

## Trabajo Fin de Grado

Reductor con engranajes cilíndricos de dos escalonamientos, y  
disposición de eje doble

Reducer with two-step cylindrical gears, and double shaft  
arrangement

Autor:

Ignacio Miguel de Pascual Samper

Director:

Dr. Ingeniero D. Javier Oscar Abad Blasco

Ingeniería de Tecnologías Industriales  
Escuela de Ingeniería y Arquitectura  
Universidad de Zaragoza  
2018





## DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD

(Este documento debe acompañar al Trabajo Fin de Grado (TFG)/Trabajo Fin de Máster (TFM) cuando sea depositado para su evaluación).

D./D<sup>a</sup>. Ignacio Miguel de Pascual Samper,

con nº de DNI 76920990C en aplicación de lo dispuesto en el art.

14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento de los TFG y TFM de la Universidad de Zaragoza,

Declaro que el presente Trabajo de Fin de (Grado/Máster)  
Grado, (Título del Trabajo)

REDUCTOR CON ENGRANAJES CILINDRICOS DE DOS ESCALAMIENTOS, Y  
DISPOSICION DE EJE DOBLE.

es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada debidamente.

Zaragoza, 20 de agosto de 2018

Fdo: \_\_\_\_\_



# Reductor con engranajes cilíndricos de dos escalonamientos, y disposición de eje doble

## RESUMEN

El objeto de este proyecto de fin de grado es fabricar y diseñar un reductor de velocidad de engranajes de dos escalamientos. Los ejes de entrada y salida están dispuestos en el mismo eje, llamado este tipo de disposición de eje doble.

Las condiciones iniciales de entrada son 15 C.V. a 1.000 r.p.m., relación 7,88:1 y duración mínima de la máquina sea de 6.000 horas de trabajo. En este caso, se diseña un reductor de velocidad con engranajes cilíndricos de dientes rectos de dos escalamientos.

La carcasa será de fundición gris, formada por un cuerpo inferior y un tape, unidos entre sí mediante tornillos de acero, calidad 8.8, formando un solo bloque compacto y sólido. Los piñones de los engranajes se diseñan con acero 40CrNiMo7 y las coronas y los ejes con acero C45E. Los ejes se apoyarán en los rodamientos SKF.

El cálculo de los de los rodamientos se hace de acuerdo con el catálogo general de SKF y el de los ejes se va realizar según la fórmula de Poncelet, del "momento flector ideal". Se desprecia el cálculo por deformación, dada la longitud tan pequeña de dichos ejes.

Los engranajes se calcularán a rotura, siguiendo el procedimiento de la regla Vagma, y a desgaste, siguiendo el procedimiento del libro de H. Trier ("Trazado y Calculo de las Ruedas Dentadas").

Para comprobar su resistencia a fatiga, se calcularán los coeficientes de seguridad de los ejes mediante el método de tensión equivalente de Soderberg, siguiendo el libro de Rafael Avilés ("Análisis de Fatiga en Máquinas").

# INDICE

Memoria.....	6
Bibliografía.....	77
Presupuesto.....	80
Planos.....	83
Conclusión.....	95
Anexos.....	97



# MEMORIA

# ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	11
1.1. Objeto del proyecto .....	11
1.2. Alcance del proyecto.....	11
2. ACERCA DE LOS REDUCTORES DE VELOCIDAD.....	12
2.1. Clasificación de engranajes .....	12
2.1.1. Clasificación por tipo de engranajes.....	12
2.1.2. Clasificación por disposición.....	14
2.1.3. Clasificación por sistema de fijación .....	14
2.2. Beneficios de los reductores de velocidad.....	14
2.3. Parámetros de los reductores.....	15
3. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO A REALIZAR.....	16
4. CÁLCULOS.....	20
4.1. Primer juego de engranajes.....	20
4.1.1. Engranajes.....	20
4.1.2. Eje de entrada.....	28
4.1.2.1. Rodamientos.....	32
4.1.2.2. Chaveta.....	33
4.1.2.3. Anillo elástico de seguridad.....	34
4.1.2.4. Tuercas y arandelas.....	34
4.2. Segundo juego de engranajes.....	35
4.2.1. Engranajes.....	35
4.2.2. Eje intermedio.....	41
4.2.2.1. Rodamientos.....	45
4.2.2.2. Chaveta .....	46
4.2.2.3. Anillo elástico de seguridad.....	47
4.2.2.4. Tuercas y arandelas.....	47
4.2.3. Eje de salida.....	48
4.2.3.1. Rodamientos.....	51
4.2.3.2. Chaveta.....	52
4.2.3.3. Anillo elástico de seguridad.....	53
4.2.3.4. Tuercas y arandelas.....	53
5. RESISTENCIA A FATIGA.....	55
5.1. Introducción a la fatiga.....	55
5.2. Rotura por fatiga.....	55
5.3. Cargas variables.....	56
5.4. Factores correctores.....	58
5.5. Métodos de análisis con tensión media no nula.....	64



## **ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 1. Velocidades de ejes.....	16
Tabla 2. Resumen primer juego de engranajes.....	27
Tabla 3. Rodamiento eje entrada .....	33
Tabla 4. Chaveta paralela eje entrada .....	34
Tabla 5. Anillo elástico de seguridad eje entrada .....	34
Tabla 6. Tuercas y arandelas eje entrada .....	35
Tabla 7. Resumen segundo juego de engranajes.....	40
Tabla 8. Rodamiento eje intermedio .....	46
Tabla 9. Chaveta paralela eje intermedio .....	46
Tabla 10. Anillo elástico de seguridad eje intermedio .....	47
Tabla 11. Tuercas y arandelas eje intermedio .....	47
Tabla 12. Rodamiento eje salida.....	52
Tabla 13. Chaveta paralela 1 eje salida.....	53
Tabla 14. Chaveta paralela 2 eje salida.....	53
Tabla 15. Anillo elástico de seguridad eje salida.....	53
Tabla 16. Tuercas y arandelas eje salida.....	53
Tabla 17. Factor acabado superficial .....	60
Tabla 18. Factor confiabilidad .....	61
Tabla 19. Coeficientes de corrección eje de entrada .....	68
Tabla 20. Coeficientes de corrección eje intermedio.....	72
Tabla 21. Factores de corrección eje de salida .....	75



## **ÍNDICE DE FIGURAS**

Figura 1. Reductor de velocidad de corona sin fin .....	13
Figura 2. Reductor de velocidad de engranajes .....	13
Figura 3. Reductor cicloidal .....	13
Figura 4. Reductor de velocidad planetario .....	14
Figura 5. Piñón primer juego de engranajes .....	24
Figura 6. Corona primer juego de engranajes.....	27
Figura 7. Eje de entrada .....	28
Figura 8. Diagramas eje entrada.....	29
Figura 9. Rodamiento .....	32
Figura 10. Chavetas paralelas .....	33
Figura 11. Anillo elástico de seguridad .....	34
Figura 12. Tuerca KM y arandela MB .....	34
Figura 13. Piñón segundo juego de engranajes .....	37
Figura 14. Corona segundo juego de engranajes.....	40
Figura 15. Eje intermedio .....	41
Figura 16. Diagrama de fuerzas eje intermedio.....	41
Figura 17. Diagrama de esfuerzos y momento flector eje intermedio .....	42
Figura 18. Diagrama de momento torsor eje intermedio .....	42
Figura 19. Eje de salida.....	48
Figura 20. Diagrama de fuerzas eje salida .....	48
Figura 21. Diagramas eje salida .....	49
Figura 22. Rotura por fatiga .....	55

Figura 23. Carga variable .....	56
Figura 24. Máquina de Moore y tensiones variables en un punto P de la probeta .....	57
Figura 25. Curva S-N .....	58
Figura 26. Curva S-N corregida .....	59
Figura 27. Factor acabado superficial .....	60
Figura 28. Eje redondo con estrechamiento para cargas axiales a) y de torsión b).....	62
Figura 29. Eje redondo con ranuras para cargas axiales a) y de flexión b) 63	
Figura 30. Relación concentración de tensiones.....	63
Figura 31. Criterios tensión media no nula .....	64
Figura 32. Tensión en eje a flexión .....	65
Figura 33. Tensión en eje a torsión.....	65
Figura 34. Tensiones normales y cortantes en caso biaxial.....	66

## **1. INTRODUCCIÓN**

La velocidad de giro de un motor que acciona cualquier máquina es fundamental para controlar que el proceso industrial se realice con la mayor eficiencia posible. Los adaptadores de velocidad, además de contemplar factores como la potencia mecánica a transmitir, la potencia térmica y todo tipo de rendimiento, deben considerar aspectos de diseño en cuanto a la compactación de los elementos que componen el conjunto de regulación de la velocidad, es decir, menor espacio y mayor rigidez en el montaje.

### **1.1. Objeto del proyecto**

El objetivo de este proyecto de fin de grado es fabricar y diseñar un reductor de velocidad de engranajes de dos escalamientos para su futuro uso como mecanismo de transmisión. La disposición de los ejes de entrada y salida serán colocados en el mismo eje geométrico.

### **1.2. Alcance del trabajo**

Para el diseño y fabricación del reductor de velocidad se va a utilizar como condiciones iniciales, que la velocidad del eje de entrada sea de 1.000 r.p.m. con deslizamiento del 5,5%, es decir, una velocidad final de entrada de 945 r.p.m. La segunda condición del reductor de velocidad será que la duración mínima de la máquina sea de 6.000 horas de trabajo. Y para finalizar, tendrá 15 C.V. de potencia y una relación de transmisión de 7,88.

## 2. ACERCA DE LOS REDUCTORES DE VELOCIDAD

Los reductores de velocidad son dispositivos mecánicos, que son construidos mediante uno o varios pares de engranajes, tienen dos propósitos principales. La primera función, es multiplicar la cantidad de par de torsión que se genera por una fuente de alimentación para aumentar la cantidad de trabajo utilizable. Y como segundo propósito, reducir la velocidad de esta fuente para conseguir distintos tipos de velocidades.

Es importante a la hora de la elección de un reductor de velocidad su selección e integración, puesto que no siempre, el par, las velocidades y las cargas radiales se pueden utilizar a la vez. Se deben aplicar factores adecuados de mantenimiento para dar cabida a una amplia gama de aplicaciones dinámicas. Una vez seleccionado el reductor de velocidad apropiado, debe existir una buena instalación y un mantenimiento correcto para maximizar la vida de un reductor.

La gran variedad de dispositivos mecánicos de reducción de velocidad incluye: poleas, ruedas dentadas, engranajes y unidades de fricción. Este proyecto se centra en un reductor de velocidad de tracción cerrada, también conocido como transmisión por engranajes.

Antes de elegir cualquier reductor de velocidad, se debe tener en cuenta el tamaño y las especificaciones de la unidad: el par, la velocidad, la potencia, la eficiencia, factor de servicio, posición de montaje, variables de conexión, etc. En algunos tipos de aplicaciones, la cantidad de contragolpe, error de transmisión, resistencia a la torsión y momento de inercia son también puntos importantes.

### 2.1. Clasificación de engranajes

Existen diferentes tipos de **reductores de velocidad** y se clasifican en los siguientes grupos: por tipo de engranaje, por disposición de los ejes lento y rápido y por sistema de fijación.

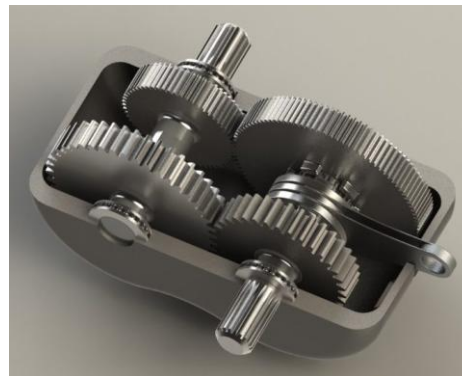
#### 2.1.1. Clasificación por tipo de engranajes

- *Reductores de velocidad de corona sin fin.* Aún siendo una de las máquinas de mayor antigüedad, actualmente es una de las más utilizadas en este siglo XXI. Consiste en un dispositivo que transmite el movimiento entre ejes que son perpendiculares entre sí, mediante un sistema de dos piezas: el tornillo, con dentado helicoidal, y un engranaje circular denominado corona. Tiene infinidad de aplicaciones ya sea cadenas de montaje, puertas automáticas, cajas automáticas, etc.



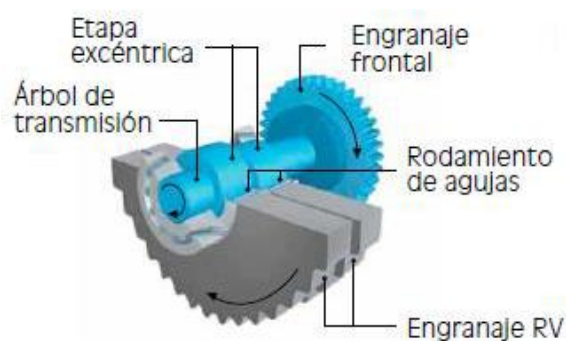
**Figura 1. Reductor de velocidad de corona sin fin [12]**

- *Reductores de velocidad de engranajes.* Son aquellos en los que se realiza la transmisión mecánica de pares de todas las maneras, excepto por tornillo sin fin. Un ejemplo común es el mecanismo de elevado de anclas.



**Figura 2. Reductor de velocidad de engranajes [13]**

- *Reductores cicloidales.* Está compuesto por un eje de entrada de alta velocidad con una leva excéntrica, un conjunto de cojinetes de rodillo y un disco cicloidal y el eje de salida que van a baja velocidad. Gracias a los discos cicloidales existe menos fricción que en otros engranajes.



**Figura 3. Reductor cicloidal [14]**

- *Reductores de velocidad planetarios.* Consiste en uno o más engranajes externos también llamados *planetas* que rotan sobre uno situado en el centro, comúnmente llamado *sol*. Sobre los brazos móviles, llamados portaplanetas, se montan los planetas. Los engranajes planetarios se engranan entre sí mediante un engranaje anular o corona.

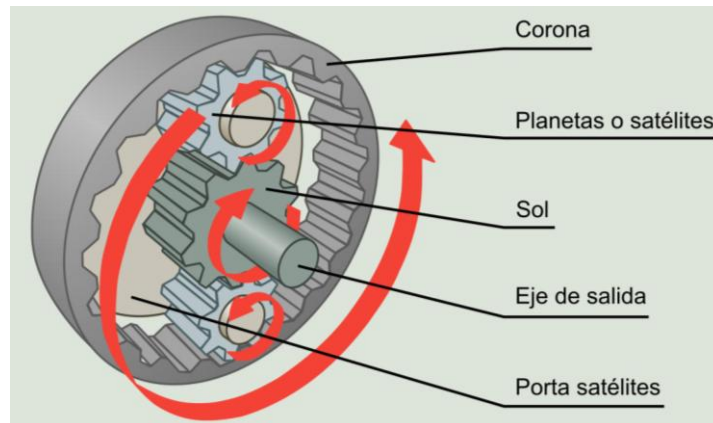


Figura 4. Reductor de velocidad planetario [15]

### 2.1.2. Clasificación por disposición de los ejes lento y rápido

Se pueden clasificar por la posición relativa del eje lento del reductor con respecto al eje rápido. Los más comunes son paralelos, ortogonales y coaxiales.

### 2.1.3. Clasificación por sistema de fijación

Se pueden clasificar por su sistema de fijación, fijo o pendular.

## 2.2. Beneficios de los reductores de velocidad

En la industria, otras maneras de transmitir la velocidad son las correas, cadenas, ruedas o poleas entre otros. Por ello vamos a analizar los beneficios que tiene los reductores de velocidad frente a otros en cuanto a la transmisión de velocidad.

- Ofrecen regularidad en la potencia transmitida y en la velocidad del eje de salida.
- Incrementan la eficiencia en la transmisión de la potencia suministrada por el motor.
- Tienen menores costes de mantenimiento debido a que aportan seguridad en la transmisión de coronas y piñones.
- Ocupan menos espacio que otros mecanismos.

## 2.3. Parámetros de los reductores

A continuación aparecen los parámetros o características más importantes que hay que saber para diseñar un reductor, que como se verá más adelante, en este caso será un **reductor de velocidades de engranajes**.

- Velocidad tangencial: es la velocidad real de un punto que gira con un movimiento circular.
- Momento torsor: es la componente paralela al eje longitudinal del momento de fuerza resultante de una distribución de tensiones sobre una sección transversal del prisma mecánico.
- Momento flector: es un momento de fuerza resultante de una distribución de tensiones sobre una sección transversal de un prisma mecánico flexionado.
- Par resistente: es el momento de fuerza que ejerce un motor sobre el eje de transmisión de potencia.
- Fuerza tangencial: es la fuerza que actúa a lo largo de un paralelo, perpendicularmente a las fuerzas meridianas; de compresión en la parte superior y de tracción en la inferior.
- Potencia: es la cantidad de trabajo efectuado por unidad de tiempo.
- Revoluciones por minuto (r.p.m.): es una unidad de frecuencia que indica el número de rotaciones completadas cada minuto por un cuerpo que gira alrededor de un eje.

### 3. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO A REALIZAR

Una vez visto y descrito los tipos de engranajes que existen, se analizará un reductor de velocidades. Este reductor que se va a calcular y diseñar, es de dos escalamientos, y posee dos piñones y dos coronas, de los cuales se tendrá que elegir los materiales de los que estarán compuestos. Los piñones de ambos juegos de engranajes estarán diseñados, tal como se ha comentado, por un acero 40NiCrMo7 puesto que es un acero de temple que se utiliza para piezas que deban poseer una buena resistencia y al mismo tiempo una buena resiliencia, y que a su vez que aguanten grandes esfuerzos de fatiga, torsión, flexión y choque, como es en el presente caso en los engranajes. Por otro lado, el resto de piezas como ejes y coronas, serán de acero C45E, ya que tiene buena resistencia y también buena resistencia al calor. Además, posee una buena respuesta de características mecánicas.

Tal y como se ha descrito antes, nuestro reductor de velocidad tendrá como velocidad de entrada 1.000 r.p.m. y un deslizamiento del rotor con estator del 5.5%, por lo tanto considerará una velocidad en el eje de entrada final de 945 r.p.m., y como potencia, 15 CV. El reductor de velocidad de dientes rectos tendrá una relación de transmisión de  $i = 7,88$  y una duración de trabajo mínima de 6.000 horas. Mediante la relación de transmisión, que puede ir determinada por la relación de velocidad de entrada y salida o el número de dientes de piñón y corona, podemos hallar la velocidad del eje intermedio, y posteriormente, del de salida:

$$i = \frac{w_1}{w_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

siendo:

$w_1$  = velocidad del eje de entrada en r.p.m.

$w_2$  = velocidad del eje de salida en r.p.m.

$Z_1$  = número de dientes del piñón conductor.

$Z_2$  = número de dientes del piñón conducido.

Velocidad eje de entrada (r.p.m.)	945
Velocidad eje intermedio (r.p.m.)	334,4
Velocidad eje de salida (r.p.m.)	120

**Tabla 1. Velocidades de ejes**



La carcasa, de fundición gris ENGJL-200, consta de un cuerpo inferior y un tape, unidos entre sí mediante tornillos de acero, calidad 8.8, formando un solo bloque compacto y sólido. Dicha carcasa dispone de un tornillo cáncamo que sirve para el transporte y para el llenado del aceite de engrase.

En la parte inferior del cuerpo se dispone de un tapón roscado de acero para el vaciado del aceite de engrase y una mirilla de poliamida termoplástica para ver el nivel del mismo.

El tape y el cuerpo llevan incorporados dos pasadores elásticos de montaje y en el tape, se han dispuesto dos taladros roscados, opuestos transversalmente, para facilitar el desmontaje.

La lubricación se realiza con aceite mineral de primera calidad SKF del tipo LFFG 220, que deberá cambiarse una vez al año.

Las coronas de los engranajes se engrasan por inmersión, que a su vez mojan a los piñones, y los rodamientos se engrasan por la nieblina que se forma durante el funcionamiento.

El tape y el cuerpo del reductor son de fundición gris ENGJL-200, que se fijan entre sí mediante tornillos de acero, calidad 8.8.

Las tapetas del reductor son de fundición gris ENGJL-200, que se fijan al cuerpo mediante tornillos de acero, calidad 8.8. En las tapetas que no son ciegas, llevan incorporados retenes de grasa de EPIDOR, material SIMRIT 72 NBR / 902 [1].

Tal y como hemos dicho, los piñones de los engranajes se diseñan a base de acero 40NiCrMo7 con las siguientes características [2]:

$$\sigma_R = 1.100 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 735 \text{ N/mm}^2; HB = 450 \text{ kg/mm}^2; A = 14\%$$

Y las coronas de los engranajes se diseñan a base de acero C45E, con las siguientes características [3]:

$$\sigma_R = 700 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 440 \text{ N/mm}^2; HB = 215 \text{ kg/mm}^2; A \geq 16\%$$

Los piñones y las coronas de los engranajes se van a calcular a rotura, siguiendo el método de la regla de cálculo Vagma [4], y posteriormente a desgaste siguiendo el método de H. Trier “Trazado y Cálculo de las Ruedas Dentadas” [5].

Se toma un mínimo de 17 dientes en los piñones, para evitar interferencias y que los perfiles de los engranajes no sean de perfil corregido.

El cálculo de los ejes se va realizar según la fórmula de Poncelet, del “momento flector ideal” [6], y se van a comprobar por la hipótesis de la invariabilidad del trabajo de cambio de forma (Tensión de Von Mises). Se desprecia el cálculo por deformación, dada la longitud tan pequeña de dichos ejes. Más adelante, se calculará el módulo resistente a flexión y el módulo resistente a torsión.

Una vez conocidas las dimensiones del eje, se indicarán todos los componentes que irán en el mismo para el correcto funcionamiento como rodamientos, anillos elásticos de seguridad, tuercas, [7, 8]...

Por otro lado, un aspecto muy importante en todas las máquinas es el de la fatiga. La mayoría de roturas de las máquinas se deben por este factor. Con las características de los materiales podemos saber el límite a fatiga que podría tener la probeta, a la que le aplicaremos unos factores correctores para hallar el límite de resistencia a fatiga de nuestro elemento a calcular según el libro de Joseph Shigley [9]. Más adelante, para hallar el coeficiente de seguridad de cada elemento y por consiguiente, confirmar su resistencia a fatiga, seguiremos el libro de Rafael Avilés [10], el cual basa sus cálculos en la tensiones normales y cortantes.

Además, se llevará a cabo un presupuesto de cada pieza del reductor de velocidades para que en un futuro pueda ser montado. Se tendrá en cuenta el coste de la pieza en kilogramos y su tratamiento y/o mecanizado.

Para finalizar el trabajo, se diseñará por completo todas las partes del reductor de velocidades como los ejes, las carcasas, los piñones, las coronas o las tapetas con su correspondientes acotaciones y tolerancias.

**MANTENIMIENTO.**- A pesar de tener buenos diseños y pasar por análisis exhaustivos de selección, los reductores de velocidad están sometidos a desgaste y a un fallos eventuales. Para maximizar la vida de un reductor, se debe realizar un correcto proceso de mantenimiento:

- El elemento más importante es el cambio de aceite rutinario. Las moléculas de aceite se van descomponiendo al estar bajo presión extrema de los dientes de engranaje.
- El efecto de cizallamiento de los engranajes y las altas temperaturas de la caja reductora también contribuyen al desgaste de aceite.
- Cuando el aceite pierde sus propiedades de lubricación, hay un desgaste mucho más rápido en los reductores.

- En el caso que una sobrecarga provoque un fallo, por lo general puede deberse a que los criterios del diseño original han cambiado, no se aplicaron los factores de servicio correctos, no hubo cambio de aceite o se produjo una mayor carga de choque.
- Cuando los rodamientos fallan, por lo general es el resultado de exceso de carga, desalineación del eje o demasiado calor. Cuando fallan los sellos, lo más probable es que se deba a que algo se interpuso entre el sello y el eje, o porque se pintaron, se secaron y se volvieron frágiles.

## 4. CÁLCULOS

### 4.1. PRIMER JUEGO DE ENGRANAJES

Este primer juego, obviamente está compuesto por un piñón y una corona. El piñón, que está diseñado con 23 dientes, y la corona con 65 dientes forman este primer juego de engranajes, y por tanto existe una relación de transmisión de  $i = 65/23$ . Mediante este primer juego de engranajes se relacionan el eje de entrada del reductor, al que está asociado el piñón, y el eje intermedio, al que se le asocia la corona.

#### 4.1.1. Engranajes

Para la realización de los cálculos, como se ha comentado en la descripción del trabajo, se comenzará con la elaboración de éstos de la siguiente manera: se tendrá en cuenta el desgaste que se produce en las coronas y piñones al engranar, puesto que existe deterioro y sufrimiento de los dientes, y que por tanto, las capas de dientes son removidas de las superficies. A su vez se realizará también el cálculo a rotura de las coronas y piñones.

##### CÁLCULO DEL PIÑÓN A ROTURA

En el cálculo de los *piñones a rotura* se calculará el momento torsor que se ofrece sobre el piñón, y tomando a priori un diámetro de 100 mm, se hallará la fuerza tangencial. Se obtendrá una velocidad tangencial menor que 5 m/s, por tanto se podrá suponer que los dientes de los engranajes van a ser rectos. Para calcular el módulo del piñón a partir de la rotura se utilizará la regla *Vagma*, que es una antigua regla de cálculo [4].

De acuerdo con el libro de H.Trier. [5], debe calcularse el número de dientes mínimo a partir del cual no se produzca penetración (fenómeno de interferencia), de la siguiente manera:

$$Z_{\min} = 2 / \sin^2 \alpha_t$$

siendo:

$Z_{\min}$  : número de dientes mínimo a partir del cual no se producirá interferencia.

$\alpha_t$  : ángulo de presión tangencial.

El ángulo de presión tangencial se calcula a partir del ángulo de presión normal y la inclinación del diente.

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta$$

siendo:

$\alpha_n$  : ángulo de presión normal ( $\alpha_n = 20^\circ$  para todos los juegos de engranajes)

$\beta$  : Inclinación del diente ( $\beta = 0$ , por ser los dientes rectos).

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \operatorname{tg} 20 / \cos 0 = 0,364 \rightarrow \alpha_t = 20^\circ$$

El número de dientes mínimo para que no se produzca penetración será:

$$Z_{\min} = 2 / \operatorname{sen}^2 \alpha_t = 17,097 \text{ dientes.}$$

Luego se adaptará en el piñón  $Z_1 = 23$  dientes, tal y como se ha comentado anteriormente.

El material que se utilizará para el piñón será el acero 40NiCrMo7, de las siguientes características [2]:

$$\sigma_R = 1.100 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 735 \text{ N/mm}^2; HB = 450 \text{ kg/mm}^2; A = 14\%$$

Se toma a priori un diámetro de 100 mm.

Velocidad tangencial:

$$v_t = \frac{\pi \cdot d \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 0,10 \cdot 945}{60} = 4,95 \text{ m/s}$$

como  $v_t = 4,95 < 5 \text{ m/s}$ , se van a calcular los engranajes con dientes rectos.

Siendo:

$v_t$  = Velocidad tangencial en m/s

$d$  = Diámetro primitivo en m

$n_1$  = Revoluciones por minuto del eje de entrada

Momento torsor:

$$M_t = 71.620 \cdot \frac{H}{n_1} = 71.620 \cdot \frac{15}{945} = 1.136,8 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 111,4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Donde:

$M_t$  = Momento torsor en  $\text{kg} \cdot \text{cm}$

Factor de conversión de unidades: 71.620 (CV a  $\text{Kg} \cdot \text{cm/s}$ )

$H$  = Potencia en C.V.

$n_1$  = Velocidad en r.p.m.

Fuerza tangencial:

$$P_1 = \frac{M_t}{r_1} = \frac{1.136,8}{5} = 227,4 \text{ kg} = 2.228,52 \text{ N}$$

$M_t$  = Momento torsor en  $\text{kg}\cdot\text{cm}$

$r_1$  = Radio primitivo en  $\text{cm}$

Aplicando la regla Vagma [4]:

$$P_1 = K_s \cdot p \cdot L \cdot K_z \cdot \frac{3}{3 + v_t}; \text{ siendo } \begin{cases} K_s = \text{carga de seguridad del material} = 11 \text{ kg/mm}^2 \\ p = \text{paso} = \pi \cdot m \\ L = \text{longitud del diente} = 10 \cdot m \\ K_z = \text{factor del diente} = 0,106 \text{ (con 23 dientes)} \\ v_t = \text{velocidad tangencial en m/s} \\ m = \text{modulo en mm} \end{cases}$$

$$P_1 = 227,4 \text{ kg} = 11 \cdot \pi \cdot m \cdot 10 \cdot m \cdot 0,106 \cdot \frac{3}{3 + 4,95} \quad m = 4,05 \text{ mm}$$

### CÁLCULO DEL PIÑÓN A DESGASTE

Para el cálculo de los *piñones a desgaste* se empieza conociendo la relación de transmisión. Para ello, cumpliendo las condiciones se han supuesto y teniendo en cuenta que la vida útil de la máquina debe de ser de 6.000 horas, se calculará el número de millones de vueltas que girará el piñón analizado y su valor de la dureza Brinell [5].

Para 6.000 horas de duración y relación de transmisión  $i \approx 2,82 / 1$

El número de millones de vueltas W será:

$$W = \frac{60 \cdot n_1 \cdot h}{10^6} = \frac{60 \cdot 945 \cdot 6.000}{10^6} = 340,2 \text{ millones de vueltas}$$

Siendo:

$n_1$  = Revoluciones del eje en r.p.m.

$h$  = Número de horas de funcionamiento

Valor de la dureza Brinell:

$$H = \frac{\sigma_R}{0,35} = \frac{110}{0,35} = 314,3 \text{ kg/mm}^2 \text{ aunque en las características dan } 450 \text{ kg/mm}^2$$

Siendo:

$\sigma_R$  = Tensión de rotura en  $\text{kg/mm}^2$

Cálculo del valor de la presión de rodadura:

$$k = 6.800 \cdot \frac{H^2}{E \cdot \sqrt[3]{W}} = 6.800 \cdot \frac{314,3^2}{2,1 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{340,2}} = 45,82 \text{ kg/cm}^2$$

Siendo:

Factor de conversión de unidades: 6.800

$H$  = Valor de la dureza Brinell en  $\text{kg/mm}^2$

$E$  = Módulo de elasticidad en  $\text{kg/cm}^2$

$W$  = Millones de vueltas

Se calculará el coeficiente de funcionamiento  $A$ :

$$A = \frac{286.480 \cdot N}{k \cdot n_1} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \frac{1}{\sin 2\varphi} = \frac{286.480 \cdot 15}{45,82 \cdot 945} \cdot \frac{2,82+1}{2,82} \cdot \frac{1}{\sin 40} = 209,14$$

Siendo:

Factor de conversión de unidades: 286.480

$N$  = Potencia en CV

$k$  = Valor de presión de rodadura

$\varphi$  = Ángulo de presión

$i$  = Relación de transmisión

$n_1$  = Número de revoluciones del eje

por lo que el módulo resulta

$$m = \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot A}{\lambda \cdot z_1^2}} = \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot 209,14}{10 \cdot 23^2}} = 3,4 \text{ mm}$$

Siendo:

$A$  = Coeficiente de funcionamiento.

$\lambda = 10$ , para engranajes apoyados en los extremos.

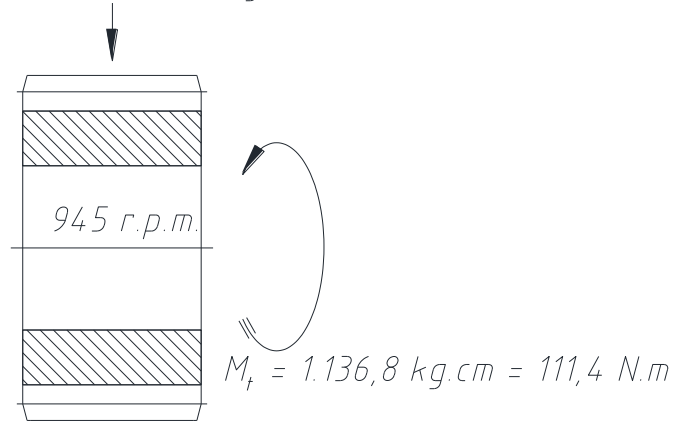
$Z_1$  = Número de dientes.

Como resumen del piñón del primer juego de engranajes:

- Momento torsor =  $111,4 \text{ N}\cdot\text{m}$
- Fuerza tangencial teórico =  $2.228,52 \text{ N}$
- Fuerza tangencial =  $2.153 \text{ N}$
- Número de dientes = 23 dientes
- Módulo (rotura) =  $4,05 \text{ mm}$
- Relación de transmisión = 2,82

- Número de vueltas posibles = 340,2 millones de vueltas
- Valor dureza Brinell = 314,3 kg/mm<sup>2</sup>
- Módulo (desgaste) = 3,4 mm

*Fuerza tangencial = 219,7 kg = 2.153 N*



**Figura 5. Piñón primer juego de engranajes**

Por otro lado, el piñón que engrana con la corona también debe tener sus cálculos a rotura y a desgaste.

#### CÁLCULO DE LA CORONA A ROTURA

Para comenzar el cálculo de la *corona a rotura* se partirá del cálculo de las revoluciones del eje intermedio que irá relacionado indirectamente proporcional por la relación de transmisión. Gracias a la relación de transmisión, también se puede calcular los dientes de la corona respecto del piñón. Tal y como se ha realizado en el piñón a rotura, se realizará en la corona [4].

Material: Acero C45E, de las siguientes características [3]:

$$\sigma_R = 700 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 440 \text{ N/mm}^2; HB = 215 \text{ kg/mm}^2; A \geq 16\%$$

Revoluciones de la corona:

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} = 945 \cdot \frac{23}{65} = 334,4 \text{ r.p.m.}$$

Número de dientes de la corona:

$$z_2 = z_1 \cdot i = 23 \cdot \frac{65}{23} = 65 \text{ dientes}$$



Aplicando la regla Vagma [4]:

$$P_1 = K_s \cdot p \cdot L \cdot K_z \cdot \frac{3}{3 + v_t}; \text{ siendo } \left\{ \begin{array}{l} K_s = \text{carga de seguridad del material} = 8 \text{ kg/mm}^2 \\ p = \text{paso} = \pi \cdot m \\ L = \text{longitud del diente} = 10 \cdot m \\ K_z = \text{factor del diente} = 0,1353 (\text{con 65 dientes}) \\ v_t = \text{velocidad tangencial en m/s} \\ m = \text{modulo en mm.} \end{array} \right.$$

$$P_2 = 227,4 \text{ kg} = 8 \cdot \pi \cdot m \cdot 10 \cdot m \cdot 0,1353 \cdot \frac{3}{3 + 4,95} \quad m = 4,21 \text{ mm}$$

### CÁLCULO DE LA CORONA A DESGASTE

En el *desgaste de la corona*, de la misma manera que se ha hecho con el piñón se aplica a la corona, es decir, se calculará las vueltas que es capaz de dar la corona sin que se desgaste y su valor de dureza Brinell. Los cálculos se realizan a partir de las revoluciones del eje intermedio, que es el eje al que está asociado la corona que engrana con el piñón del primer eje [5].

Para 6000 horas de duración y relación de transmisión  $i \approx 2,82 / 1$

$$W = \frac{60 \cdot n_2 \cdot h}{10^6} = \frac{60 \cdot 334,4 \cdot 6.000}{10^6} = 120,4 \text{ millones de vueltas}$$

Siendo:

$h$  = Número de horas de funcionamiento

$n_1$  = Revoluciones del eje en r.p.m.

Valor de la dureza Brinell:

$$H = \frac{\sigma_R}{0,35} = \frac{70}{0,35} = 200 \text{ kg/mm}^2 \text{ aunque en las características dan } 215 \text{ kg/mm}^2$$

Valor de la presión de rodadura:

$$k = 6.800 \cdot \frac{H^2}{E \cdot \sqrt[3]{W}} = 6.800 \cdot \frac{200^2}{2,1 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{120,4}} = 26,23 \text{ kg/cm}^2$$

Siendo:

Factor de conversión de unidades: 6.800

$H$  = Valor de la dureza Brinell en  $\text{kg/mm}^2$

$E$  = Módulo de elasticidad en  $\text{kg/cm}^2$

$W$  = Millones de vueltas

Se calculará el coeficiente de funcionamiento A:

$$A = \frac{286.480 \cdot N}{k \cdot n_2} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \frac{1}{\sin 2\varphi} = \frac{286.480 \cdot 15}{26,23 \cdot 334,4} \cdot \frac{2,82+1}{2,82} \cdot \frac{1}{\sin 40} = 1.032,45$$

Siendo:

Factor de conversión de unidades: 286.480

$N$  = Potencia en CV.

$k$  = Valor de presión de rodadura

$\varphi$  = Ángulo de presión

$i$  = Relación de transmisión

$n_1$  = Número de revoluciones del eje

por lo que el módulo resulta

$$m = \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot A}{\lambda \cdot z_2^2}} = \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot 1.032,45}{10 \cdot 65^2}} = 2,9 \text{ mm}$$

Siendo:

$A$  = Coeficiente de funcionamiento

$\lambda = 10$ , para engranajes apoyados en los extremos

$Z_1$  = Número de dientes

Como resumen de la corona del primer juego de engranajes tenemos los siguientes datos:

- Revoluciones del eje = 334,4 r.p.m.
- Número de dientes = 65
- Módulo (Rotura) = 4,21 mm
- Relación de transmisión = 2,82
- Número de vueltas posibles = 120,4 millones de vueltas
- Valor de la dureza Brinell = 200 kg/mm<sup>2</sup>
- Módulo (Desgaste) = 2,9 mm

Por tanto, se adopta un módulo  $m = 4,5$

Como consecuencia de todos estos cálculos se sabe que, para que un engranaje pueda funcionar bien con su piñón y su corona deben de tener el mismo paso, y los ejes tienen que tener la misma distancia entre centros de ejes, ya que se diseña el eje de entrada y el eje de salida a la misma altura. Con los conocimientos básicos de los engranajes, es decir, paso =  $\pi \cdot$  módulo, podemos deducir que el piñón y la corona

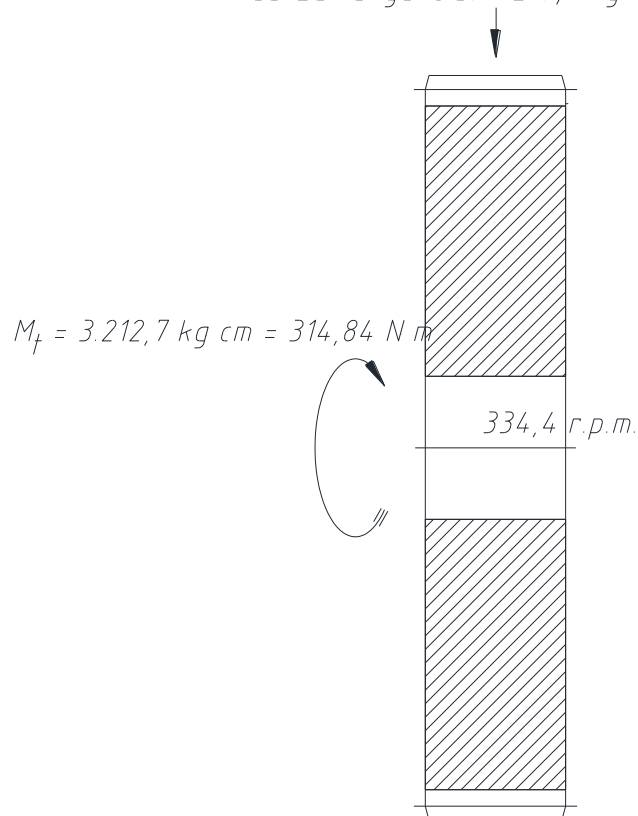
deben de tener el mismo módulo. Por ello, se elige un módulo de 4,5 para el primer juego de engranajes. El módulo de las piezas tiene que estar estandarizado según la norma UNE 18005:1984 "Engranajes cilíndricos para mecánica general y mecánica pesada. Módulos y diametrales Pitch".

En la siguiente tabla se puede observar las dimensiones definitivas del primer juego de engranajes:

	PIÑÓN	CORONA
Módulo	4,5	4,5
Número de dientes	23	65
Diámetro primitivo	103,5	292,5
Diámetro exterior	112,5	301,5
Longitud del diente	50	45
Ángulo de presión	20º	20º
Distancia entre centros	198	198

**Tabla 2. Resumen primer juego de engranajes**

$$Fuerza\ tangencial = 219,7\ kg = 2.153\ N$$



**Figura 6. Corona primer juego de engranajes**

#### 4.1.2. Eje de entrada

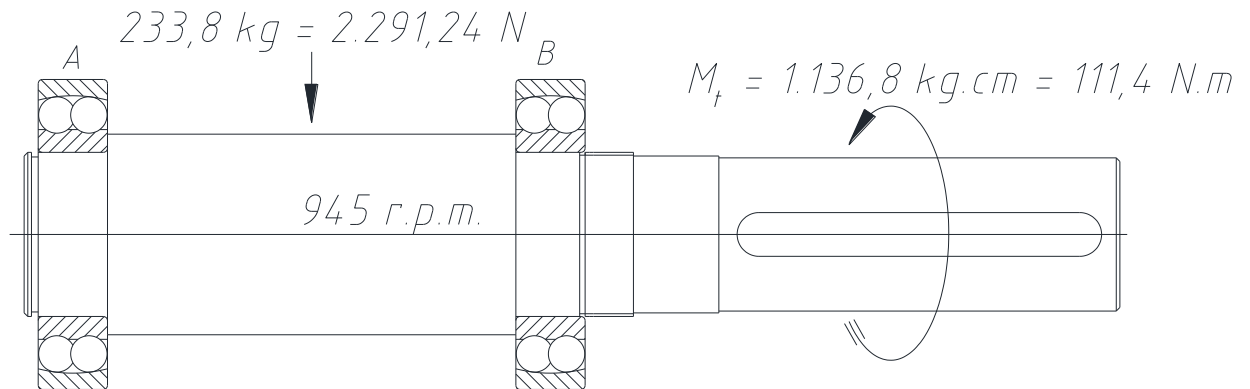


Figura 7. Eje de entrada

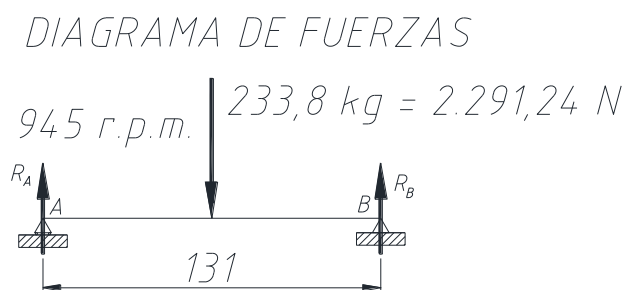
El material del que se fabricará el eje será de acero C45E, que posee las siguientes características [3]:

$$\sigma_R = 700 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 440 \text{ N/mm}^2; HB = 215 \text{ kg/mm}^2; A \geq 16\%$$

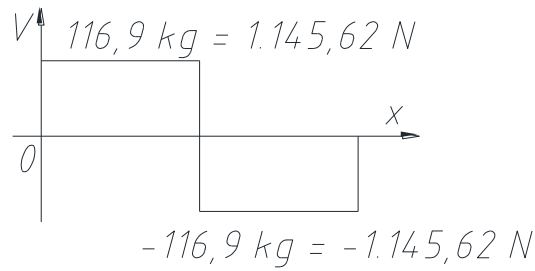
#### CÁLCULO DEL EJE DEL PIÑÓN (DE ENTRADA)

En cuanto al primer eje del reductor, que también se llama el eje de entrada, poseerá un esfuerzo en el centro del eje de 2291,24 N, ya que en el eje se ejerce la fuerza total [11].

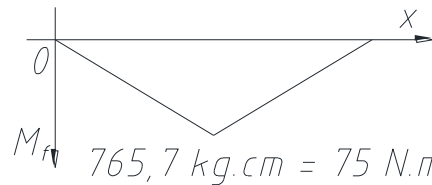
A continuación, se pueden observar los diagramas de esfuerzos obtenidos en el propio eje que al ser un esfuerzo puntual en el centro, se distribuye a partes iguales la carga. Por otro lado, se ve que el momento flector máximo se produce en el centro del eje, donde el esfuerzo cortante se hace 0, con un valor aproximado de 75 N·m.



### DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES



### DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES



### DIAGRAMA DE MOMENTOS TORSORES

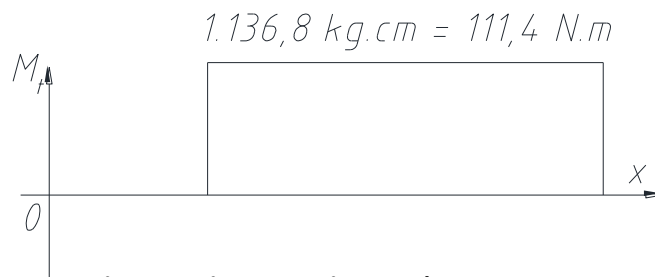


Figura 8. Diagramas eje entrada

Fuerza total:

$$F_{C \tan g} = \frac{M_t}{r_1} = \frac{1.136,8}{5,175} = 219,7 \text{ kg} = 2.153 \text{ N}$$

$$F_C = \frac{F_{C \tan g}}{\cos 20} = \frac{219,7 \text{ kg}}{\cos 20} = 233,8 \text{ kg} = 2.291,24 \text{ N}$$

$$F_C = 233,8 \text{ kg} = 2.291,24 \text{ N}$$

Reacciones:

$$R_A = R_B = \frac{233,8}{2} = 116,9 \text{ kg} = 1.145,62 \text{ N}$$

Momento flector:

$$M_f = \frac{P \cdot l}{4} = \frac{233,8 \cdot 13,1}{4} = 765,7 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 75 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Momento torsor:

$$M_t = 1.136,8 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 111,4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Con el momento torsor del primer eje, es decir, el asociado al piñón del primer juego de engranajes, se calcula el módulo resistente a flexión y módulo resistente a torsión.

Calculando el eje a flexión y torsión mediante la fórmula de Poncelet:

Según Poncelet [6]:

$$M_{fi} = 0,35 \cdot M_f + 0,65 \sqrt{M_f^2 + (\alpha \cdot M_t)^2}$$

siendo:

$M_{fi}$  = momento flector ideal

$M_f$  = momento flector

$M_t$  = momento torsor

$\alpha$  = coeficiente que aproximadamente = 1

por tanto,

$$\frac{M_{fi}}{M_f} = 0,35 + 0,65 \sqrt{1 + \left( \frac{\alpha \cdot M_t}{M_f} \right)^2}$$

haciendo,

$$M_{fi} = M_f \cdot \xi$$

se tiene,

$$\xi = 0,35 + 0,65 \sqrt{1 + \left( \frac{\alpha \cdot M_t}{M_f} \right)^2}$$

los valores de  $\xi$  se encuentran en el Anexo 2.

Según la hipótesis de la invariabilidad del trabajo de cambio de forma:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_f^2 + 3 \cdot \tau^2}$$

siendo:

$\sigma$  = tensión compuesta

$\sigma_f$  = tensión a flexión

$\tau$  = tensión de cortadura

Sometido al momento flector de 765,7 kg·cm y al momento torsor de 1136,8 kg·cm

$$\frac{M_t}{M_f} = \frac{1.136,8}{765,7} = \frac{111,4}{75} = 1,484$$

Valor de  $\xi$  en la fórmula de Poncelet (Anexo 2) = 1,5132

Momento flector ideal:

$$M_{fi} = \xi \cdot M_f = 1,5132 \cdot 765,7 = 1.158,65 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 113,55 \text{ N} \cdot \text{m}$$

tomando una tensión de trabajo admisible de  $\sigma_{adm} = 1.100 \text{ kg/cm}^2 = 110 \text{ MPa}$  y un coeficiente de seguridad de 4.

$$n = \frac{\sigma_e}{\sigma_{adm}} = \frac{440}{110} = 4$$

el módulo resistente a flexión es:

$$W_f = \frac{M_{fi}}{\sigma_{adm}} = \frac{1.158,65 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{1.100 \text{ kg/cm}^2} = 1,053 \text{ cm}^3$$

pero

$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,053}{\pi}} = 2,21 \text{ cm}$$

Comprobación por la hipótesis de la invariabilidad del trabajo de cambio de forma (para un eje de diámetro 2,21 cm):

Módulo resistente a flexión:

$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 2,21^3}{32} = 1,06 \text{ cm}^3$$

Tensión a flexión:

$$\sigma_f = \frac{M_f}{W_f} = \frac{765,7 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{1,06 \text{ cm}^3} = 722,35 \text{ kg/cm}^2 = 70,79 \text{ N/mm}^2$$

Módulo resistente a torsión:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 2,21^3}{16} = 2,12 \text{ cm}^3$$

Tensión a torsión:

$$\tau = \frac{M_t}{W_0} = \frac{1.136,8 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{2,12 \text{ cm}^3} = 536,22 \text{ kg/cm}^2 = 52,55 \text{ N/mm}^2$$

Tensión compuesta:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_f^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{70,79^2 + 3 \cdot 52,55^2} = 115,3 \text{ N/mm}^2$$

Se observa que el valor obtenido es ligeramente superior al valor de tensión admisible supuesto mediante Poncelet.

Se adopta un diámetro de 42 mm para coincidir con el diámetro del eje de un electromotor de 15 CV a 1000 r.p.m. según Anexo 3.

Dada la poca distancia que existe entre el diámetro del eje y el diámetro de la base de los dientes del piñón, se decide por hacer de una sola pieza el eje y el piñón, es decir, de acero 40NiCrMo7.

#### 4.1.2.1. Rodamientos

Los rodamientos tienen una función muy importante en una máquina de este tipo. Se elige en toda la máquina los rodamientos de bolas a rótula por algunas de las siguientes características [7]:

- Soportan la desalineación estática y dinámica, puesto que son autoalineables
- Mantenimiento mínimo
- Baja fricción
- Muy buen rendimiento con cargas ligeras
- Bajo nivel de ruido

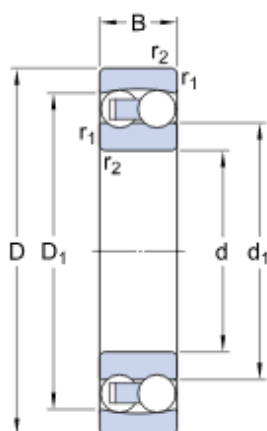


Figura 9. Rodamiento [16]

Para saber que rodamiento se va a elegir para este eje nos vamos al catálogo mencionado anteriormente. Puesto que un rodamiento va alrededor del eje, el diámetro del rodamiento tiene que ser en función al diámetro del eje, por ello se elige el rodamiento de doble hilera de bolas a rótula nº 1209 E, que contiene un diámetro interior de 45 mm, un diámetro exterior de 85 mm y una anchura de 19 mm. En el otro extremo del eje se elige el mismo rodamiento puesto que tenemos las mismas condiciones.

RODAMIENTO B:

Esfuerzo a soportar  $F = 116,9 \text{ kg} = 1.145,62 \text{ N}$

Se toma a priori un rodamiento de doble hilera de bolas a rótula, porque es autoalineable:

SKF nº 1209 E ( $\varnothing 45/85 \times 19$ ) con capacidad dinámica de carga  $C = 22.900 \text{ N}$

Relación  $\frac{C}{P}$  para la vida del rodamiento como se puede ver en el Anexo 5:

$$\frac{C}{P} = \frac{22.900}{1.145,62} = 20$$



por tanto la duración en horas de servicio son más de 200.000 horas, muy superior a 6.000 horas que se han calculado para los engranajes.

Por tanto, se adopta un rodamiento SKF nº 1209 E

RODAMIENTO A:

Esfuerzo a soportar  $F = 116,9 \text{ kg} = 1.145,62 \text{ N}$

Para que los dos rodamientos sean iguales, se adopta el mismo rodamiento.

Los desplazamientos por cambio de temperatura, serán absorbidos por el desplazamiento de las pistas sobre sus alojamientos. Se puede comprobar en el Anexo 6 sus dimensiones y su elección.

RODAMIENTO SKF 1209 E	
Anchura B(mm)	19
Diámetro exterior D(mm)	85
Diámetro interior d (mm)	45
Capacidad de carga dinámica C (kN)	22,9
Capacidad de carga dinámica Co (kN)	7,8

Tabla 3. Rodamiento eje entrada

#### 4.1.2.2. Chaveta

Para asegurar la unión entre los engranajes y el eje se selecciona una chaveta. Existen chavetas paralelas o chavetas planas con inclinación, puesto que se utilizarán las segundas, nuestras chavetas vendrán dimensionadas según la norma DIN 6886. También, como es el caso del primer eje, se utilizan para unir el reductor de velocidades con otra máquina. El material de las chavetas será acero.

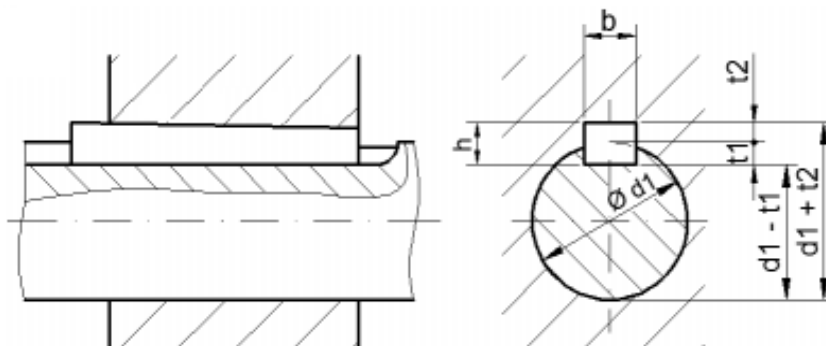


Figura 10. Chavetas paralelas [17]

Longitud l (mm)	Ancho b (mm)	Alto h (mm)	Profundidad en el eje $t_1$ (mm)
100	12	8	4,9

Tabla 4. Chaveta paralela eje entrada

Las dimensiones de esta chaveta vienen dadas por la norma DIN y a su vez se ha elegido esa longitud para coincidir con el motor del catálogo en el Anexo 3.

#### 4.1.2.3. Anillo elástico de seguridad

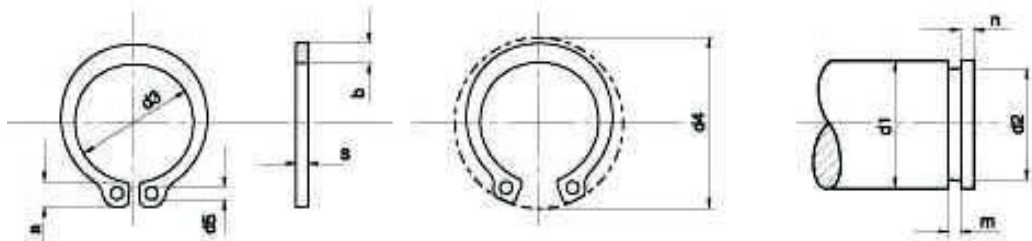


Figura 11. Anillo elástico de seguridad [18]

Hay elementos en los ejes que tienen desplazamientos axiales, para evitar esto, se seleccionarán los anillos según la norma DIN 471 y serán colocados en los ejes que lo necesiten.

Diámetro eje $d_1$ (mm)	Diámetro anillo elástico $d_2$ (mm)	Ranura m (mm)
45	42,5	1,85

Tabla 5. Anillo elástico de seguridad eje entrada

#### 4.1.2.4. Tuercas y arandela

Como se verá más adelante, en los planos hemos utilizado las tuercas KM y su respectiva arandela de seguridad MB para la fijación axial de los rodamientos como principal objetivo. Se debe asegurar para evitar que se aflojen de manera no intencional mediante, un dispositivo de fijación que enganche un canal chavetero en el eje o en la ranura de la chaveta del manguito de fijación o mediante un mecanismo de fijación integrado en la tuerca [8].

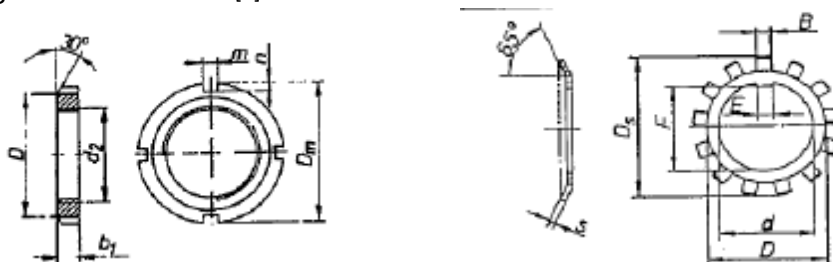


Figura 12. Tuerca KM y arandela MB [19]

Diámetro eje d(mm)	Tuerca	Arandela	Profundidad d-F (mm)	Ancho B(mm)
45	KM 9	MB 9	2,5	6

Tabla 6. Tuercas y arandelas eje entrada

## 4.2. SEGUNDO JUEGO DE ENGRANAJES

El juego se compondrá de nuevo por un piñón y una corona. El piñón, que se asocia al eje intermedio, se diseñará con 19 dientes y la corona que se asocia al eje de salida poseerá 53 dientes.

### 4.2.1. Engranajes

#### CÁLCULO DEL PIÑÓN A ROTURA

En cuanto al segundo juego de engranajes, en el cálculo del *piñón a rotura* se continúa el mismo método de antes. Suponiendo un diámetro de 120 mm se obtiene una velocidad tangencial inferior a la del primer eje, y a su vez inferior a 5 m/s, por tanto se diseñará el eje con dientes rectos en los engranajes como se había visto anteriormente, y tiene unas revoluciones inferiores. Para el cálculo del momento torsor, se partirá del momento torsor calculado en el primer juego de engranajes, aplicando un rendimiento del 100%, porque se supone que no hay pérdidas de transmisión, y con la relación de transmisión del primer juego de engranajes, es decir, la relación entre dientes entre corona y piñón se hallará el momento torsor [4].

El material del piñón será acero 40NiCrMo7, de las siguientes características [2]:

$$\sigma_R = 1.100 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 735 \text{ N/mm}^2; HB = 450 \text{ kg/mm}^2; A = 14\%$$

Se toma a priori un diámetro de 120 mm.

Velocidad tangencial:

$$v_t = \frac{\pi \cdot d \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 0,12 \cdot 334,4}{60} = 2,1 \text{ m/s}$$

Momento torsor:

$$M_t = 1.136,8 \cdot i_{1^{a} \text{ contr.}} = 1.136,8 \cdot \frac{65}{23} = 3.212,7 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 314,84 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Fuerza tangencial:

$$P_1 = \frac{M_t}{r_1} = \frac{3.212,7}{6} = 535,45 \text{ kg} = 5.247,41 \text{ N}$$

Aplicando la regla Vagma [4]:

$$P_1 = K_s \cdot p \cdot L \cdot K_z \cdot \frac{3}{3 + v_t}; \text{ siendo } \begin{cases} K_s = \text{carga de seguridad del material} = 11 \text{ kg/mm}^2 \\ p = \text{paso} = \pi \cdot m \\ L = \text{longitud del diente} = 10 \cdot m \\ K_z = \text{factor del diente} = 0,100 (\text{con } 19 \text{ dientes}) \\ v_t = \text{velocidad tangencial en m/s} \\ m = \text{modulo en mm} \end{cases}$$

$$P_1 = 535,45 \text{ kg} = 11 \cdot \pi \cdot m \cdot 10 \cdot m \cdot 0,100 \cdot \frac{3}{3 + 2,1} \quad m = 5,13 \text{ mm}$$

### CÁLCULO DEL PIÑÓN A DESGASTE

Para realizar los cálculos en cuanto al *piñón por desgaste*, se calculará igual que en el primer juego de engranajes, hallando el número de vueltas que es capaz de realizar, su valor de dureza Brinell y para finalizar su módulo [5].

Para 6.000 horas de duración y relación de transmisión  $i \approx 2,79 / 1$

$$W = \frac{60 \cdot n_1 \cdot h}{10^6} = \frac{60 \cdot 334,4 \cdot 6.000}{10^6} = 120,4 \text{ millones de vueltas}$$

Valor de la dureza Brinell:

$$H = \frac{\sigma_R}{0,35} = \frac{110}{0,35} = 314,3 \text{ kg/mm}^2 \text{ aunque en las características dan } 450 \text{ kg/mm}^2$$

Valor de la presión de rodadura:

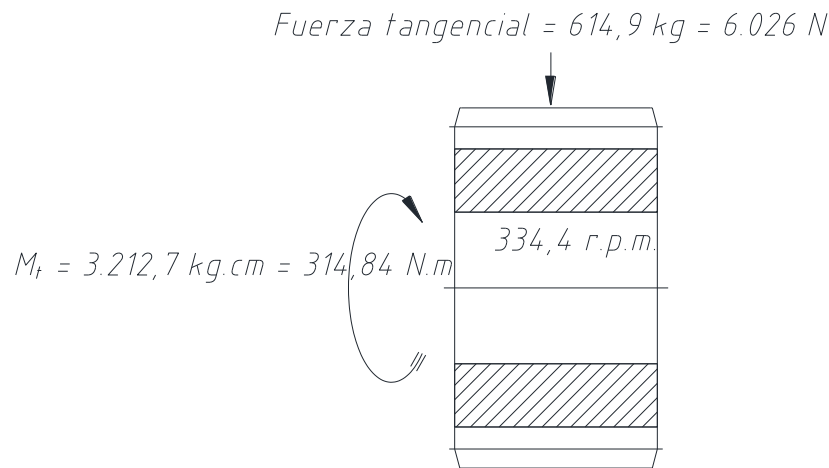
$$k = 6.800 \cdot \frac{H^2}{E \cdot \sqrt[3]{W}} = 6.800 \cdot \frac{314,3^2}{2,1 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{120,4}} = 64,78 \text{ kg/cm}^2$$

Coefficiente de funcionamiento A:

$$A = \frac{286.480 \cdot N}{k \cdot n_1} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \frac{1}{\text{sen} 2\varphi} = \frac{286.480 \cdot 15}{64,78 \cdot 334,4} \cdot \frac{2,79+1}{2,79} \cdot \frac{1}{\text{sen} 40} = 419,22$$

por lo que el módulo resulta

$$m = \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot A}{\lambda \cdot z_1^2}} = \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot 419,22}{10 \cdot 19^2}} = 4,88 \text{ mm}$$



**Figura 13. Piñón segundo juego de engranajes**

Como resumen del piñón del segundo juego de engranajes tenemos los siguientes datos:

- Momento torsor =  $314,84\ N.m$
- Fuerza tangencial teórica =  $5.247,41\ N$
- Fuerza tangencial =  $6.026\ N$
- Número de dientes = 19
- Módulo (Rotura) =  $5,13\ mm$
- Relación de transmisión = 2,79
- Número de vueltas posibles = 120,4 millones de vueltas
- Módulo (Desgaste) =  $4,88\ mm$

#### CÁLCULO DE LA CORONA A ROTURA

En el cálculo de esta corona, que está en el último eje, en el eje de salida, se utilizará el momento torsor ya calculado, y mediante la relación de transmisión del segundo juego de engranajes ( $i = 53/19$ ), se calculará el momento torsor del eje de salida. Como solución al proyecto, se ve cual va a ser la velocidad final del eje de salida, mediante la relación de transmisión y las revoluciones del eje intermedio, que será de 120 r.p.m. [4].

El material de la corona será acero C45E, de las siguientes características [3]:

$$\sigma_R = 700 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 440 \text{ N/mm}^2; HB = 215 \text{ kg/mm}^2; A \geq 16\%$$

Momento torsor:

$$M_t = 3.212,7 \cdot i_{2^{a_{contr.}}} = 3.212,7 \cdot \frac{53}{19} = 8.962 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 878,27 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Revoluciones de la corona:

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} = 334,4 \cdot \frac{19}{53} = 120 \text{ r.p.m.}$$

Número de dientes de la corona:

$$z_2 = z_1 \cdot i = 19 \cdot \frac{53}{19} = 53 \text{ dientes}$$

Aplicando la regla Vagma [4]:

$$P_1 = K_s \cdot p \cdot L \cdot K_z \cdot \frac{3}{3 + v_t}; \text{ siendo } \begin{cases} K_s = \text{carga de seguridad del material} = 8 \text{ kg/mm}^2 \\ p = \text{paso} = \pi \cdot m \\ L = \text{longitud del diente} = 10 \cdot m \\ K_z = \text{factor del diente} = 0,1312 (\text{con } 53 \text{ dientes}) \\ v_t = \text{velocidad tangencial en m/s} \\ m = \text{modulo en mm} \end{cases}$$

$$P_2 = 535,45 \text{ kg} = 8 \cdot \pi \cdot m \cdot 10 \cdot m \cdot 0,1312 \cdot \frac{3}{3 + 2,1} \quad m = 5,25 \text{ mm}$$

### CÁLCULO DE LA CORONA A DESGASTE

Para finalizar los cálculos del segundo juego de engranajes realizaremos la *corona a desgaste* como hemos hecho anteriormente, calculando el número de millones de vueltas y la dureza Brinell para finalmente para sacar un módulo [5].

Para 6.000 horas de duración y relación de transmisión  $i \approx 2,79 / 1$

$$W = \frac{60 \cdot n_2 \cdot h}{10^6} = \frac{60 \cdot 120 \cdot 6.000}{10^6} = 43,2 \text{ millones de vueltas}$$

Valor de la dureza Brinell:

$$H = \frac{\sigma_R}{0,35} = \frac{70}{0,35} = 200 \text{ kg/mm}^2 \text{ aunque en las características dan } 215 \text{ kg/mm}^2$$

Valor de la presión de rodadura:

$$k = 6.800 \cdot \frac{H^2}{E \cdot \sqrt[3]{W}} = 6.800 \cdot \frac{200^2}{2,1 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{43,2}} = 36,91 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = \frac{286.480 \cdot N}{k \cdot n_2} \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \frac{1}{\text{sen} 2\varphi} = \frac{286.480 \cdot 15}{36,91 \cdot 120} \cdot \frac{2,79+1}{2,79} \cdot \frac{1}{\text{sen} 40} = 2.050,35$$

por lo que el módulo resulta

$$m = \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot A}{\lambda \cdot z_2^2}} = \sqrt[3]{\frac{1.000 \cdot 2.050,35}{10 \cdot 53^2}} = 4,18 \text{ mm}$$

Como resumen de la corona del segundo juego de engranajes tenemos los siguientes datos:

- Momento torsor = 878,27 N·m
- Revoluciones del eje = 120 r.p.m.
- Número de dientes = 53
- Módulo (Rotura) = 5,25 mm
- Relación de transmisión = 2,79
- Número de vueltas posibles = 43,2 millones de vueltas
- Módulo (Desgaste) = 4,18 mm

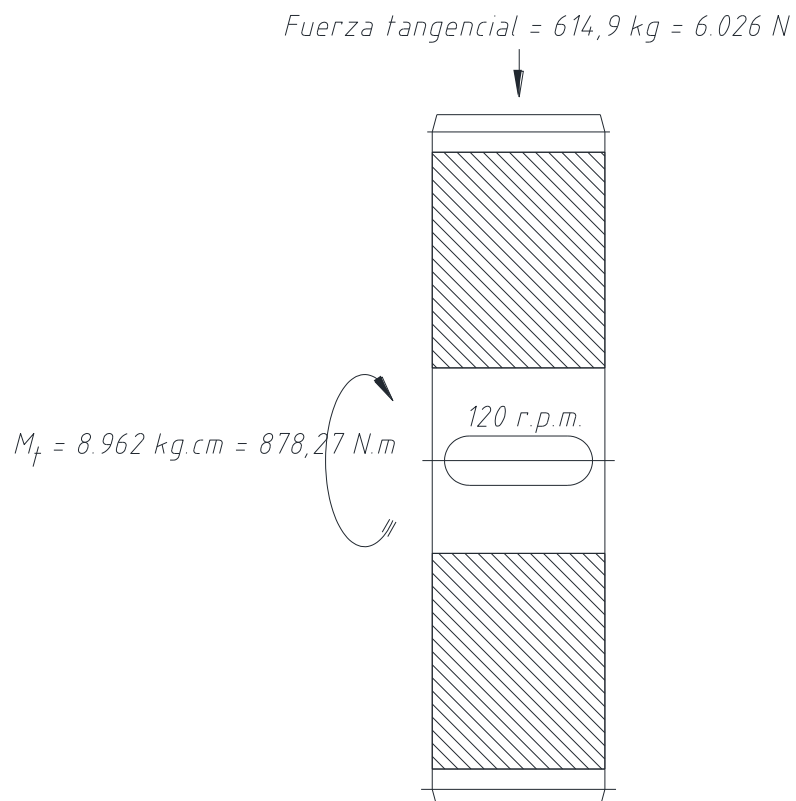
Por tanto, se adopta un módulo  $m= 5,5$

Tal y como se ha avisado al comienzo del apartado, la distancia entre centros tendrá que coincidir con la de antes para que el eje de salida esté a la misma altura que el de entrada. También los módulos de la corona y piñón deben de tener el mismo valor.

A continuación se verá la tabla resumen del segundo juego de engranajes.

	PIÑÓN	CORONA
Módulo	5,5	5,5
Número de dientes	19	53
Diámetro primitivo	104,5	291,5
Diámetro exterior	115,5	302,5
Longitud del diente	60	55
Ángulo de presión	20º	20º
Distancia entre centros	198	198

**Tabla 7. Resumen segundo juego de engranajes**



**Figura 14. Corona segundo juego de engranajes**



#### 4.2.2. Eje intermedio

El eje intermedio se diseñará de acero C45E, de las siguientes características [3]:

$$\sigma_R = 700 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 440 \text{ N/mm}^2; HB = 215 \text{ kg/mm}^2; A \geq 16\%$$

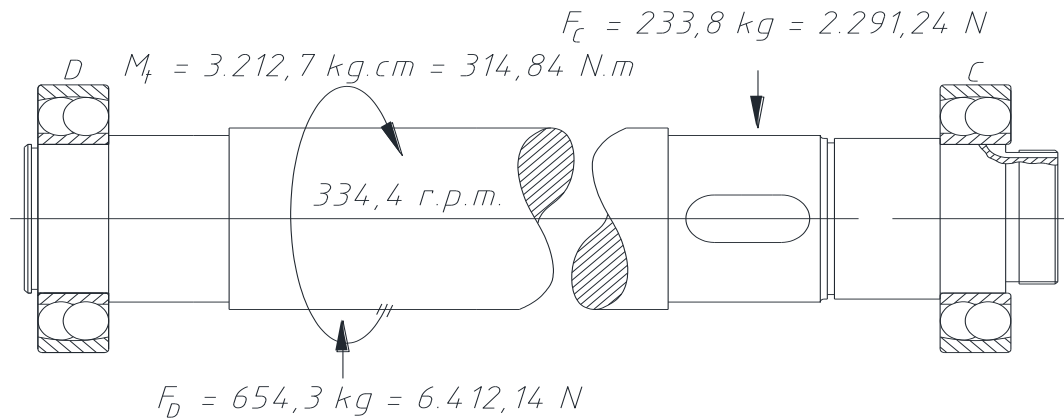


Figura 15. Eje intermedio

El eje intermedio, como su nombre indica, es el que está entre el eje de entrada y el de salida. Como se ha analizado antes, posee una velocidad de giro de  $334,4 \text{ r.p.m.}$

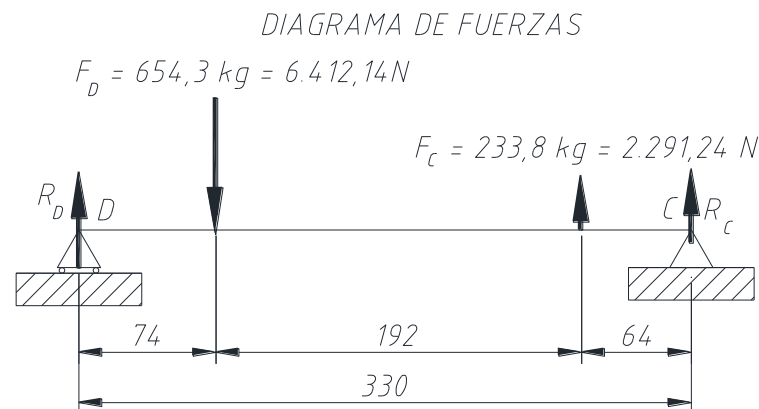
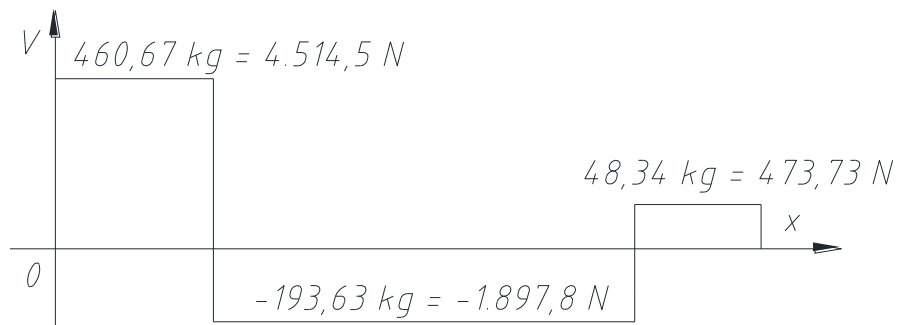


Figura 16. Diagrama de fuerzas eje intermedio

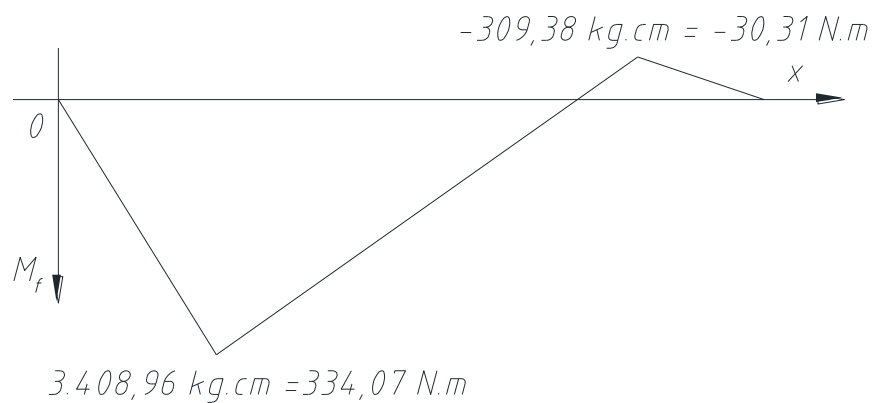
Como se ve en la imagen, existe un esfuerzo de  $2.291,24 \text{ N}$  que ahora se ejerce sobre el eje intermedio a  $64 \text{ mm}$  de distancia del rodamiento C y otro esfuerzo de  $6.412,14 \text{ N}$ , que se encuentra a  $74 \text{ mm}$  del rodamiento D [11].

Como solución al cálculo del eje con los dos esfuerzos y dos puntos de apoyo se obtienen los siguientes diagramas de esfuerzos. En ellos se observa que obtenemos un esfuerzo cortante máximo de  $4.514,45 \text{ N}$  y su momento flector correspondiente y a su vez máximo del diagrama, que se produce cuando el cortante es 0, es de  $334,07 \text{ N.m}$ .

### DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES

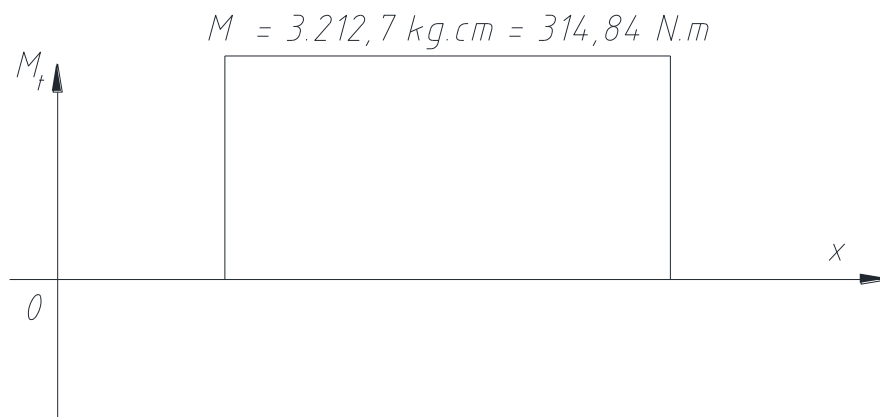


### DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES



**Figura 17. Diagrama de esfuerzos y momento flector eje intermedio**

### DIAGRAMA DE MOMENTOS TORSORES



**Figura 18. Diagrama de momento torsor eje intermedio**

Una vez calculado el momento torsor y el momento flector se puede, mediante la fórmula de Poncelet [6], calcular el eje a flexión y a torsión. Una vez calculado, se comprobará mediante la hipótesis de invariabilidad del trabajo de cambio de forma o también llamado mediante la hipótesis de Von Mises.

Momento torsor

$$M_t = 3.212,7 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 314,84 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Esfuerzos:

Fuerza total C:

$$F_{C \tan g} = \frac{M_t}{r_{22^{\text{a cont.}}}} = \frac{3.212,7}{14,625} = 219,7 \text{ kg} = 2.153 \text{ N}$$

$$F_C = \frac{F_{C \tan g}}{\cos 20} = \frac{219,7 \text{ kg}}{\cos 20} = 233,8 \text{ kg} = 2.291,24 \text{ N}$$

$$F_C = 233,8 \text{ kg} = 2.291,24 \text{ N}$$

Fuerza total D:

$$F_{D \tan g} = \frac{M_t}{r_{12^{\text{a cont.}}}} = \frac{3.212,7}{5,225} = 614,9 \text{ kg} = 6.026 \text{ N}$$

$$F_D = \frac{F_{D \tan g}}{\cos 20} = \frac{614,9 \text{ kg}}{\cos 20} = 654,3 \text{ kg} = 6.412,14 \text{ N}$$

Reacciones:

$$\begin{aligned} \sum M_D = 0) \quad & 654,3 \cdot 7,4 - 242 \cdot 26,6 + R_C \cdot 33 = 0 & R_C = 48,34 \text{ kg} = 473,73 \text{ N} \\ \sum M_C = 0) \quad & R_D \cdot 33 - 654,3 \cdot 25,6 + 242 \cdot 6,4 = 0 & R_D = 460,67 \text{ kg} = 4.514,5 \text{ N} \end{aligned}$$

Momentos flectores:

$$M_D = R_D \cdot 7,4 = 460,67 \cdot 7,4 = 3.408,96 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 334,07 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_C = -R_C \cdot 6,4 = -48,34 \cdot 6,4 = -309,38 \text{ kg} \cdot \text{cm} = -30,31 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Calculando el eje a flexión y torsión por la fórmula de Poncelet:

$$\frac{M_t}{M_f} = \frac{3.212,7 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{3.408,96 \text{ kg} \cdot \text{cm}} = 0,942$$

Valor de  $\xi$  (Anexo 2) según la fórmula de Poncelet = 1,243

Momento flector ideal:

$$M_{f_i} = \xi \cdot M_f = 1,243 \cdot 3.408,96 = 4.237,33 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 415,26 \text{ N} \cdot \text{m}$$

tomando una tensión de trabajo admisible de  $\sigma_{adm} = 1.100 \text{ kg/cm}^2 = 110 \text{ MPa}$  y un coeficiente de seguridad de 4.

$$n = \frac{\sigma_e}{\sigma_{adm}} = \frac{440}{110} = 4$$

el módulo resistente a flexión es:

$$W_f = \frac{M_{fi}}{\sigma_{adm}} = \frac{4.237,33 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{1.100 \text{ kg/cm}^2} = 3,852 \text{ cm}^3$$

pero

$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_f}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3,852}{\pi}} = 3,4 \text{ cm}$$

Comprobación por la hipótesis de la invariabilidad del trabajo de cambio de forma (para un eje de diámetro 3,4 cm):

Módulo resistente a flexión:

$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 3,4^3}{32} = 3,859 \text{ cm}^3$$

Tensión a flexión:

$$\sigma_f = \frac{M_f}{W_f} = \frac{3.408,96 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{3,859 \text{ cm}^3} = 888,38 \text{ kg/cm}^2 = 86,57 \text{ N/mm}^2$$

Módulo resistente a torsión:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 3,4^3}{16} = 7,717 \text{ cm}^3$$

Tensión a torsión:

$$\tau = \frac{M_t}{W_0} = \frac{3.212,7 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{7,717 \text{ cm}^3} = 416,31 \text{ kg/cm}^2 = 40,8 \text{ N/mm}^2$$

Tensión compuesta:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_f^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{86,57^2 + 3 \cdot 40,8^2} = 111,75 \text{ N/mm}^2$$

Igual que en el caso anterior, nos da ligeramente por encima de la tensión admisible supuesta por Poncelet. Siguiendo el criterio del primer juego de engranajes, se adopta un diámetro de 50 mm.

Se decide hacer de una sola pieza el eje y el piñón, es decir, de acero 40NiCrMo7, por la misma razón que en el eje de entrada.

#### 4.2.2.1. Rodamientos eje intermedio

Como se ha calculado anteriormente en el eje de entrada los rodamientos, ahora toca calcular los rodamientos del eje intermedio. Los rodamientos serán de doble hilera de bolas a rótula como en el eje de entrada. En cambio, no serán iguales en cuanto a tamaño puesto que se van a poner en un eje más grande, el eje intermedio de 50 *mm* de diámetro. Por esto, en el rodamiento C se elegirá según el catálogo el rodamiento SKF nº1210 E (Ø50/90x20), que tiene las siguientes dimensiones: un diámetro de 50 *mm*, una longitud total de 90 *mm* y una anchura de 20 *mm*. Una vez elegido el rodamiento se comprueba que cumpla las condiciones de aguantar 6.000 horas en funcionamiento a 334,4 *r.p.m.* mediante el valor de la capacidad dinámica de carga obtenida del libro SKF. Finalmente, se ve que todo es correcto y se elige el rodamiento SKF nº1210 E.

Para el rodamiento que corresponde al otro lado del eje intermedio, llamado rodamiento D, se elegirá el mismo rodamiento que antes puesto que las condiciones son similares a las del rodamiento C, el SKF nº1210 E [7].

RODAMIENTO C:

Esfuerzo a soportar  $F = 48,34 \text{ kg} = 473,73 \text{ N}$

Se toma a priori un rodamiento de doble hilera de bolas a rótula, porque es autoalineable:

SKF nº 1210 E (Ø50/90x20) con capacidad dinámica de carga  $C = 26.500 \text{ N}$

Relación  $\frac{C}{P}$  para la vida del rodamiento (Anexo 5)

$$\frac{C}{P} = \frac{26.500}{473,73} = 55,94$$

por tanto, para 334,4 *r.p.m.* la duración en horas de servicio es de más de 200.000 horas, son muy superior a 6.000 horas que se han calculado para los engranajes.

Por tanto, se adopta un rodamiento SKF nº 1210 E

RODAMIENTO D:

Esfuerzo a soportar  $F = 460,67 \text{ kg} = 4.514,56 \text{ N}$

Relación  $\frac{C}{P}$  para la vida del rodamiento (Anexo 5)

$$\frac{C}{P} = \frac{26.500}{4.514,56} = 5,87$$

la duración en horas de servicio son unas 10.000 horas, superior a 6.000 horas que se han calculado para los engranajes.

Para que los dos rodamientos sean iguales, se adopta el mismo rodamiento SKF nº 1210 E.

Los rodamientos son elegidos según Anexo 6.

Los desplazamientos por cambio de temperatura, serán absorbidos por el desplazamiento de las pistas sobre sus alojamientos.

RODAMIENTO SKF 1210 E	
Anchura B(mm)	20
Diámetro exterior D(mm)	90
Diámetro interior d (mm)	50
Capacidad de carga dinámica C (kN)	26,5
Capacidad de carga dinámica Co (kN)	9,15

**Tabla 8. Rodamiento eje intermedio**

#### 4.2.2.2. Chavetas

En el eje intermedio, que es la unión entre el eje de entrada y de salida mediante los engranajes contiene sus chavetas para la unión entre el propio eje y el piñón en un caso y la corona en el otro caso. En los planos se verán dibujadas las chavetas que se comentan a continuación.

Como ya ha dicho antes estarán dimensionadas mediante la norma DIN 6886, por lo tanto serán chavetas planas con inclinación hechas de acero.

La primera chaveta a analizar es la unión del eje intermedio con la corona, que engranará con el piñón del primer juego de engranajes.

Longitud l (mm)	Ancho b (mm)	Alto h (mm)	Profundidad en el eje $t_1$ (mm)
35	16	10	6,2

**Tabla 9. Chaveta paralela eje intermedio**

#### 4.2.2.3. Anillo elástico de seguridad

Se utilizan para que en los ejes no existan desplazamientos axiales. Por ello, se van a analizar los anillos elásticos de seguridad utilizados en el eje intermedio, que irán dimensionados según la norma DIN 471.

Diámetro eje $d_1$ (mm)	Diámetro anillo elástico $d_2$ (mm)	Ranura m (mm)
50	47	2,15
55	52	2,15

Tabla 10. Anillo elástico de seguridad eje intermedio

#### 4.2.2.4. Tuercas y arandelas

De la misma manera que se han elegido las tuercas y arandelas para el eje de entrada, ahora se realizará en el eje intermedio para la fijación de los rodamientos elegidos anteriormente según el catálogo SKF [8].

Diámetro eje d (mm)	Tuerca	Arandela	Profundidad d-F (mm)	Ancho B (mm)
45	KM 9	MB 9	2.5	6

Tabla 11. Tuercas y arandelas eje intermedio

### 4.2.3. Eje de salida

Material: Acero C45E, de las siguientes características [3]:

$$\sigma_R = 700 \text{ N/mm}^2; \sigma_e = 440 \text{ N/mm}^2; HB = 215 \text{ kg/mm}^2; A \geq 16\%$$

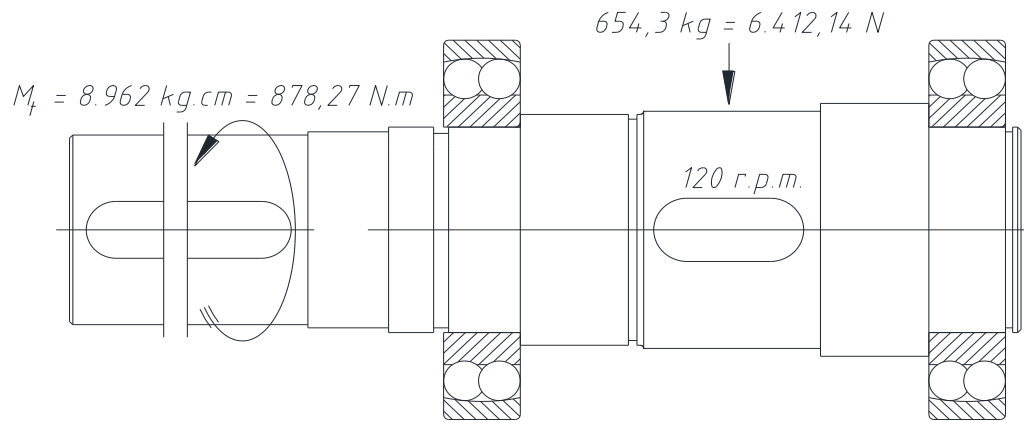


Figura 19. Eje de salida

Para el cálculo del momento torsor del último eje, se aplica la relación de transmisión al momento torsor calculado en el eje intermedio. Se obtendrá un momento torsor en el eje de salida de  $878,27 \text{ N.m}$ .

Para el cálculo del momento flector que se obtendrá en el eje de salida, se ejerce un esfuerzo de  $6.412,14 \text{ N}$ .

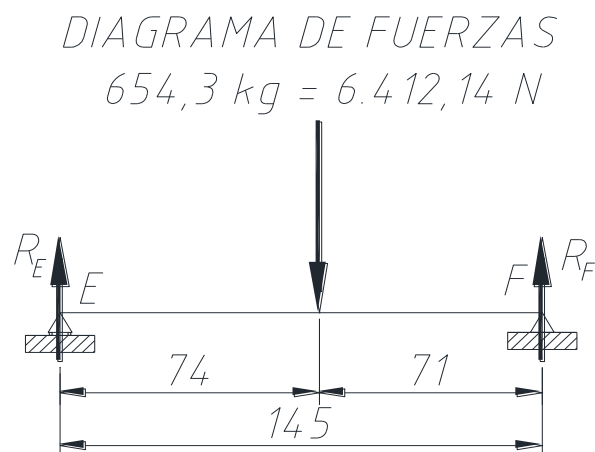
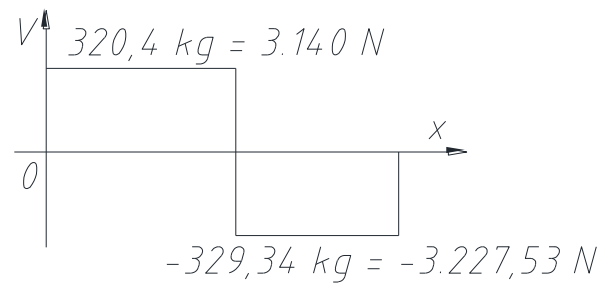


Figura 20. Diagrama de fuerzas eje salida

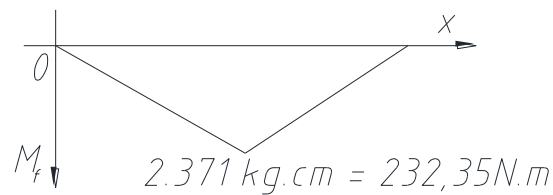
Y como consecuencia del esfuerzo ejercido se obtienen los siguientes diagramas de esfuerzos cortantes y momento flector [11].



### DIAGRAMA DE ESFUERZOS CORTANTES



### DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES



### DIAGRAMA DE MOMENTOS TORSORES

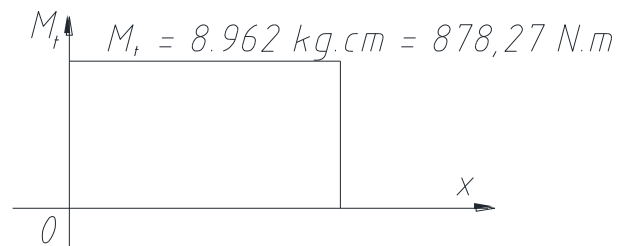


Figura 21. Diagramas eje salida

Como solución, se obtiene el momento flector máximo en el paso del esfuerzo cortante cero. Para calcular el eje de salida, se utiliza la fórmula de Poncelet [6]. Mediante el cálculo de la invariabilidad de trabajo de cambio de forma o fórmula de Von Mises, se comprobará que el valor de la tensión compuesta es razonable.

Momento torsor:

$$M_t = 3.212,7 \cdot i_{2^{\text{a contr.}}} = 3.212,7 \cdot \frac{53}{19} = 8.962 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 878,27 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Esfuerzos:

$$F_{\tan g} = \frac{M_t}{r_{2^{\text{a contr.}}}} = \frac{8962}{14,575} = 614,9 \text{ kg} = 6.026 \text{ N}$$

$$F = \frac{F_{\tan g}}{\cos 20} = \frac{614,9 \text{ kg}}{\cos 20} = 654,3 \text{ kg} = 6.412,14 \text{ N}$$

Reacciones:

$$\sum M_E = 0) \quad 654,3 \cdot 7,4 - R_F \cdot 14,5 = 0 \quad R_F = 329,34 \text{ kg} = 3.227,53 \text{ N}$$

$$\sum M_F = 0) \quad R_E \cdot 14,5 - 654,3 \cdot 7,1 = 0 \quad R_E = 320,4 \text{ kg} = 3.140 \text{ N}$$

Momento flector:

$$M_f = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} = \frac{654,3 \text{ kg} \cdot 7,4 \text{ cm} \cdot 7,1 \text{ cm}}{14,5 \text{ cm}} = 2.371 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 232,35 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Calculando el eje a flexión y torsión por la fórmula de Poncelet:

$$\frac{M_t}{M_f} = \frac{8.962 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{2.371 \text{ kg} \cdot \text{cm}} = 3,78$$

Valor de  $\xi$  en la fórmula de Poncelet = 2,8915

Momento flector ideal:

$$M_{fi} = \xi \cdot M_f = 2,8915 \cdot 2.371 = 6.855,74 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 671,86 \text{ N} \cdot \text{m}$$

tomando una tensión de trabajo admisible de  $\sigma_{adm} = 1.100 \text{ kg/cm}^2 = 110 \text{ MPa}$  y un coeficiente de seguridad de 4.

$$n = \frac{\sigma_e}{\sigma_{adm}} = \frac{440}{110} = 4$$

el módulo resistente a flexión es:

$$W_f = \frac{M_{fi}}{\sigma_{adm}} = \frac{6.855,74 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{1.100 \text{ kg/cm}^2} = 6,23 \text{ cm}^3$$

pero

$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_f}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6,23}{\pi}} = 4 \text{ cm}$$

Comprobación por la hipótesis de la invariabilidad del trabajo de cambio de forma (para un eje de diámetro 4 cm):

Módulo resistente a flexión:

$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 4^3}{32} = 6,283 \text{ cm}^3$$

Tensión a flexión:

$$\sigma_f = \frac{M_f}{W_f} = \frac{2371}{6,283} = 377,36 \text{ kg/cm}^2 = 36,98 \text{ N/mm}^2$$

Módulo resistente a torsión:

$$W_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 4^3}{16} = 12,56 \text{ cm}^3$$

Tensión a torsión:

$$\tau = \frac{M_t}{W_0} = \frac{8962 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{12,56 \text{ cm}^3} = 713,53 \text{ kg} / \text{cm}^2 = 69,92 \text{ N} / \text{mm}^2$$

Tensión compuesta:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_f^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{36,98^2 + 3 \cdot 69,92^2} = 126,62 \text{ N} / \text{mm}^2$$

Como en los casos anteriores, se obtiene un resultado ligeramente superior a la tensión admisible supuesta por Poncelet. Se sigue el criterio del primer juego de engranajes y se adopta un diámetro de 60 mm. En el Anexo 4 se observa el catálogo de un motor con dicho diámetro.

#### 4.2.3.1. Rodamientos

En cuanto al cálculo de los rodamientos del eje de salida, se utilizarán los mismos que en los ejes anteriores, es decir, de rodamiento de doble hilera de bolas a rótula, ya que una de sus principales características es que es autoalineable y por ello soportan desalineaciones recibidas por vibraciones o similares. También, los desplazamientos que se producen por cambio de temperatura, serán absorbidas por las pistas sobre sus alojamientos.

Para la elección de los rodamientos E y F, se sigue el mismo procedimiento que para los otros rodamientos. Lo primero, se escoge uno que concuerde con el diámetro del eje, es decir, un rodamiento de diámetro interior de 65 mm. Se elige el rodamiento SKF nº 1213 E que tiene un diámetro interior de 65 mm, diámetro exterior de 120 mm y una anchura de 23 mm, y posteriormente se comprueba y se afirma que durará más de 6.000 horas de trabajo.

RODAMIENTO E:

Esfuerzo a soportar  $F = 320,4 \text{ kg} = 3.140 \text{ N}$

Se toma a priori un rodamiento de doble hilera de bolas a rótula, porque es autoalineable:

SKF nº 1213 E ( $\emptyset$  65/120x23) con capacidad dinámica de carga  $C = 35.100 \text{ N}$

Relación  $\frac{C}{P}$  para la vida del rodamiento (Anexo 5)

$$\frac{C}{P} = \frac{35.100}{3.140} = 11,17$$

por tanto la duración en horas de servicio son más de 200.000 horas, muy superior a 6.000 horas que se han calculado para los engranajes.

Por tanto, se adopta un rodamiento SKF nº 1213 E

RODAMIENTO F:

Esfuerzo a soportar  $F = 329,34 \text{ kg} = 3.227,53 \text{ N}$ .

$$\frac{C}{P} = \frac{35.100}{3.227,53} = 10,87$$

por lo que la duración en horas de servicio son más de 200.000 horas, muy superior a 6.000 horas que se habían calculado para los engranajes.

Para que los dos rodamientos sean iguales, se adopta el mismo

rodamiento SKF nº 1213 E. Anexo 6.

Los desplazamientos por cambio de temperatura, serán absorbidos por el desplazamiento de las pistas sobre sus alojamientos.

RODAMIENTO SKF 1213 E	
Anchura B(mm)	22
Diámetro exterior D(mm)	110
Diámetro interior d (mm)	60
Capacidad de carga dinámica C (kN)	31,2
Capacidad de carga dinámica Co (kN)	12,2

**Tabla 12. Rodamiento eje salida**

#### 4.2.3.2. Chavetas

Para el último eje, el eje de salida, tendremos 2 chavetas. La correspondiente con la corona del segundo juego de engranajes y la chaveta de salida para la conexión con otra máquina. Las chavetas también serán planas con inclinación y por tanto dimensionadas mediante la norma DIN 6886.

Esta primera chaveta irá relacionada con la corona del segundo juego de engranajes:

Longitud l (mm)	Ancho b (mm)	Alto h(mm)	Profundidad en el eje $t_1$ (mm)
45	20	12	7,4

**Tabla 13.Chaveta paralela 1 eje salida**

Con lo cual, la que nos queda irá asociada a la salida del reductor.

Longitud l (mm)	Ancho b (mm)	Alto h (mm)	Profundidad en el eje $t_1$ (mm)
130	18	11	6,8

**Tabla 14.Chaveta paralela 2 eje salida**

Se escoge esta longitud en la salida del eje conforme al catálogo Anexo 4.

#### 4.2.3.3. Anillo elástico de seguridad

Para evitar el deslizamiento axial del eje de salida se coloca un anillo elástico de seguridad normalizado mediante la norma DIN 471.

Diámetro eje $d_1$ (mm)	Diámetro anillo elástico $d_2$ (mm)	Ranura m(mm)
65	62	2,15
75	72	2,65

**Tabla 15. Anillo elástico de seguridad eje salida**

#### 4.2.3.4. Tuercas y arandelas

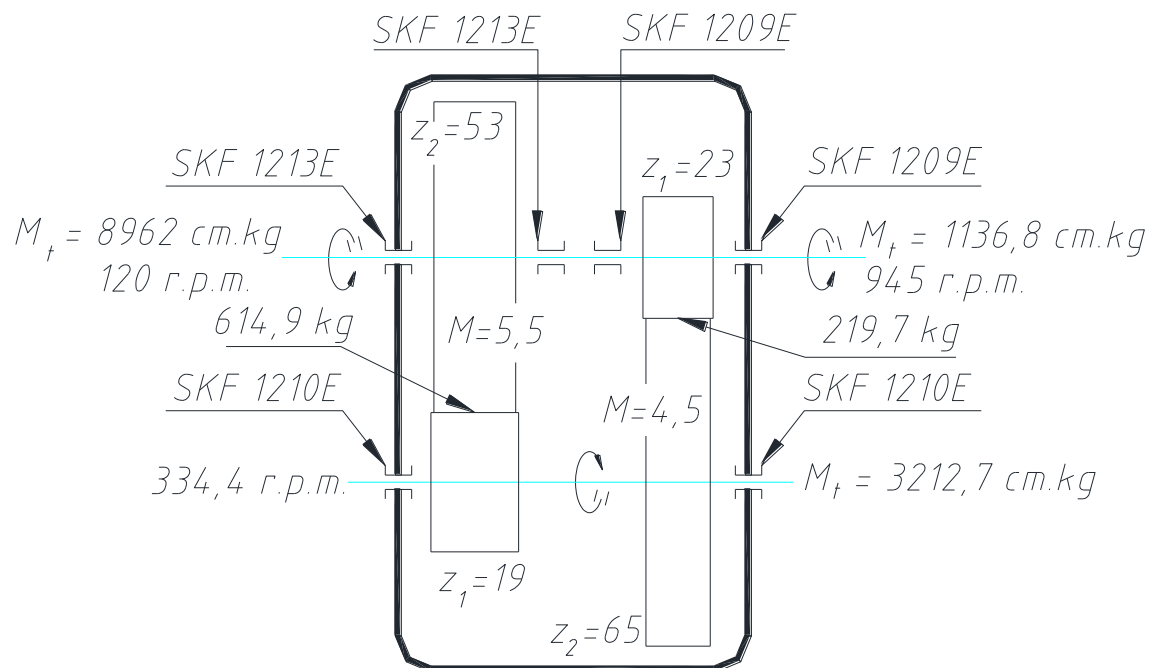
Para finalizar con los componentes de este eje de salida, se colocarán sobre el eje una tuerca KM y su correspondiente arandela MB, en la siguiente tabla lo se puede observar:

Diámetro eje d (mm)	Tuerca	Arandela	Profundidad d-F (mm)	Ancho B (mm)
65	KM 13	MB 13	2.5	7

**Tabla 16. Tuercas y arandelas eje salida**

Por tanto, este es un esquema de cómo quedaría el reductor de velocidad:

REDUCTOR DE 15 CV 1000 r.p.m. - RELACIÓN 7,88:1



## 5. RESISTENCIA A FATIGA

### 5.1. Introducción

La fatiga de materiales es un fenómeno por el cual la rotura de los materiales bajo cargas dinámicas cíclicas se produce ante cargas inferiores a las cargas estáticas que producirían la rotura.

El estudio de la fatiga requiere comprender que la rotura se produce bajo cargas que están en el periodo elástico del comportamiento del material, y no asociado al concepto clásico de plasticidad o daño.

Su principal peligro es que puede ocurrir sin previo aviso, causando roturas catastróficas. Es un fenómeno muy importante, ya que es la primera causa de rotura de los materiales metálicos, aunque también está presente en polímeros y en cerámicas.

### 5.2. Rotura por fatiga

Previo a la rotura, apenas se puede observar cualquier indicio de que se vaya a producir la rotura a fatiga, a menos que se realicen sistemas de inspección para la detección de grietas. Es por ello, que este tipo de rotura es muy peligrosa ya que se producen deformaciones pequeñas no detectables a simple vista.

Si se examina la superficie de fractura típica causada por fallo de fatiga, se pueden distinguir varias zonas bien diferenciadas como se puede observar en la figura.

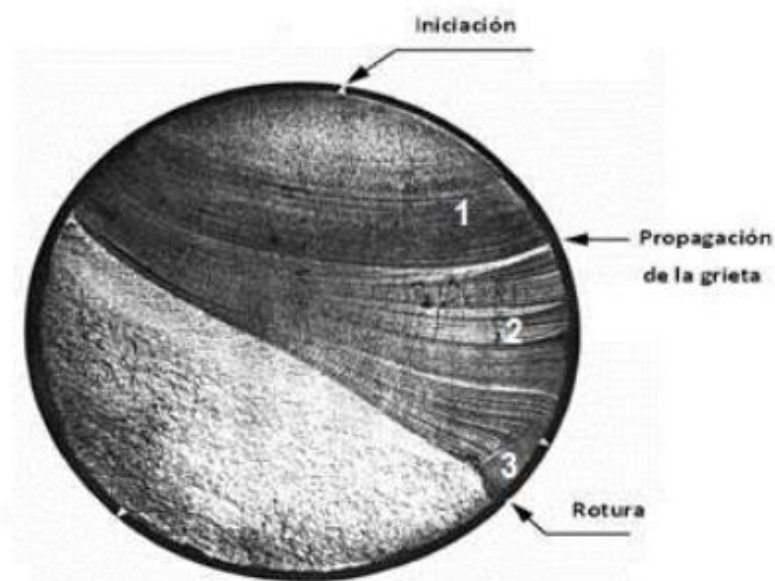


Figura 22. Rotura por fatiga [20]

- Fase 1 (Iniciación): Una o más grietas se desarrollan en el material. Las grietas pueden aparecer en cualquier punto del material, pero en general ocurren alrededor de alguna fuente de concentración de tensión y en la superficie exterior donde las fluctuaciones de tensión son más elevadas.
- Fase 2 (Propagación): Esta zona corresponde al crecimiento rápido de la grieta por efecto de las cargas, presentando una superficie irregular, la cual se parece en cierta medida al de una rotura frágil. En esta fase son difícil de detectar aunque están próximas a producir la rotura de la pieza.
- Fase 3 (Rotura): Correspondiente a la zona de la rotura. La sección neta de la pieza queda tan reducida que es incapaz de resistir la carga, produciéndose así la rotura.

### 5.3. Cargas variables

La gran mayoría de las cargas existentes en las máquinas no son constantes en el tiempo, las tensiones que se generan en estas acaban tomando un patrón senoidal debido al movimiento rotatorio que realizan. Así, observamos en la siguiente figura un diagrama de tensión debido a una carga senoidal.

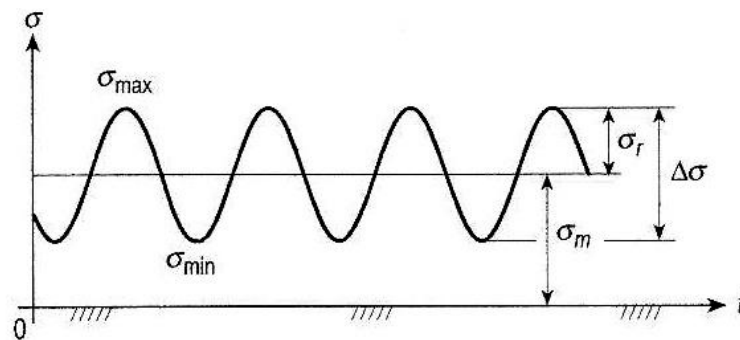


Figura 23. Carga variable [10]

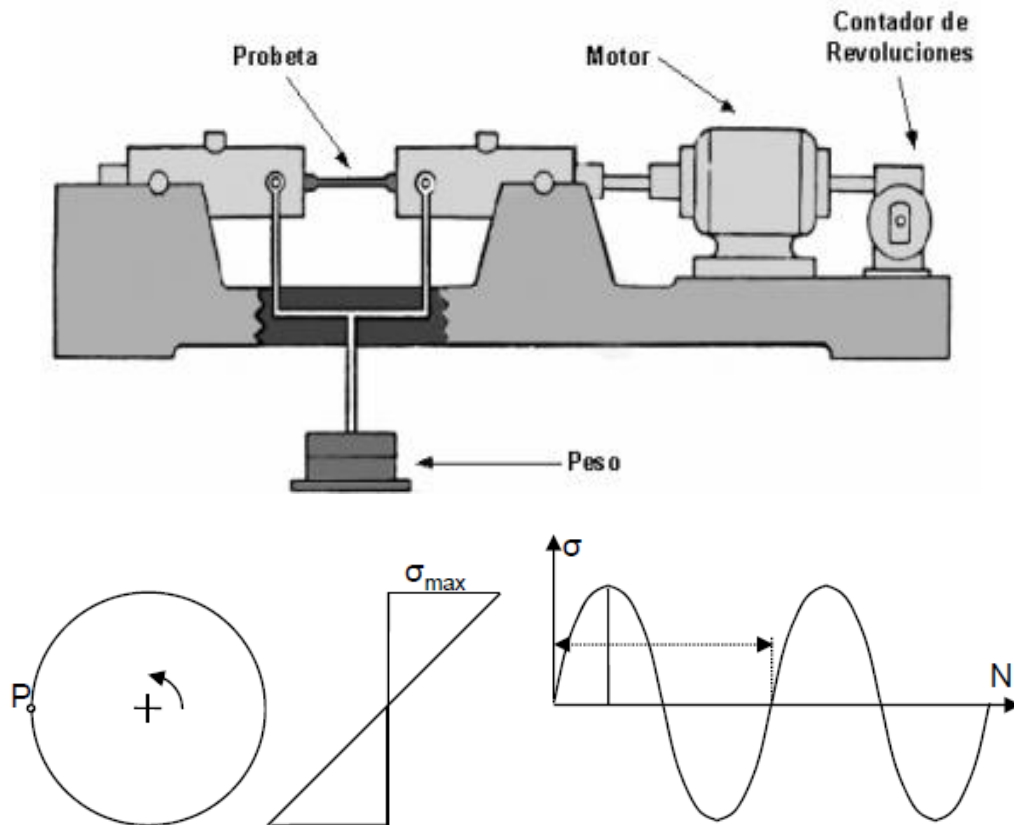
donde:

$\sigma_m$  = tensión media  
 $\sigma_a$  = tensión alterna  
 $\sigma_{max}$  = tensión máxima  
 $\sigma_{min}$  = tensión mínima

Los valores de tensión frente al número de ciclos requeridos para causar el fallo son definidos gracias a la curva S-N de un material. Existe un tipo de ensayo con el cual es más sencillo y eficaz definir la curva S-N que caracteriza el material, llamado ensayo de viga rotatoria.



En la máquina de Moore (Figura 24) se realiza el ensayo de viga rotatoria mediante el uso de pequeñas probetas de sección circular que giran gracias a un motor eléctrico. Dichas probetas están sometidas a un momento flector constante, por lo que el giro hace que un punto P de la superficie se encuentre sometido a una tensión alterna del tipo de la siguiente figura.



**Figura 24. Máquina de Moore y tensiones variables en un punto P de la probeta [21]**

Para definir la curva S-N, se aplica la carga constante de flexión y se registra el número de ciclos necesarios hasta el fallo. El ensayo se comienza con valores de tensión algo menores que la tensión última del material  $\sigma_{ut}$ . Más adelante, se reducen los valores de tensión, se realizan los ensayos y se cuentan los números de ciclos hasta el fallo. Una vez realizados varios ensayos, llega un momento en el que el número de ciclos que resulta sin fallo es mayor que  $10^6$  ciclos. A partir de este valor se dice que la pieza tiene vida infinita.

El presente ensayo es realizado bajo ciertas condiciones controladas en todo momento. El diámetro de la probeta es de 7,62 mm, teniendo ésta un acabado superficial pulido. La temperatura ambiente del ensayo es de 25 °C.

Una vez registrados todos los datos, se agrupan estos en un diagrama S-N en una escala logarítmica (Figura 25). Esta es la curva característica que suelen adoptar los materiales férreos.

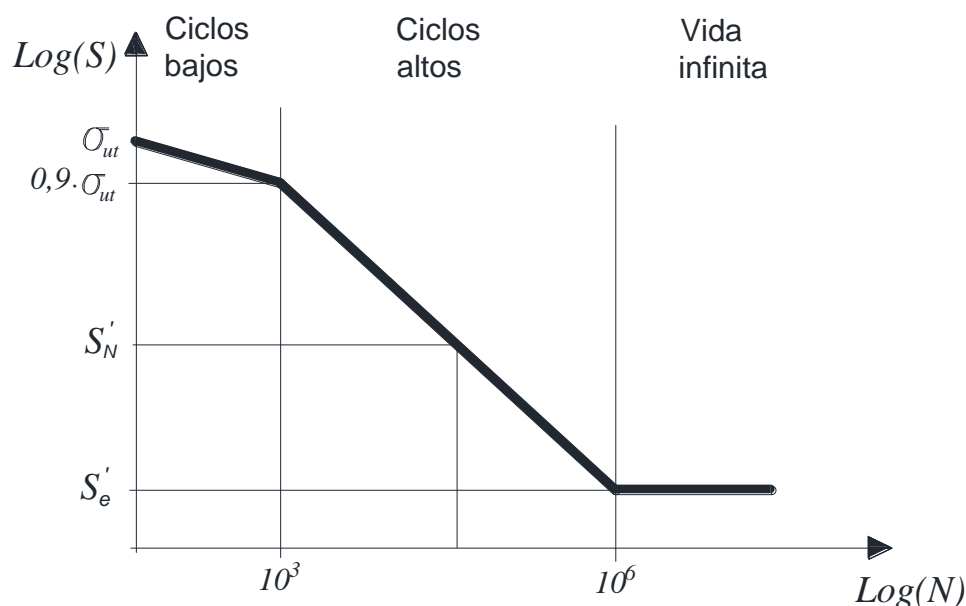


Figura 25. Curva S-N [10]

En la curva S-N se pueden observar la resistencia a fatiga de la probeta  $S'_N$  y el límite a fatiga del material de la probeta  $S'_e$ . La resistencia a fatiga  $S'_N$  es el valor de la tensión alterna que produce la rotura al cabo de un cierto número de ciclos  $N'$ . Por otro lado, el límite a fatiga del material  $S'_e$  es el valor de la tensión por debajo de la cual la vida de la probeta es infinita. Ésta propiedad es característica de la mayoría de los materiales férreos, entre otros.

Se han tratado de buscar mediante la realización de numerosos ensayos, correlaciones entre los valores de la tensión última  $\sigma_{ut}$  y del límite a fatiga del material  $S'_e$  en los aceros. A continuación se muestran los resultados obtenidos entre las relaciones:

$$\begin{aligned} \sigma_{ut} \leq 1.400 \text{ MPa} &\longrightarrow S'_e = 0,5 \cdot \sigma_{ut} \\ \sigma_{ut} > 1.400 \text{ MPa} &\longrightarrow S'_e = 700 \text{ MPa} \end{aligned}$$

## 5.4. Factores correctores

Los valores de resistencia y límite a fatiga descritos anteriormente se han realizado para probetas en ensayos normalizados. Estas probetas son de unas características específicas y se ensayan bajo unas condiciones determinadas ya que son de tamaño reducido, cuidadosamente construidas, pulidas y montadas en la máquina de ensayos, además las condiciones ambientales durante el tiempo del ensayo son controladas como cargas no deseadas o vibraciones inducidas por el motor.

Una pieza cualquiera de una máquina tiene un tipo de construcción y una forma de trabajo que no se parecen casi nunca a las de la probeta. Lo deseable sería disponer de unas teorías de equivalencia, que permitieran extrapolar los datos del comportamiento de la probeta ensayada a las situaciones de funcionamiento de las piezas a estudiar. Sin embargo, en el caso de la fatiga aún no se han desarrollado teorías que hagan posible esta equivalencia con la suficiente fiabilidad. Es por ello por lo que en la práctica se recurre a la utilización de factores correctores obtenidos empíricamente, para adaptar los valores del comportamiento a fatiga de las probetas a los de cada pieza.

Mediante la aplicación de estos factores se obtiene como resultado el límite a fatiga de la pieza  $S_e$ , que es calculado a partir del límite a fatiga de probeta rotatoria  $S_e'$ . El límite a fatiga de la pieza  $S_e$  define como el valor de la tensión alterna máxima que permite conseguir una vida infinita de la pieza.

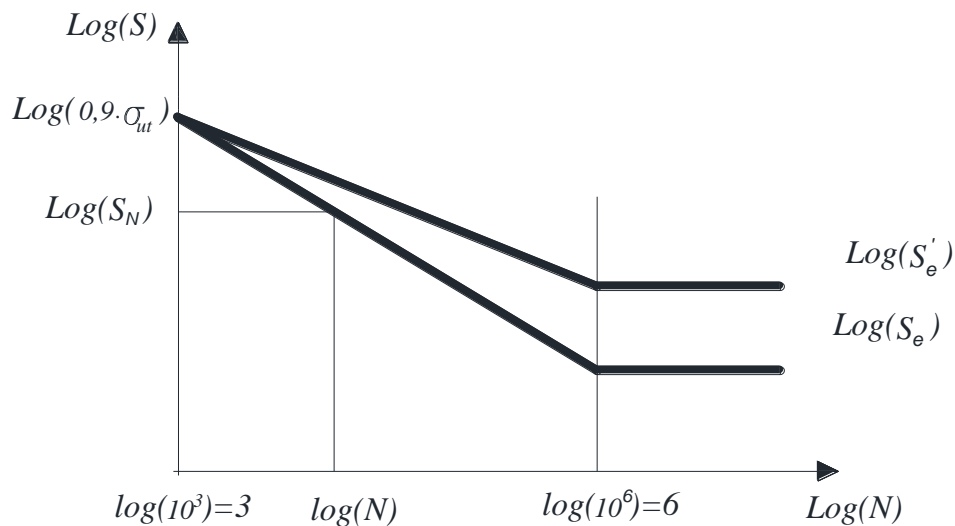


Figura 26. Curva S-N corregida [10]

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S_e'$$

donde

$S_e$  = Límite de resistencia a la fatiga del elemento mecánico.

$S_e'$  = Límite de resistencia a la fatiga de la muestra de viga rotatoria.

$K_a$  = Factor de acabado superficial.

$K_b$  = Factor de tamaño.

$K_c$  = Factor de confiabilidad.

$K_d$  = Factor de temperatura.

$K_e$  = Factor de concentración de esfuerzos.

### Factor acabado superficial:

La probeta del ensayo de viga rotatoria tiene un acabado superficial pulido a espejo y ha sido construida e inspeccionada con especial cuidado para evitar defectos puntuales, ralladuras o muescas. Sin embargo, una pieza cualquiera no va a ser construida con el mismo proceso de fabricación, ni va a tener en general un acabado superficial de tan alta calidad como el de la probeta. Por ello, la diferencia del acabado superficial de la pieza causará una reducción del límite a fatiga de la pieza, ya que la existencia de una mayor rugosidad produce una mayor concentración de tensiones.

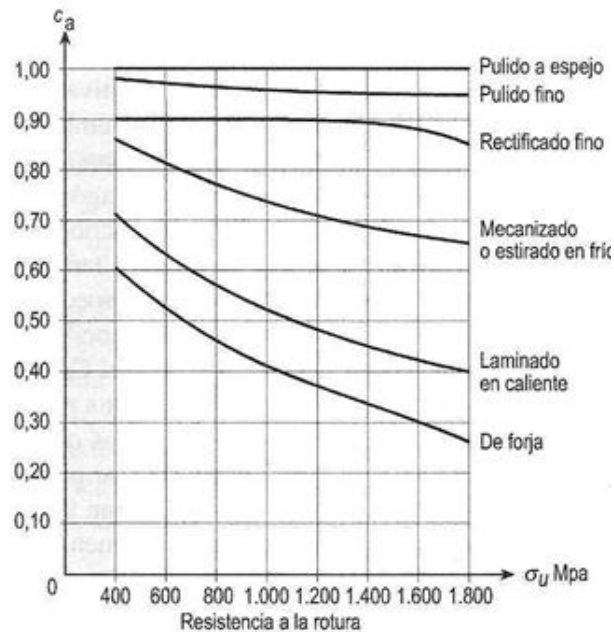


Figura 27. Factor acabado superficial [10]

Como conclusión de esta grafica se dedujo una fórmula numérica para averiguar el factor de acabado superficial.

$$K_a = a \cdot \sigma_{ut}^b$$

siendo a y b los siguientes valores:

Acabado superficial	a	b
Esmerilado	1,58	-0.085
Mecanizado	4,51	-0.265
Laminado en caliente	57,7	-0.718
Forjado	272	-0.995

Tabla 17. Factor acabado superficial

### Factor de tamaño:

La probeta rotatoria puede ser considerada como una pieza relativamente pequeña a la escala con que se trabaja habitualmente en la ingeniería. Es un hecho comprobado que la resistencia fatiga tiende a disminuir a medida que aumenta el tamaño de las piezas.

Para hallar el valor de  $K_b$ , nos iremos a las siguientes relaciones:

$$K_b \begin{cases} 1 & d \leq 8 \text{ mm} \\ 1,189 \cdot d^{-0.097} & 8 \text{ mm} < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$

### Factor de confiabilidad:

La fatiga presenta una dispersión de resultados considerable y superior al de otras propiedades mecánicas, por ello hay que tener en cuenta este hecho que se da a la hora de obtener la curva S-N de la probeta.

Los valores del factor de confiabilidad los cogeremos según la siguiente tabla.

Confiabilidad R	Factor confiabilidad Kc
0.50	1
0.90	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753

Tabla 18. Factor confiabilidad

### Factor de temperatura:

Las propiedades de los materiales dependen de la temperatura, tanto cuantitativa como cualitativamente. En general, para aceros, a temperaturas más bajas se registra una pérdida de ductilidad a cambio de un incremento de resistencia y a medida que la temperatura aumenta la resistencia tiende a disminuir. Para valores de temperatura inferiores a los 450°C se recomienda utilizar un coeficiente de

temperatura igual a la unidad, pero para temperaturas superiores es preferible trabajar a partir del valor medido de la resistencia a esa temperatura.

$$K_d = \begin{cases} 1 & T \leq 450 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 1 - 5.8 \cdot (10)^{-3} \cdot (T-450) & 450^{\circ}\text{C} < T \leq 550 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

### Factor de concentración de esfuerzos:

El factor de concentración de tensiones  $K_e$  es un factor que trata de minorar el límite a fatiga  $S_e$ , con el fin de tener en cuenta la influencia que tienen las diferentes discontinuidades que se puede tener en una pieza.

El valor de  $K_e$  se calcula mediante la siguiente expresión:

$$K_e = \frac{1}{K_f}$$

El factor de concentración de tensiones teórico  $K_t$  es el encargado de tener en cuenta estos efectos locales. Es un valor que aumenta la tensión nominal  $\sigma_n$  correspondiente al caso sin concentración de tensiones para obtener la tensión máxima:

$$\sigma_{\max} = K_t \cdot \sigma_n$$

Los valores de  $K_t$  se obtienen mediante gráficas para distintos tipos de carga, sección y discontinuidad. En las siguientes figuras se muestran algunas de estas gráficas.

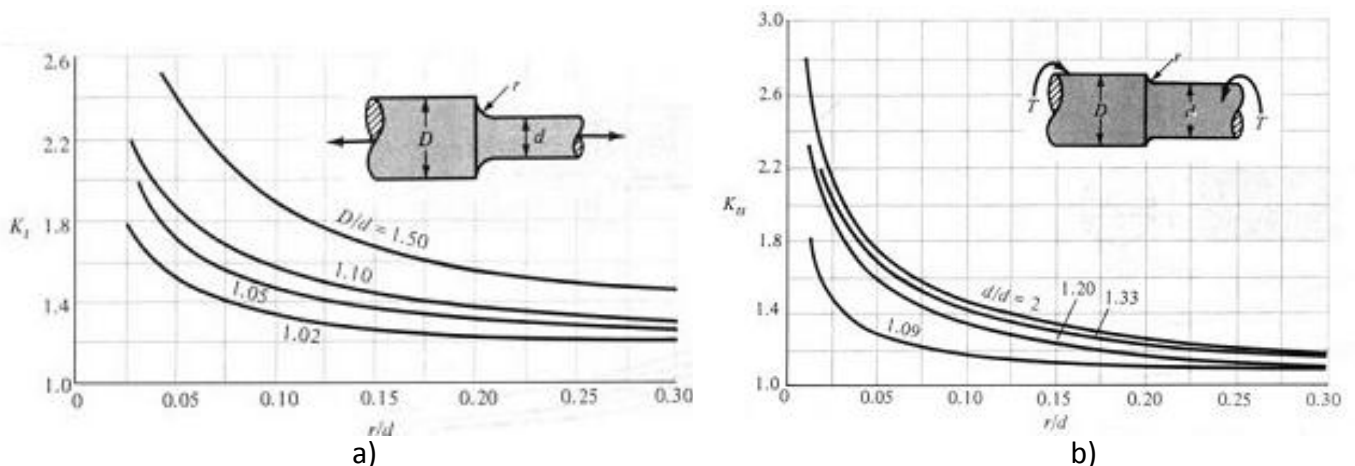


Figura 28. Eje redondo con estrechamiento para cargas axiales a) y de torsión b) [22]

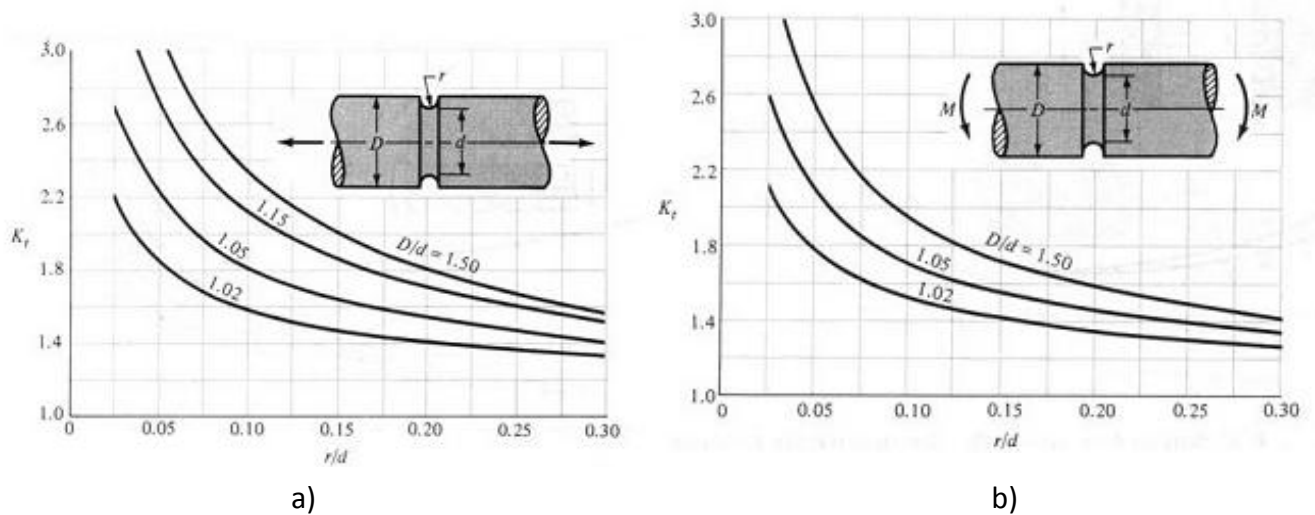


Figura 29. Eje redondo con ranuras para cargas axiales a) y de flexión b) [22]

El cálculo de  $K_f$  se realiza mediante la siguiente expresión:

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)$$

Donde  $q$  es la sensibilidad a la entalla, que depende en este caso del material y su valor se obtiene mediante el gráfico mostrado a continuación:

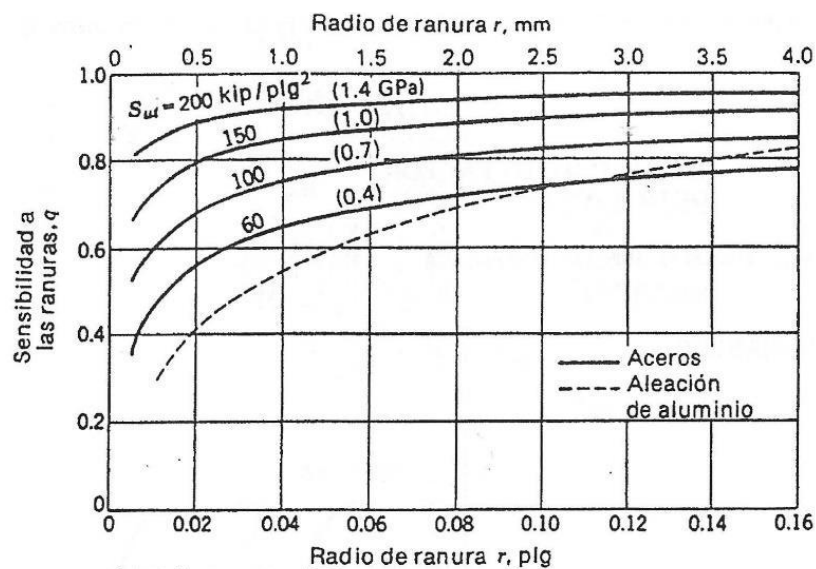


Figura 30. Relación concentración de tensiones [23]

## 5.5. Métodos de análisis con tensión media no nula

En muchas ocasiones, los elementos mecánicos de máquinas se encuentran bajo el efecto de tensiones medias no nulas. A menos que se disponga de datos de tensión mediante ensayos específicos, la única información experimental disponible es la correspondiente al ensayo de viga rotatoria, donde la tensión media es nula.

En estos casos, se recurre a varios métodos de análisis con el fin de determinar el fallo cuando las tensiones medias y alternas son diferentes de cero. Hoy en día existen unos criterios para describir el caso de tensiones medias de tracción (Figura 31).

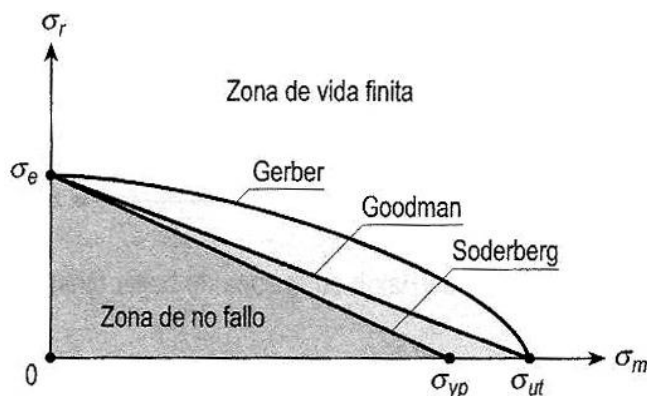


Figura 31. Criterios tensión media no nula [10]

### -Criterio de Gerber:

El criterio de Gerber es una parábola que deja por debajo de ella un cierto número de puntos de fallo, pero la mayoría de ellos debidos a factores de ensayo como pequeñas excentricidades de las cargas, vibraciones no previstas, etc. Por eso este criterio se ajusta muy bien a los resultados de fatiga con tensión media no nula, aunque hoy en día ya no se utiliza lo suficiente. La ecuación de la parábola de Gerber es:

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_e} + \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} \right)^2 = 1$$

### - Criterio de Goodman:

Goodman propuso una teoría lineal que a veces se conoce con el nombre de línea de Goodman modificada. La ecuación de la recta de Goodman es la siguiente:

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} = 1$$

Este criterio es más conservador que el anterior, ya que el número de puntos de fallo que deja por debajo la recta es menor. Hay que señalar que tanto para el criterio de Goodman como para el de Gerber, los puntos que superan la tensión de fluencia no son considerados necesariamente como fallos, pues son teorías que basan el fallo exclusivamente en la rotura.



### -Criterio de Soderberg:

En diseño de máquinas habitualmente, no se admite que el valor de la tensión supere la de fluencia, es por ello que Soderberg propuso una línea que elimina el problema de los fallos por fluencia, pero a cambio es un criterio tal vez excesivamente conservador. Esta es la ecuación la línea de Soderberg:

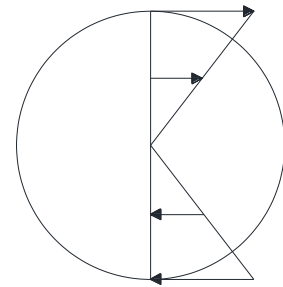
$$\frac{\sigma_r}{\sigma_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{yp}} = 1$$

Como conclusión, se decide aplicar el criterio de Soderberg, puesto que es el más conservador. Para el cálculo y comprobación del límite de resistencia a fatiga, se usará como guía el libro de "Análisis de fatiga en máquinas" de Rafael Avilés mediante el cálculo de tensión equivalente de Soderberg [10].

$$\sigma_{equiv} = \sigma_m + \frac{\sigma_y}{S_e} \cdot \sigma_a$$

Flexión:

$$\sigma_{xmax} = \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} = \text{variable}$$

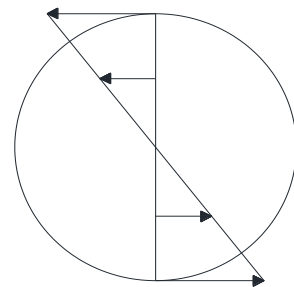


**Figura 32. Tensión en eje a flexión**

Se sabe que la tensión a flexión será variable porque en el giro los puntos alternan su tensión entre tracción y compresión.

Torsión:

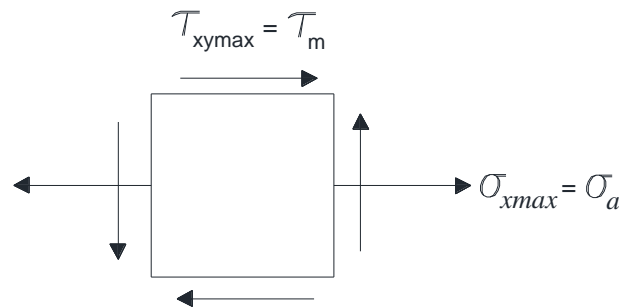
$$\tau_{xy\max} = \frac{16 \cdot M_x}{\pi \cdot d^3} = \text{constante}$$



**Figura 33. Tensión en eje a torsión**

La tensión a torsión que se ejerce sobre cada eje va a ser constante porque en el giro no cambia la tensión de un punto.

A continuación, se muestra (Figura 34) el plano bidimensional donde están la tensión normal y la tensión cortante:



**Figura 34. Tensiones normales y cortantes en caso biaxial**

Se aplica el criterio de Soderberg para obtener las tensiones equivalentes y el coeficiente de seguridad en el tramo del eje deseado:

$$\sigma_{equiv(SODERBERG)} = \frac{\sigma_y}{S_e} \cdot \sigma_a \quad \tau_{equiv(SODERBERG)} = \tau_m$$

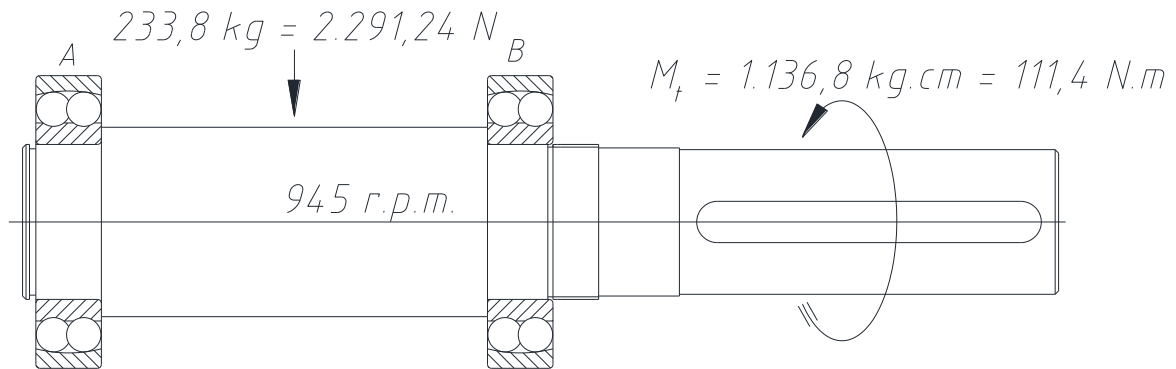
Mediante Von-Mises para un caso biaxial se obtiene esta tensión resultante:

$$\sigma_{equiv VON-MISES} = \sqrt{\sigma_{equiv(SODERBERG)}^2 + 3 \cdot \tau_{equiv(SODERBERG)}^2}$$

Por tanto el coeficiente de seguridad de la pieza será el cociente entre el límite elástico del material y la tensión de Von-Mises obtenida anteriormente:

$$\text{Coeficiente de seguridad} = \frac{\sigma_y}{\sigma_{equiv VON-MISES}}$$

## EJE ENTRADA



**Figura 7. Eje de entrada**

El material elegido para el eje de entrada va a ser 40NiCrMo7, que posee un valor de:

$$\sigma_{ut} = 1.100 \text{ MPa} \leq 1.400 \text{ MPa} \longrightarrow S_e' = 0,5 \cdot \sigma_{ut} = 550 \text{ MPa}$$

Una vez que se sabe el valor límite de resistencia a la fatiga que tiene la probeta, se procederá a aplicar los factores correctores para hallar el límite de resistencia que tiene nuestra pieza.

- Factor de acabado superficial:

Puesto que se va a realizar un mecanizado en frío, el factor de acabado superficial será el siguiente

$$K_a = a \cdot \sigma_{ut}^b = 4,51 \cdot 1.100^{-0.265} = 0,705$$

- Factor de tamaño:

$$K_b = 1,189 \cdot d^{-0.097} = 1,189 \cdot 103,5^{-0.097} = 0,758$$

- Factor de confiabilidad:

Poseerá una confiabilidad buena, así que se aplicará 99%. Es decir,

$$K_c = 0,814$$

-Factor de temperatura:

Puesto que no se superan los 450°C se aplica un factor de la unidad.

$$K_d = 1$$

-Factor de concentración de esfuerzos:

Para comenzar se realizarán los cocientes  $D/d$  y  $r/d$  e se irá a las figuras indicadas.

$$\frac{D}{d} = \frac{103,5}{55} = 1,88$$

$$\frac{r}{d} = \frac{10}{55} = 0,18$$

Se obtiene un valor para  $K_t = 2$ .

De la figura 30 se obtiene un valor aproximadamente de  $q = 0,85$

Con todos estos valores se accede a la fórmula para hallar el factor de concentración de esfuerzos:

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1) = 1 + 0,85 \cdot (2 - 1) = 1,85$$

$$K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{1,857} = 0,54$$

Como resumen del eje de entrada vemos la siguiente tabla:

Coeficiente de corrección	Valor
$K_a$	0,705
$K_b$	0,758
$K_c$	0,814
$K_d$	1
$K_e$	0,54

**Tabla 19. Coeficientes de corrección eje de entrada**

Se calcula el valor límite de resistencia de la pieza a fatiga:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S_e' = 0,705 \cdot 0,758 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 0,54 \cdot 550 = 129,19 \text{ MPa}$$

Se ha calculado el límite de resistencia a fatiga del elemento, ahora se calculará cuánto vale la tensión equivalente que ejerce el eje de entrada mediante el cálculo de Soderberg.

Se comenzará por el cálculo de la tensión a torsión, que va a ser constante en todo el eje, y la tensión a flexión, que será variable en función de donde se escoja el punto para el cálculo.

$$\tau_{xy\max} = \frac{16 \cdot M_x}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 1.136,8}{\pi \cdot 4,2^3} = 78,14 \text{ kg/cm}^2 = \tau_m$$

$$\sigma_{x\max} = \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 765,7}{\pi \cdot 4,2^3} = 105,27 \text{ kg/cm}^2 = \sigma_a$$

Cálculo de tensiones equivalentes:

$$\sigma_{equiv(SODERBERG)} = \frac{\sigma_y}{S_e} \cdot \sigma_a = \frac{735}{129,19} \cdot 105,27 = 598,91 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{equiv(SODERBERG)} = \tau_m = 78,14 \text{ kg/cm}^2$$

Tensión que se ejerce sobre el eje de entrada según Von-Mises:

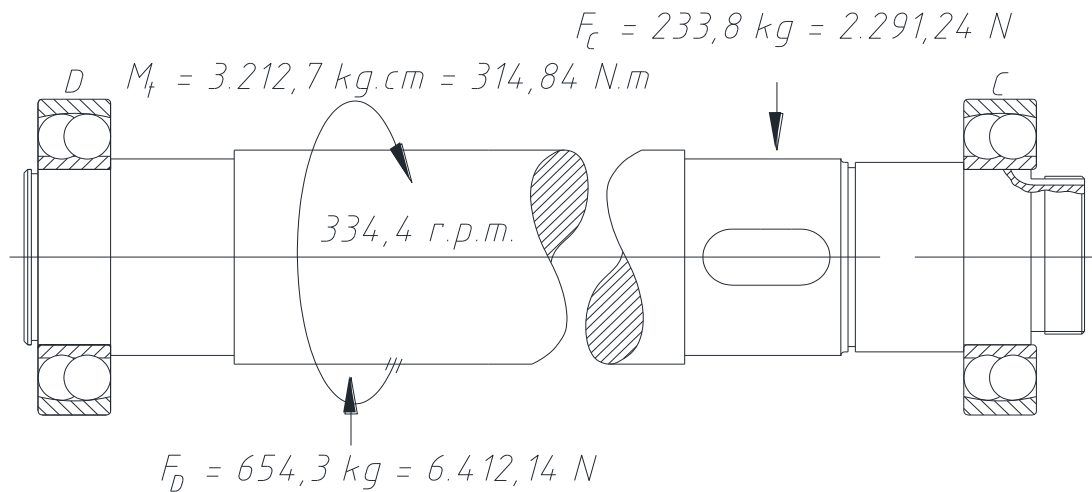
$$\sigma_{equiv VON-MISES} = \sqrt{598,91^2 + 3 \cdot 78,14^2} = 614,01 \text{ kg/cm}^2 = 60,17 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad será:

$$n = \frac{735 \text{ MPa}}{60,17 \text{ MPa}} = 12,21$$

El coeficiente de seguridad que se obtiene mediante este método es muy alto debido a que se calcula con un diámetro de eje de 42 mm, que es como se diseñará.

## EJE INTERMEDIO



**Figura 15. Eje intermedio**

Puesto que el material elegido para el eje intermedio va a ser C45E, se obtiene un valor de:

$$\sigma_{ut} = 1.100 \text{ MPa} \leq 1.400 \text{ MPa} \longrightarrow S_e' = 0,5 \cdot \sigma_{ut} = 550 \text{ MPa}$$

Una vez que se sabe cuánto es el valor límite de resistencia a la fatiga que tiene la probeta, se aplican los factores correctores para hallar el límite de resistencia que tiene nuestra pieza. En este eje vamos a medir la resistencia a fatiga en la zona de la chaveta y en la zona del piñón.

- Factor de acabado superficial:

Puesto que se realiza un mecanizado en frío, el factor de acabado superficial será el siguiente

$$K_a = a \cdot \sigma_{ut}^b = 4,51 \cdot 1.100^{-0.265} = 0,705$$

- Factor de tamaño en la chaveta.

$$K_b = 1,189 \cdot d^{-0.097} = 1,189 \cdot 56^{-0.097} = 0.805$$

Ahora se calcula el factor de tamaño en el piñón.

$$K_b = 1,189 \cdot d^{-0.097} = 1,189 \cdot 104,5^{-0.097} = 0.757$$

- Factor de confiabilidad:

Se le asigna una confiabilidad buena, así que se aplica 99%. Es decir,

$$K_c = 0.814$$

-Factor de temperatura:

Puesto que no superamos los 450°C aplicaremos un factor de la unidad.

$$K_d = 1$$

-Factor de concentración de esfuerzos:

En este eje se calculará la concentración de esfuerzos donde se ubican los juegos de engranajes. Se comenzará por la zona de la chaveta que se aproximará a una ranura debido no se ha encontrado valores para chavetas. Y posteriormente, en el piñón.

$$\frac{D}{d} = \frac{56}{43,6} = 1,28$$

$$\frac{r}{d} = \frac{16}{43,6} = 0,36$$

Se obtiene un valor para  $K_t = 1,4$ .

El otro valor de la formula que se obtiene es aproximadamente  $q = 0,9$ .

Con todos estos valores se accede a la fórmula para hallar el factor de concentración de esfuerzos:

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1) = 1 + 0,9 \cdot (1,4 - 1) = 1,36$$

$$K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{1,36} = 0,735$$

Como se ha comentado antes ahora se calculará la concentración de esfuerzos en el piñón:

$$\frac{D}{d} = \frac{104,5}{56} = 1,86$$

$$\frac{r}{d} = \frac{10}{56} = 0,178$$

Se obtiene un valor para  $K_t = 1,8$ .

El otro valor de la formula que se obtiene es aproximadamente  $q = 0,84$

Con todos estos valores se accede a la fórmula para hallar el factor de concentración de esfuerzos:

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1) = 1 + 0,84 \cdot (1,8 - 1) = 1,64$$

$$K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{1,64} = 0,61$$

Como resumen del eje de entrada vemos la siguiente tabla:

Coeficiente de corrección	Valor (chaveta)	Valor (piñón)
$K_a$	0,705	0,705
$K_b$	0,805	0,757
$K_c$	0,814	0,814
$K_d$	1	1
$K_e$	0,735	0,61

**Tabla 20. Coeficientes de corrección eje intermedio**

Se calcula el valor límite de resistencia de la pieza a fatiga en la zona de la chaveta:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S_e' = 0,705 \cdot 0,805 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 0,735 \cdot 550 = 186,74 \text{ MPa}$$

Ahora se calcula el valor límite de resistencia de la pieza a fatiga en la zona del piñón:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S_e' = 0,705 \cdot 0,757 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 0,61 \cdot 550 = 145,74 \text{ MPa}$$

Ya se sabe cuánto puede aguantar el eje intermedio a fatiga en cada caso, ahora se calcula la tensión equivalente mediante Soderberg.

Como en el eje anterior, se comenzará por el cálculo de la tensión a torsión, que es constante en todo el eje, y la tensión a flexión, que en este caso será diferente en cada punto.

En esta primera parte, se realizarán los cálculos correspondientes en la zona de la chaveta:

$$\tau_{xy\max} = \frac{16 \cdot M_x}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 3.212,7}{\pi \cdot 5^3} = 130,89 \text{ kg/cm}^2 = \tau_m$$

$$\sigma_{x\max} = \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 309,38}{\pi \cdot 5^3} = 25,21 \text{ kg/cm}^2 = \sigma_a$$



Cálculo de tensiones equivalentes:

$$\sigma_{equiv(SODERBERG)} = \frac{\sigma_y}{S_e} \cdot \sigma_a = \frac{735}{186,74} \cdot 25,21 = 99,23 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{equiv(SODERBERG)} = \tau_m = 130,89 \text{ kg/cm}^2$$

Tensión que se ejerce sobre el eje de entrada según Von-Mises:

$$\sigma_{equiv VON-MISES} = \sqrt{99,23^2 + 3 \cdot 130,89^2} = 247,47 \text{ kg/cm}^2 = 24,25 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad será:

$$n = \frac{735 \text{ MPa}}{24,25 \text{ MPa}} = 30,3$$

Este coeficiente de seguridad es tan alto debido a que se ha calculado todo con el diámetro del eje del diseño.

En este segundo apartado del eje intermedio, se realizarán los cálculos sobre la zona del piñón:

$$\tau_{xy\max} = \frac{16 \cdot M_x}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 3.212,7}{\pi \cdot 5^3} = 130,89 \text{ kg/cm}^2 = \tau_m$$

$$\sigma_{x\max} = \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 3.408,96}{\pi \cdot 5^3} = 277,78 \text{ kg/cm}^2 = \sigma_a$$

Cálculo de tensiones equivalentes:

$$\sigma_{equiv(SODERBERG)} = \frac{\sigma_y}{S_e} \cdot \sigma_a = \frac{735}{145,74} \cdot 277,78 = 1.400 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{equiv(SODERBERG)} = \tau_m = 130,89 \text{ kg/cm}^2$$

Tensión que se ejerce sobre el eje de entrada según Von-Mises:

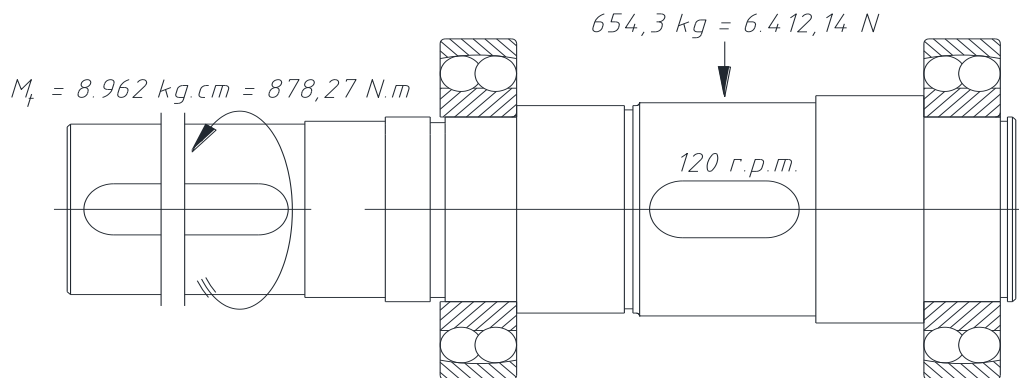
$$\sigma_{equiv VON-MISES} = \sqrt{1.400^2 + 3 \cdot 130,89^2} = 1.418,23 \text{ kg/cm}^2 = 139 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad será:

$$n = \frac{735 \text{ MPa}}{139 \text{ MPa}} = 5,28$$

Al igual que en los casos anteriores, se obtiene un coeficiente alto y más que suficiente para soportar la fatiga del eje.

## EJE DE SALIDA



**Figura 19. Eje de salida**

Puesto que nuestro material para el eje de salida va a ser C45E, se tiene un valor de:

$$\sigma_{ut} = 700 \text{ MPa} \leq 1400 \text{ MPa} \longrightarrow Se' = 0,5 \cdot \sigma_{ut} = 350 \text{ MPa}$$

Una vez que se sabe el valor límite de resistencia a la fatiga que tiene la probeta, se procede a aplicar los factores correctores para hallar el límite de resistencia que tiene nuestra pieza.

- Factor de acabado superficial:

Puesto que se va a realizar un mecanizado en frío, el factor de acabado superficial será el siguiente:

$$K_a = a \cdot \sigma_{ut}^b = 4,51 \cdot 700^{-0.265} = 0,794$$

- Factor de tamaño:

$$K_b = 1,189 \cdot d^{-0.097} = 1,189 \cdot 75^{-0.097} = 0,782$$

- Factor de confiabilidad:

Se le da una confiabilidad buena, así que se aplica 99%. Es decir,

$$K_c = 0.814$$

-Factor de temperatura:

Puesto que no se superan los 450°C aplicaremos un factor de la unidad.

$$K_d = 1$$

-Factor de concentración de esfuerzos:

Para comenzar se calcularán los cocientes  $D/d$  y  $r/d$  y se irá a las figuras correspondientes. Al igual que se ha hecho en el eje intermedio, se aproximará la concentración de esfuerzos de la ranura a la de la chaveta.

$$\frac{D}{d} = \frac{75}{60,2} = 1,24$$

$$\frac{r}{d} = \frac{20}{75} = 0,26$$

Se obtiene un valor para  $K_t = 1,5$ .

Se obtiene un valor aproximadamente de  $q = 0,9$ .

Con todos estos valores se accede a la fórmula para hallar el factor de concentración de esfuerzos:

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1) = 1 + 0,9 \cdot (1,5 - 1) = 1,45$$

$$K_e = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{1,45} = 0,689$$

Como resumen del eje de entrada se ve la siguiente tabla:

Coeficiente de corrección	Valor
$K_a$	0,794
$K_b$	0,782
$K_c$	0,814
$K_d$	1
$K_e$	0,689

**Tabla 21. Factores de corrección eje de salida**

Se calcula el valor límite de resistencia de la pieza a fatiga:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S_e' = 0,794 \cdot 0,782 \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot 0,689 \cdot 350 = 121,89 \text{ MPa}$$

Ya se sabe cuánto puede aguantar el eje intermedio a fatiga, ahora se calcula la tensión equivalente mediante Soderberg que se ejerce sobre el eje de salida.

$$\tau_{xy\max} = \frac{16 \cdot M_x}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 8.962}{\pi \cdot 6^3} = 211,31 \text{ kg/cm}^2 = \tau_m$$

$$\sigma_{x\max} = \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 2.371}{\pi \cdot 6^3} = 111,8 \text{ kg/cm}^2 = \sigma_a$$

Cálculo de tensiones equivalentes:

$$\sigma_{equiv(SODERBERG)} = \frac{\sigma_y}{S_e} \cdot \sigma_a = \frac{440}{121,89} \cdot 111,8 = 403,57 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{equiv(SODERBERG)} = \tau_m = 211,31 \text{ kg/cm}^2$$

Tensión que se ejerce sobre el eje de entrada según Von-Mises:

$$\sigma_{equiv VON-MISES} = \sqrt{403,57^2 + 3 \cdot 211,31^2} = 544,81 \text{ kg/cm}^2 = 53,39 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad será:

$$n = \frac{440 \text{ MPa}}{53,39 \text{ MPa}} = 8,24$$

Se obtiene un coeficiente de seguridad elevado, por lo que no se tendrá problemas en el eje de salida.

Se ha podido observar en cuanto a los cálculos a fatiga que no se va a tener ningún problema en este aspecto, debido a que los coeficientes de seguridad son bastante holgados.



# BIBLIOGRAFÍA

- [1] Catálogo nº990 EPIDOR S.A. Juntas de estanqueidad. Año 1983.
- [2] [http://www.lucefin.com/wp-content/files\\_mf/40nicrmo7.pdf](http://www.lucefin.com/wp-content/files_mf/40nicrmo7.pdf)
- [3] <http://www.acerosgrinon.com/productos/calibrados/F114>
- [4] Regla de cálculo Vagma Nº 2. 5ª edición. Bilbao.
- [5] H. Trier. "Trazado y Cálculo de las Ruedas Dentadas". Ed. Labor. Barcelona 1954.
- [6] H. Dubbel, "Manual del constructor de máquinas". Editorial Labor. Barcelona año 1955. Formula de Poncelet.
- [7] SKF. Catálogo de rodamientos de bolas y de rodillos número 2403 Sp.
- [8] Ramón Miralbés, "Dibujo técnico industrial". Área de Expresión Gráfica en la Ingeniería. EINA-Universidad de Zaragoza.
- [9] Joseph Shigley , "Diseño en ingeniería mecánica". Cuarta edición, tercera edición en español. Editorial McGraw-Hill.
- [10] Rafael Avilés, "Análisis de fatiga en maquinas". Editorial Paraninfo, 2005.
- [11] Ejercicios de resistencia de materiales. Begoña Calvo. Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Departamento Ingeniería Mecánica. EINA-Universidad de Zaragoza.

## BIBLIOGRAFÍA DE FIGURAS

- [12] <https://grabcad.com/library/corona-y-sinfin>
- [13] <http://www.motorex.com.pe/blog/reductor-de-velocidad/>
- [14] <http://www.izaro.com/contenidos/ver.php?id=es&se=5&su=52&co=1373015811>
- [15] <https://power-mi.com/es/content/frecuencias-propias-de-un-engranaje>
- [16] [http://www.skf.com/binary/89-121486/10000\\_2-ES---Rolling-bearings.pdf](http://www.skf.com/binary/89-121486/10000_2-ES---Rolling-bearings.pdf)
- [17] [https://ocw.unican.es/pluginfile.php/228/course/section/139/tema\\_4.1.pdf](https://ocw.unican.es/pluginfile.php/228/course/section/139/tema_4.1.pdf)
- [18] <http://www.otia.com.ar/otia/CATALOGO%2006-2005.pdf>
- [19] <http://www.skf.com/es/products/bearings-units-housings/bearing-accessories/lock-nuts/requiring-keyway/kml-lock-nuts/index.html>
- [20] <https://www.monografias.com/trabajos82/crecimiento-grieta-fatiga-materiales-ingenieria/crecimiento-grieta-fatiga-materiales-ingenieria.shtml>
- [21] <http://www.iberisa.com/soporte/fatiga/intro.htm>
- [22] <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn217.html>
- [23] <http://www.aero.ing.unlp.edu.ar/catedras/archivos/Apte%20Fatiga%20Rev%20-%202014.pdf>



# PRESUPUESTO



### **PIÑÓN 1º JUEGO DE ENGRANAJES (Plano 2018-06)**

28 kg. de acero 40CrNiMo7 a 1,40 €/kg .....	39,20 €	
2,5 horas de torno a 43 €/hora .....	107,50 €	
2 horas de fresadora a 45 €/hora .....	90,00 €	
1 hora de rectificadora a 35 €/hora .....	35,00 €	271,70 €

### **CORONA 1º JUEGO DE ENGRANAJES (Plano 2018-07)**

32 kg. de acero C45E a 0,90 €/kg .....	29,70 €	
1 hora de torno a 43 €/hora .....	43,00 €	
2 horas de fresadora a 45 €/hora .....	90,00 €	
1,5 horas de rectificadora a 35 €/hora .....	52,50 €	215,20 €

### **PIÑÓN 2º JUEGO DE ENGRANAJES (Plano 2018-08)**

33 kg. de acero 40CrNiMo7 a 1,40 €/kg .....	46,20 €	
3 horas de torno a 43 €/hora .....	129,00 €	
2 horas de fresadora a 45 €/hora .....	90,00 €	
1 hora de rectificadora a 35 €/hora .....	35,00 €	300,20 €

### **CORONA SEGUNDO JUEGO DE ENGRANAJES (Plano 2018-09)**

29 kg. de acero C45E a 0,90 €/kg .....	35,00 €	
1 hora de torno a 43 €/hora .....	43,00 €	
2 horas de fresadora a 45 €/hora .....	90,00 €	
1,5 horas de rectificadora a 35 €/hora .....	52,50 €	220,50 €

### **EJE DE SALIDA (Plano 2018-10)**

15 kg. de acero C45E a 0,90 €/kg .....	13,50 €	
1,5 horas de torno a 43 €/hora .....	64,50 €	
0,5 horas de fresadora a 45 €/hora .....	22,50 €	100,50 €

### **CARCASA (Planos 2018-01 y 2018-02)**

280 kg. de fundición ENGJL-200 a 30 €/kg .....	840,00 €	
7 horas de mandrinadora a 45 €/hora .....	315,00 €	1155,00 €



### **OTROS MATERIALES**

2 Rodamientos SKF 1209E a 72,80 € .....	145,60 €	
2 Rodamientos SKF 1210E a 83,71 € .....	167,42 €	
2 Rodamientos SKF 1213E a 151,00 € .....	302,00 €	
1 Lata de aceite tipo LFFG 220 a 30 €/litro.....	150,00€	
Tuercas KM, arandelas MB, retenes, tornillos,		
Pintura, etc. ....	250,00 €	1015,00 €

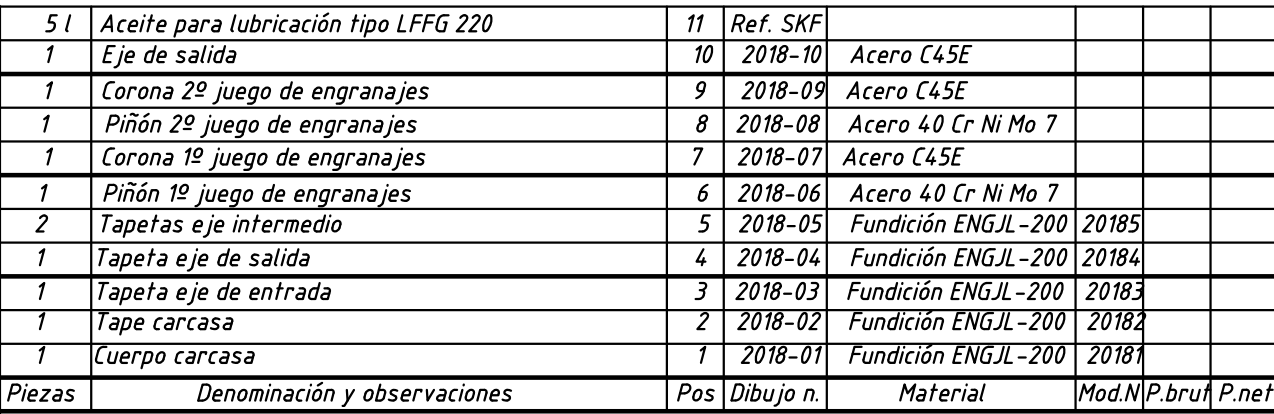
### **MONTAJE**


4 horas de mecánico ajustador a 30 €/hora.....	120,00 €	
2 horas de peón a 15 €/hora .....	30,00 €	150,00 €
		<hr/>
		3428,10 €
	13% Beneficio industrial	445,65 €
		<hr/> <hr/>

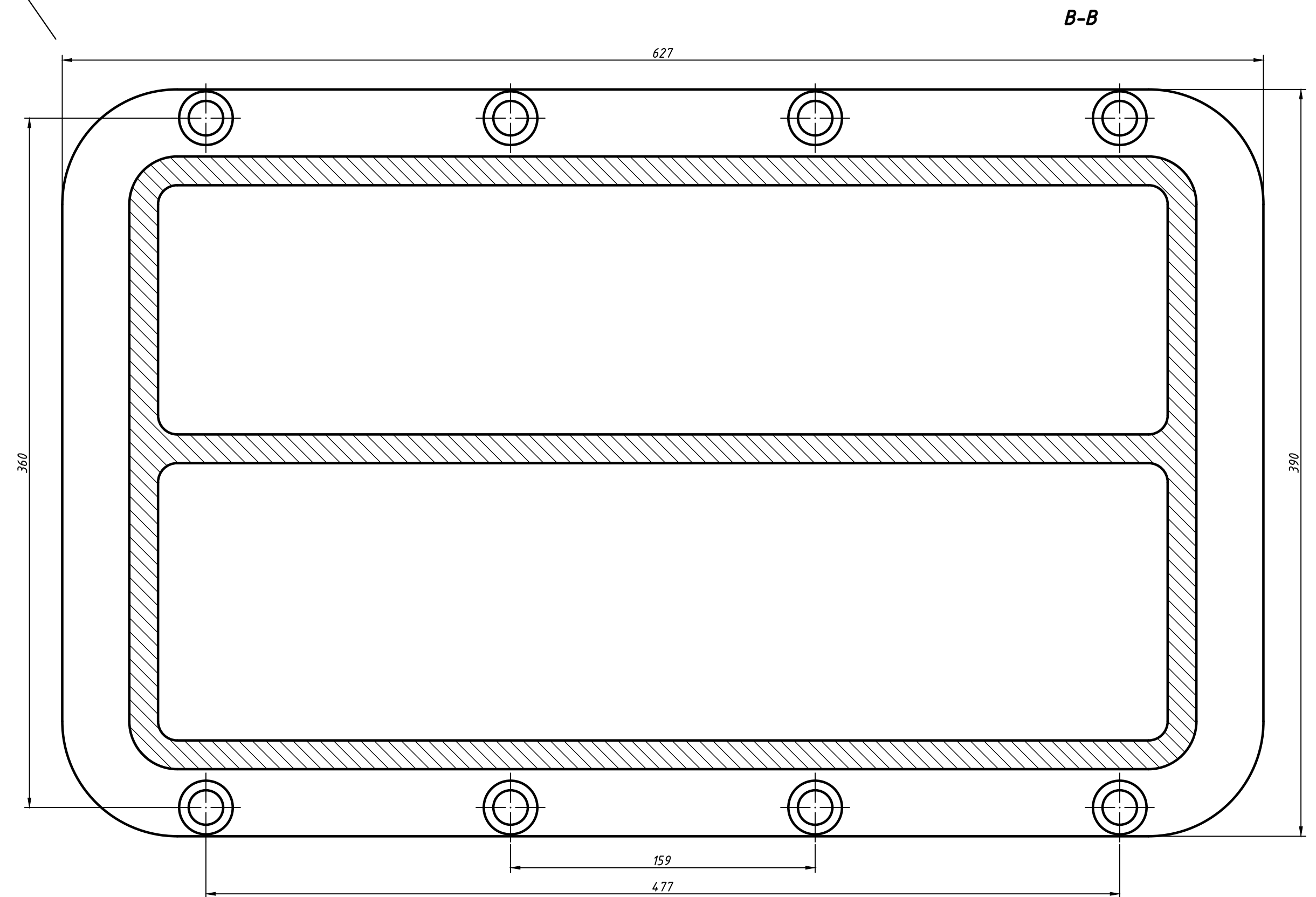
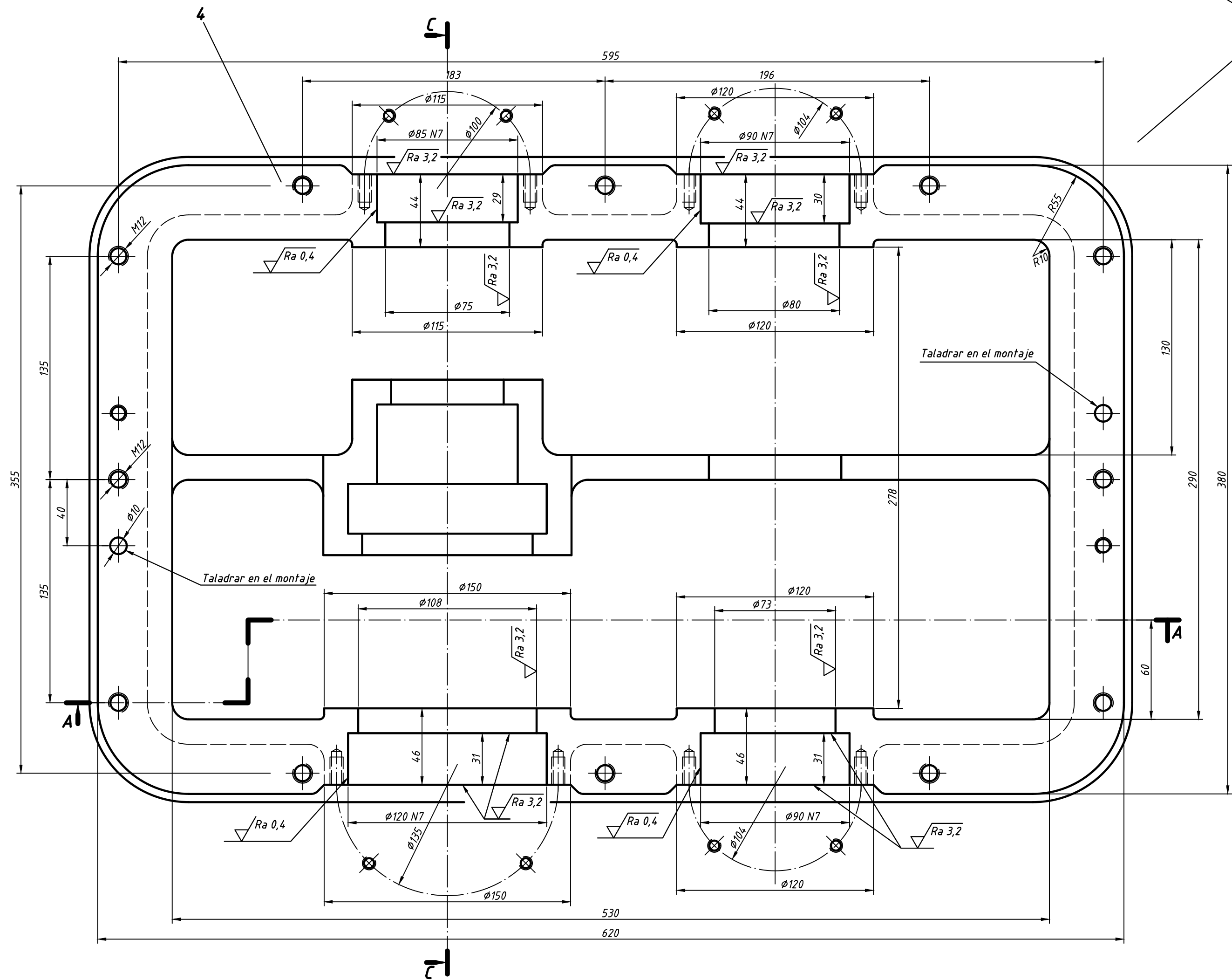
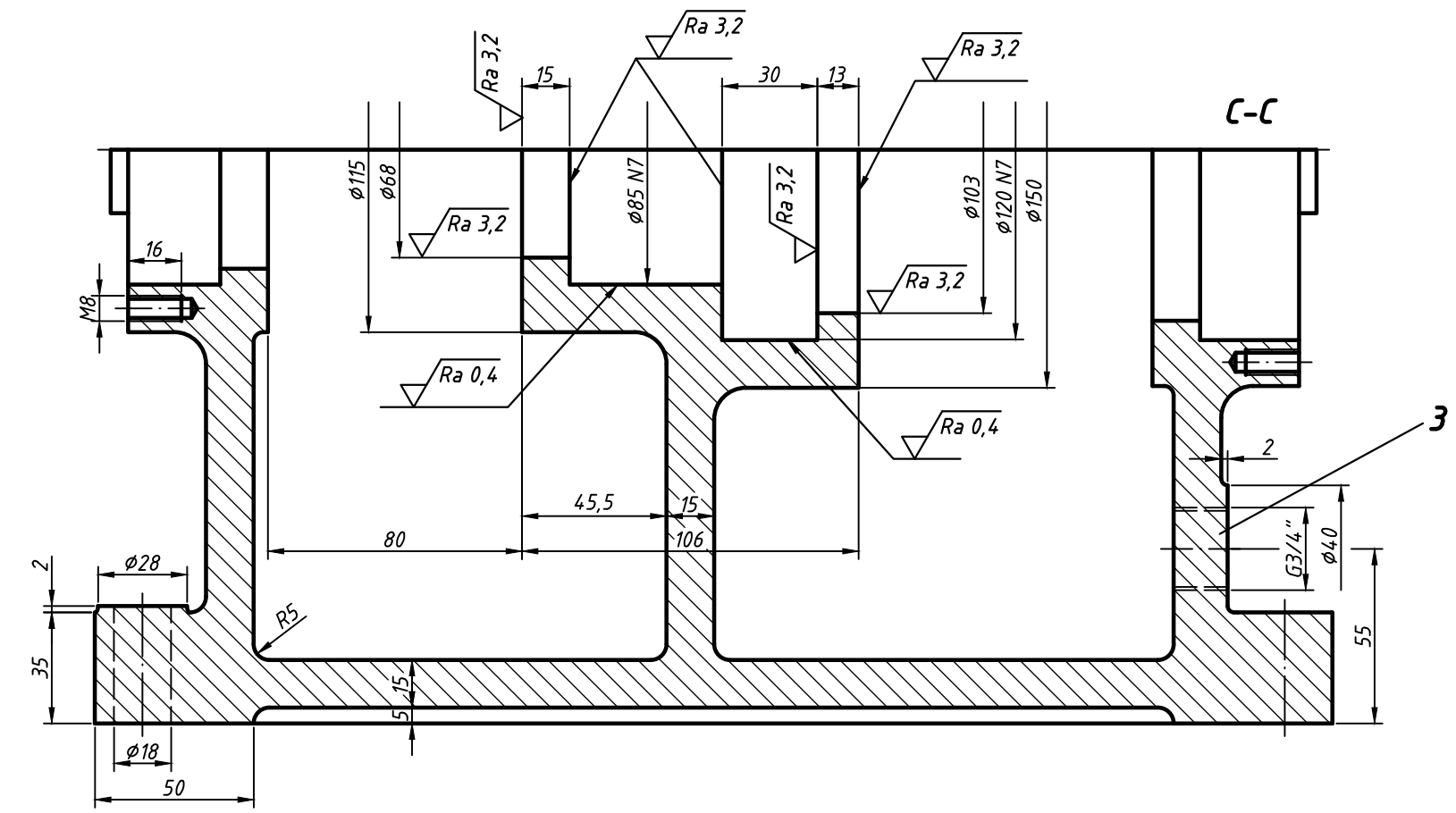
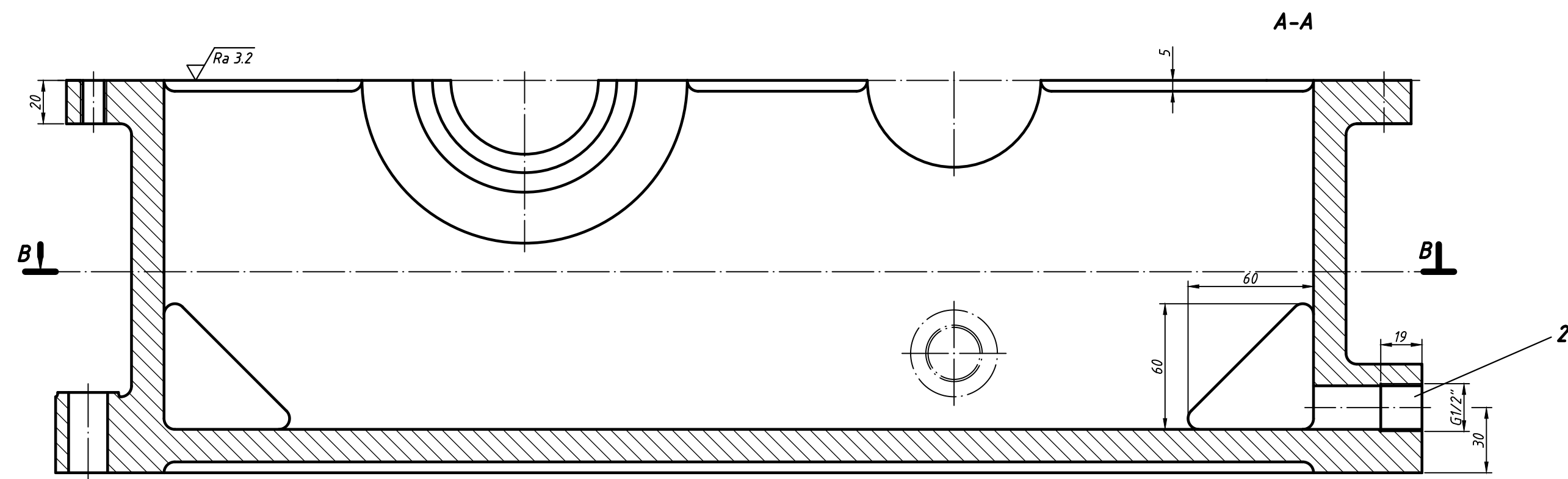
**PRECIO TOTAL DEL REDUCTOR 3874 €**



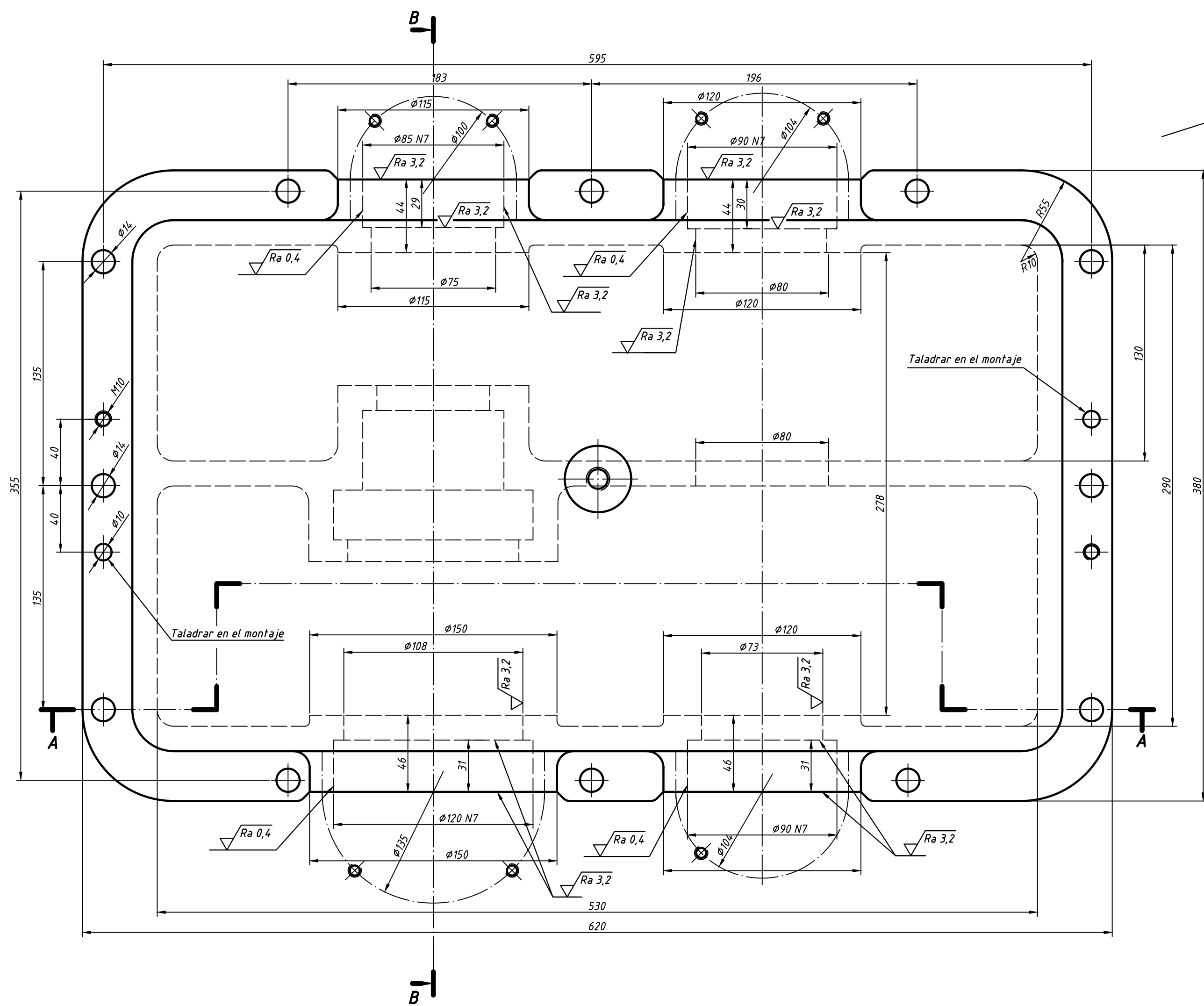
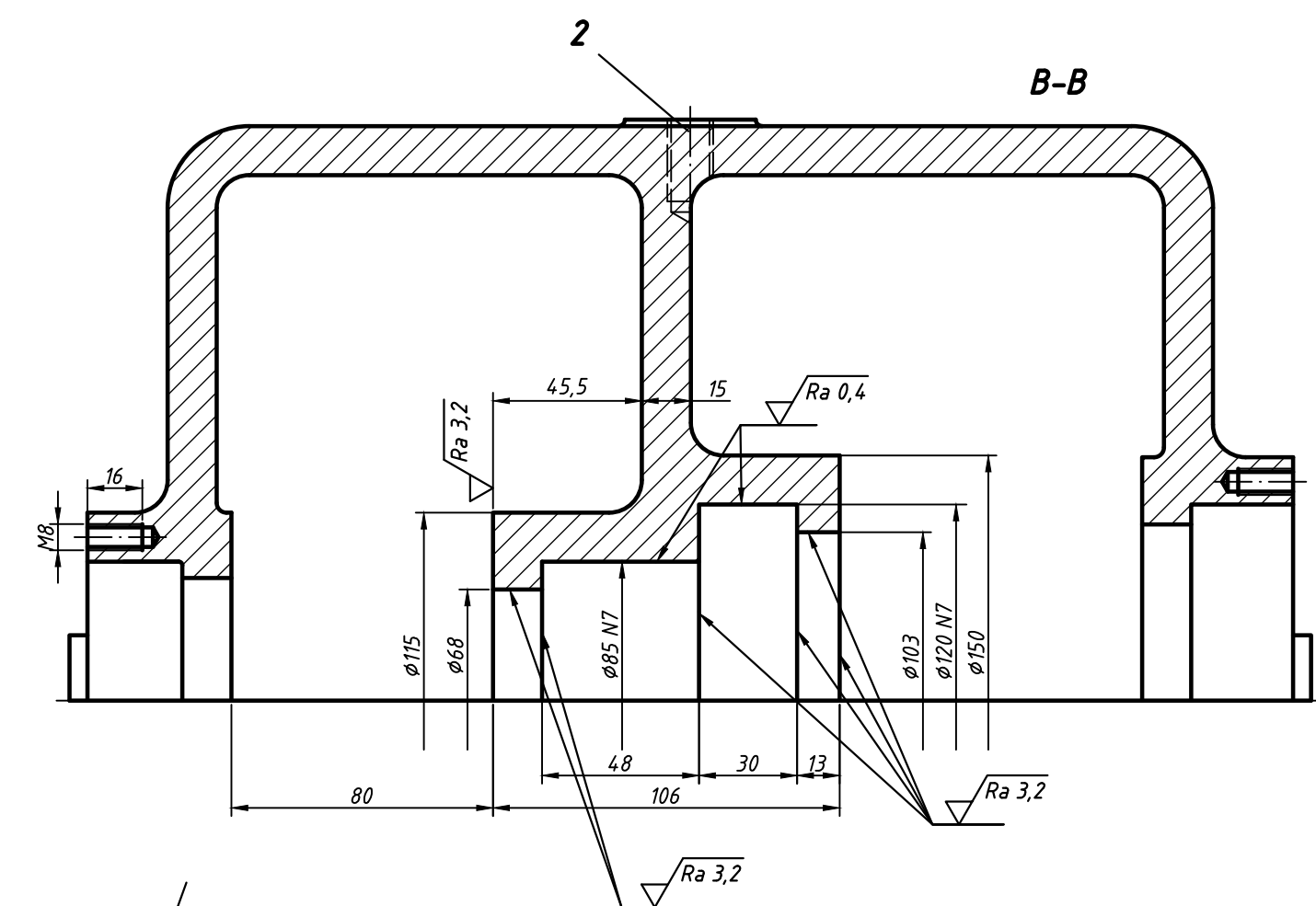
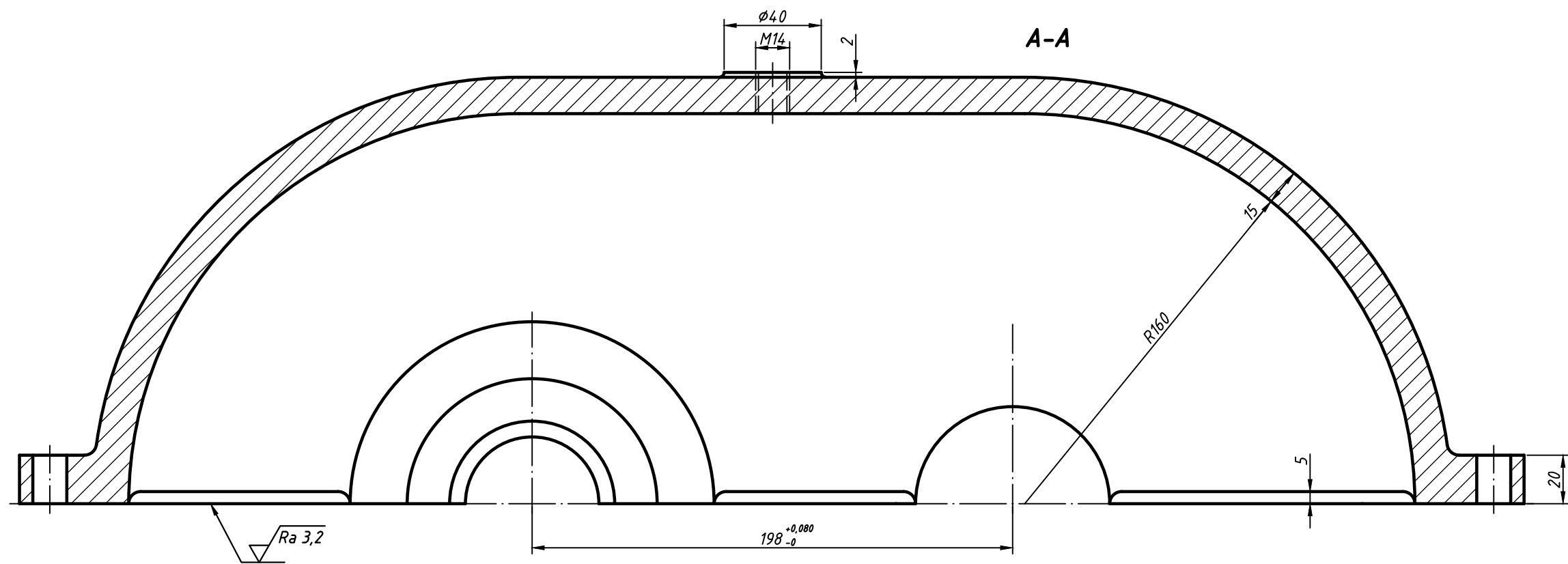
# PLANOS



Fecha	Nombre	
Dibujado	I. M. de Pascual	
Cotado	I. M. de Pascual	
Comprobado		
Escala: 1:2	<b>Reductor con engranajes cilíndricos de dos          escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m.          Relación 7,88/1.          Conjunto.</b>	<b>2018-00</b> Sustitutivo del nº Sustituido por el nº:

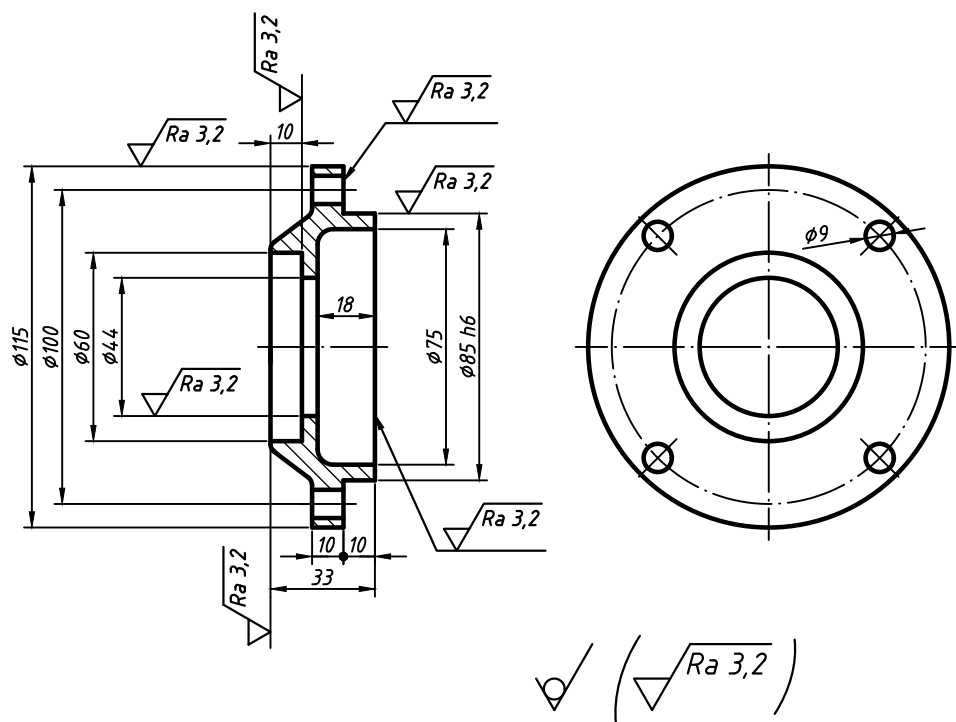


12	Tornillos Allen M12 x 40	4	DIN 912	Acero (calidad 8.8)			
1	Minilla de nivel de aceite, forma A, de G3/4"	3		Poliámda termoplástica			
1	Tapón roscado con aro y hexágono exterior de G1/2"	2	DIN 910	Acero			
1	Cuerpo carcasa	1		Fundición ENGLJL-200	20181		
Piezas		Denominación y observaciones		Pos	Dibujo n.	Material	Mod.Nº.P.bru/I.P.net
Fecha		Nombre		<div>EINA</div> <div>ZARAGOZA</div>			
Dibujado		I. M. de Pascual					
Calcado		I. M. de Pascual					
Comprobado							
Escala:	Reductor con engranajes cilíndricos de dos escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m. Relación 6/1. Cuerpo carcasa.				2018-01		
1:2					Sustitutivo del nº		
				Sustituido por el nº:			



1 (Ra 3,2 Ra 0,4)

2	Pasadores elásticos de Ø10 x 40	4	DIN 1481	Acero				
2	Tornillos hexagonales M10 x 30	3	DIN 933	Acero				
1	Cáncamo roscado macho de M14	2	DIN 580	Acero				
1	Tape carcasa	1	Fundición ENGL-200		20182			
Piezas	Denominación y observaciones		Pos	Dibujo n.	Material	Mod	Nº P. bruj	P.net
	Fecha	Nombre						
Dibujado		I. M. de Pascual	<div>EINA</div> <div>ZARAGOZA</div>					
Calcado		I. M. de Pascual						
Comprobado								
Escala:	Reductor con engranajes cilíndricos de dos escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m. Relación 7,88/1. Tape carcasa.					2018-02		
1:2						Sustitutivo del nº		
						Sustituido por el nº:		



4	Tornillos Allen M8 x 25	3	DIN 912	Acero (calidad 8.8)			
1	Retén de grasa SIMMERRING de 42 x 60 x 10	2	EPIDOR	SIMRIT 72 NBR/902			
1	Tapeta para eje de entrada	1		Fundición ENGJL-200	20183		
Piezas	Denominación y observaciones	Pos	Dibujo n.	Material	Mod.N	P.bru	P.net

	Fecha	Nombre
Dibujado		I. M. de Pascual
Calcado		I. M. de Pascual
Comprobado		

**EINA**  
ZARAGOZA

Escala:

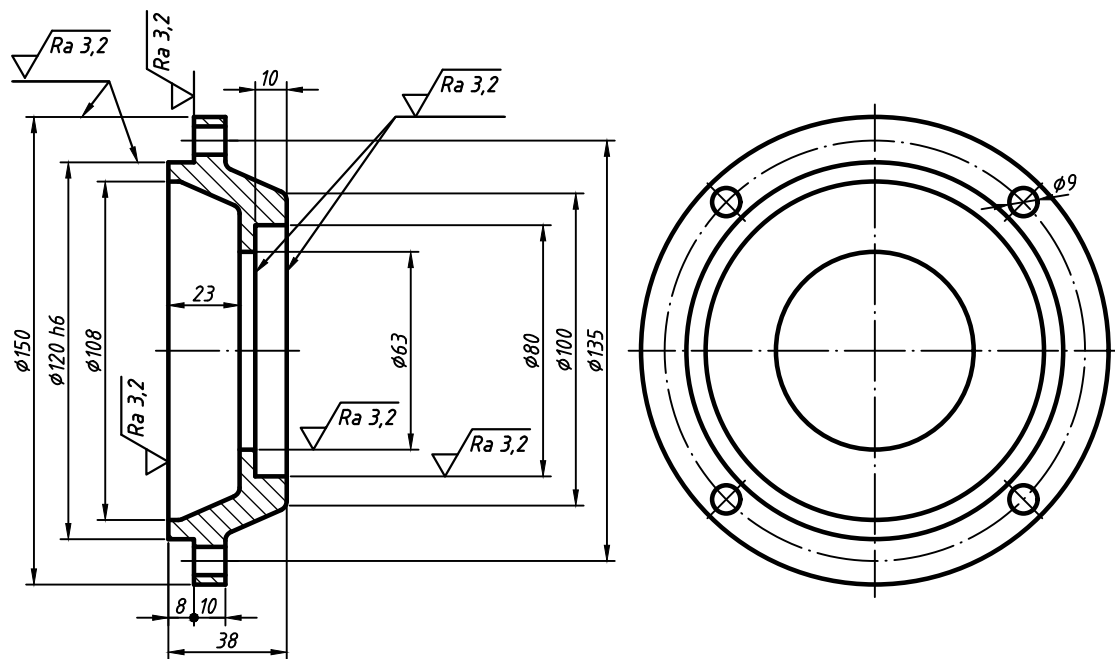
1:2

**Reductor con engranajes cilíndricos de dos  
escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m.  
Relación 7,88/1.  
Tapeta para eje de entrada.**

**2018-03**

Sustitutivo del nº

Sustituido por el nº:



4	Tornillos Allen M8 x 25	3	DIN 912	Acero (calidad 8.8)			
1	Retén de grasa SIMMERRING de 62 x 80 x 10	2	EPIDOR	SIMRIT 72 NBR/902			
1	Tapeta para el eje de salida	1		Fundición ENGJL-200	20184		
Piezas	Denominación y observaciones	Pos	Dibujo n.	Material	Mod.N	P.bruñ	P.net

	Fecha	Nombre
Dibujado		I. M. de Pascual
Calcado		I. M. de Pascual
Comprobado		

**EINA**  
ZARAGOZA

Escala:

1:2

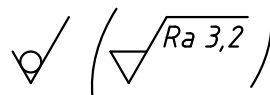
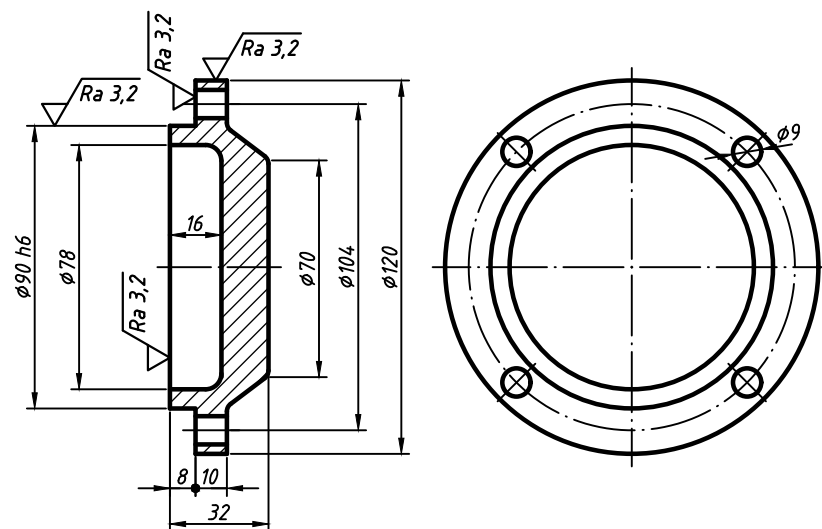
**Reductor con engranajes cilíndricos de dos escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m.  
Relación 7,88/1.  
Tapeta del eje de salida.**

**2018-04**

Sustitutivo del nº

Sustituido por el nº:





8	Tornillos Allen M8 x 25	2	DIN 912	Acero (calidad 8.8)			
2	Tapetas para el eje intermedio	1		Fundición ENGJL-200	20185		
Piezas	Denominación y observaciones	Pos	Dibujo n.	Material	Mod.N	P.bruñ	P.net

	Fecha	Nombre
Dibujado		I. M. de Pascual
Calcado		I. M. de Pascual
Comprobado		

**EINA**  
ZARAGOZA

Escala:

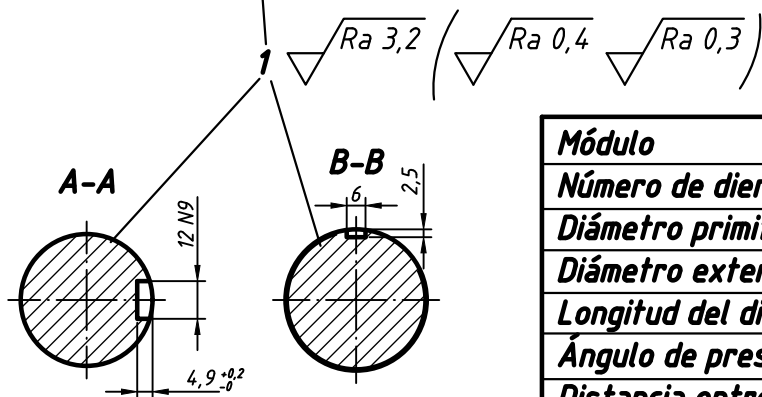
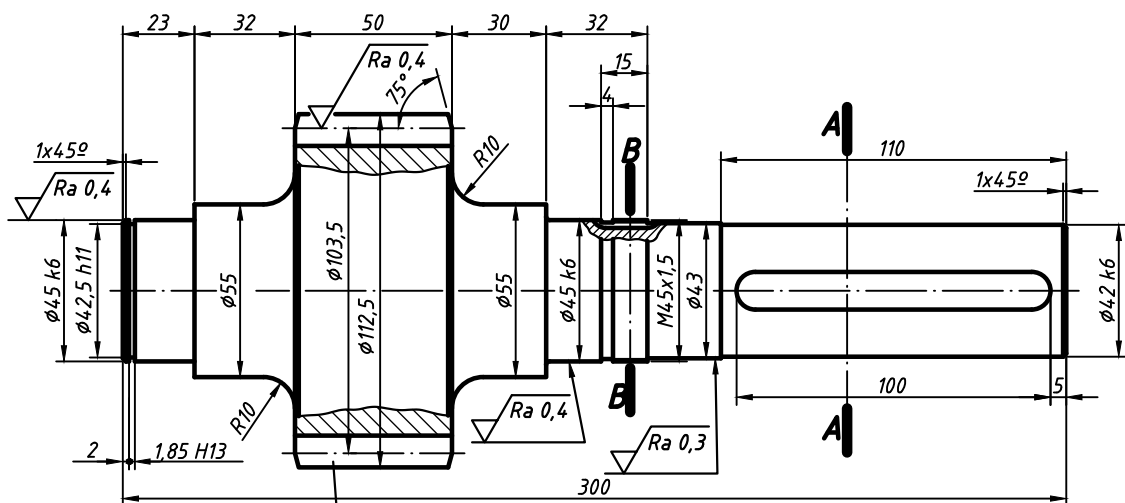
1:2

**Reductor con engranajes cilíndricos de dos  
escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m.  
Relación 7,88/1.  
Tapetas eje intermedio.**

**2018-05**

Sustitutivo del nº

Sustituido por el nº:



<b>Módulo</b>	<b>4,5</b>
<b>Número de dientes</b>	<b>23</b>
<b>Diámetro primitivo</b>	<b>103,5</b>
<b>Diámetro exterior</b>	<b>112,5</b>
<b>Longitud del diente</b>	<b>50</b>
<b>Ángulo de presión</b>	<b>20º</b>
<b>Distancia entre centros</b>	<b>198<sup>+0,065</sup></b>

1	Chaveta plana con inclinación de 12 x 8 x 100	6	DIN 6886	Acero			
1	Anillo elástico de seguridad para eje de 45	5	DIN 471	Acero			
1	Tuerca de fijación KM 9	4	Ref. SKF	Acero			
1	Arandela de retención MB 9	3	Ref. SKF	Acero			
2	Rodamientos de bolas a rótula SKF nº 1209 E	2	Ref. SKF	Acero			
1	Piñón 1º juego de engranajes	1		Acero 40 Cr Ni Mo 7			
Piezas	Denominación y observaciones	Pos	Dibujo n.	Material	Mod.N	P.bruf	P.net

	Fecha	Nombre
Dibujado		I. M. de Pascual
Calcado		I. M. de Pascual
Comprobado		

**EINA**  
**ZARAGOZA**

Escala:

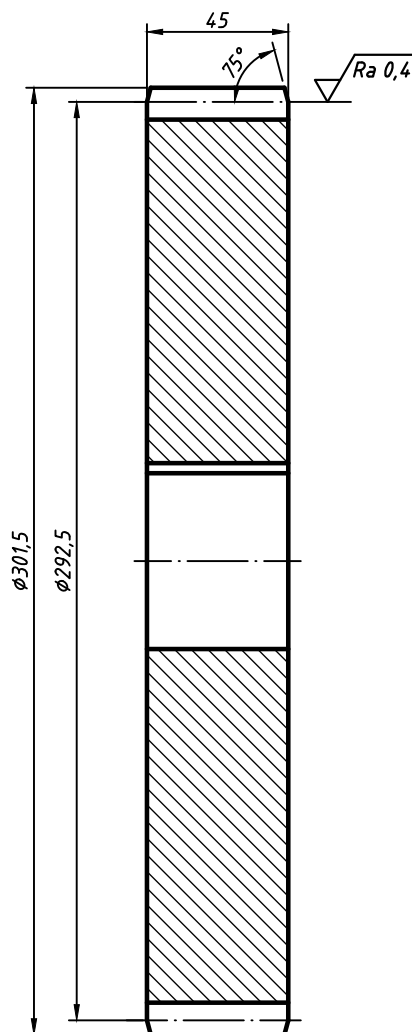
**1:2**

**Reductor con engranajes cilíndricos de dos escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m. Relación 7,88/1. Piñón 1º juego de engranajes.**

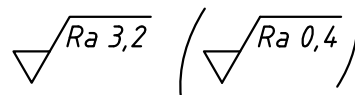
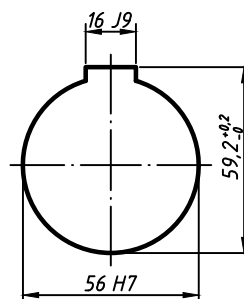
**2018-06**

Sustitutivo del nº

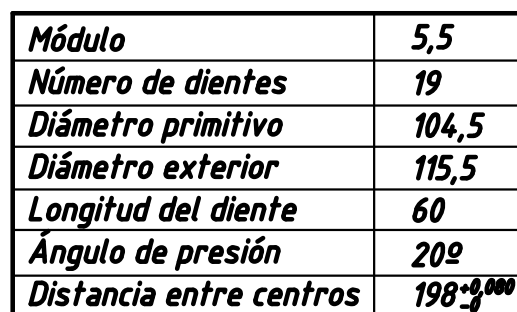
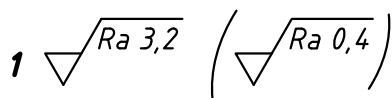
Sustituido por el nº:



<b>Módulo</b>	<b>4,5</b>
<b>Número de dientes</b>	<b>65</b>
<b>Diámetro primitivo</b>	<b>292,5</b>
<b>Diámetro exterior</b>	<b>301,5</b>
<b>Longitud del diente</b>	<b>45</b>
<b>Ángulo de presión</b>	<b>20°</b>
<b>Distancia entre centros</b>	<b>198 ± 0,065</b>



1	Corona 2º juego de engranajes	1		Acero C45E			
Piezas	Denominación y observaciones	Pos	Dibujo n.	Material	Mod.N	P.bruf	P.net
	Fecha	Nombre			<b>EINA</b> <b>ZARAGOZA</b>		
Dibujado		I. M. de Pascual					
Calcado		I. M. de Pascual					
Comprobado							
Escala:	<b>Reductor con engranajes cilíndricos de dos escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m. Relación 7,88/1. Corona 1º juego de engranajes.</b>				<b>2018-07</b>		
1:2					Sustitutivo del nº		
					Sustituido por el nº:		



1	Chaveta plana con inclinación de 16 x 10 x 35	7	DIN 6886	Acero			
1	Anillo elástico de seguridad para eje de 55	6	DIN 471	Acero			
1	Anillo elástico de seguridad para eje de 50	5	DIN 471	Acero			
1	Tuerca de fijación KM 9	4	Ref. SKF	Acero			
1	Arandela de retención MB 9	3	Ref. SKF	Acero			
2	Rodamientos de bolas a rótula SKF nº 1210 E	2	Ref. SKF	Acero			
1	Piñón 2º juego de engranajes	1		Acero 40 Cr Ni Mo 7			
Piezas	Denominación y observaciones	Pos	Dibujo n.	Material	Mod.N	P.bruñ	P.net

	Fecha	Nombre
Dibujado		I. M. de Pascual
Calcado		I. M. de Pascual
Comprobado		

**EINA**  
**ZARAGOZA**

**Escala:**

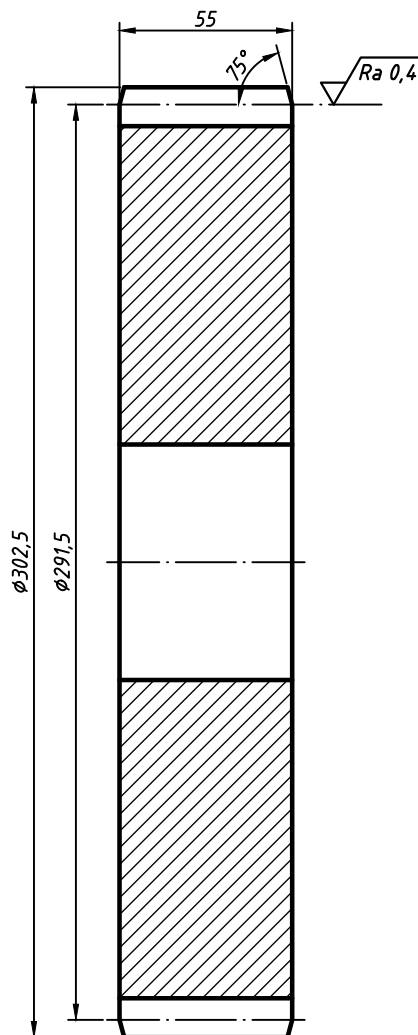
**1:2**

**Reductor con engranajes cilíndricos de dos  
escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m.  
Relación 7,88/1.  
Piñón 2º juego de engranajes.**

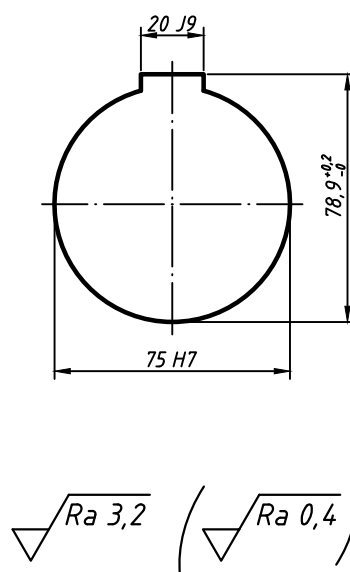
**2018-08**

*Sustitutivo del nº*

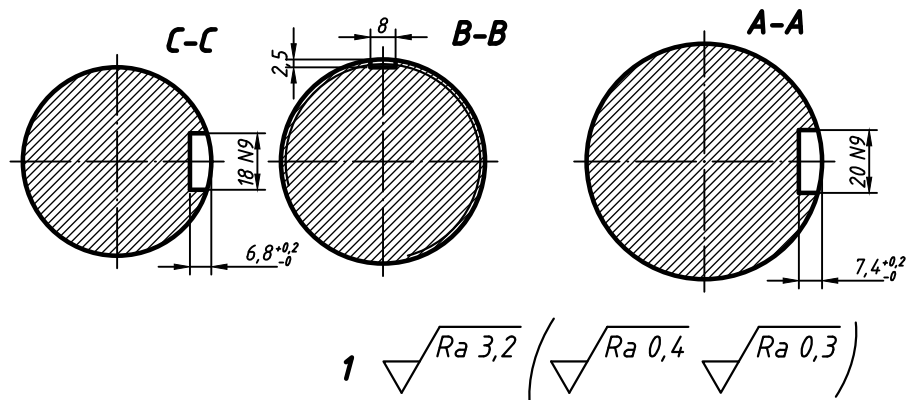
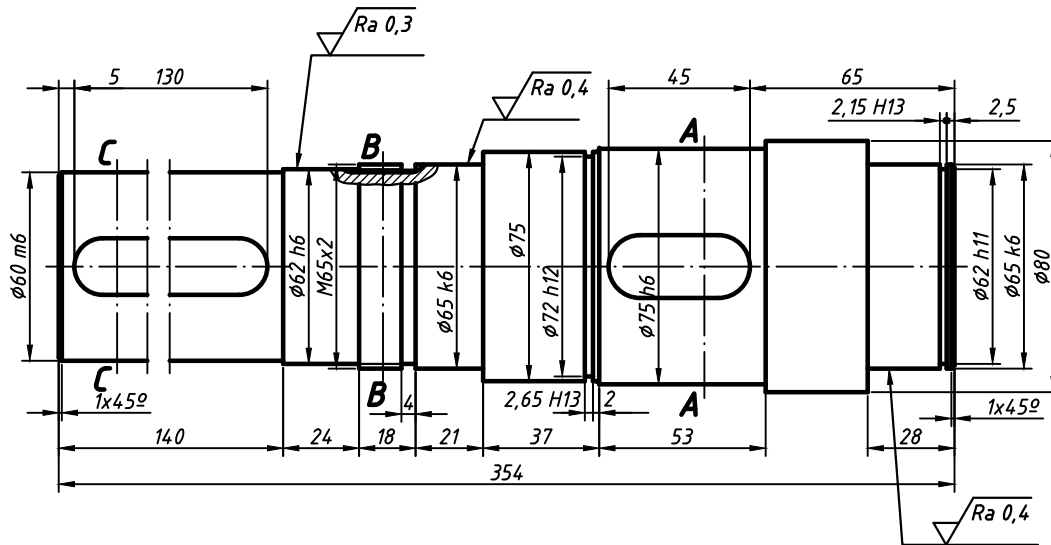
*Sustituido por el nº:*



<b>Módulo</b>	<b>5,5</b>
<b>Número de dientes</b>	<b>53</b>
<b>Diámetro primitivo</b>	<b>291,5</b>
<b>Diámetro exterior</b>	<b>302,5</b>
<b>Longitud del diente</b>	<b>55</b>
<b>Ángulo de presión</b>	<b>20°</b>
<b>Distancia entre centros</b>	<b>198 <math>\pm 0,000</math></b>



1	Corona 2º juego de engranajes	1		Acero C45E			
Piezas	Denominación y observaciones	Pos	Dibujo n.	Material	Mod.N	P.bruñ	P.net
	Fecha	Nombre			<b>EINA</b> <b>ZARAGOZA</b>		
Dibujado		I. M. de Pascual					
Calcado		I. M. de Pascual					
Comprobado							
Escala:	<b>Reductor con engranajes cilíndricos de dos escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m. Relación 7,88/1. Corona 2º juego de engranajes.</b>				<b>2018-09</b>		
1:2					Sustitutivo del nº		
					Sustituido por el nº:		



$$1 \sqrt{Ra 3,2} \left( \sqrt{Ra 0,4} \sqrt{Ra 0,3} \right)$$

1	Chaveta plana con inclinación de 18x11x130	8	DIN 6886	Acero			
1	Chaveta plana con inclinación de 20x12x45	7	DIN 6886	Acero			
1	Anillo elástico de seguridad para eje de 75	6	DIN 471	Acero			
1	Anillo elástico de seguridad para eje de 65	5	DIN 471	Acero			
1	Tuerca de fijación KM 13	4	Ref. SKF	Acero			
1	Arandela de retención MB 13	3	Ref. SKF	Acero			
2	Rodamientos de bolas a rótula SKF nº 1213 E	2	Ref. SKF	Acero			
1	Eje de salida	1		Acero C45E			
Piezas	Denominación y observaciones	Pos	Dibujo n.	Material	Mod.N	P.bruf	P.net

	Fecha	Nombre
Dibujado		I. M. de Pascual
Calcado		I. M. de Pascual
Comprobado		

**EINA**  
ZARAGOZA

Escala:

1:2

**Reductor con engranajes cilíndricos de dos  
escalonamientos, entrada a 15 CV 1000 r.p.m.  
Relación 6/1.  
Eje de salida.**

**2018-10**

Sustitutivo del nº

Sustituido por el nº:



# CONCLUSIÓN

El presente trabajo se basa en el diseño y fabricación de un reductor de velocidad, el cual tiene dos principales propósitos, reducir la velocidad del eje de entrada que va enlazada por la relación de transmisión y aumentar el momento torsor. La principal utilidad para la ingeniería de nuestros días será como mecanismo de transmisión y que a su vez han sido diseñados con el mismo diámetro que otros electromotores con las mismas características (revoluciones y potencia).

Personalmente, me ha resultado muy instructivo realizar este proyecto y todo el proceso que ha supuesto su desarrollo, desde la idea inicial hasta llegar a la consecución de las condiciones propuestas inicialmente, aplicando los conocimientos de cuatro años de formación, además de ampliar y mejorar tanto en el ámbito de la expresión gráfica y en el análisis a fatiga.





# ANEXOS

## **ÍNDICE**

Anexo 1: Regla Vagma .....	99
Anexo 2: Tabla de Poncelet .....	106
Anexo 3: Catálogo de motor de 15 C.V. y 1000 r.p.m. Eje de 42 mm .....	108
Anexo 4: Catálogo de motor de 15 C.V. y 1000 r.p.m. Eje de 60 mm .....	110
Anexo 5: Catálogo SKF. Tabla 2 .....	112
Anexo 6: Catálogo rodamientos SKF.....	114



# Anexo 1:

# Regla Vagma

## REGLA VAGMA N.º 2 (5.ª edición)

### CALCULO DE LOS ENGRANAJES RECTOS

#### INSTRUCCIONES DE MANEJO

En la cara 1 aparecen las dimensiones de los engranajes rectos con dentado normal en evolvente, con dentado corregido Stub, así como los de dentado de paso inglés.

La claridad de los dibujos, así como la adecuada disposición de las ventanas, hacen sumamente sencilla la determinación de estos valores, evitando cualquier error.

Para operar, se desplazará la lengüeta hasta conseguir que en la ventana del *Módulo M* (o del *Diametral Pitch DP*) aparezca, bien centrado, el valor deseado. Entonces, bajo las restantes ventanas del dentado que interesa conocer, aparecerán los valores correspondientes.

En la cara 2 de la regla se encuentran tres secciones distintas. Una de ellas, situada en la parte inferior central, permite conocer, en función del *Módulo M*, las tolerancias de tallado del engranaje (espesor y altura de diente) y asimismo las tolerancias de la distancia entre ejes de piñón y rueda.

En otra sección se encuentran los *factores de velocidad*  $K_v$  correspondientes a los valores de la *velocidad tangencial*  $V_t$  en metros/seg. Estos factores han sido obtenidos mediante la fórmula

$$K_v = \frac{3}{3 + V_t}$$

Finalmente, en la sección situada en el ángulo superior derecho, se pueden obtener los valores del *factor de diente*  $K_d$  que depende del número y forma de los dientes (evolvente con ángulo de presión  $\alpha$  de  $14^\circ 30'$  o de  $20^\circ$  o dentado Stub).

Los factores de velocidad y de diente son necesarios para efectuar el cálculo de los engranajes. En el ejemplo que se desarrolla a continuación se indica el proceso de cálculo.

**EJEMPLO.**—Calcular una pareja de engranajes rectos de dentado métrico normal en evolvente, con ángulo de presión de  $20^\circ$ , para transmitir una potencia  $P = 12$  CV entre dos ejes paralelos que han de distar  $D_c = 590$  mm aproximadamente, sabiendo que las velocidades

angulares han de ser: la del piñón  $n = 90$  r. p. m. y la de la rueda  $N = 30$  r. p. m. El material será hierro fundido. Apoyos ordinarios.

$$\text{Relación de velocidades: } i = \frac{n}{N} = \frac{90}{30} = 3$$

$$\text{Radio primitivo del piñón: } r_p = \frac{D_c}{1+i} = \frac{590}{1+3} = 147,5 \text{ mm}$$

$$\text{Radio primitivo de la rueda: } R_p = D_c - r_p = 590 - 147,5 = 442,5 \text{ mm}$$

$$\text{Velocidad tangencial: } V_t = \frac{2\pi r_p \cdot n}{1.000 \times 60} = \frac{2 \times 3,14 \times 147,5 \times 90}{1.000 \times 60} = 1,39 \text{ m/seg.}$$

Después de comprobar sobre la cara 2 de la regla los valores del factor de velocidad correspondientes a las velocidades de 1 y de 1,5 m/seg. se adopta como factor de velocidad  $K_v = 0,68$ .

$$\text{Presión sobre el diente: } F = \frac{75 P}{V_t} = \frac{75 \times 12}{1,39} = 647 \text{ kg.}$$

Antes de pasar a calcular el módulo  $M$ , se adoptan sobre las tablas de la lengüeta los siguientes valores:

$$\text{Carga de seguridad para hierro fundido } K_s = 4 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{Longitud de diente } L = AM = 10 M \quad (A = 10)$$

Asimismo, tomando como base inicial para el cálculo un número de dientes del piñón  $z = 38$ , el coeficiente de diente que le corresponde, con un perfil de diente evolvente  $\alpha = 20^\circ$ , es  $K_z = 0,122$ .

$$\text{Módulo } M = \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot A K_s K_v K_z}} = \sqrt{\frac{647}{3,14 \times 10 \times 4 \times 0,68 \times 0,122}} = \sim 8$$

$$\text{Número de dientes del piñón: } z = \frac{d_p}{M} = \frac{2 \times 147,5}{8} = 37$$

número casi exacto al inicialmente tomado para el cálculo.

$$\text{Número de dientes de la rueda: } Z = i z = 3 \times 37 = 111$$

$$\text{Distancia entre ejes corregida: } D_c = \frac{Z + z}{2} M = \frac{111 + 37}{2} \times 8 = 592 \text{ mm}$$

valor muy aproximado al dado como dato del ejemplo.

#### COMPROBACIONES

Esfuerzo que puede transmitir el diente:

$$F' = \pi M \cdot AM \cdot K_s K_v K_z = 3,14 \times 8 \times 10 \times 8 \times 4 \times 0,68 \times 0,122 = 642 \text{ kg,}$$

valor que hace ver que es necesario alargar ligeramente el diente para que pueda transmitir los 647 kg.

$$L' = L \frac{F}{F'} = 10 \times 8 \frac{647}{642} = 81 \text{ mm}$$

**VAGMA - Particular de Indauchu, 11 - BILBAO**



### UTILIZACION

El dentado generalmente usado es el normal de perfil en evolvente con ángulo de presión  $\alpha = 20^\circ$ . En la cara 2 de la lengüeta se indica el número mínimo de dientes.

El dentado con diente bajo **Stub** deberá ser utilizado cuando los engranajes tengan que realizar trabajos duros o vayan a ser sometidos a bruscos cambios del sentido de giro.

Las dimensiones en milímetros, salvo el DIAMETRAL PITCH, que está en pulgadas.

## DIMENSIONES DE LOS ENGRANAJES RECTOS







CALCULO DE ENGRANAJES			
Relación de velocidades	$i = \frac{n}{N} = \frac{Z}{z}$	—	
Radio primitivo	Piñón	$r_p = \frac{D_c}{1+i}$	mm
	Rueda	$R_p = D_c - r_p$	mm
Velocidad tangencial	$V_t = \frac{2 \pi r_p}{1000} \times \frac{n}{60}$	m/seg.	
Presión sobre el diente	$F = \frac{75 P}{V_t} (1)$	Kg	
Módulo	(2) $M = \sqrt{\frac{F}{\pi A K_s K_v K_z}}$	mm	
Número de dientes de piñón (z) y rueda (Z)	$z = \frac{d_p}{M}$ $Z = \frac{D_p}{M}$		

(1) P = Potencia transmitida en CV.  
(2) El módulo se deduce de la fórmula  
 **$F = \pi M \cdot A M \cdot K_s K_v K_z$**

A = Relación entre la longitud del diente y el módulo (ver en la lengüeta).  
K<sub>s</sub> = Carga de seguridad del material (ver en la lengüeta)  
K<sub>z</sub> y K<sub>v</sub> = Factores de diente y de velocidad.

Factor de velocidad  $\left\{ \begin{array}{l} V_t = \text{Velocidad tangencial} \quad \text{m/seg} \\ K_v = \frac{3}{3 + V_t} = \end{array} \right.$

TOLERANCIAS DE TALLADO

Factor de diente  $\left\{ \begin{array}{l} z = \text{N.º de dientes del piñón} \\ K_z = \left\{ \begin{array}{l} \text{Evolvente } 14^\circ 30' \\ \text{Evolvente } 20^\circ \\ \text{Dentado Stub} \end{array} \right. \end{array} \right.$

CLASE DE DIENTE

2

**NOTA.** Los valores de las tolerancias de tallado y de la distancia entre ejes están dados en milésimas de milímetro.



	79,80	63,84	53,20	45,60	39,88	35,47	31,92	29,00	26,60	22,80	19,95	15,98	13,30	11,40	9,97	8,87	7,98	7,25	6,65	5,7	4,99	4,43	3,99	3,63	3,32	3,07	2,85	2,66			
	39,90	31,92	26,60	22,79	19,95	17,73	15,96	14,51	13,30	11,40	9,97	7,98	6,65	5,70	4,99	4,43	3,99	3,63	3,32	2,85	2,49	2,21	1,99	1,81	1,66	1,54	1,43	1,33			
	55,02	44,01	38,67	31,43	27,51	24,45	22,00	20,00	18,34	15,72	13,75	11,00	9,17	7,88	6,88	6,11	5,50	5,00	4,59	3,91	3,44	3,08	2,75	2,48	2,30	2,13	1,97	1,85			
	29,62	23,69	19,74	16,92	14,81	13,16	11,85	10,76	9,87	8,46	7,40	5,92	4,94	4,23	3,70	3,29	2,96	2,69	2,47	2,10	1,85	1,65	1,48	1,33	1,24	1,15	1,06	1,01			
	25,40	20,32	16,93	14,51	12,7	11,29	10,16	9,24	8,47	7,26	6,35	5,08	4,23	3,63	3,17	2,82	2,54	2,31	2,12	1,81	1,59	1,41	1,27	1,15	1,06	0,98	0,91	0,85			
	3,142	3,927	4,712	5,498	6,283	7,069	7,854	8,639	9,425	10,21	10,99	11,78	12,57	14,14	15,71	17,28	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42	34,56	37,70	40,84	43,98	47,12	50,26	56,55	62,83	69,11	75,40
	1	1 1/4	1 1/2	1 3/4	2	2 1/4	2 1/2	2 3/4	3	3 1/2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30			
	1,571	1,963	2,356	2,749	3,142	3,534	3,927	4,319	4,712	5,105	5,498	5,89	6,283	7,07	7,854	8,639	9,425	10,99	12,57	14,14	15,71	17,28	18,85	20,42	21,99	23,56	25,13	26,70	31,42	34,55	37,70
0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,6	4	4,4	4,8	5,6	6,4	7,2	8	8,8	9,6	10,4	11,2	12	12,8	14,4	16	17,6	19,2	
	2,17	2,71	3,25	3,79	4,33	4,88	5,41	5,96	6,50	7,04	7,58	8,18	8,67	9,75	10,83	11,92	13,00	15,17	17,33	19,50	21,67	23,83	26,00	28,17	30,33	32,5	34,67	39,00	43,33	47,67	52,00
	1,8	2,25	2,7	3,15	3,6	4,05	4,50	4,95	5,4	5,85	6,3	6,75	7,2	8,1	9,00	9,9	10,8	12,6	14,4	16,2	18,00	19,8	21,6	23,4	25,2	27,00	28,8	32,4	36,00	39,6	43,2
1,17	1,46	1,75	2,04	2,33	2,63	2,91	3,21	3,5	3,79	4,08	4,38	4,67	5,25	5,83	6,42	7	8,17	9,33	10,50	11,67	12,83	14,00	15,17	16,33	17,5	18,67	21,00	23,33	25,67	28,00	
	1 1/4	1 1/2	1 3/4	2	2 1/4	2 1/2	2 3/4	3	3 1/4	3 1/2	3 3/4	4	4 1/2	5	5 1/2	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	22	24	





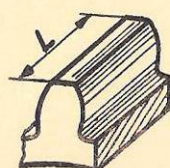
Carga de seguridad en Kg/mm<sup>2</sup>

MATERIAL	Ks
Fundición 1. <sup>a</sup> calidad.....	3,5 a 4,5
Acero moldeado.....	5 a 9,6
Acero dulce.....	8 a 14
Acero aleado.....	10 a 14 (1)
Acero herramientas (templado).....	14 a 28 (1)
(1) El valor más alto corresponde al acero Cromo-Níquel cementado.	

0,25	0,50	0,75	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	25
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	23	25	27	30	34	38	43	50	60	75	100	150	300	∞
0,923	0,857	0,80	0,75	0,66	0,60	0,50	0,428	0,375	0,333	0,30	0,272	0,25	0,23	0,214	0,2	0,187	0,176	0,167	0,158	0,15	0,143	0,136	0,13	0,12	0,107
0,056	0,061	0,067	0,071	0,074	0,078	0,080	0,083	0,085	0,086	0,088	0,092	0,094	0,097	0,099	0,101	0,104	0,106	0,109	0,111	0,113	0,115	0,117	0,119	0,122	0,124
0,064	0,072	0,078	0,083	0,088	0,092	0,094	0,096	0,098	0,100	0,102	0,104	0,106	0,108	0,111	0,114	0,118	0,122	0,126	0,130	0,134	0,138	0,142	0,146	0,150	0,154
0,083	0,092	0,099	0,103	0,108	0,111	0,115	0,117	0,120	0,123	0,125	0,127	0,130	0,133	0,136	0,139	0,142	0,145	0,147	0,151	0,154	0,158	0,161	0,165	0,170	0,175

-110	-115	-120	-126	-131	-136	-142	-147	-152	-158	-163	-168	-174	-184	-195	-205	-216	-237	-258	-280	-301	-322	-343	-364	-386	-407	-428	-470	-513	-555	-597
-66	-70	-74	-78	-82	-86	-90	-94	-98	-102	-106	-110	-114	-122	-130	-138	-146	-162	-178	-194	-210	-226	-242	-258	-274	-290	-306	-338	-370	-402	-434
1	1 1/4	1 1/2	1 3/4	2	2 1/4	2 1/2	2 3/4	3	3 1/4	3 1/2	3 3/4	4	4 1/2	5	5 1/2	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	22	24
+36	+46	+55	+64	+73	+82	+91	+100	+109	+119	+128	+137	+146	+164	+182	+200	+219	+256	+292	+328	+365	+401	+437	+473	+510	+547	+584	+657	+730	+802	+875
+22	+27	+33	+38	+44	+49	+55	+60	+66	+72	+77	+84	+88	+99	+110	+120	+131	+153	+175	+197	+219	+241	+263	+284	+306	+328	+350	+394	+438	+482	+525

+14	+18	+22	+26	+29	+33	+36	+40	+43	+47	+50	+53	+57	+65	+72	+80	+88	+100	+117	+131	+145	+160	+174	+189	+204	+219	+234	+263	+292	+321	+350
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

MATERIAL	Ks		Longitud de diente		Número mínimo de dientes para evolvente con $\alpha = 20^\circ$				$\beta = \text{ángulo de recubrimiento}$
			L = AM	Valor A	Piñón		Rueda		
					veloc. tangencial	Z mínimo	Dentado exterior	Dentado interior	
Bronce ordinario.....	5 a 6		CONDICIONES	10	Grande ( $> 12$ m/seg) y esfuerzo F considerable.	16 ( $\beta > 1,5$ )	La suma de dientes $Z + z$ ha de ser como mínimo $24 (\beta < 1)$		Dientes de la rueda $Z \geq z + 10$
Bronce fosforoso.....	7 a 8								
Metal delta forjado.....	11								
Madera.....	0,8 a 2,3								
Cuero verde.....	2 a 3								
Baquelita, Fibrotex, etc....	1,75 a 2,4		Apoyos ordinarios.....	15 a 20	Mediana (0,8 a 4 m/seg) ...	12			
			Buen asiento en cojinetes rígidos	hasta 30	Pequeña ( $< 0,8$ m/seg) ..	10			
			Asiento en cojinetes de rodillos						



# Anexo 2:

# Tabla de Poncelet

$\frac{M_i}{M_f}$	$\xi$
0,01	1,00003
0,05	1,00081
0,1	1,00324
0,15	1,00727
0,2	1,01287
0,25	1,02
0,3	1,02862
0,35	1,03866
0,4	1,05
0,45	1,06278
0,5	1,07672
0,55	1,09183
0,6	1,10803
0,65	1,12525
0,7	1,14343
0,75	1,1625
0,8	1,18241
0,85	1,20309
0,9	1,22449
0,95	1,24655
1	1,26924
1,05	1,2925
1,1	1,3163
1,15	1,34058
1,2	1,36533
1,25	1,39051
1,3	1,41608
1,35	1,44202
1,4	1,46831
1,45	1,49491
1,5	1,52181
1,55	1,54898
1,6	1,57642
1,65	1,60409

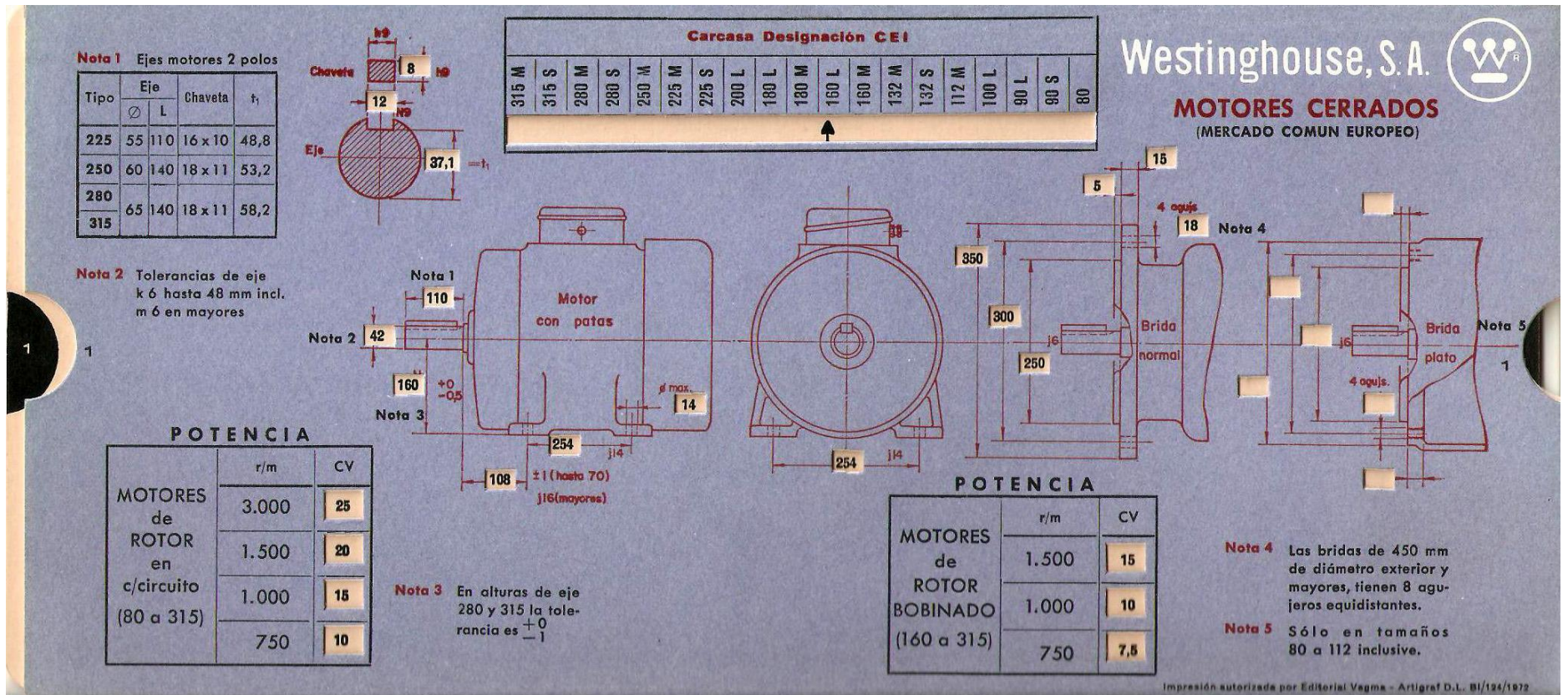
$\frac{M_i}{M_f}$	$\xi$
1,7	1,632
1,75	1,66012
1,8	1,68844
1,85	1,71693
1,9	1,74561
1,95	1,77445
2	1,80345
2,05	1,83259
2,1	1,86186
2,15	1,89127
2,2	1,92044
2,25	1,95044
2,3	1,98019
2,35	2,01
2,4	2,04
2,45	2,07
2,5	2,10018
2,55	2,1304
2,6	2,16069
2,65	2,19106
2,7	2,22151
2,75	2,25202
2,8	2,28259
2,85	2,31323
2,9	2,34392
2,95	2,37468
3	2,40549
3,05	2,43635
3,1	2,46725
3,15	2,4982
3,2	2,5292
3,25	2,56024
3,3	2,59132
3,35	2,62245

$\frac{M_i}{M_f}$	$\xi$
3,4	2,65362
3,45	2,68482
3,5	2,71604
3,55	2,7473
3,6	2,7786
3,65	2,80993
3,7	2,84129
3,75	2,87268
3,8	2,9041
3,85	2,93554
3,9	2,96701
3,95	2,9985
4	3,03002
4,05	3,06156
4,1	3,09313
4,15	3,12471
4,2	3,15672
4,25	3,16794
4,3	3,21959
4,35	3,25125
4,4	3,28293
4,45	3,31463
4,5	3,34675
4,55	3,37809
4,6	3,40984
4,65	3,44161
4,7	3,47339
4,75	3,50518
4,8	3,53699
4,85	3,56881
4,9	3,60065
4,95	3,6325
5	3,66437

# Anexo 3:

## Catálogo de motor de 15 C.V. y 1000 *r.p.m.* Eje de 42 *mm*





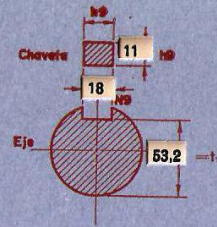
# Anexo 4:

## Catálogo de motor de 15 C.V. y 1000 *r.p.m.* Eje de 60 *mm*



**Nota 1** Ejes motores 2 polos

Tipo	Eje		Chaveta	t <sub>1</sub>
	Ø	L		
225	55	110	16 x 10	48,8
250	60	140	18 x 11	53,2
280	65	140	18 x 11	58,2
315				



**Nota 2** Tolerancias de eje  
k 6 hasta 48 mm incl.  
m 6 en mayores

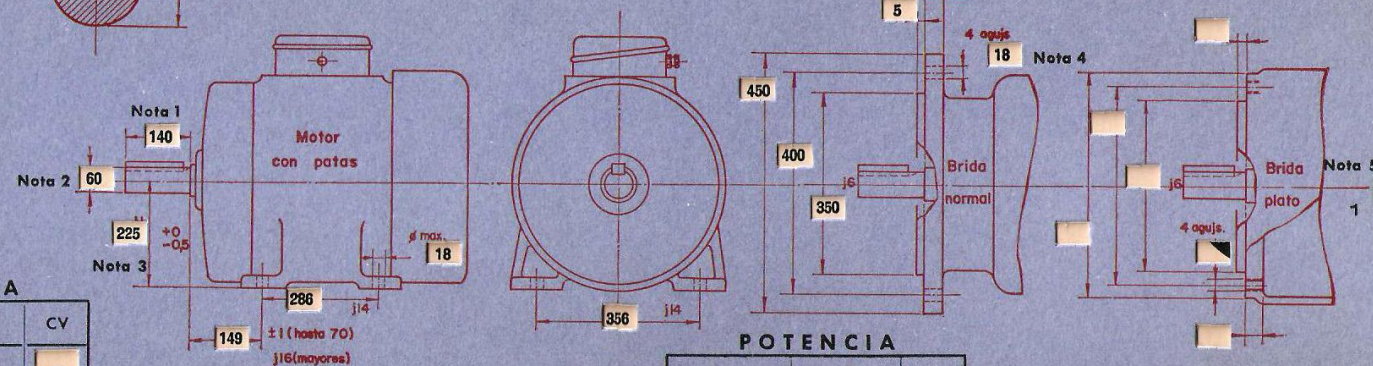
POTENCIA		
	r/m	CV
MOTORES de ROTOR en c/circuito (80 a 315)	3.000	—
	1.500	50
	1.000	—
	750	25

**Nota 3** En alturas de eje 280 y 315 la tolerancia es  $\begin{smallmatrix} +0 \\ -1 \end{smallmatrix}$

**Carcasa Designación CEI**

315 M	315 S	280 M	280 S	250 M	225 M	225 S	200 L	180 L	180 M	160 L	160 M	132 M	132 S	112 M	100 L	90 L	80 S	60
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	------	------	----

↑



## POTENCIA

MOTORES de ROTOR BOBINADO (160 a 315)	r/m	CV
	1.500	—
	1.000	—
	750	—

**Nota 4** Las bridas de 450 mm de diámetro exterior y mayores, tienen 8 agujeros equidistantes.

**Nota 5** Sólo en tamaños 80 a 112 inclusive.

Impresión autorizada por Editorial Vagma - Artigraf D.L. BI/124/1972



# Anexo 5:

## Catálogo SKF.

### Tabla 2





Tabla 2 Rodamientos de bolas – relación C/P para diferentes vidas  $L_{10h}$  (horas de servicio)  
a diferentes velocidades  $n$  (r/min)

$L_{10h}$	C/P cuando $n =$														
	50	100	125	150	200	250	300	400	500	600	750	900	1 000	1 200	1 500
100	0,67	0,84	0,91	0,97	1,06	1,14	1,22	1,34	1,44	1,53	1,65	1,75	1,82	1,93	2,08
500	1,14	1,44	1,55	1,65	1,82	1,96	2,08	2,29	2,47	2,62	2,82	3,00	3,11	3,30	3,56
1 000	1,44	1,82	1,96	2,08	2,29	2,47	2,62	2,88	3,11	3,30	3,56	3,78	3,91	4,16	4,48
1 250	1,55	1,96	2,11	2,24	2,47	2,66	2,82	3,11	3,35	3,56	3,83	4,07	4,22	4,48	4,83
1 600	1,69	2,13	2,29	2,43	2,68	2,88	3,07	3,37	3,63	3,86	4,16	4,42	4,58	4,87	5,24
2 000	1,82	2,29	2,47	2,62	2,88	3,11	3,30	3,63	3,91	4,16	4,48	4,76	4,93	5,24	5,65
2 500	1,96	2,47	2,66	2,82	3,11	3,35	3,56	3,91	4,22	4,48	4,83	5,13	5,31	5,65	6,08
3 200	2,13	2,68	2,88	3,07	3,37	3,63	3,86	4,25	4,58	4,87	5,24	5,57	5,77	6,13	6,60
4 000	2,29	2,88	3,11	3,30	3,63	3,91	4,16	4,58	4,93	5,24	5,65	6,00	6,21	6,60	7,11
5 000	2,47	3,11	3,35	3,56	3,91	4,22	4,48	4,93	5,31	5,65	6,08	6,46	6,69	7,11	7,66
6 300	2,66	3,36	3,62	3,84	4,23	4,55	4,84	5,33	5,74	6,10	6,57	6,98	7,23	7,68	8,28
8 000	2,88	3,63	3,91	4,16	4,58	4,93	5,24	5,77	6,21	6,60	7,11	7,56	7,83	8,32	8,96
10 000	3,11	3,91	4,22	4,48	4,93	5,31	5,65	6,21	6,69	7,11	7,66	8,14	8,43	8,96	9,65
12 500	3,35	4,22	4,54	4,83	5,31	5,72	6,08	6,69	7,21	7,66	8,25	8,77	9,09	9,65	10,4
16 000	3,63	4,58	4,93	5,24	5,77	6,21	6,60	7,27	7,83	8,32	8,96	9,52	9,86	10,5	11,3
20 000	3,91	4,93	5,31	5,65	6,21	6,69	7,11	7,83	8,43	8,96	9,65	10,3	10,6	11,3	12,2
25 000	4,22	5,31	5,72	6,08	6,69	7,21	7,66	8,43	9,09	9,65	10,4	11,1	11,4	12,2	13,1
32 000	4,58	5,77	6,21	6,60	7,27	7,83	8,32	9,16	9,86	10,5	11,3	12,0	12,4	13,2	14,2
40 000	4,93	6,21	6,69	7,11	7,83	8,43	8,96	9,86	10,6	11,3	12,2	12,9	13,4	14,2	15,3
50 000	5,31	6,69	7,21	7,66	8,43	9,09	9,65	10,6	11,4	12,2	13,1	13,9	14,4	15,3	16,5
63 000	5,74	7,23	7,79	8,28	9,11	9,81	10,4	11,5	12,4	13,1	14,2	15,0	15,6	16,6	17,8
80 000	6,21	7,83	8,43	8,96	9,86	10,6	11,3	12,4	13,4	14,2	15,3	16,3	16,9	17,9	19,3
100 000	6,69	8,43	9,09	9,65	10,6	11,4	12,2	13,4	14,4	15,3	16,5	17,5	18,2	19,3	20,8
200 000	8,43	10,6	11,4	12,2	13,4	14,4	15,3	16,9	18,2	19,3	20,8	22,1	22,9	24,3	26,2

$L_{10h}$	C/P cuando $n =$														
	1 800	2 000	2 500	3 000	3 600	4 000	5 000	6 000	8 000	10 000	12 000	15 000	20 000	30 000	40 000
100	2,21	2,29	2,47	2,62	2,78	2,88	3,11	3,30	3,63	3,91	4,16	4,48	4,93	5,65	6,21
500	3,78	3,91	4,22	4,48	4,76	4,93	5,31	5,65	6,21	6,69	7,11	7,66	8,43	9,65	10,6
1 000	4,76	4,93	5,31	5,65	6,00	6,21	6,69	7,11	7,83	8,43	8,96	9,65	10,6	12,2	13,4
1 250	5,13	5,31	5,72	6,08	6,46	6,69	7,21	7,66	8,43	9,09	9,65	10,4	11,4	13,1	14,4
1 600	5,57	5,77	6,21	6,60	7,02	7,27	7,83	8,32	9,16	9,86	10,5	11,3	12,4	14,2	15,7
2 000	6,00	6,21	6,69	7,11	7,56	7,83	8,43	8,96	9,86	10,6	11,3	12,2	13,4	15,3	16,9
2 500	6,46	6,69	7,21	7,66	8,14	8,43	9,09	9,65	10,6	11,4	12,2	13,1	14,4	16,5	18,2
3 200	7,02	7,27	7,83	8,32	8,84	9,16	9,86	10,5	11,5	12,4	13,2	14,2	15,7	17,9	19,7
4 000	7,56	7,83	8,43	8,96	9,52	9,86	10,6	11,3	12,4	13,4	14,2	15,3	16,9	19,3	21,3
5 000	8,14	8,43	9,09	9,65	10,3	10,6	11,4	12,2	13,4	14,4	15,3	16,5	18,2	20,8	22,9
6 300	8,80	9,11	9,81	10,4	11,1	11,5	12,4	13,1	14,5	15,6	16,6	17,8	19,6	22,5	24,7
8 000	9,52	9,86	10,6	11,3	12,0	12,4	13,4	14,2	15,7	16,9	17,9	19,3	21,3	24,3	26,8
10 000	10,3	10,6	11,4	12,2	12,9	13,4	14,4	15,3	16,9	18,2	19,3	20,8	22,9	26,2	28,8
12 500	11,1	11,4	12,3	13,1	13,9	14,4	15,5	16,5	18,2	19,6	20,8	22,4	24,7	28,2	31,1
16 000	12,0	12,4	13,4	14,2	15,1	15,7	16,9	17,9	19,7	21,3	22,6	24,3	26,8	30,7	33,7
20 000	12,9	13,4	14,4	15,3	16,3	16,9	18,2	19,3	21,3	22,9	24,3	26,2	28,8	33,0	36,3
25 000	13,9	14,4	15,5	16,5	17,5	18,2	19,6	20,8	22,9	24,7	26,2	28,2	31,1	35,6	39,1
32 000	15,1	15,7	16,9	17,9	19,0	19,7	21,3	22,6	24,9	26,8	28,5	30,7	33,7	38,6	42,5
40 000	16,3	16,9	18,2	19,3	20,5	21,3	22,9	24,3	26,8	28,8	30,7	33,0	36,3	41,6	45,8
50 000	17,5	18,2	19,6	20,8	22,1	22,9	24,7	26,1	28,8	31,1	33,0	35,6	39,1	44,8	49,3
63 000	18,9	19,6	21,1	22,5	23,9	24,7	26,6	28,3	31,2	33,6	35,7	38,4	42,3	48,4	53,3
80 000	20,5	21,3	22,9	24,3	25,9	26,8	28,8	30,7	33,7	36,3	38,6	41,6	45,8	52,4	57,7
100 000	22,1	22,9	24,7	26,2	27,8	28,8	31,1	33,0	36,3	39,1	41,6	44,8	49,3	56,5	62,1
200 000	27,8	28,8	31,1	33,0	35,1	36,3	39,1	41,6	45,8	49,3	52,4	56,5	62,1	71,1	78,3

SKF

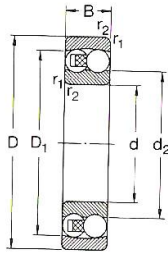


# Anexo 6:

# Catálogo

# rodamientos SKF

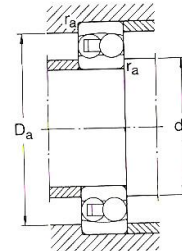
Rodamientos de bolas a rótula  
d 30-55 mm



Agujero cilíndrico



Agujero cónico  
conicidad 1:12 en diámetro

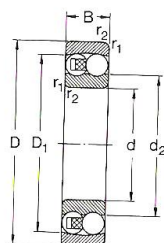


Dimensiones principales			Capacidad de carga dinám.		Carga límite de fatiga	Velocidad nominal		Masa	Designaciones	
d	D	B <sup>1)</sup>	C	C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Lubricación con grasa	aceite	kg	Rodamientos con agujero cilíndrico	agujero cónico
mm			N		N	r/min				
30	62	16	15 600	4 650	240	10 000	13 000	0,22	1206 E	1206 EK
	62	20	23 800	6 700	345	9 500	12 000	0,26	2206 E	2206 EK
	72	19	22 500	6 800	355	9 000	11 000	0,39	1306 E	1306 EK
	72	27	31 200	8 800	450	8 500	10 000	0,50	2306 E	2306 K
	90	28	59 200	17 000	865	6 700	8 000	1,00	1406	-
35	72	17	19 000	6 000	305	9 000	11 000	0,32	1207 E	1207 EK
	72	23	30 700	8 800	455	8 500	10 000	0,40	2207 E	2207 EK
	80	21	26 500	8 500	430	7 500	9 000	0,51	1307 E	1307 EK
	80	31	39 700	11 200	585	7 000	8 500	0,68	2307 E	2307 EK
	100	30	62 400	18 000	930	6 300	7 500	1,30	1407	-
40	80	18	19 900	6 950	355	8 500	10 000	0,42	1208 E	1208 EK
	80	23	31 900	10 000	510	7 500	9 000	0,51	2208 E	2208 EK
	90	23	33 800	11 200	570	6 700	8 000	0,72	1308 E	1308 EK
	90	33	54 000	16 000	815	6 300	7 500	0,93	2308 E	2308 EK
	110	33	76 100	23 600	1 200	5 300	6 300	1,70	1408	-
45	85	19	22 900	7 800	400	7 500	9 000	0,47	1209 E	1209 EK
	85	23	32 500	10 800	540	7 000	8 500	0,55	2209 E	2209 EK
	100	25	39 000	13 400	695	6 300	7 500	0,96	1309 E	1309 EK
	100	36	63 700	19 300	1 000	5 600	6 700	1,25	2309 E	2309 EK
	120	35	88 400	27 500	1 400	5 000	6 000	2,15	1409	-
50	90	20	26 500	9 150	475	7 000	8 500	0,53	1210 E	1210 EK
	90	23	33 800	11 200	570	6 300	7 500	0,60	2210 E	2210 EK
	110	27	43 600	14 000	720	5 600	6 700	1,20	1310 E	1310 EK
	110	40	63 700	20 000	1 040	5 300	6 300	1,65	2310	2310 K
	130	37	101 000	32 000	1 630	4 800	5 600	2,65	1410	-
55	100	21	27 600	10 600	540	6 300	7 500	0,71	1211 E	1211 EK
	100	25	39 000	13 400	695	6 000	7 000	0,81	2211 E	2211 EK
	120	29	50 700	18 000	915	5 000	6 000	1,60	1311 E	1311 EK
	120	43	76 100	24 000	1 250	4 800	5 600	2,10	2311	2311 K
	140	40	111 000	36 500	1 860	4 300	5 000	3,25	1411	-

Otras dimensiones				Dimensiones de resaltes			Factores de cálculo			
d	d <sub>2</sub>	D <sub>1</sub>	r <sub>1,2</sub> min	d <sub>a</sub> min	D <sub>a</sub> max	r <sub>a</sub> max	e	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>0</sub>
mm				mm			-			
30	40,1	53	1	35	57	1	0,25	2,5	3,9	2,5
	38,8	55	1	35	57	1	0,33	1,9	3	2
	44,9	60,9	1,1	36,5	65,5	1	0,25	2,5	3,9	2,5
	41,7	60,9	1,1	36,5	65,5	1	0,44	1,4	2,2	1,4
	46,3	75,8	1,5	38	82	1,5	0,40	1,6	2,4	1,6
35	47	62,3	1,1	41,5	65,5	1	0,23	2,7	4,2	2,8
	45,3	64,2	1,1	41,5	65,5	1	0,31	2	3,1	2,2
	51,5	69,5	1,5	43	72	1,5	0,25	2,5	3,9	2,5
	46,5	68,4	1,5	43	72	1,5	0,46	1,35	2,1	1,4
	53,2	83,8	1,5	43	92	1,5	0,37	1,7	2,6	1,8
40	53,6	68,8	1,1	46,5	73,5	1	0,22	2,9	4,5	2,8
	52,4	71,6	1,1	46,5	73,5	1	0,28	2,2	3,5	2,5
	61,5	81,5	1,5	48	82	1,5	0,23	2,7	4,2	2,8
	53,7	79,2	1,5	48	82	1,5	0,40	1,6	2,4	1,6
	60	93,4	2	49	101	2	0,35	1,8	2,8	1,8
45	57,5	73,7	1,1	51,5	78,5	1	0,21	3	4,6	3,2
	55,3	74,6	1,1	51,5	78,5	1	0,26	2,4	3,7	2,5
	67,7	89,5	1,5	53	92	1,5	0,23	2,7	4,2	2,8
	60,1	87,4	1,5	53	92	1,5	0,33	1,9	3	2
	66,4	103	2	54	111	2	0,35	1,8	2,8	1,8
50	62,3	79,5	1,1	56,5	83,5	1	0,21	3	4,6	3,2
	61,5	81,5	1,1	56,5	83,5	1	0,23	2,7	4,2	2,8
	70,1	95	2	59	101	2	0,24	2,6	4,1	2,8
	65,8	94,4	2	59	101	2	0,43	1,5	2,3	1,6
	71,2	111	2,1	61	119	2	0,35	1,8	2,8	1,8
55	70,1	88,4	1,5	63	95	1,5	0,19	3,3	5,1	3,6
	67,7	89,5	1,5	63	92	1,5	0,23	2,7	4,2	2,8
	77,7	104	2	64	111	2	0,23	2,7	4,2	2,8
	72	103	2	64	111	2	0,40	1,6	2,4	1,6
	79,4	120	2,1	66	129	2	0,33	1,9	3	2

<sup>1)</sup> En los rodamientos 1406 a 1411, inclusive, las bolas sobresalen de las caras laterales, ver tabla en página 260

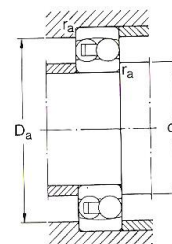
**Rodamientos de bolas a rótula**  
**d 60-90 mm**



Agujero cilíndrico



Agujero cónico  
conicidad 1:12 en diámetro



Dimensiones principales			Capacidad de carga		Carga límite de fatiga $P_u$	Velocidad nominal		Masa	Designaciones	
d	D	B <sup>1)</sup>	dinám.	estát.		Lubricación con grasa	aceite		Rodamientos con agujero cilíndrico	Rodamientos con agujero cónico
mm			N	$C_0$	N	r/min		kg		
60	110	22	31 200	12 200	620	5 600	6 700	0,90	1212 E	1212 EK
	110	28	48 800	17 000	880	5 300	6 300	1,10	2212 E	2212 EK
	130	31	58 500	22 000	1 120	4 500	5 300	1,95	1312 E	1312 EK
	130	46	87 100	28 500	1 460	4 500	5 300	2,60	2312	2312 K
	150	42	125 000	41 500	2 160	3 800	4 500	3,95	1412	-
65	120	23	35 100	14 000	720	5 300	6 300	1,15	1213 E	1213 EK
	120	31	57 200	20 000	1 020	5 000	6 000	1,45	2213 E	2213 EK
	140	33	65 000	25 500	1 250	4 300	5 000	2,45	1313 E	1313 EK
	140	48	95 600	32 500	1 660	4 000	4 800	3,25	2313	2313 K
70	125	24	34 500	13 700	710	5 000	6 000	1,25	1214	-
	125	31	44 200	17 000	880	4 800	5 600	1,50	2214	-
	150	35	74 100	27 500	1 340	4 000	4 800	3,00	1314	-
	150	51	111 000	37 500	1 860	3 800	4 500	3,90	2314	-
75	130	25	39 000	15 600	800	4 800	5 600	1,35	1215	1215 K
	130	31	44 200	18 000	900	4 500	5 300	1,60	2215	2215 K
	160	37	79 300	30 000	1 430	3 800	4 500	3,55	1315	1315 K
	160	55	124 000	43 000	2 040	3 400	4 000	4,70	2315	2315 K
80	140	26	39 700	17 000	830	4 500	5 300	1,65	1216	1216 K
	140	33	65 000	25 500	1 250	4 000	4 800	2,00	2216 E	2216 EK
	170	39	88 400	33 500	1 500	3 600	4 300	4,20	1316	1316 K
	170	58	135 000	49 000	2 240	3 200	3 800	6,10	2316	2316 K
85	150	28	48 800	20 800	980	4 000	4 800	2,05	1217	1217 K
	150	36	58 500	23 600	1 120	3 800	4 500	2,50	2217	2217 K
	190	41	97 500	38 000	1 700	3 400	4 000	5,00	1317	1317 K
	180	60	140 000	51 000	2 280	3 000	3 600	7,05	2317	2317 K
90	160	30	57 200	23 600	1 080	3 800	4 500	2,50	1218	1218 K
	160	40	70 200	28 500	1 320	3 600	4 300	3,40	2218	2218 K
	190	43	117 000	44 000	1 930	3 200	3 800	5,80	1318	1318 K
	190	64	153 000	57 000	2 500	2 800	3 400	8,45	2318	2318 K

Otras dimensiones				Dimensiones de resaltes			Factores de cálculo			
d	$d_2$	$D_1$	$r_{1,2}$ min	$d_a$ min	$D_a$ max	$r_a$ max	e	$Y_1$	$Y_2$	$Y_0$
mm				mm			-			
60	78	97,6	1,5	68	102	1,5	0,19	3,3	5,1	3,6
	74,5	98,6	1,5	68	102	1,5	0,24	2,6	4,1	2,8
	87	115	2,1	71	119	2	0,23	2,7	4,2	2,8
	76,9	112	2,1	71	119	2	0,33	1,9	3	2
	85	128	2,1	71	139	2	0,33	1,9	3	2
65	85,3	106	1,5	73	112	1,5	0,18	3,5	5,4	3,6
	80,7	107	1,5	73	112	1,5	0,24	2,6	4,1	2,8
	89	127	2,1	76	129	2	0,22	2,9	4,5	2,8
	85,5	122	2,1	76	129	2	0,37	1,7	2,6	1,8
	97,7	129	2,1	81	139	2	0,22	2,9	4,5	2,8
70	91,6	130	2,1	81	139	2	0,37	1,7	2,6	1,8
	87,4	109	1,5	78	117	1,5	0,18	3,5	5,4	3,6
	87,5	111	1,5	78	117	1,5	0,27	2,3	3,8	2,5
	97,7	129	2,1	81	139	2	0,22	2,9	4,5	2,8
	91,6	130	2,1	81	139	2	0,37	1,7	2,6	1,8
75	93	116	1,5	83	122	1,5	0,17	3,7	5,7	4
	93,1	117	1,5	83	122	1,5	0,25	2,5	3,9	2,5
	104	136	2,1	86	149	2	0,22	2,9	4,5	2,8
	97,8	139	2,1	86	149	2	0,37	1,7	2,6	1,8
	101	125	2	89	131	2	0,16	3,9	6,1	4
80	99	127	2	89	131	2	0,22	2,9	4,5	2,8
	109	147	2,1	91	159	2	0,22	2,9	4,5	2,8
	104	148	2,1	91	159	2	0,37	1,7	2,6	1,8
	107	134	2	94	141	2	0,17	3,7	5,7	4
	105	133	2	94	141	2	0,25	2,5	3,9	2,5
85	117	158	3	98	167	2,5	0,22	2,9	4,5	2,8
	111	157	3	98	167	2,5	0,37	1,7	2,6	1,8
	112	142	2	99	151	2	0,17	3,7	5,7	4
	112	142	2	99	151	2	0,27	2,3	3,6	2,5
	122	165	3	103	177	2,5	0,22	2,9	4,5	2,8
90	115	164	3	103	177	2,5	0,37	1,7	2,6	1,8

<sup>1)</sup> En los rodamientos 1318 (K) y 1412, las bolas sobresalen de las caras laterales, ver tabla en página 260