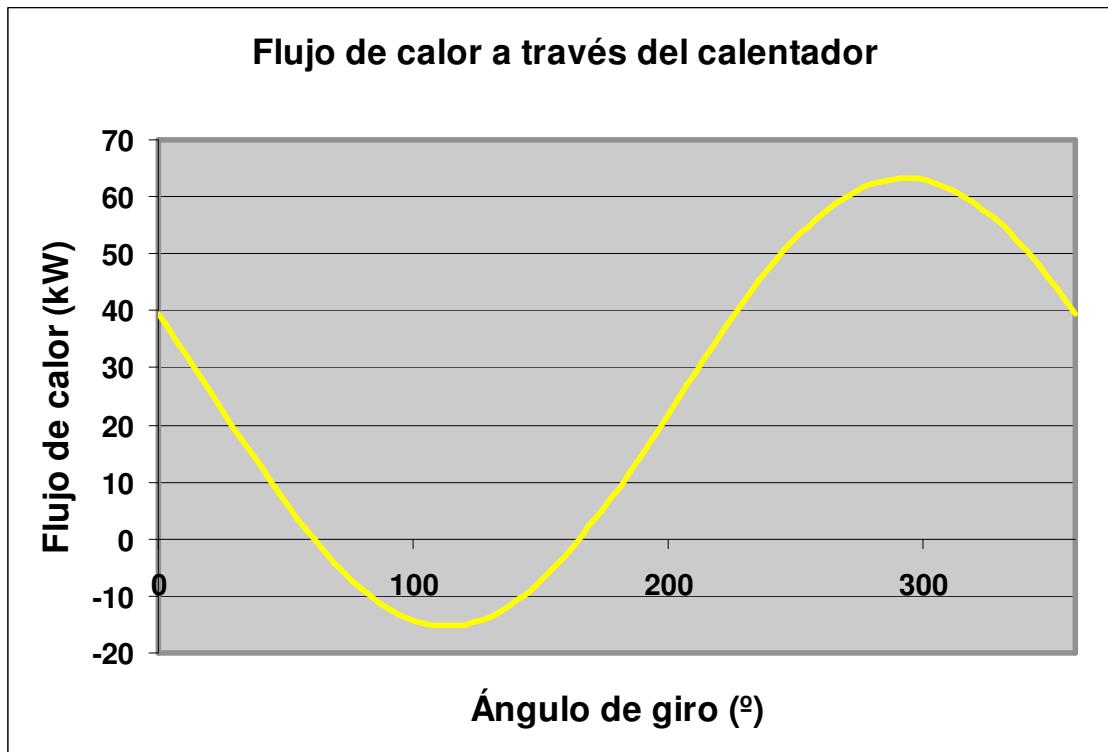


Figura 9: Flujo de calor a través del calentador.
Motor Solo

6.2 ANÁLISIS DE LAS PÉRDIDAS Y DEL VOLUMEN MUERTO

6.2.1 INTRODUCCIÓN

El programa a través del Método LHA trata cuatro de las pérdidas más importantes de un motor Stirling: Pérdidas adiabáticas, perdidas transitorias de calor THT (*Transient Heat Transfer*), perdidas por presión y perdidas por fugas (*leakage*). Cada una de estas pérdidas está incluida en las ecuaciones a través de su parámetro correspondiente: coeficientes de convección he y hc para pérdidas adiabáticas y pérdidas THT, coeficientes Kpe y Kpc para las pérdidas por presión y coeficiente Kmc para las pérdidas por fugas (*leakage*).

A continuación y con la ayuda del programa se estudian cada una de estas pérdidas con especial atención a como afectan éstas al comportamiento del Motor Solo. El objetivo es ver la influencia que tiene el valor de estos parámetros en cada una de las pérdidas tratadas y de este modo saber en que situación un tipo de pérdida tiene más influencia sobre el resto. Por su especial importancia, también se añade el análisis de la influencia del volumen muerto en los resultados del motor simulado.

6.2.2 PÉRDIDAS ADIABÁTICAS Y SEMIADIABÁTICAS

La compresión/expansión adiabática va irremediablemente acompañada de un cambio de la temperatura del gas según la politrópica adiabática y la ecuación de gas ideal:

$$PV^\gamma = cte \quad \text{Politrópica adiabática} \quad 6.3.1$$

$$PV = nRT \quad \text{Ecuación gas ideal} \quad 6.3.2$$

Mediante 6.3.1 y 6.3.2 se obtiene:

$$P^{1-\gamma}T^\gamma = cte \quad 6.3.3$$

Donde:

$$T = T_e \quad \text{en el caso de compresión/expansión en la zona de expansión}$$

$$T = T_c \quad \text{en el caso de compresión/expansión en la zona de compresión}$$

Esto provoca que la mezcla de gases se produzca a diferentes temperaturas cuando el gas pasa del calentador (Th) a la zona de expansión (Te). En la Figura 10 se observa para el Motor RE1000* como a medida que el coeficiente de convección h se va reduciendo (el cilindro se va haciendo más adiabático) la variación de la temperatura en

* Las pérdidas adiabáticas y semiadiabáticas se explican mediante el Motor RE1000 [2] por motivos de ilustración debido a que la diferencia entre el caso adiabático e isotermo es más evidente.

la zona de expansión es mayor. Del mismo modo, el valor medio de la temperatura se va reduciendo respecto a la temperatura del foco caliente $Th=900K$.

También se ve que hay momentos en los que la temperatura en el interior de la zona de expansión supera a la del propio foco caliente (Th), favoreciendo de este modo la transferencia de calor desde el gas hacia las paredes del cilindro.

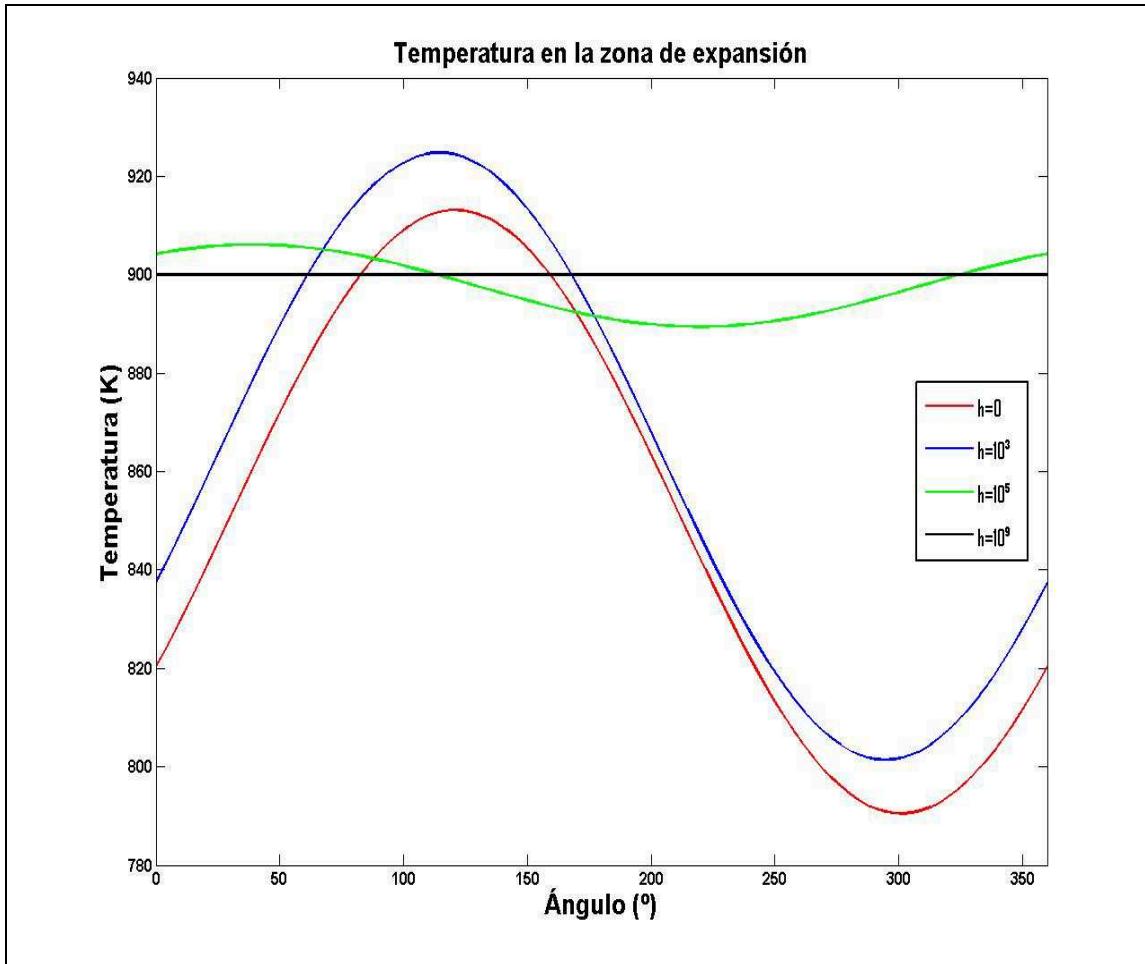


Figura 10: Temperatura en el cilindro de expansión para diferentes coeficientes de convección.
Motor RE1000

Del mismo modo la ecuación 6.3.3 muestra que se produce una variación de temperatura en la zona de compresión y, por lo tanto, se produce una mezcla de gases a diferentes temperaturas cuando el gas entra del enfriador (Tk) a la zona de compresión (Tc). La temperatura media tiende a ser superior a la del foco frío $Tk=300K$ conforme se hace el cilindro más adiabático, es decir, conforme h se reduce. De nuevo, hay una parte del ciclo en la que la temperatura interior en la zona de compresión es inferior a la del foco frío (Tk) como se puede observar en la Figura 11.

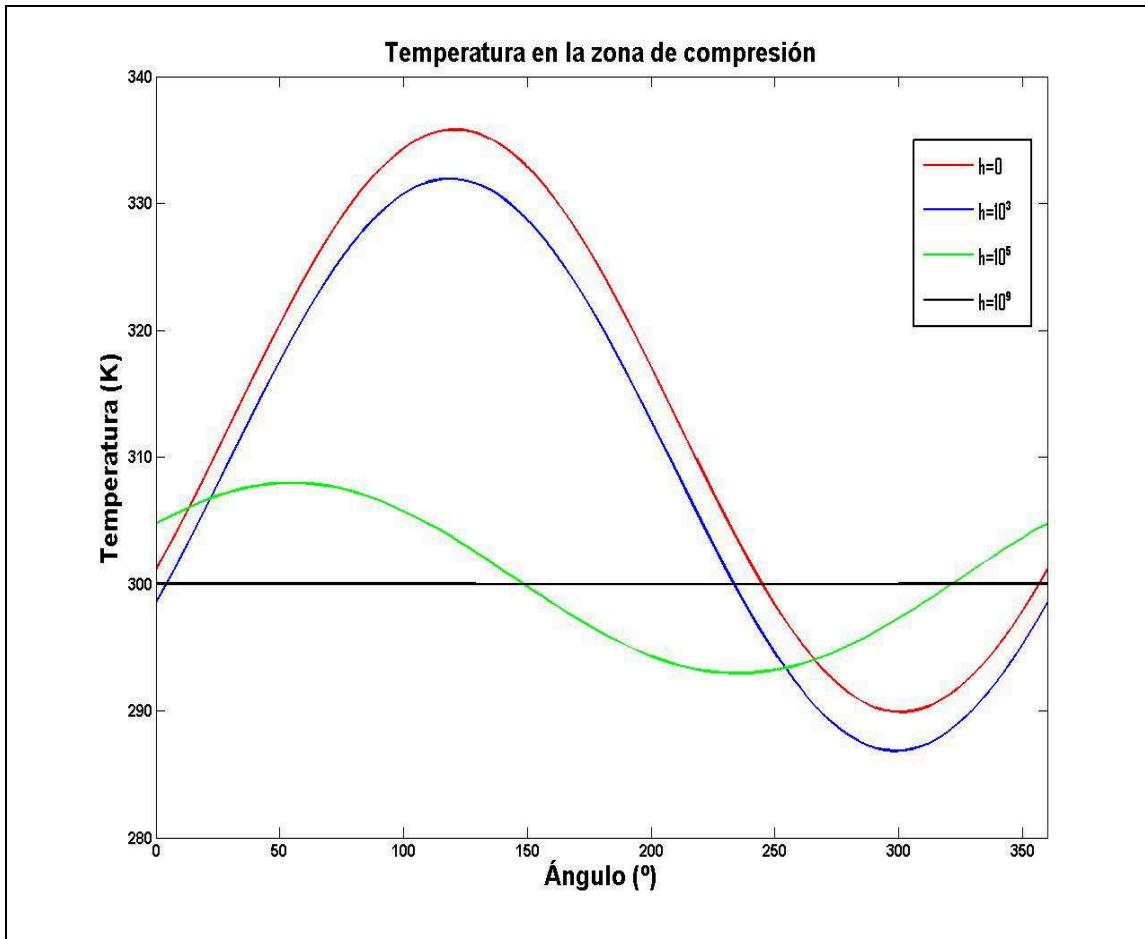


Figura 11: Temperatura en el cilindro de compresión para diferentes coeficientes de convección.
Motor RE1000

Además de la mezcla de gases a diferentes temperaturas que acaba de ser explicada también se produce una transferencia de calor con gradiente de temperatura en los intercambiadores (en el caso ideal isotermo la transferencia de calor tendría lugar sin gradiente de temperaturas). Esto es debido a que el gas entra en los intercambiadores a la temperatura instantánea de las zonas de compresión (T_c) o expansión (T_e) respectivamente, y se calienta o enfriá hasta T_h o T_k , temperaturas del foco caliente y foco frío respectivamente. Tanto la mezcla de gases a diferentes temperaturas como la transferencia de calor con gradiente de temperatura constituyen procesos irreversibles que disminuyen la eficiencia desde el caso ideal isotermo (eficiencia de Carnot).
[\[2 p.98\]](#)

De esta manera queda demostrado que al comportarse los cilindros adiabáticamente se reduce la eficiencia, pero por el contrario, el trabajo neto suele ser mayor* como se observa en la Tabla 1 para el motor RE1000 [\[2 pp.42-43\]](#). Los dos casos límite de transferencia de calor a través de las paredes de los cilindros son adiabático (nula transferencia, $h = 0$) e isotermo (transferencia infinita, $h = \infty$).

* En motores de bajo gradiente de temperatura el trabajo neto es menor. Como ejemplo el Motor LDT (ver anexo Motor LDT)

MOTOR RE 1000	POTENCIA (W)	EFICIENCIA
ADIABATICO	2627	0.627
ISOTERMO	2139	0.666 (CARNOT)

Tabla 1: Potencia del motor RE1000 en los dos casos extremos sin ninguna otra pérdida

La causa de este incremento de potencia está relacionada con el movimiento de los pistones (el cual es fijado durante el diseño), de manera que se generan unas variaciones de presión mayores en cilindros adiabáticos que en isotermos como se observa al comparar la politrópica adiabática y la isoterna [1 p.41]:

$$PV^\gamma = cte \quad 6.3.4$$

Donde $\gamma > 1$ (1.4 para el aire) en el caso **ADIABATICO**

Donde $\gamma = 1$ en el caso **ISOTERMO**

Luego el resultado es una mayor variación de presión para el mismo desplazamiento de pistones en cilindros adiabáticos que en isotermos como se observa en la Figura 12:

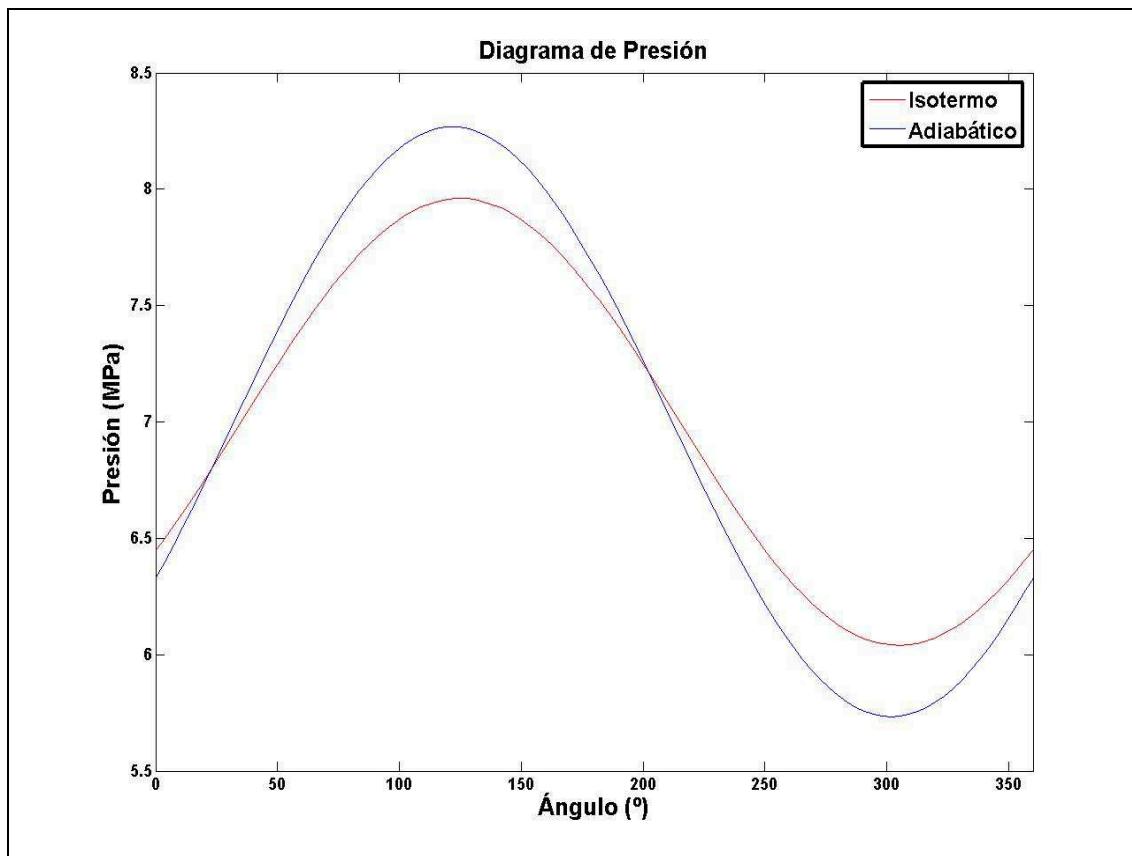


Figura 12: Presión en el motor para los dos casos extremos (adiabático e isotermo).

Motor RE1000

Una vez se ha demostrado que ocurre al pasar de un cilindro isotermo a uno adiabático, falta por explicar qué ocurre en el caso intermedio, es decir, con coeficientes de convección con valores intermedios. En la Figura 13 se aprecia como afecta el coeficiente de convección al comportamiento del Motor RE1000. De este modo se identifican las pérdidas adiabáticas explicadas anteriormente y el gran dominio que ejercen cuando el coeficiente de convección h es bajo (caso adiabático) y que desaparecen por completo cuando es alto (caso isotermo).

Para valores intermedios de convección (caso semiadiabático) se observa tanto un mínimo en potencia como en eficiencia. Esto es debido a las pérdidas transitorias de calor THT (*Transit Heat Transfer*) [1 pp.42-48]. También conocidas como pérdidas semiadiabáticas debido a que tienen su mayor influencia con coeficientes de convección intermedios, es decir, entre el caso adiabático e isotermo. Estas pérdidas se producen cuando los cilindros no son completamente adiabáticos ($h \neq 0$ y por lo tanto existe una transferencia de calor a las paredes), ni tampoco son completamente isotermos ($h \neq \infty$ por lo que se produce una variación de temperatura en las diferentes partes del cilindro, expansión y compresión (ver Figuras 10 y 11)). Esta combinación da como resultado una transferencia de calor hacia las paredes del cilindro cuando el gas está a alta temperatura ($T > \bar{T}_w$) y un retorno de ese calor cuando está a baja temperatura ($T < \bar{T}_w$) (\bar{T}_w es la temperatura media de las paredes del cilindro). Este proceso no da como resultado una pérdida neta de calor, ya que la misma cantidad de calor que pasa a las paredes es retornado al gas de nuevo, sino una pérdida de oportunidad de realizar trabajo, lo cual constituye una irreversibilidad [1 pp.42-48].

Cabe destacar que a pesar de que en el caso adiabático ($h=0$) las variaciones de temperaturas son las más grandes (observar Figura 10 y Figura 11), la transferencia de calor a través de las paredes es nula, por lo que no existe pérdida THT:

$h = 0 \rightarrow hA(T_w - T) = 0 \rightarrow$ La temperatura del gas en el interior de cada zona (expansión y compresión) varía pero no hay transferencia de calor.

Del mismo modo en el caso isotermo, la transferencia de calor a través de las paredes es infinita ($h = \infty$), pero no hay variación de temperatura, por lo que tampoco existe pérdida THT:

$h = \infty$ y $(T_w - T) = 0 \rightarrow hA(T_w - T) \neq 0 \rightarrow$ Hay transferencia de calor pero la temperatura del gas en el interior del cilindro es constante.

En el caso con valores de coeficiente de convección h intermedios, donde ambos factores juegan su papel (coeficiente de convección y variación de temperatura), es cuando esta pérdida alcanza su máximo (ver Figura 13). También se puede observar que el coeficiente de convección con el que se obtiene la mínima eficiencia es ligeramente inferior al necesario para obtener la mínima potencia.

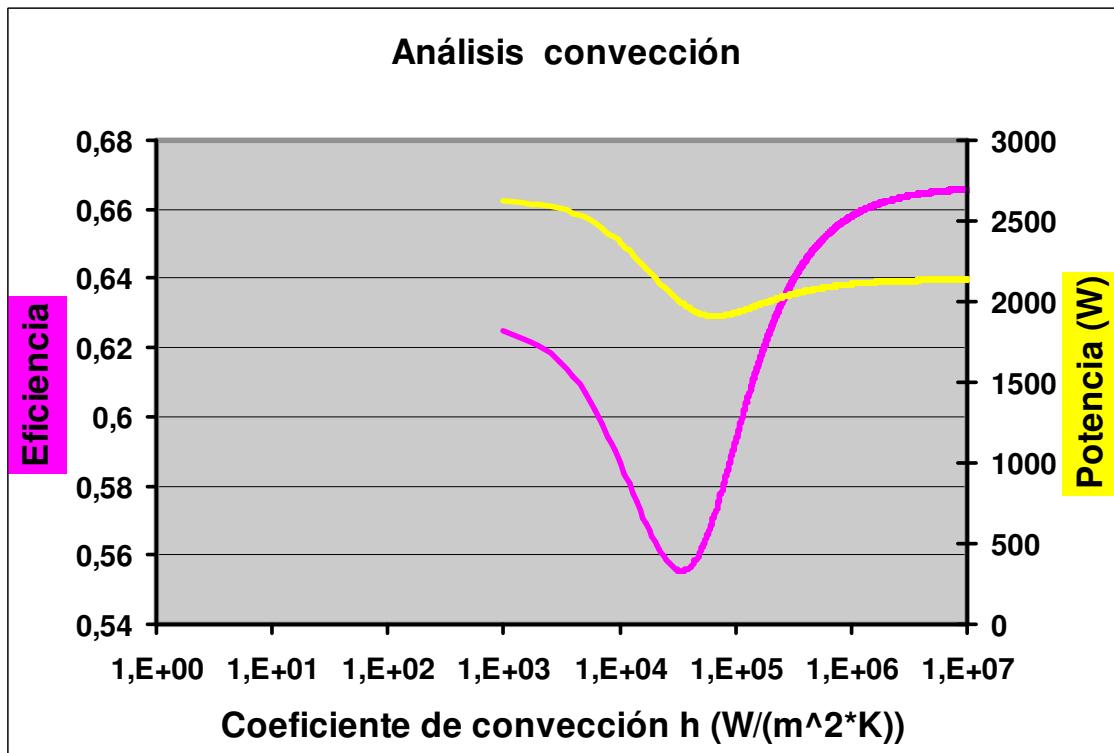


Figura 13: Análisis sensitivo de la convección.
Motor RE1000

6.2.3 PÉRDIDAS POR PRESIÓN

Las pérdidas por presión son una de las principales fuentes de irreversibilidad en el motor Stirling, especialmente en el regenerador debido a su construcción en forma de malla. Durante la construcción hay que llegar a un equilibrio entre transferencia de calor y pérdidas por presión. Se buscan diámetros hidráulicos pequeños para favorecer la transferencia de calor pero no excesivamente pequeños para evitar grandes caídas de presión. Este efecto se puede observar en la Tabla 2 para diferentes diseños del regenerador en función del diámetro de alambre.

Diámetro de alambre (mm)	Kpr (Pa*s/g)	Potencia (W)
0.03	12487	12408
0.05*	6175	13968
0.07	3635	14495

Tabla 2: Datos del Motor Solo con malla METNET en el regenerador

Observando los resultados de la Tabla 2 se aprecia que la caída de presión está muy influenciada por el diseño del regenerador a través del diámetro de alambre. Sin embargo, también hay que tener presentes otros factores durante el desarrollo del regenerador. Estos son el factor de relleno (*filling factor*), la sección total del regenerador y por supuesto el material de fabricación.

* Diámetro de alambre real del regenerador en el Motor Solo

Una vez se conocen las pérdidas por presión en regenerador, calentador y enfriador se ha estudiado la influencia global de estas pérdidas en el comportamiento del Motor Solo. Se observa en la Figura 14 como lógicamente tanto la potencia como la eficiencia se ven mermadas conforme el coeficiente de caídas por presión se incrementa. Se ve también como la gráfica de potencia tiene una ligera dependencia más lineal que la de eficiencia.

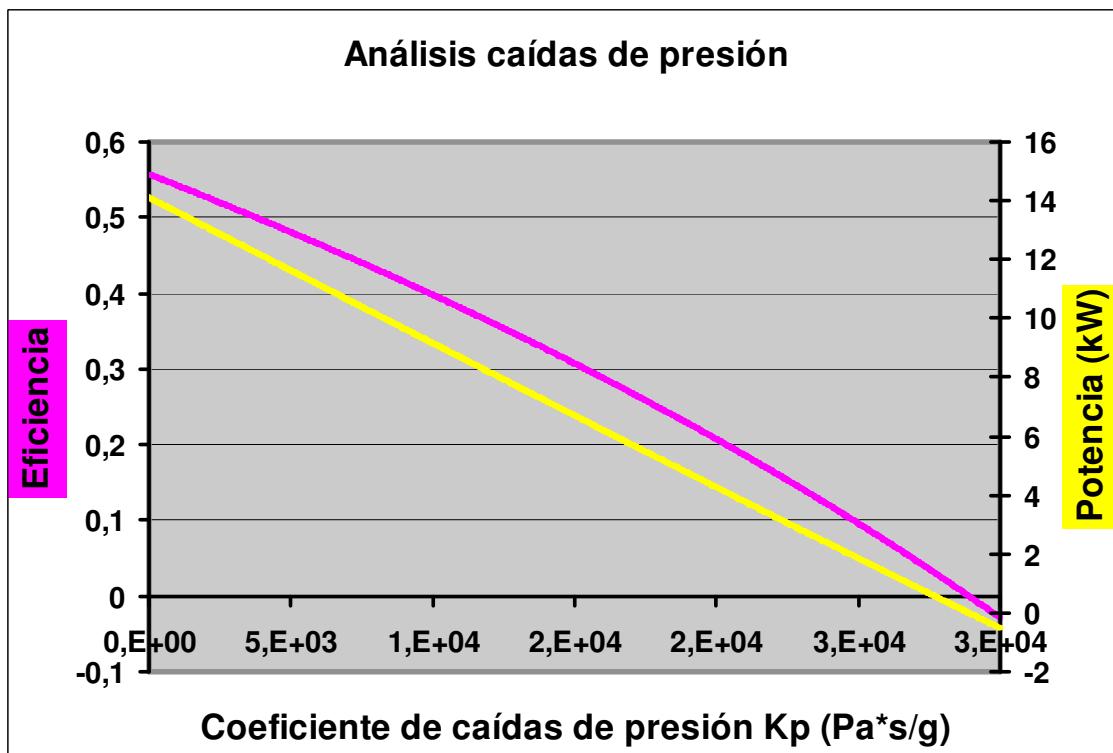


Figura 14: Análisis sensitivo de los coeficientes de caída de presión K_p (este valor tiene en cuenta la caída de presión en todo el motor). Motor Solo

6.2.4 PÉRDIDAS POR FUGAS (LEAKAGE)

Las fugas se producen entre la zona de compresión y el *buffer space* (volumen de gran tamaño en comparación con el del motor y adyacente a éste, a presión constante \bar{P}_w y temperatura constante T_k), intercambiando masa entre ambos.

El sellado que se realiza al cilindro para evitar estas fugas es una de las cuestiones de diseño más importantes. Hay muchos tipos de sellado disponibles [2 pp.223-241] y se han realizado grandes esfuerzos en este aspecto debido a la gran cantidad de fallos que provocan, bajando notablemente la fiabilidad del motor Stirling. Estas fugas no dan como resultado una pérdida neta de gas en el motor, ya que la misma cantidad que se transmite al *buffer space*, vuelve durante la otra mitad del ciclo. Sin embargo se produce una transferencia de masa al *buffer space* cuando la presión es alta ($P > \bar{P}_w$) y esta misma masa vuelve cuando la presión es baja ($P < \bar{P}_w$), lo cual constituye una irreversibilidad [2 p.100].

En la Figura 15 se recoge información de la influencia del coeficiente por fugas (*leakage*) K_{mc} en el comportamiento del Motor Solo. Igual que ocurría con las pérdidas por presión, de nuevo incrementando el coeficiente de fugas (*leakage*) se disminuye tanto la potencia como la eficiencia.

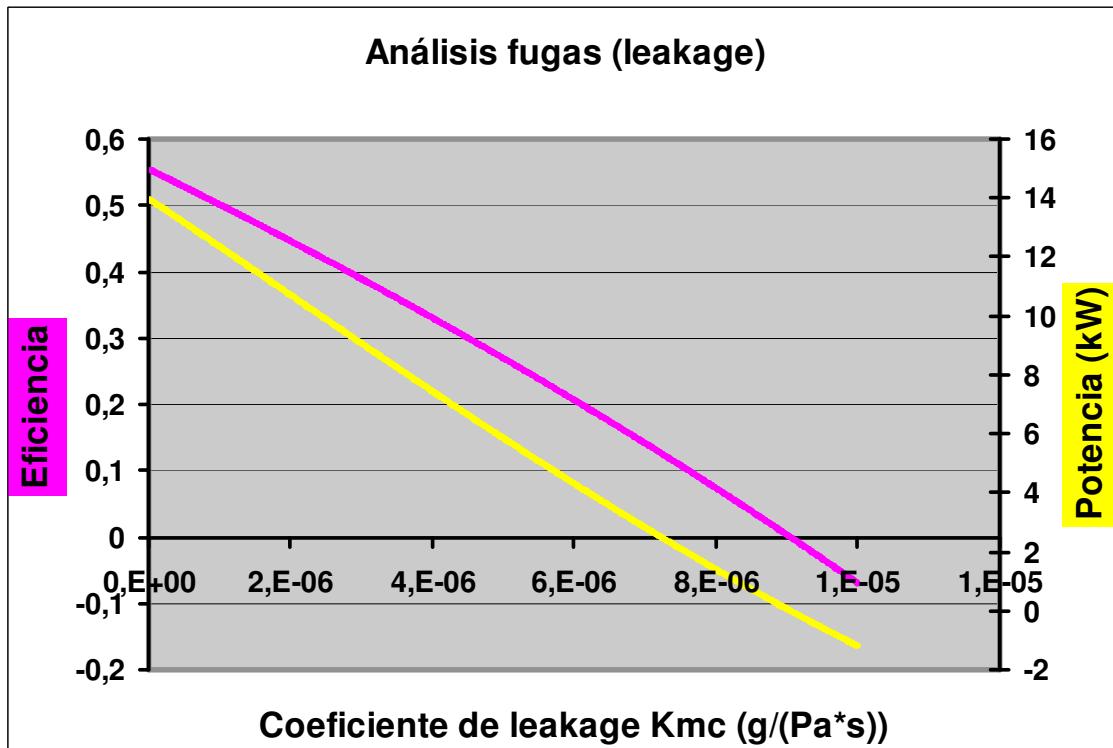


Figura 15: Análisis sensitivo de las pérdidas por leakage. Motor Solo

6.2.5 VOLUMEN MUERTO

El volumen muerto lo forman principalmente en el motor Stirling el volumen del calentador, enfriador y regenerador. También hay una parte de volumen muerto en las zonas de compresión y expansión.

El volumen muerto es un volumen constante que reduce la variación de presión durante el ciclo como se ve en la Figura 16 al incrementar el volumen muerto original del Motor Solo (127 cm^3). Esto provoca por lo tanto que la potencia generada también se vea mermada como se observa en la Figura 17.

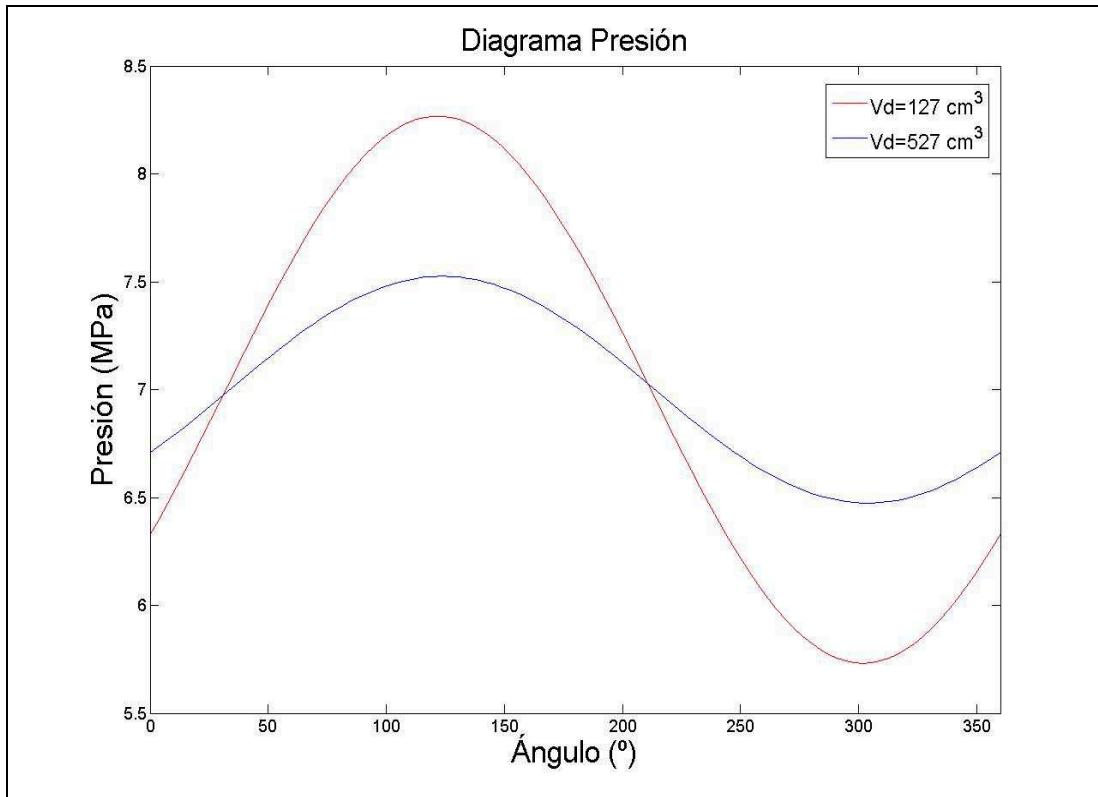


Figura 16: Variación de presión respecto al ángulo de giro (°) con diferentes Vd (cm^3). Motor Solo.

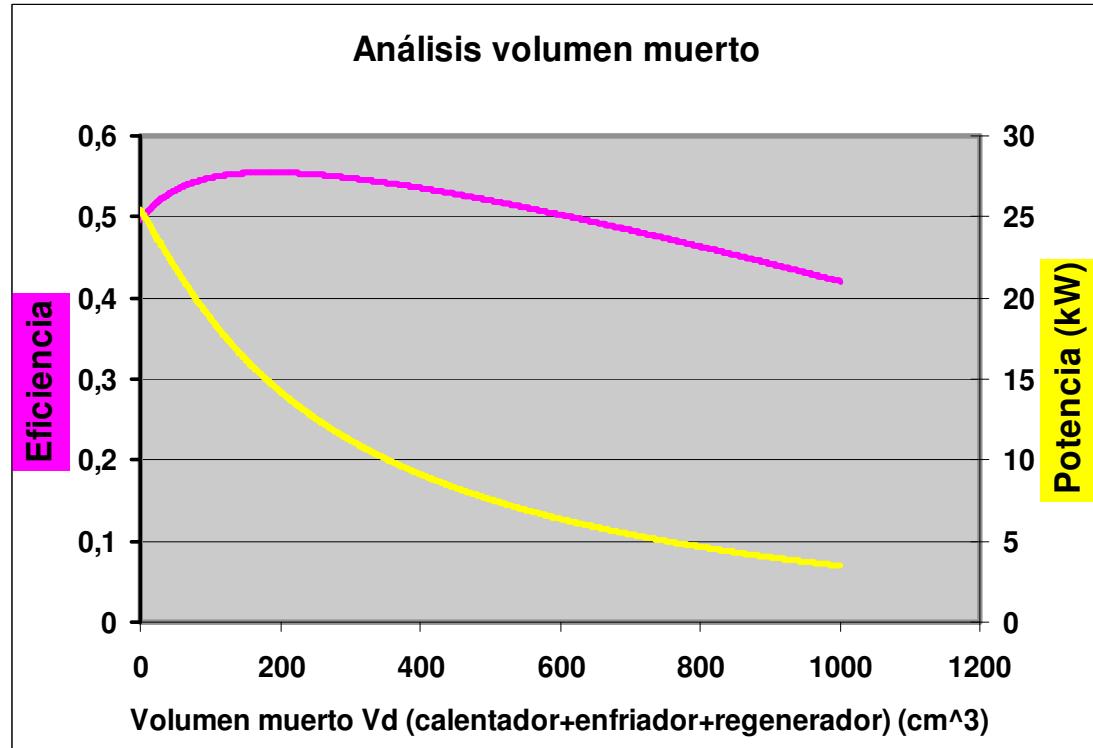


Figura 17: Análisis sensitivo del volumen muerto Vd . Motor Solo

La eficiencia tiende a bajar ligeramente al incrementar el volumen muerto Vd como se observa en la Figura 17. La explicación de esta tendencia se explica de la siguiente manera:

Si se aumenta el volumen muerto se reduce la relación de presiones en el motor como acaba de ser visto (ver Figura 16). Esto tiene como uno de sus mayores efectos reducir la potencia generada (ver Figura 17), pero también disminuir las pérdidas adiabáticas. Esta reducción en las pérdidas adiabáticas se debe a que la variación de temperatura del gas dentro de los diferentes volúmenes control es menor cuando se reduce la relación de presiones, como ha sido explicado en el apartado 6.2.2 (ver ecuación politrópica 6.3.3). Existe por tanto una pequeña reducción en las pérdidas adiabáticas aunque las pérdidas por caídas de presión se mantienen constantes al no depender del valor de volumen muerto.

Finalmente se deduce que la combinación de menor potencia y pérdidas por presión constantes da como resultado global una menor eficiencia. Hay que notar que esta reducción de eficiencia no es por incremento en las pérdidas, sino por reducción de la potencia generada. De todas formas como se observa en la Figura 17 esta reducción de eficiencia es muy ligera.

7 CONCLUSIONES

Este PFC ha sido desarrollado en cuatro grandes bloques: Modelado y resolución de las ecuaciones de conservación por el Método LHA, mejoras realizadas al Método LHA, creación de un programa para simular motores Stirling por el Método LHA y análisis de los resultados obtenidos con el programa.

Las principales conclusiones que se han obtenido durante el desarrollo de todas estas fases se exponen a continuación:

- El Método LHA ha demostrado ser un método de tercer orden eficaz para el modelado y resolución de las ecuaciones de conservación que rigen el Ciclo de Stirling. La linealización de las ecuaciones de conservación, un mejor conocimiento de los procesos físicos que ocurren a lo largo del ciclo y el tratamiento de las principales fuentes de pérdidas son las principales características de este método.
- Los coeficientes de convección, coeficientes de pérdidas por presión y coeficientes de pérdidas por fugas (*leakage*) son tratados como constantes desconocidas por el Método LHA. Por lo que para poder resolver las ecuaciones de conservación éstos son calculados por medio de correlaciones y a partir de los datos de diseño del motor. De todas estas constantes, el cálculo del coeficiente de pérdidas por presión en el regenerador es el más crítico debido a las dificultades encontradas para su estimación. El regenerador como una de las partes principales del motor de Stirling es quizás la parte más oscura todavía debido a las características del flujo a lo largo del mismo (fuertemente tridimensional, no estacionario, compresible, no completamente desarrollado, cíclico).
- Se han realizado los cambios necesarios al Método LHA para poder simular los tres tipos de motor más importantes (Alpha, Beta y Gamma).
- El programa informático realizado permite integrar tanto el Método LHA, como las mejoras realizadas, en un entorno de trabajo donde se obtienen los resultados termodinámicos, tanto numéricos como gráficos, más importantes. También se permite una interacción fluida entre usuario y programa. De este modo es posible simular el comportamiento de un motor para multitud de variables geométricas y termodinámicas de diseño

Como objetivos futuros, se plantean las siguientes líneas de investigación siguiendo a partir del Método LHA y con el objetivo de implementarlas en el programa informático realizado:

- Extender el Método LHA a motores de pistón libre. El Método LHA original de Chen y Griffin tiene como uno de sus objetivos finales el estudio de motores de pistón libre por lo que es factible añadir esta mejora.

- Seguir investigando el flujo en el regenerador con el objetivo de encontrar algún método que estime las pérdidas por presión de una manera precisa.
- Incluir nuevas fuentes de pérdidas (regenerador e intercambiadores térmicamente imperfectos, pérdidas en el hueco del desplazador, pérdidas por conducción, etc.). Para incluir plenamente los efectos de las nuevas pérdidas es necesario modificar las ecuaciones de conservación de modo que se tengan en cuenta las interacciones entre todas las pérdidas tratadas.
- Añadir el estudio en forma de diagrama de vectores de las diferentes variables termodinámicas. El Método LHA como ha quedado claro durante toda la memoria trata cada término termodinámico como una función armónica (término constante+término seno+término coseno). Esto permite una representación gráfica en forma de vectores y una mejor visualización de las relaciones entre todos los parámetros de diseño.
- Investigar en el análisis de semejanza. Este análisis tiene como objetivo reducir el número de variables de estudio por medio del uso de términos adimensionales. El objetivo final es cumplidas unas condiciones de semejanza poder aislar y estudiar la influencia del parámetro deseado en el comportamiento del motor.

8 REFERENCIAS

- [1] C.D. West (1986). Principles and Applications of Stirling Engines. Ed. Van Nostrand Reinhold Company.
- [2] J.Chen, P.Griffin, D.West (1984). Linear Harmonic Analysis of Stirling Engines Thermodynamics. Ed. ORNL.
- [3] A.J.Organ (1997). The Regenerator and the Stirling Engine. Ed. MEP.
- [4] Jesus Fernando Morea Roy (1995). PFC- Modelado y simulación del ciclo operativo de motores de combustión interna alternativos de cuatro tiempos. CPS
- [5] O.Hargreaves (1991). The Phillips Stirling Engine. Ed. Elsevier.
- [6] F.Mills (1999). Transferencia de calor. Ed. Prentice Hall.
- [7] J.Moran, N.Shapiro (2004). Fundamentals of Engineering Thermodynamics. Ed. Mcgraw Hill.
- [8] I.Urieli (1977). A computer simulation of Stirling cycle machines. Ed. University of the Witwatersrand, Johannesburg.
- [9] M.Tarawneh, F.Al-Ghathian, M.A. Nawafleh y N. Al-kloub (2010). Numerical Simulation and Performance Evaluation of Stirling Engine Cycle. Ed. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering.
- [10] <http://mac6.ma.psu.edu/stirling/drives/index.html>.
- [11] http://paisa_maca0.tripod.com/paginas2/inf.varia7.htm
- [12] <http://tecmotor.wordpress.com/2012/03/12/tipos-de-motore/>
- [13] A.J.Organ (1992). Thermodynamics and Gas Dynamics of the Stirling Cycle Machine. Ed. Cambridge University Press.
- [14] T.Finkelstein, A.J.Organ (2001). Air Engines. Ed. Professional Engineering Publishing.
- [15] http://www.ohio.edu/mechanical/stirling/simple/htx_simple.html
- [16] <http://jmirez.wordpress.com/2011/07/18/j283-una-explicacion-del-motor-stirling/>

APÉNDICE TÉRMINOS ADIMENSIONALES

Tiempo	$t^* = wt$			
Coeficiente convección	$h_e^* = \frac{h_e \overline{A_{se}}}{wm_e Cv}$	$h_c^* = \frac{h_c \overline{A_{sc}}}{wm_c Cv}$		
Coeficiente de presión	$K_{pe}^* = \frac{K_{pe} \overline{m_w} w}{P_w}$	$K_{pc}^* = \frac{K_{pc} \overline{m_w} w}{P_w}$	$K_{mc}^* = \frac{K_{mc} \overline{P_w}}{\overline{m_w} w}$	
Masa	$m_e^* = \frac{\overline{m_e}}{\overline{m_e}}$	$m_c^* = \frac{\overline{m_c}}{\overline{m_c}}$	$m_d^* = \frac{\overline{m_d}}{\overline{m_d}}$	
Presión	$P_e^* = \frac{\overline{P_e}}{\overline{P_e}}$	$P_c^* = \frac{\overline{P_c}}{\overline{P_c}}$	$P_d^* = \frac{\overline{P_d}}{\overline{P_d}}$	
Volumen	$V_e^* = \frac{\overline{V_e}}{\overline{V_e}}$	$V_c^* = \frac{\overline{V_c}}{\overline{V_c}}$		
Temperatura	$T_{we}^* = \frac{\overline{T_{we}}}{\overline{T_e}}$	$T_{wc}^* = \frac{\overline{T_{wc}}}{\overline{T_c}}$	$T_h^* = \frac{\overline{T_h}}{\overline{T_e}}$	$T_e^* = \frac{\overline{T_e}}{\overline{T_e}}$
	$T_c^* = \frac{\overline{T_c}}{\overline{T_c}}$			
Posición pistón	$a_1 = \frac{A_d \overline{X_{pm}}}{\overline{V_e}}$	$a_2 = \frac{(A_d - A_r) \overline{X_{pm}}}{\overline{V_c}}$	$a_3 = \frac{A_p \overline{X_{pm}}}{\overline{V_c}}$	$X_p^* = \frac{\overline{X_p}}{\overline{X_{pm}}}$
	$X_d^* = \frac{\overline{X_d}}{\overline{X_{pm}}}$			
Flujo entalpía	$\overline{\dot{H}_e^*} = \frac{\overline{\dot{H}_e}}{\overline{C_v m_e \overline{T_e} w}}$	$\overline{\dot{H}_c^*} = \frac{\overline{\dot{H}_c}}{\overline{C_v m_c \overline{T_c} w}}$		
Flujo calor convección	$\overline{\dot{Q}_{we}^*} = \frac{\overline{\dot{Q}_{we}}}{\overline{C_v m_e \overline{T_e} w}}$	$\overline{\dot{Q}_{wc}^*} = \frac{\overline{\dot{Q}_{wc}}}{\overline{C_v m_c \overline{T_c} w}}$		
Potencia	$\overline{\dot{W}_e^*} = \frac{(\gamma-1) \overline{\dot{W}_e}}{\overline{P_w \overline{V_e} w}}$	$\overline{\dot{W}_c^*} = \frac{(\gamma-1) \overline{\dot{W}_c}}{\overline{P_w \overline{V_c} w}}$		

APÉNDICE NOMENCLATURA*

A_d	Sección del pistón desplazador	m^2
A_p	Sección del pistón de potencia	m^2
A_r	Sección de la biela del desplazador	m^2
A_{sc}	Área de las paredes en la zona de compresión	m^2
A_{se}	Área de las paredes en la zona de expansión	m^2
C_p	Calor específico a presión constante	$\frac{J}{g \cdot K}$
C_v	Calor específico a volumen constante	$\frac{J}{g \cdot K}$
γ	Relación de calores específicos	Adimensional
f	Frecuencia	$\frac{rad}{s}$
h_c	Coeficiente de convección en la zona de compresión	$\frac{W}{m^2 K}$
h_e	Coeficiente de convección en la zona de expansión	$\frac{W}{m^2 K}$
K_{mc}	Coeficiente de pérdidas por fugas (<i>leakage</i>)	$\frac{g}{Pa \cdot s}$
K_{pe}	Coeficiente de pérdidas por presión en el calentador	$\frac{Pa \cdot s}{g}$
K_{pc}	Coeficiente de pérdidas por presión en el enfriador	$\frac{Pa \cdot s}{g}$
K_{pr}	Coeficiente de pérdidas por presión en el regenerador	$\frac{Pa \cdot s}{g}$
m_w	Masa total en el motor	g
m_e	Masa en la zona de expansión	g

* Las unidades son las usadas en los cálculos en el programa.

Apéndices

m_c	Masa en la zona de compresión	g
m_d	Masa en la zona muerta	g
P_e	Presión en la zona de expansión	Pa
P_c	Presión en la zona de compresión	Pa
P_d	Presión en la zona muerta	Pa
$\overline{P_w}$	Presión media del motor	Pa
R	Constante específica de gas ideal	$\frac{J}{g \cdot K}$
T_e	Temperatura de la zona de expansión	K
T_c	Temperatura de la zona de compresión	K
T_h	Temperatura del foco caliente	K
T_k	Temperatura del foco frío	K
$\overline{T_{we}}$	Temperatura media de las paredes del cilindro en la zona de expansión	K
$\overline{T_{wc}}$	Temperatura media de las paredes del cilindro en la zona de compresión	K
t	tiempo	s
V_e	Volumen de la zona de expansión	m^3
V_c	Volumen de la zona de compresión	m^3
V_d	Volumen de la zona muerta	m^3

MÉTODO LHA

ANEXO 1/7

MÉTODO LHA

1 INTRODUCCIÓN

Existen múltiples métodos para desarrollar las ecuaciones que rigen el Ciclo de Stirling, en función de las aproximaciones supuestas para su resolución. Según Martini (1978) [1 p.137] se pueden dividir en 3 grandes tipos: métodos de primer orden, métodos de segundo orden y métodos de tercer orden.

Los métodos de primer orden asumen el caso ideal, libre de pérdidas (por ejemplo Análisis de Schmidt [5 pp.89-98] anteriormente mencionado) y multiplican los resultados obtenidos por un factor de corrección para estimar los resultados de un motor real. Los métodos de segundo orden empiezan asumiendo el caso ideal, y a partir del mismo se van restando las posibles pérdidas (caídas de presión, imperfecciones en el regenerador, etc.). La ventaja añadida respecto a los métodos de primer orden es que se conoce la causa de las pérdidas pero no las interacciones entre ellas. Los métodos de tercer orden van más allá y usan una aproximación diferente. El motor es dividido en varios volúmenes control, a los cuales se les aplica las ecuaciones diferenciales de conservación. Los métodos de tercer orden tienen en cuenta las interacciones entre las pérdidas tratadas en todos los volúmenes control.

El Método LHA (*Linear Harmonic Analysis*) [2] es un método de tercer orden. Basa la resolución de las ecuaciones de conservación en la aproximación de que los pistones que conforman el motor tienen movimiento armónico. Y por lo tanto, se asume que todas las variables termodinámicas (masa, temperatura, presión, etc.) pueden ser representadas por una función armónica de la siguiente forma:

$$f(t) = a + b \sin(wt) + c \cos(wt) \quad [1 \text{ p.127}] \quad 2.1$$

Donde a , b y c son las constantes que hay que resolver.

De este modo las ecuaciones de conservación pueden ser linealizadas por Series de Fourier, obteniéndose finalmente un sistema lineal de ecuaciones que es resuelto por métodos matriciales convencionales (desarrollo matemático a continuación).

Las ecuaciones resueltas contienen cuatro de los principales mecanismos de pérdidas en un motor Stirling: Pérdidas adiabáticas, pérdidas transitorias de calor THT (*Transient Heat Transfer*), pérdidas por presión, y pérdidas por fugas (*leakage*).

El resultado de todo este proceso de resolución es un método eficiente (requiere pocas iteraciones), efectivo (obtiene resultados precisos) y estable (condición de estabilidad fácilmente satisfecha) que permite a la vez un conocimiento claro de los procesos físicos que ocurren a lo largo del ciclo [2 p.97]. Además las diferencia en los resultados obtenidos al resolver las ecuaciones por el Método LHA u otro método numérico de tercer orden que no asume variables termodinámicas armónicas (Ej. CSMP) es muy pequeña como se observa en la Figura 1:

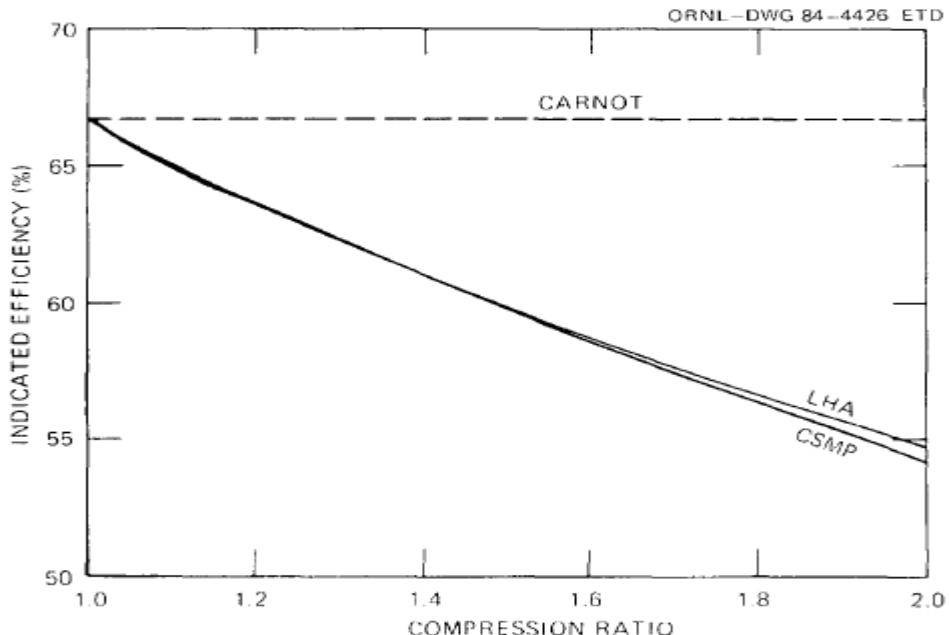


Figura 1: Eficiencia del motor RE-1000 en función de la relación de compresión y dos métodos de resolución, LHA y CSMP. [2 p.48]

Por contra, la aplicación del Método LHA conlleva algunas limitaciones. El método es sólo válido en estado estacionario de funcionamiento (*Steady State*), no pudiendo simular estados transitorios como los de puesta en marcha, cambios de ritmo, paradas, etc. Lo cual no es una desventaja importante ya que la mayoría de motores Stirling se diseñan buscando un estado estacionario de funcionamiento.

En el Método LHA usado no se consideran ineficiencias en la trasferencia de calor en los intercambiadores o el regenerador, es decir, se supone transferencia de calor perfecta tanto de los intercambiadores de calor (calentador y enfriador) como del regenerador. Esto es equivalente a suponer NTU (*Number of Transfer Units*) infinito [3 pp.68-70]. No obstante, debido a la gran eficiencia térmica que consiguen hoy en día los intercambiadores y el regenerador, esta aproximación no supone un gran alejamiento respecto a la realidad. Tampoco son tratadas las pérdidas a través de las paredes de los cilindros y las pérdidas térmicas en el hueco del desplazador. La no inclusión de estas dos últimas pérdidas es común a la gran mayoría de métodos de tercer orden, debido a la falta de correlaciones que permitan modelarlas [5 pp.116-117]. (Para más información ir a anexo Ciclo Termodinámico Método LHA, apartado 5)

En conclusión el Método LHA es un método valido para la simulación de motores Stirling, que facilita la resolución de las ecuaciones de conservación al linealizarlas por medio de suposiciones, las cuales encajan bien con las características de diseño de los motores Stirling. Además, gran parte de las limitaciones expuestas también están presentes en otros métodos de tercer orden, lo cual indica que no pueden ser consideradas como una desventaja frente a otros métodos.

2 PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE CONSERVACIÓN MOTOR STIRLING

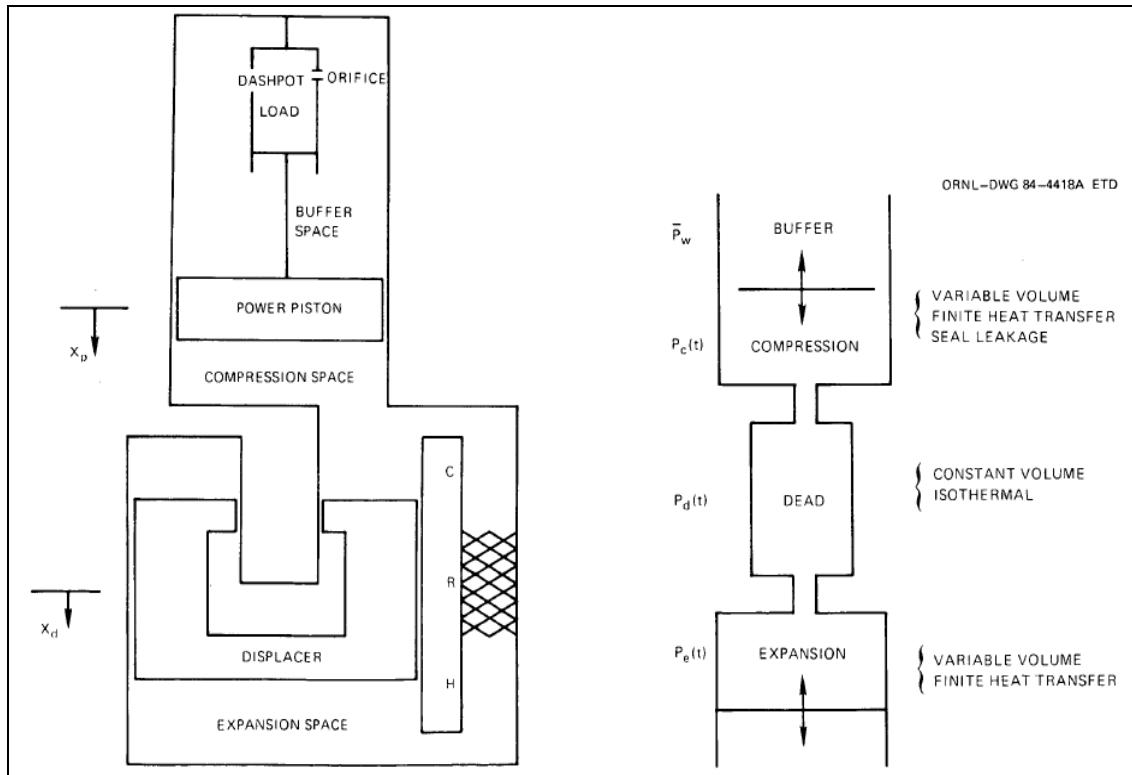


Figura 2: Esquema del motor usado para resolver las ecuaciones de conservación por el Método LHA. [2 p.7]

El Método LHA toma como base de cálculo un motor Stirling tipo Beta. Este tipo de motor posee dos pistones, el pistón desplazador y el pistón de potencia como se observa en la Figura 2 izquierda. Para poder aplicar las ecuaciones de conservación, el motor se divide previamente en tres volúmenes control (ver Figura 2 derecha):

Volumen Control 1 (VC1) → Volumen de la zona de expansión, formado por el espacio entre el fondo del cilindro y la posición del pistón desplazador, es por tanto un volumen variable. La transferencia de calor es finita a través de las paredes, es decir, en el caso general este volumen no es ni isotermo (transferencia de calor infinita) ni adiabático (transferencia de calor nula), sino un caso intermedio.

Volumen Control 2 (VC2) → Volumen de la zona de compresión, formado por el espacio entre el pistón desplazador y el pistón de potencia. Como **VC1**, también es variable y la transferencia de calor a través de las paredes es de nuevo finita en el caso general. Se permite una circulación del gas entre este volumen control y el *buffer space* (volumen de gran tamaño a la temperatura del foco frío T_k y presión media del motor P_w , que debido a ser un volumen grande en comparación con el volumen en los cilindros (unas 200 veces mayor [2 p.9]), se supone a temperatura y presión constantes). Este intercambio de masa entre el **VC2** y el *buffer space* constituye el *leakage* (fugas).

Volumen Control 3 (VC3) → Volumen de la zona muerta, formado por la suma de los volúmenes del *calentador* (intercambiador de calor con el foco caliente), el *enfriador* (intercambiador de calor con el foco frío) y el *regenerador*. Es un volumen muerto porque no participa en los procesos de compresión/expansión y por lo tanto no produce ningún trabajo. También se trata de un volumen constante e isotermo. Su temperatura se supone la media entre la temperatura del foco frío y la del foco caliente ($\frac{Th + Tk}{2}$).

A estos tres volúmenes control se les aplican las ecuaciones de conservación de la masa, y energía de la siguiente manera: Tres ecuaciones de conservación de la masa (una por cada volumen control) y dos ecuaciones de conservación de la energía (una en la zona de compresión y otra en la zona de expansión) [2 pp.8-11]. A continuación se detallan cada una de estas ecuaciones:

Ecuación 1-La primera ecuación trata la variación de masa en la zona de expansión (VC1). El flujo másico entre la zona muerta y la zona de expansión es linealmente proporcional a la caída de presión entre ambas zonas. Esta caída de presión se refleja mediante el factor K_{pe} , que es una medida de la resistencia del fluido.

$$\frac{dm_e}{dt} = \frac{1}{K_{pe}} (P_d - P_e) \quad 2.1$$

Ecuación 2-Del mismo modo, si ahora se consideran las zonas de expansión (VC2) y zona muerta (VC3) se tiene el flujo másico entre la zona de compresión y la zona muerta:

$$\frac{dm_e}{dt} + \frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{K_{pc}} (P_c - P_d) \quad 2.2$$

Ecuación 3-Mediante esta ecuación se tienen en cuenta las fugas (*leakage*) entre la zona de compresión (VC2) y el *buffer space*. Si no hay leakage ($K_{mc}=0$), entonces la suma de las variaciones másicas en los tres volúmenes de control es cero como es lógico. Ya que entonces existe siempre la misma cantidad de masa en el interior del motor (\bar{P}_w es la presión media del motor):

$$\frac{dm_e}{dt} + \frac{dm_d}{dt} + \frac{dm_c}{dt} = K_{mc} (\bar{P}_w - P_c) \quad 2.3$$

A continuación se tratan las ecuaciones de conservación de la energía en el volumen de expansión (VC1) y en el volumen de compresión (VC2) respectivamente. Las ecuaciones de conservación de la energía tienen una particularidad, que es la discontinuidad en el flujo de entalpía. Hay discontinuidad en el flujo de entalpía ($C_p T \frac{dm_e}{dt}$), debido a que la temperatura de la masa entrante es diferente a la temperatura de la masa saliente, tanto en la zona de compresión como de expansión. El flujo másico entra en el volumen de expansión a la temperatura del foco caliente (Th) y sale a la temperatura instantánea de la zona de expansión (Te). Del mismo modo, el

temperatura de la masa saliente, tanto en la zona de compresión como de expansión. El flujo másico entra en el volumen de expansión a la temperatura del foco caliente (Th) y sale a la temperatura instantánea de la zona de expansión (Te). Del mismo modo, el

flujo másico entra en el volumen de compresión a la temperatura del foco frío (T_k) y sale a la temperatura instantánea de la zona de compresión (T_c). Por esta razón se divide la ecuación de conservación de la energía en dos partes, una cuando el flujo entra al volumen control ($\frac{dm}{dt} > 0$), y otra cuando el flujo sale de éste ($\frac{dm}{dt} < 0$). Aplicando el primer principio de la termodinámica durante la parte del ciclo en la que el flujo másico entra en la zona de expansión:

Ecuación 4-

Cuando $\frac{dm_e}{dt} > 0$

$$C_p T_h \frac{dm_e}{dt} + h_e A_{se} (\overline{T_{we}} - T_e) = P_e \frac{dV_e}{dt} + C_v \frac{d(m_e T_e)}{dt} \quad 2.4$$

El primer término es el flujo de entalpía que entra desde el calentador a la zona de expansión. Entra pues a la temperatura del foco caliente (T_h).

El segundo término es el flujo de calor por convección en las paredes de la zona de expansión. Si esta zona es adiabática ($h=0$) el flujo de calor será nulo. Si por el contrario esta zona es isoterma ($h=\infty$) se tendrá el flujo máximo posible por convección. Como caso general se tiene un h intermedio finito. T_{we} es la temperatura media de las paredes de la zona de expansión, la cual se considera igual a la temperatura del foco caliente (T_h).

Al otro lado de la ecuación se sitúa la potencia producida por el gas y la tasa de cambio en su energía interna respectivamente.

En cuanto a la parte del ciclo en el que el flujo másico sale de la zona de expansión, todos los términos son iguales salvo que en el flujo de entalpía y debido a la discontinuidad anteriormente explicada la temperatura ya no es la temperatura del foco caliente (T_h), sino la temperatura instantánea en la zona de expansión (T_e) como queda representado en Ecuación 5. Esta temperatura (T_e) será igual a la temperatura del foco caliente (T_h) sólo en el caso isotermo cuando el coeficiente de convección es infinito y la zona de expansión está siempre a la temperatura del foco caliente:

Ecuación 5-

Cuando $\frac{dm_e}{dt} < 0$

$$C_p T_e \frac{dm_e}{dt} + h_e A_{se} (\overline{T_{we}} - T_e) = P_e \frac{dV_e}{dt} + C_v \frac{d(m_e T_e)}{dt} \quad 2.5$$

Del mismo modo se deducen las ecuaciones en la zona de compresión, tanto para la parte del ciclo en el que el flujo másico entra a la zona de compresión:

Ecuación 6-

Cuando $\frac{dm_c}{dt} > 0$

$$C_p T_k \frac{dm_c}{dt} + h_c A_{sc} (\overline{T_{wc}} - T_c) = P_c \frac{dV_c}{dt} + C_v \frac{d(m_c T_c)}{dt} \quad 2.6$$

Como para la parte del ciclo en el que el flujo másico sale:

Ecuación 7-

Cuando $\frac{dm_c}{dt} < 0$

$$C_p T_c \frac{dm_c}{dt} + h_c A_{sc} (\overline{T_{wc}} - T_c) = P_c \frac{dV_c}{dt} + C_v \frac{d(m_c T_c)}{dt} \quad 2.7$$

Las áreas usadas en las ecuaciones 4, 5, 6 y 7 (A_{se} , A_{sc}) son áreas instantáneas de la zona de compresión y de expansión respectivamente, las cuales dependen por tanto de la posición instantánea de los pistones. Por simplicidad se aproximan por sus áreas medias: $A_{se} = \overline{A_{se}}$ y $A_{sc} = \overline{A_{sc}}$ [2 p.11].

Se observa que estas áreas toman parte en el término de transferencia de calor por convección, por lo que en el caso isotermo no juegan ningún papel en absoluto, ya que:

$$h = \infty \quad y \quad (T_{wc} - T_c) = 0 \Rightarrow h_c A_{sc} (T_{wc} - T_c) = \text{valor finito que no depende de } A_{sc}$$

De la misma manera en el caso adiabático tampoco participan estas áreas ya que:

$$h = 0 \Rightarrow h_c A_{sc} (T_{wc} - T_c) = 0, \text{ no depende de } A_{sc}$$

Lo que es más, lo que interesa es hA , el producto del área y el coeficiente de convección. El coeficiente de convección como se verá más adelante usa correlaciones de gran indeterminación, por lo que aproximaciones en el cálculo de éstas áreas son admisibles. Por otro lado, se encuentran dificultades en encontrar este dato en tablas de fabricantes, lo que lleva en muchos casos a tener que realizar estimaciones geométricas en el cálculo del área media de los cilindros. A continuación se expone una forma de estimar estas áreas.

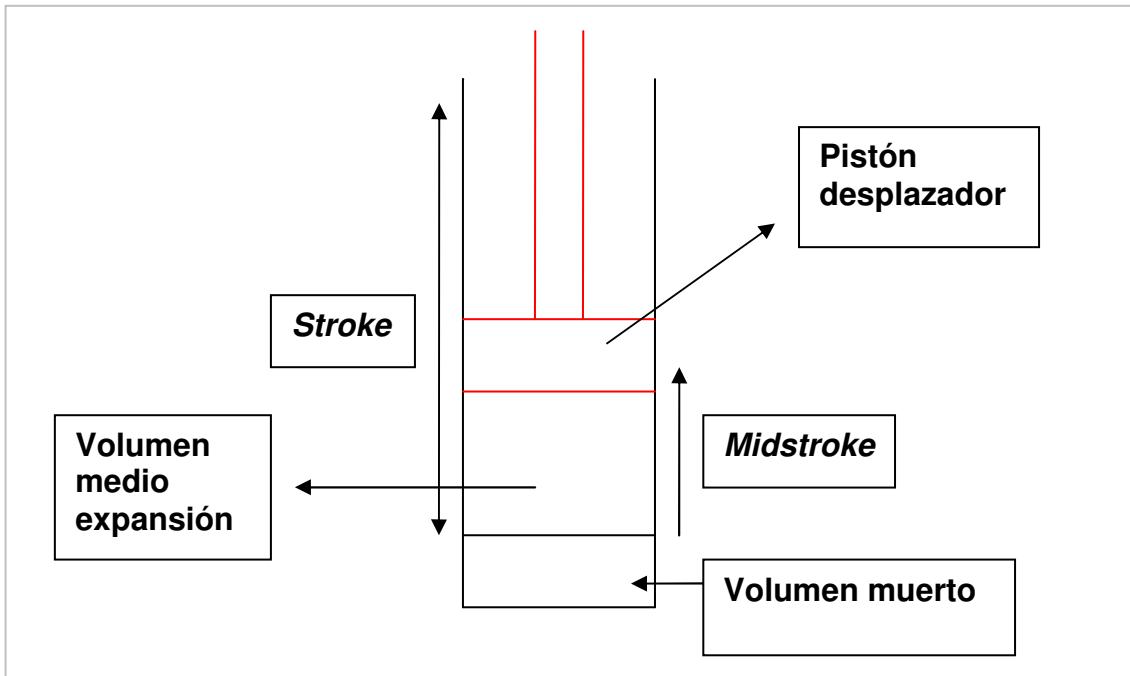


Figura 3: Pistón desplazador en su midstroke (posición intermedia), punto en el que se calcula la superficie media de transferencia de calor

A partir de la representación de la Figura 3 se calcula el área media de la zona de expansión (en la zona de compresión sería equivalente). Al tratarse de un área media se calcula ésta cuando el pistón está en su *midstroke* (mitad de la carrera). De este modo el área media será la suma de las superficies de las paredes del cilindro, fondo del cilindro y superficie del pistón desplazador. También y debido a que existe siempre un volumen muerto, la carrera del pistón desplazador no llega hasta el fondo del cilindro. Por lo que para tener en cuenta este efecto el área se agranda un 25% * quedando así:

$$\overline{Ase} = (\pi D_d \frac{S_{td}}{2} + 2 * (\frac{\pi D_d^2}{4})) * 1.25 \quad 2.8$$

Análogamente el área media de la zona de compresión:

$$\overline{Asc} = (\pi D_d \frac{S_{td}}{2} + \frac{\pi D_d^2}{4} + \frac{\pi D_p^2}{4} + \pi D_p \frac{S_{tp}}{2}) * 1.25 \quad 2.9$$

3 LINEALIZACIÓN ECUACIÓN GAS IDEAL [2 pp.20-22]

Previamente a la resolución de las ecuaciones de conservación que ya han sido expuestas, se hace un paréntesis para linealizar la ecuación de gas ideal. Esto tiene como objetivo poder obtener posteriormente la presión instantánea en el motor. Al linealizar se obtendrán dos ecuaciones, una con los valores medios y otra con los valores fluctuantes. Esta última permitirá calcular la presión instantánea.

* Valor arbitrario que es acorde con las superficies originales del Motor RE1000.

$$PV = mRT \quad \text{Ecuación gas ideal}$$

3.1

Las diferentes variables que aparecen en la ecuación de gas ideal se suponen como un valor medio más un término variable pequeño en comparación con su valor medio para que la linealización surja efecto:

$$P = \bar{P} + \Delta P$$

$$V = \bar{V} + \Delta V$$

$$m = \bar{m} + \Delta m$$

$$T = \bar{T} + \Delta T$$

3.2

Donde:

$$\frac{\Delta P}{\bar{P}} \ll 1 \quad \frac{\Delta m}{\bar{m}} \ll 1 \quad \frac{\Delta T}{\bar{T}} \ll 1 \quad \frac{\Delta V}{\bar{V}} \ll 1 \quad 3.3$$

Sustituyendo estos términos en la ecuación de gas ideal queda:

$$\bar{P}(1 + \frac{\Delta P}{\bar{P}}) = \frac{\bar{m}\bar{R}\bar{T}}{\bar{V}} \frac{(1 + \frac{\Delta m}{\bar{m}})(1 + \frac{\Delta T}{\bar{T}})}{1 + \frac{\Delta V}{\bar{V}}} \quad 3.4$$

Reteniendo sólo los términos de primer orden:

$$\bar{P}(1 + \frac{\Delta P}{\bar{P}}) = \frac{\bar{m}\bar{R}\bar{T}}{\bar{V}} (1 + \frac{\Delta m}{\bar{m}} + \frac{\Delta T}{\bar{T}} - \frac{\Delta V}{\bar{V}}) \quad 3.5$$

Se obtienen por lo tanto estas dos ecuaciones separando los valores medios y los variables:

$$\bar{P} = \frac{\bar{m}\bar{R}\bar{T}}{\bar{V}} \quad 3.6$$

$$\frac{\Delta P}{\bar{P}} = \frac{\Delta m}{\bar{m}} + \frac{\Delta T}{\bar{T}} - \frac{\Delta V}{\bar{V}} \quad 3.7$$

La primera no es más que la ecuación de gas ideal aplicada a los valores medios. Por lo que en todos los volúmenes control del motor se cumple:

$$\bar{P}_w = \frac{\bar{m}_e \bar{R} \bar{T}_e}{\bar{V}_e} = \frac{\bar{m}_c \bar{R} \bar{T}_c}{\bar{V}_c} = \frac{\bar{m}_d \bar{R} \bar{T}_d}{\bar{V}_d} \quad 3.8$$

Sustituyendo 3.2 en 3.7 se obtiene la ecuación que será usada para calcular la presión instantánea:

$$\frac{\bar{P}}{\bar{P}} = \frac{\bar{m}}{m} + \frac{\bar{T}}{T} - \frac{\bar{V}}{V} \quad 3.9$$

Esta ecuación permite obtener la presión por medio de sumas y restas de temperaturas, masas y volúmenes. De esta manera se garantiza la linealidad del sistema.

4 RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE CONSERVACIÓN

4.1 VARIABLES TERMODINÁMICAS ARMÓNICAS

El Método LHA admite que el movimiento de los pistones es armónico. Esto permite la suposición de que las diferentes variables termodinámicas (masa, temperatura, presión, etc.) varían también de forma armónica. De este modo se pueden escribir las diferentes incógnitas que aparecen en las ecuaciones de conservación de la siguiente manera [2 p.26]:

1:	$m_e^* = 1 + y_1 \sin(t^*) + y_2 \cos(t^*)$	Masa en la zona de expansión	4.1.1
2:	$m_d^* = 1 + y_3 \sin(t^*) + y_4 \cos(t^*)$	Masa en la zona muerta	4.1.2
3:	$m_c^* = 1 + y_5 \sin(t^*) + y_6 \cos(t^*)$	Masa en la zona de compresión	4.1.3
4:	$T_e^* = 1 + y_7 \sin(t^*) + y_8 \cos(t^*)$	Temperatura en la zona de expansión	4.1.4
5:	$T_c^* = 1 + y_9 \sin(t^*) + y_{10} \cos(t^*)$	Temperatura en la zona de compresión	4.1.5
6:	$X_d^* = y_{11} \sin(t^*) + y_{12} \cos(t^*)$	Posición del desplazador	4.1.6
7:	$X_p^* = y_{14} \sin(t^*)$	Posición del pistón de potencia	4.1.7

Las variables han sido escritas en forma adimensional para facilitar el tratamiento algebraico (para más información ir a “Apéndice términos adimensionales”). Realmente y_1-y_{10} son las incógnitas termodinámicas que se tienen que resolver mientras que $y_{11}-y_{14}^*$ son las incógnitas cinemáticas que quedan impuestas al definir el movimiento de los pistones a través de sus carreras y desfase. Al sustituir las variables termodinámicas anteriores en las ecuaciones de conservación se obtienen funciones no lineales debido al producto de términos seno y coseno. Para resolverlas, estas son linealizadas usando Series de Fourier. La linealización por Series de Fourier da como resultado una función armónica tal que así [2 p.27]:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \sin(wt) + a_2 \cos(wt) \quad 4.1.8$$

Donde los términos constantes se obtienen integrando:

* y_{13} no se usa, en origen era una variable pensada para motores de pistón libre que no son tratados aquí.

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) dt \quad a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin(wt) dt \quad a_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(wt) dt$$

Este es un proceso laborioso pero sin dificultad más allá de la resolución de las integrales no inmediatas.

4.2 LINEALIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DE CONSERVACIÓN

Las ecuaciones de conservación de la masa son ya lineales por lo que no hace falta aplicar Series de Fourier. La linealización es sólo aplicada por lo tanto a las ecuaciones de conservación de la energía. A continuación se exponen todos los términos de las ecuaciones de conservación de la energía con su correspondiente linealización. Previamente estos han sido escritos en forma adimensional para facilitar su tratamiento algebraico (para más información ir a “Apéndice términos adimensionales”). [2 pp.28-36]

4.2.1 LINEALIZACIÓN: ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA EN LA ZONA DE EXPANSIÓN

Flujo de entalpía

Termino a linealizar:

$$f(t^*) = \mathcal{H}_e^* \frac{dm_e^*}{dt^*} \quad 4.2.1$$

Termino linealizado:

$$\mathcal{H}_e^* \frac{dm_e^*}{dt^*} = \overline{\dot{H}_e^*} + \alpha_1 \sin(t^*) + \alpha_2 \cos(t^*) \quad 4.2.2$$

$$\begin{aligned} \overline{\dot{H}_e^*} &= \frac{\gamma}{\pi} (T_h^* - 1) \sqrt{y_1^2 + y_2^2} + \frac{\gamma}{4} (y_1 y_8 - y_2 y_7) \\ \alpha_1 &= -[FF(1)]y_1 - [\gamma \tau_e + FF(2)]y_2 \\ \alpha_2 &= [\gamma \tau_e - FF(3)]y_1 + FF(1)y_2 \\ FF(1) &= -\frac{2\gamma}{3\pi} (y_8 \cos^3 \theta_e - y_7 \sin^3 \theta_e) \\ FF(2) &= \frac{2\gamma}{3\pi} (y_7 \cos \theta_e (\sin^2 \theta_e + 2) - y_8 \sin^3 \theta_e) \\ \sin \theta_e &= \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2}} \quad \cos \theta_e = \frac{y_2}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2}} \\ \tau_e &= \frac{1}{2}(1 + T_h^*) \end{aligned}$$

Flujo de calor a través de las paredes

Termino a linealizar:

$$h_e^* (\overline{T_{we}^*} - T_e^*) = h_e^* (\overline{T_{we}^*} - 1) + h_e^* (1 - T_e^*) = \overline{\dot{Q}_{we}^*} + h_e^* (1 - T_e^*) \quad 4.2.3$$

Este término ya está en forma armónica luego no hace falta linealizar. Por lo que se obtiene el siguiente término ya linealizado sin más que sustituir la ecuación de la temperatura en la zona de expansión (Ecuación 4.1.4):

$$h_e^* (\overline{T_{we}^*} - T_e^*) = \overline{\dot{Q}_{we}^*} - h_e^* y_7 \sin(t^*) - h_e^* y_8 \cos(t^*) \quad 4.2.4$$

Potencia desarrollada

Termino a linealizar:

$$f(t^*) = (\gamma - 1)(m_e^* + T_e^* - V_e^*) \frac{dV_e^*}{dt^*} \quad 4.2.5$$

Termino linealizado:

$$(\gamma - 1)(m_e^* + T_e^* - V_e^*) \frac{dV_e^*}{dt^*} = \overline{\dot{W}_e^*} + (\gamma - 1)a_1 y_{12} \sin(t^*) - (\gamma - 1)a_1 y_{11} \cos(t^*) \quad 4.2.6$$

$$\overline{\dot{W}_e^*} = \frac{\alpha_0}{2} = \frac{(\gamma - 1)a_1}{2} [y_{12}(y_1 + y_7) - y_{11}(y_2 + y_8)]$$

Cambio en la energía interna

Termino a linealizar

$$\frac{d(m_e^* T_e^*)}{dt^*} \quad 4.2.7$$

Termino linealizado:

$$\frac{d(m_e^* T_e^*)}{dt^*} = 0 - (y_2 + y_8) \sin(t^*) + (y_1 + y_7) \cos(t^*) \quad 4.2.8$$

4.2.2 LINEALIZACIÓN: ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA EN LA ZONA DE COMPRESIÓN

Análogamente se obtiene la linealización de los términos de la ecuación de conservación de la energía en la zona de compresión.

Flujo de entalpía

Termino a linealizar:

$$f(t^*) = \mathcal{H}_c^* \frac{dm_c^*}{dt^*} \quad \text{4.3.1}$$

Termino linealizado:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_c^* \frac{dm_c^*}{dt^*} &= \overline{\dot{H}_c^*} + \alpha_1 \sin(t^*) + \alpha_2 \cos(t^*) \quad \text{4.3.2} \\ \overline{\dot{H}_c^*} &= \frac{\gamma}{\pi} (T_k^* - 1) \sqrt{y_5^2 + y_6^2} + \frac{\gamma}{4} (y_5 y_{10} - y_6 y_9) \\ \alpha_1 &= -[FF(4)]y_5 - [\tau_c + FF(5)]y_6 \\ \alpha_2 &= [\tau_c - FF(6)]y_5 + FF(4)y_6 \\ FF(4) &= -\frac{2\gamma}{3\pi} (y_{10} \cos^3 \theta_c - y_9 \sin^3 \theta_c) \\ FF(5) &= \frac{2\gamma}{3\pi} (y_9 \cos \theta_c (\sin^2 \theta_c + 2) - y_{10} \sin^3 \theta_c) \\ FF(6) &= -\frac{2\gamma}{3\pi} (y_9 \cos^3 \theta_c - y_{10} \sin \theta_c (\cos^2 \theta_c + 2)) \\ \sin \theta_c &= \frac{y_5}{\sqrt{y_5^2 + y_6^2}} \quad \cos \theta_c = \frac{y_6}{\sqrt{y_5^2 + y_6^2}} \\ \tau_c &= \frac{1}{2} (1 + T_k^*) \end{aligned}$$

Flujo de calor a través de las paredes

Termino a linealizar:

$$h_c^* (\overline{T_{wc}^*} - T_c^*) = h_c^* (\overline{T_{wc}^*} - 1) + h_c^* (1 - T_c^*) = \overline{\dot{Q}_{wc}^*} + h_c^* (1 - T_c^*) \quad \text{4.3.3}$$

Termino linealizado:

$$h_c^* (\overline{T_{wc}^*} - T_c^*) = \overline{\dot{Q}_{wc}^*} - h_c^* y_9 \sin(t^*) - h_c^* y_{10} \cos(t^*) \quad \text{4.3.4}$$

Potencia

Termino a linealizar:

$$f(t^*) = (\gamma - 1)(m_c^* + T_c^* - V_c^*) \frac{dV_c^*}{dt^*} \quad \text{4.3.5}$$

Termino linealizado:

$$(\gamma-1)(m_c^* + T_c^* - V_c^*) \frac{dV_c^*}{dt^*} = \overline{\dot{W}_c^*} + (\gamma-1)a_2 y_{12} \sin(t^*) + (\gamma-1)(a_2 y_{11} - a_3 y_{14}) \cos(t^*) \quad 4.3.6$$

$$\overline{\dot{W}_c^*} = \frac{\alpha_0}{2} = \frac{(\gamma-1)}{2} [(a_2 y_{11} - a_3 y_{14})(y_6 + y_{10}) - a_2 y_{12}(y_5 + y_9)]$$

Cambio en la energía interna

Termino a linealizar:

$$\frac{d(m_c^* T_c^*)}{dt^*} \quad 4.3.7$$

Termino linealizado:

$$\frac{d(m_c^* T_c^*)}{dt^*} = 0 - (y_6 + y_{10}) \sin(t^*) + (y_5 + y_9) \cos(t^*) \quad 4.3.8$$

4.3 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA LINEAL

Una vez se tienen todos los términos linealizados las ecuaciones de conservación quedan con la siguiente estructura:

$$\sum \text{Términos constantes} + \sum \text{Términos} \sin(wt) + \sum \text{Términos} \cos(wt) = 0 \quad [2 \text{ p.129}] \quad 4.3$$

Los términos constantes hacen referencia a los valores medios a lo largo del ciclo. En el caso de la potencia será la potencia neta del motor, en el caso de la energía interna será cero al tratarse de un análisis cíclico estacionario, etc. Mientras que los términos de seno y coseno son los que representan conjuntamente tanto la amplitud como el desfase de las variables termodinámicas.

Como se observa en las ecuaciones **4.1.1-4.1.7** las incógnitas y1-y10 representan la parte variable, luego para obtenerlas se ha de resolver el sistema formado por los términos de seno y coseno. De este modo quedan dos ecuaciones independientes por cada ecuación de conservación, en total diez ecuaciones y diez incógnitas que escritas en forma matricial quedan como se observa en la Figura 4:

1	$-\frac{h_e}{\frac{m}{w}} k_{pe}^*$	-1	0	0	0	1	0	0	0	y_1	$-a_1 y_{11}$
	$-\frac{h_e}{\frac{m}{w}} k_{pe}^*$	1	0	-1	0	0	0	1	0	y_2	$-a_1 y_{12}$
0	$-\frac{h_e}{\frac{m}{w}} k_{pc}^*$	1	$-\frac{h_d}{\frac{m}{w}} k_{pc}^*$	-1	0	0	0	-1	0	y_3	$-a_2 y_{11} + a_3 y_{14}$
	$-\frac{h_e}{\frac{m}{w}} k_{pc}^*$	0	$-\frac{h_d}{\frac{m}{w}} k_{pc}^*$	1	0	-1	0	0	0	y_4	$-a_2 y_{12}$
0	$-\frac{h_e}{\frac{m}{w}}$	0	$-\frac{h_d}{\frac{m}{w}}$	k_{mc}^*	$-\frac{h_c}{\frac{m}{w}}$	0	0	k_{mc}^*	0	y_5	$k_{mc}^* (a_2 y_{11} - a_3 y_{14})$
	$-\frac{h_e}{\frac{m}{w}}$	0	$-\frac{h_d}{\frac{m}{w}}$	k_{mc}^*	$-\frac{h_c}{\frac{m}{w}}$	0	0	0	k_{mc}^*	y_6	$k_{mc}^* a_2 y_{12}$
$D(7,1)$	$D(7,2)$	0	0	0	0	h_e^*	-1	0	0	y_7	$-(\gamma - 1) a_1 y_{12}$
$D(8,1)$	$D(8,2)$	0	0	0	0	1	h_e^*	0	0	y_8	$(\gamma - 1) a_1 y_{11}$
0	0	0	0	$D(9,5)$	$D(9,6)$	0	0	h_c^*	-1	y_9	$(\gamma - 1) a_2 y_{12}$
0	0	0	0	$D(10,5)$	$D(10,6)$	0	0	1	h_c^*	y_{10}	$-(\gamma - 1) (a_2 y_{11} - a_3 y_{14})$

Figura 4: Sistema de ecuaciones en forma matricial
Método LHA [2 p.39]

$$\begin{aligned}
 D(7,1) &= FF(1) \\
 D(7,2) &= -I + \gamma \tau_e + FF(2) \\
 D(8,1) &= I - \gamma \tau_e + FF(3) \\
 D(8,2) &= -FF(1) \\
 D(9,5) &= FF(4) \\
 D(9,6) &= -I + \gamma \tau_c + FF(5) \\
 D(10,5) &= I - \gamma \tau_c + FF(6) \\
 D(10,6) &= -FF(4)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Algunas de los términos linealizados dependen de \bar{T}_e y \bar{T}_c (temperaturas medias en las zonas de expansión y compresión respectivamente) que a priori son desconocidos. Esto significa que las ecuaciones no son completamente lineales. La solución está en usar un proceso iterativo donde se les supone un valor inicial ($\bar{T}_e = Th$ y $\bar{T}_c = Tk$). Se resuelven las ecuaciones y se actualizan los valores de las temperaturas medias, repitiendo este proceso hasta que se alcance la convergencia (normalmente no más de 10 iteraciones son necesarias) [2 p.40].

5 METODOLOGÍA DE APLICACIÓN

El Método LHA aplicado a los diferentes volúmenes de control, da lugar a un conjunto de ecuaciones que después de ser linealizadas se resuelven por métodos matriciales convencionales y permite conocer las principales variables de comportamiento del motor (potencia, flujos de calor, temperatura, etc.). La Figura 5 muestra un esquema del proceso de aplicación del Método LHA.

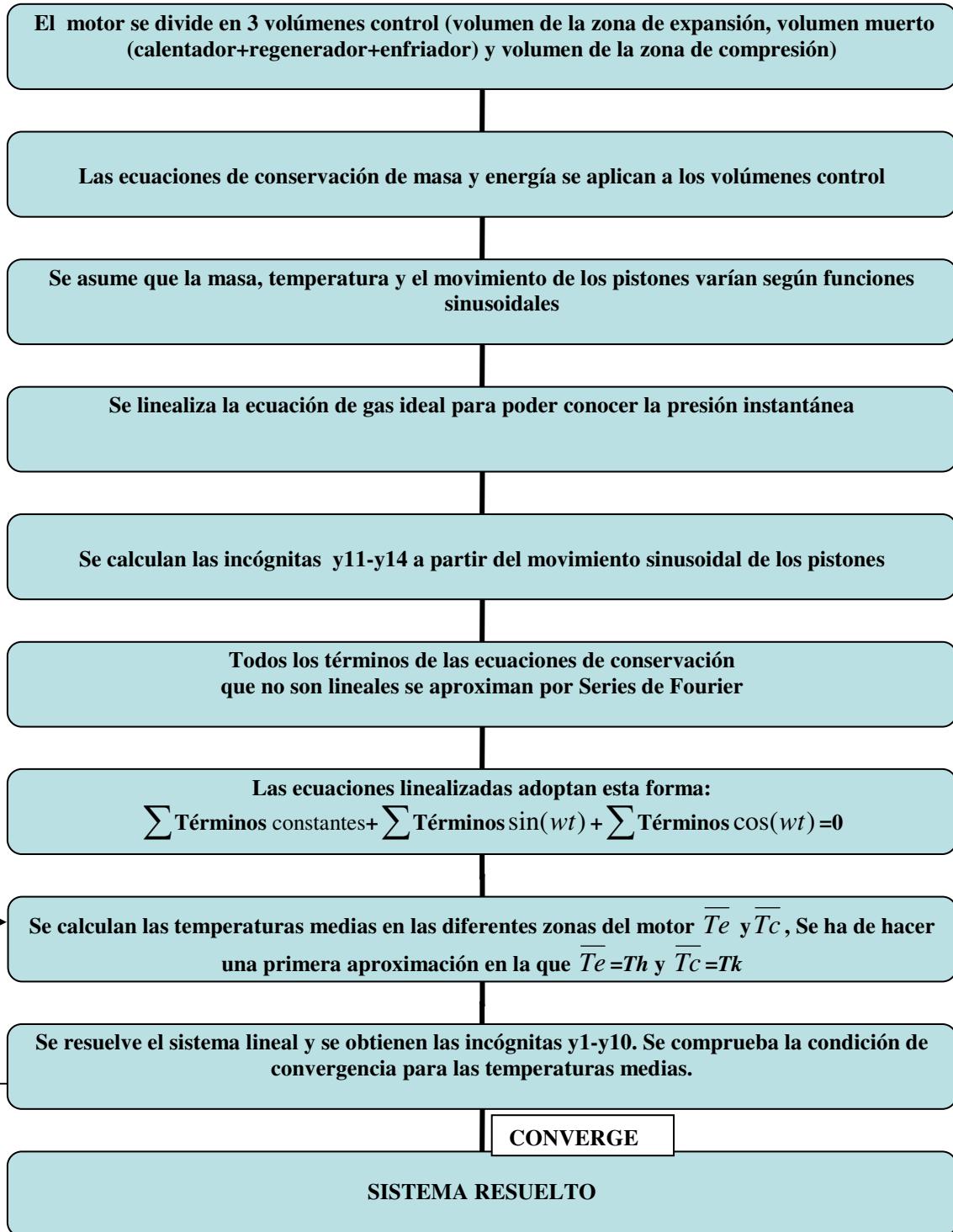


Figura 5: Esquema Método LHA

6 MEJORAS AL LHA

6.1 INTRODUCCIÓN

Una vez resuelto el sistema, se obtienen las incógnitas $y1-y14$ y por lo tanto las ecuaciones **4.1.1-4.1.7** quedan resueltas. Todos los términos termodinámicos linealizados (energía interna, potencia, flujo de calor, flujos máicos, temperaturas, volúmenes) quedan de este modo definidos. Se conocen tanto sus valores medios como sus términos variables.

Las constantes he , hc , Kpe , Kpc y Kmc , coeficientes de convección, de caídas de presión y de fugas (*leakage*) respectivamente, son a priori desconocidos. Con el Método LHA original hay que asignarles valores manualmente o valores obtenidos de experimentación directa con el motor. Por ello, una mejora planteada en este proyecto ha consistido en calcular estas constantes a través de diferentes correlaciones y en función de las variables de entrada del motor. Otra importante mejora llevada a cabo ha sido el adaptar el Método LHA para que sea posible su uso en los tres tipos más importantes de motores Stirling (Alpha, Beta y Gamma). Las ecuaciones de conservación han sido resueltas para un motor tipo Beta, que por su estructura volumétrica equivalente son también válidas para un motor tipo Gamma (Para más información ir a tipos de motor). Por el contrario, para poder resolver con las ecuaciones planteadas el ciclo termodinámico de un motor tipo Alpha, se deben aplicar unos cambios en la geometría de este motor que permitan que el ciclo termodinámico sea equivalente al de un motor tipo Beta.

6.2 COEFICIENTES DE CONVECCIÓN

Para el cálculo de los coeficientes de convección he y hc no existen correlaciones validas específicas para motores Stirling. Por esta razón y debido a los aceptables resultados obtenidos se han usado correlaciones de amplio uso en MACI, en concreto la de *Woschni* y la de *Eichelberg*, las cuales se describen a continuación.

WOSCHNI [4]

$$h = Dd^{-0.2} P^{0.8} T^{-0.55} wgas^{0.8} \quad 6.2.1$$

Donde

- h : Coeficiente de convección ($\frac{W}{m^2 K}$)
- Dd : Diámetro del pistón desplazador (m)
- P : Presión (kPa)
- T : Temperatura (K)
- $wgas$: Velocidad media del gas ($\frac{m}{s}$). En la misma correlación se aproxima esta velocidad por $0.8S_p$ donde S_p es la velocidad media del pistón de potencia calculada mediante:

$$S_p = 2fS_t \left(\frac{m}{s} \right)$$

Donde f : Frecuencia de giro (hz)

S_t : Carrera del pistón de potencia (m).

EICHELBERG [4]

$$h = 0.00243Sp^{\frac{1}{3}}(PT)^{\frac{1}{2}} \quad 6.2.2$$

Donde

- h : Coeficiente de convección ($\frac{kW}{m^2 K}$)
- Sp : Velocidad media del pistón de potencia ($\frac{m}{s}$)
- T : temperatura (K)
- P : Presión (atm)

Realmente tanto la temperatura como la presión varían continuamente, luego el coeficiente de convección tiene un valor diferente en cada instante. Por lo que se aproxima este valor usando la presión media \bar{P}_w y la temperatura de cada foco según estemos calculando el coeficiente de convección en la zona de expansión (Th) o en la de compresión (Tk).

Se observa que las propias correlaciones tienen discrepancias matemáticas entre ellas. *Woschni* disminuye el coeficiente de convección al aumentar la temperatura, mientras que *Eichelberg* por el contrario lo aumenta. De todas formas estas discrepancias están dentro del espíritu de la aproximación, ya que lo importante es conseguir acertar en el orden de magnitud del coeficiente de convección, más que en un valor exacto.

Una vez se tienen ya calculados los coeficientes de convección sabemos en que situación se encuentra el motor simulado en cuanto a si es isotermo (h alto), adiabático (h bajo) o semiadiabático (h intermedio).

6.3 COEFICIENTES DE CAÍDAS DE PRESIÓN

6.3.1 CAÍDA DE PRESIÓN EN LOS INTERCAMBIADORES

Las pérdidas por caídas de presión quedan definidas en las ecuaciones a través de las constantes Kpe y Kpc , como se observa en las dos primeras ecuaciones de conservación (ecuación 1 y ecuación 2). Kpe y Kpc son una medida de la resistencia del fluido al circular por el calentador/enfriador. De la mecánica de fluidos se conoce la caída de presión a lo largo de un tubo de sección circular como:

$$\Delta P = \frac{C_f \rho v^2 l}{2d_h} \quad [5 \text{ pp.431-432}] \quad 6.3$$

Donde C_f es el coeficiente de fricción y depende del régimen de circulación del fluido:

$$C_f = \frac{64}{Re} \text{ en régimen laminar y tubos de sección circular } Re < 2000$$

$$C_f = \frac{98}{Re} \text{ en régimen laminar y tubos de sección plana } Re < 2000$$

$$C_f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \text{ en régimen turbulento y cualquier sección } Re > 2300$$

En los intercambiadores de calor del motor Stirling se va a tener siempre régimen turbulento.

Una vez calculada la caída de presión entre el calentador/enfriador y la zona de expansión/compresión (ecuación 6.3), se obtiene Kpe y Kpc con las siguientes ecuaciones:

$$Kpe = \frac{\Delta Pe}{m_{flow}} \quad 6.4$$

$$Kpc = \frac{\Delta P_c}{m_{flow}} \quad 6.5$$

NÚMERO DE REYNOLDS

El Número de Reynolds necesario para conocer el coeficiente de fricción se puede calcular de la siguiente manera:

$$Re = \frac{\rho v d_h}{\eta} \quad 6.6$$

Donde:

- d_h : diámetro hidráulico que para tubos circulares coincide con el diámetro geométrico (m)
- ρ : densidad del gas ($\frac{Kg}{m^3}$). La densidad se supone a la temperatura del foco (Th o Tk) y a la presión media (\overline{Pw}). Por lo cual se calcula directamente a partir de la densidad en condiciones normales ($20^\circ C$ y 1 atm) por medio de la ecuación de gas ideal: $\rho = \rho_{cn} \frac{T}{293} \frac{\overline{Pw}}{1atm}$
- η : viscosidad dinámica ($Pa*s$) a la temperatura del foco. Se calcula a partir de la viscosidad en condiciones estándar ($0^\circ C$ y 1 atm) y suponiendo una variación respecto a la temperatura tal que así: $\eta = \eta_{ce} \left(\frac{T}{273} \right)^{0.7}$ [6]
- v : velocidad del gas ($\frac{m}{s}$)

La viscosidad y la densidad del gas necesarias para calcular el Número de Reynolds se obtienen en condiciones estándar de una pequeña base de datos para Helio, Hidrógeno, Aire y Nitrógeno (gases más comunes en los motores Stirling). Los calores específicos

de estos gases se calculan en función de la temperatura por medio de la aproximación polinómica para gas ideal [7 p.795]. Esta forma de cálculo solo es válida entre 300 K y 1000 K por lo que estudios paramétricos en otros rangos pueden dar errores de programa.

Por otro lado, para el cálculo de la velocidad del gas en los intercambiadores es necesario conocer previamente el flujo másico medio que circula por ellos y aplicar la fórmula de continuidad:

$$v = \frac{m_{flow}}{A_{total} * \rho} \quad 6.7$$

En la fórmula 6.7, A_{total} indica el área total del calentador/enfriador. Concretamente es el área de la sección circular de un tubo del intercambiador multiplicado por el número de tubos.

FLUJO MÁSICO

El cálculo del flujo másico necesario para calcular la velocidad del gas es un proceso complejo. Debido a las caídas de presión y a sobretodo las grandes diferencias de temperaturas a lo largo del motor, el flujo másico en cada instante no es el mismo en todo el motor, varía tanto en modulo como en fase. Para poder tratar este problema hay que considerar un flujo másico medio a lo largo de todo el motor tal que así [5 pp.98-102]:

$$\dot{m}_m = \frac{w}{\pi} \rho_{em} V_0 (1 + \xi^2)^{\frac{1}{2}} \sin \theta \quad * \quad 6.8$$

Donde:

- \dot{m}_m : flujo másico medio ($\frac{Kg}{s}$)
- ρ_{em} : densidad media en el lado de expansión ($\frac{Kg}{m^3}$)
- w : frecuencia de giro ($\frac{rad}{s}$)
- V_0 : volumen barrido por el pistón desplazador (m^3)
- $\tan \theta = \frac{w \sin \phi}{\tau + w \cos \phi}$ y $w=k$ (relación entre la variación del volumen de compresión y la variación del volumen de expansión). Ver apartado *Equivalencia Alpha-Beta*.
- $\tau = \frac{T_k}{T_h}$ (ratio de temperaturas)
- ϕ : ángulo de desfase entre los pistones en motores alpha. Ver apartado *Equivalencia Alpha-Beta*

* Esta ecuación está calculada en base a un motor Alpha. Debido a la dependencia en múltiples variables tanto geométricas como termodinámicas, esta fórmula da lugar a veces a discontinuidades que pueden afectar a los resultados del programa.

Previamente a la implementación de esta formula se estudió otra manera de estimar el flujo másico medio a través de la ecuación de continuidad y teniendo en cuenta únicamente el movimiento del pistón de potencia resultando la siguiente ecuación:

$$\dot{m}_m = \overline{S_p} A_p \rho_c \left(\frac{Kg}{s} \right) \quad 6.9$$

Donde:

- $\overline{S_p}$: velocidad media del pistón de potencia ($\frac{m}{s}$)
- A_p : área de la sección del pistón de potencia (m^2)
- ρ_c : densidad media en la zona de compresión ($\frac{Kg}{m^3}$)

Tras varias simulaciones se observó que esta formula daba resultados del flujo másico superiores a los esperados y se decidió entonces implementar la ecuación 6.8.

6.3.2 CAÍDA DE PRESIÓN EN EL REGENERADOR

Una vez calculadas las constantes de caída de presión en los intercambiadores de calor (*enfriador* y *calentador*), falta todavía añadir la que normalmente es la mayor fuente de pérdidas por presión, el regenerador.

En las ecuaciones de conservación de la masa (ecuación 1 y ecuación 2) las caídas por presión quedan reflejadas mediante las constantes Kpe y Kpc , que son las pérdidas por presión entre la zona de expansión/compresión y la zona muerta respectivamente.

El regenerador está obviamente en la zona muerta, en medio del *enfriador* y el *calentador*, por lo que para añadir estas pérdidas lo que se va a hacer es calcular la constante Kpr (medida de la resistencia del fluido al circular por el regenerador) y para poder usarlo en las ecuaciones se añadirá la mitad de este parámetro a Kpe y la otra mitad a Kpc , quedando de este modo todas las pérdidas por presión incluidas en las ecuaciones.

La estimación del valor de Kpr es compleja, debido a la gran divergencia de los resultados en función de la correlación usada. El problema procede de que ya no estamos trabajando con tubos circulares si no con una malla (puede ser tratada como un lecho fluidizado). Hay problemas en aplicar correlaciones debido a la naturaleza del motor Stirling, con el gas circulando de un lado a otro constantemente, sin alcanzarse un estado estacionario (las correlaciones disponibles suponen flujo estacionario) [3] p.77. También hay falta de información proporcionada por fabricantes, manteniendo cierto secretismo en este aspecto. Por tanto en este apartado se deben coger los resultados con cautela, y si bien una correlación puede ajustar bien los resultados para un motor, puede por el contrario dar resultados erróneos en otro. En cuanto al proceso de cálculo de Kpr es análogo al de Kpe y Kpc , si bien hay que tener en cuenta que el regenerador se supone a la temperatura media $Tm = \frac{Th + Tk}{2}$. En realidad la temperatura sería distinta en cada punto del regenerador con una caída lineal a lo largo del mismo entre Th y Tk . [13]

pp.304-305] También al no tratar ya con tubos circulares sino con mallas, el diámetro hidráulico no coincide con el geométrico y se calcula mediante:

$$d_h = D_{\text{wire}} \frac{e}{1-e} \quad [3 \text{ pp.14-15}] \quad 6.10$$

Donde:

- D_{wire} : el diámetro del fino cable que forma la malla del regenerador, cuyo tamaño suele ser del orden de μm (ej. $50 \mu\text{m}$)
- e : porosidad del regenerador. Está relacionada con el factor de relleno (*filling factor* f) mediante la siguiente formula: $f = 1 - e$ [5 p.115]

La velocidad del gas que se usa al calcular la caída de presión ΔP en el regenerador mediante 6.3 no es la velocidad real que hay en el regenerador, sino una velocidad ficticia suponiendo que toda la sección del regenerador está libre sin malla [5 p.431]. Finalmente se exponen las correlaciones seleccionadas para calcular el coeficiente de fricción C_f . Estas han sido elegidas teniendo en cuenta los aceptables resultados obtenidos en los motores estudiados con el programa. También se ha buscado que haya una cierta variabilidad en los coeficientes de fricción obtenidos. De esta manera se garantiza que alguna correlación al menos aproximará aceptablemente las pérdidas por presión en el regenerador. Hay cinco correlaciones a elegir:

1-*Correlación de Kim* [8]

$$C_f = \frac{488}{\text{Re}} + 1.92 \quad 6.11$$

2-*Correlación de Mulder and Monk* [5 p.432]

$$C_f = \left(3.9 + \frac{86}{\text{Re}}\right) \left(5.4 + 32f + 53f^2\right) \quad 6.12$$

3-*Correlación de Mills (Lecho fluidizado)* [6]

$$\frac{dP}{dx} = \frac{150\mu V}{d_h^2} + \frac{1.75\rho V^2}{d_h} \quad 1 < \text{Re} < 10^4 \quad 6.13$$

4-*Malla de Gauzes (200 μm)* [5 p.252]

$$C_f = 34.004 * \exp(-0.0039 \text{Re} r)^* \quad 6.14$$

5-*Malla de Metnet* [5 p.252]

$$C_f = 119.71 * \exp(-0.005 \text{Re} r)^* \quad 6.15$$

* Estas dos funciones son realmente parametrizaciones hechas en Excel de las gráficas del libro “The Phillips Stirling Engine” de O.Hargreaves Pág. 252

6.3.3 RESUMEN PARA EL CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS POR PRESIÓN

La Figura 6 es un resumen que muestra el algoritmo de cálculo para las caídas de presión tanto en calentador, enfriador y regenerador.

El proceso matemático para calcular las caídas de presión es análogo tanto en los intercambiadores como en el regenerador. Hay que tener en cuenta no obstante que las temperaturas son diferentes en cada zona (temperatura del foco caliente en el calentador, temperatura del foco frío en el enfriador y temperatura media del motor en el regenerador) y que el cálculo del coeficiente de fricción a partir del Número de Reynolds depende de la correlación usada como ha sido explicado anteriormente.

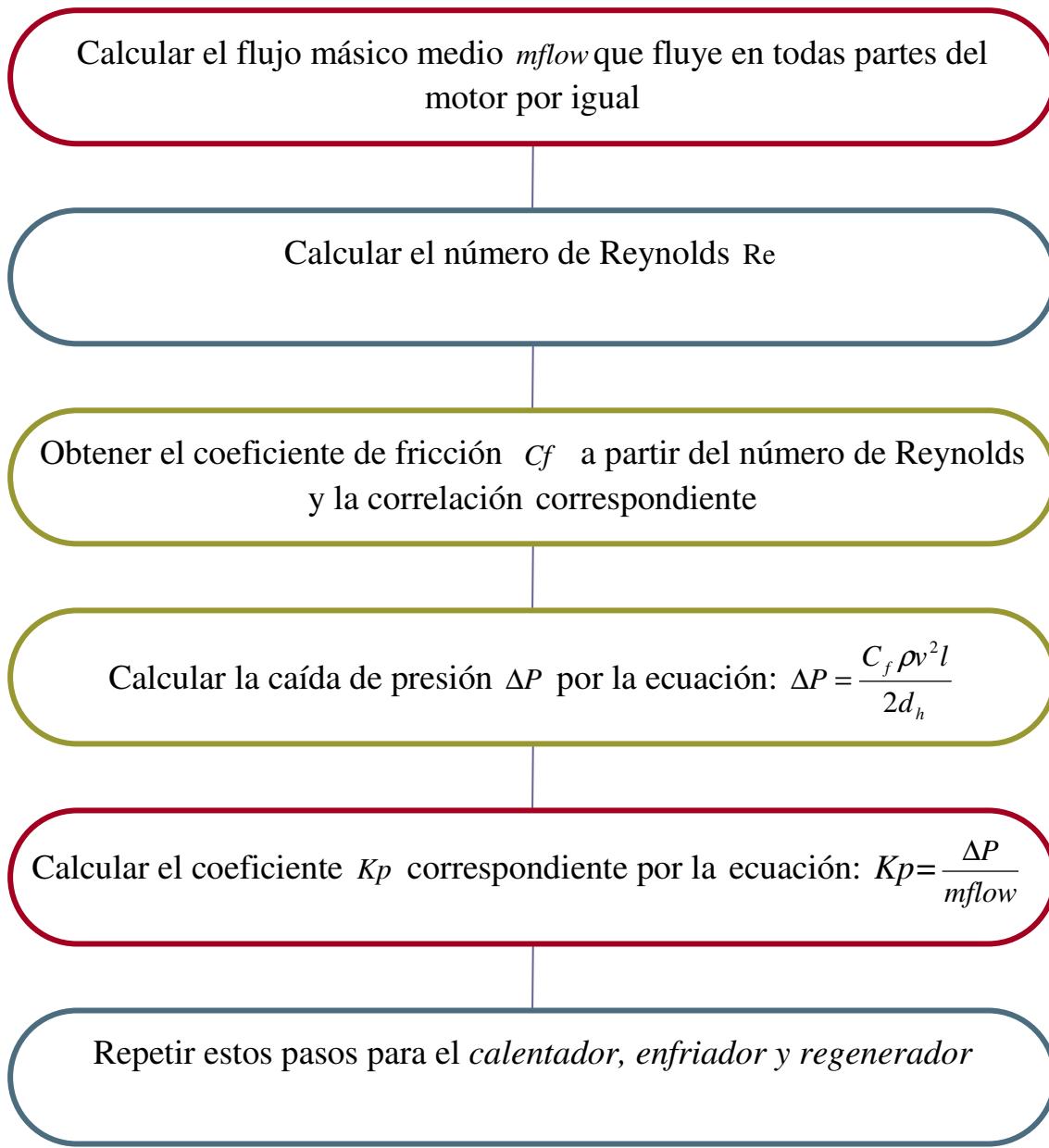


Figura 6: Algoritmo para calcular la constante de caídas de presión

6.4 COEFICIENTE DE FUGAS (LEAKAGE)

En último lugar es necesario evaluar Kmc , el término de las pérdidas por fugas (*leakage*). Las pérdidas por fugas cuantitativamente no suelen ser relevantes en un motor Stirling, dependiendo de la holgura que se deje entre el pistón de potencia y el cilindro. En condiciones normales esta pérdida origina una disminución de la potencia indicada de entorno a un 3% [5 pp.117-118&226-228].

Por el contrario es un problema constructivo y de diseño importante. El sellado es una de las principales causas de fallo en el motor por el desgaste que sufre, lo cual provoca que aumenten las fugas y por tanto una reducción tanto de la potencia como de la eficiencia desarrollada. En un motor Stirling tipo Beta se realizan tres tipos de sellado: Sellado exterior entre el bloque motor presurizado y el ambiente, sellado interior a lo largo del desplazador y sellado interior a lo largo del pistón de potencia. El primero soporta toda la diferencia de presión aunque al no formar parte de los volúmenes control se considera perfecto. El segundo soporta toda la diferencia de temperatura entre la zona de compresión y expansión, pero no es necesario un sellado muy estanco debido a que el flujo a través de él actúa como un regenerador. El último tipo de sellado es el que afecta a las fugas consideradas en el Método LHA. Este último sellado tiene que ser muy estanco y por lo tanto se realiza en la zona de compresión, debido a que las altas temperaturas de la zona de expansión no permiten el uso de materiales de sellado asequibles [5 pp.223-241]. Existe una correlación para determinar Kmc :

$$m_{leakage} = \frac{\pi D \delta}{12 \nu L} (P_{cylinder} - P_{media}) \quad [9] \quad 6.3.1$$

Por inspección se observa que el término que multiplica la diferencia de presiones $\frac{\pi D \delta}{12 \nu L}$ es precisamente Kmc donde D es el diámetro del pistón de potencia (m), ν es la viscosidad dinámica ($Pa \cdot s$), δ es la holgura entre pistón y cilindro (m) y L es el doble de la distancia entre *piston top* y *piston tip* (m)^{**}. Este último dato es muy difícil de conocer en tablas de fabricantes, y debido a que el valor de Kmc afecta notablemente a los resultados del motor, se ha decidido dejarlo por defecto como cero, con la posibilidad de introducir el valor manualmente.

6.5 EQUIVALENCIA ALPHA-BETA

El Método LHA usa como base de cálculo un motor tipo Beta, siendo también válido para motores Gamma, al ser su estructura volumétrica equivalente. En cambio, y debido a la diferente configuración de los pistones de un motor Alpha, es necesario realizar unos cambios en la geometría de éste que garanticen que la variación volumétrica es la misma que en un motor Beta. La idea final es que dado un motor tipo Alpha, hay que encontrar el tipo Beta que desarrolle el ciclo termodinámico equivalente. [13 pp.93-101]

En el motor tipo Alpha, la carrera de cada pistón determina el volumen barrido en la zona de expansión o compresión. Por lo que los parámetros k y λ son iguales:

^{**}Distancia entre el fondo del pistón y el agujero del bulón por el que se acopla la biela.

Motores Alpha

$$k = \frac{V_c}{V_e} \text{ (Relación de volúmenes barridos en cada zona (expansión y compresión))}$$

$$\lambda = \frac{V_{pc}}{V_{pe}} \text{ (Relación de volúmenes barridos por cada pistón)}$$

$$k = \lambda$$

En motores tipo alpha, el desfase geométrico de los pistones β coincide con el desfase volumétrico $\alpha \rightarrow \alpha = \beta$

En el motor tipo Beta el volumen de la zona de compresión depende del movimiento de ambos pistones, por lo que el volumen barrido por el pistón de potencia no es igual al volumen barrido en la zona de compresión. Entonces los parámetros k y λ no son iguales en el caso general:

Motores Beta

$$k = \frac{V_c}{V_e} \text{ (Relación de volúmenes barridos en cada zona (expansión y compresión))}$$

$$\lambda = \frac{V_p}{V_d} \text{ (Relación de volúmenes barridos por pistón y desplazador)}$$

$$k \neq \lambda$$

Para motores tipo beta, el desfase geométrico β y volumétrico α es generalmente distinto $\rightarrow \alpha \neq \beta$

Por lo tanto lo que se busca es conocer k y el desfase en motores alpha α , obtener el equivalente factor λ y desfase geométrico en motores beta β . Este cambio garantiza que el ciclo termodinámico sea equivalente. Para lo cual se hace uso de las siguientes ecuaciones:

$$\tan(\beta) = \frac{k \sin(a)}{k \cos(a) + 1} \quad \mathbf{6.4.1} \quad \lambda = \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos(a)} \quad [\text{13 pp.93-101}] \quad \mathbf{6.4.2}$$

Para tratar estos nuevos datos en el programa realizado hay que tener en cuenta lo siguiente:

λ no está explícitamente dado como dato a introducir en el programa, por lo que se tiene que calcular el nuevo V_p (volumen barrido por el pistón de potencia), y conocido éste, la nueva carrera del pistón St por medio de estas ecuaciones:

$$\lambda = \frac{V_p}{V_d} \quad \text{y} \quad V_p = St \cdot Ap \quad \mathbf{6.4.3}$$

Donde:

- Ap : Área del pistón de potencia
- St : Carrera del pistón de potencia

Esto garantiza que los nuevos datos de entrada de un motor tipo Alpha, satisfacen el ciclo termodinámico equivalente de un motor tipo Beta modelado por el Método LHA.

7 TIPOS DE MOTOR [\[1\] Cap.4\]](#)

Hay dos grandes grupos de motores principalmente, los motores de pistón libre (*free piston*) y los de pistón fijo (*kinematics*). Los motores de pistón libre no tienen un mecanismo externo que guíe el movimiento de los pistones sino que la diferencia de presión a los dos lados del pistón determina su movimiento debido a los propios procesos de expansión y compresión que ocurren en diferentes partes del motor.

Los motores de pistón fijo son aquellos en los que el movimiento de los pistones esta fijado por un mecanismo externo y se supone de este modo independiente de los procesos termodinámicos que tengan lugar en el motor.

En el Método LHA mejorado se tratan los motores de pistón fijo, dentro de los cuales se distinguen 3 tipos: *Beta*, *Alpha* y *Gamma*.

El **motor Beta** tiene dos pistones, el pistón de potencia y el pistón desplazador. En este caso la zona de expansión la determina por si solo el pistón desplazador, mientras por el contrario la zona de compresión queda determinada por el espacio entre el pistón desplazador y el pistón de potencia, dependiendo pues de ambos como se observa en la Figura 7:

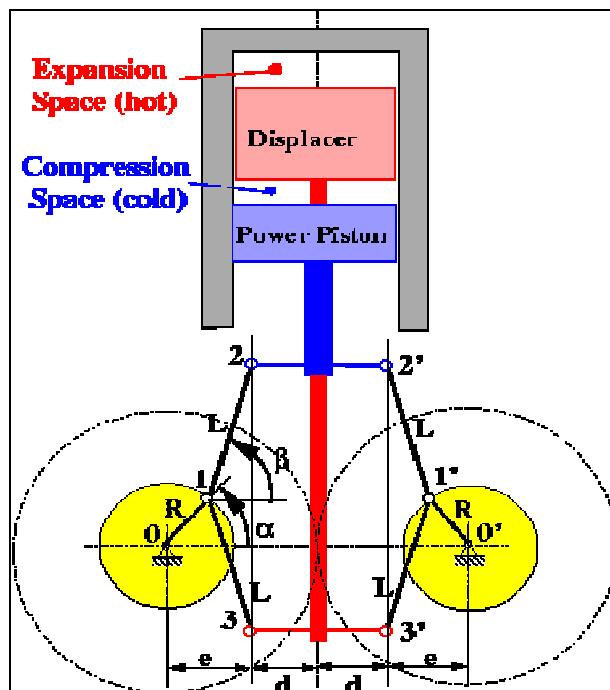


Figura 7: Esquema de motor tipo beta con mecanismo de movimiento de los pistones de tipo rómbico. [\[10\]](#)

El **motor Alpha** tiene dos pistones, pero en este caso no hay un pistón desplazador único, sino que el desplazamiento se realiza por acción conjunta de ambos pistones. Un pistón es el de compresión y está situado en la zona fría (T_k) y el otro de expansión situado en la zona caliente (T_h). Cada pistón por si solo determina el tamaño de su correspondiente zona (expansión o compresión respectivamente) como se ve en la Figura 8:

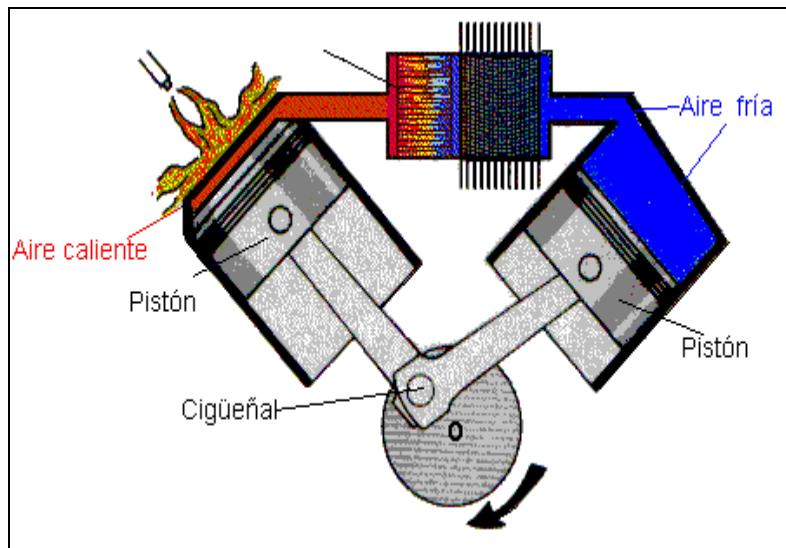


Figura 8: Esquema de motor tipo alpha. [\[11\]](#)

El **motor Gamma** es estructuralmente igual que uno Beta pero en el que el pistón de desplazador se sitúa en un cilindro distinto al del pistón de potencia, simplificando de esta manera el montaje pero aumentando el volumen muerto como se ve en la Figura 9:

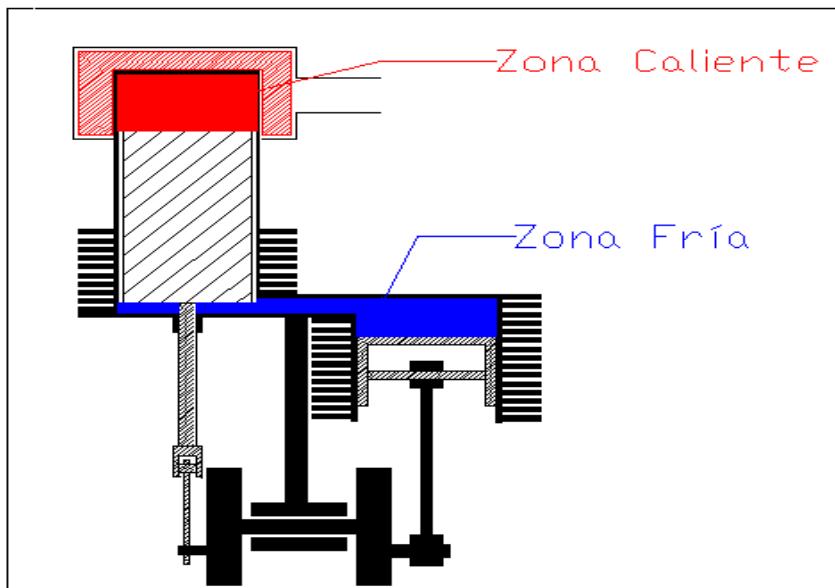


Figura 9: Esquema de motor tipo gamma. [\[12\]](#)

CICLO TERMODINÁMICO MÉTODO LHA

ANEXO 2/7

CICLO TERMODINÁMICO MÉTODO LHA

1 CICLO DE STIRLING IDEAL

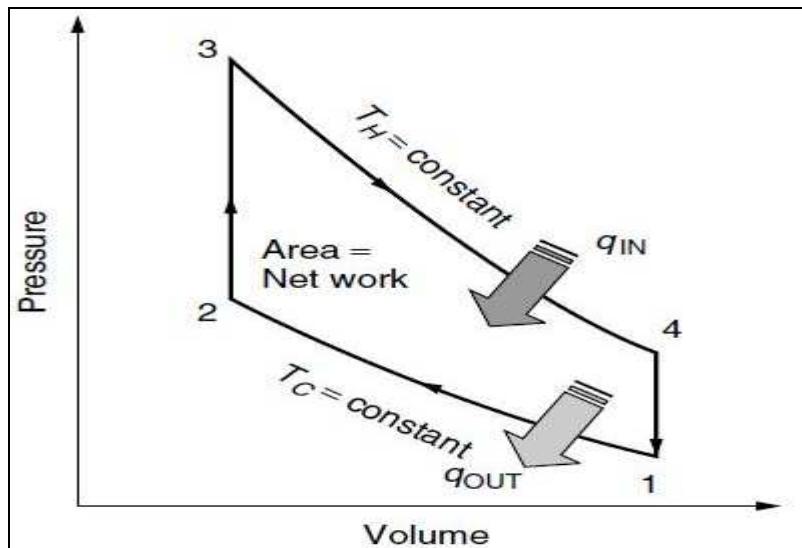


Figura 1: Diagrama presión-volumen del ciclo de Stirling ideal [16]

El ciclo termodinámico ideal de Stirling está compuesto por los siguientes procesos representados en la Figura 1 [1 pp.1-6]:

- 1-2:** Compresión isoterma (T_c) mientras el flujo de calor (Q_{out}) es transmitido del gas al foco frío. Este proceso tiene lugar completamente en la zona de compresión.
- 2-3:** Calentamiento isócoro desde la temperatura del foco frío (T_c) hasta la temperatura del foco caliente (T_h), aumentando por lo tanto la presión. Este calor es obtenido del regenerador (Q_{reg}), mientras el gas lo atraviesa al pasar de la zona de compresión a la zona de expansión.
- 3-4:** Expansión isoterma (T_h) mientras el flujo de calor (Q_{in}) es introducido al gas desde el foco caliente. Este proceso tiene lugar completamente en la zona de expansión.
- 4-1:** Enfriamiento isócoro desde la temperatura del foco caliente (T_h) hasta la temperatura del foco frío (T_c), reduciéndose la presión. Este calor es almacenado en el regenerador (Q_{reg}), mientras el gas lo atraviesa al pasar de la zona de expansión a la zona de compresión. Se vuelve al punto 1 cerrándose el ciclo.

La diferencia entre Q_{in} (calor neto introducido durante el ciclo) y Q_{out} (calor neto extraído durante el ciclo) es W_{neto} (trabajo neto del ciclo) y la eficiencia (η) por tanto se puede escribir de la siguiente manera:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad 1$$

Esta eficiencia como no podía ser de otra manera es la eficiencia de Carnot, ya que se han supuesto todos los procesos sin pérdidas.

2 CICLO STIRLING TRATADO POR EL MÉTODO LHA

El ciclo ideal anteriormente expuesto no es alcanzado nunca, y no debe ser ni siquiera el objetivo al diseñar un motor Stirling el acercarse a este ciclo. Muchos expertos sobre el motor Stirling culpan de las falsas expectativas que genera el ciclo ideal, y que cuando un motor Stirling se construye y su ciclo termodinámico está lejos del ciclo ideal se considere como un fracaso [3]. El por qué de estas diferencias se explica a continuación:

Realmente la alta frecuencia de giro del motor genera que el tiempo que el gas está en las zonas de expansión/compresión sea muy pequeño y no de prácticamente tiempo a la transferencia de calor por convección a través de las paredes. Lo cual hace que el gas dentro se comporte a menudo adiabáticamente en lugar de manera isoterma [1 pp. 33-34]. De esta forma es necesario añadir intercambiadores de calor (enfriador y calentador) para introducir y extraer el calor del gas.

Por otra parte el ciclo ideal requeriría movimiento discontinuo de pistones para conseguir calentamientos/enfriamientos isócoros mientras el gas atraviesa el regenerador (como se observa en la Figura 1). Lo cual no es práctico en un motor que gira a gran velocidad. Realmente los pistones se mueven simultáneamente y prácticamente de forma armónica [1 pp.5-6]. El resultado es que el diagrama PV real tiene una forma más redondeada como se muestra en la Figura 2:

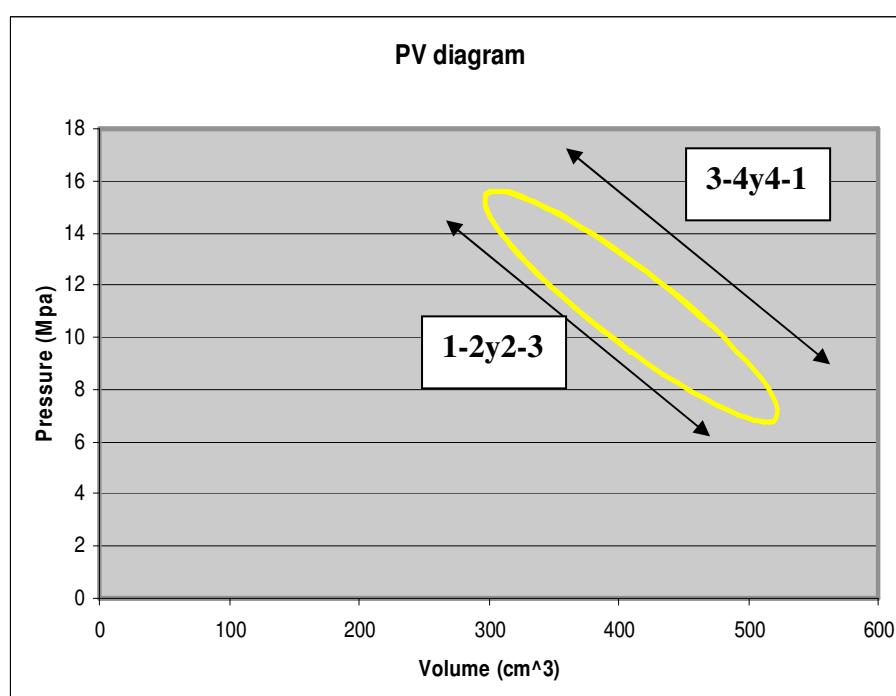


Figura 2: Diagrama presión-volumen del Motor Solo obtenido con el programa.

De esta forma y debido al movimiento simultáneo de los pistones, la compresión no tiene lugar completamente en la zona de compresión, ni la expansión completamente en la zona de expansión. La forma redondeada indica que mientras el gas atraviesa el regenerador camino de la zona de expansión, la compresión continúa su curso. Y del mismo modo mientras el gas atraviesa el regenerador camino de la zona de compresión, la expansión sigue en proceso también.

De este modo comparando el diagrama del programa (Figura 2) con el diagrama ideal (Figura 1), se observa como la compresión y el calentamiento en el regenerador (1-2 y 2-3) se han fusionado en un proceso conjunto. Igualmente la expansión y el enfriamiento en el regenerador (3-4 y 4-1) también se han agrupado.

De todas formas aunque a primera vista se pueda pensar lo contrario, esto no afecta a la eficiencia. Obviamente el trabajo neto es menor (no hay más que fijarse en el área que encierra cada diagrama) pero también es menor el calor añadido (ver apartado 3.3). [5 p.98]

3 ANÁLISIS A LO LARGO DEL CICLO

3.1 INTRODUCCIÓN

Las diferencias fundamentales entre el ciclo ideal y el ciclo tratado por el Método LHA ya han sido expuestas. El hecho de que los procesos termodinámicos tengan lugar en todo el motor a la vez da lugar a situaciones un tanto extrañas, como que haya momentos durante los cuales haya flujo de calor hacia el foco caliente o se tome calor del foco frío.

Para dar una explicación matemática a estos fenómenos y una idea general de los procesos físicos^{*} que ocurren a lo largo del ciclo, se lleva a cabo un análisis usando el primer principio de la termodinámica.

3.2 DIRECCIONES DEL FLUJO DE CALOR

Cuando el Método LHA fue presentado (ver anexo Método LHA), dos de las cinco ecuaciones de conservación aplicadas fueron la ecuación de conservación de la energía a la zona de compresión y a la zona de expansión respectivamente. Aquí, y por motivos de clarificar, se añaden además las ecuaciones de conservación de la energía en los intercambiadores (calentador y enfriador) y en el regenerador.

Se dividirán cada una de las cinco ecuaciones en dos partes, una durante la fase de compresión (1-2y2-3 ver Figura 2) y otra durante la fase de expansión (3-4y4-1 ver Figura 2). De este modo se pueden deducir direcciones de flujo de calor y por lo tanto conocer en cada lugar y en cada momento si se está tomando calor de los focos, o transmitiendo calor a ellos.

^{*} Más claridad en los procesos físicos es una de las ventajas del Método LHA

3.2.1 FASE DE COMPRESIÓN CALENTADOR

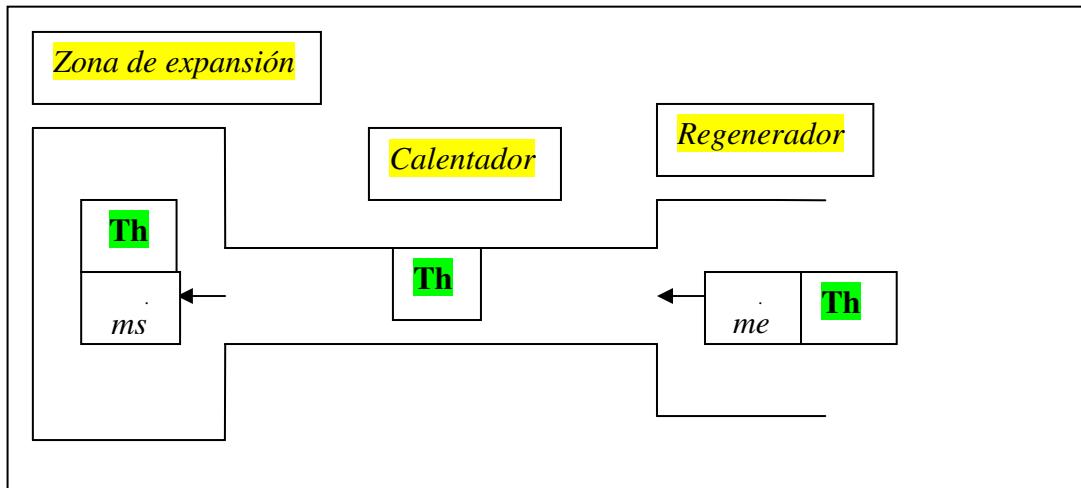


Figura 3: Esquema del paso del gas a través del calentador durante la fase de compresión.

Durante la fase de compresión, como se dejó claro al explicar la forma redondeada del diagrama PV (Figura 2), las fases de compresión y calentamiento a través del regenerador se han fusionado. Esto quiere decir que realmente la compresión no tiene lugar enteramente en la zona de compresión, sino que el gas ya se está moviendo hacia la zona de expansión. De este modo se realizarán por lo tanto intercambios de calor con el foco caliente tanto en el calentador como en la zona de expansión.

Primero se analizan estos intercambios en el calentador. Tomando el volumen control formado por el calentador (Figura 3) y aplicando el primer principio de la termodinámica se obtiene:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = Q_{vc} - W_{vc} + me \cdot he - ms \cdot hs \quad [7 \text{ pp.139-141}] \quad 3.1$$

El volumen control es constante, y no hay trabajo a través de su frontera, luego:

$$W_{vc} = 0$$

La variación de energía dentro del volumen control es igual a la variación de energía interna, que usando el modelo de gas ideal y sabiendo que la temperatura es igual e invariable a la temperatura del foco caliente (Th) en todo el calentador se reduce a:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \frac{dU}{dt} = Cv \frac{d(mTh)}{dt} = Cv \frac{dm}{dt} Th = Cv(me - ms)Th$$

Por otro lado los términos de entalpía por medio del modelo de gas ideal quedan tal que así:

$$me \cdot he - ms \cdot hs = (me - ms)CpTh$$

Donde $me > ms$ porque se está comprimiendo con temperatura y volumen constantes:

$$PV = nRT \quad V, T = \text{cte} \quad P \uparrow \leftrightarrow n \uparrow$$

Finalmente, en esta situación el flujo de calor a través del volumen control queda de la siguiente forma:

$$Q_{vc} = (Cv - Cp)(me - ms)Th < 0 \text{ ya que } Cv - Cp < 0 \text{ y } (me - ms) > 0 \quad 3.2$$

El signo negativo indica que se está realizando una emisión de calor a través del calentador durante la fase de compresión. Esto significa que de hecho durante la compresión se está transmitiendo calor desde el gas al foco caliente a través del calentador. El foco caliente por lo tanto subiría adiabáticamente de temperatura si no fuera capaz de deshacerse de ese calor.

3.2.2 FASE DE EXPANSIÓN CALENTADOR

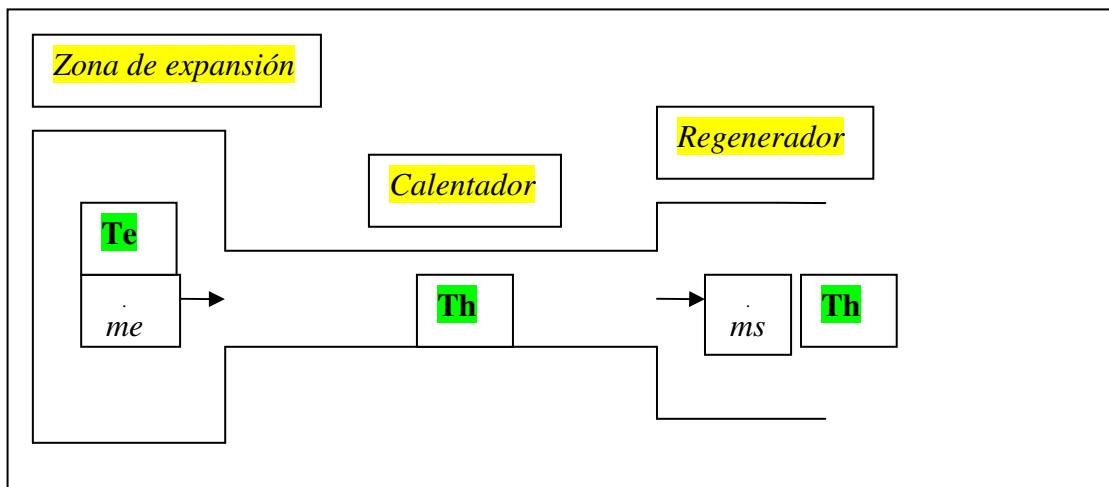


Figura 4: Esquema del paso del gas a través del calentador durante la fase de expansión.

Del mismo modo que se ha explicado antes, durante la fase de expansión hay gas que ya está abandonando la zona de expansión camino del regenerador y hacia la zona de compresión, luego de nuevo habrá intercambios de calor en el calentador.

Aplicando de nuevo el primer principio de la termodinámica al volumen control del calentador (Figura 4):

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = Q_{vc} - W_{vc} + me \cdot he - ms \cdot hs \quad 3.3$$

$W_{vc} = 0$ por lo mismo que en el apartado anterior

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = Cv(me - ms)Th \text{ igual que antes.}$$

$$me \cdot he - ms \cdot hs = me \cdot Cp \cdot Te - ms \cdot Cp \cdot Th$$

Donde Te^* es la temperatura instantánea en la zona de expansión. $\overline{Te} \leq Th$ y $me < ms$ ya que se está expandiendo a temperatura y volumen constantes.

Finalmente se obtiene un flujo de calor a través el calentador así:

$$Q_{vc} = Cv(me - ms)Th - Cp \cdot me \cdot Te + Cp \cdot ms \cdot Th > 0 \quad 3.4$$

Analizando meticulosamente uno se da cuenta de que el flujo de calor tiene invariablemente signo positivo. Luego se está introduciendo calor a través del calentador desde el foco caliente. Esto quiere decir que durante la fase de expansión se está introduciendo calor del foco caliente al calentador, lo cual es obvio, ya que en un motor no isotermo, el calentador es de hecho el intercambiador de calor entre gas y foco caliente.

3.2.3 FASE DE COMPRESIÓN EN ZONA DE EXPANSIÓN

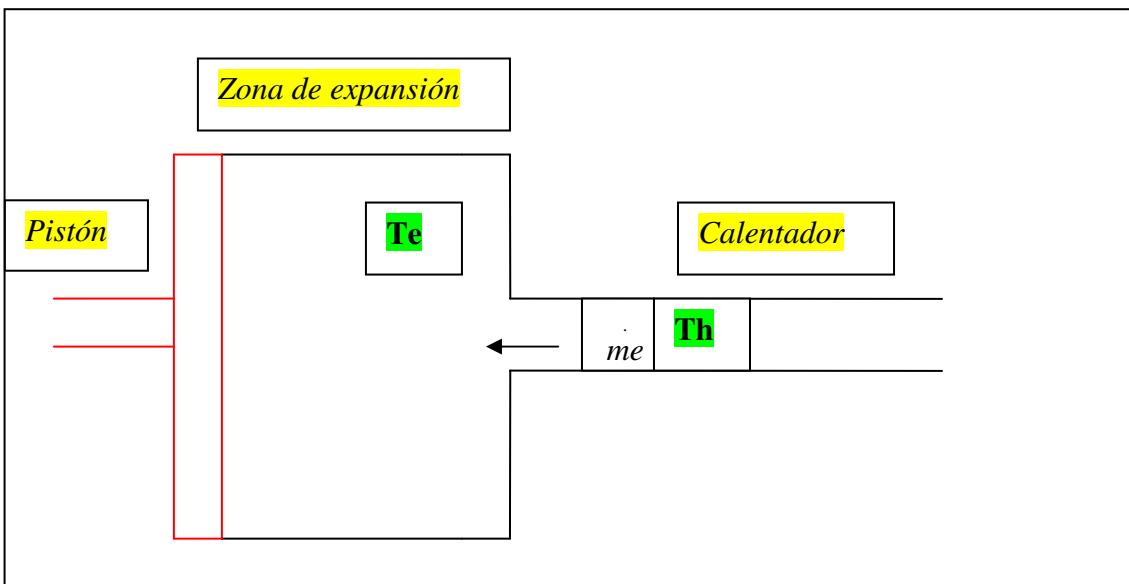


Figura 5: Esquema del gas entrando a la zona de expansión durante la fase de compresión.

Siguiendo el mismo planteamiento ahora se analiza la zona de expansión. Se aplica el primer principio de la termodinámica al volumen control variable, formado en la zona de expansión (Figura 5):

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = Q_{vc} - W_{vc} + me \cdot he \quad 3.5$$

* Realmente Te supera ligeramente a Th durante la compresión en cilindro no isotermo. Ver apartado 2.2 en Anexo Resultados y Análisis.

$$W_{vc} = \int P dV < 0 \quad \text{por tratarse de una compresión realizada por el pistón}$$

La variación de energía interna en el volumen control:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \frac{\Delta U}{dt} = Cv \frac{d(mTe)}{dt} = Cv m e Te + Cvm Te \quad \text{donde } \overline{Te} \leq Th$$

La entrada de entalpía es:

$$m e h_e = m e C_p Th$$

Entonces finalmente se obtiene el flujo de calor:

$$Q_{vc} = \dot{W}_{vc} + Cv m e Te + Cvm Te - m e C_p Th \leq 0 \quad 3.6$$

De nuevo analizando atentamente cada término se llega a la conclusión de que el signo del flujo de calor es negativo o cero en el caso adiabático. Luego en el caso general (no adiabático) hay un flujo de calor desde la zona de expansión hacia el foco caliente (en el límite adiabático este flujo de calor sería nulo, mientras que en el límite isotermo es máximo ya que $Te = 0$).

Si el cilindro fuera adiabático la diferencia sería que $Q_{vc} = 0$ y la energía interna se vería incrementada (compresión adiabática \rightarrow incrementa temperatura \rightarrow incrementa energía interna). Comparando los análisis llevados a cabo en la zona de expansión y en el calentador, uno se da cuenta de que en ambos se produce emisión de calor del gas hacia el foco caliente durante la fase de compresión.

3.2.4 FASE DE EXPANSIÓN EN ZONA DE EXPANSIÓN

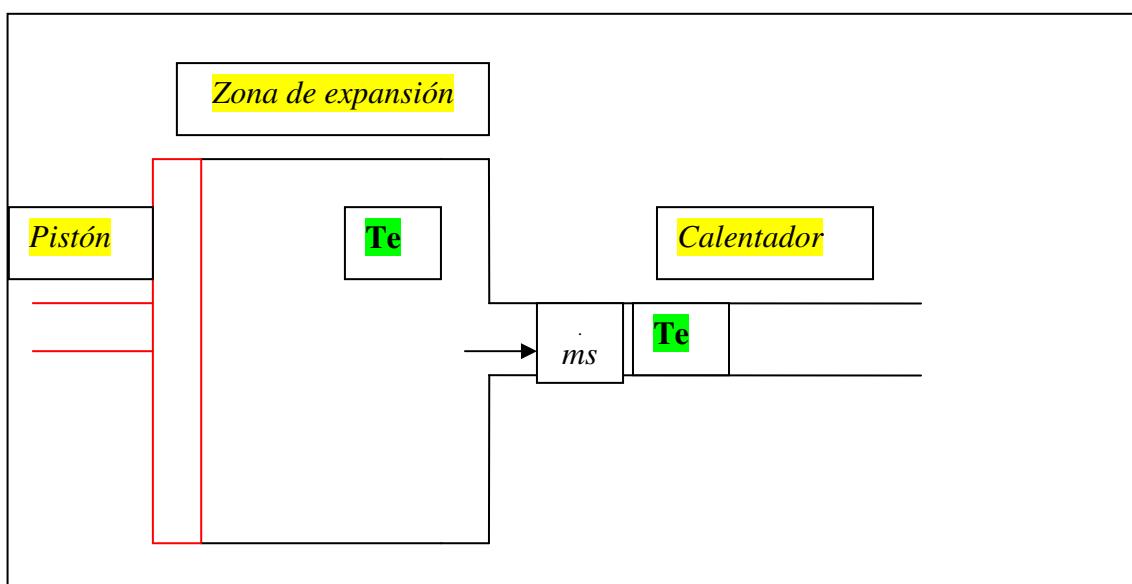


Figura 6: Esquema del gas saliendo a la zona de expansión durante la fase de expansión.

De nuevo aplicando el primer principio de la termodinámica al volumen control variable formado por el espacio entre el pistón de potencia y el calentador (Figura 6):

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = Q_{vc} - W_{vc} - ms \, hs \quad 3.7$$

$W_{vc} = \int PdV > 0$ porque se está expandiendo debido al movimiento del pistón

La entalpía de salida queda:

$$ms \, hs = ms \, Cp \, Te \quad \text{donde } Te \text{ es la temperatura instantánea en la zona de expansión.}$$

La variación de energía interna se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \frac{\Delta U}{dt} = Cv \frac{d(mTe)}{dt} = -Cv \, ms \, Te + Cvm \, Te \quad \text{Donde } \overline{Te} \leq Th$$

Por lo que finalmente el flujo de calor a través de las paredes queda:

$$Q_{vc} = W_{vc} - Cv \, ms \, Te + Cvm \, Te + Cp \, ms \, Te \geq 0 \quad 3.8$$

Analizando 3.8 se observa que el signo es positivo en el caso general o cero en el caso adiabático. El signo positivo indica hay una transferencia de calor del foco caliente a la zona de expansión. Al comparar los análisis llevados a cabo en la zona de expansión y en el calentador, se observa que en ambos se está introduciendo calor en el gas procedente del foco caliente durante la expansión. Para terminar, es necesario añadir que este mismo estudio se podría llevar a cabo en el enfriador y zona de compresión con resultados equivalentes.

3.2.5 REGENERADOR

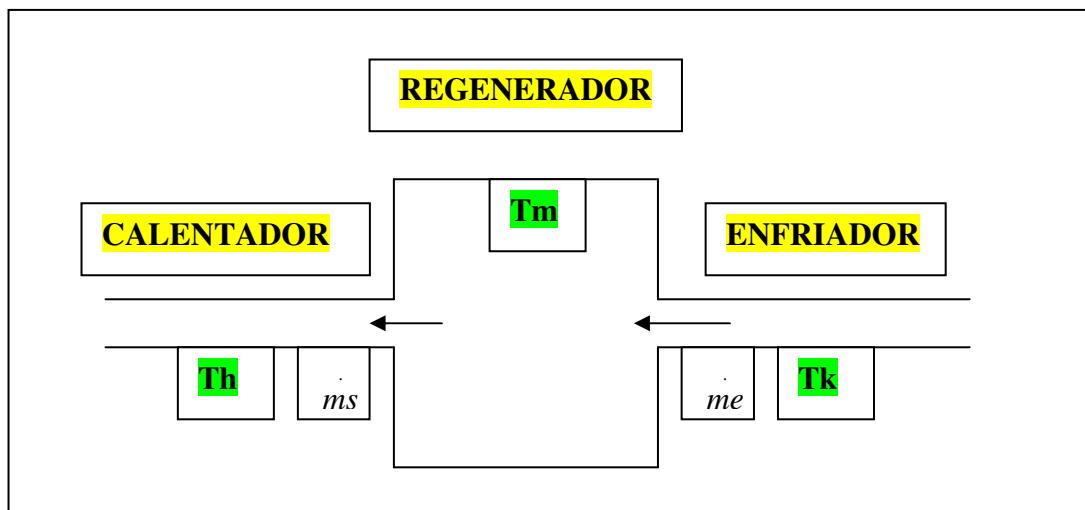


Figura 7: Esquema del gas pasando del enfriador al calentador a través del regenerador.

Aplicando el primer principio de la termodinámica al volumen control del regenerador (Figura 7):

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = Q_{vc} - W_{vc} + m_e h_e - m_s h_s \quad 3.9$$

Donde $W_{vc} = 0$ ya que el volumen control es constante y no se realiza ningún trabajo a través de su frontera.

$\frac{dE_{vc}}{dt} = \frac{\Delta U}{dt} \approx 0$ Ya que la masa contenida en el regenerador es prácticamente constante ($m_e \approx m_s$) al igual que su temperatura $T_m = \frac{Th + Tk}{2}$.

Entonces el flujo de calor transmitido al volumen control desde la malla del regenerador queda:

$$Q_{vc} = C_p m (Th - Tk) > 0 \quad 3.10$$

Durante la otra mitad del ciclo, el gas circula en sentido inverso (del calentador al enfriador), almacenando de este modo el calor en el regenerador (la misma cantidad que ha obtenido antes*).

El calor almacenado en el regenerador (Q_{reg}) suele ser 3-4 veces mayor [4 p.115] que el calor introducido al gas a través del calentador, lo cual indica la importancia de esta parte del motor para maximizar la eficiencia.

3.3 CONCLUSIÓN

Durante la fase de compresión no todo el calor extraído del gas es transmitido al foco frío a través del enfriador, como sí ocurre en el ciclo ideal (ver Figura 1). Parte de ese calor se emite hacia el foco caliente desde el calentador y desde la zona de expansión (si el cilindro no es adiabático). Esto ocurre porque como se ha explicado desde el principio, todos los procesos tienen lugar en todas partes del motor, debido al movimiento simultáneo de los pistones. El objetivo de este movimiento de los pistones es tener la mayor parte del gas en la zona fría para la compresión, y luego la mayor parte del gas en la zona caliente para la expansión. Durante la fase de expansión, el calor entonces sí, es introducido desde el foco caliente al gas a través del calentador y a través de la zona de expansión (de nuevo si el cilindro no es adiabático). Pero otra vez, parte de este calor también es introducido a través del enfriador y la zona de compresión (si el cilindro no es adiabático) [1 pp. 153-155].

Finalmente, con este análisis en cada espacio durante el ciclo se han deducido los flujos de calor a través de las paredes en los cilindros (\dot{Q}) y los flujos de entalpía (\dot{H}).

El trabajo es generado en las zonas con volumen variable, es decir, la zona de compresión y la zona de expansión.

* El método usa la aproximación de regenerador perfecto, para más información lea la parte de *Regenerador Imperfecto* (4).

Por medio del análisis cíclico estacionario se obtiene de este modo los trabajos netos en las diferentes zonas, expansión y compresión:

$$\overline{\dot{H}_e} + \overline{\dot{Q}_e} = \overline{\dot{W}_e} \quad \overline{\dot{H}_c} + \overline{\dot{Q}_c} = \overline{\dot{W}_c} \quad 3.11$$

La suma de ambos trabajos será el trabajo neto \dot{W} por ciclo.

Cabe destacar que el hecho de que idealmente los procesos termodinámicos tengan lugar en todo el motor a la vez (diagrama PV redondeado) no da como resultado una pérdida de eficiencia. En el caso ideal seguiría siendo la de Carnot. Esto es porque si bien el trabajo neto (W_n) producido es menor, ya que la variación de presión es menor al haber gas a diferentes temperaturas conjuntamente durante la expansión/compresión, también lo es el calor introducido. Pero en la misma proporción por lo que la eficiencia se mantiene en su máximo:

$$eff = \frac{W_n}{Q_{in}} \quad 3.12$$

Y todas las transferencias de calor han tenido lugar sin gradiente de temperaturas en el caso ideal isotermo, de este modo no generando irreversibilidades y manteniendo la eficiencia de Carnot.

Por último, en el análisis se han supuesto unas direcciones del flujo de acuerdo al diagrama PV redondeado (Figura 2). Una dirección de la zona de compresión hacia la de expansión durante la fase de compresión, y la dirección contraria durante la fase de expansión. Esto es conforme al espíritu de aproximación del análisis, realmente el cambio de dirección del flujo no ocurre a la vez que el cambio de presión, ya que hay desfase entre todas las variables termodinámicas.*

4 PÉRDIDAS TRATADAS

4.1 PÉRDIDAS ADIABÁTICAS

La compresión/expansión adiabática va irremediablemente acompañada de un cambio de la temperatura del gas según la politrópica adiabática y la ecuación de gas ideal:

$$PV^\gamma = cte \quad \text{Politrópica adiabática} \quad 6.3.1$$

$$PV = nRT \quad \text{Ecuación gas ideal} \quad 6.3.2$$

Mediante 6.3.1 y 6.3.2 se obtiene:

$$P^{1-\gamma}T^\gamma = cte \quad 6.3.3$$

* Es interesante observar [2 p.56] para percibir este aspecto.

Donde:

$T = T_e$ en el caso de compresión/expansión en la zona de expansión

$T = T_c$ en el caso de compresión/expansión en la zona de compresión

Esto provoca que la mezcla de gases se produzca a diferentes temperaturas cuando el gas pasa del calentador (Th) a la zona de expansión (Te). Del mismo modo cuando el gas entra del enfriador (Tk) a la zona de compresión (Tc). También se produce una transferencia de calor con gradiente de temperatura en los intercambiadores. Esto es debido a que el gas entra en los intercambiadores a la temperatura instantánea de las zonas de compresión (Tc) o expansión (Te) respectivamente, y se calienta o enfriá hasta Th o Tk , temperaturas del foco caliente y foco frío respectivamente.

Tanto la mezcla de gases a diferentes temperaturas como la transferencia de calor con gradiente de temperatura constituyen procesos irreversibles que disminuyen la eficiencia desde el caso ideal isotermo (eficiencia de Carnot) [2 p.98].

4.2 PÉRDIDAS TRANSITORIAS THT (Transient Heat Transfer)

También conocidas como pérdidas semiadiabáticas debido a que tienen su mayor influencia con coeficientes de convección intermedios, es decir, entre el caso adiabático e isotermo.

Estas pérdidas se producen cuando los cilindros no son completamente adiabáticos ($h \neq 0$ y por lo tanto existe una transferencia de calor a las paredes), ni tampoco son completamente isotermos ($h \neq \infty$ por lo que se produce una variación de temperatura en las diferentes partes del cilindro, expansión y compresión (ver Figuras 10 y 11)).

Esta combinación da como resultado una transferencia de calor hacia las paredes del cilindro cuando el gas está a alta temperatura ($T > \bar{T}_w$) y un retorno de ese calor cuando está a baja temperatura ($T < \bar{T}_w$) (\bar{T}_w es la temperatura media de las paredes del cilindro). Este proceso no da como resultado una pérdida neta de calor, ya que la misma cantidad de calor que pasa a las paredes, es retornado al gas de nuevo, sino una pérdida de oportunidad de realizar trabajo, lo cual constituye una irreversibilidad [1 pp.42-48].

4.3 PÉRDIDAS POR CAÍDA DE PRESIÓN

Hay pérdidas por presión en 3 lugares: *calentador*, *enfriador* y *regenerador*.

El *regenerador* es el que la gran mayoría de las veces produce la mayor caída de presión, seguido del *calentador*, y por último el *enfriador*.

Buenos diseños de *calentador* y *enfriador* permiten que sus caídas de presión puedan ser despreciables, pero el regenerador por su especial construcción en forma de malla con finos filamentos por los que circula el gas, da como resultado importantes caídas de presión. Las pérdidas por presión en el regenerador se ven fuertemente influenciadas por la correlación usada, como se observa en los anexos de motores.

Hay una clara tendencia a que la influencia de la correlación del regenerador sea mayor cuanto menor es la presión media (\bar{P}_w) del motor. Esto es así porque la caída de presión relativa es mayor cuanto menor sea la presión media (\bar{P}_w), y por lo tanto las pérdidas relativas son mayores.

4.4 PÉRDIDAS POR FUGAS (LEAKAGE)

Las fugas son entre la zona de compresión y el *buffer space* (gran volumen en comparación con el del motor a presión constante e igual a P_w y temperatura constante e igual a T_k), intercambiando masa entre ambos. Se produce una transferencia de masa al *buffer space* cuando la presión es alta ($P > \bar{P}_w$) y esta misma masa vuelve cuando la presión es baja ($P < \bar{P}_w$), lo cual constituye una irreversibilidad. [2 p.100]

5 PÉRDIDAS NO TRATADAS

5.1 INTERCAMBIADORES DE CALOR IMPERFECTOS

El rendimiento termodinámico de un intercambiador queda definido por la constante NTU de la siguiente manera:

$$T_{gl} - T_w = (T_{g0} - T_w) e^{-NTU} \quad [3 \text{ pp.68-70}] \quad 5.1$$

Donde T_{gl} → Temperatura del gas a la salida del intercambiador (K)

T_{g0} → Temperatura del gas a la entrada del intercambiador (K)

T_w → Temperatura de la superficie del intercambiador. Es constante e igual a la temperatura del foco caliente (T_h) en el calentador e igual a la temperatura del foco frío (T_k) en el enfriador (K).

Durante la resolución por el Método LHA se asumió $NTU = \infty$. Lo cual significa que el intercambiador es térmicamente perfecto, ya que:

$$\text{Si } NTU = \infty \rightarrow T_{gl} - T_w = 0 \rightarrow T_{gl} = T_w$$

Es decir, la temperatura del gas a la salida del intercambiador es igual a la temperatura de la superficie de este.

Realmente el intercambiador no es perfecto y tiene por lo tanto un NTU finito. De manera que la temperatura del gas a la salida del calentador será algo menor que la temperatura del foco caliente. Del mismo modo la temperatura del gas a la salida del enfriador será algo mayor que la temperatura del foco frío.

5.2 REGENERADOR IMPERFECTO [5 p.112-116]

En el Método LHA el regenerador se ha considerado perfecto, esto quiere decir que el gas durante la primera mitad del ciclo entra a la temperatura del foco frío (Tk) y sale a la temperatura del foco caliente (Th) y viceversa en la otra mitad del ciclo.

La realidad es distinta, para que se produzca transferencia de calor es necesario que haya una diferencia de temperaturas, y por el segundo principio de la termodinámica, toda transferencia de calor por gradiente de temperaturas constituye una irreversibilidad. Esto resulta en que la temperatura a la que el gas sale del regenerador en el calentador es ligeramente inferior a Th ($Th1$) y la temperatura a la que el gas sale del regenerador en el enfriador es ligeramente mayor a Tk ($Tk2$).* (Figura 8)

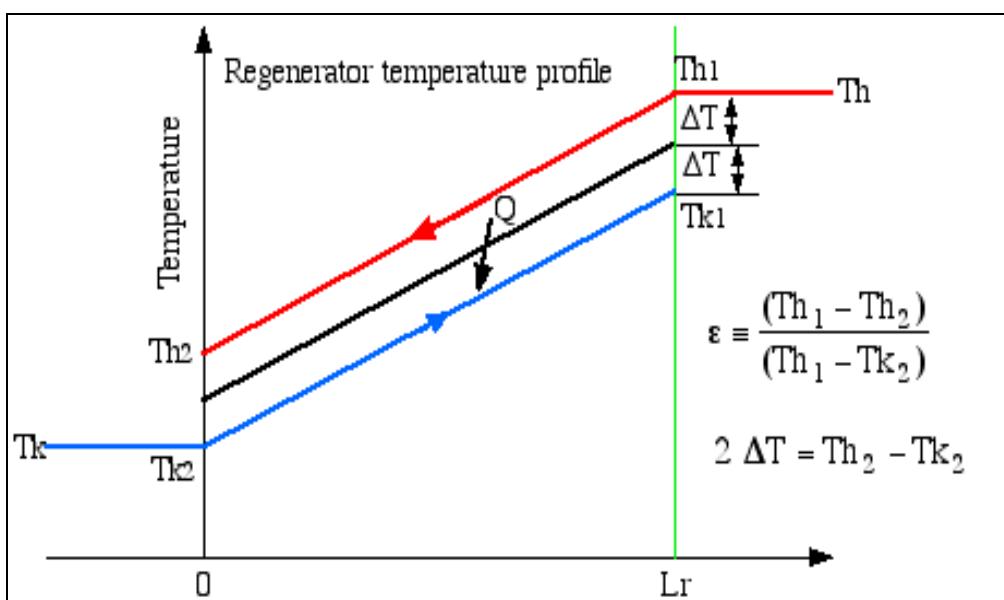


Figura 8: Temperaturas en la entrada y salida del regenerador durante las dos partes del ciclo [15]

Hay que puntualizar que esta pérdida no afecta a la potencia desarrollada por el motor, ya que el déficit de calor aportado por el regenerador imperfecto, lo suple el calentador. Igualmente el enfriador incrementa su evacuación de calor.

De este modo, el regenerador imperfecto se traduce en una perdida de eficiencia, pero no de potencia.

5.3 CONDUCCIÓN DE CALOR A TRAVÉS DE LAS PAREDES DE LOS CILINDROS

No todo el calor proveniente del foco caliente entra al gas a través del calentador. Una parte pasa a por las paredes del cilindro y a través del regenerador (donde hay un gran gradiente de temperatura) va directamente al enfriador, y de ahí al foco frío. Es una forma de cortocircuito.

* La teoría de Hausen [5 p.113] trata ampliamente el tema de pérdidas en el regenerador.

En motores grandes este calor suele ser del orden del 3% del calor total introducido al gas [5 p.116], en motores pequeños este porcentaje se ve incrementado.

Por las mismas razones que se han expuesto en el caso de regenerador imperfecto, se puntualiza que esta es una pérdida de eficiencia, y no de potencia.

5.4 PÉRDIDAS TÉRMICAS EN EL HUECO DEL DESPLAZADOR

No existen estimaciones claras de estas pérdidas debido a que varios efectos interactúan conjuntamente (variaciones de presión, temperatura, holgura entre pistón desplazador y cilindro, etc.). También son difíciles de medir porque resulta complejo separar estas pérdidas de otras pérdidas de calor.

Básicamente consiste en que el cilindro y las paredes del pistón desplazador enfrentan diferentes temperaturas conforme este último realiza su carrera. Se produce por tanto una transferencia de calor del foco caliente al frío a través de las paredes del pistón desplazador. Además el gas que hay en este hueco también sigue los procesos de expansión/compresión pero sin producir trabajo alguno, aumentando el volumen muerto.

Debido a la falta de datos sobre este tema publicados, se suele tomar que son para motores grandes del orden del 2-3 % del calor de entrada, mientras que en motores pequeños del orden del 10% del calor de entrada [5 p.117].

5.5 PÉRDIDAS DE CALOR FUERA DEL CICLO

En el programa se considera el calor de entrada como aquel que atraviesa los intercambiadores de calor o las paredes del cilindro. Pero en realidad para conseguir ese calor se ha tenido que traer de la quema de un combustible externo*, que contendrá su quemador, precalentador etc. En condiciones normales los gases de combustión salen a una temperatura de 200-300°C superior a la del aire, constituyendo una pérdida:

$$Q_{exh} = m(T_{exh} \cdot C_{pexh} - T_{in} \cdot C_{pin}) \quad 5.2$$

No todo el combustible es quemado, hay parte de in quemados. Hay también pérdidas por radiación, perdidas de calor por conducción, etc.

En total estas perdidas pueden llegar al 15% del total de calor proporcionado [5 p.118].

5.6 PÉRDIDAS MECÁNICAS

La potencia calculada por el programa es potencia termodinámica indicada, pero la potencia final que llega al eje, que sería la potencia útil es obviamente menor.

Las pérdidas mecánicas en un motor Stirling suelen ser un 5-15% de la potencia indicada. [5 p.118]

* En este caso se considera la quema de un combustible como fuente de calor, como es conocido, fuentes de calor en un motor Stirling son muchas y muy variadas.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

ANEXO 3/7

RESULTADOS Y ANÁLISIS

1 RESULTADOS GENERALES

Debido a las particularidades intrínsecas del Ciclo de Stirling hay una serie de características en el comportamiento comunes a la mayoría de los motores Stirling. Haciendo uso del programa desarrollado se han estudiado estas características que comparten los motores simulados, las cuales se detallan a continuación.

La potencia desarrollada a lo largo del ciclo presenta unos valores extremos muy grandes respecto al valor medio, es decir, respecto a la potencia neta del motor. Observando la Figura 1 se observa como para el Motor Solo se tiene un pico durante la expansión de aproximadamente 210 kW y durante la compresión de unos 196 kW. Mientras que la potencia neta es de unos 14 kW, es decir, unas 13 veces menos que los valores extremos.

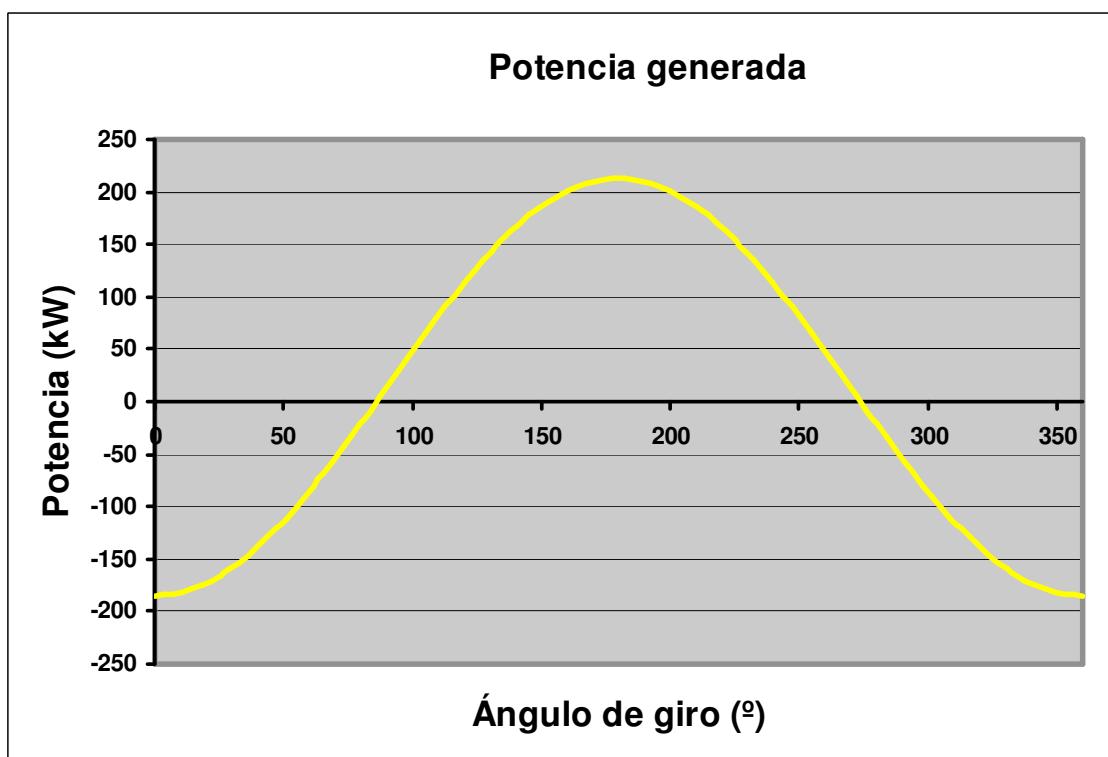


Figura 1: Potencia indicada desarrollada por el motor a lo largo del ciclo. Motor Solo

La gran magnitud de los valores extremos de potencia respecto al valor medio es consecuencia conjunta de la alta presión media en el motor y la reducida relación de presiones como se observa en la Figura 2. Ambas son características generales en el diseño de un motor Stirling. Para el motor Solo la presión media:

$$\overline{P_w} = 11.2 \text{ MPa}$$

y la relación de presiones:

$$r = \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{15.8 \text{ Mpa}}{6.8 \text{ Mpa}} = 2.32 \text{ (relación de presiones mayores son habituales en MACI)}$$

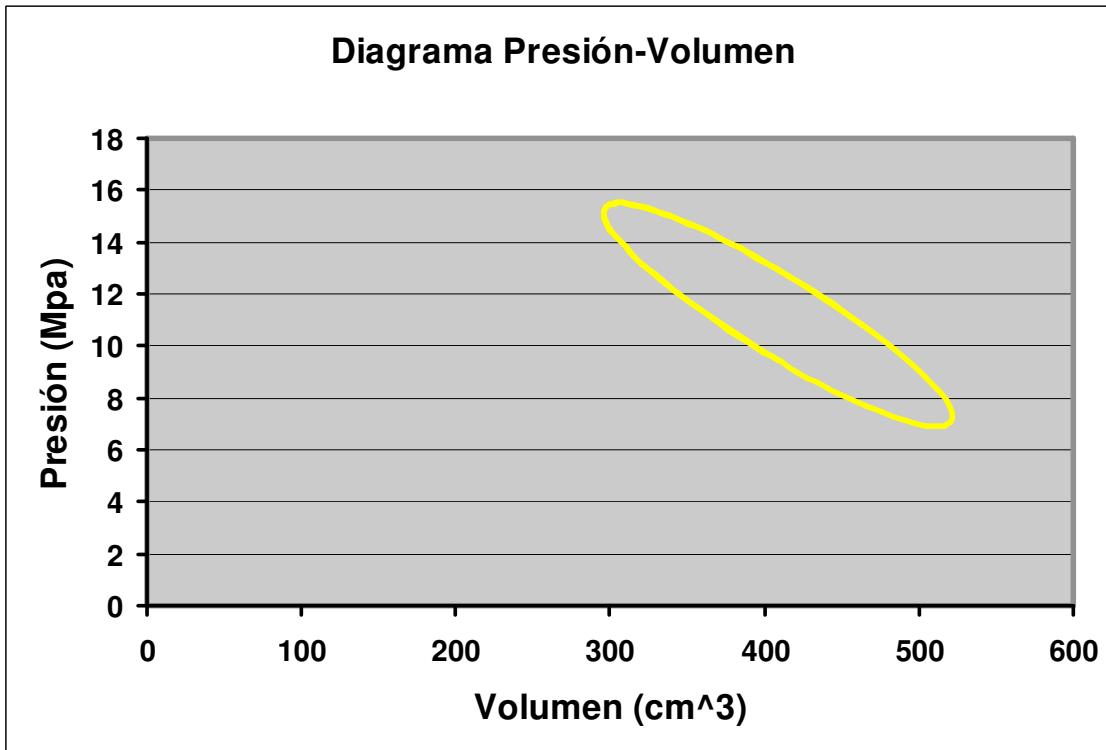


Figura 2: Diagrama PV. Motor Solo

Otra cuestión de indudable interés tiene relación con que gran cantidad de motores se encuentran cercanos al caso adiabático (h bajo) [1 p.34], por lo que la mayor parte del flujo de calor es necesariamente transmitido a través del calentador/enfriador, y una pequeña parte a través de las paredes de los cilindros. Se puede apreciar en la Figura 3 y Figura 4 como el flujo de calor a través del calentador tiene un pico de 63 kW frente a los 2.8 kW de pico que entran a través de las paredes en la zona de expansión, es decir, unas 22 veces mayor. Ambos son resultados para el Motor Solo que demuestran que es prácticamente adiabático. De la misma manera se observa este efecto también en el motor GPU3 (la bibliografía lo cataloga como adiabático [1 p.162]). A continuación se muestra que esto es la consecuencia de poseer un valor de transferencia de calor por convección similar.

Datos Motor Solo:

Coeficiente de convección: $h_e = 1190 \frac{W}{m^2 K}$ (Obtenido por *Correlación de Woschni*)

Superficie aproximada: $A_{se} = 0.015 \text{ m}^2$ (Área estimada, ver anexo Método LHA, apartado 2)

Luego $h_e A_{se} = 17.8 \frac{W}{K}$ es la transferencia de calor en la zona de expansión, cuyo valor es similar al de otro motor de tamaño parecido y adiabático como el GPU3, en el cual $h_e A_{se} = 15 \frac{W}{K}$ [1 p.158], ambos cercanos al caso adiabático.

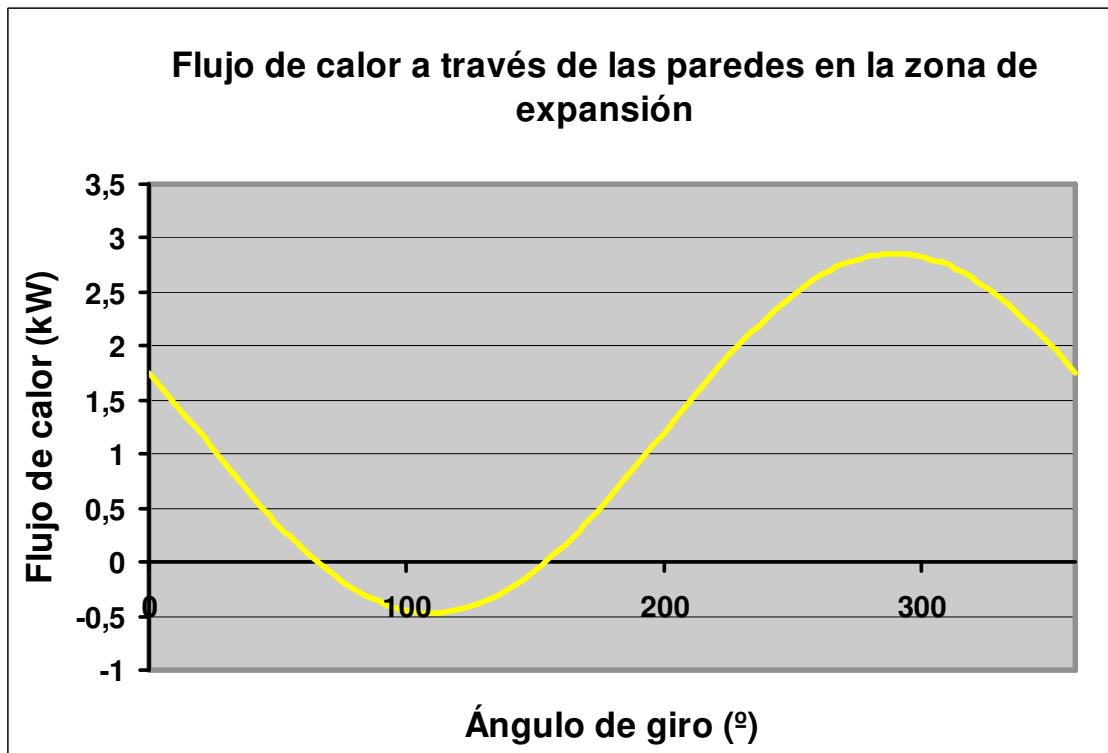


Figura 3: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de expansión.
Motor Solo

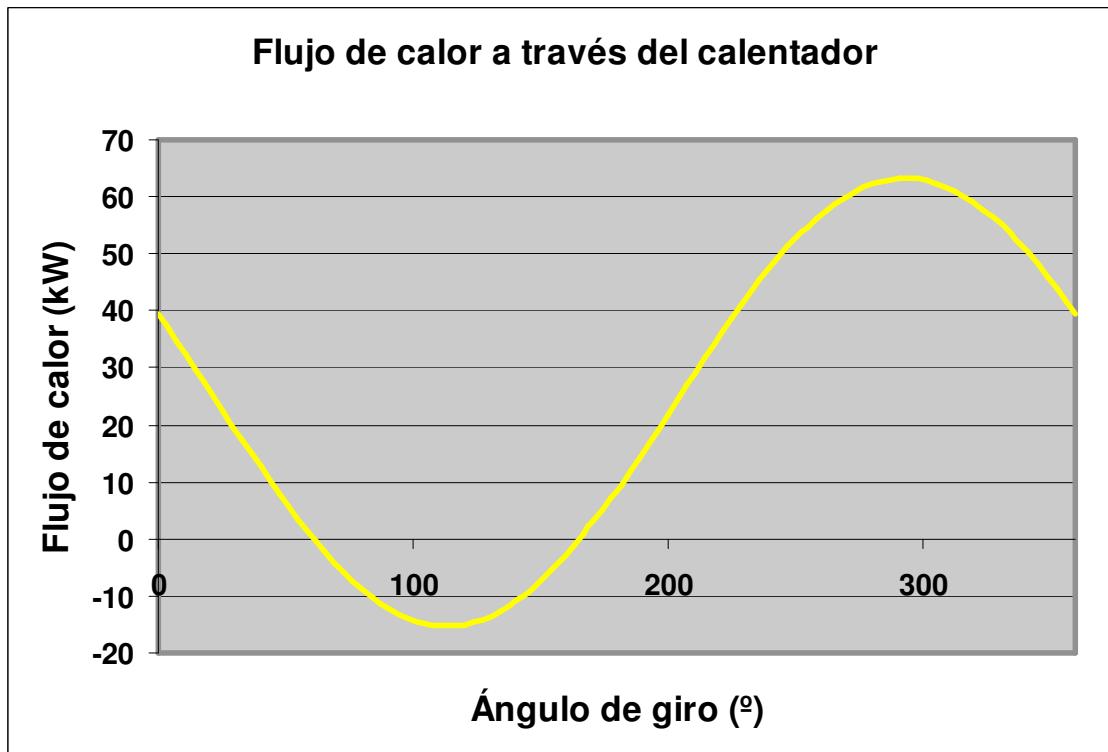


Figura 4: Flujo de calor a través del calentador.
Motor Solo

2 ANÁLISIS SENSITIVOS

2.1 INTRODUCCIÓN

A continuación y con la ayuda del programa realizado se hacen una serie de análisis sensitivos donde se estudian la potencia y la eficiencia en función de los parámetros de diseño más importantes: Coeficientes de convección, coeficientes de caída de presión, coeficiente de fugas (*leakage*), temperatura de los focos, velocidad de giro, presión media, volumen muerto y desfase entre pistones.

No sólo se han mostrado las simulaciones realizadas, sino que también se ha buscado la razón termodinámica a los resultados obtenidos. El objetivo es conocer el comportamiento del motor simulado frente a varias condiciones de diseño distintas. Todos los análisis han sido llevados a cabo para el Motor Solo (excepto en la convección que se ha usado el Motor RE1000).

2.2 COEFICIENTE DE CONVECCIÓN

La compresión/expansión adiabática va irremediablemente acompañada de un cambio de la temperatura del gas según la politrópica adiabática y la ecuación de gas ideal:

$$PV^\gamma = cte \quad \text{Politrópica adiabática} \quad 6.3.1$$

$$PV = nRT \quad \text{Ecuación gas ideal} \quad 6.3.2$$

Mediante 6.3.1 y 6.3.2 se obtiene:

$$P^{1-\gamma}T^\gamma = cte \quad 6.3.3$$

Donde:

$T = T_e$ en el caso de compresión/expansión en la zona de expansión

$T = T_c$ en el caso de compresión/expansión en la zona de compresión

Esto provoca que la mezcla de gases se produzca a diferentes temperaturas cuando el gas pasa del calentador (Th) a la zona de expansión (Te). En la Figura 5 se observa para el Motor RE1000* como a medida que el coeficiente de convección h se va reduciendo (el cilindro se va haciendo más adiabático) la variación de la temperatura en la zona de expansión es mayor. Del mismo modo, el valor medio de la temperatura se va reduciendo respecto a la temperatura del foco caliente $Th=900K$.

* Las pérdidas adiabáticas y semiadiabáticas se explican mediante el Motor RE1000 [2] por motivos de ilustración debido a que la diferencia entre el caso adiabático e isotermo es más evidente.

También se ve que hay momentos en los que la temperatura en el interior de la zona de expansión supera a la del propio foco caliente (Th), favoreciendo de este modo la transferencia de calor desde el gas hacia las paredes del cilindro.

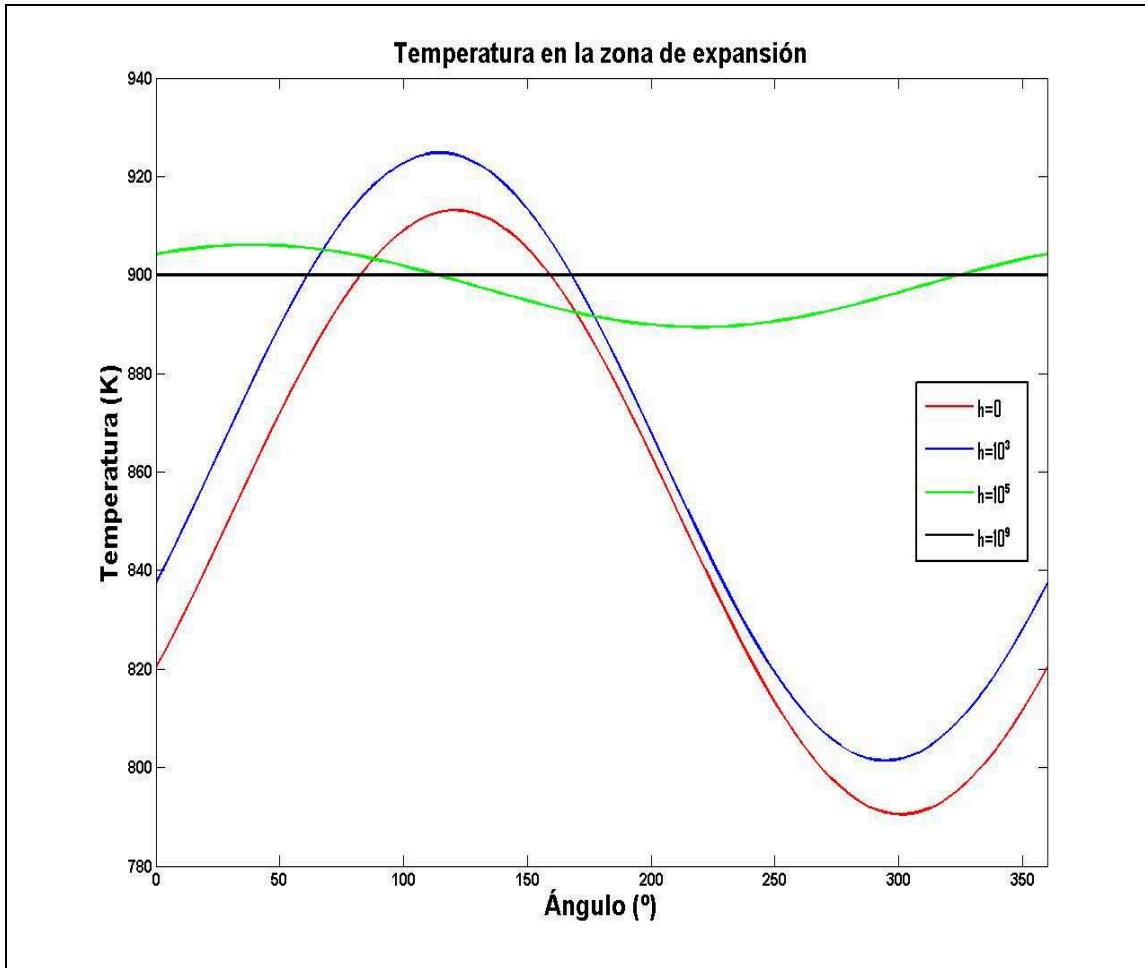


Figura 5: Temperatura en el cilindro de expansión para diferentes coeficientes de convección.
Motor RE1000

Del mismo modo la ecuación 6.3.3 muestra que se produce una variación de temperatura en la zona de compresión y por lo tanto y de nuevo hay una mezcla de gases a diferentes temperaturas cuando el gas entra del enfriador (Tk) a la zona de compresión (Tc). La temperatura media tiende a ser superior a la del foco frío $Tk=300K$ conforme se hace más adiabático el cilindro, es decir, conforme h se reduce. De nuevo, hay una parte del ciclo en la que la temperatura interior en la zona de compresión es inferior a la del foco frío (Tk) como se puede observar en la Figura 6.

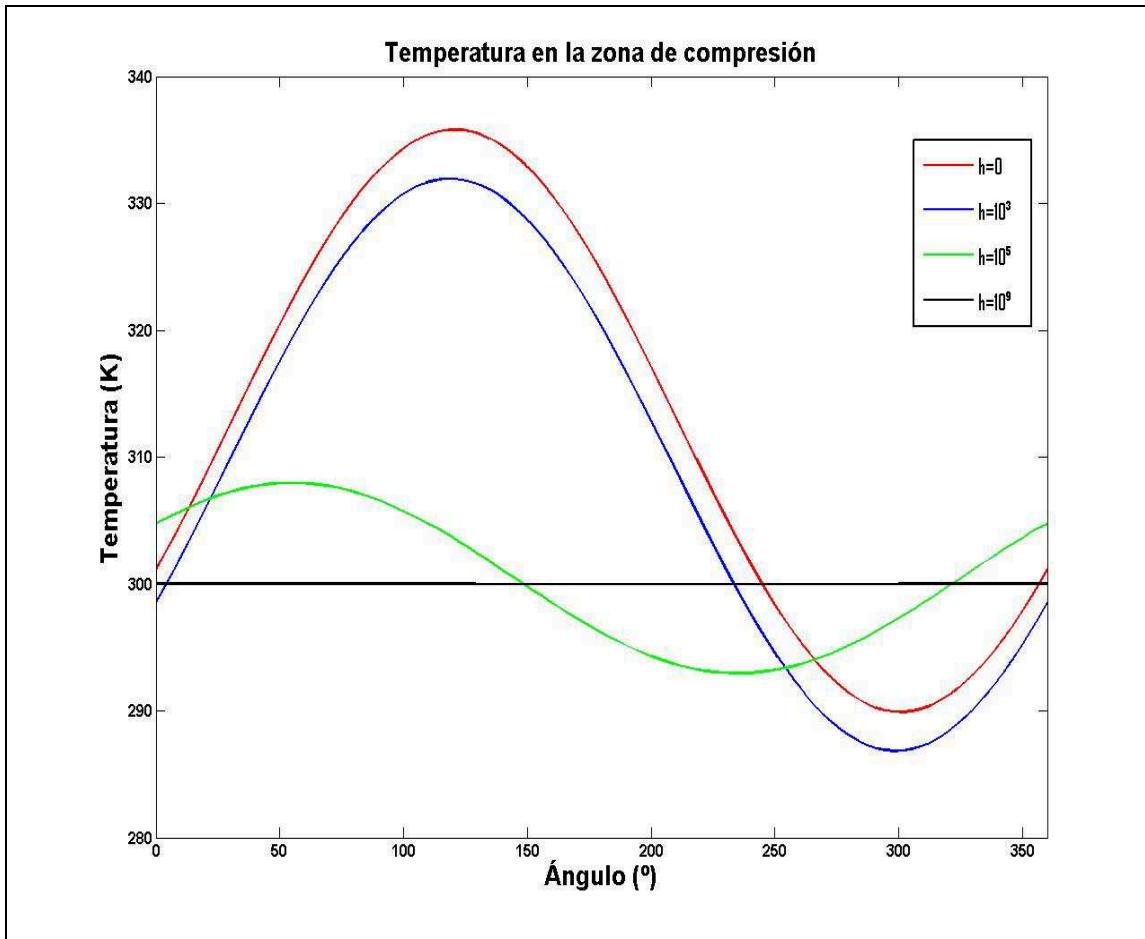


Figura 6: Temperatura en el cilindro de compresión para diferentes coeficientes de convección.
Motor RE1000

Además de la mezcla de gases a diferentes temperaturas que acaba de ser explicada también se produce una transferencia de calor con gradiente de temperatura en los intercambiadores (en el caso ideal isotermo la transferencia de calor tendría lugar sin gradiente de temperaturas). Esto es debido a que el gas entra en los intercambiadores a la temperatura instantánea de las zonas de compresión (T_c) o expansión (T_e) respectivamente, y se calienta o enfriá hasta T_h o T_k , temperaturas del foco caliente y foco frío respectivamente. Tanto la mezcla de gases a diferentes temperaturas como la transferencia de calor con gradiente de temperatura constituyen procesos irreversibles que disminuyen la eficiencia desde el caso ideal isotermo (eficiencia de Carnot).
[\[2 p.98\]](#)

De esta manera queda demostrado que al comportarse los cilindros adiabáticamente se reduce la eficiencia, pero por el contrario, el trabajo neto suele ser mayor* como se observa en la Tabla 1 para el motor RE1000 [\[2 pp.42-43\]](#). Los dos casos límite de transferencia de calor a través de las paredes de los cilindros son adiabático (nula transferencia, $h = 0$) e isotermo (transferencia infinita, $h = \infty$).

* En motores de bajo gradiente de temperatura el trabajo neto es menor. Como ejemplo el Motor LDT (ver anexo Motor LDT)

MOTOR RE 1000	POTENCIA (W)	EFICIENCIA
ADIABATICO	2627	0.627
ISOTERMO	2139	0.666 (CARNOT)

Tabla 1: Potencia del motor RE1000 en los dos casos extremos sin ninguna otra pérdida

La causa de este incremento de potencia está relacionada con el movimiento de los pistones (el cual es fijado durante el diseño), de manera que se generan unas variaciones de presión mayores en cilindros adiabáticos que en isotermos como se observa al comparar la politrópica adiabática y la isoterna [1 p.41]:

$$PV^\gamma = cte \quad 6.3.4$$

Donde $\gamma > 1$ (1.4 para el aire) en el caso **ADIABATICO**

Donde $\gamma = 1$ en el caso **ISOTERMO**

Luego el resultado es una mayor variación de presión para el mismo desplazamiento de pistones en cilindros adiabáticos que en isotermos como se observa en la Figura 7:

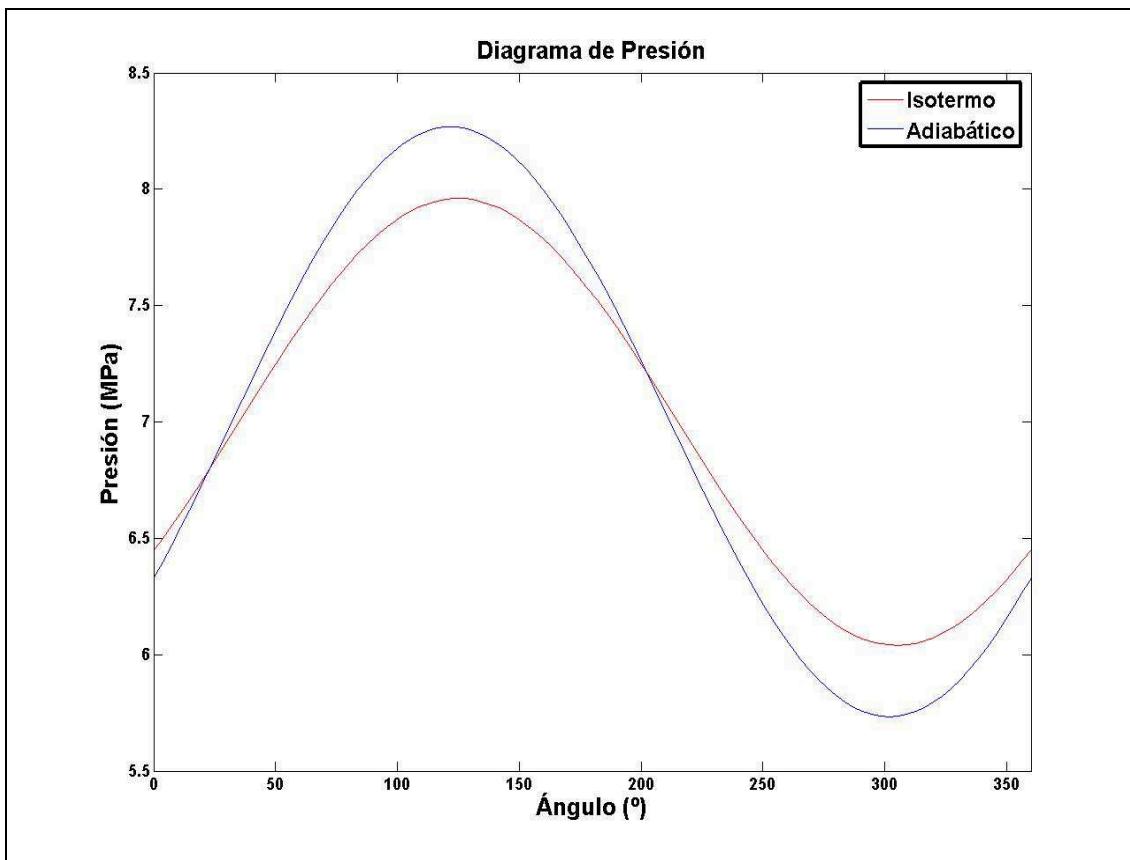


Figura 7: Presión en el motor para los dos casos extremos (adiabático e isotermo).

Motor RE1000

Una vez se ha demostrado que ocurre al pasar de un cilindro isotermo a uno adiabático, falta por explicar qué ocurre en el caso intermedio, es decir, con coeficientes de convección con valores intermedios. En la Figura 8 se aprecia como afecta el coeficiente de convección al comportamiento del Motor RE1000. De este modo se identifican las pérdidas adiabáticas explicadas anteriormente y el gran dominio que ejercen cuando el coeficiente de convección h es bajo (caso adiabático) y que desaparecen por completo cuando es alto (caso isotermo).

Para valores intermedios de convección (caso semiadiabático) se observa tanto un mínimo en potencia como en eficiencia. Esto es debido a las pérdidas transitorias de calor THT (*Transit Heat Transfer*) [1 pp.42-48]. También conocidas como pérdidas semiadiabáticas debido a que tienen su mayor influencia con coeficientes de convección intermedios, es decir, entre el caso adiabático e isotermo. Estas pérdidas se producen cuando los cilindros no son completamente adiabáticos ($h \neq 0$ y por lo tanto existe una transferencia de calor a las paredes), ni tampoco son completamente isotermos ($h \neq \infty$ por lo que se produce una variación de temperatura en las diferentes partes del cilindro, expansión y compresión (ver Figuras 10 y 11)). Esta combinación da como resultado una transferencia de calor hacia las paredes del cilindro cuando el gas está a alta temperatura ($T > \bar{T}_w$) y un retorno de ese calor cuando está a baja temperatura ($T < \bar{T}_w$) (\bar{T}_w es la temperatura media de las paredes del cilindro). Este proceso no da como resultado una pérdida neta de calor, ya que la misma cantidad de calor que pasa a las paredes, es retornado al gas de nuevo, sino una pérdida de oportunidad de realizar trabajo, lo cual constituye una irreversibilidad [1 pp.42-48].

Cabe destacar que a pesar de que en el caso adiabático ($h=0$) las variaciones de temperaturas son las más grandes (observar Figura 10 y Figura 11), la transferencia de calor a través de las paredes es nula, por lo que no existe pérdida THT:

$h = 0 \rightarrow hA(T_w - T) = 0 \rightarrow$ La temperatura del gas en el interior de cada zona (expansión y compresión) varía pero no hay transferencia de calor.

Del mismo modo en el caso isotermo, la transferencia de calor a través de las paredes es infinita ($h = \infty$), pero no hay variación de temperatura, por lo que tampoco existe pérdida THT:

$h = \infty$ y $(T_w - T) = 0 \rightarrow hA(T_w - T) \neq 0 \rightarrow$ Hay transferencia de calor pero la temperatura del gas en el interior del cilindro es constante.

En el caso con valores de coeficiente de convección h intermedios, donde ambos factores juegan su papel (coeficiente de convección y variación de temperatura), es cuando esta pérdida alcanza su máximo (ver Figura 8). También se puede observar que el coeficiente de convección con el que se obtiene la mínima eficiencia es ligeramente inferior al necesario para obtener la mínima potencia.

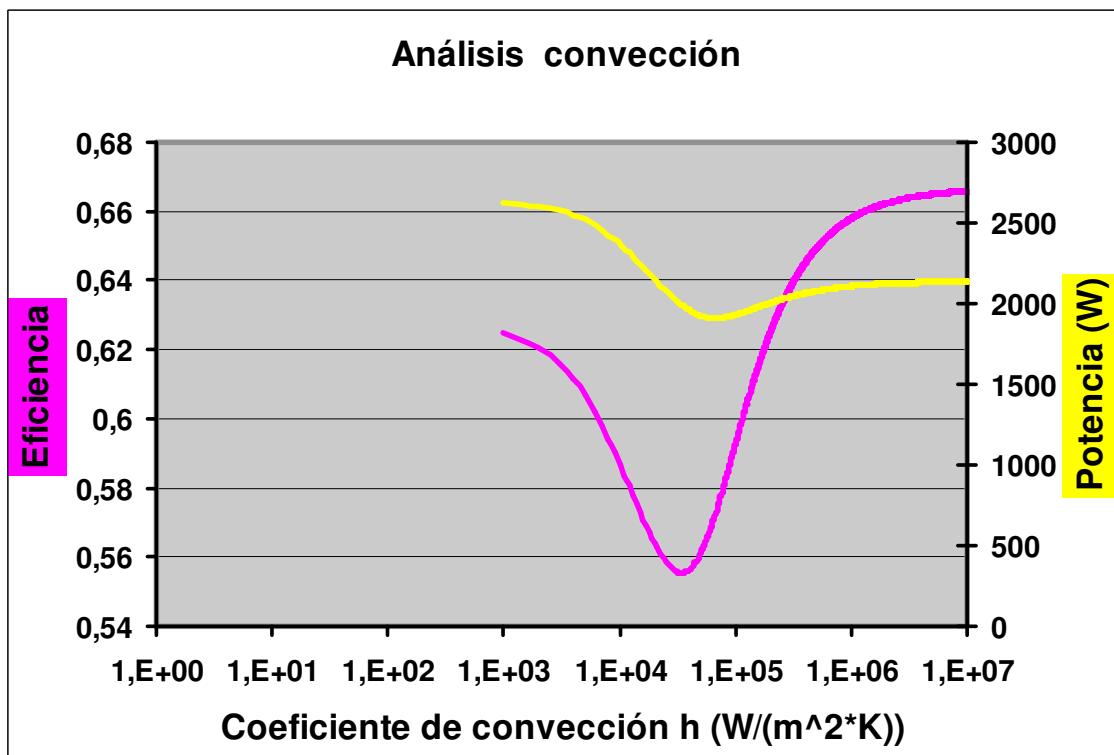


Figura 8: Análisis sensitivo de la convección. Motor RE1000

2.3 TEMPERATURAS DE LOS FOCOS

Las temperaturas de los focos son factores clave tanto en la potencia como en la eficiencia como se verá a continuación. La temperatura del foco caliente (Th) está limitada por la capacidad de los materiales de la zona de expansión de soportar altas temperaturas y hacer frente a fenómenos de oxidación, *Creep*, etc. [5 pp.191-199]

Conforme se aumenta la temperatura del foco caliente (Th), aumenta como es lógico la potencia desarrollada por el motor, ya que ahora la expansión se realiza a más temperatura, y por lo tanto a mayor presión media. Del mismo modo, la eficiencia se ve incrementada, ya que la relación de temperaturas ($\frac{Th}{Tk}$) es mayor. Ambos efectos pueden ser observados en la Figura 9.

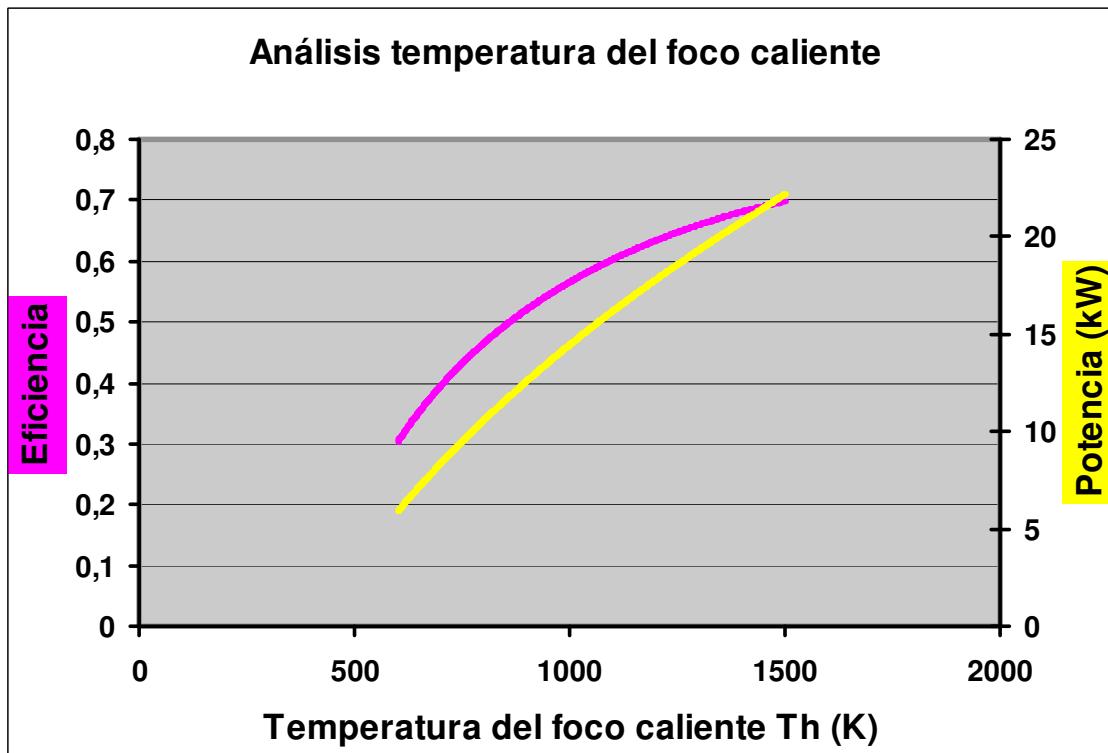


Figura 9: Análisis sensitivo de la temperatura del foco caliente (Th). Motor Solo

A diferencia de un MACI donde gran parte del calor es evacuado junto con los gases de combustión durante la expulsión, en un motor Stirling la evacuación de calor se hace principalmente en el enfriador y a la temperatura del foco frío (Tk).

Al aumentar la temperatura del foco frío (Tk) se reduce la potencia desarrollada como se observa en la Figura 10. Ya que se está comprimiendo a una temperatura más alta, y por lo tanto, a mayor presión media. La eficiencia va disminuyendo ya que el ratio de temperaturas es menor ($\frac{Th}{Tk}$).

Se puede notar en la Figura 10 que la potencia se hace nula antes de que ambos focos igualen sus temperaturas (a $Th=973$ K), debido a las pérdidas por presión y adiabáticas.

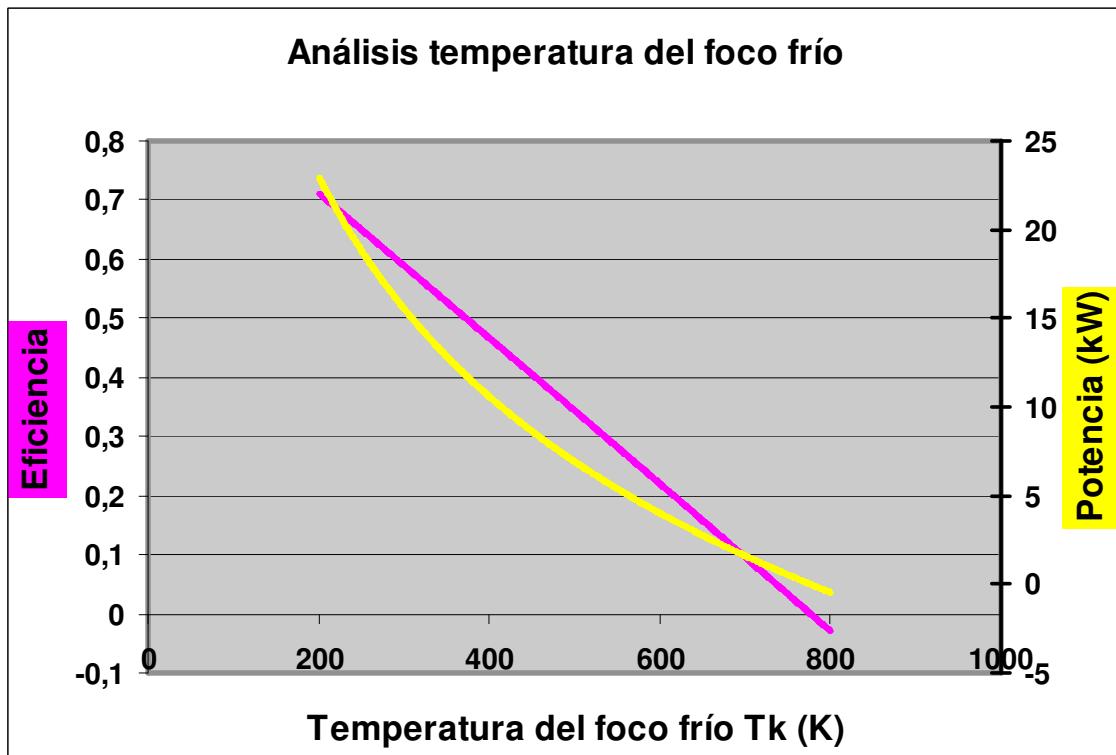


Figura 10: Análisis sensitivo de la temperatura del foco frío (T_k). Motor Solo

2.4 PÉRDIDAS POR PRESIÓN

Las pérdidas por presión son una de las principales fuentes de irreversibilidad en el motor Stirling, especialmente en el regenerador debido a su construcción en forma de malla. Durante la construcción hay que llegar a un equilibrio entre transferencia de calor y pérdidas por presión. Se buscan diámetros hidráulicos pequeños para favorecer la transferencia de calor pero no excesivamente pequeños para evitar grandes caídas de presión. Este efecto se puede observar en la Tabla 2 para diferentes diseños del regenerador en función del diámetro de alambre.

Diámetro de alambre (mm)	Kpr (Pa*s/g)	Potencia (W)
0.03	12487	12408
0.05*	6175	13968
0.07	3635	14495

Tabla 2: Datos del Motor Solo con malla METNET en el regenerador

Observando los resultados de la Tabla 2 se aprecia que la caída de presión está muy influenciada por el diseño del regenerador a través del diámetro de alambre. Sin embargo, también hay que tener presentes otros factores durante el desarrollo del

* Diámetro de alambre real del regenerador en el Motor Solo

regenerador. Estos son el factor de relleno (*filling factor*), la sección total del regenerador y por supuesto el material de fabricación.

Una vez se conocen las pérdidas por presión en regenerador, calentador y enfriador se ha estudiado la influencia global de estas pérdidas en el comportamiento del Motor Solo. Se observa en la Figura 11 como lógicamente tanto la potencia como la eficiencia se ven mermadas conforme el coeficiente de caídas por presión se incrementa. Se ve también como la gráfica de potencia tiene una ligera dependencia más lineal que la de eficiencia.

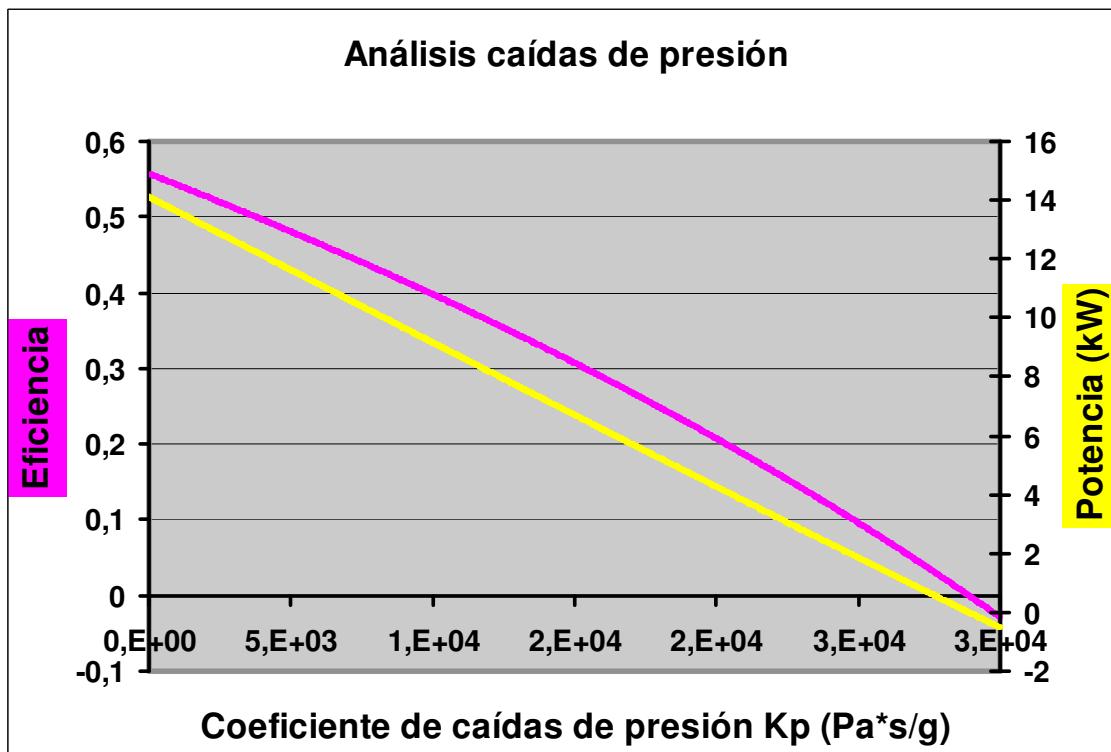


Figura 11: Análisis sensitivo de los coeficientes de caída de presión K_p (este valor tiene en cuenta la caída de presión en todo el motor). Motor Solo

2.5 PÉRDIDAS POR FUGAS (LEAKAGE)

Las fugas se producen entre la zona de compresión y el *buffer space* (volumen de gran tamaño en comparación con el del motor y adyacente a éste, a presión constante \bar{P}_w y temperatura constante T_k), intercambiando masa entre ambos.

El sellado que se realiza al cilindro para evitar estas fugas es uno de las cuestiones de diseño más importantes. Hay muchos tipos de sellado disponibles [5 pp.223-241], grandes esfuerzos se han hecho en este aspecto debido a la gran cantidad de fallos que provocan, bajando notablemente la fiabilidad del motor Stirling. Estas fugas no dan como resultado una pérdida neta de gas en el motor, ya que la misma cantidad que se transmite al *buffer space*, vuelve durante la otra mitad del ciclo. Sin embargo se produce una transferencia de masa al *buffer space* cuando la presión es alta ($P > \bar{P}_w$) y esta

misma masa vuelve cuando la presión es baja ($P < \bar{P}_w$), lo cual constituye una irreversibilidad [2] p.100].

En la Figura 12 se recoge información de la influencia del coeficiente por fugas (*leakage*) K_{mc} en el comportamiento del Motor Solo. Igual que ocurría con las pérdidas por presión, de nuevo incrementando el coeficiente de fugas (*leakage*) se disminuye tanto la potencia como la eficiencia:

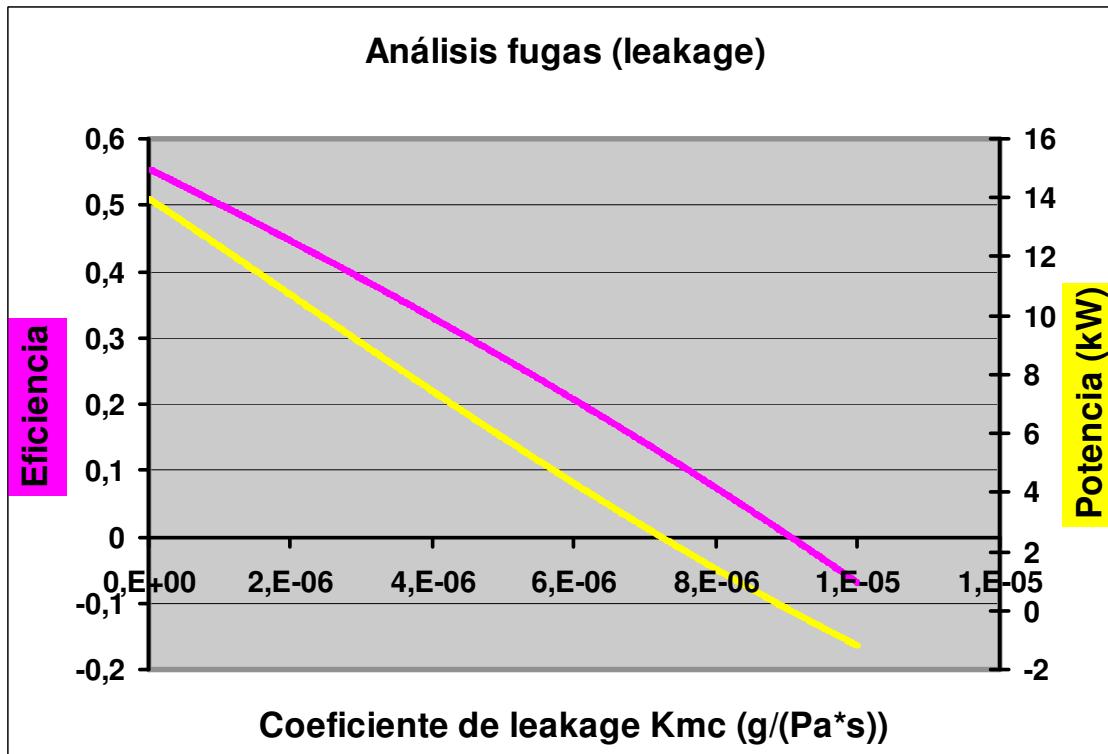


Figura 12: Análisis sensitivo de las pérdidas por leakage. Motor Solo

2.6 VELOCIDAD DE GIRO

Al aumentar la velocidad de giro (w), la potencia indicada aumenta hasta un cierto punto en el que las pérdidas por presión crecen a mayor ritmo y por lo tanto, la potencia empieza a decrecer (ver Figura 13). El incremento de las pérdidas por presión es debido a que a mayor frecuencia de giro, la velocidad del gas se incrementa y esto genera más fricción y por consiguiente mayores caídas de presión:

$$w \uparrow \rightarrow v_{gas} \uparrow \rightarrow \text{Coeficiente de fricción} \uparrow \rightarrow \Delta P \uparrow$$

También los coeficientes de convección se ven afectados por este incremento de velocidad del gas. La explicación en este caso no es tan clara y depende de la correlación usada. Si bien a mayor velocidad podría pensarse que la convección es más forzada y por lo tanto los coeficientes de convección se incrementan. También el tiempo de residencia del gas en los cilindros es menor, disminuyendo de este modo la convección.

Volviendo a la Figura 13 se observa que la frecuencia a la que se alcanza el pico en potencia es entorno a $1050 \frac{rad}{s}$, aprox. 10000 rpm lo cual es un valor muy grande para un motor Stirling. Esto destapa la idea de que incrementar la frecuencia siempre será bienvenido para aumentar la potencia indicada. No obstante teniendo en cuenta que hay causas mecánicas, de fricción y de inercias que impiden una alta velocidad de giro. Además, el incremento de la velocidad del gas influye en la distorsión causada por ondas de presión que viajan a lo largo del motor y que en un análisis en profundidad deberían ser tenidas en cuenta [14 pp. 152-155].

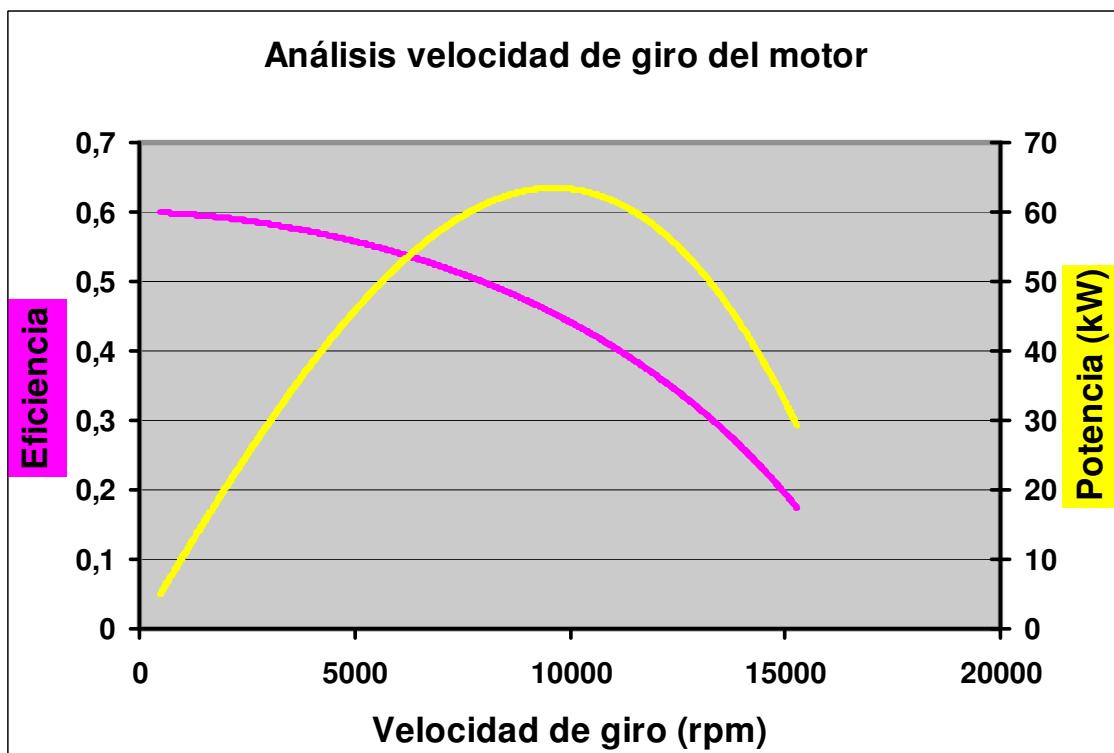


Figura 13: Análisis sensitivo de la velocidad de giro (w). Motor Solo

La eficiencia disminuye al aumentar la frecuencia como se puede observar en la Figura 13 por lo anteriormente descrito, las caídas de presión se ven incrementadas.

Para comprobar que la reducción de eficiencia es debida a las pérdidas por presión se hace un análisis sensitivo mediante el programa en modo manual y con pérdidas por presión nulas. Se observa en la Figura 14 y en la Figura 15 como la eficiencia permanece constante y la potencia sube sin ningún límite al no existir pérdidas por presión. Este análisis demuestra que la reducción de eficiencia observada en la Figura 13 es, como ya se había intuido, causa del incremento en las caídas de presión.

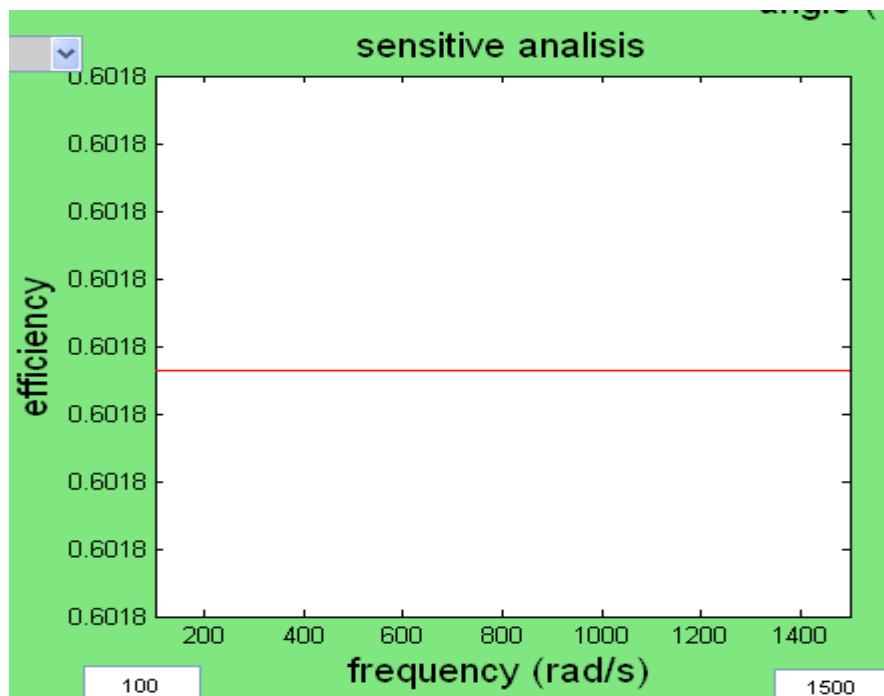


Figura 14: Imagen del programa donde se muestra la eficiencia frente a diferentes velocidades de giro sin pérdidas por presión ni leakage. Motor Solo

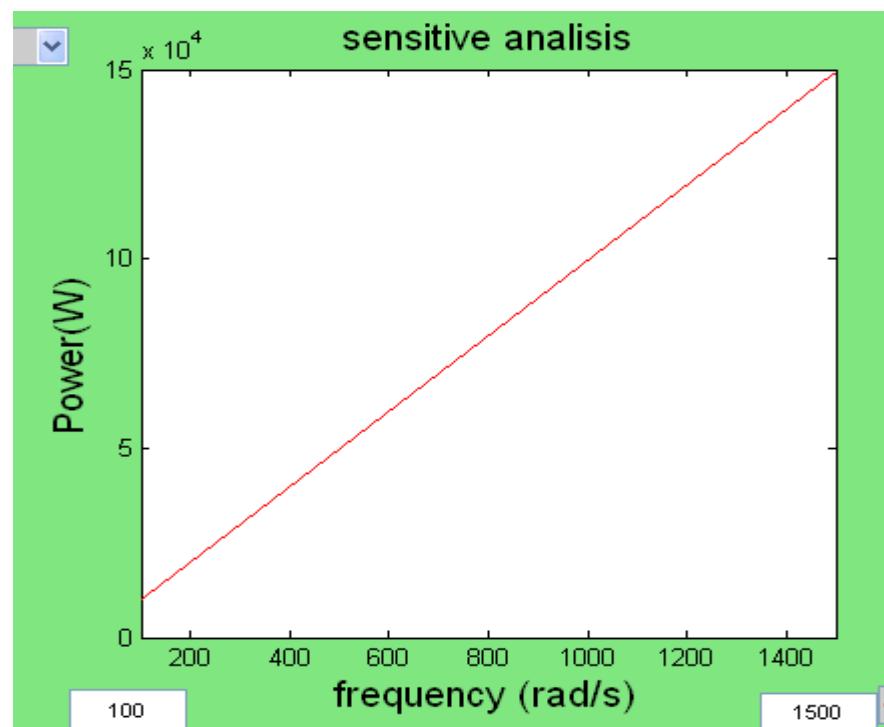


Figura 15: Imagen del programa donde se muestra la Potencia indicada (W) frente a diferentes velocidades de giro sin pérdidas por presión ni leakage. Motor Solo

2.7 PRESIÓN MEDIA

Una de las características del motor Stirling es la alta presión media ($\overline{P_w}$) de trabajo. Es necesario un buen diseño del conjunto motor para soportar presiones tan altas y a altas temperaturas. Una alta presión favorece el intercambio de calor por convección (ver correlaciones para el cálculo del coeficiente de convección en anexo Método LHA, apartado 6.2). También el incremento de la presión media ($\overline{P_w}$), da como resultado un aumento de la potencia indicada como queda reflejado en la Figura 17. La causa se justifica porque al aumentar la presión, se tiene más masa en el mismo volumen según se puede apreciar en la ecuación de gas ideal:

$$PV = nRT \quad V \text{ y } T \text{ constantes} \quad \text{Si } P \uparrow \rightarrow n \uparrow$$

Otra forma de verlo, es que la relación de presiones es la misma para cualquier valor de presión media (queda fijada por el movimiento de los pistones), pero la diferencia de presiones es mayor cuanto más alta sea la presión media:

$$P_1 V_1^\gamma = cte = P_2 V_2^\gamma \quad V_1 \text{ y } V_2 \text{ fijos} \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = cte \quad \text{Si } \overline{P_w} \uparrow \rightarrow P_1 - P_2 \uparrow$$

Este hecho queda reflejado en la Figura 16 donde se observa como el diagrama presión-volumen se agranda al incrementar la presión media ($\overline{P_w}$).

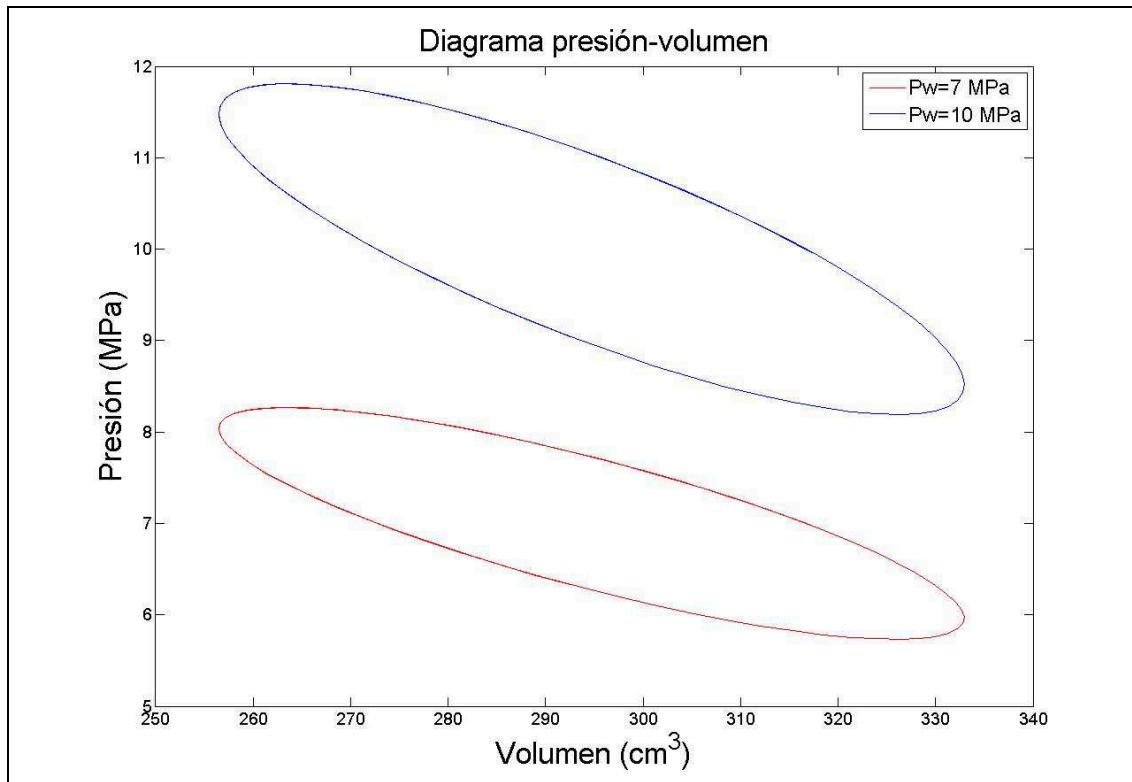


Figura 16: Diagramas PV donde se muestra el agrandamiento a mayor $\overline{P_w}$ Motor Solo

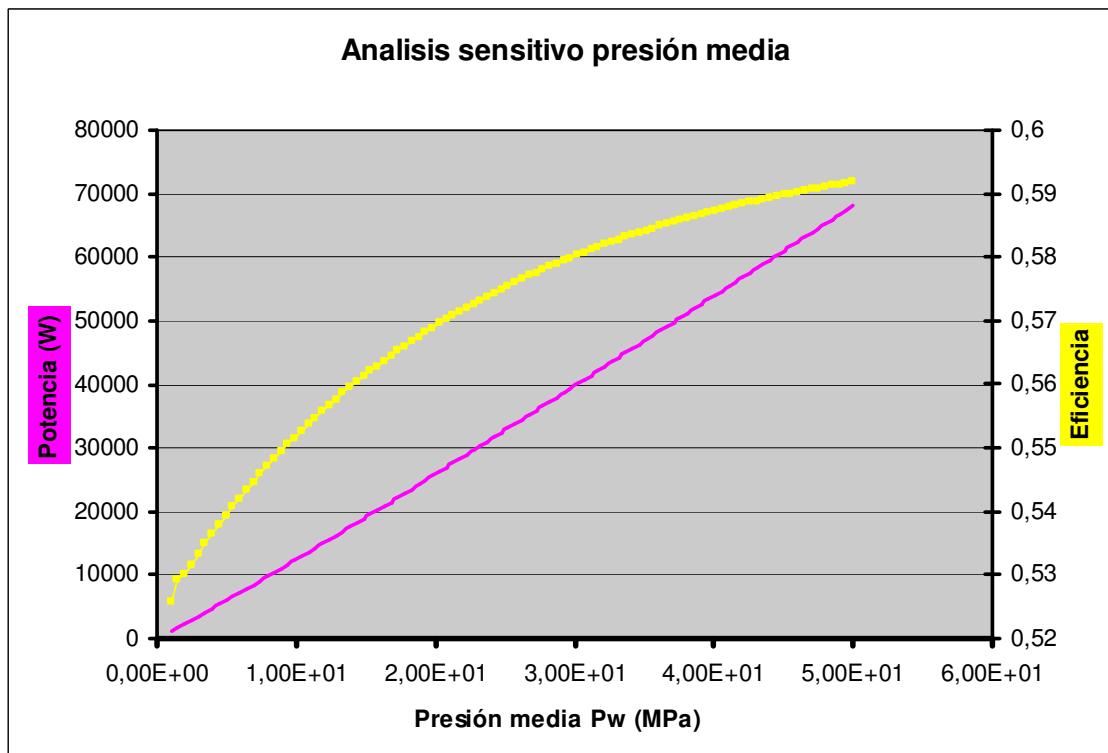


Figura 17: Análisis sensitivo de la presión media (P_w). Motor Solo

La eficiencia tiende a subir ligeramente conforme aumenta la presión media (P_w) como se aprecia en la Figura 17.

Este incremento de la eficiencia es debido a que las pérdidas por presión, a pesar de incrementarse, crecen a menor ritmo que la potencia indicada. Luego esta combinación da como resultado una mayor eficiencia al incrementar la presión media de diseño.

Para demostrar que este incremento en eficiencia es causa de las pérdidas por presión se realiza un análisis sensitivo con el programa en modo manual y sin pérdidas por presión. Se observa que la eficiencia permanece constante (ver la Figura 18).

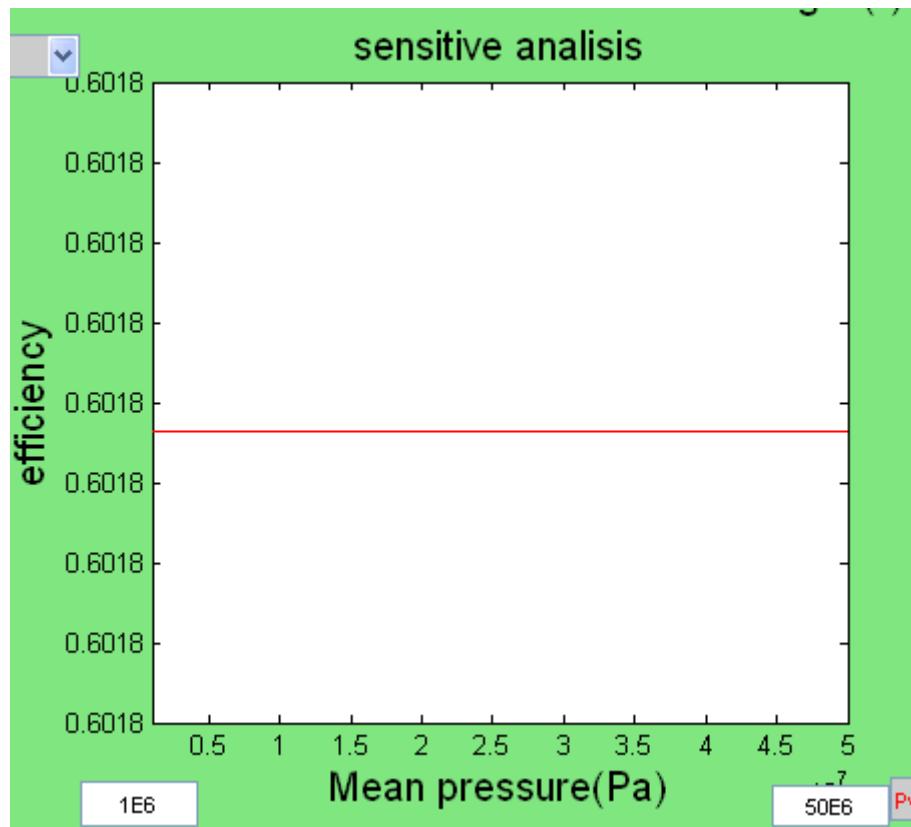


Figura 18: Imagen del programa que muestra la eficiencia en función de diferentes valores de la presión media (Pa) y con pérdidas por presión nulas.
Motor Solo

Ahora que se conoce la fuente del incremento de eficiencia (las pérdidas por presión), se le da una explicación termodinámica a este proceso según se explica a continuación: El coeficiente de fricción se reduce al incrementar la presión media. Esto es causa directa debido a que la densidad del gas circulante es mayor. Una densidad mayor da lugar a un Número de Reynolds superior y por lo tanto a un coeficiente de fricción menor (ver correlaciones del coeficiente de fricción en anexo Método LHA, apartado 6.3):

$$\overline{P_w} \uparrow \rightarrow \rho \uparrow \rightarrow \text{Reynolds} \uparrow \rightarrow \text{Coeficiente de fricción} \downarrow$$

Sin embargo, un coeficiente de fricción menor no impide que las caídas de presión se reduzcan debido a la mayor densidad del gas:

$$\Delta P = \frac{C_f \rho v^2 l}{2 d_h} \quad C_f \downarrow \text{ y } \rho \uparrow \uparrow \rightarrow \Delta P \uparrow$$

Finalmente la caída de presión relativa es menor y por esta razón la eficiencia se incrementa:

$$\Delta P \uparrow \text{ y } P \uparrow \uparrow \rightarrow \frac{\Delta P}{P} \downarrow$$

También hay que añadir que parte de esta mejora en eficiencia está ligada a una mejor convección gracias a la mayor presión media $\overline{P_w}$ (ver correlaciones de convección anexo Método LHA, apartado 6.2).

2.8 VOLUMEN MUERTO

El volumen muerto lo forman principalmente en el motor Stirling el volumen del calentador, enfriador y regenerador. También hay una parte de volumen muerto en las zonas de compresión y expansión.

El volumen muerto es un volumen constante que reduce la variación de presión durante el ciclo como se ve en la Figura 19 al incrementar el volumen muerto original del Motor Solo (127 cm^3). Esto provoca por lo tanto que la potencia generada también se vea mermada como se observa en la Figura 20.

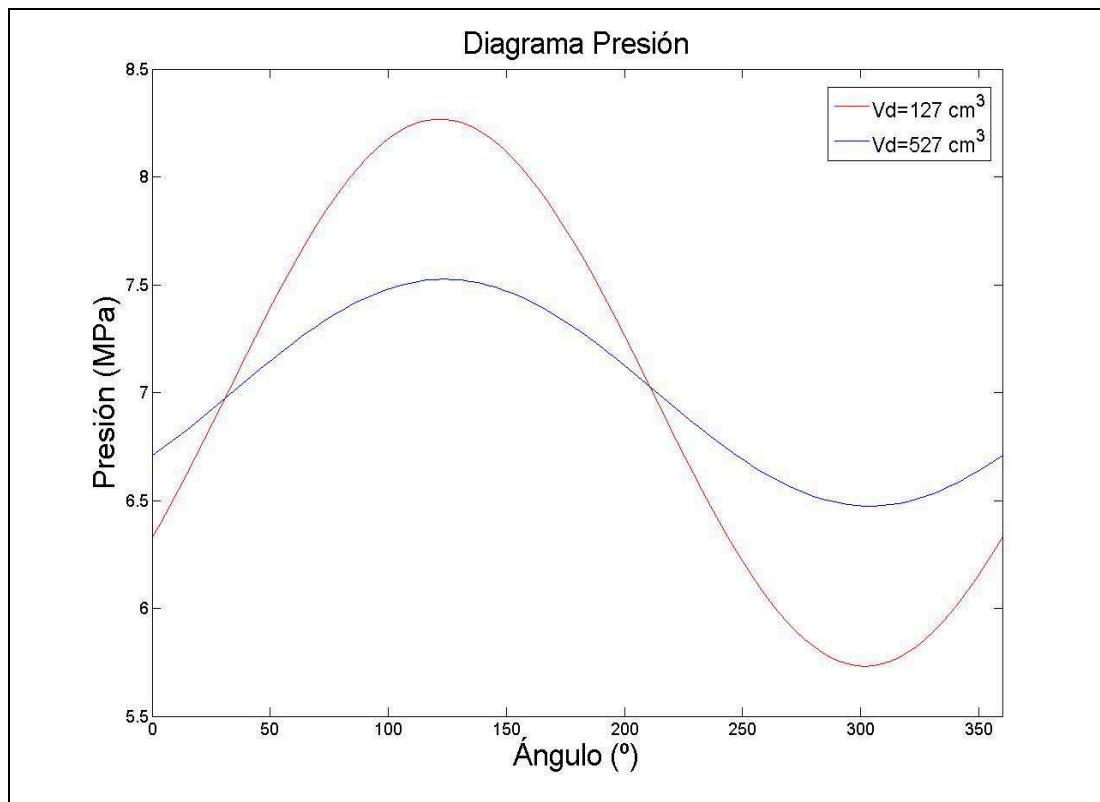


Figura 19: Variación de presión respecto al ángulo de giro (°) con diferentes V_d (cm^3). Motor Solo.

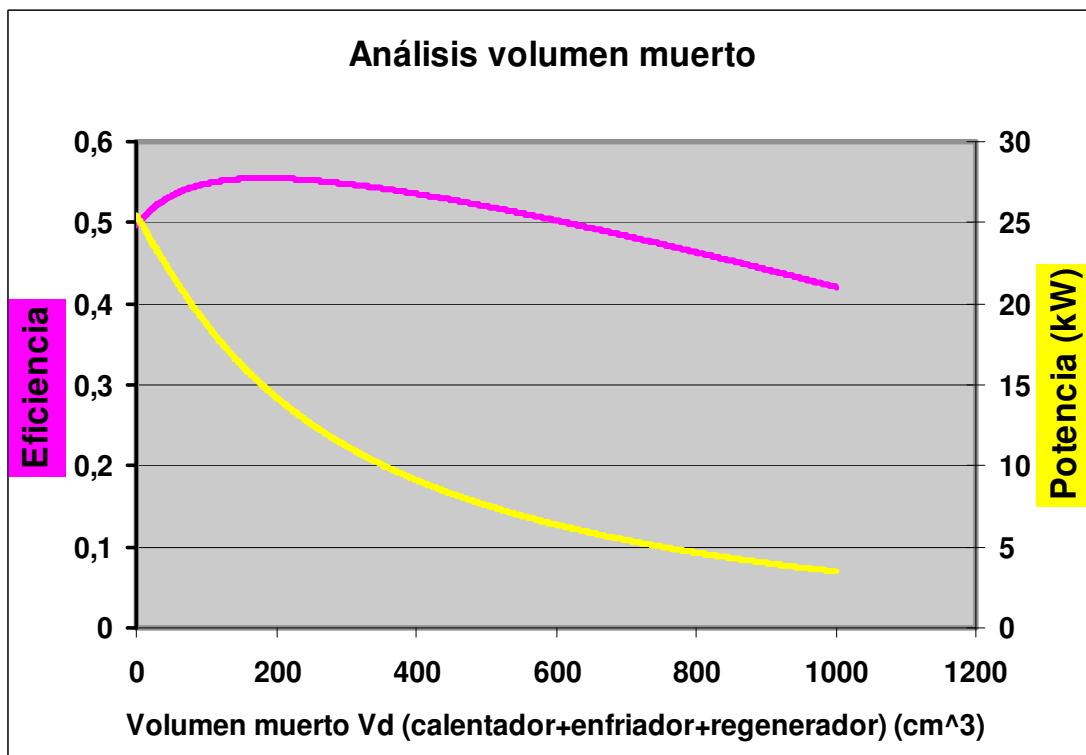


Figura 20: Análisis sensitivo del volumen muerto Vd . Motor Solo

La eficiencia tiende a bajar ligeramente al incrementar el volumen muerto Vd como se observa en la Figura 20. La explicación de esta tendencia se explica de la siguiente manera:

Si se aumenta el volumen muerto se reduce la relación de presiones en el motor como acaba de ser visto (ver Figura 19). Esto tiene como uno de sus mayores efectos reducir la potencia generada (ver Figura 20), pero también disminuir las pérdidas adiabáticas. Esta reducción en las pérdidas adiabáticas se debe a que la variación de temperatura del gas dentro de los diferentes volúmenes control es menor cuando se reduce relación de presiones, como ha sido explicado en el apartado 6.2.2 (ver ecuación politrópica 6.3.3). Existe por tanto una pequeña reducción en las pérdidas adiabáticas aunque las pérdidas por caídas de presión se mantienen constantes al no depender del valor de volumen muerto.

Finalmente se deduce que la combinación de menor potencia y pérdidas por presión constantes da como resultado global una menor eficiencia. Hay que notar que esta reducción de eficiencia no es por incremento en las pérdidas, sino por reducción de la potencia generada. De todas formas como se observa en la Figura 20 esta reducción de eficiencia es muy ligera.

2.9 ÁNGULO DE DESFASE

En el siguiente estudio paramétrico se estudian la potencia y la eficiencia en función del ángulo de desfase entre pistón y desplazador (motor Beta). En la Figura 21 se observa como la potencia tiene un máximo para un desfase de entorno a 90° (β). Hay que recordar que este ángulo no es el mismo que el ángulo de desfase en motores Alpha (α), y que ambos desfases están relacionados por la siguiente ecuación:

$$\tan(\alpha) = \frac{\lambda \sin(\beta)}{\lambda \cos(\beta) - 1} \quad 1.8$$

Por lo que haciendo uso de 1.8 en un motor Alpha el ángulo de desfase entre pistones donde se alcanzaría máxima potencia estaría entorno a 125° [5 p.97].

En cuanto a la eficiencia, ésta tiende a disminuir ligeramente conforme aumenta el desfase. Por lo cual podría pensarse en un desfase más pequeño para aumentar la eficiencia, pero por el contrario la potencia desarrollada disminuiría drásticamente (ver Figura 21).

En este apartado se puede llegar a la conclusión de que existen dos alternativas: Ángulos entre $80-100^\circ$ buscando máxima potencia o ángulos entre $40-60^\circ$ buscando máxima eficiencia.

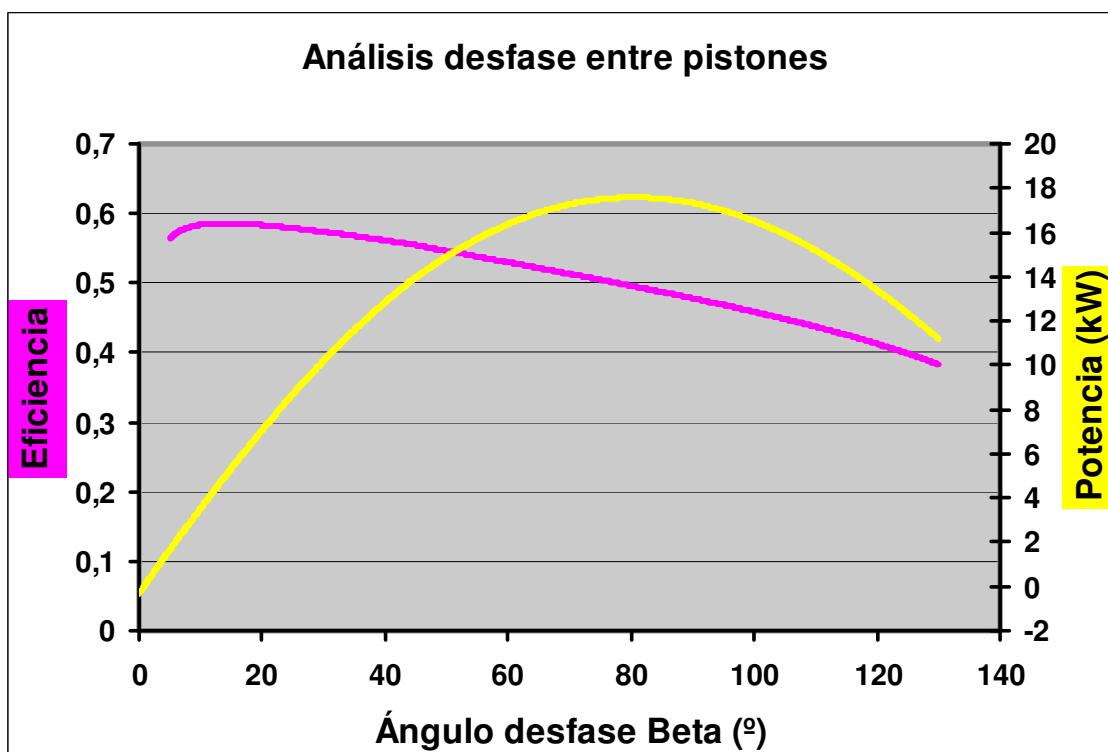


Figura 21: Análisis sensitivo del ángulo de desfase β . Motor Solo

MOTOR SOLO

ANEXO 4/7

MOTOR SOLO

DATOS INPUT	
Xpm (Power piston amplitude (m))	3,11E-02
Ds (Displacer stroke (m))	4,40E-02
Pd (Piston diameter (m))	6,80E-02
Dd (Displacer diameter (m))	6,80E-02
Rd (Displacer rod diameter (m))	0,00E+00
V_e (mean expansion volume (m ³))	1,00E-04
V_d (mean dead volume (m ³))	2,07E-04
V_c (mean compression volume (m ³))	1,02E-04
A_se (mean heat surface expansion area (m ²))	1,50E-02
A_sc (mean heat surface compression area (m ²))	1,50E-02
w (frequency (hz))	25
P_w (Mean pressure (Mpa))	11,2
Th (heater temperature (K))	973
Tc (cooler temperature (K))	328
phase (phase difference between piston and displacer (º))	45
gas (gas used to drive the engine)	4

HEATER	
Dhe (diametro de seccion del heater) m	1,80E-03
ntuboshe (numero de tubos)	78
lhe (longitud del heater) m	3,20E-01
COOLER	
Dco (diametro de seccion del cooler) m	1,25E-03
ntubosco (numero de tubos)	302
lco (longitud del cooler) m	1,00E-01
REGENERATOR	
Dreg (diametro de seccion del regenerador) m	6,50E-02
Dwire (diametro de alambres) m	5,00E-05
f (filling factor de la malla)	0,31
lreg (longitud del regenerador) m	3,00E-02

Tabla 1: Datos Excel de entrada

Este motor se encuentra disponible en la EINA. Es un motor tipo Alpha y desarrolla alrededor de 12 kW de potencia termodinámica indicada. A continuación se muestran los resultados más destacados obtenidos con el programa.

Se puede observar en la Tabla 2 como en el caso adiabático la potencia es superior que en el isotermo aunque con menor eficiencia, como se explicó en la memoria. De todas formas en este motor la diferencia no es muy acusada (70 W). Lo cual es debido en parte a que el gas usado es hidrógeno, que es diatómico y produce variaciones de presión más suaves que otros monoatómicos como el helio. Y también juegan un papel importante los volúmenes muertos, ya que del mismo modo contribuyen a que las variaciones de presión sean más suaves.

Motor Solo (ideal) ^{**}	Potencia (W)	Eficiencia
Adiabático	15613	0.602
Isotermo	15543	0.66 ^{***}

Tabla 2: Resultados para caso adiabático ($h=0$) e isotermo ($h=\infty$).

Motor Solo	Potencia (W)	Eficiencia	$K_{pr} \left(\frac{Pa.s}{g} \right)$	Perdida de Potencia (%)
Kim	15351	0.595	583	-1.7%
Mulder and Vonk	13471	0.539	8178	-13.7%
Mills	15344	0.595	615	-1.7%
Gauze	15014	0.585	1951	-3.8%
Metnet	13968	0.554	6175	-10.5%

Tabla 3: Resultados en función de las diferentes correlaciones del regenerador.

RESULTADOS GENERALES *

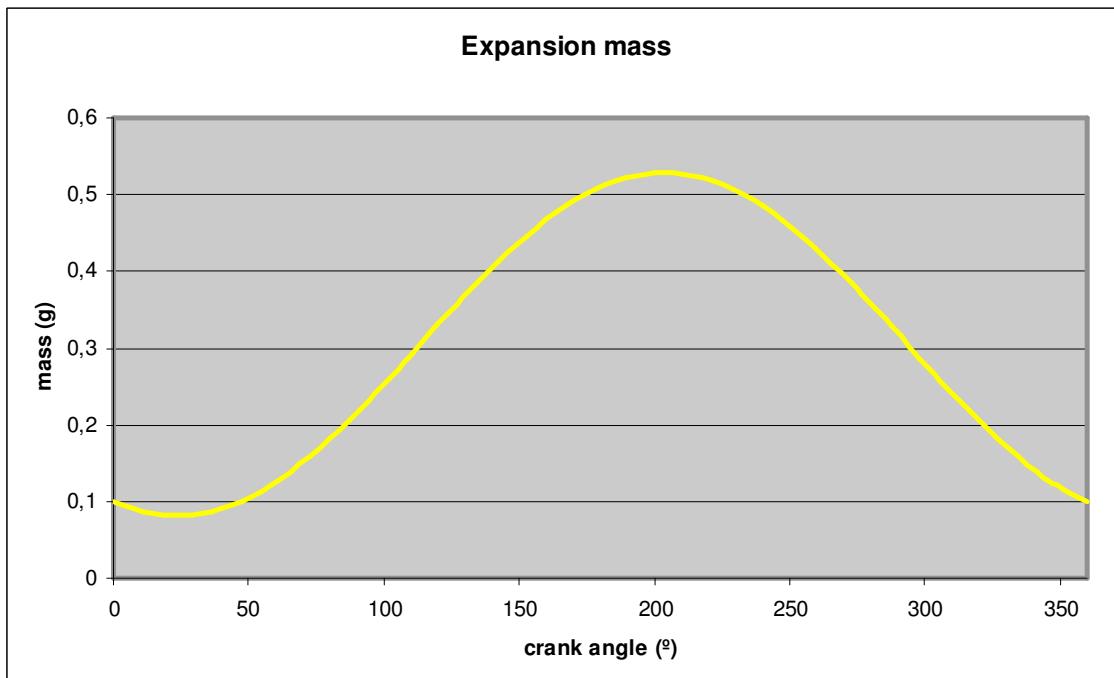


Figura 1: Masa en la zona de expansión en función del ángulo de giro

** Por ideal se refiere al caso sin pérdidas de presión, fugas o semiadiabáticas.

*** Máxima eficiencia teórica, eficiencia de Carnot=1- $\frac{T_k}{T_h}$.

* * Las gráficas han sido realizadas con las correlaciones de Eichelberg para el coeficiente de convección, la correlación de Metnet para las caídas de presión y sin *leakage*. Las variaciones gráficas en función de la correlación son ínfimas.

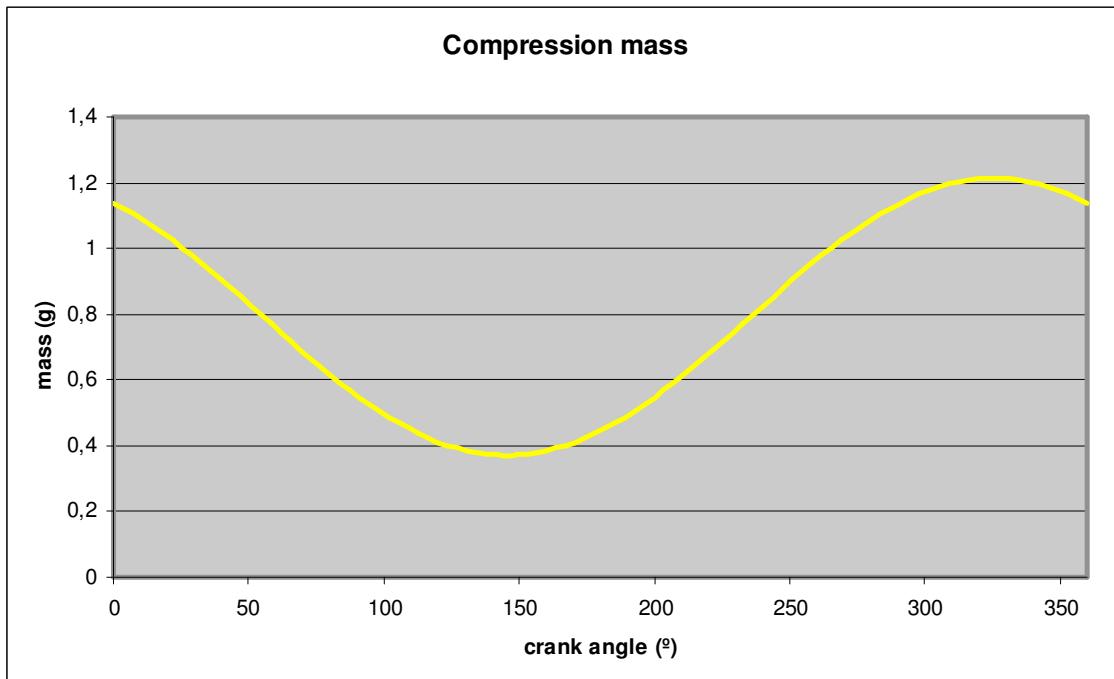


Figura 2: Masa en la zona de compresión en función del ángulo de giro

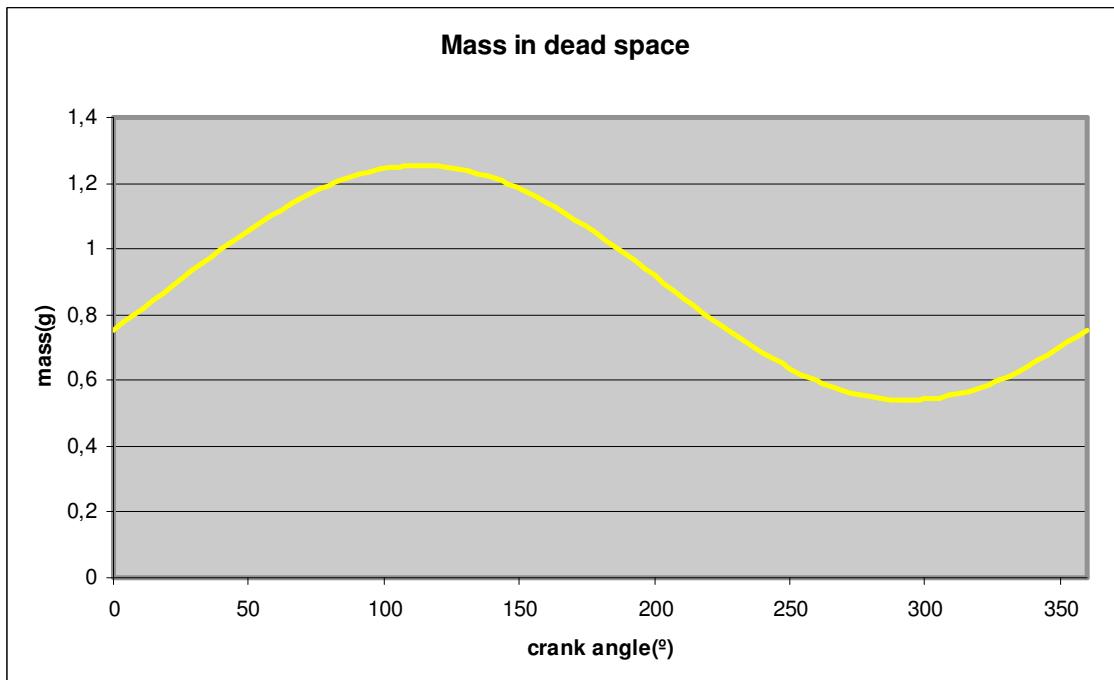


Figura 3: Masa en la zona muerta en función del ángulo de giro

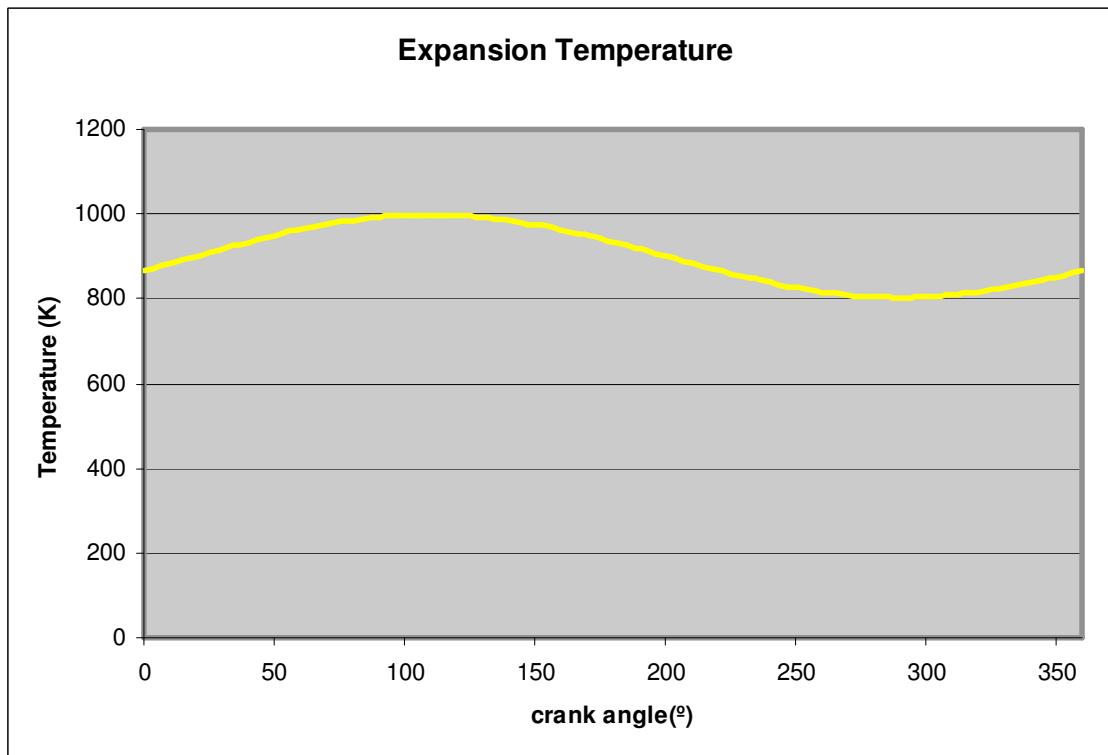


Figura 4: Temperatura en la zona de expansión en función del ángulo de giro

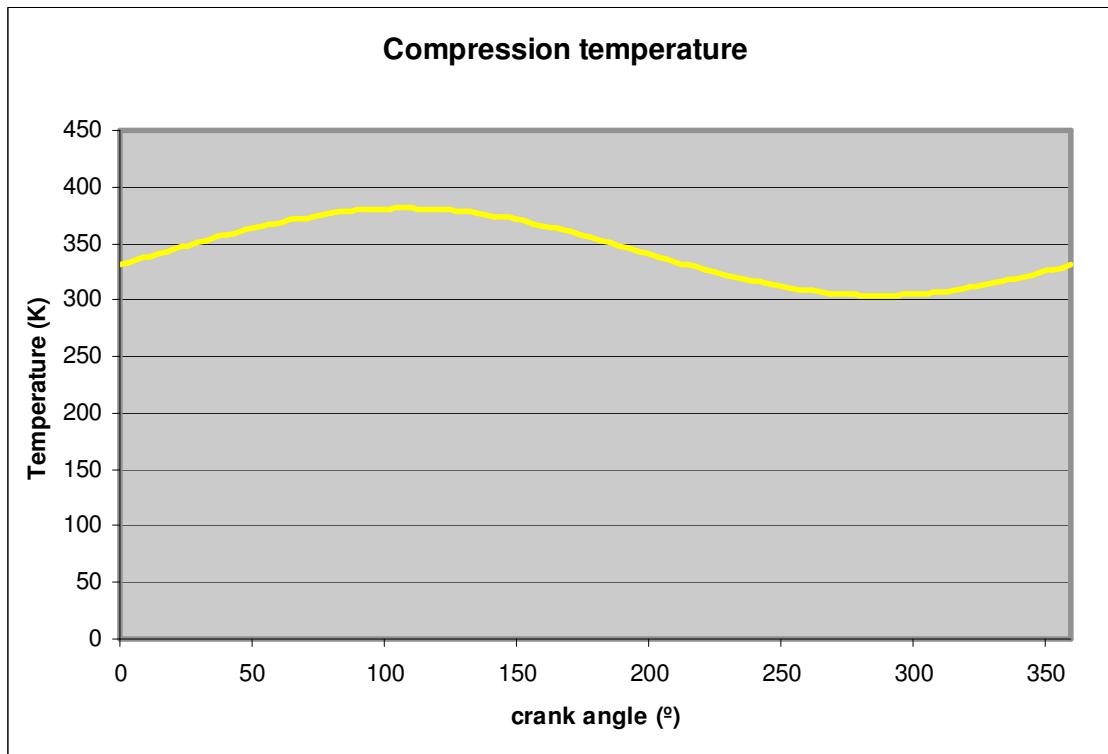


Figura 5: Temperatura en la zona de compresión en función del ángulo de giro

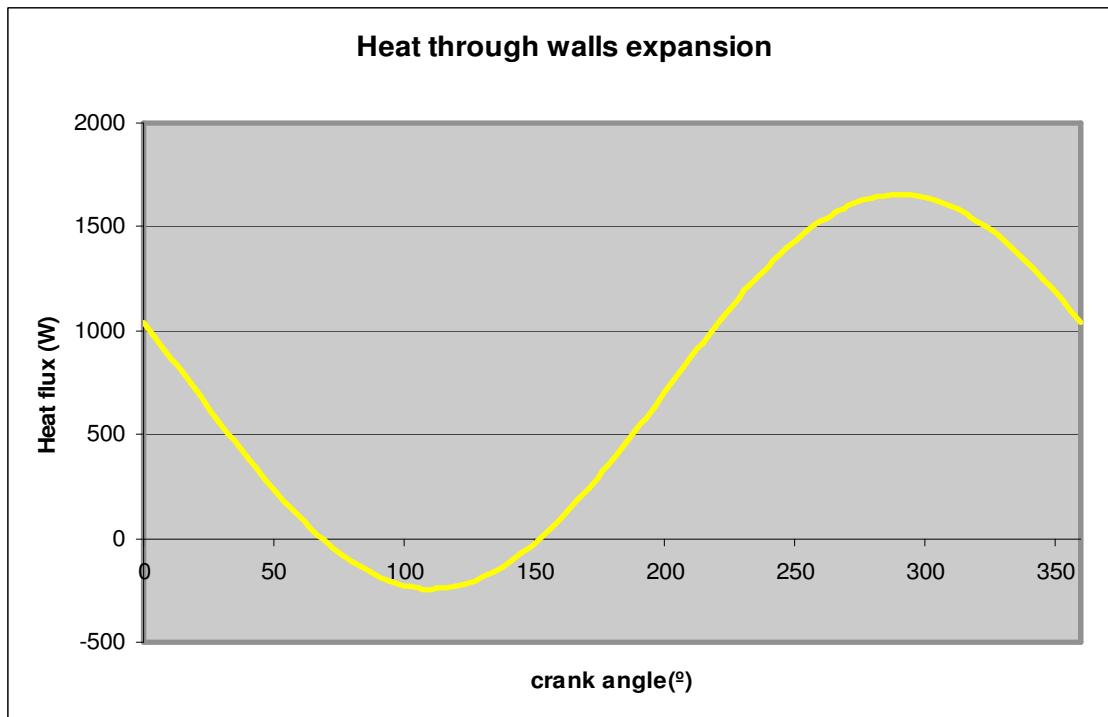


Figura 6: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de expansión transmitido por convección en función del ángulo de giro

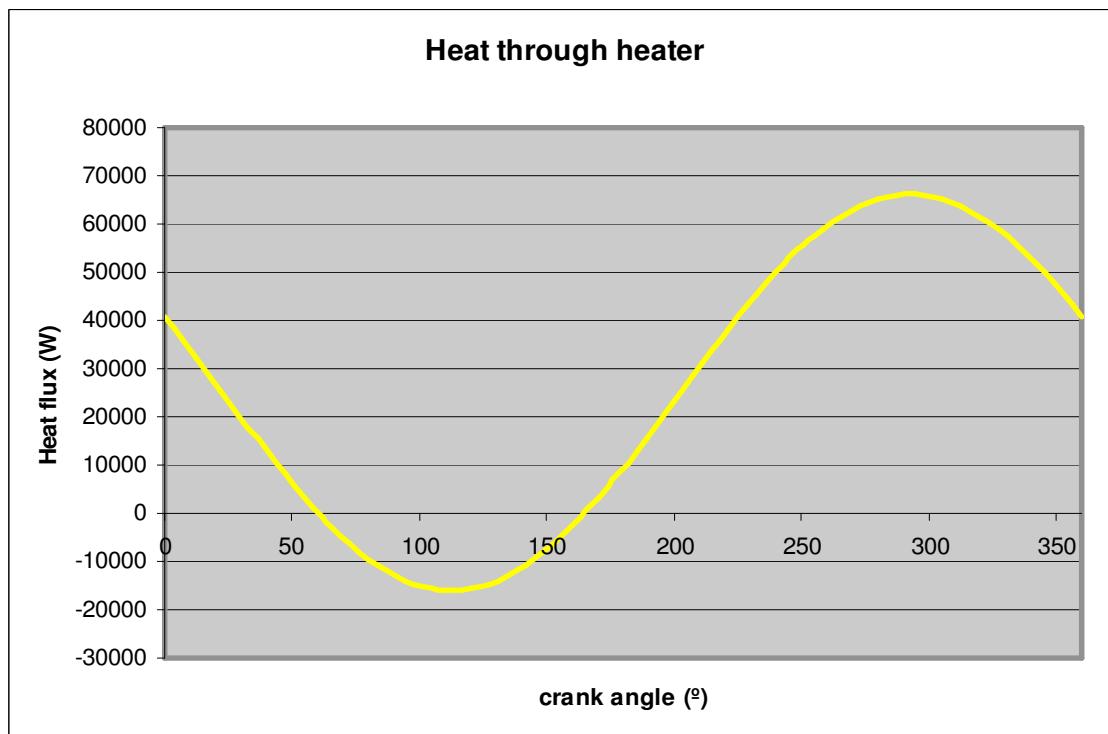


Figura 7: Flujo de calor a través del calentador en función del ángulo de giro

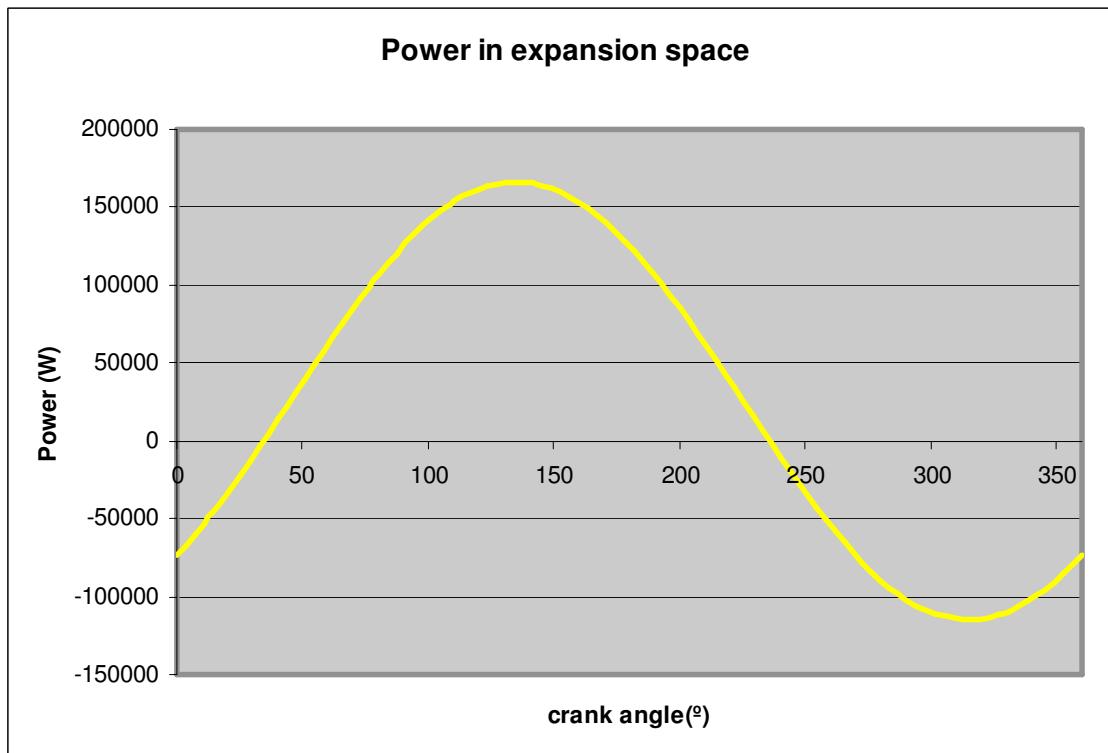


Figura 8: Potencia indicada en la zona de expansión en función del ángulo de giro

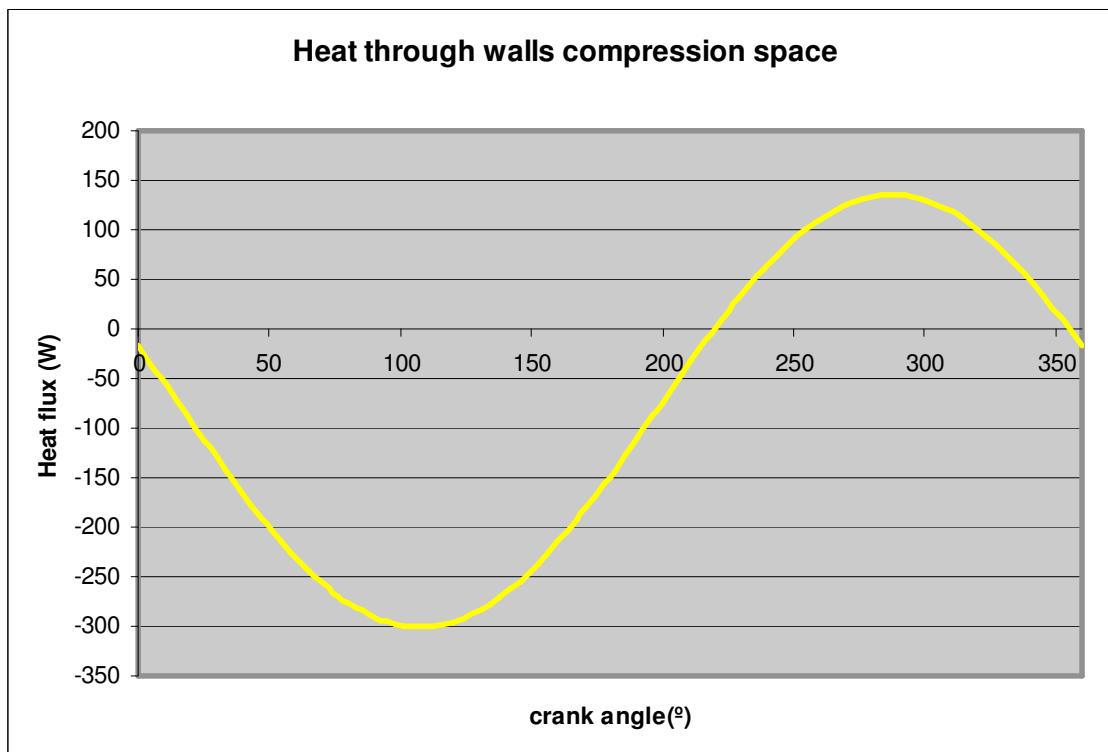


Figura 9: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de compresión transmitido por convección en función del ángulo de giro

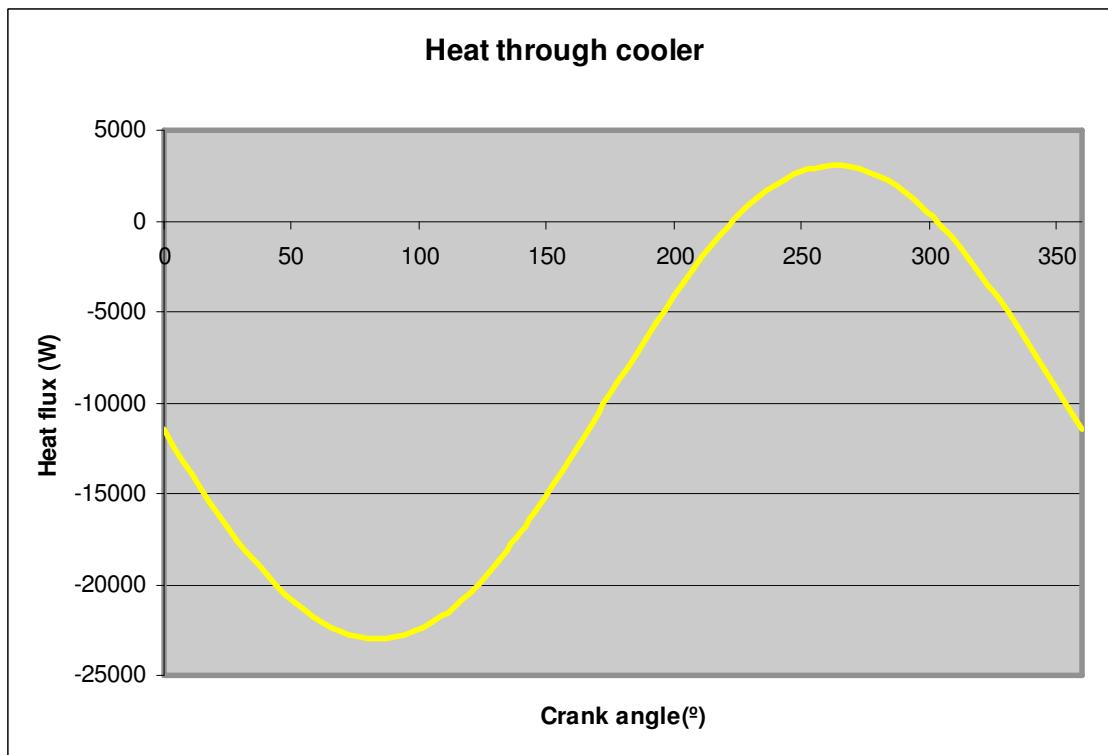


Figura 10: Calor a través del enfriador en función del ángulo de giro

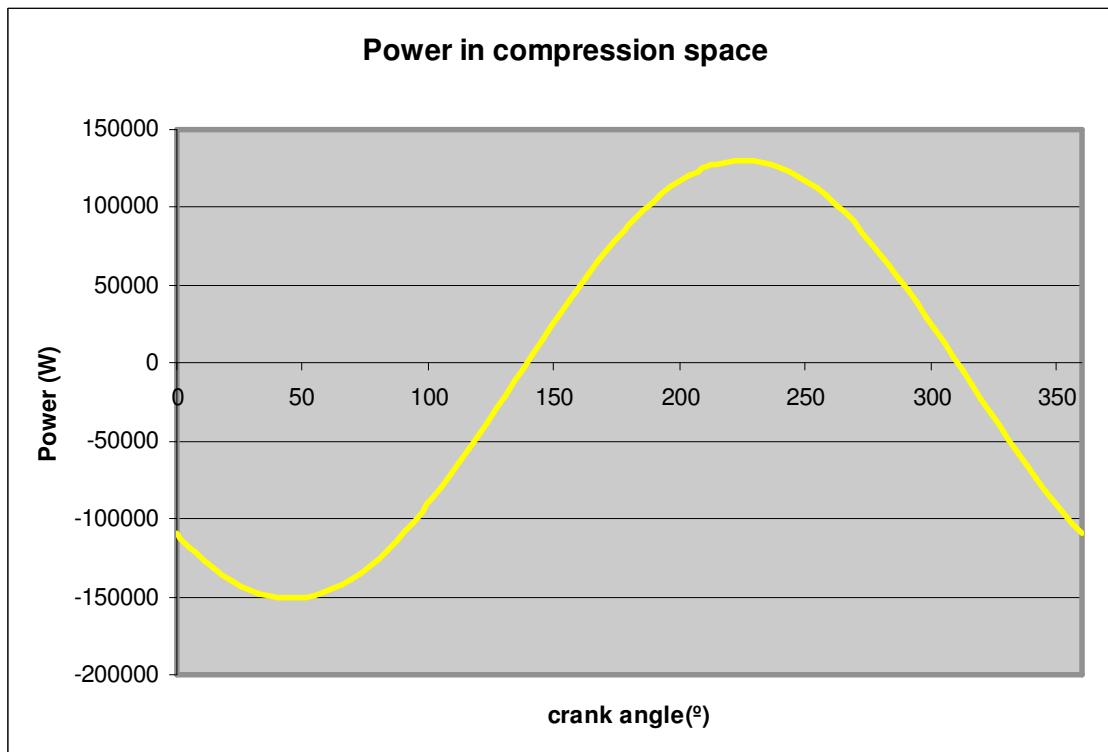


Figura 11: Potencia indicada en la zona de compresión en función del ángulo de giro

Mediante las graficas de volumen (Figuras 12, 13 y 14) se puede comprobar una cosa interesante. El Motor Solo, como ya se ha explicado, es un motor Alpha cuyo ciclo ha sido equivalentemente pasado al de un motor Beta para hacerlo funcionar en el programa. Se sabe por los datos suministrados del Motor Solo alpha que tiene las siguientes características:

Cilindro de compresión

Diámetro (mm)	D_C	68.00
Carrera (mm)	S_C	44.00
Volumen muerto (cc)	V_{dcc}	21.90

Cilindro de expansión

Diámetro (mm)	D_E	68.00
Carrera (mm)	S_E	44.00
Volumen muerto (cc)	V_{dce}	20.80

Por lo que el volumen barrido en ambos cilindros es el mismo e igual a:

$$V_{SW} = \frac{D^2 \pi}{4} S_t = \frac{68^2 \pi}{4} 44 \approx 160 \text{ cc}$$

En las dos graficas se comprueba que la variación de volumen va desde el volumen muerto $\approx 20 \text{ cc}$ hasta $\approx 180 \text{ cc}$ (Figura 12 y Figura 13). Luego se cumple que las variaciones de volumen que da el programa haciendo los cambios para motor Beta son iguales que el motor Alpha original.

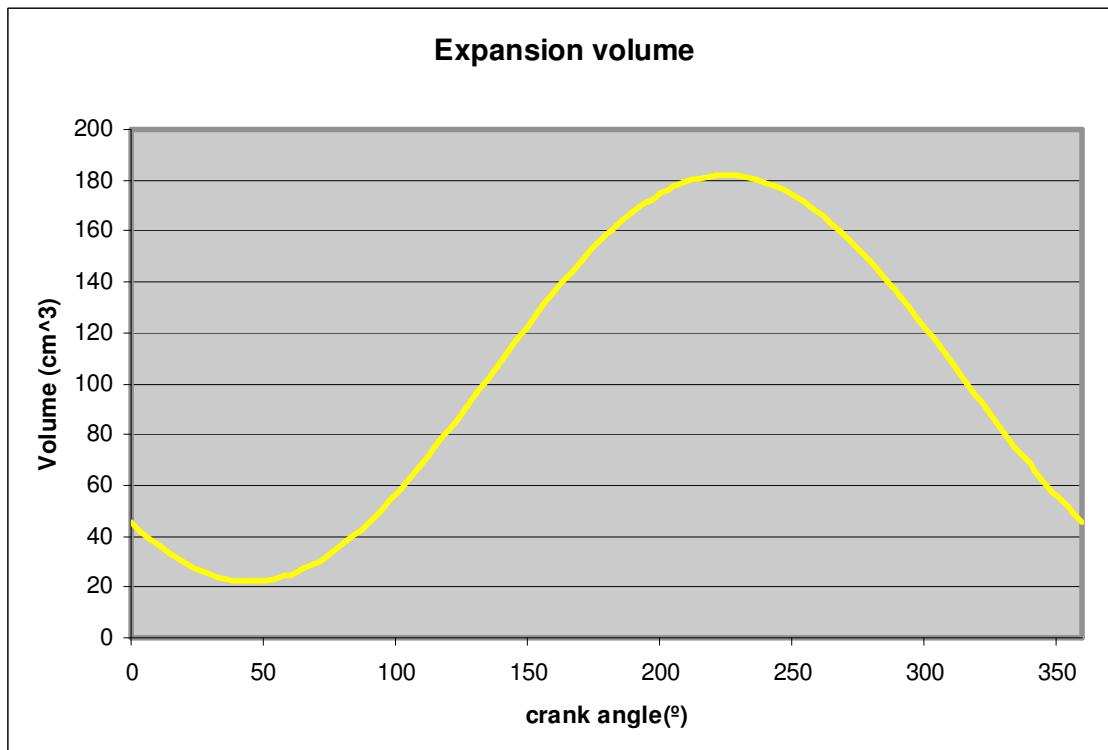


Figura 12: Volumen de la zona de expansión en función del ángulo de giro

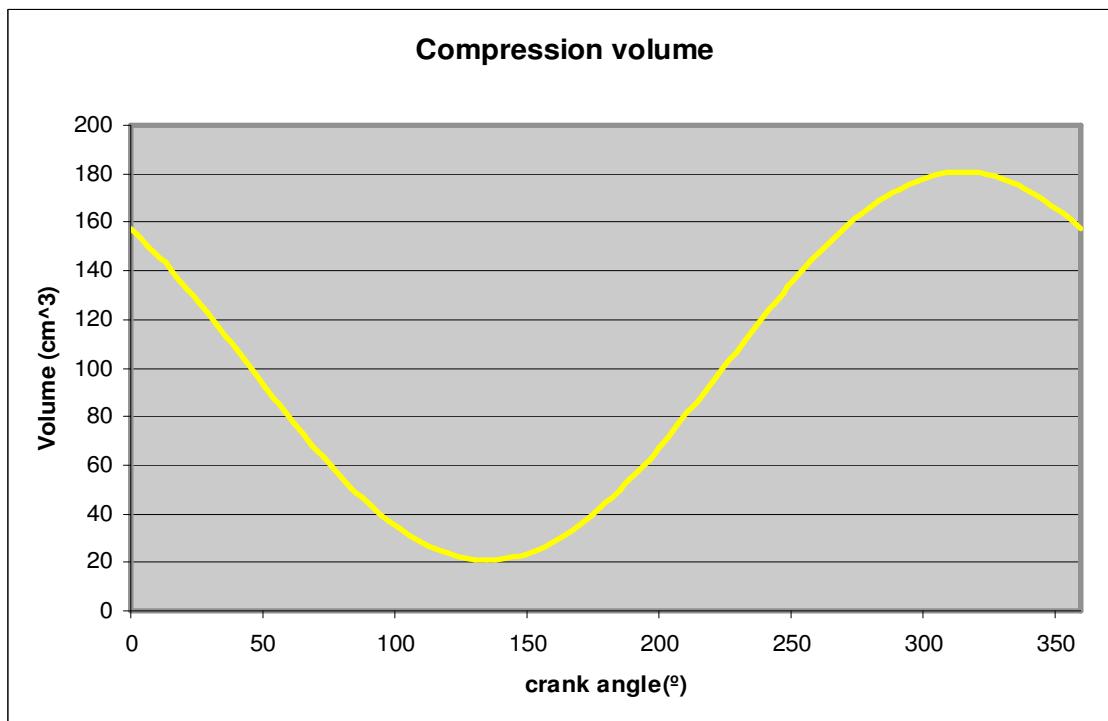


Figura 13: Volumen de la zona de compresión en función del ángulo de giro

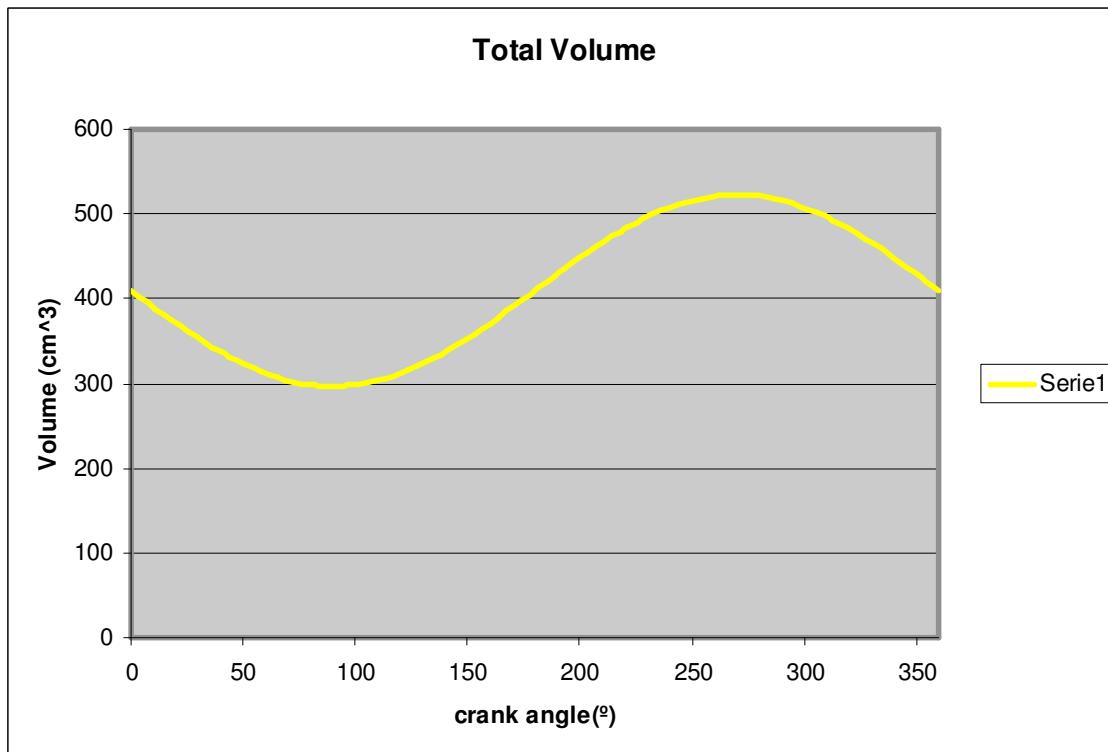


Figura 14: Volumen total en función del ángulo de giro

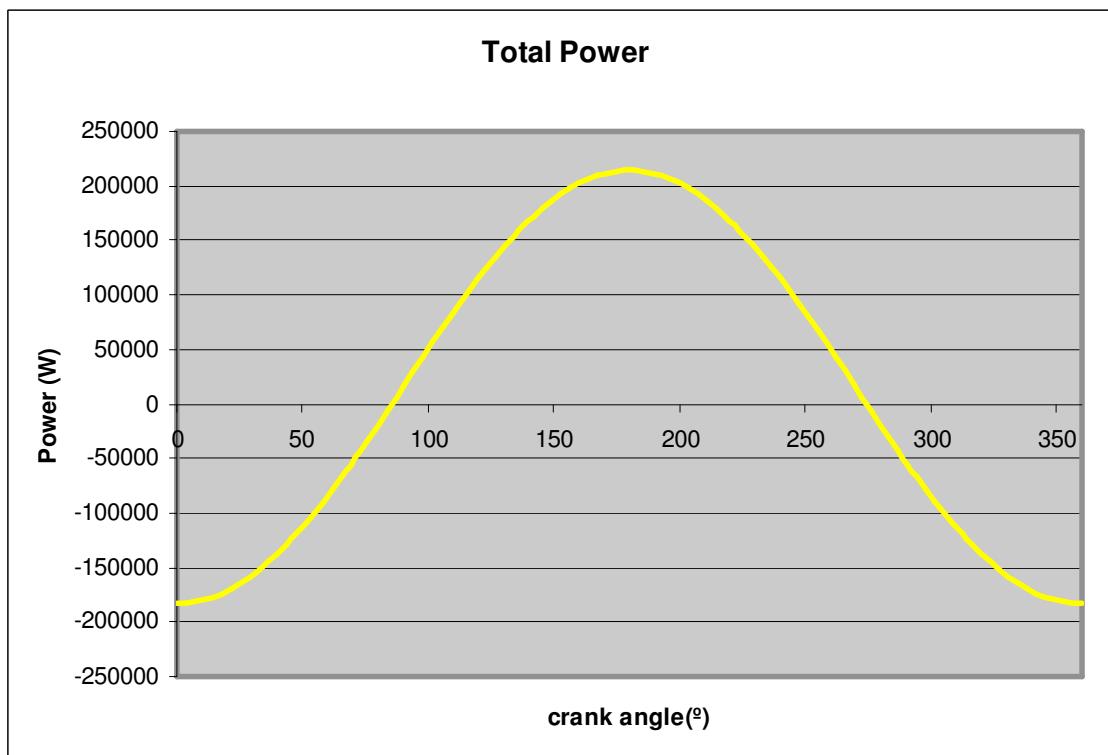


Figura 15: Potencia indicada total en función del ángulo de giro

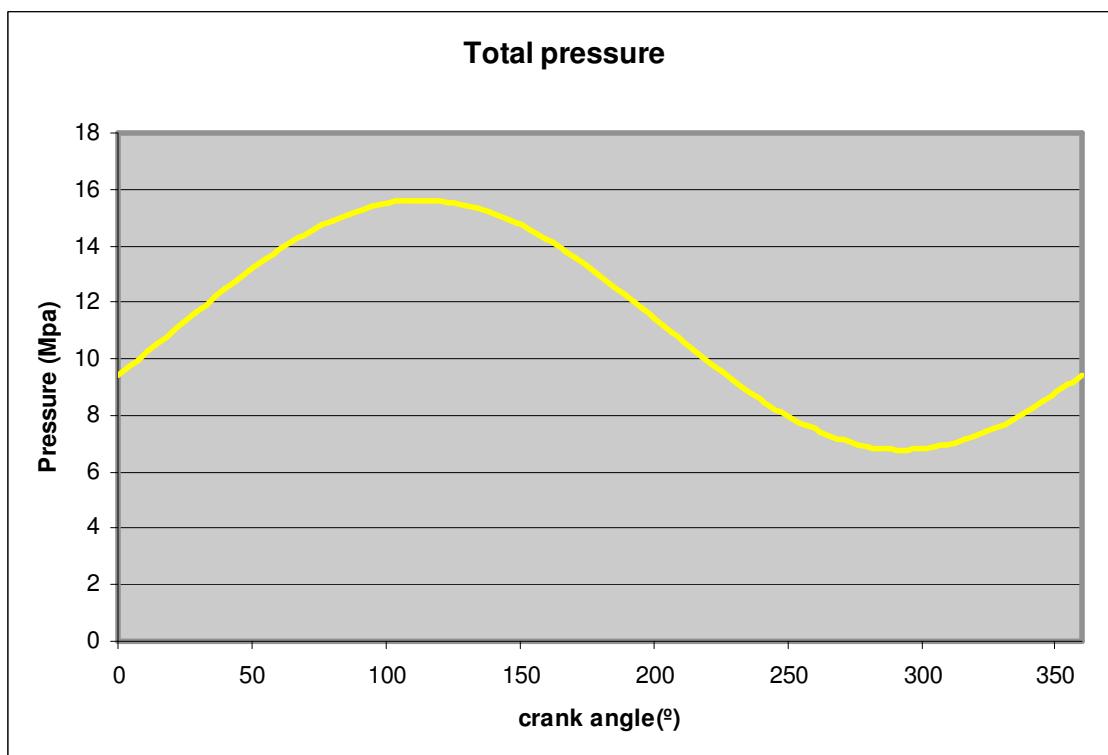


Figura 16: Presión en función del ángulo de giro

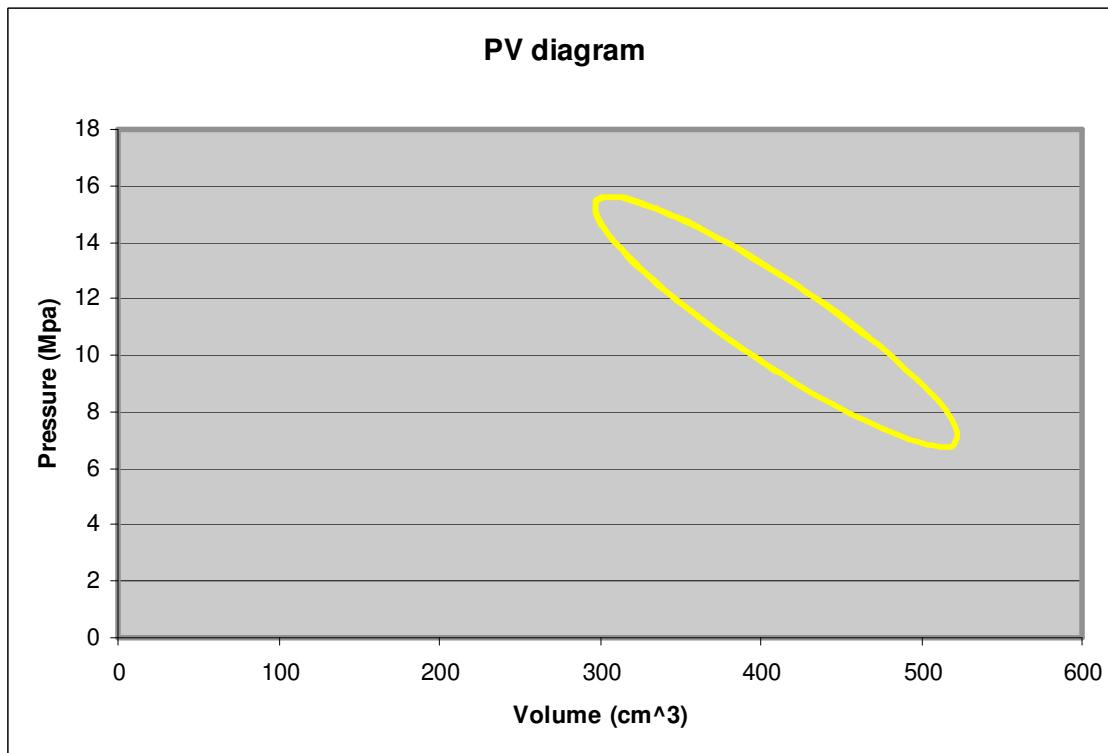


Figura 17: Diagrama presión–volumen

Finalmente, se han estudiado dos diseños de calentador alternativos al original, llamados 2B y 3B, cuyas características se describen a continuación:

2B

Diámetro del tubo del calentador (m)	0.002
Numero de tubos	28
Longitud de los tubos (m)	0.802
Volumen muerto calentador (m³)	0.000214

3B

Diámetro del tubo del calentador (m)	0.002
Numero de tubos	60
Longitud de los tubos (m)	0.308
Volumen muerto calentador (m³)	0.0002015

ORIGINAL

Diámetro del tubo del calentador (m)	0.0018
Numero de tubos	78
Longitud de los tubos (m)	0.32
Volumen muerto calentador (m³)	0.000207

Los resultados obtenidos en función de cada diseño se muestran a continuación:

2B

Potencia (W)	12718.4
Eficiencia	0.5349
Número de Reynolds en el calentador	34115
Velocidad del gas en el calentador (m/s)	116.2
Constante de pérdidas por presión Kpe (Pa*s/g)	6160.6

3B

Potencia (W)	14164.7
Eficiencia	0.5549
Número de Reynolds en el calentador	15920
Velocidad del gas en el calentador (m/s)	54.2
Constante de pérdidas por presión Kpe (Pa*s/g)	623.2

ORIGINAL

Potencia (W)	13960
Eficiencia	0.5546
Número de Reynolds en el calentador	13607
Velocidad del gas en el calentador (m/s)	51.5
Constante de pérdidas por presión Kpe (Pa*s/g)	674.7

Se observa como en el caso **2B** las pérdidas por presión crecen mucho debido a la gran velocidad que alcanza el gas en el calentador (116.2 m/s). Esto lleva a que la constante de pérdidas de presión *Kpe* aumente casi 10 veces respecto al diseño original y la potencia desarrollada sea por lo tanto menor (**12718 W**).

En el caso **3B** la potencia es ligeramente superior a la del diseño original (**14165 W**), a pesar de que la velocidad que alcanza el gas en el calentador es un poco mayor (54.2 m/s). Esto es debido a que la caída de presión no depende sólo de la velocidad del gas sino también del Número de Reynolds, que es inversamente proporcional al coeficiente de fricción. La formula que rige las caídas de presión en el calentador es:

$$\Delta P = \frac{C_f \rho v^2 l}{2 d_h}$$

A pesar de una velocidad un poco mayor, el coeficiente de fricción decrece de manera más acusada y el resultado final son caídas de presión menores. Por último, los volúmenes muertos son prácticamente iguales a los del diseño original, luego no hay cambios apreciables en los resultados debido a los volúmenes muertos.

MOTOR LDT

ANEXO 5/7

MOTOR LDT

DATOS INPUT	
Xpm (Power piston amplitude (m))	7,50E-03
Ds (Displacer stroke (m))	9,52E-03
Pd (Piston diameter (m))	1,59E-02
Dd (Displacer diameter (m))	1,55E-01
Rd (Displacer rod diameter (m))	0,00E+00
V_e (mean expansion volume (m ³))	1,16E-04
V_d (mean dead volume (m ³))	1,21E-05
V_c (mean compression volume (m ³))	1,26E-04
A_se (mean heat surface expansion area (m ²))	2,78E-03
A_sc (mean heat surface compression area (m ²))	5,74E-04
w (frequency (hz))	2
P_w (Mean pressure (Mpa))	0,1
Th (heater temperature (K))	302
Tc (cooler temperature (K))	299
phase (phase difference between piston and displacer (º))	90
gas (gas used to drive the engine)	2
REGENERATOR	
Dreg (diametro de sección del regenerador) m	4,90E-02
Dwire (diametro de alambres) m	5,00E-03
f (filling factor de la malla)	0,5
Ireg (longitud del regenerador) m	7,94E-03

Tabla 1: Datos Excel de entrada

Este motor se encuentra disponible en la EINA. Se trata de un pequeño motor de bajo gradiente de temperatura y tipo Beta. Al ser un motor de bajo gradiente de temperatura, el caso isotermo es el que más potencia y eficiencia desarrolla como se observa en la Tabla 2. No posee intercambiadores de calor y los datos del regenerador son dudosos, por lo que no se pueden contabilizar las pérdidas por caída de presión de manera satisfactoria.

Se han realizado una serie de simulaciones contabilizando las caídas de presión en el regenerador. Para estas simulaciones se ha supuesto un *filling factor* (f) igual a 0.5 y al no haber datos del diámetro de los huecos del regenerador (*Dwire*) se han realizado una serie de análisis sensitivos para obtener la potencia en función de este diámetro y la correlación del regenerador. De las cinco correlaciones disponibles para el regenerador sólo dos dan resultados que pueden ser lógicos (Correlación de Kim y Correlación Gauzes), ya que con las otras tres correlaciones se obtienen potencias negativas. Se puede observar en la Figura 1 y Figura 2 que para ambas correlaciones el diámetro *Dwire* que permite obtener potencias positivas es bastante grande, del orden de milímetros, cuando en un regenerador común sería cien veces más pequeño.

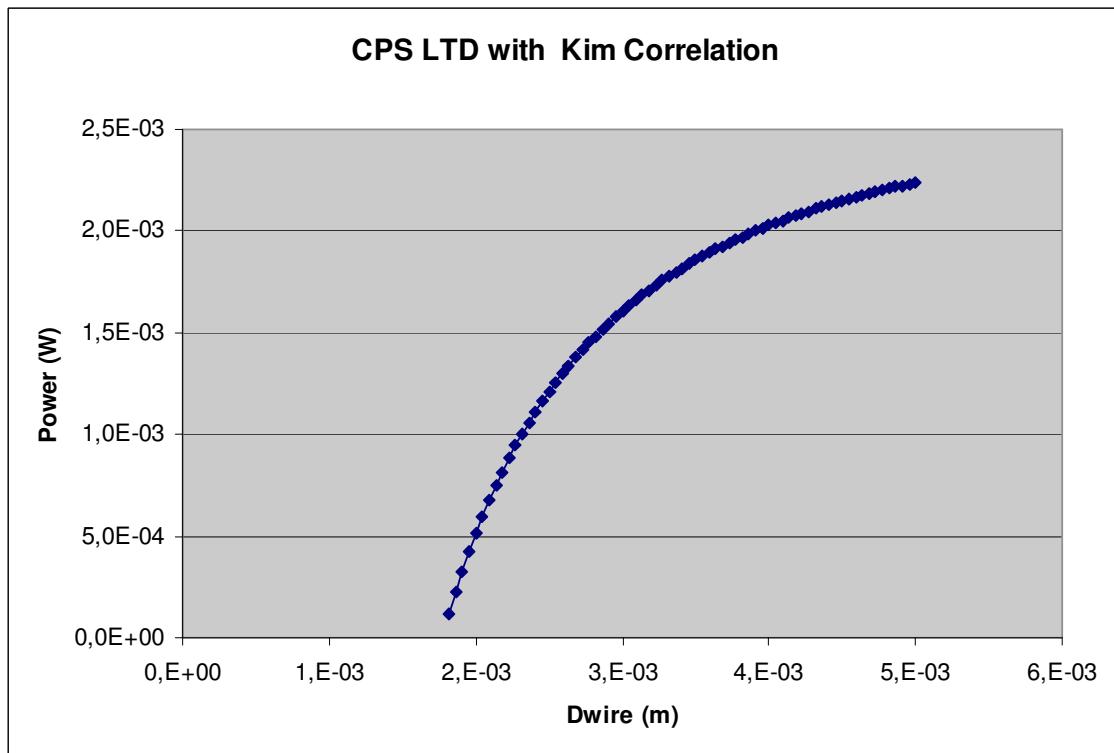


Figura 1: Potencia indicada en función del diámetro de los huecos del regenerador para un regenerador con la Correlación de Kim

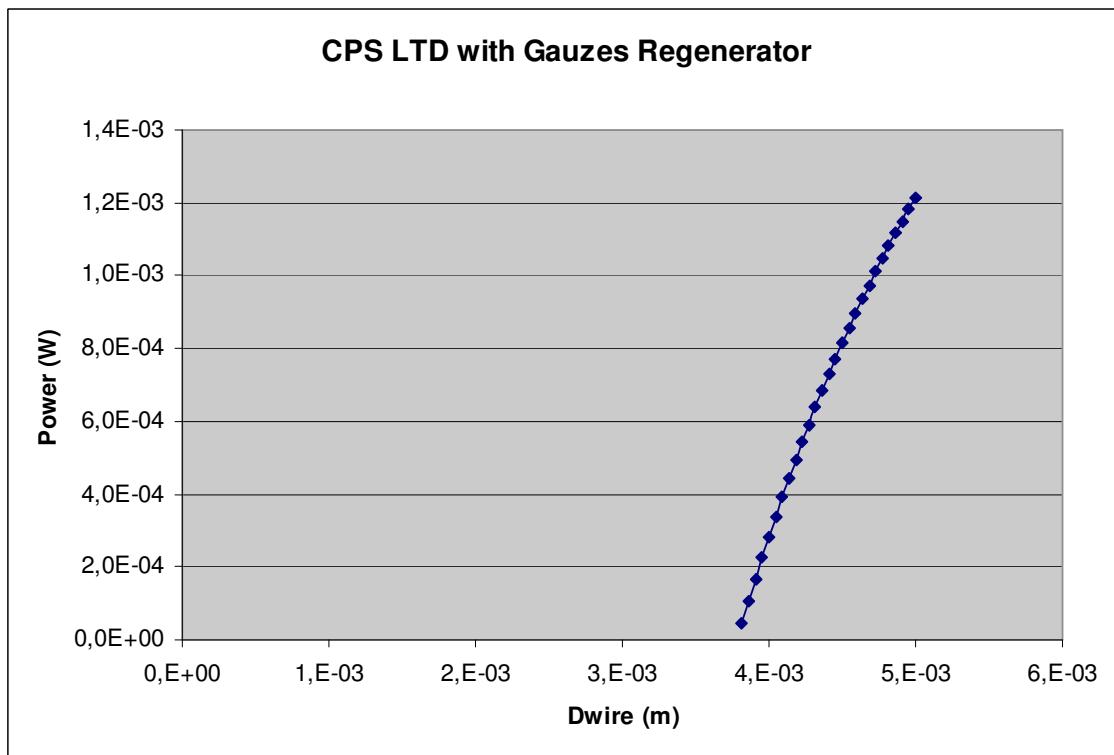


Figura 2: Potencia indicada en función del diámetro de los huecos del regenerador para un regenerador con malla de Gauzes

Motor LDT (ideal)	Potencia (W)	Eficiencia
Adiabático	0.00278	0.006
Isotermo	0.00329	0.0099

Tabla 2: Potencia y eficiencia para motor adiabático ($h=0$) e isotermo ($h=\infty$).

RESULTADOS GRÁFICOS**

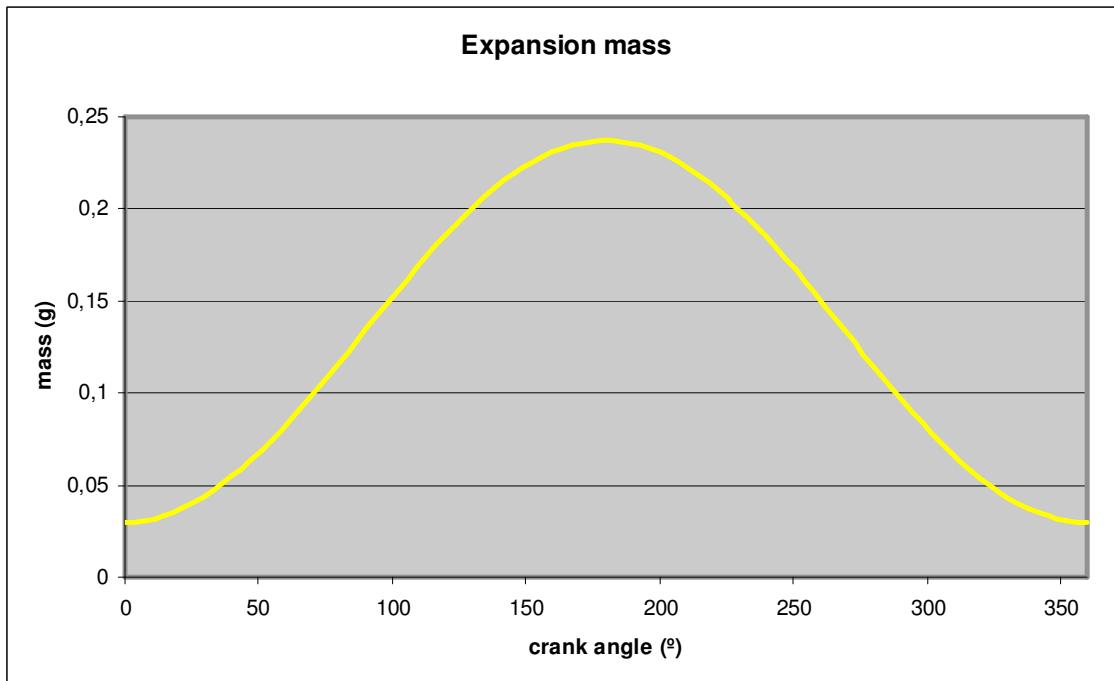


Figura 3: Masa en la zona de expansión en función del ángulo de giro

** Las gráficas son del caso adiabático, que es el que mejor aproxima el motor real.

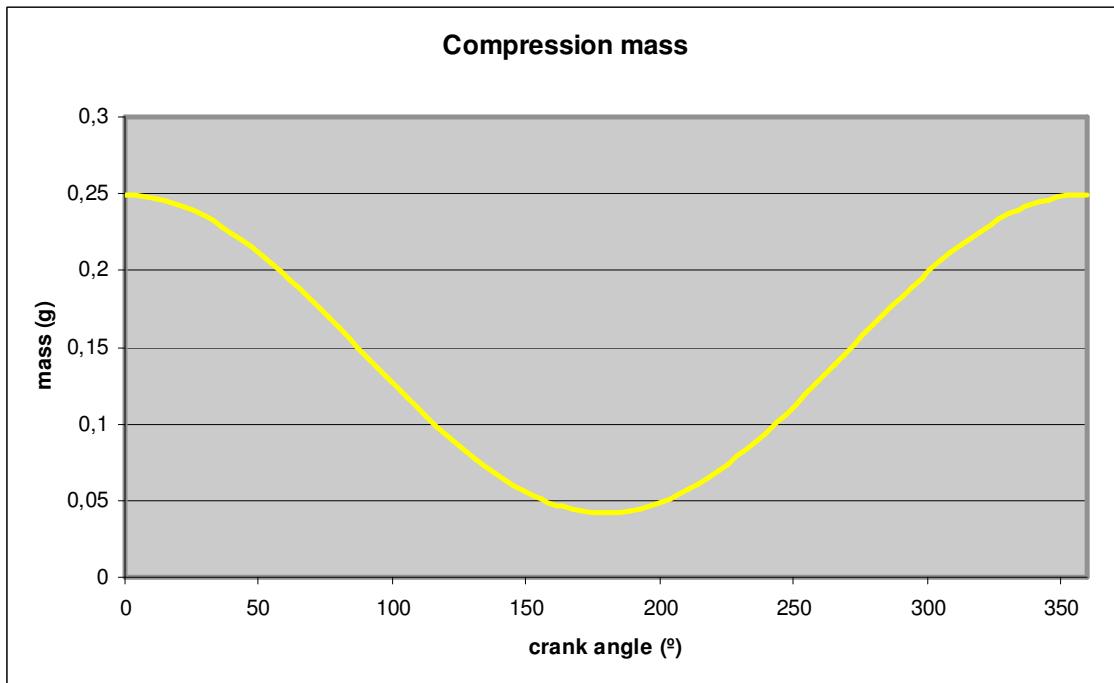


Figura 4: Masa en la zona de compresión en función del ángulo de giro

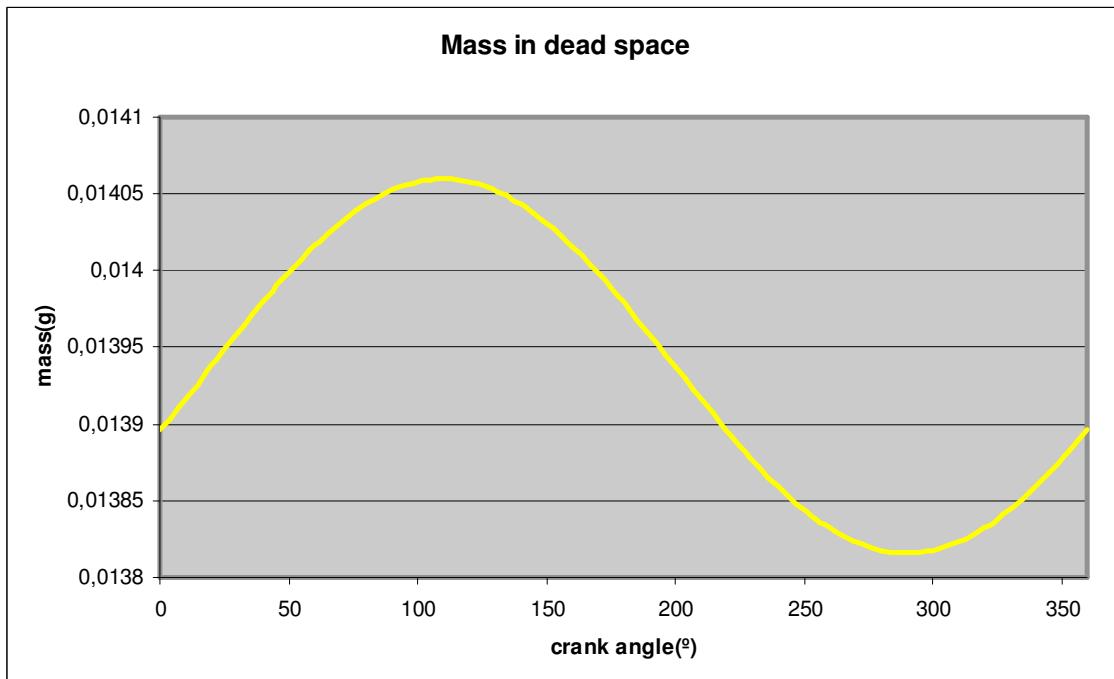


Figura 5: Masa en la zona muerta en función del ángulo de giro

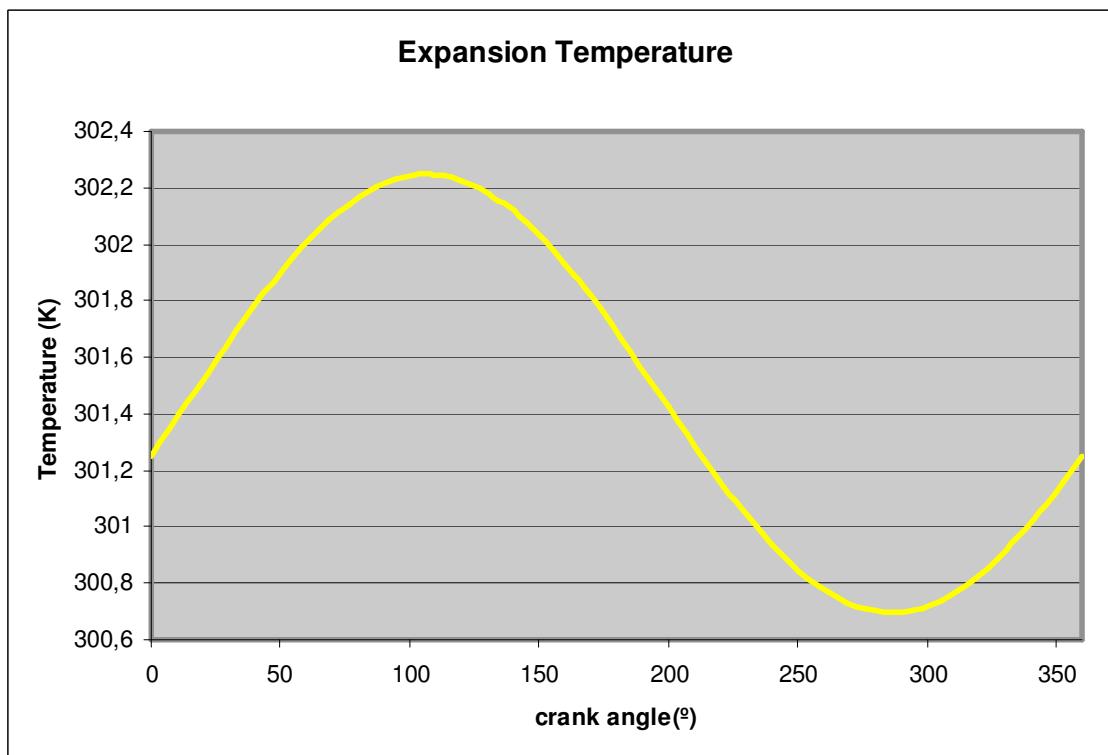


Figura 6: Temperatura en la zona de expansión en función del ángulo de giro

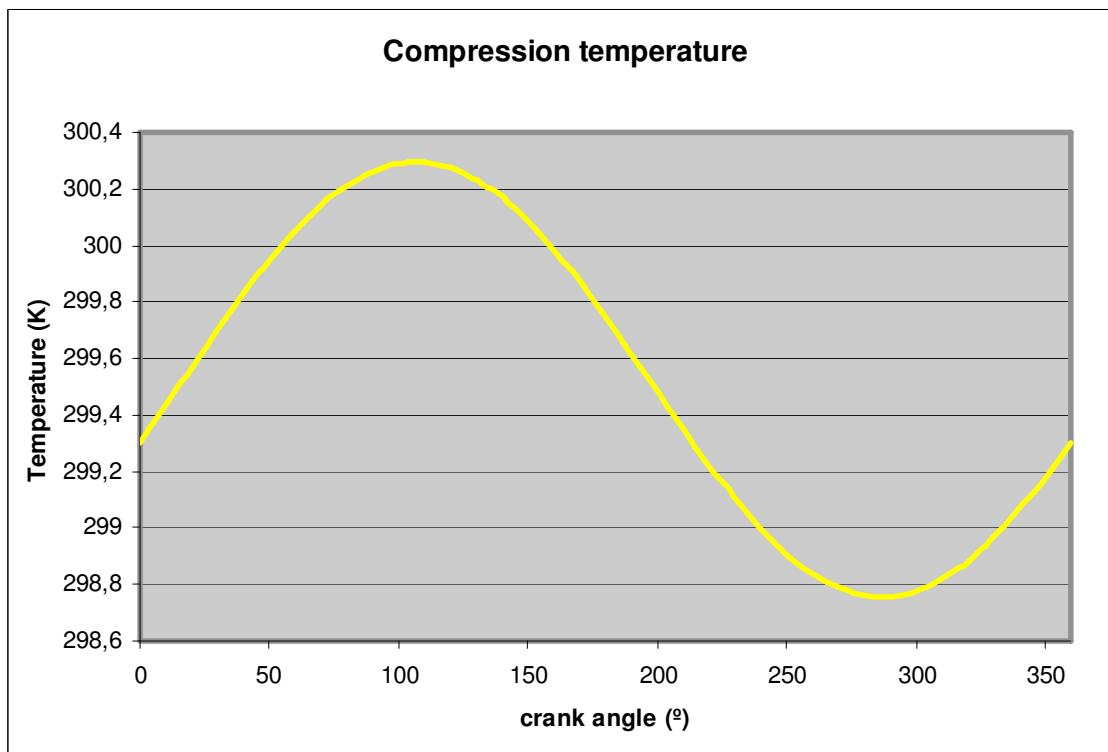


Figura 7: Temperatura en la zona de compresión en función del ángulo de giro

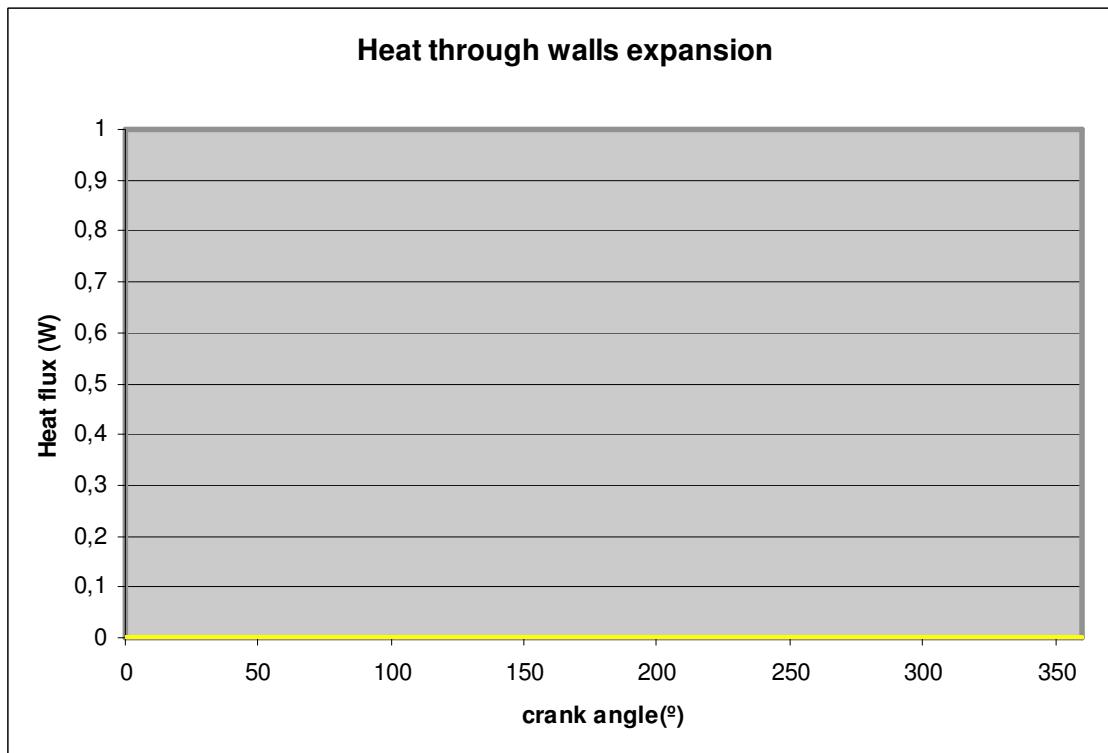


Figura 8: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de expansión transmitido por convección en función del ángulo de giro

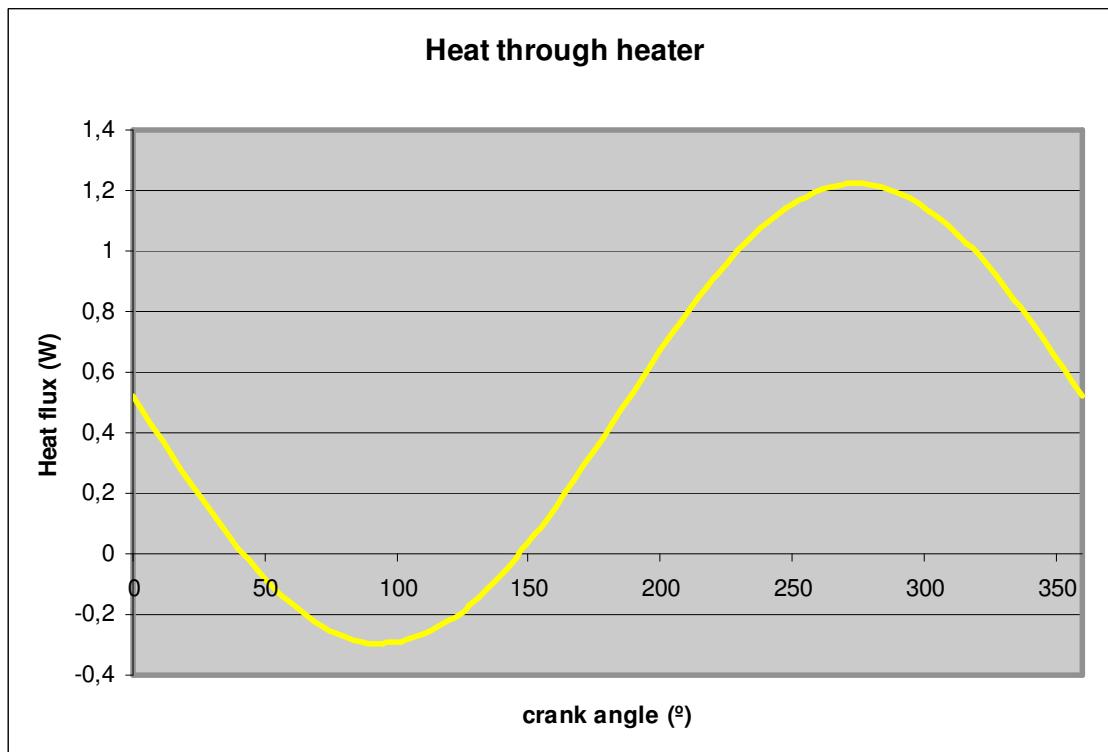


Figura 9: Flujo de calor a través del calentador en función del ángulo de giro

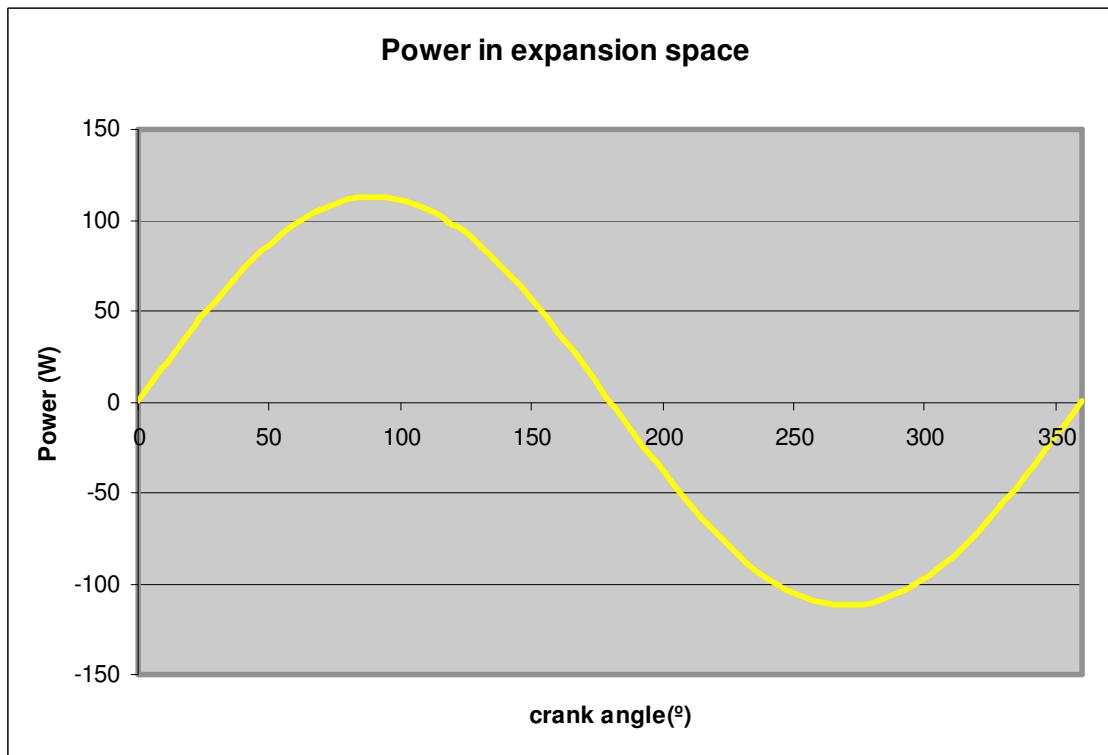


Figura 10: Potencia indicada en la zona de expansión en función del ángulo de giro

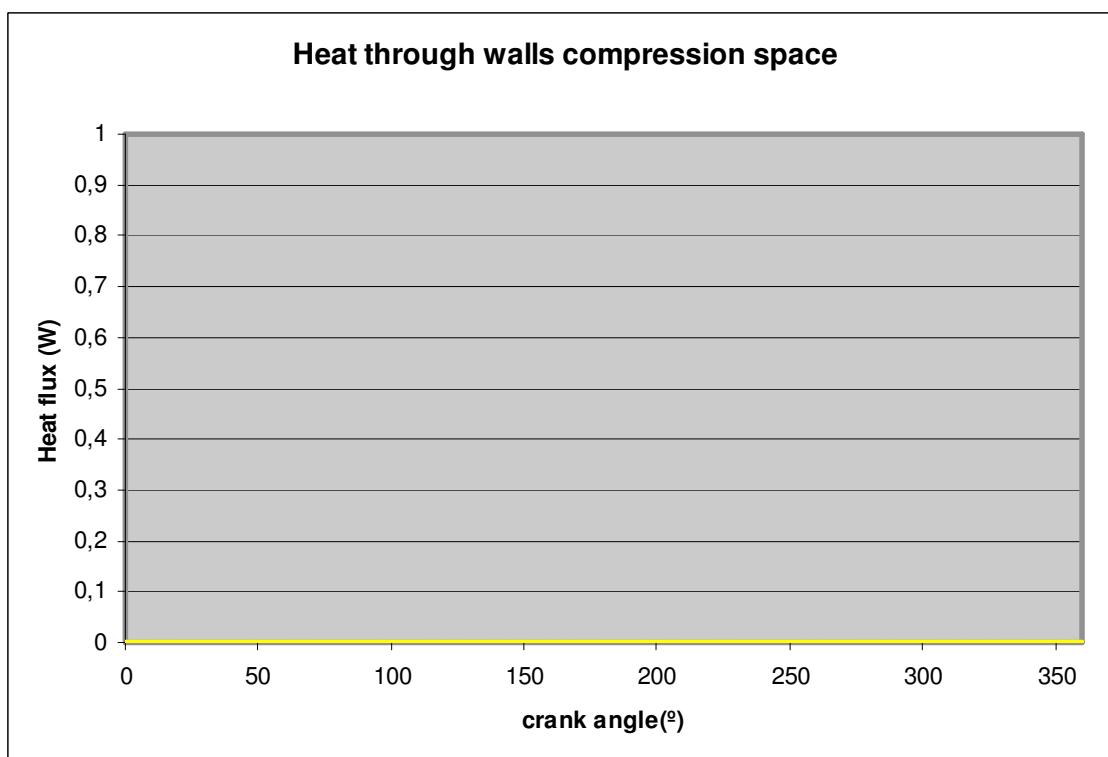


Figura 11: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de compresión transmitido por convección en función del ángulo de giro

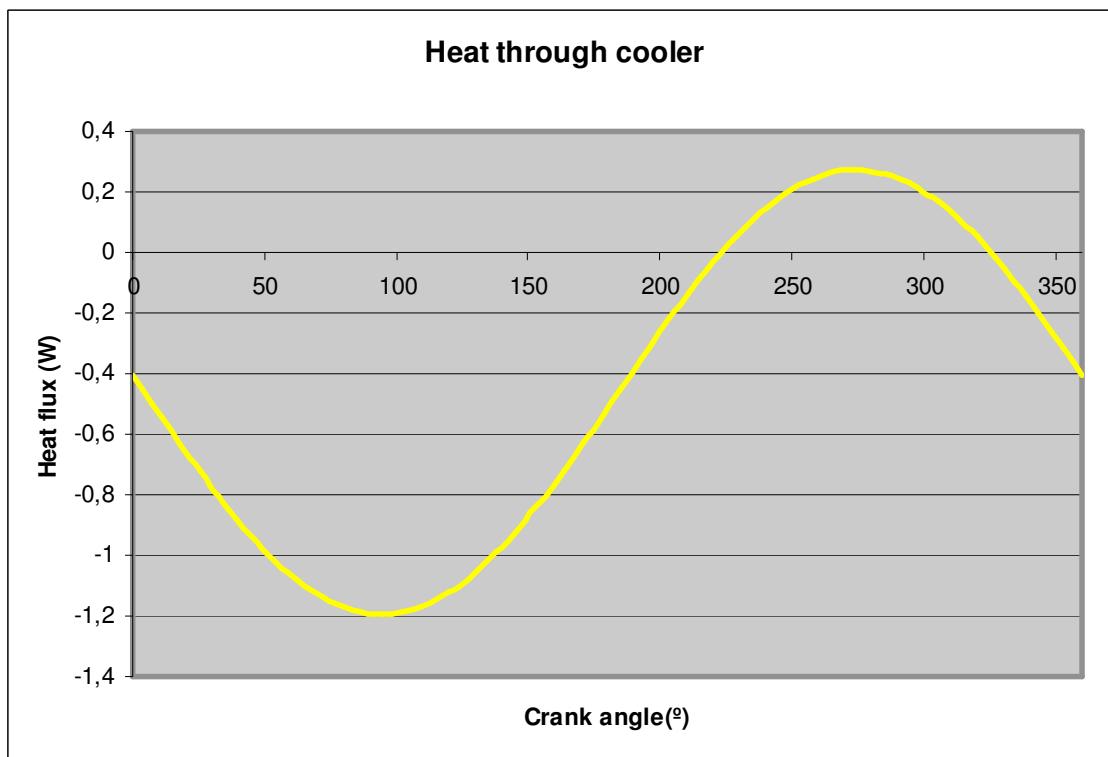


Figura 12: Calor a través del enfriador en función del ángulo de giro

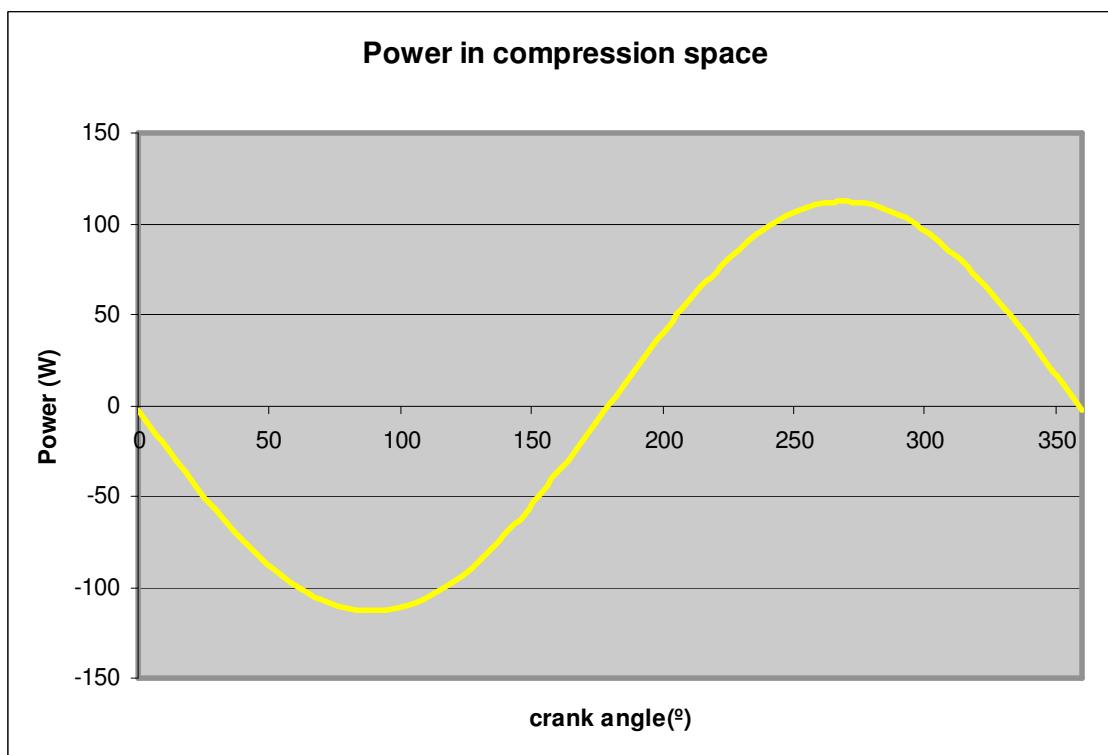


Figura 13: Potencia indicada en la zona de compresión en función del ángulo de giro

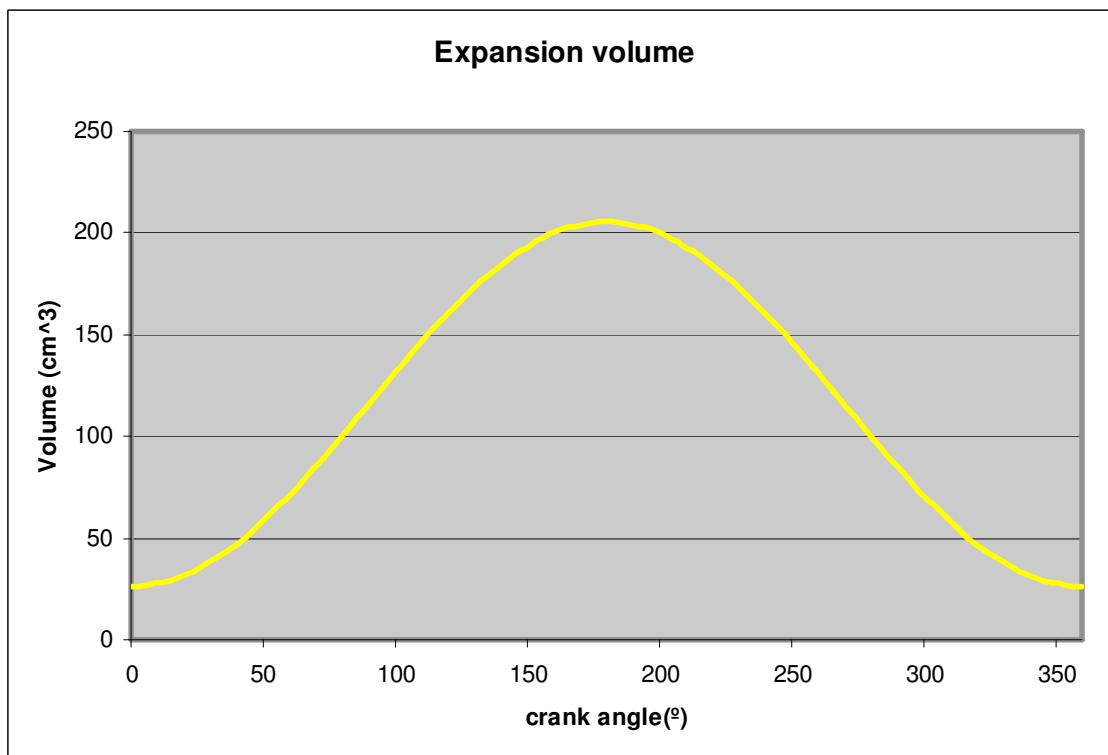


Figura 14: Volumen de la zona de expansión en función del ángulo de giro

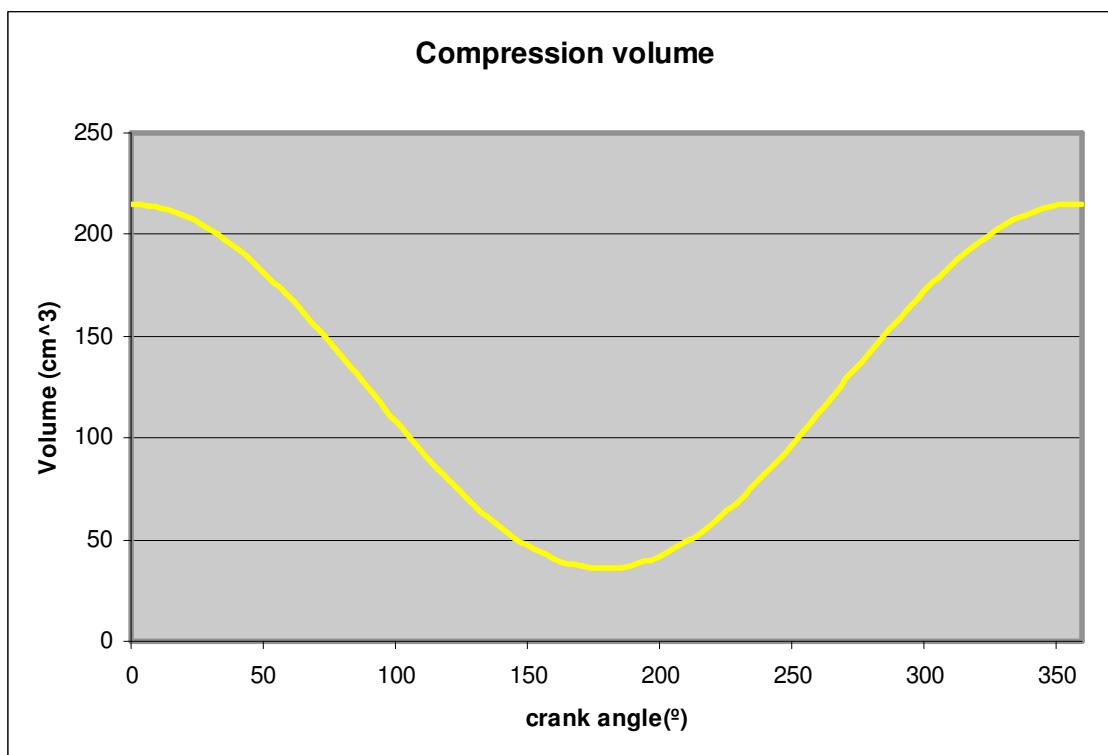


Figura 15: Volumen de la zona de compresión en función del ángulo de giro

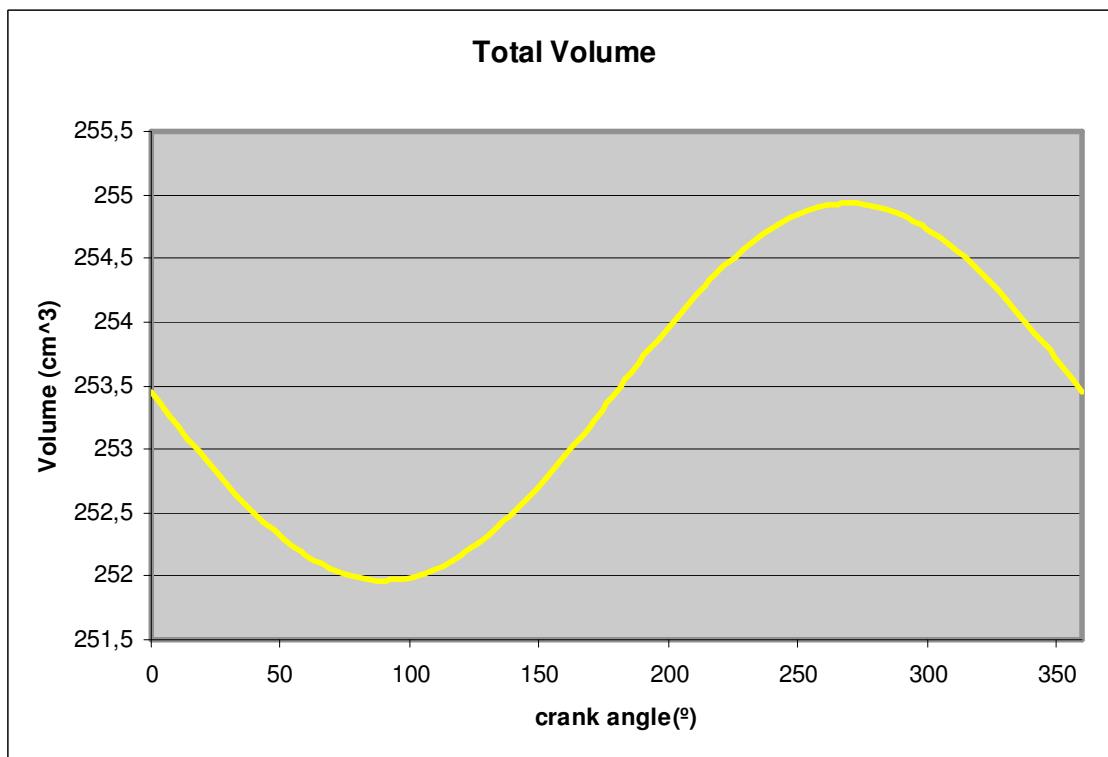


Figura 16: Volumen total en función del ángulo de giro

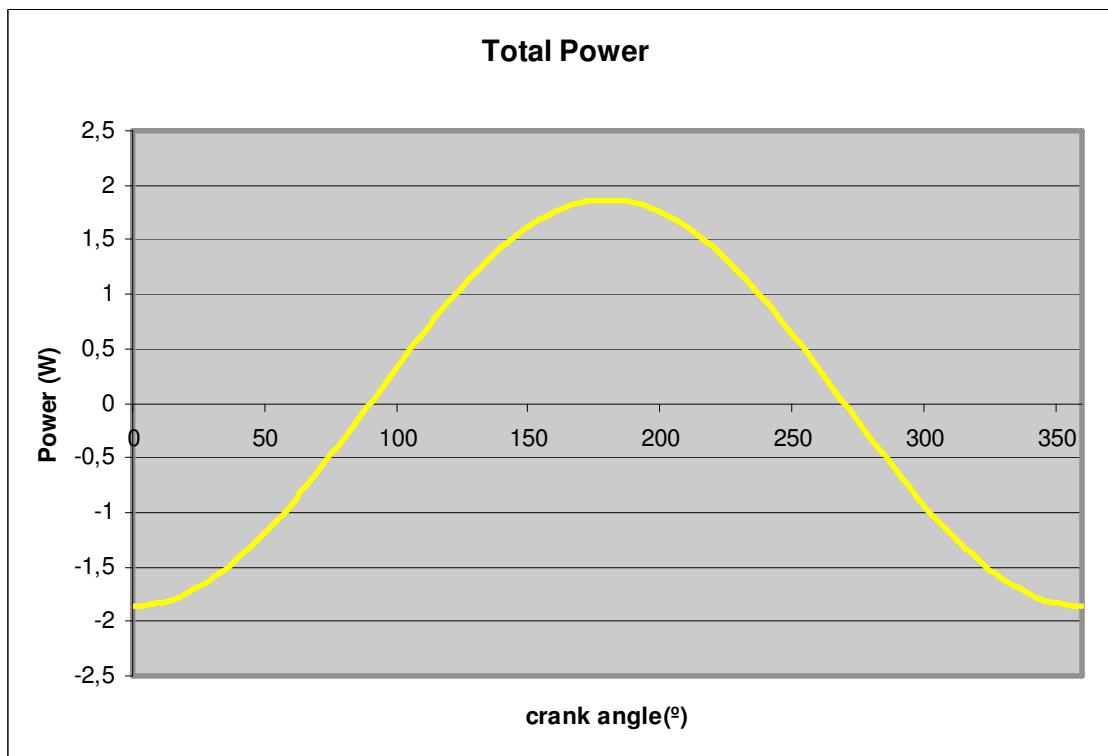


Figura 17: Potencia indicada total en función del ángulo de giro

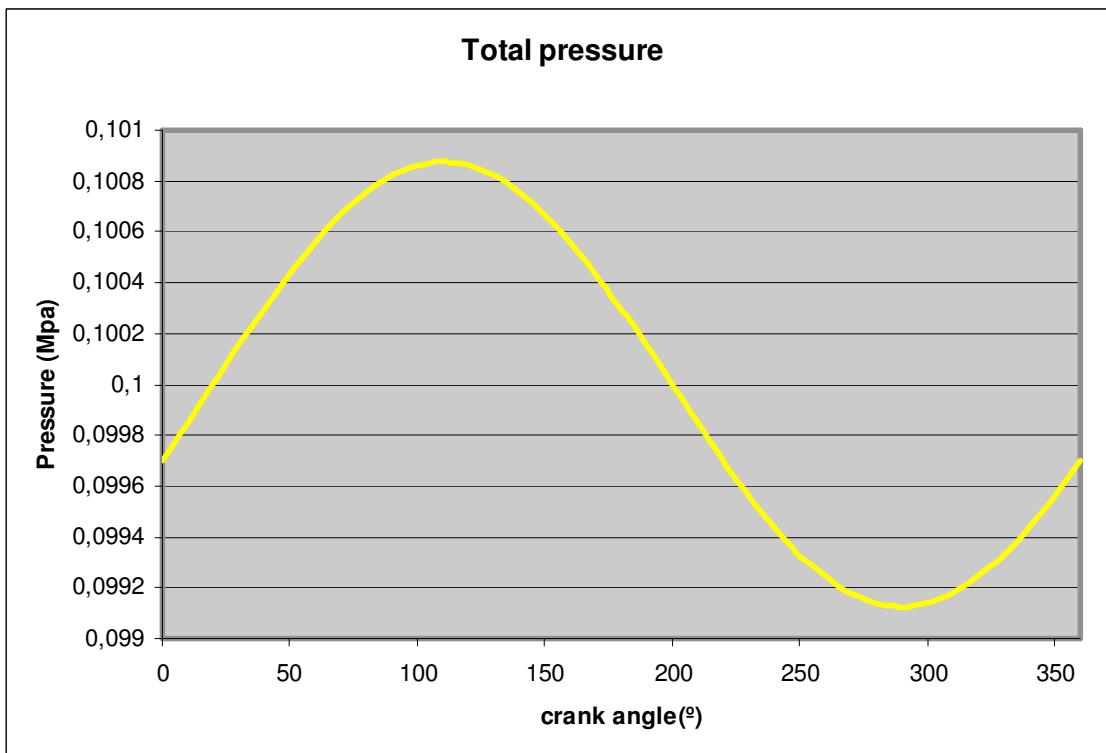


Figura 18: Presión en función del ángulo de giro

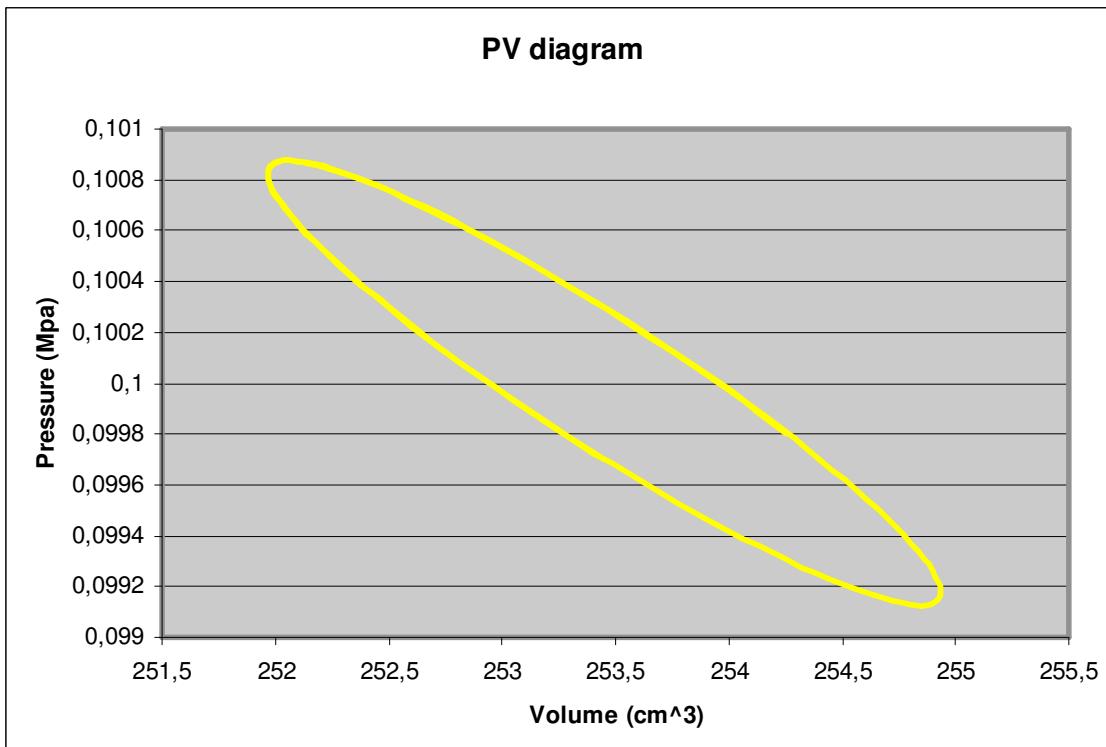


Figura 19: Diagrama presión-volumen

MOTOR GPU3

ANEXO 6/7

MOTOR GPU3

DATOS INPUT	
Xpm (Power piston amplitude (m))	1,56E-02
Ds (Displacer stroke (m))	3,12E-02
Pd (Piston diameter (m))	6,99E-02
Dd (Displacer diameter (m))	6,99E-02
Rd (Displacer rod diameter (m))	9,52E-04
V_e (mean expansion volume (m ³))	7,29E-05
V_d (mean dead volume (m ³))	1,68E-04
V_c (mean compression volume (m ³))	8,16E-05
A_se (mean heat surface expansion area (m ²))	8,80E-03
A_sc (mean heat surface compression area (m ²))	9,40E-03
w (frequency (hz))	60
P_w (Mean pressure (Mpa))	6,9
Th (heater temperature (K))	1019
Tc (cooler temperature (K))	311
phase (phase difference between piston and displacer (º))	60,6
gas (gas used to drive the engine)	4

HEATER	
Dhe (diametro de seccion del heater) m	3,02E-03
ntuboshe (numero de tubos)	40
lhe (longitud del heater) m	2,45E-01
COOLER	
Dco (diametro de seccion del cooler) m	1,08E-03
ntubosco (numero de tubos)	312
lco (longitud del cooler) m	4,61E-02
REGENERATOR	
Dreg (diametro de seccion del regenerador) m	5,50E-02
Dwire (diametro de alambres) m	4,00E-05
f (filling factor de la malla)	0,3
lreg (longitud del regenerador) m	2,26E-02

Tabla 1: Datos Excel de entrada

Motor GPU3 (ideal)	Potencia (W)	Eficiencia
Adiabático	16541	0.650
Isotermo	15484	0.695

Tabla 2: Resultados para motor adiabático ($h=0$) e isotermo ($h=\infty$)

El Motor GPU3 es un motor tipo Beta que desarrolla una potencia nominal efectiva de 8.9 kW. Este motor muestra una fuerte dependencia de la correlación en las caídas de presión como se observa en la Tabla 3 debido a su relativa baja presión media ($\bar{P}_w = 6.9 \text{ Mpa}$) y a su relativa alta velocidad del gas en el regenerador ($v_{reg} = 7.4 \text{ m/s}$). Lo cual quiere decir que se necesitan datos más precisos sobre el regenerador para poder estimar correctamente las pérdidas por presión en el regenerador.

Motor GPU3	Potencia (W)	Eficiencia	$K_{pr} \left(\frac{Pa.s}{g} \right)$	Perdidas (%)
Kim	15397	0.62	1587	-6.9%
Mulder and Vonk	1326	0.07	24130	-92.0%
Mills	15207	0.615	1887	-8.0%
Gauze	12835	0.545	5639	-22.4%
Metnet	5457	0.278	17409	-64.7%

Tabla 3: Resultados para las diferentes correlaciones del regenerador

RESULTADOS GENERALES*

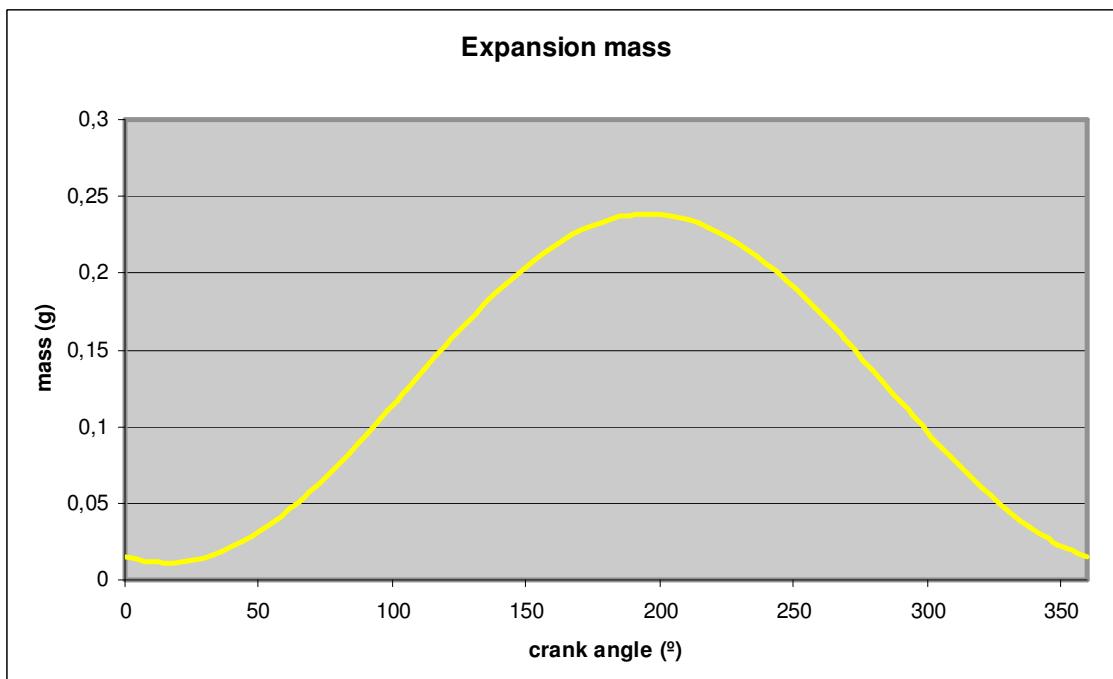


Figura 1: Masa en la zona de expansión en función del ángulo de giro

* Las gráficas han sido realizadas con las correlaciones de Eichelberg para el coeficiente de convección, la correlación de Mills para las caídas de presión y sin leakage. Las variaciones gráficas en función de la correlación son ínfimas.

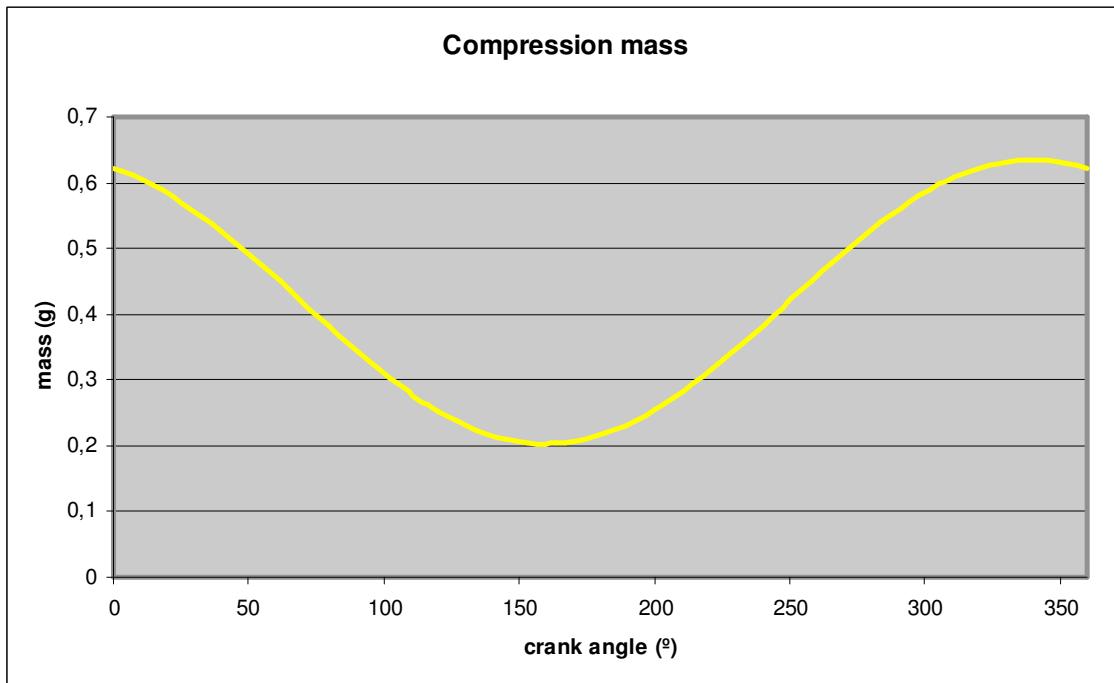


Figura 2: Masa en la zona de compresión en función del ángulo de giro

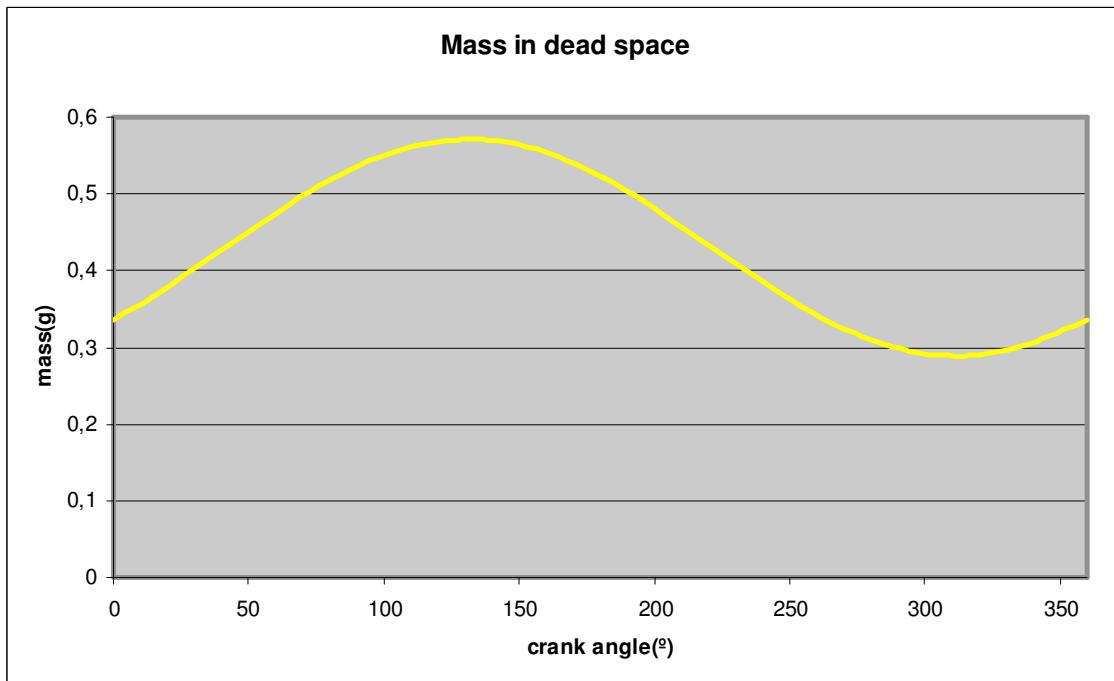


Figura 3: Masa en la zona muerta en función del ángulo de giro

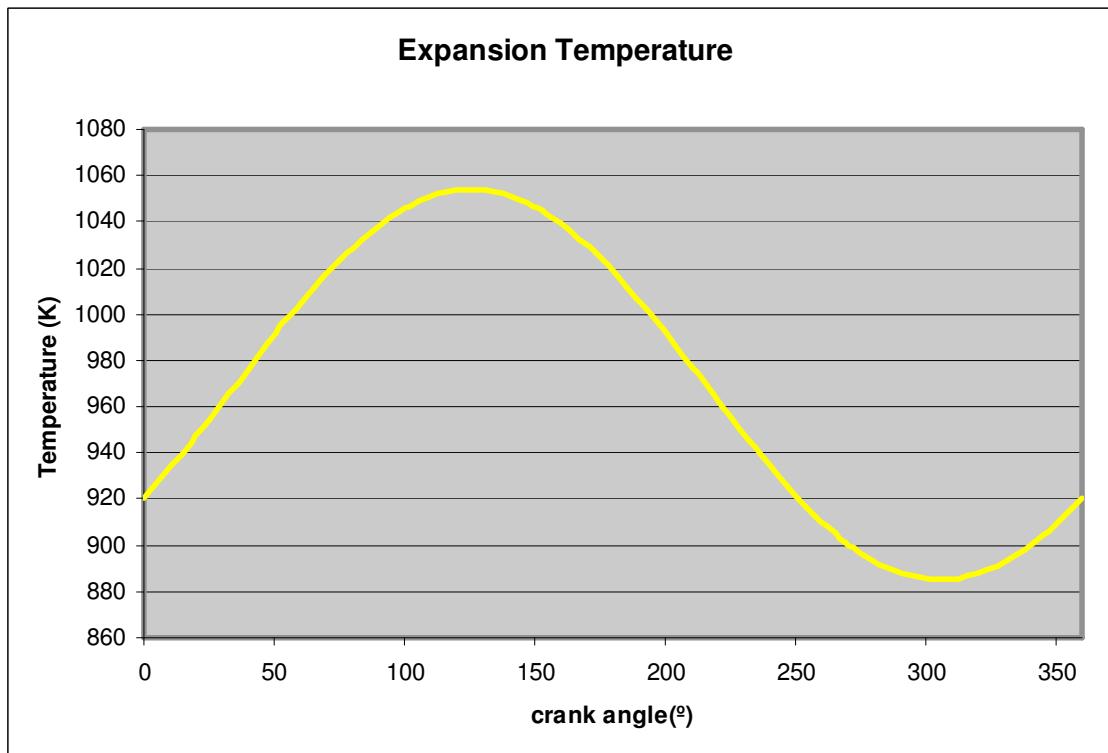


Figura 4: Temperatura en la zona de expansión en función del ángulo de giro

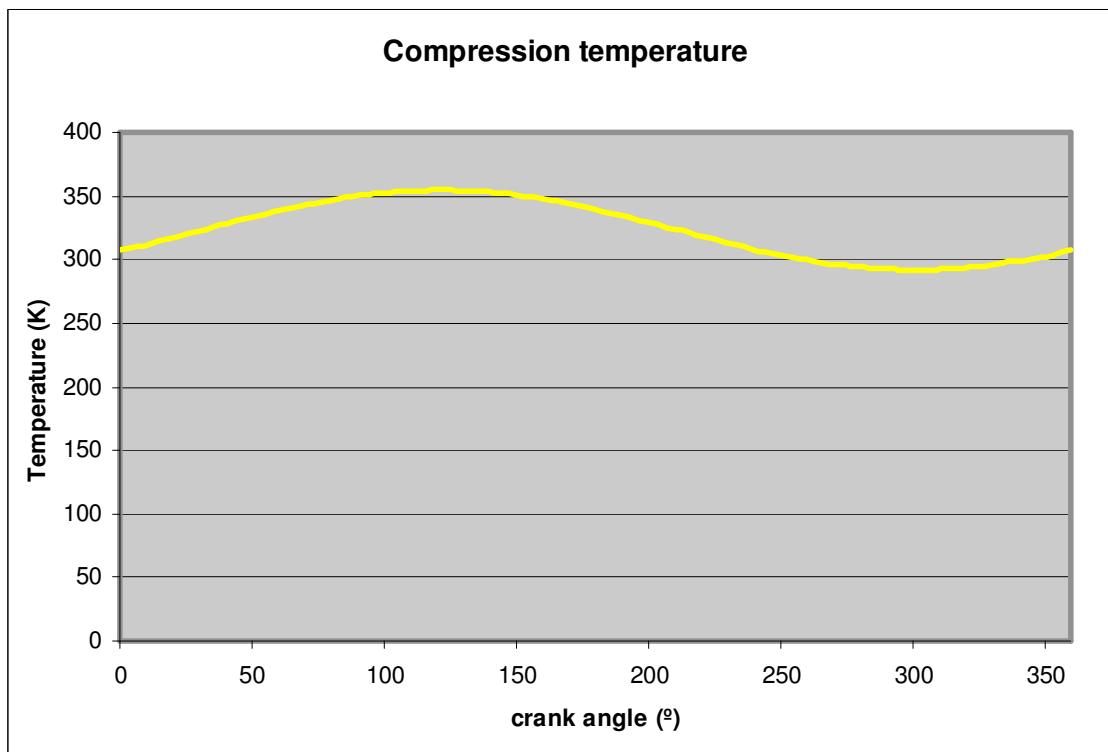


Figura 5: Temperatura en la zona de compresión en función del ángulo de giro

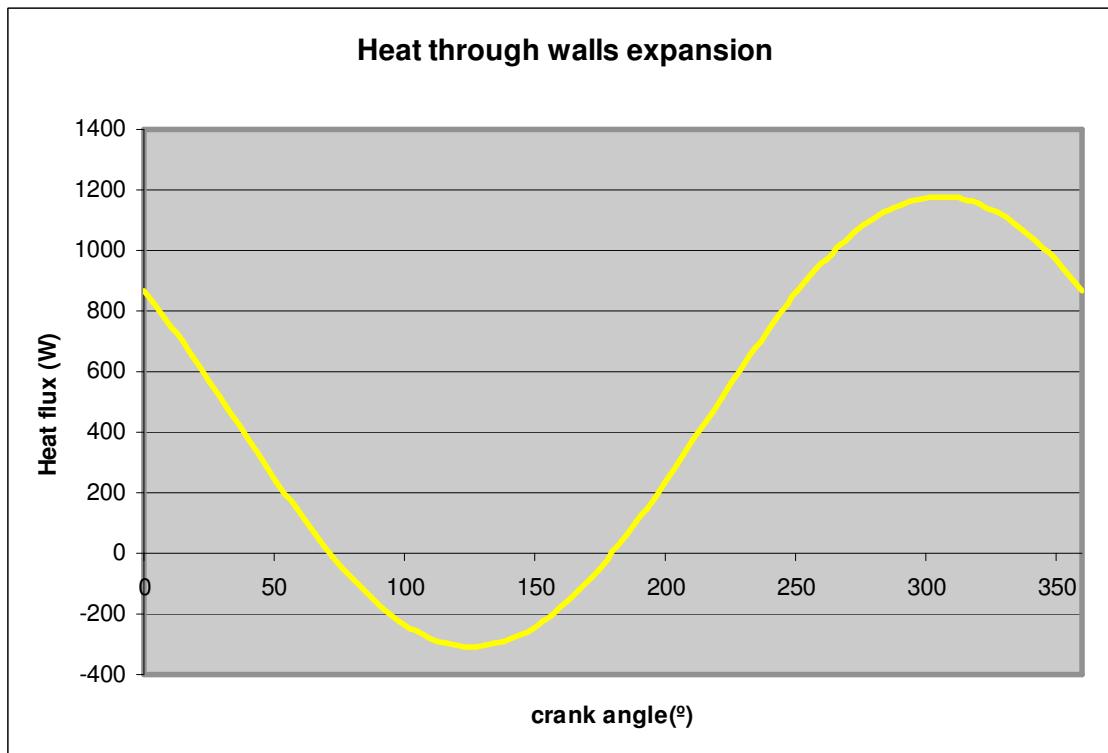


Figura 6: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de expansión transmitido por convección en función del ángulo de giro

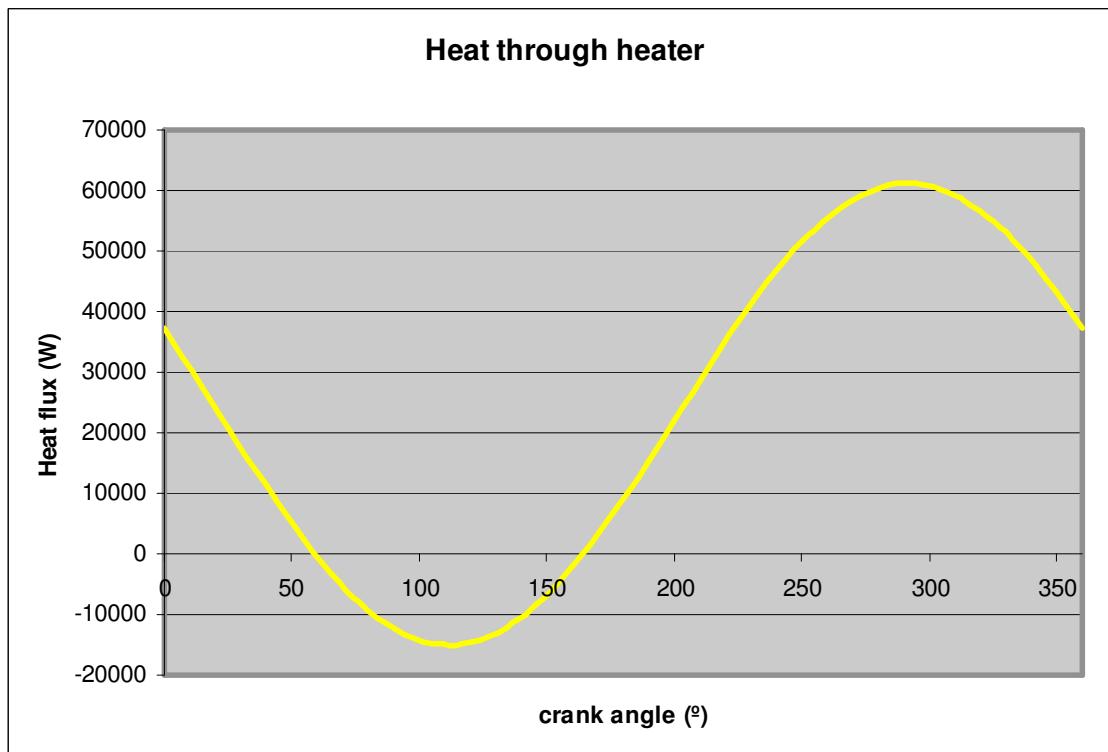


Figura 7: Flujo de calor a través del calentador en función del ángulo de giro

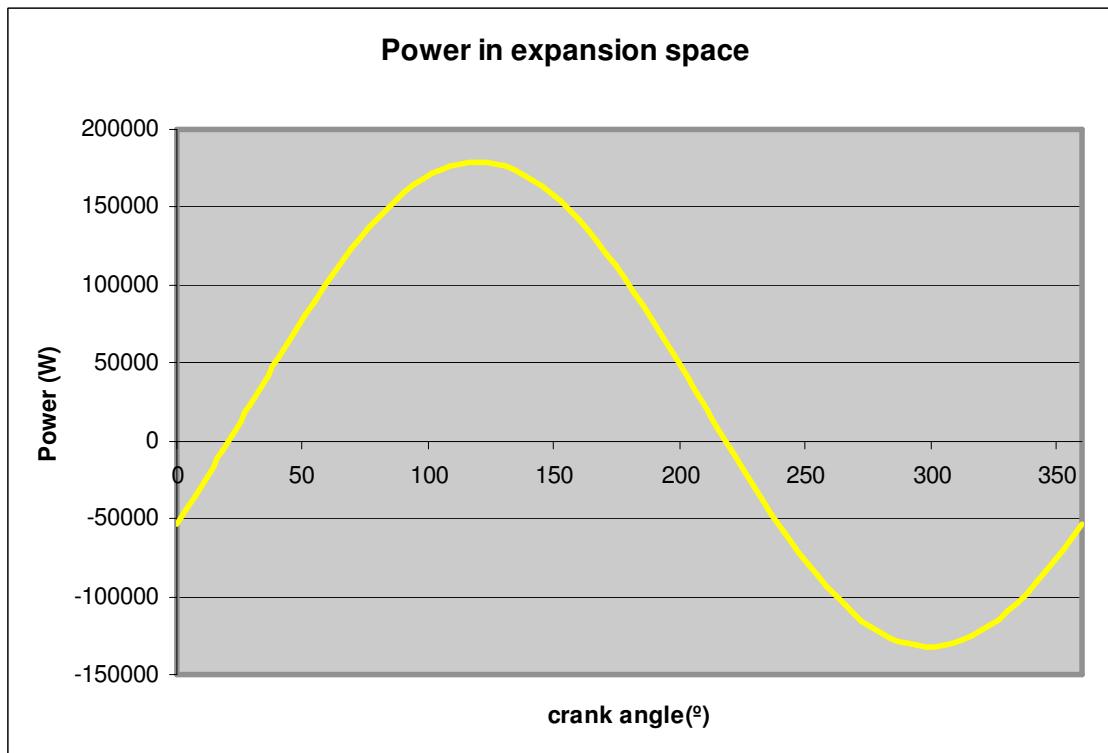


Figura 8: Potencia indicada en la zona de expansión en función del ángulo de giro

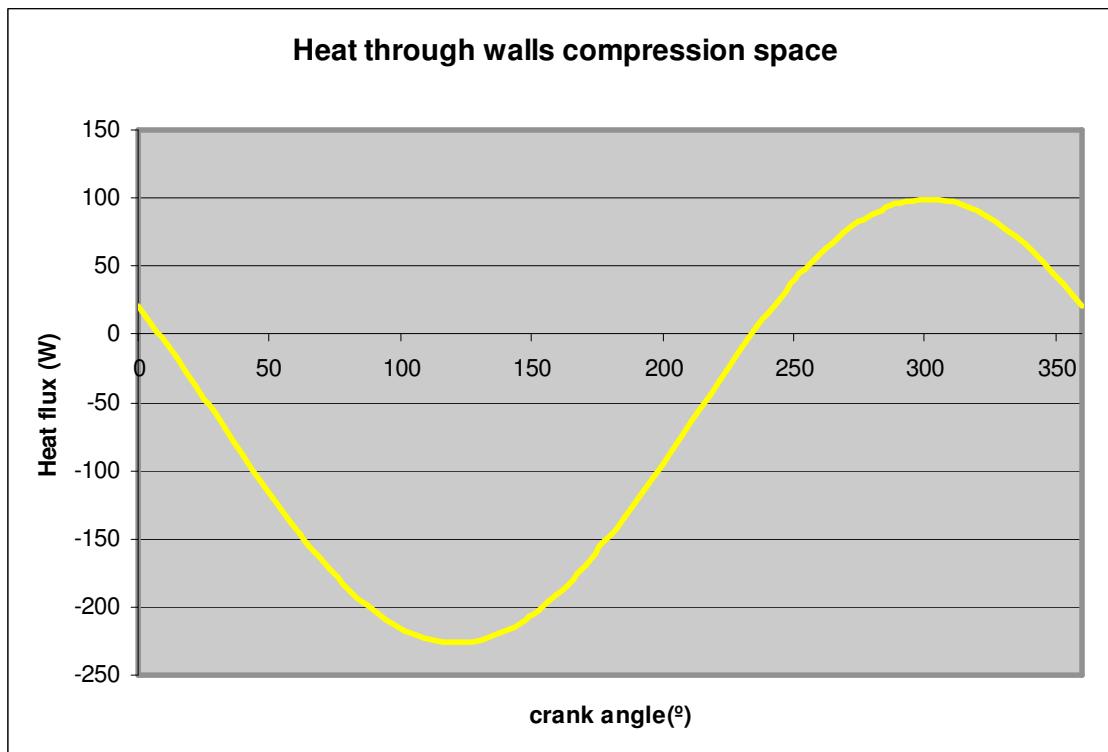


Figura 9: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de compresión transmitido por convección en función del ángulo de giro

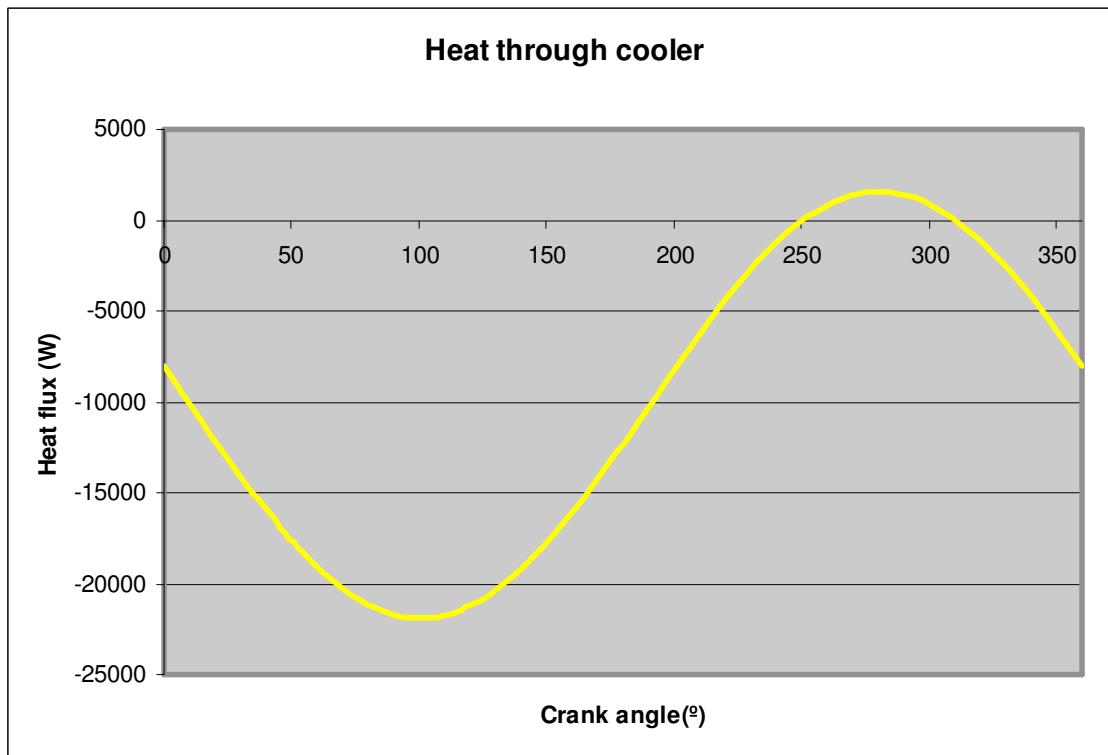


Figura 10: Calor a través del enfriador en función del ángulo de giro

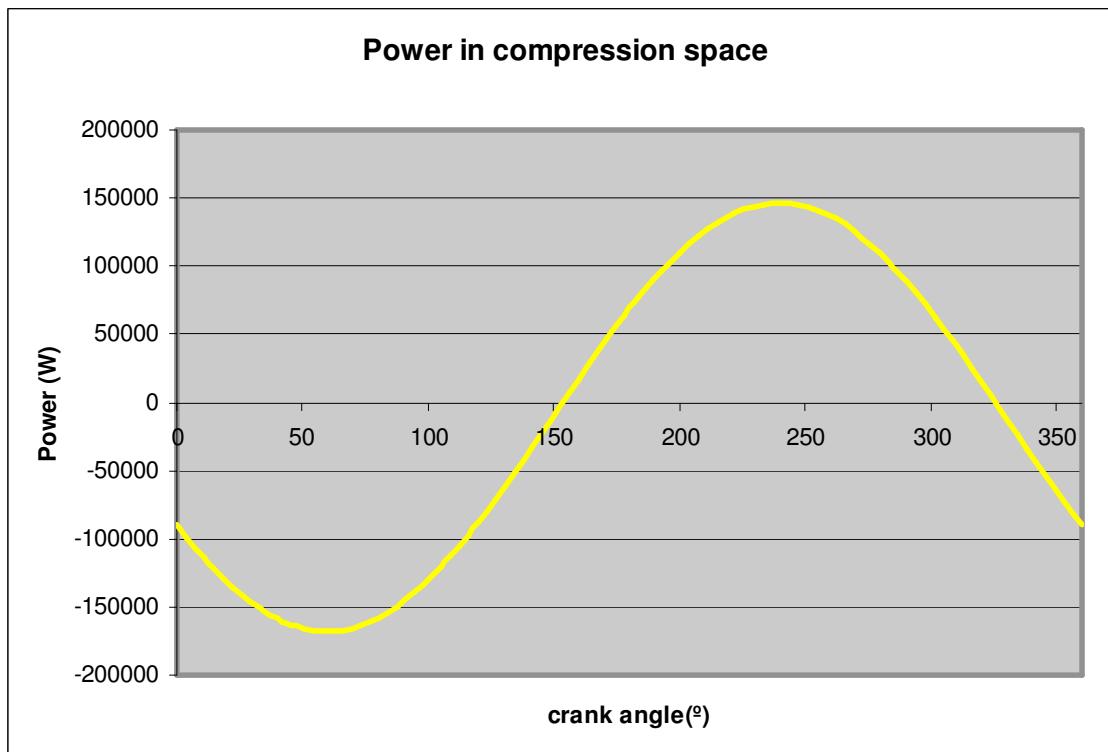


Figura 11: Potencia indicada en la zona de compresión en función del ángulo de giro

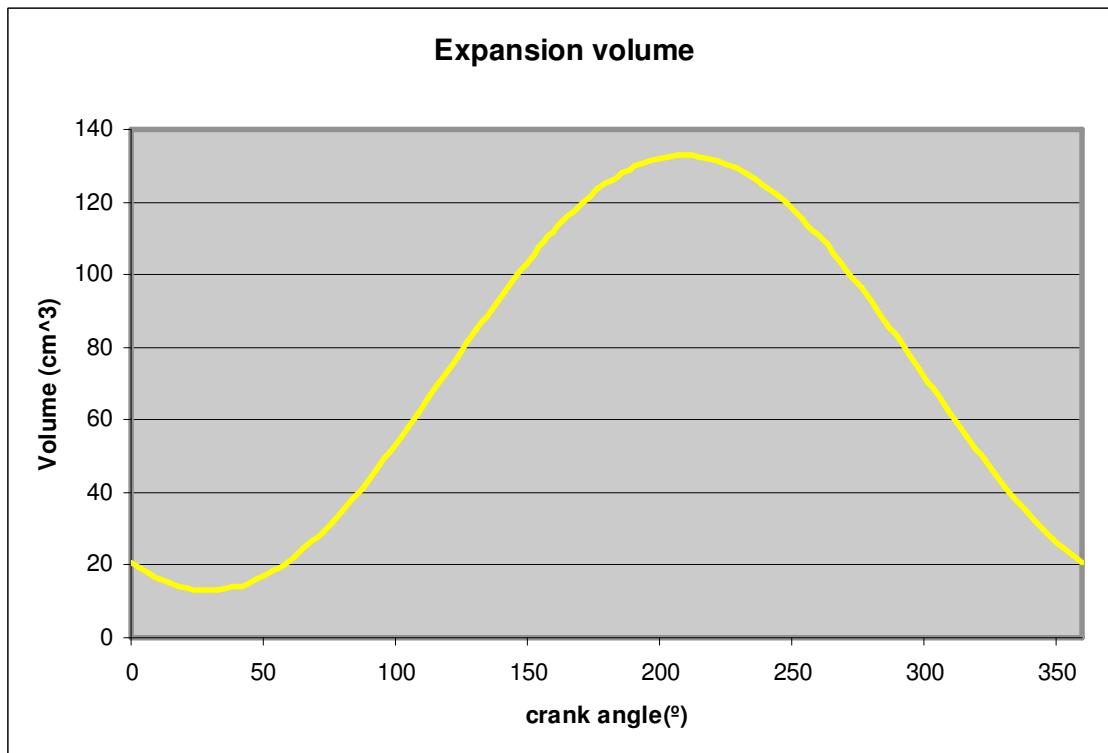


Figura 12: Volumen de la zona de expansión en función del ángulo de giro

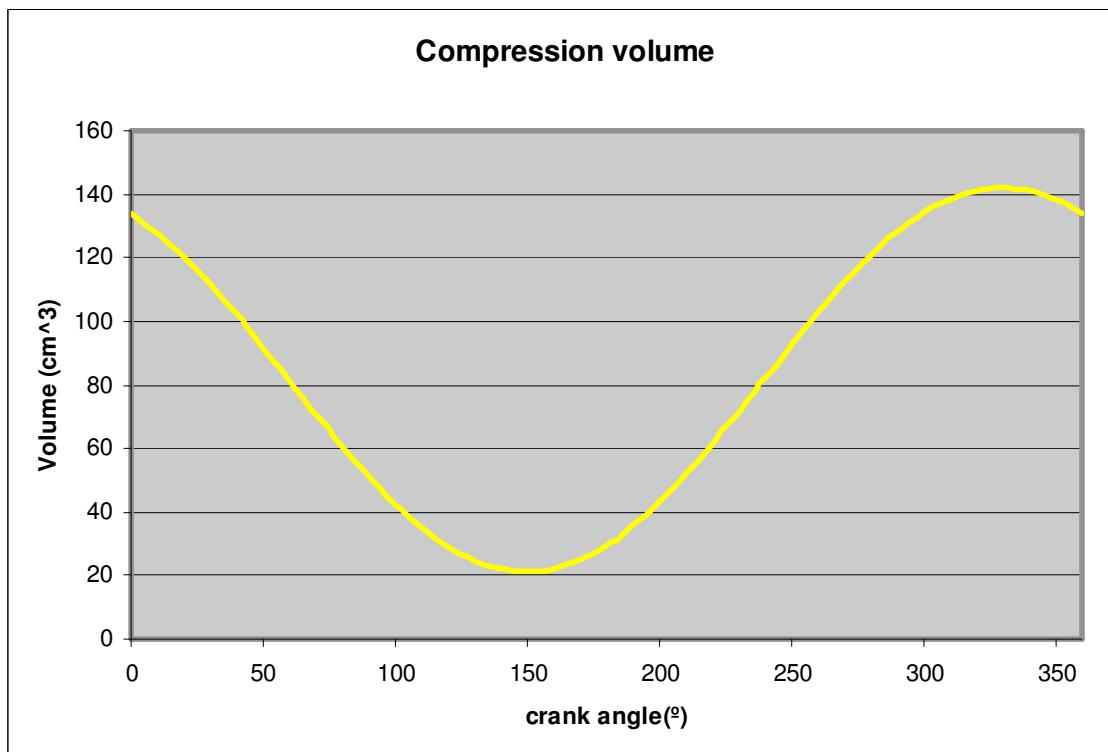


Figura 13: Volumen de la zona de compresión en función del ángulo de giro

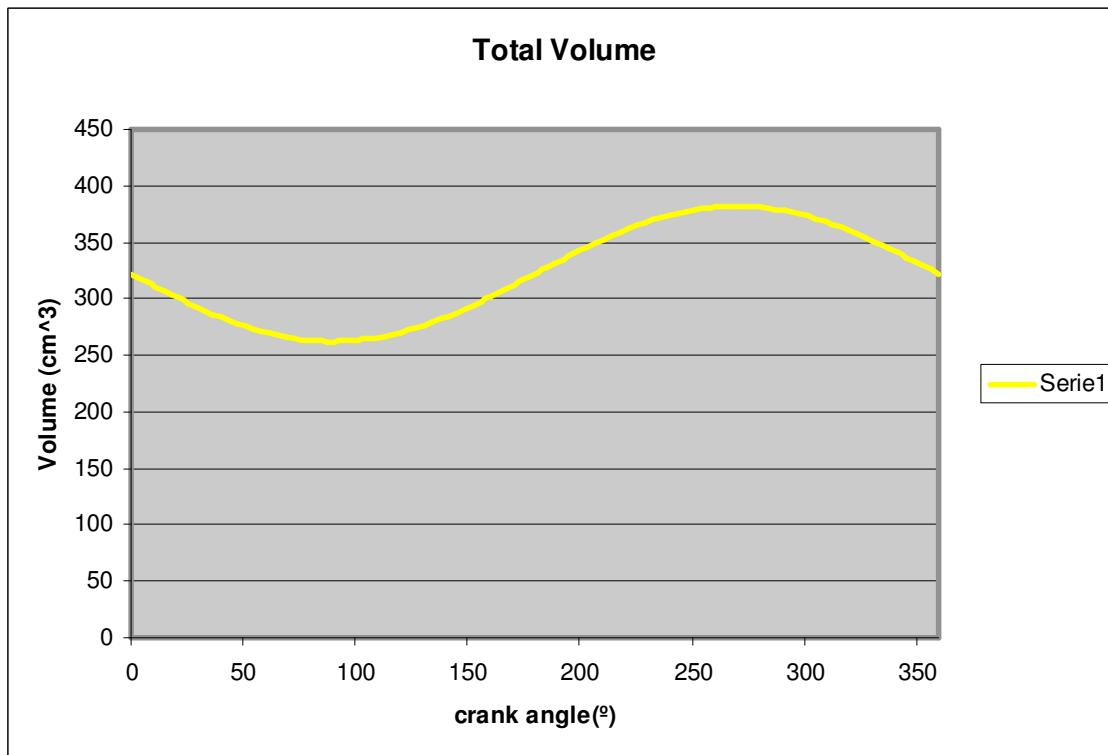


Figura 14: Volumen total en función del ángulo de giro

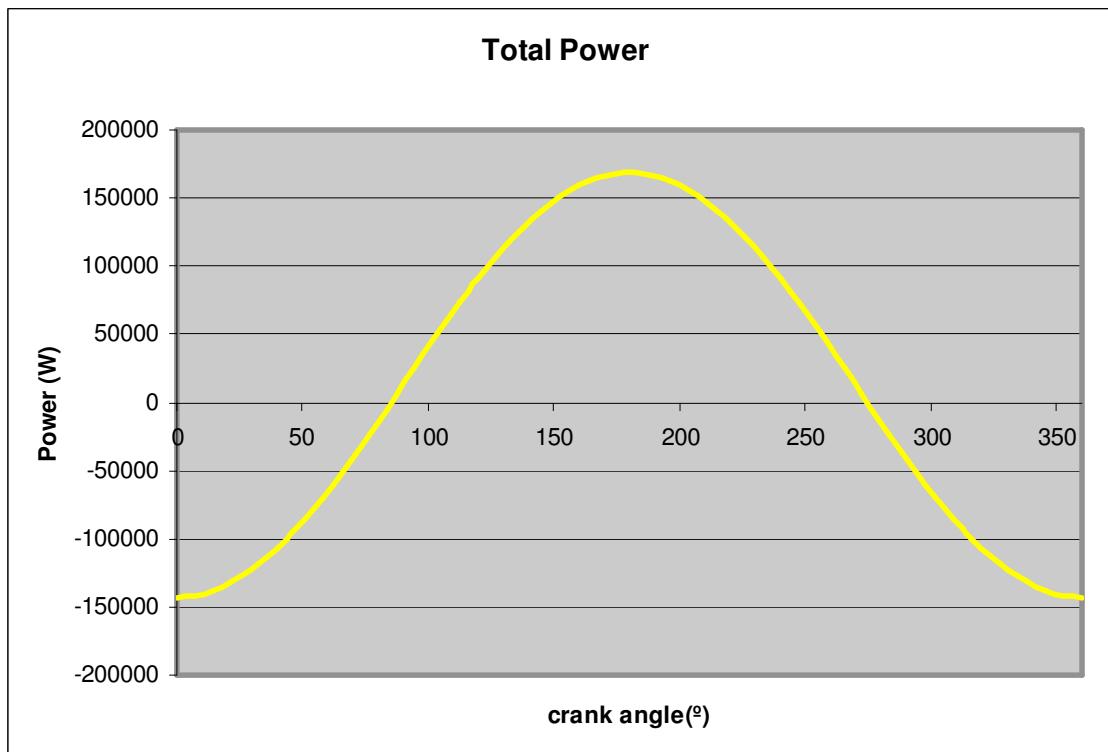


Figura 15: Potencia indicada total en función del ángulo de giro

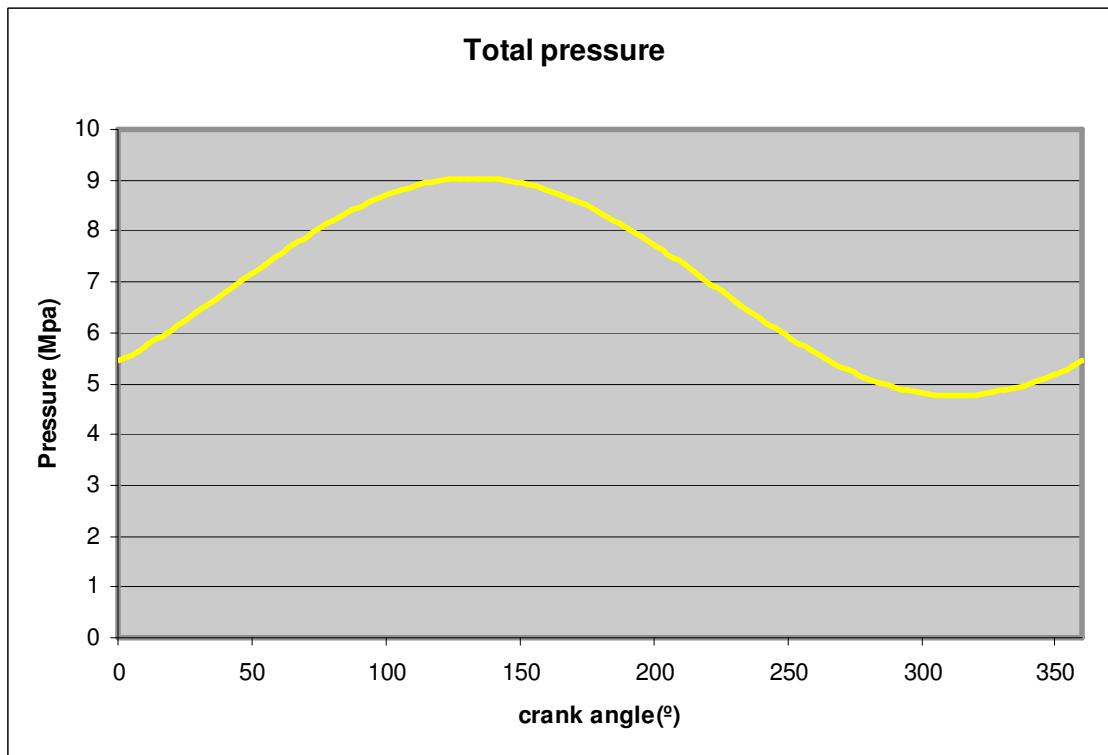


Figura 16: Presión en función del ángulo de giro

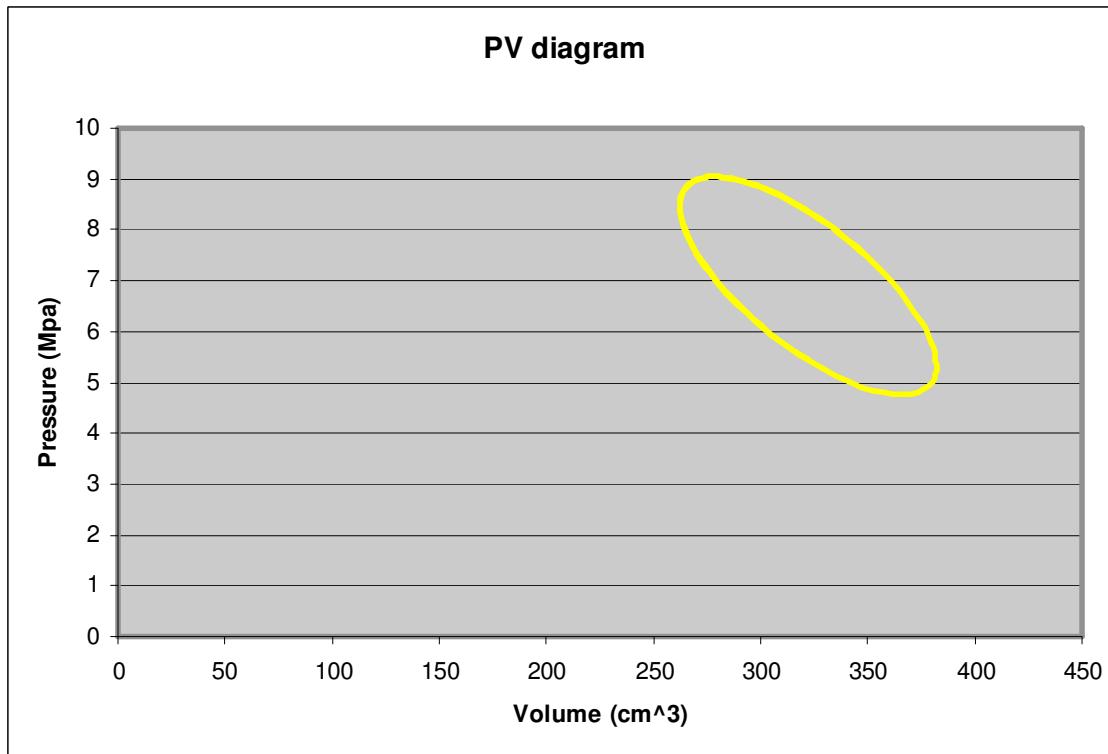


Figura 17: Diagrama presión-volumen

MOTOR 400HP

ANEXO 7/7

MOTOR 400 HP

DATOS INPUT	
Xpm (Power piston amplitude (m))	8,75E-02
Ds (Displacer stroke (m))	1,75E-01
Pd (Piston diameter (m))	3,31E-01
Dd (Displacer diameter (m))	3,56E-01
Rd (Displacer rod diameter (m))	0,00E+00
V_e (mean expansion volume (m^3))	1,09E-02
V_d (mean dead volume (m^3))	1,10E-02
V_c (mean compression volume (m^3))	7,36E-03
A_se (mean heat surface expansion area (m^2))	2,17E-01
A_sc (mean heat surface compression area (m^2))	2,17E-01
w (frequency (hz))	7,53
P_w (Mean pressure (Mpa))	11
Th (heater temperature (K))	946
Tc (cooler temperature (K))	313
phase (phase difference between piston and displacer (°))	42,8
gas (gas used to drive the engine)	1

HEATER	
Dhe (diametro de seccion del heater) m	1,00E-02
ntuboshe (numero de tubos)	49
lhe (longitud del heater) m	1,09E+00
COOLER	
Dco (diametro de seccion del cooler) m	3,00E-03
ntubosco (numero de tubos)	750
lco (longitud del cooler) m	3,14E-01
REGENERATOR	
Dreg (diametro de seccion del regenerador) m	3,89E-01
Dwire (diametro de alambres) m	1,40E-04
f (filling factor de la malla)	0,418
lreg (longitud del regenerador) m	7,50E-02

Tabla 1: Datos Excel de entrada

El Motor 400HP es un motor tipo Beta que desarrolla una potencia indicada de 312 kW de un solo cilindro. De este motor se poseen datos del Número de Reynolds, por lo que se pueden comparar los datos reales con los obtenidos con el programa como se observa en la Tabla 2. En la Tabla 3 se pueden observar los resultados en dos casos extremos (adiabático e isotermo), mientras que en la Tabla 4 se observan los resultados en función del regenerador:

Motor 400 HP	Data real	Data programa
Reynolds heater	102000	114315
Reynolds cooler	52000	53995
Reynolds regenerador	49-102	165

Tabla 2: Comparación de los números de Reynolds obtenidos con el programa y de datos reales

Motor 400HP (ideal)	Potencia (W)	Eficiencia
Adiabático	506562	0.581
Isotermo	471962	0.669

Tabla 3: Resultados para motor adiabático ($h=0$) e isotermo ($h=\infty$).

Motor 400HP	Potencia (W)	Eficiencia	$K_{pr} \left(\frac{Pa.s}{g} \right)$	Perdidas (%)
Kim	487588	0.567	15.24	-3.7%
Mulder and Vonk	308599	0.412	387.3	-39.1%
Mills	479306	0.561	32.3	-5.4%
Gauze**	467863	0.552	55.8	-7.6%
Metnet**	415530	0.509	163.9	-17.9%

Tabla 4: Resultados para las diferentes correlaciones del regenerador.

RESULTADOS GENERALES *

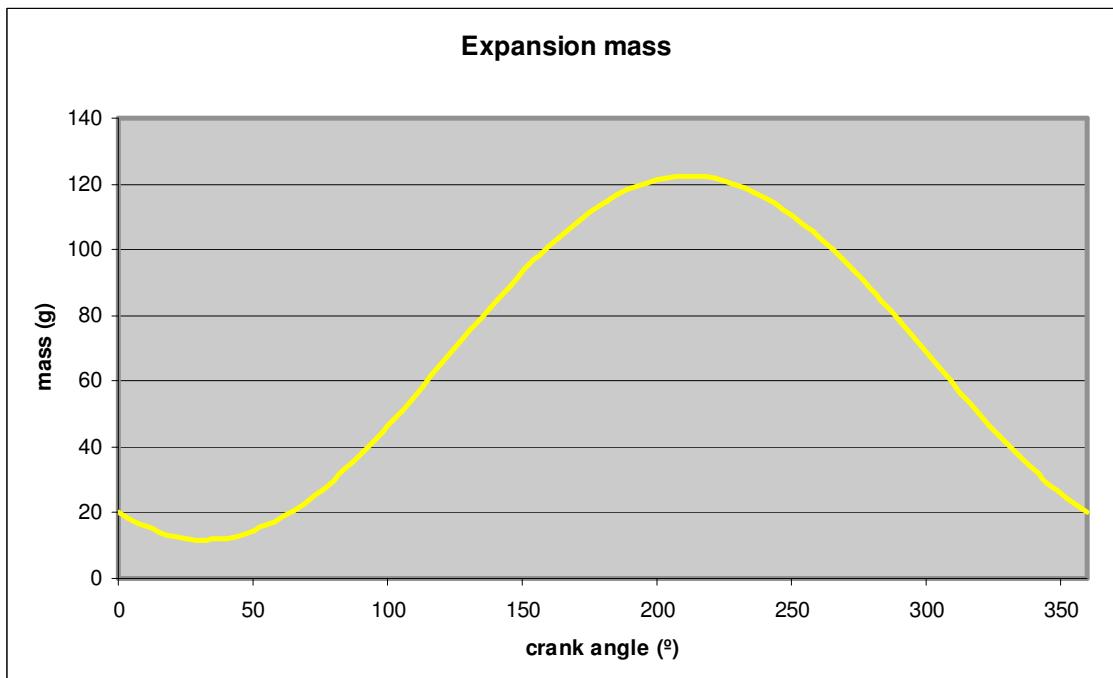


Figura 1: Masa en la zona de expansión en función del ángulo de giro

** Esta correlación está precisamente obtenida de este motor.

* Las graficas han sido realizadas con las correlaciones de Eichelberg para el coeficiente de convección, la correlación de Gauzes para las caídas de presión y sin leakage. Las variaciones graficas en función de la correlación son ínfimas.

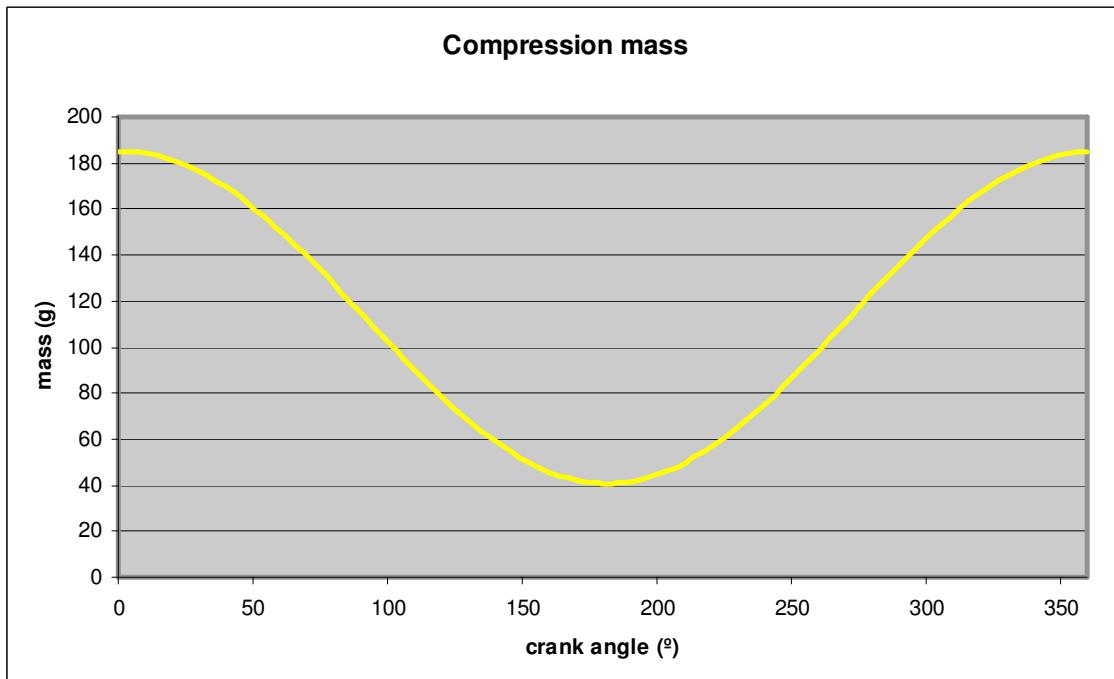


Figura 2: Masa en la zona de compresión en función del ángulo de giro

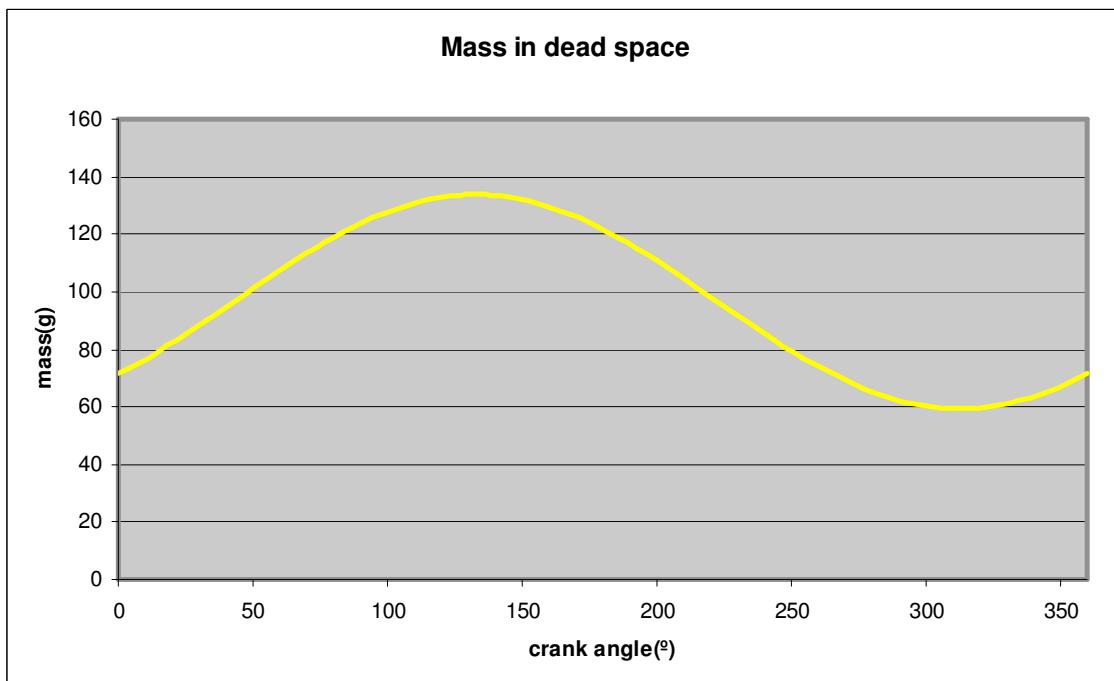


Figura 3: Masa en la zona muerta en función del ángulo de giro

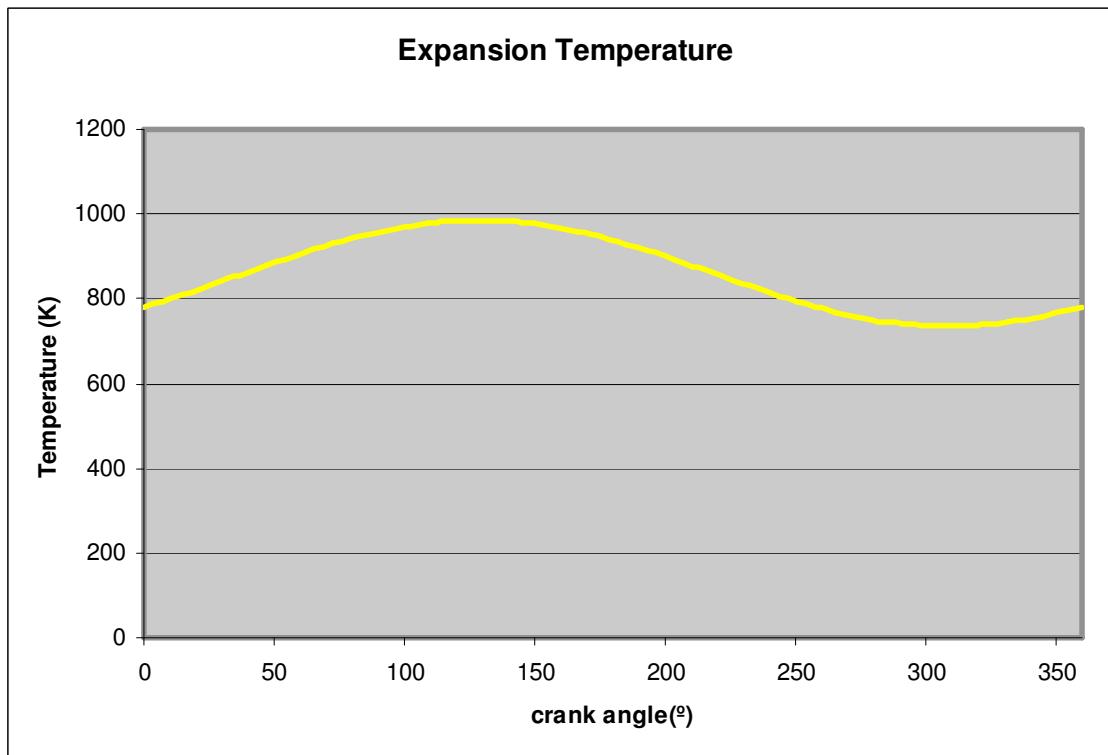


Figura 4: Temperatura en la zona de expansión en función del ángulo de giro

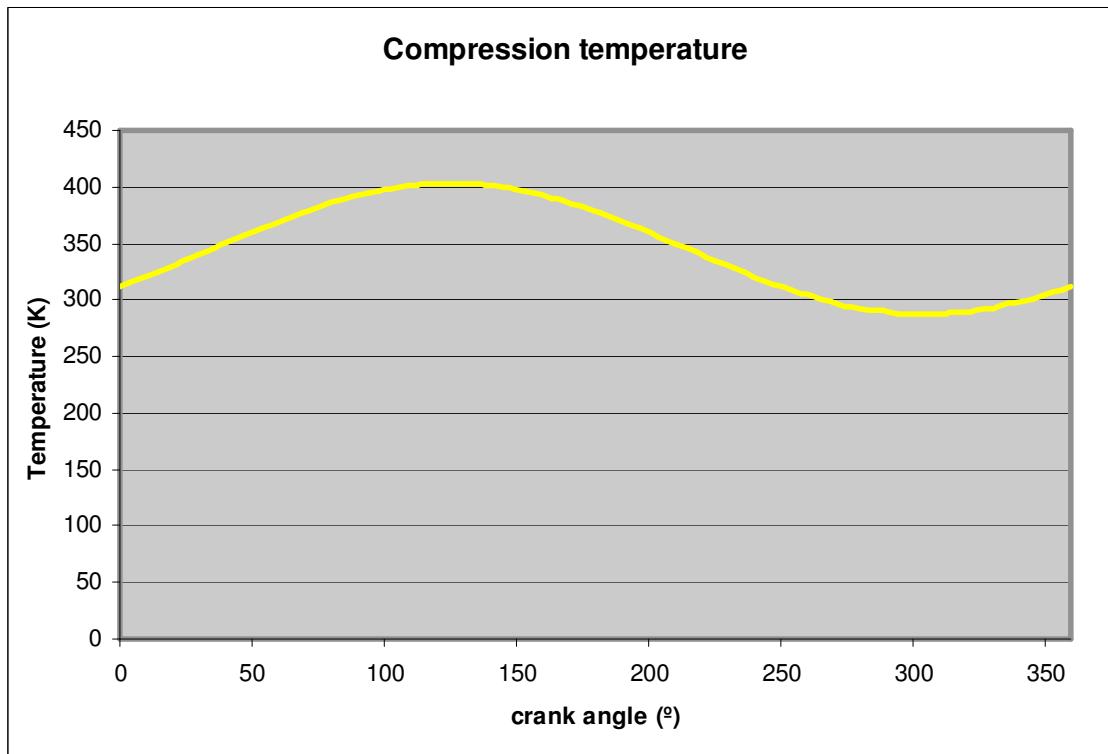


Figura 5: Temperatura en la zona de compresión en función del ángulo de giro

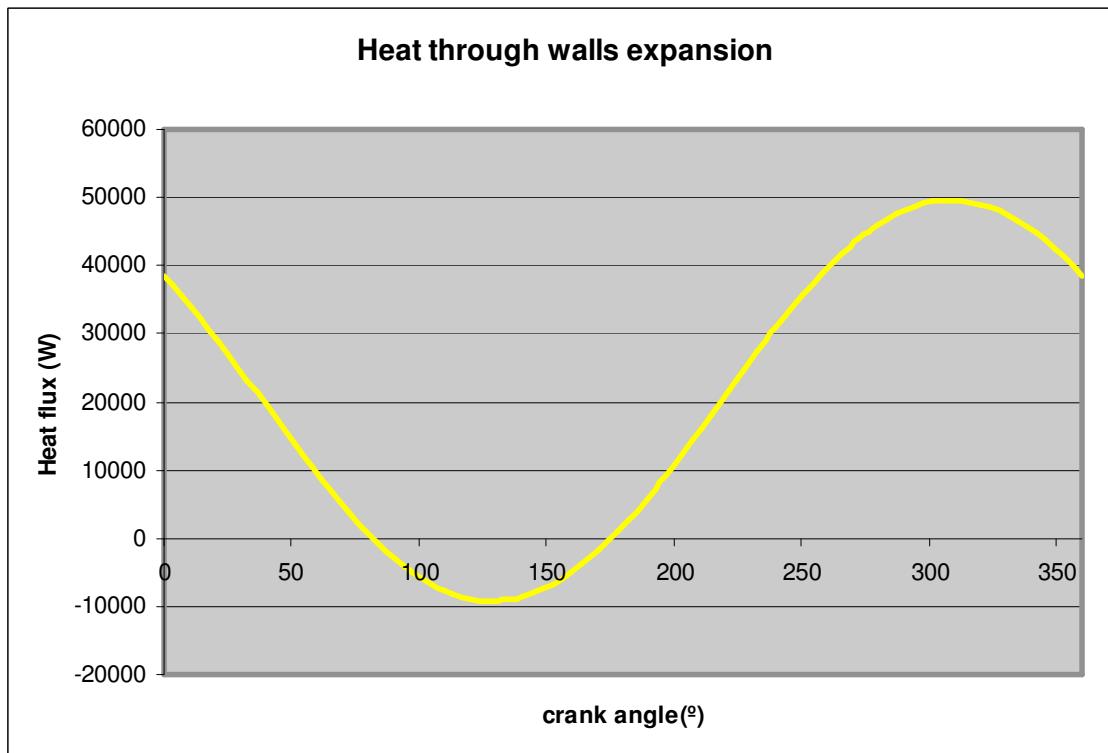


Figura 6: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de expansión transmitido por convección en función del ángulo de giro

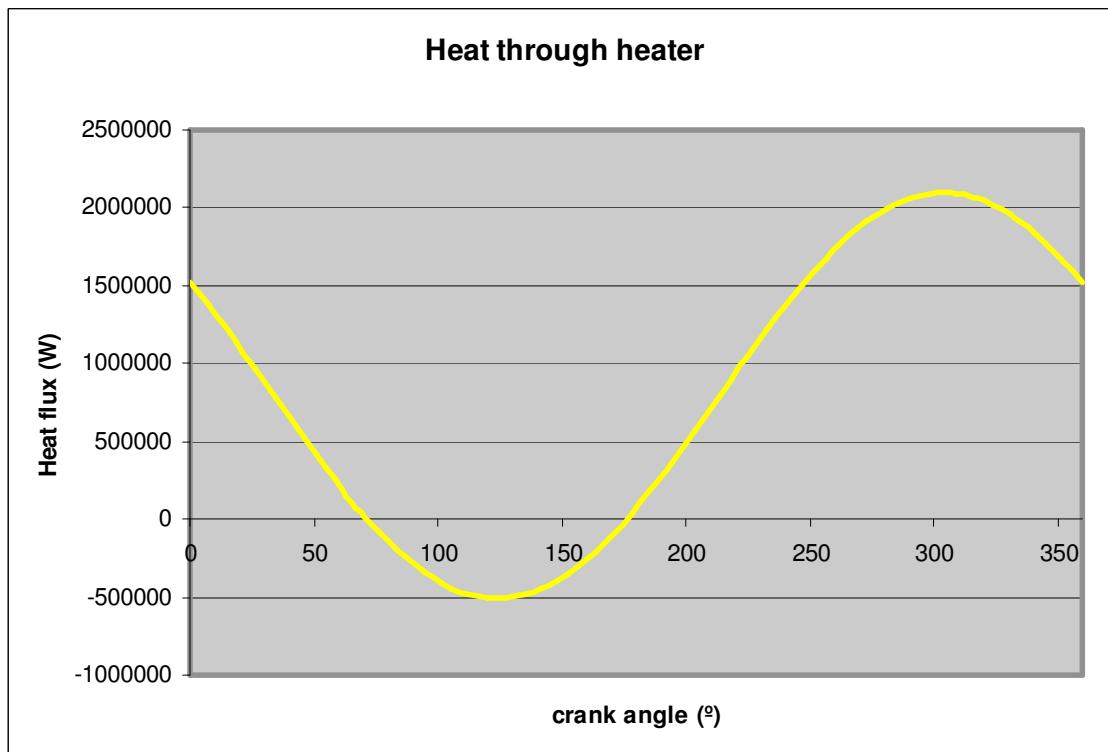


Figura 7: Flujo de calor a través del calentador en función del ángulo de giro

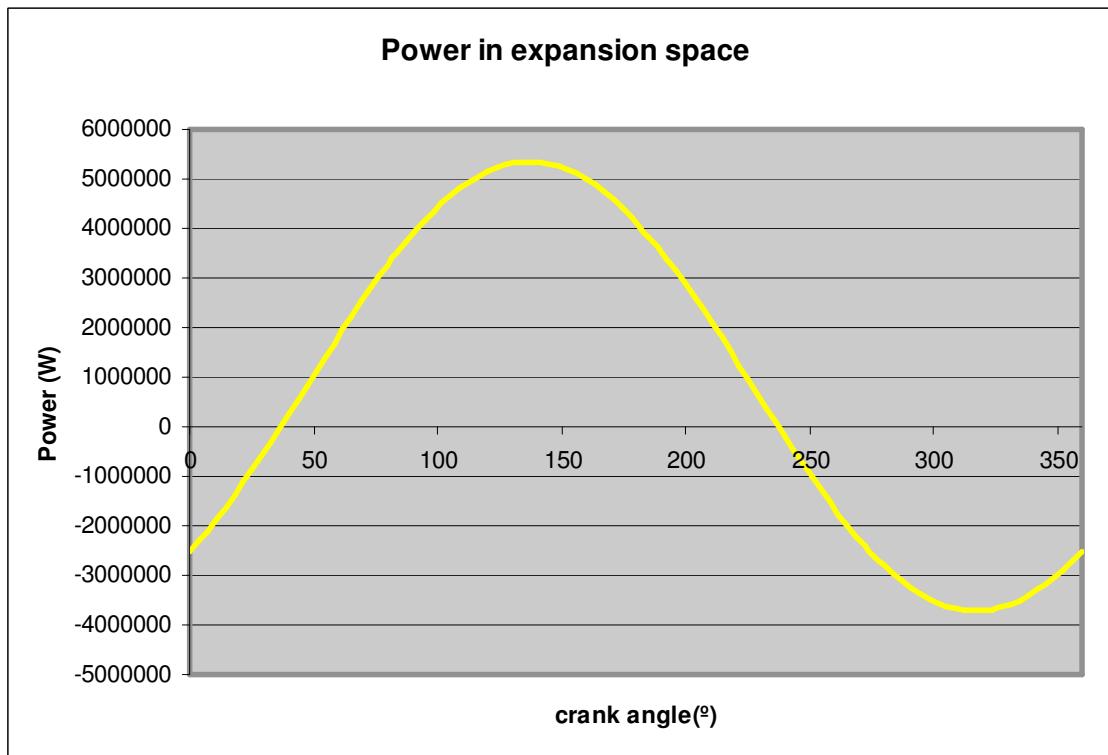


Figura 8: Potencia indicada en la zona de expansión en función del ángulo de giro

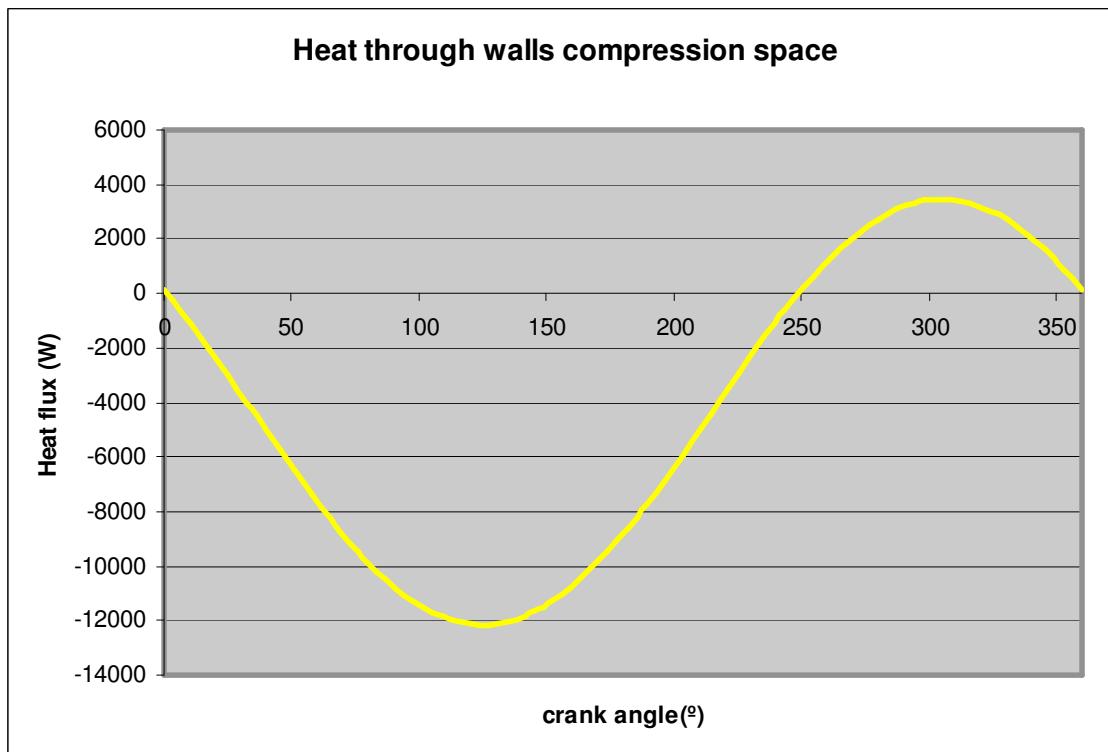


Figura 9: Flujo de calor a través de las paredes del cilindro en la zona de compresión transmitido por convección en función del ángulo de giro

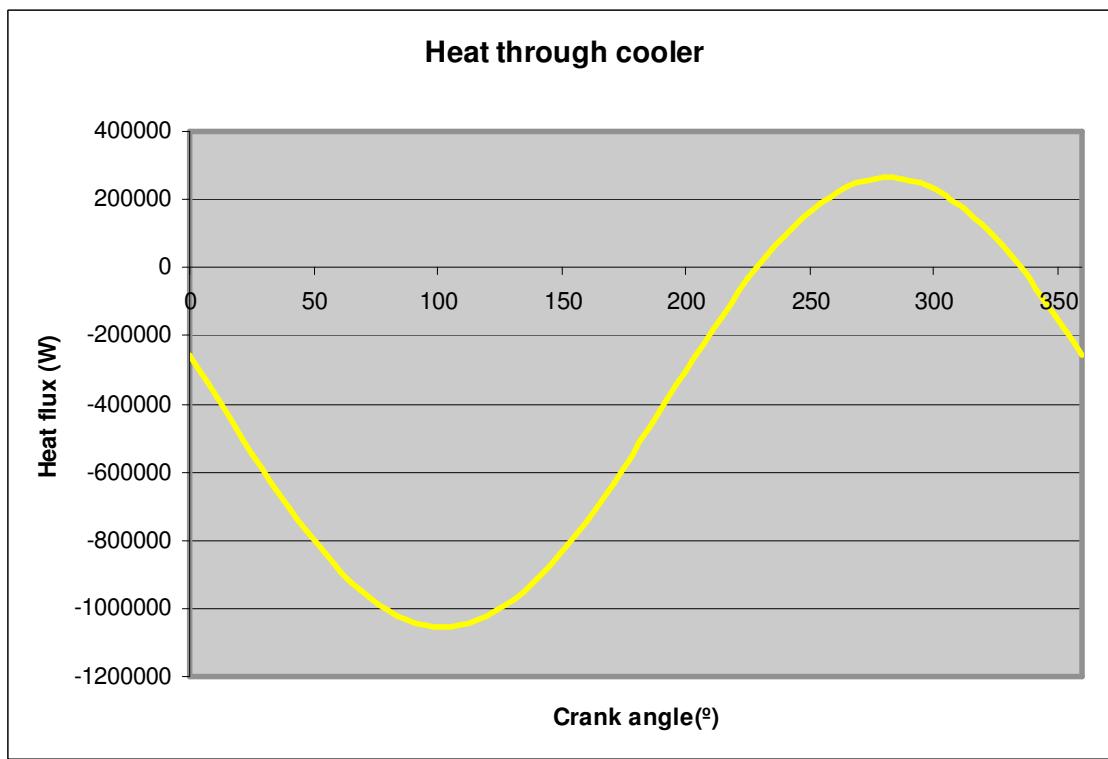


Figura 10: Calor a través del enfriador en función del ángulo de giro

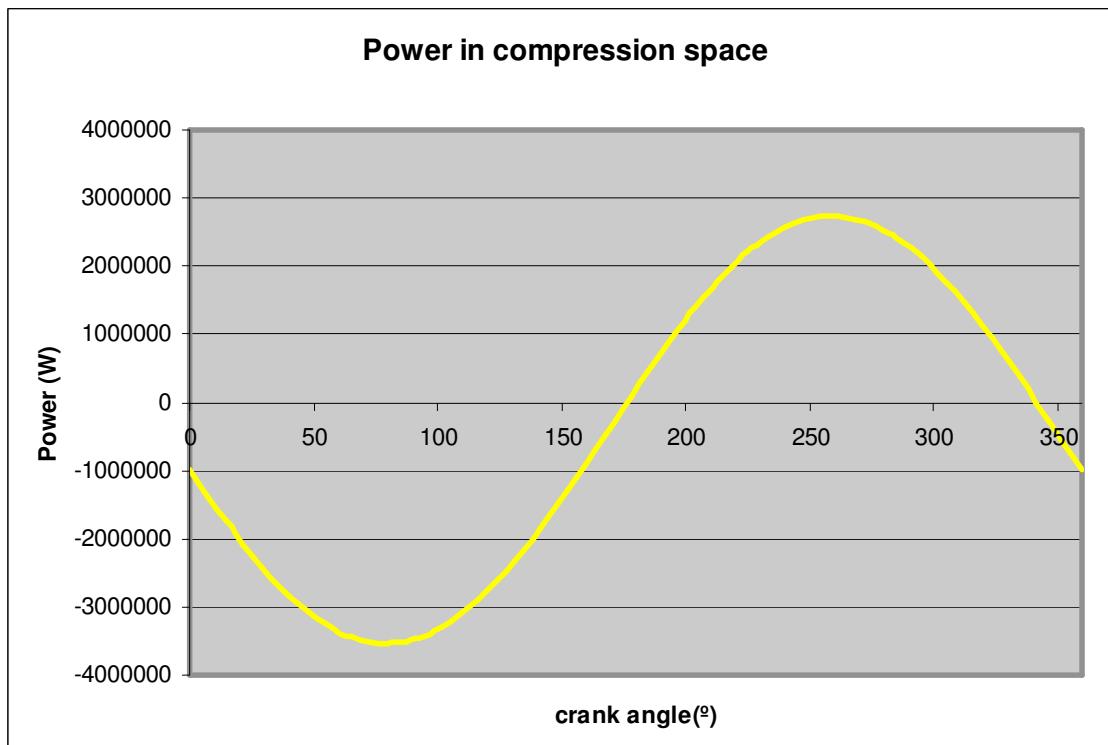


Figura 11: Potencia indicada en la zona de compresión en función del ángulo de giro

De las gráficas de volúmenes cabe destacar los amplios volúmenes barridos, ya que es un motor de proporciones enormes (312 kW de un solo cilindro!!).

Por lo que observamos por ejemplo en la zona de compresión una variación de volumen $V_c \approx 12000\text{cc} = 12l$

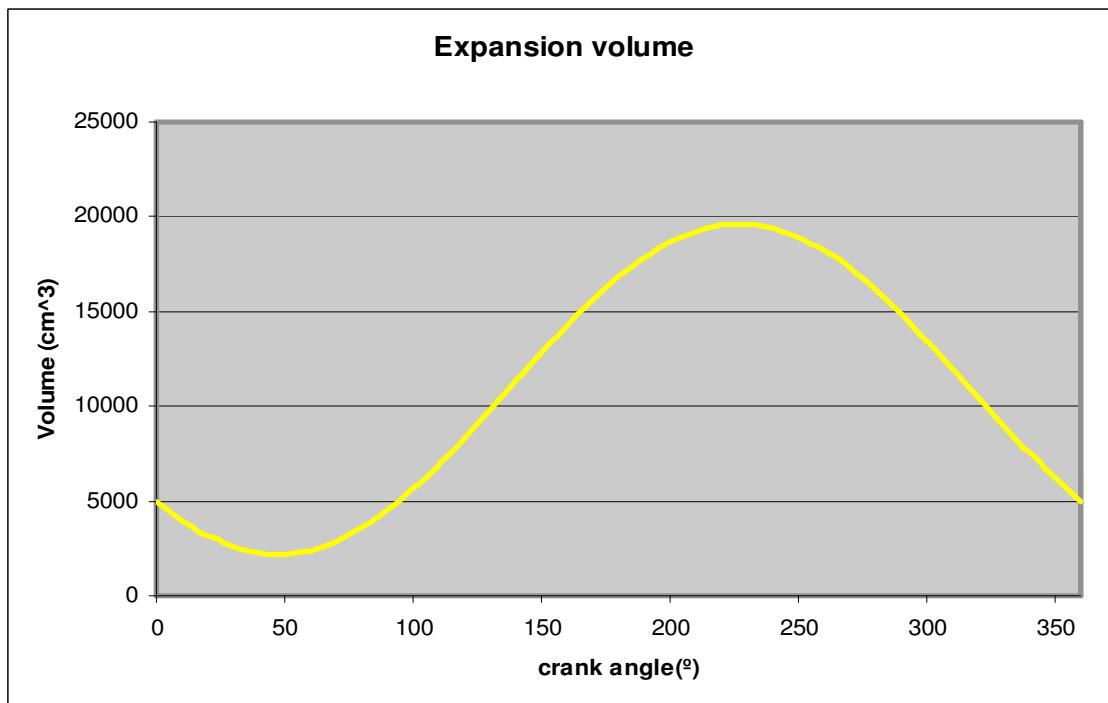


Figura 12: Volumen de la zona de expansión en función del ángulo de giro

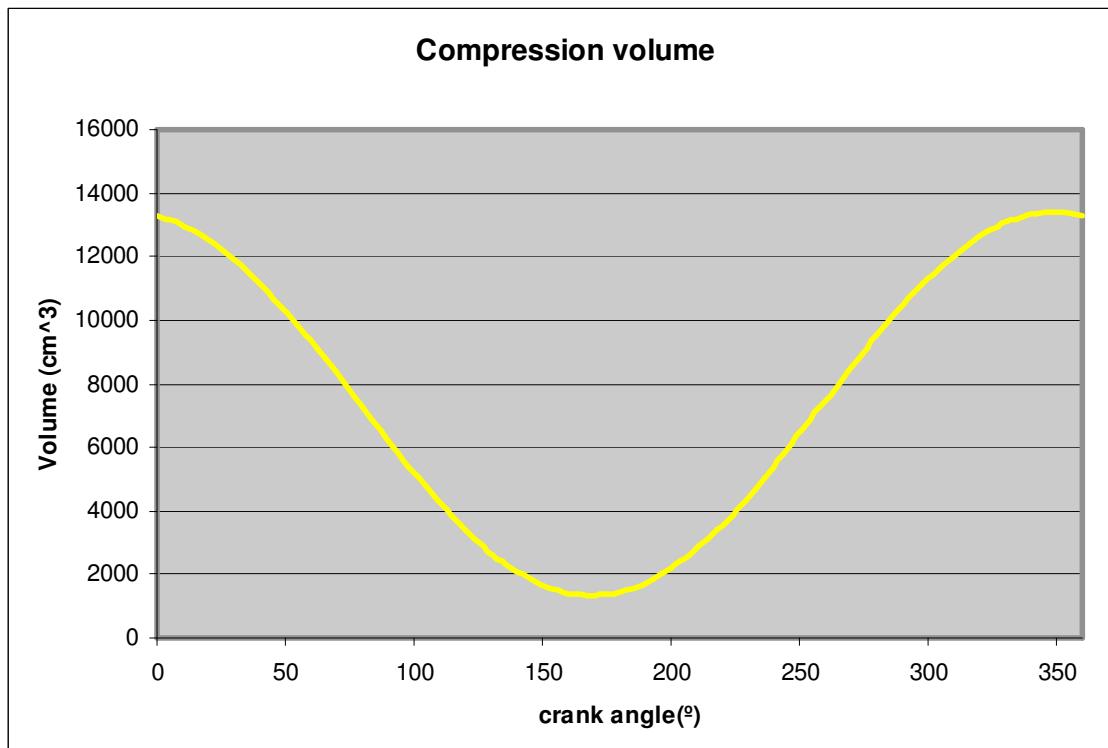


Figura 13: Volumen de la zona de compresión en función del ángulo de giro

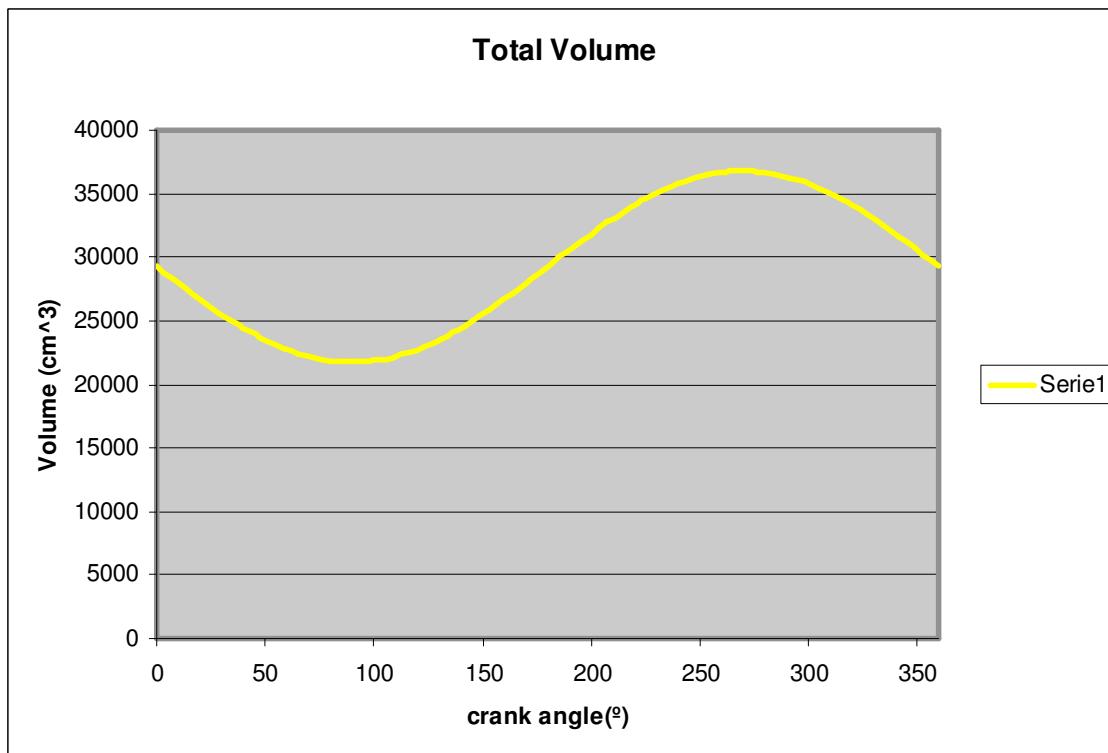


Figura 14: Volumen total en función del ángulo de giro

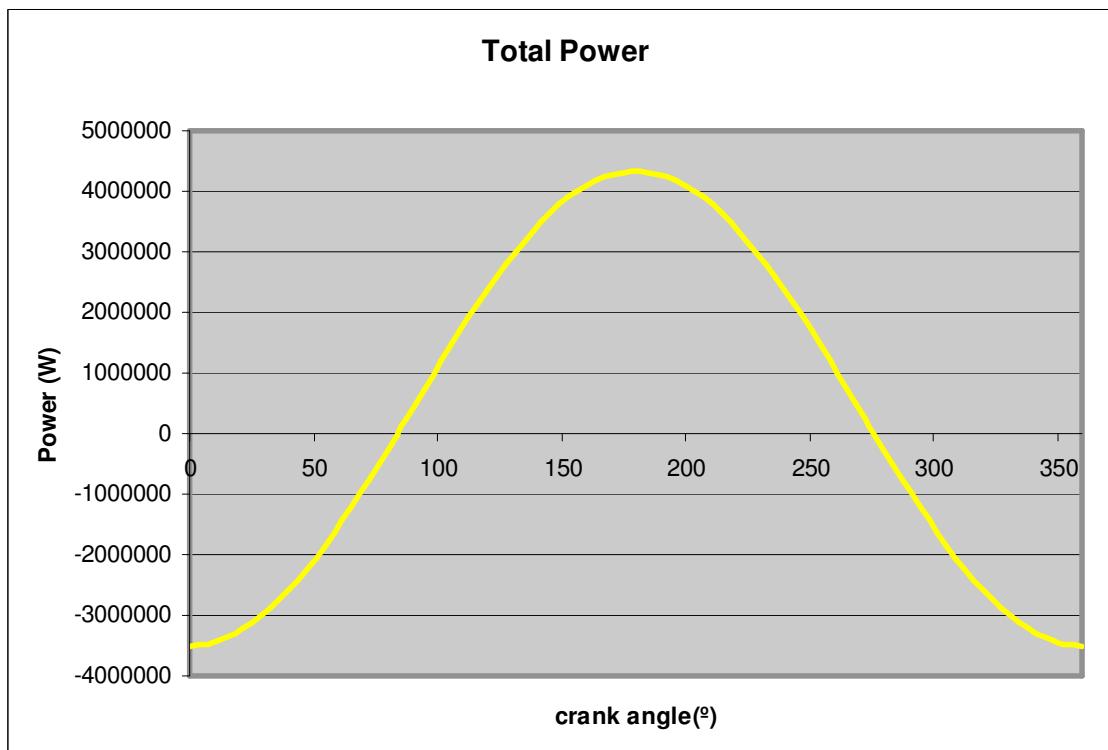


Figura 15: Potencia indicada total en función del ángulo de giro

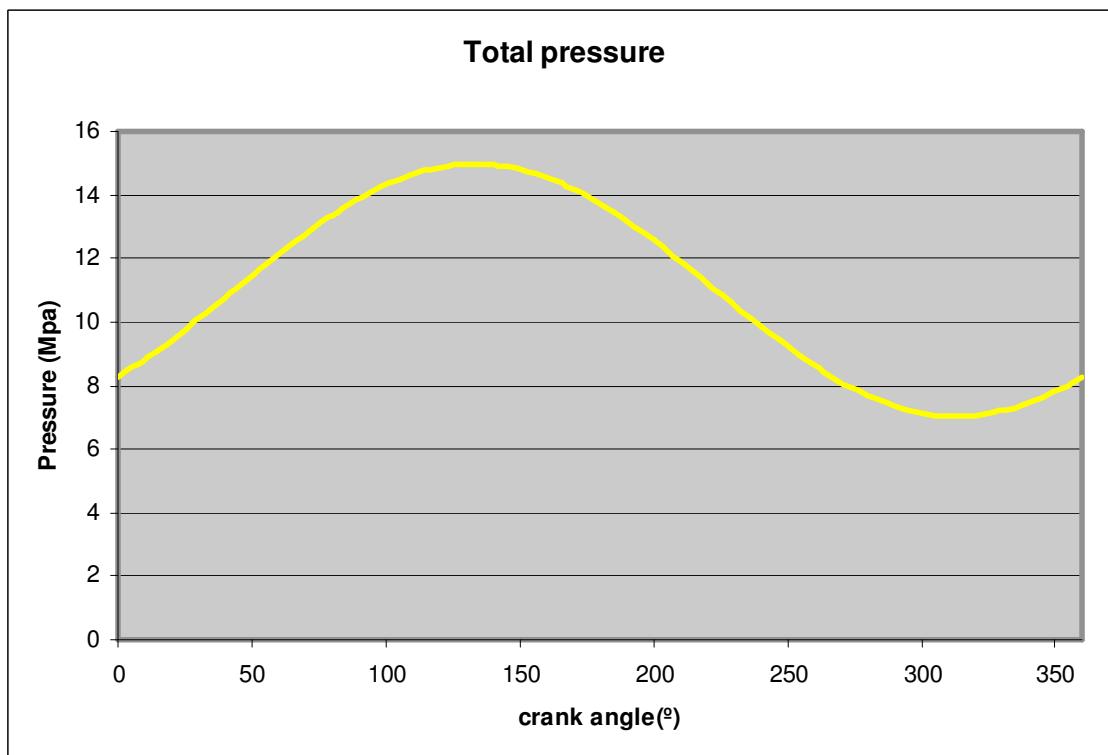


Figura 16: Presión en función del ángulo de giro

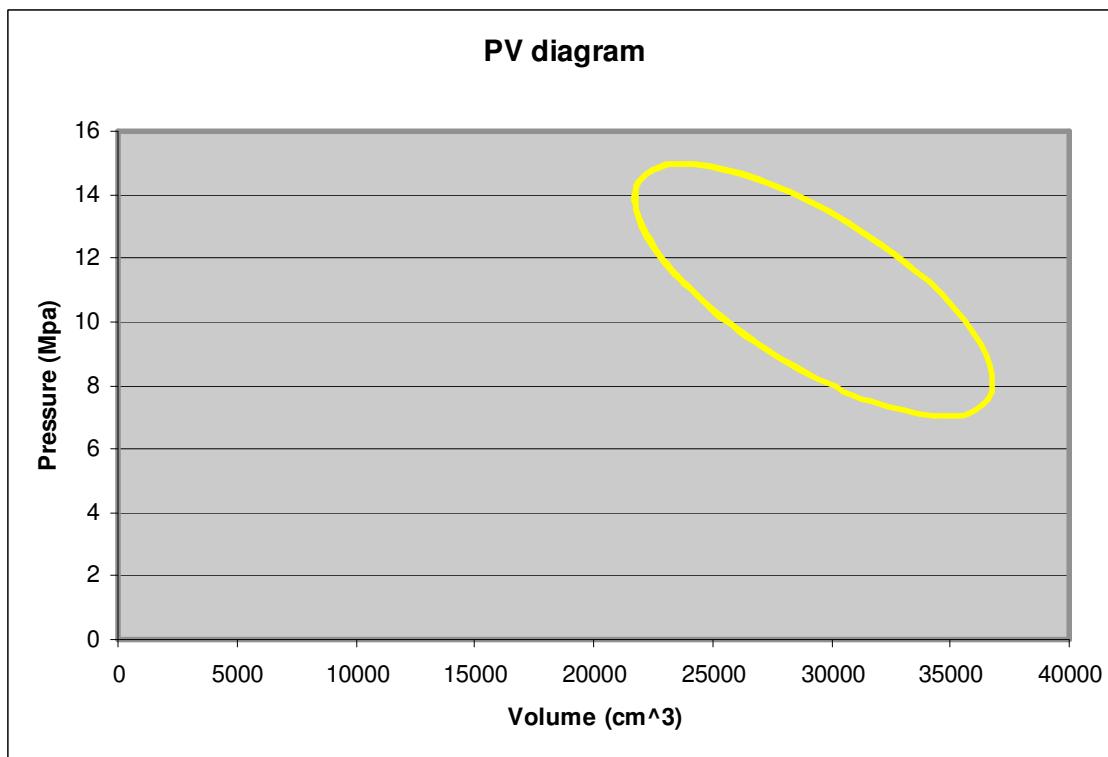


Figura 17: Diagrama presión-volumen