



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado en Finanzas y Contabilidad

ANÁLISIS DEL RIESGO DE MERCADO EN SERIES  
FINANCIERAS: UN ESTUDIO COMPARATIVO

Autor

**Mario Sevilla Marco**

Directores

Manuel Salvador Figueras y Jesús Ángel Miguel Álvarez

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Zaragoza

Julio 2018



## **RESUMEN:**

El objetivo principal de este trabajo es el cálculo del VaR (Valor de Riesgo) de series financieras desde un enfoque tradicional histórico o con modelos econométricos ARMA-GARCH con diferentes distribuciones para las innovaciones. Se presentan los métodos históricos (paramétrico y no paramétrico) y el método econométrico, éste último desde una perspectiva paramétrica o mediante un método Monte Carlo de simulación de las noticias futuras. Finalmente se han aplicado estos métodos de cálculo del VaR a dos índices de mercado, como el IBEX 35 y el DAX 30, y al precio de una acción particular cotizada, como el BBVA para horizontes de 1 día, 1 semana y 1 mes.

Se ha realizado un método *rolling* extra-muestral que nos permitiera comparar los métodos de cálculo del VaR mediante un análisis gráfico y numérico que evalúa el número de fallos y su cuantía. Los resultados obtenidos muestran la superioridad de los métodos econométricos sin que se aprecie la existencia de diferencias significativas entre los VaRs calculados mediante el método del Monte Carlo y el método paramétrico.

**Palabras clave:** VaR, ARMA, GARCH, Evaluación predictiva, Series Temporales, Monte Carlo.

## **ABSTRACT:**

The main objective of the present paper is to estimate the VaR (Value at Risk) in financial series from a traditional approach or with ARMA-GARCH econometric models with different distributions for innovations. We present traditional methods (parametric and non-parametric) and the econometric method, from a parametric perspective or through a Monte Carlo method of simulating future news. These methods have been implemented to calculate the VaR for two market indexes, such as the IBEX 35 and the DAX 30, and for the price of a particular share, such as BBVA, for three horizons: 1 day, 1 week and 1 month.

An out-sampling rolling method has been carried out that allows us to evaluate the estimated VaR with future returns by means of graphical and numerical methods that let evaluate the number of violations and their amount. Our results show that econometric models have a greater adaptive capacity to the financial series and, therefore, the calculated VaR presents a better behavior. Besides, VaR calculated by Monte Carlo and parametric methods have similar performance.

**Keywords:** VaR, ARMA, GARCH, Backtesting forecast, Time Series, Monte Carlo

## ÍNDICE

|  |    |
|--|----|
| 1. INTRODUCCIÓN.....                                   | 4  |
| 2. MÉTODOS DE CÁLCULO.....                             | 5  |
| 2.1. MÉTODO HISTÓRICO.....                             | 5  |
| 2.2. MÉTODO ECONOMÉTRICO: ARMA-GARCH.....              | 6  |
| 3. CÁLCULO DEL VaR A PARTIR DEL MODELO ARMA-GARCH..... | 9  |
| 3.1. MÉTODO PARAMÉTRICO.....                           | 9  |
| 3.2. MÉTODO DE MONTE CARLO .....                       | 10 |
| 4. ESTUDIO EMPÍRICO .....                              | 11 |
| 4.1. DATOS.....  | 11 |
| 4.2. ESTUDIO EXPLORATORIO DE LOS MERCADOS .....        | 12 |
| 4.3. ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS ARMA-GARCH.....         | 14 |
| 4.3.1. ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS ARMA.....             | 14 |
| 4.3.2. ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS GARCH.....            | 15 |
| 4.4. EVALUACIÓN DEL VAR ESTIMADO POR LOS MODELOS.....  | 19 |
| 4.4.1. RESULTADOS DEL ÍNDICE IBEX 35 .....             | 23 |
| 4.4.2. RESULTADOS DEL ÍNDICE DAX 30.....               | 25 |
| 4.4.3. RESULTADOS DE BBVA .....                        | 26 |
| 5. CONCLUSIONES.....                                   | 27 |
| 6. BIBLIOGRAFÍA.....                                   | 28 |

## 1. INTRODUCCIÓN

Dada la inestabilidad de los mercados en los años de recesión económica, se ha dado especial importancia al riesgo financiero de los mercados. Tras el acuerdo de Basilea I firmado en 1988 se dio más importancia al riesgo de crédito estableciéndose que el capital mínimo de las entidades bancarias debía ser el 8% del total de los activos de riesgo.

El acuerdo de Basilea II, aprobado en 2004, estableció tres pilares fundamentales. En el primero, se requería un análisis en profundidad de los riesgos de crédito, de mercado y el operativo. El segundo pilar requería un proceso de supervisión bancaria, vigilando los coeficientes mínimos de capital, control de estrategias de cálculo de riesgos y su supervisión, y revisión del control interno. El tercer pilar requería que se suministrase la información clara y transparente sobre políticas de gestión de riesgos.

Por último, el acuerdo Basilea III aprobado en 2010, acordó con las entidades tener la obligación de realizar simulacros de distintos escenarios de la economía para así poder comprobar la estabilidad de sus balances con el fin de evaluar de qué capital tendrían que disponer para evitar una quiebra en el caso de otra nueva recesión económica. Se establecieron una serie de recomendaciones como el aumento de la calidad del volumen de capital para así asegurar su mayor capacidad a la hora de absorber pérdidas, la modificación de los criterios de cálculo de los riesgos consiguiendo disminuir el nivel de exposición real y, por último, la constitución de colchones de capital durante los tiempos de crecimiento permitiendo hacer frente al cambio de ciclo económico.

Una de las medidas propuestas por Basilea (2004, 2011 y 2012) para calcular sus requerimientos de capital para cubrir su riesgo de mercado fue el Valor en Riesgo (denotado como VaR, iniciales de su expresión en inglés *Value at Risk*).

El VaR es el “peor escenario” posible de pérdidas con un horizonte de tiempo, condiciones normales del mercado y un nivel de confianza determinado. Sirve para determinar el capital que debe tener una entidad financiera para mantener reservas por si existieran posibles pérdidas inesperadas del mercado, recesiones económicas, etc. Su expresión matemática para un horizonte  $h$  y un nivel de confianza  $1-\alpha$ , con  $0 < \alpha < 1$  fijados de antemano, viene dada por:

$$P\{R_{t+h} \leq VaR_{t+h,\alpha} | I_t\} = \alpha$$

donde  $R_t$  es la rentabilidad del activo financiero e  $I_t$  denota la información disponible hasta el periodo  $t$ . Por lo tanto,  $VaR_{t+h,\alpha}$  es el cuantil  $\alpha$  de la distribución de las rentabilidades futuras a un horizonte  $h$  predichas con la información disponible en el periodo  $t$ .

Después de la segunda mitad de los 90, el VaR fue adquiriendo mayor reconocimiento como medida del riesgo de mercado de activos o portfolio. Esto se debió a su sencillez de concepto y a la facilidad de interpretación, al ser una estimación de la máxima pérdida posible, para un horizonte de tiempo y un nivel de confianza determinados. El horizonte de tiempo depende del uso que le vayamos a dar pudiendo variar desde varias horas hasta un año. El nivel de confianza dependerá del regulador, siendo lo más común emplear niveles de confianza del 95%, 99% o 99.9%.

El objetivo del trabajo es analizar el comportamiento de diferentes métodos de cálculo del VaR para un conjunto de activos financieros, realizando una evaluación numérica y gráfica del mismo.

La estructura del trabajo está dividida en tres partes. En la primera parte describiremos, brevemente, los dos métodos de cálculo empleados en el trabajo: el método histórico y el método econométrico basado en el uso de modelos ARMA-GARCH. En la segunda parte aplicaremos dichos métodos al cálculo del VaR en modelos ARMA-GARCH mediante el uso de aproximaciones paramétricas y del método de Monte Carlo. Finalmente, en la tercera parte aplicaremos los métodos descritos a un conjunto de series financieras y llevaremos a cabo una evaluación numérica y gráfica de sus resultados. Se incluyen, además, dos anexos: en el anexo I se muestran algunos resultados del análisis estadístico de las series financieras adicionales a los expuestos en el trabajo; en el anexo II se muestran los listados de los programas informáticos escritos en R utilizados en el trabajo.

## **2. MÉTODOS DE CÁLCULO**

En este apartado vamos a describir los métodos de cálculo utilizados en el trabajo. El primer método es el llamado *método histórico o tradicional* que se basa en utilizar los valores pasados de la serie sin hacer ninguna hipótesis acerca de su evolución a lo largo del tiempo. El segundo es el llamado *método econométrico* que se basa en utilizar un modelo estadístico dinámico (en nuestro caso el modelo ARMA-GARCH) que describe la evolución dinámica de la distribución de los valores de la serie y, en particular, de su media y su volatilidad.

### **2.1. MÉTODO HISTÓRICO**

El método histórico es el método más sencillo de todos los que vamos a estudiar. Se basa en los valores pasados de la serie sin hacer hipótesis explícitas acerca de la forma en que evoluciona su distribución a lo largo del tiempo. Este método tiene la ventaja de su sencillez pero, tiene una gran desventaja: al no hacer hipótesis sobre la evolución a lo largo del tiempo de la distribución de los valores futuros de la serie, no tiene en cuenta el horizonte de futuro, calculando el mismo VaR para todos los horizontes de predicción, lo cual es claramente poco realista.

El método histórico no paramétrico no supone, además, ninguna distribución concreta para las rentabilidades y se limita a emplear la función de distribución empírica

de las rentabilidades pasadas. Para calcular el VaR se ordenan de menor a mayor los datos pasados de la serie financiera y se obtiene el cuantil correspondiente, es decir, el valor ordenado que deja el  $100\alpha\%$  de las observaciones por debajo de él.

Los métodos históricos paramétricos, por su parte, utilizan una distribución de probabilidad para los valores futuros de la serie, cuyos parámetros se estiman mediante los datos pasados de la misma. Así, el método delta-normal o método varianza-covarianza supone una distribución normal para la serie, cuya media y desviación típica se estiman mediante la media  $\hat{\mu}$  y la desviación típica (volatilidad)  $\hat{\sigma}$  de sus valores pasados. El cálculo del VaR se obtendría mediante el cuantil calculado con las estimaciones obtenidas de forma que:

$$VaR_{t+h,\alpha} = \hat{\mu} - z_{\alpha}\hat{\sigma}$$

donde  $z_{\alpha}$  es el cuantil  $1-\alpha$  de la distribución normal estándar.

La mayoría de series financieras se caracterizan por un exceso de curtosis, es decir, por tener pérdidas o ganancias inesperadas mayores que lo que correspondería a una distribución normal. Esto obligó a emplear distribuciones leptocúrticas siendo la distribución t de Student la más utilizada. En este caso, el cálculo del VaR se basaría en el cuantil de dicha distribución y vendría dado por:

$$VaR_{t+h,\alpha} = \hat{\mu} - t_{\hat{\nu},\alpha}\hat{\sigma}$$

donde  $t_{\hat{\nu},\alpha}$  es el cuantil  $1-\alpha$  de la distribución t de Student con  $\hat{\nu}$  grados de libertad, y  $\hat{\nu}$  se obtiene igualando la curtosis de la distribución,  $\frac{6}{\hat{\nu}-4}$  a la curtosis de los valores pasados de la serie.

## 2.2. MÉTODO ECONOMETRICO: ARMA-GARCH

El método econométrico se basa en utilizar un modelo que describe la evolución de la rentabilidad del activo a lo largo del tiempo para, a partir de ahí, poder calcular su VaR mediante su distribución predictiva para un horizonte dado.

Desde la perspectiva de que una serie financiera de rentabilidades  $\{R_t ; t = 1, \dots, T\}$  es un proceso estocástico y, por lo tanto, es un conjunto de variables aleatorias relacionadas entre sí, el modelo estimado nos permitirá construir las predicciones futuras a partir de la distribución  $R_{T+h}|I_T$  donde h es el horizonte de predicción. En este trabajo utilizaremos los modelos autorregresivos de medias móviles, denotados por ARMA(p,q), los cuales describen el comportamiento de la rentabilidad media teniendo en cuenta la relación entre las rentabilidades observadas y las noticias no esperadas (errores) ocurridas en el pasado. Su expresión matemática viene dada por:

$$\phi_p(B)R_t = \mu + \theta_q(B)\varepsilon_t \text{ con } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma)$$

siendo  $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  un polinomio de orden p,  $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  un polinomio de orden q y B es el operador retardo ( $B^j R_t =$

$R_{t-j}$ ). Por lo tanto, la rentabilidad actual  $R_t$  dependerá linealmente de las últimas  $p$  rentabilidades ocurridas  $\{R_{t-1}, \dots, R_{t-p}\}$  y de las  $q$  últimas noticias no esperadas o errores aleatorios producidos  $\{\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}\}$ . Estos errores representan un ruido blanco homocedástico, con media cero y varianza constante en el tiempo.

Para que el modelo sea estacionario y podamos estimarlo correctamente, tendremos que exigir que las raíces del polinomio  $\phi_p(B)$  de la parte autorregresiva tengan módulo mayor que 1 y, además, que sea invertible, para lo que es necesario que las raíces  $\theta_q(B)$  del polinomio de la parte móvil tengan también un módulo mayor que 1.

La identificación de los posibles modelos ARMA se basa en la construcción de las funciones de autocorrelación (ACF) y de autocorrelación parcial (PACF) de las rentabilidades diarias observadas  $R_t$ , los cuales se muestran en el Anexo I para los datos analizados en el trabajo. Una vez identificado el modelo, estimaremos sus parámetros mediante el método de la máxima verosimilitud (MLE), analizaremos la significatividad estadística de sus coeficientes y validaremos sus residuos con el objetivo de analizar la bondad de ajuste del modelo. Finalmente, utilizaremos criterios de selección de modelos que tienen en cuenta, por un lado, la bondad de ajuste a los datos y, por el otro, su grado de parsimoniosidad (medida por su número de parámetros) tales como, por ejemplo, los criterios de información de Akaike (AIC) y de información Bayesiano (BIC) que nos permitirán seleccionar el modelo óptimo.

En las series financieras el principal problema es que suelen ser heterocedásticas (volatilidad cambiante en el tiempo), sobre todo si la frecuencia de observación es alta. Por tanto, al no ser la varianza de la serie constante en el tiempo, será necesario desarrollar un modelo que capture los movimientos temporales en la volatilidad de la serie. En concreto, Engle (1982) fue el pionero en este campo y propuso un proceso autorregresivo para los cuadrados de la serie de rentabilidades, introduciendo la familia de modelos ARCH (iniciales de *Autoregressive Conditional Heteroscedastic*). Sin embargo, se observó que era necesario un gran número de parámetros para una correcta especificación de dicho proceso, dada la persistencia de las noticias no esperadas. Bollerslev (1986) propuso una generalización de los procesos ARCH, la familia de modelos GARCH (iniciales de *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*) que permitían introducir un polinomio de los retardos de la varianza condicional similar a la parte de medias móviles de la media de la rentabilidad. Concretamente un modelo GARCH(r,s) para una serie financiera  $Y_t$  viene expresado por la ecuación:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t \quad \text{con } \varepsilon_t | I_{t-1} \sim [0, \sigma_t^2]$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^r \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

donde  $I_{t-1}$  es el conjunto de información disponible hasta el instante  $t-1$  y  $[0, \sigma_t^2]$  denota una distribución de media cero y varianza condicional  $\sigma_t^2$ .



Para que el proceso esté bien definido se debe cumplir que  $\omega > 0$  y la suma de los coeficientes  $\alpha_i$  y  $\beta_j$  sean menor que 1. Se tiene que:

$$E[Y_t | I_{t-1}] = \mu$$

$$V[Y_t | I_{t-1}] = \sigma_t^2$$

Por lo tanto, la rentabilidad media condicional es constante en el tiempo. Sin embargo, la varianza condicional o volatilidad del mercado es cambiante en el tiempo y su valor depende de las últimas  $s$  volatilidades  $\{\sigma_{t-i}^2; i = 1, \dots, s\}$  y de las  $r$  últimas noticias o errores cuadráticos no esperados en el pasado  $\{\varepsilon_{t-i}^2; i = 1, \dots, r\}$ .

El modelo GARCH(r,s) anterior se puede formular como un proceso ARMA de los residuos cuadráticos de la serie:

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-1}^2 - \sum_{j=1}^s \beta_j v_{t-j} + v_t \quad \text{con } v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$$

donde  $m = \max\{r, s\}$ . Por lo tanto, podemos emplear los métodos de identificación, estimación y predicción tradicionales de los modelos ARMA, que han sido ampliamente estudiados, para estudiar la varianza condicional de los mercados financieros. Además, podemos combinar la modelización en media de los modelos ARMA con la explicación de la volatilidad porque ambos procesos son asintóticamente independientes. Esta nueva herramienta permite explicar las características principales de una serie financiera, rentabilidad media y volatilidad, mediante un modelo global llamado ARMA(p,q)-GARCH(r,s) cuya expresión vendría dada por:

$$\Phi_p(B)R_t = \mu + \Theta_q(B)\varepsilon_t \quad \text{con } \varepsilon_t \sim [0, \sigma_t^2]$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^r \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

La forma de la distribución del error se suele especificar de antemano y en la literatura se suelen utilizar la distribución normal, la  $t$  de Student o la Exponencial Generalizada (GED) junto con sus correspondientes versiones asimétricas SNORM, SSTD y SGED (Tsay, 2013).

La identificación del modelo ARMA y del modelo GARCH se puede realizar de forma independiente para determinar los órdenes más recomendables para cada una de las partes con el fin de recoger las dependencias lineales que existan tanto en la media como en la varianza condicional. La estimación se realizará por máxima verisimilitud, estimando puntualmente todos los parámetros necesarios con sus correspondientes errores para contrastar su significatividad. Asimismo, se pueden conseguir criterio de selección de modelos, como el AIC y el BIC, y realizar un análisis residual para validar el modelo propuesto. La bondad de ajuste a los datos se analiza mediante los residuos tipificados  $u_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \sim [0, 1]$  que deberán ser un ruido blanco homocedástico con media 0 y varianza 1 si el modelo está bien especificado.

### 3. CÁLCULO DEL VaR A PARTIR DEL MODELO ARMA-GARCH

El cálculo del VaR dependerá de la distribución predictiva de la rentabilidad diaria a un horizonte determinado, que no tiene que coincidir con la distribución de probabilidad asignada a los errores del modelo planteado. Por lo tanto, una vez determinado el modelo econométrico que puede explicar de forma conveniente los movimientos de las rentabilidades y sus respectivas volatilidades será necesario calcular la distribución predictiva correspondiente. Para ello, la literatura tradicional propone dos alternativas para calcular la distribución condicional de  $R_{t+h}$  a la información disponible  $I_t$ . Por un lado, podemos emplear la distribución paramétrica del modelo planteado y, por otro lado, utilizaremos un método Monte Carlo a partir del modelo estimado mediante simulaciones aleatorias de los errores futuros que se cometerán.

En las subsecciones siguientes se explicará cada una de las alternativas planteadas para construir la distribución de probabilidad predictiva y cómo se obtendría el VaR.

#### 3.1. MÉTODO PARAMÉTRICO

Para facilitar la comprensión del método y dado que bastantes series financieras se ajustan a él, vamos a suponer que tenemos un modelo MA (1)-GARCH (1,1) estimado y admitiremos que la distribución predictiva es una variable normal, por lo cual solo necesitaríamos conocer su media y su desviación típica. Ambas expresiones se pueden obtener mediante operaciones básicas del modelo, teniendo en cuenta que en el instante  $t$  es conocido el error y la volatilidad del mercado.

Así, si el horizonte de predicción es igual a 1, la media y varianza condicional se expresan:

$$E[R_{t+1}|I_t] = \mu + \theta \varepsilon_t$$

$$V[R_{t+1}|I_t] = \sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha \varepsilon_t^2 + \beta \sigma_t^2$$

Si el horizonte de predicción  $h$  es mayor que 1, las expresiones de la media y la varianza condicional se obtienen de forma recursiva:

$$E[R_{t+h}|I_t] = \mu$$

$$V[R_{t+h}|I_t] = \omega + (\alpha + \beta)V[R_{t+h-1}|I_t] = \omega \frac{1-(\alpha+\beta)^{h-1}}{1-(\alpha+\beta)} + (\alpha + \beta)^{h-1} \sigma_{t+1}^2$$

Por lo tanto, el cuantil de orden  $\alpha$ 100% se calcularía de la siguiente forma:

$$VaR_{t+h;\alpha} = E[R_{t+h}|I_t] - z_\alpha \sqrt{V[R_{t+h}|I_t]}$$

De forma similar a los métodos tradicionales, podríamos sustituir el percentil de la distribución normal estándar por el correspondiente a una t de Student cuyos grados de libertad se estimarían por el método de la máxima verosimilitud.

### 3.2. MÉTODO DE MONTE CARLO

La hipótesis de normalidad de la distribución predictiva es muy difícil de justificar incluso cuando el horizonte de predicción  $h$  es igual a 1. La mayoría de series financieras presentan una curtosis elevada (las colas de la distribución son más pesadas que la normal) y, en algunos casos, también se observan ciertas asimetrías. Todo ello nos evidencia que la hipótesis de normalidad es rechazada por los contrastes habituales y con p-valores muy pequeños.

Para solucionar este problema plantearemos un método Monte Carlo basado en simulaciones de las distribuciones de los errores futuros con el objetivo de construir un número elevado de los valores de la rentabilidad a un horizonte  $h$  y poder emplear su distribución empírica para construir el VaR correspondiente. El concreto, el procedimiento será el siguiente:

**Etapas 1.** Se considera  $j=1$ .

**Etapas 2.** Se simula un valor de la distribución  $\varepsilon_{t+j} \sim f(0, \sigma_{t+j})$  donde  $f$  es la distribución del error.

**Etapas 3.** Se construyen los valores futuros de la rentabilidad y varianza condicional futura:

$$R_{t+j} = \mu + \theta \varepsilon_{t+j-1} + \varepsilon_{t+j}$$
$$\sigma_{t+j+1}^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t+j}^2 + \beta \sigma_{t+j}^2$$

**Etapas 4.** Se calcula  $j=j+1$  y se repiten las etapas 2 y 3 hasta que  $j=h$ .

**Etapas 5.** Se repite el proceso anterior (etapas 1 a 4) un número elevado, por ejemplo  $N=500$ , para conseguir  $N$  valores de la distribución  $R_{t+h} | I_t$  y poderla aproximar empíricamente.

Con este procedimiento conseguimos disponer de un número elevado ( $N=500$ ) de valores de la distribución futura de la rentabilidad,  $R_{t+h} | I_t$ , lo que nos permite aproximar cualquier característica o cuantil de la variable sin la necesidad de imponer hipótesis adicionales. En particular, podemos obtener el cuantil  $\alpha 100\%$  para definir el VaR correspondiente, empleando el método histórico pero con los valores previsibles que se produzcan en el futuro a partir del modelo estimado que explica los movimientos en rentabilidad y volatilidad de la serie financiera.

## 4. ESTUDIO EMPÍRICO

En esta sección se realiza el estudio empírico del trabajo. Todos los resultados que aquí se exponen fueron obtenidos utilizando el paquete estadístico R3.4.5 y, en particular, las librerías *rugarch*, *fGarch*, *aTSA* y *quantmod*.

### 4.1. DATOS

En esta sección realizaremos el estudio empírico de tres series financieras. En concreto, analizaremos dos índices bursátiles, el IBEX 35 y el DAX 30 del mercado europeo y una empresa española concreta que será el precio de la entidad bancaria BBVA.

Hemos obtenido los datos históricos de las tres series de cierre diarios desde el 4 de enero de 2000 hasta el 29 de diciembre de 2017 de la página web <http://www.es.finance.yahoo.com/>. Hemos construido la serie de rentabilidades diarias, en porcentaje:

$$R_t = 100 \cdot \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \text{ Siendo } P_t \text{ el valor del índice o precio en el día } t$$

A continuación realizaremos un primer análisis descriptivo de estas series, tanto numérico como gráfico, que nos permita conocer las regularidades empíricas. Posteriormente, analizaremos sus dependencias lineales para construir modelos ARMA-GARCH que expliquen tanto la rentabilidad de las series como sus respectivas volatilidades. A partir de los modelos estimados realizaremos las predicciones para construir el valor VaR de cada una, utilizando diferentes horizontes de predicción (1 día, 5 días=1 semana y 21 días=1 mes) y un nivel de confianza, del 95%. Para poder evaluar y comparar los métodos se utilizará un algoritmo Rolling que nos permita comparar los VaRs calculados con las rentabilidades que se han producido. Más concretamente se dejarán los últimos 500 datos de cada serie como muestra de validación. Respecto a la muestra de estimación se tomarán inicialmente todos los datos previos al primer periodo de validación. Posteriormente, y con el fin de que las condiciones del proceso no interfieran con los métodos de cálculo del VaR, mantendremos el mismo tamaño muestral para estimar y calcular la predicción, moviendo este periodo de estimación de un día al siguiente y obteniendo 500 VaRs para un horizonte  $h=1$ , 495 VaRs para un horizonte 5 y 479 VaRs para un horizonte 21. Por último, se evaluará gráficamente y numéricamente el comportamiento de los diferentes métodos de cálculo del VaR. En concreto, emplearemos diferentes test planteados por Christoffersen y Pelletier (2004) que evalúan tanto la duración de las violaciones del VaR y el exceso de cobertura tanto condicional como incondicional del VaR, así como la pérdida propuesta por González-Rivera y otros (2004) para evaluar la bondad de ajuste del VaR a los datos observados.

## 4.2. ESTUDIO EXPLORATORIO DE LOS MERCADOS

Comenzamos el estudio con un análisis descriptivo de las tres series de rentabilidades que se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de las series de rentabilidades

|                          | <b>IBEX 35</b>      | <b>DAX 30</b>       | <b>BBVA</b>         |
|--------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| <b>Tamaño muestral</b>   | 4.568               | 4.571               | 4.615               |
| <b>Media</b>             | -0,00317            | 0,01                | -0,01               |
| <b>Desviación típica</b> | 1,49                | 1,50                | 2,15                |
| <b>Máximo</b>            | 13,5                | 10,80               | 19,91               |
| <b>Mínimo</b>            | -13,2               | -8,87               | -17,65              |
| <b>Coef. Asimetría</b>   | -0,0797             | -0,06               | 0,19                |
| <b>Coef. Curtosis</b>    | 5,82                | 4,45                | 5,59                |
| <b>Test Jarque-Bera</b>  | 6.451,33<br>(0,000) | 3.784,03<br>(0,000) | 6.047,28<br>(0,000) |

En la Tabla 1, podemos observar que la rentabilidad media de las tres series no es significativamente distinta de cero. Las desviaciones son elevadas, indicando que el riesgo es elevado. Los coeficientes de asimetría no son elevados, indicando que las pérdidas y ganancias en estas series son simétricas. Para comprobar la significatividad de dichos coeficientes, empleando el error estándar  $\sqrt{\frac{6}{n}}$ , vemos que ninguno de ellos es significativamente distinto de cero.

Respecto a la curtosis, y empleando el error estándar  $\sqrt{\frac{24}{n}}$  para analizar su significación estadística, podemos ver que es muy elevada para las tres series, con lo que nuestros valores se encuentran muy concentrados en valores en torno a la media pero existen otros valores muy alejados de la media. Por lo tanto, las tres series exhiben una curtosis superior a la normal, indicando que existen ganancias o pérdidas inesperadas bastante más elevadas que en dicha distribución normal.

Combinando los coeficientes de asimetría y curtosis podemos construir el contraste de Jarque-Bera sobre normalidad de los datos analizados. En las tres series, se rechaza claramente la hipótesis de normalidad para la distribución de rentabilidades.

En la figura 1, representamos las series temporales para reconocer sus dependencias lineales y entender gráficamente los cambios de volatilidad (variabilidad) que se producen a los largo del tiempo en los mercados.

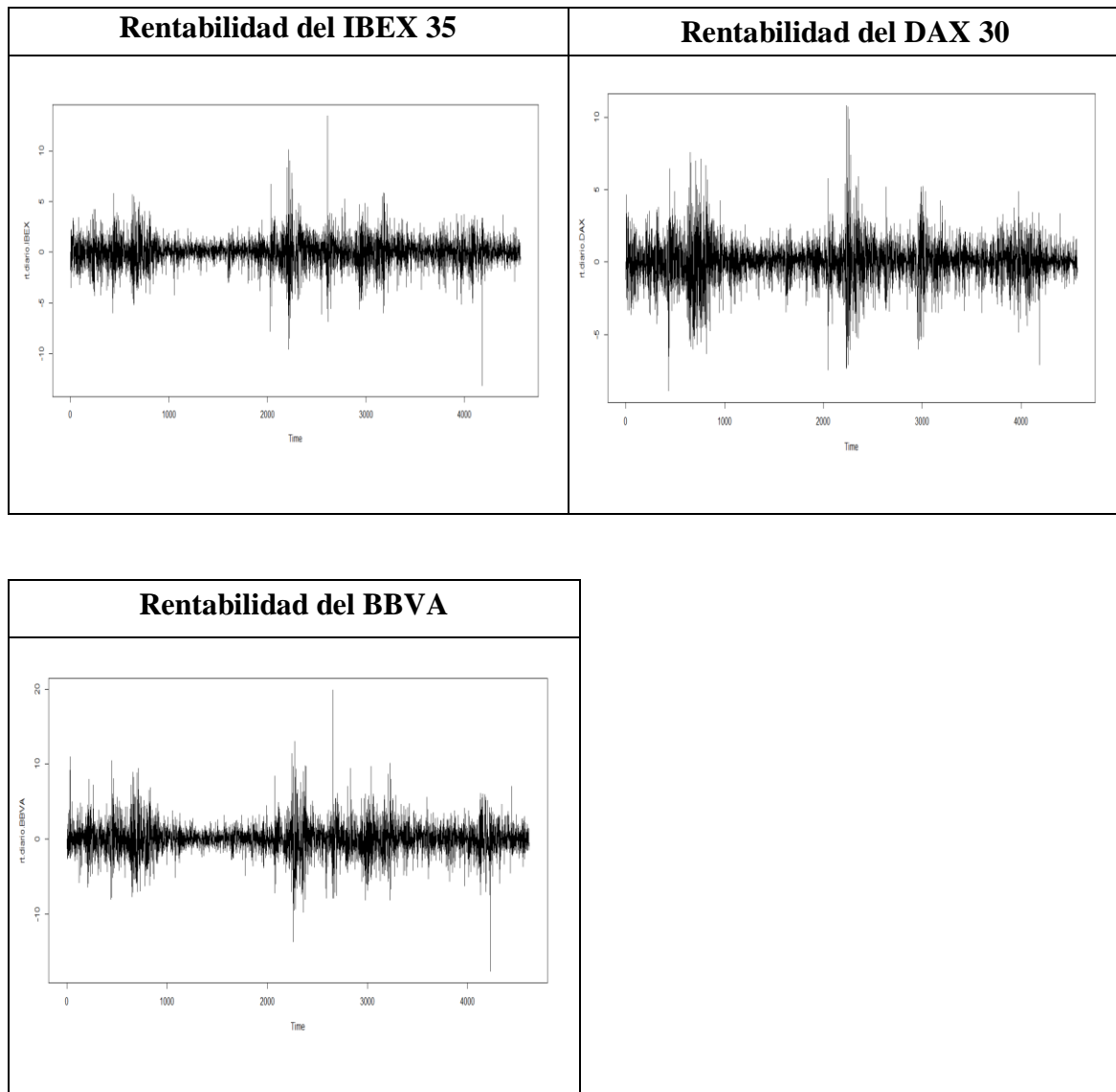


Figura 1. Representación gráfica de las rentabilidades de las series

Se puede observar que la rentabilidad media de las tres series parece ser cero mientras que la variabilidad de las series no es la misma en todos los instantes de tiempo, representando cambios en la volatilidad o riesgo del mercado. Estas volatilidades vienen agrupadas en momentos en los que se producen pérdidas y ganancias más elevadas de lo esperado intercalando momentos en los que la volatilidad es baja y se producen pérdidas o ganancias habituales. En la figura 1 se puede observar que la rentabilidad del BBVA es similar al del IBEX 35, tal vez porque éste forma parte del IBEX 35. El índice DAX 30 parece mostrar más movimientos de volatilidad, mientras que el tipo de cambio parece tener menos cambios en la volatilidad. Este tipo de comportamientos donde la rentabilidad media permanece estable y la volatilidad varía temporalmente se pueden explicar de forma adecuada mediante modelos ARMA-GARCH. En concreto, comenzamos el estudio de las dependencias lineales para identificar el modelo ARMA más aconsejable para explicar la rentabilidad media y efectuaremos el contraste de efectos ARCH para formular el modelo completo.

### 4.3. ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS ARMA-GARCH

#### 4.3.1. ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS ARMA

Para facilitar la lectura del trabajo, en el anexo I se muestran las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial para determinar los órdenes del modelo ARMA para cada una de las tres series analizadas. Dados los modelos posibles para explicar la rentabilidad diaria, utilizamos dos criterios, el criterio de información Bayesiano (BIC) y el criterio de información Akaike (AIC) como método de selección de modelos. El primero es un criterio consistente tendiendo a elegir, con probabilidad 1, el proceso generador de datos si éste se encuentra dentro de la familia de modelos planteado por el analista. Por el contrario, el criterio AIC no es consistente pero tiende a elegir modelos con comportamientos predictivos extra-muestrales óptimos. El criterio BIC tiende a seleccionar modelos más parsimoniosos (con menos parámetros) al penalizar el número de parámetros del modelo de forma proporcional al logaritmo del tamaño muestral. En ambos criterios escogeremos el modelo con menor valor (marcado en amarillo en las Tablas).

En las Tablas 2 a 4 se muestran los resultados obtenidos en el proceso de selección de modelos para las 3 series analizadas. Para cada serie, cada criterio y cada distribución del error se muestra el mejor modelo de los posibles tomando  $p \leq 2$  y  $q \leq 2$  y utilizando la rutina *autoarfima* de la librería *aTSA*.

Se observa, en primer lugar, que los modelos seleccionados por el criterio AIC son menos parsimoniosos que los seleccionados por el criterio BIC. Dado que el criterio BIC es consistente y tras analizar el comportamiento de cada modelo seleccionado en lo que sigue presentaremos los resultados correspondientes a los modelos seleccionados por el BIC: MA(2) con errores t de Student asimétricos para el IBEX35, MA(0) con errores GED para el DAX30 y MA(1) con errores GED para el BBVA.

Tabla 2. Estimación IBEX 35

| Ibex 35      |        |        |        |        |
|--------------|--------|--------|--------|--------|
| Distribución | Modelo | BIC    | AIC    | Modelo |
| Norm         | 2,0    | 3,6768 | 3,6710 | 1,2    |
| Snorm        | 2,1    | 3,6393 | 3,6322 | 2,1    |
| Std          | 0,1    | 3,4996 | 3,4942 | 2,0    |
| Sstd         | 0,2    | 3,4988 | 3,4915 | 1,2    |
| Ged          | 0,0    | 3,5015 | 3,4961 | 0,2    |
| Sged         | 0,2    | 3,4990 | 3,4913 | 1,2    |

Tabla 3. Estimación DAX 30

| <b>DAX 30</b>       |               |               |               |               |
|---------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>Distribución</b> | <b>Modelo</b> | <b>BIC</b>    | <b>AIC</b>    | <b>Modelo</b> |
| <b>Norm</b>         | 0,1           | 3,6513        | 3,6475        | 2,2           |
| <b>Snorm</b>        | 1,1           | 3,6541        | 3,6484        | 1,1           |
| <b>Std</b>          | 0,0           | 3,4939        | 3,4871        | 2,2           |
| <b>Sstd</b>         | 0,1           | 3,4928        | 3,4859        | 1,1           |
| <b>Ged</b>          | <b>0,0</b>    | <b>3,4653</b> | 3,4804        | 1,1           |
| <b>Sged</b>         | 0,1           | 3,4824        | <b>3,4760</b> | <b>1,1</b>    |

Tabla 4. Estimación BBVA

| <b>BBVA</b>         |               |               |               |               |
|---------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>Distribución</b> | <b>Modelo</b> | <b>BIC</b>    | <b>AIC</b>    | <b>Modelo</b> |
| <b>Norm</b>         | 1,1           | 4,9109        | 4,9067        | 1,1           |
| <b>Snorm</b>        | 0,1           | 4,3699        | 4,3632        | 1,2           |
| <b>Std</b>          | 0,1           | 4,2030        | 4,1981        | 1,2           |
| <b>Sstd</b>         | 0,1           | 4,2046        | 4,1985        | 1,2           |
| <b>Ged</b>          | <b>0,1</b>    | <b>4,2019</b> | <b>4,1967</b> | <b>1,2</b>    |
| <b>Sged</b>         | 0,1           | 4,2031        | 4,1971        | 1,2           |

En el Anexo I se presentan los resultados obtenidos al analizar los residuos de cada uno de los modelos seleccionados. En concreto, se puede observar que la variabilidad no es constante en el tiempo. Por otro lado, el análisis de la función de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuos cuadráticos revela la existencia de dependencias lineales que podemos modelizar mediante un GARCH(1,1). Bollerslev, Chou y Kroner (1992) hacen una revisión de los modelos heterocedásticos más empleados en trabajos empíricos y hace hincapié en la utilidad del modelo GARH(1,1) para recoger las propiedades empíricas de las series financieras.

#### 4.3.2. ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS GARCH

A continuación, en las Tablas 5 a 7 se muestran los resultados obtenidos al estimar los modelos ARMA-GARCH(1,1) seleccionados anteriormente. Concretamente se muestran las estimaciones MLE de los coeficientes de cada modelo, su error estándar, el estadístico t y su p-valor que analiza si el coeficiente es significativamente diferente de 0.



Tabla 5. Coeficientes estimados IBEX 35

| IBEX 35      |           |            |         |           |     |
|--------------|-----------|------------|---------|-----------|-----|
|              | Estimador | Std. Error | T-valor | Pr (> t ) |     |
| <b>mu</b>    | 0,031721  | 0,015404   | 2,0590  | 0,039474  | *   |
| <b>ma1</b>   | -0,011922 | 0,014909   | -0,8000 | 0,423925  |     |
| <b>ma2</b>   | -0,038560 | 0,015569   | -2,4770 | 0,013260  | *   |
| <b>omega</b> | 0,017984  | 0,004628   | 3,8860  | 0,000102  | *** |
| <b>alpha</b> | 0,086613  | 0,009355   | 9,2590  | < 2e-16   | *** |
| <b>beta</b>  | 0,907051  | 0,009625   | 94,2237 | < 2e-16   | *** |
| <b>shape</b> | 1,463415  | 0,042249   | 3,6380  | < 2e-16   | *** |

Tabla 6. Coeficientes estimados DAX 30

| DAX 30       |           |            |         |           |     |
|--------------|-----------|------------|---------|-----------|-----|
|              | Estimador | Std. Error | T-valor | Pr (> t ) |     |
| <b>mu</b>    | 0,083339  | 0,014725   | 5,66    | 1,52E-08  | *** |
| <b>omega</b> | 0,016729  | 0,004245   | 3,941   | 8,13E-05  | *** |
| <b>alpha</b> | 0,088566  | 0,009335   | 9,487   | < 2e-16   | *** |
| <b>beta</b>  | 0,905604  | 0,00937    | 96,649  | < 2e-16   | *** |
| <b>shape</b> | 1,441878  | 0,044042   | 32,738  | < 2e-16   | *** |

Tabla 7. Coeficientes estimados BBVA

| BBVA         |           |            |         |           |     |
|--------------|-----------|------------|---------|-----------|-----|
|              | Estimador | Std. Error | T-valor | Pr (> t ) |     |
| <b>mu</b>    | 0,02662   | 0,02322    | 1,146   | 0,2517    |     |
| <b>ma</b>    | 0,04589   | 0,01508    | 3,043   | 0,0026    | **  |
| <b>omega</b> | 0,02864   | 0,00841    | 3,406   | 0,0007    | *** |
| <b>alpha</b> | 0,08244   | 0,00936    | 8,809   | <2e-16    | *** |
| <b>beta</b>  | 0,91422   | 0,00921    | 99,301  | < 2e-16   | *** |
| <b>shape</b> | 1,38609   | 0,03989    | 34,750  | < 2e-16   | *** |

Podemos observar que los coeficientes mu (que corresponde a la media incondicional del modelo) son significativamente positivos para las series IBEX35 y DAX30 reflejando la existencia de una tendencia no decreciente en la evolución de ambas series en el periodo analizado. Los coeficientes ma son significativos en las series IBEX35 y BBVA y pueden ser debido a la falta de sincronización de los mercados financieros.

En cuanto a los coeficientes de la parte GARCH del modelo son todos muy significativos y, en particular, el coeficiente beta (impulso de la volatilidad o riesgo pasado) toma valores más cercanos a uno mientras que el coeficiente alpha (impulso de la noticia inesperada cuadrática pasada) toma valores más pequeños y cercanos a cero. Esto señala un mayor peso de la inercia del mercado a permanecer en los estados de volatilidad del pasado. Si, además, sumamos ambos coeficientes tendremos la

persistencia de la volatilidad (permanencia en la varianza condicional de las noticias inesperadas del pasado). En todos los casos la persistencia estimada está alrededor del 0,99, esto implica que el riesgo en el mercado tarda mucho en desaparecer lo cual puede provocar una tendencia a obtener valores del VaR excesivamente altos en periodos posteriores a una crisis.

En las Tablas 8 a 10 se muestran los resultados obtenidos al analizar los residuos de los modelos. Más concretamente hemos realizado los contrastes usuales de Ljung-Box con los residuos y los residuos cuadráticos. Para las tres series observamos que sus p-valores son mayores del 5%, indicando que efectivamente hemos eliminado las dependencias lineales. Por otro lado, se muestran los Q-Q plots de los residuos estandarizados respecto a la distribución de las noticias inesperadas empleada en la estimación.

Tabla 8. Contrastes de los residuos IBEX 35

| IBEX 35                                      |                |       |             |           |
|--|----------------|-------|-------------|-----------|
| Contraste de autocorrelación de los residuos |                |       |             |           |
|  |                |       | Estadístico | p-valor   |
| Ljung-Box                                    | R              | Q(10) | 13,07291    | 0,2196239 |
| Ljung-Box                                    | R              | Q(15) | 20,22633    | 0,1634213 |
| Ljung-Box                                    | R              | Q(20) | 22,0026     | 0,3403697 |
| Ljung-Box                                    | R <sup>2</sup> | Q(10) | 16,9818     | 0,0747677 |
| Ljung-Box                                    | R <sup>2</sup> | Q(15) | 19,54626    | 0,1900381 |
| Ljung-Box                                    | R <sup>2</sup> | Q(20) | 26,65593    | 0,1452246 |

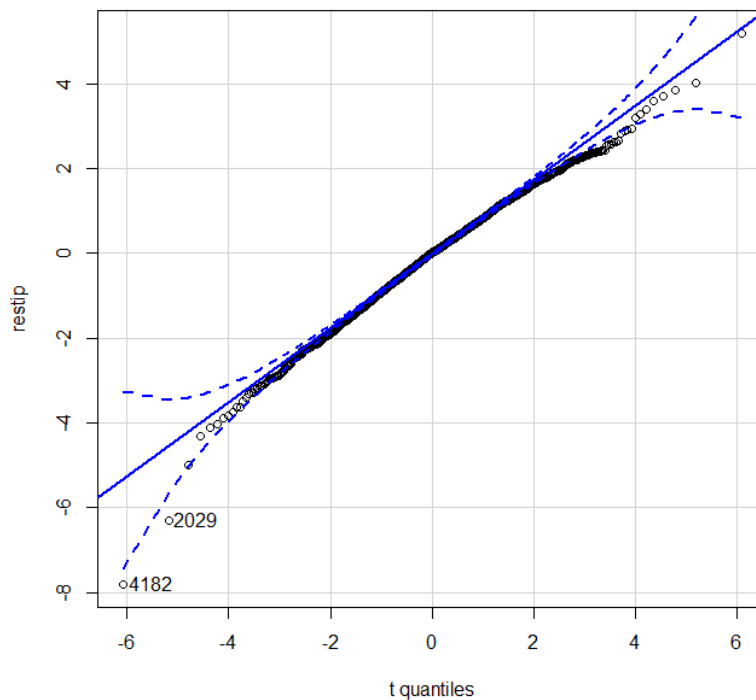


Figura 2. Q-Q plot de los residuos con la distribución estimada t de Student

Tabla 9. Contraste de los residuos DAX 30

| <b>DAX 30</b>                                       |                |       |                    |                |
|---|----------------|-------|--------------------|----------------|
| <b>Contraste de autocorrelación de los residuos</b> |                |       |                    |                |
|   |                |       | <b>Estadístico</b> | <b>p-valor</b> |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R              | Q(10) | 9,348377           | 0,4993911      |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R              | Q(15) | 10,87865           | 0,7611484      |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R              | Q(20) | 18,23512           | 0,5719227      |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R <sup>2</sup> | Q(10) | 10,85285           | 0,3690965      |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R <sup>2</sup> | Q(15) | 17,51552           | 0,2889916      |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R <sup>2</sup> | Q(20) | 26,21383           | 0,1588652      |

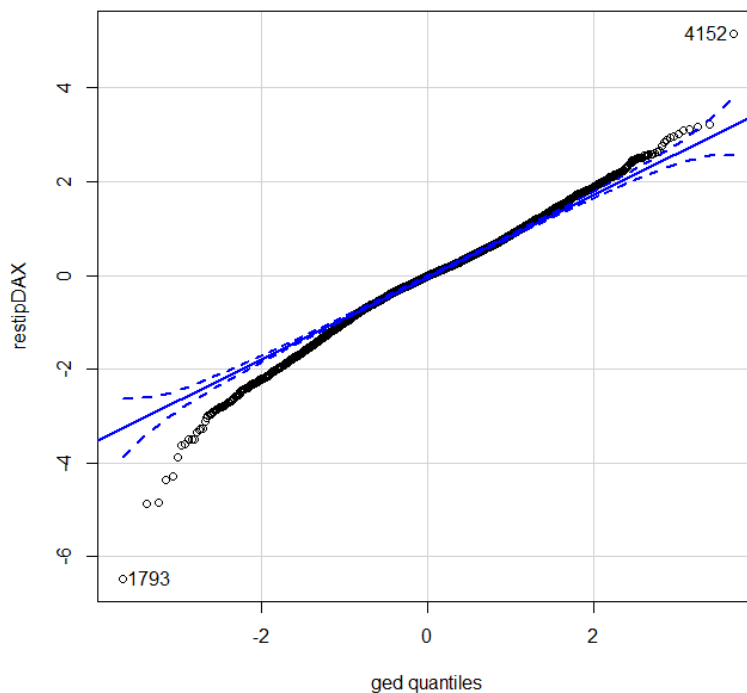


Figura 3. Q-Q plot de los residuos con la distribución exponencial generalizada estimada

Tabla 10. Contraste de los residuos BBVA

| <b>BBVA</b>   |                |       |                    |                |
|---|----------------|-------|--------------------|----------------|
| <b>Contraste de autocorrelación de los residuos</b> |                |       |                    |                |
|   |                |       | <b>Estadístico</b> | <b>p-valor</b> |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R              | Q(10) | 9,05053            | 0,5273149      |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R              | Q(15) | 18,99254           | 0,214072       |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R              | Q(20) | 29,08709           | 0,08605873     |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R <sup>2</sup> | Q(10) | 14,28969           | 0,1601835      |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R <sup>2</sup> | Q(15) | 17,67955           | 0,2798873      |
| <b>Ljung-Box</b>                                    | R <sup>2</sup> | Q(20) | 23,93469           | 0,2452565      |

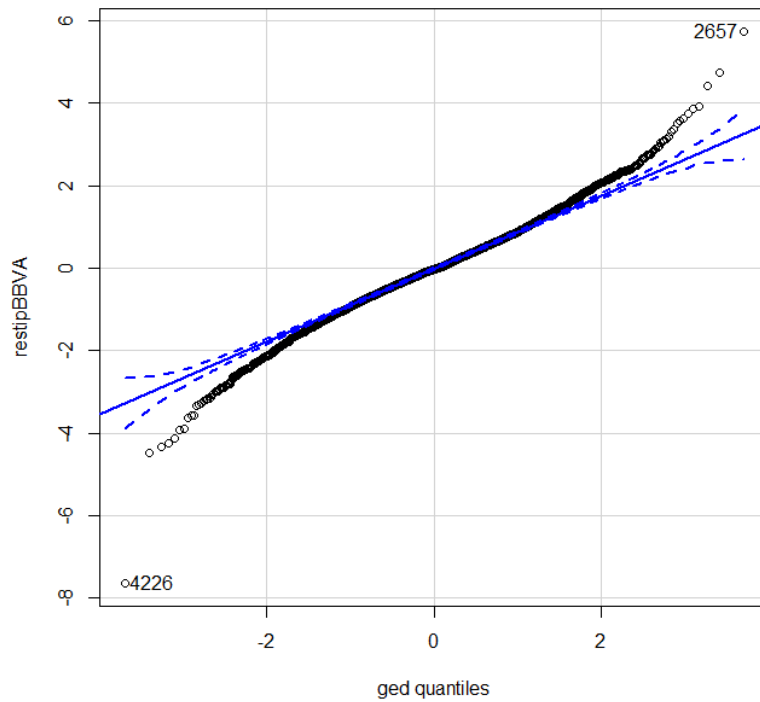


Figura 4. Q-Q plot de los residuos con la distribución exponencial generalizada estimada

#### 4.4. EVALUACIÓN DEL VAR ESTIMADO POR LOS MODELOS

En esta sección se muestran los VaR calculados por cada uno de los métodos utilizados en el trabajo y se realiza una evaluación de su ajuste a los datos observados. En figuras 2 a 4 se muestran, para cada una de las series, los gráficos de los VaR calculado para los tres horizontes con los que hemos trabajado (1 día, 1 semana y 1 mes) y los cuatro métodos empleados para calcular el VaR. La línea azul (“cian”) representaría el VaR con el método varianza-covarianza bajo la distribución normal. La línea rosa representa el VaR con el método anterior pero con una distribución t de Student cuyos grados de libertad se han estimado. La línea roja representa el VAR construido con el método predictivo con el modelo ARMA-GARCH y, por último, la línea azul oscuro representa el VaR con el método Monte Carlo.

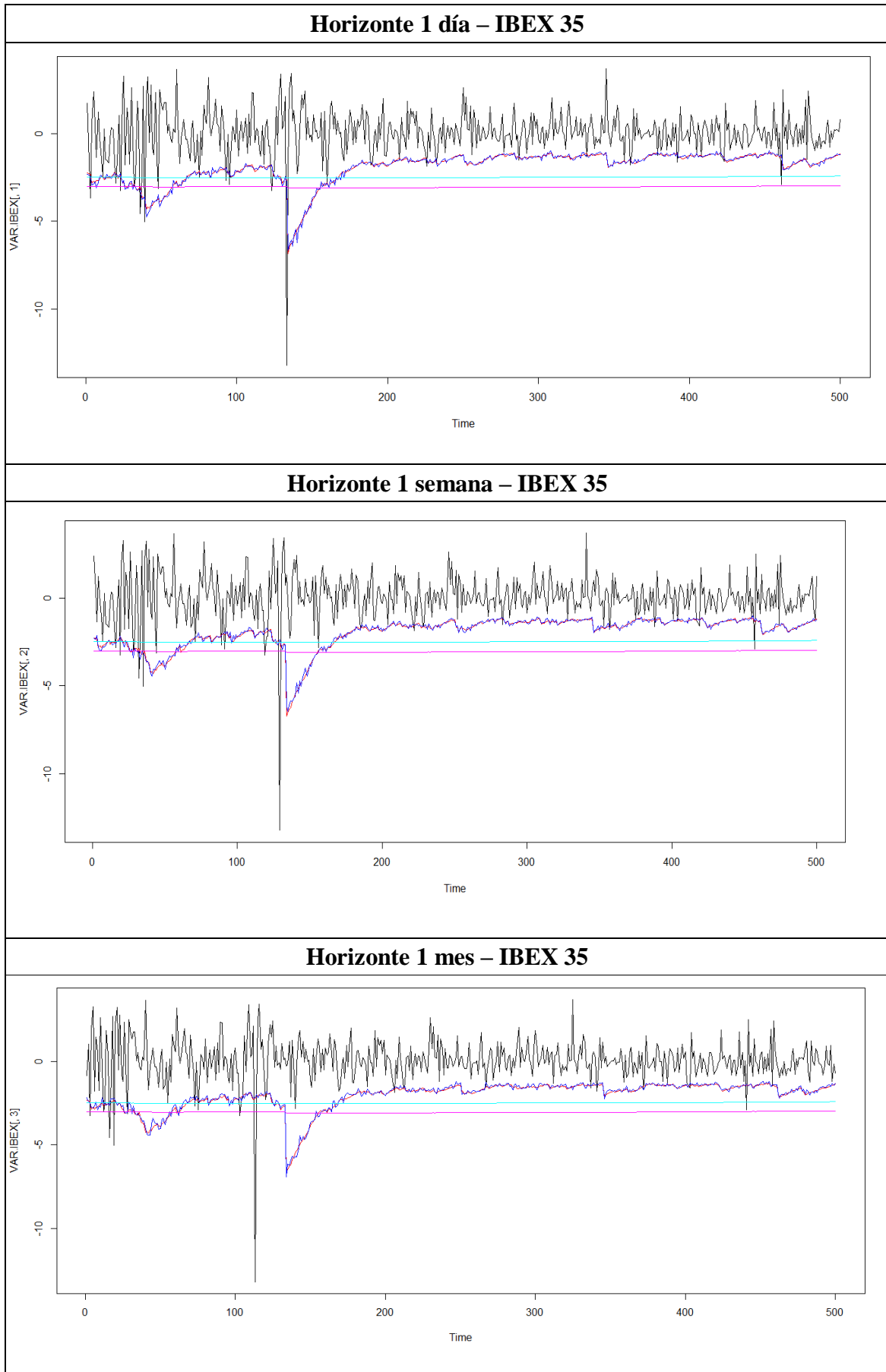


Figura 5. VaR estimados para el IBEX 35

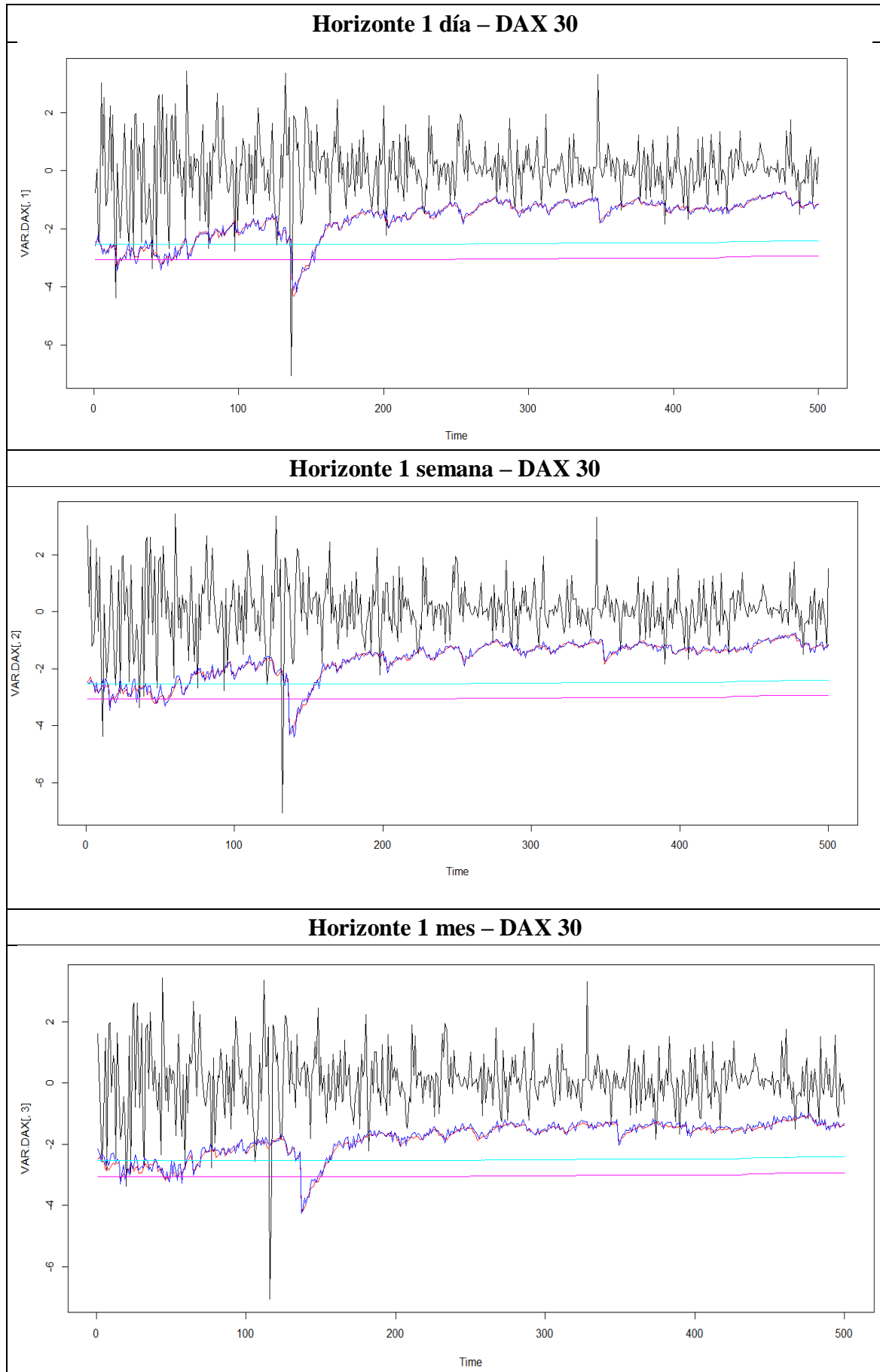


Figura 6. Predicción DAX 30

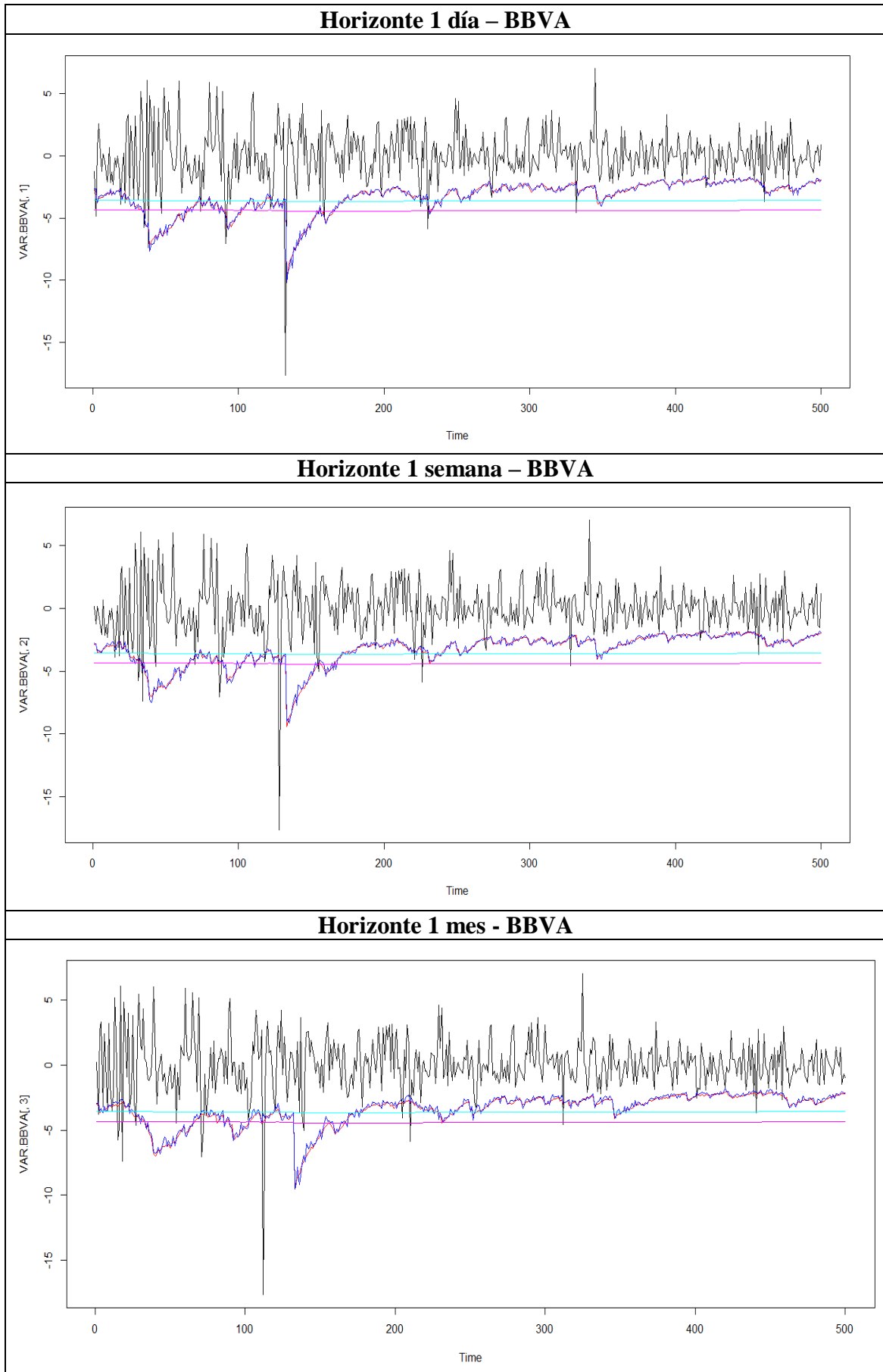


Figura 7. Predicción BBVA

En general, se observa que el VaR construido por los métodos históricos son muy poco adaptativos a la evolución de las series debido a que son incapaces de capturar la heterocedasticidad condicional de las mismas. Por otro lado, los VaR construidos con los modelos ARMA-GARCH se ajustan más a la evolución temporal de la serie, entre otros motivos porque tienen en cuenta la variabilidad existente en el mercado. El método predictivo es más suave dado su carácter paramétrico con la distribución adoptada en las noticias inesperadas mientras que el método Monte Carlo proporciona un VaR con un perfil menos continuo aunque las diferencias entre ellos son prácticamente inexistentes. Este estudio gráfico avalaría el uso de los modelos ARMA-GARCH para calcular el VaR de series financieras en detrimento de los métodos históricos.

Finalmente, emplearemos un análisis numérico para evaluar y comparar la adecuación de los VaR estimados con respecto a las rentabilidades futuras. Las medidas empleadas se explican a continuación:

- La **función de pérdida** de González-Rivera y otros (2004) definida en el trabajo es:

$$\frac{1}{501-h} \sum_{t=T-499}^{T-h} (\alpha - d_{t+h}^{\alpha}) (R_{t+h} - VaR_{\alpha,t+h}) \text{ donde } d_{t+h}^{\alpha} = I(R_{t+h} < VaR_{\alpha,t+h})$$

Esta expresión evalúa el tamaño del error medio cometido por el VaR cuando falla ponderando por  $1-\alpha$  los fallos producidos. Se puede demostrar (Koenker y Basset, 1978) que el cuantil del proceso generador de datos minimiza el valor de esta función y, por tanto, cuanto menor es su valor, más se acerca el valor del VaR estimado a dicho cuantil.

- El **test de duración** analiza la hipótesis de independencia de los fallos (violaciones) del VaR calculado. Si el VaR funciona correctamente, los fallos serán independientes en el tiempo y el tiempo entre fallos se distribuirá según una exponencial que no tiene memoria. Si no son independientes esto indica que quedan dependencias estadísticas en la serie no modeladas adecuadamente. En las tablas se presenta el pvalor del contraste
- Los **contrastos de cobertura incondicional y condicional** analizan si el porcentaje de aciertos del VaR estimado se desvía significativamente del nivel de confianza fijado de antemano. En el test de cobertura incondicional se analiza el cubrimiento incondicional y en el de cobertura condicional se analiza, además, si existe independencia en las violaciones del VaR. En las tablas se presentan los pvalores de ambos contrastes.

#### 4.4.1. RESULTADOS DEL ÍNDICE IBEX 35

Se observa que la pérdida es menor en los VaR calculados con los modelos ARMA-GARCH que se adaptan mejor a la volatilidad del mercado. En particular, el método basado en la simulación es mejor en todos los horizontes, incluso para una semana ( $h=5$ ) el método paramétrico y el de simulación son prácticamente iguales. En el test de duración se admite claramente que hay independencia en las violaciones del VaR y el



método basado en simulación es el más claro con p-valores elevados. En los test de cobertura, tanto condicional como incondicional, otra vez se debe admitir que las violaciones producidas se ajustan al valor esperado con p-valores elevados para el método de simulación. En todas las medidas aportadas, los métodos tradicionales funcionan bastante peor e incluso en el test de la cobertura condicional para la t de Student no se obtienen resultados porque el número de violaciones es bastante menor del esperado indicando el exceso conservador de este método.

Tabla 11. Función de pérdida para el IBEX 35

| <b>Función de pérdida- IBEX 35</b> |                    |                   |               |                  |
|------------------------------------|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|                                    | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>T-Student</b> |
| <b>H 1</b>                         | 14,52731           | 14,50735          | 16,63361      | 18,23257         |
| <b>H 5</b>                         | 14,43457           | 14,43471          | 16,43439      | 18,13940         |
| <b>H 21</b>                        | 14,97599           | 14,94403          | 16,46061      | 18,23065         |

Tabla 12. Contraste de duración para el IBEX 35

| <b>Test duración - IBEX 35</b> |                    |                   |               |                  |
|--------------------------------|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|                                | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                     | 0,410138           | 0,965574          | 0,006997      | 0,023911         |
| <b>p-valor</b>                 | 0,478100           | 0,674213          | 0,061860      | 0,122889         |
| <b>H 5</b>                     | 0,358617           | 0,406049          | 0,006117      | 0,025856         |
| <b>p-valor</b>                 | 0,450725           | 0,476018          | 0,051348      | 0,127748         |
| <b>H 21</b>                    | 0,103393           | 0,141936          | 0,009123      | 0,019310         |
| <b>p-valor</b>                 | 0,252204           | 0,293636          | 0,008573      | 0,110518         |

Tabla 13. Contraste de cobertura incondicional para el IBEX 35

| <b>Test de cobertura incondicional - IBEX 35</b> |                    |                   |               |                  |
|--|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|  | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                                       | 0,164329           | 0,164329          | 6,017875      | 18,852129        |
| <b>p-valor</b>                                   | 0,685202           | 0,685202          | 0,014162      | 0,000014         |
| <b>H 5</b>                                       | 0,000000           | 0,172855          | 7,298549      | 21,624668        |
| <b>p-valor</b>                                   | 1,000000           | 0,677587          | 0,006901      | 0,000003         |
| <b>H 21</b>                                      | 1,646872           | 0,710748          | 8,737327      | 21,624668        |
| <b>p-valor</b>                                   | 0,199385           | 0,399196          | 0,003118      | 0,000003         |

Tabla 14. Contraste de cobertura condicional para el IBEX 35

| <b>Test de cobertura condicional - IBEX 35</b> |                    |                   |               |                  |
|--|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|  | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                                     | 0,366061           | 1,598084          | 6,728229      | NA               |
| <b>p-valor</b>                                 | 0,832743           | 0,449760          | 0,034593      | NA               |
| <b>H 5</b>                                     | 4,472724           | 5,761013          | 8,212561      | NA               |
| <b>p-valor</b>                                 | 0,106846           | 0,056106          | 0,016469      | NA               |
| <b>H 21</b>                                    | 3,347422           | 1,874070          | 9,889369      | NA               |
| <b>p-valor</b>                                 | 0,187550           | 0,391788          | 0,007121      | NA               |

#### 4.4.2. RESULTADOS DEL ÍNDICE DAX 30

En este caso se muestra que la pérdida de los dos métodos, paramétrico y simulación, son muy similares aunque se comporta mejor el primero. En el test de duración es evidente que no podemos rechazar la hipótesis de independencia entre las violaciones del VaR, destacando el método basado en la simulación. Por último, los tests de cobertura, incondicional y condicional, no hay evidencia para rechazar la cobertura empírica respecto a la esperada y se observa que los p-valores son más elevados en el método de simulación. Los métodos tradicionales vuelven a dar resultados peores en todas las medidas: mayores pérdidas, rechazando la independencia de las violaciones y con tasas de cobertura muy alejadas del valor propuesto, sobre todo en el test de cobertura condicional donde los p-valores son prácticamente cero.

Tabla 15. Función de pérdida para el DAX 30

| <b>Función de pérdida - DAX 30</b> |                    |                   |               |                  |
|------------------------------------|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|                                    | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>T-Student</b> |
| <b>H 1</b>                         | 11,34768           | 11,33218          | 14,55132      | 16,48691         |
| <b>H 5</b>                         | 11,55308           | 11,55894          | 14,60392      | 16,54061         |
| <b>H 21</b>                        | 11,33597           | 11,54163          | 14,26333      | 16,30292         |

Tabla 16. Contraste de duración para el DAX 30

| <b>Test duración - DAX 30</b> |                    |                   |               |                  |
|-------------------------------|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|                               | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                    | 0,054800           | 0,027279          | 0,002044      | 0,064510         |
| <b>p-valor</b>                | 0,185088           | 0,131186          | 0,003356      | 0,200495         |
| <b>H 5</b>                    | 0,514627           | 0,786540          | 0,001870      | 0,061765         |
| <b>p-valor</b>                | 0,526857           | 0,624852          | 0,084334      | 0,196272         |
| <b>H 21</b>                   | 0,371116           | 0,519419          | 0,001549      | 0,062192         |
| <b>p-valor</b>                | 0,457604           | 0,528911          | 0,053858      | 0,196936         |

Tabla 17. Contraste de cobertura incondicional para el DAX 30

| <b>Test de cobertura incondicional - DAX 30</b> |                    |                   |               |                  |
|---|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|   | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                                      | 0,042648           | 0,041584          | 10,347064     | 28,254382        |
| <b>p-valor</b>                                  | 0,836389           | 0,838415          | 0,001297      | 0,000000         |
| <b>H 5</b>                                      | 0,394239           | 0,394239          | 10,347064     | 28,254382        |
| <b>p-valor</b>                                  | 0,530079           | 0,530079          | 0,001297      | 0,000000         |
| <b>H 21</b>                                     | 4,884296           | 3,021462          | 12,142961     | 32,281990        |
| <b>p-valor</b>                                  | 0,027102           | 0,082169          | 0,000493      | 0,000000         |

Tabla 18. Contraste de cobertura condicional para el DAX 30

| <b>Test de cobertura condicional - DAX 30</b> |                    |                   |               |                  |
|---|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|   | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                                    | 0,066395           | 0,154271          | 11,776148     | 33,716590        |
| <b>p-valor</b>                                | 0,967348           | 0,925764          | 0,002772      | 0,000000         |
| <b>H 5</b>                                    | 1,333712           | 1,333712          | 11,776148     | 33,716590        |
| <b>p-valor</b>                                | 0,513320           | 0,513320          | 0,002772      | 0,000000         |
| <b>H 21</b>                                   | 5,421731           | 3,294276          | 13,894156     | 39,083155        |
| <b>p-valor</b>                                | 0,066479           | 0,192600          | 0,000961      | 0,000000         |

#### 4.4.3. RESULTADOS DE BBVA

En este caso se muestra que la pérdida del método paramétrico son menores. En el test de duración es evidente que no podemos rechazar la hipótesis de independencia entre las violaciones del VaR, destacando el método paramétrico. Por último, los tests de cobertura, incondicional y condicional, no hay evidencia para rechazar la cobertura empírica respecto a la esperada y se observa que los p-valores son más elevados en el método de simulación. Los métodos tradicionales vuelven a presentar problemas en este estudio porque tienen pérdidas mayores, se rechaza la hipótesis de independencia de los fallos del VaR para horizonte  $h=5$  y  $h=21$  en el caso de la normal y en los tests de cobertura se rechazan para ambas distribuciones y horizontes la adecuación de la confianza prefijada.

Tabla 19. Función de pérdida para el BBVA

| <b>Función de pérdida- BBVA</b> |                    |                   |               |                  |
|---------------------------------|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|                                 | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                      | 23,67213           | 23,78781          | 25,20479      | 26,85293         |
| <b>H 5</b>                      | 23,77920           | 23,78635          | 24,99042      | 26,79220         |
| <b>H 21</b>                     | 24,91362           | 25,10592          | 25,0901       | 26,95962         |

Tabla 20. Contraste de duración para el BBVA

| <b>Test duración - BBVA</b> |                    |                   |               |                  |
|-----------------------------|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|                             | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                  | 0,891316           | 0,627862          | 0,035092      | 0,107013         |
| <b>p-valor</b>              | 0,654879           | 0,571859          | 0,172477      | 0,256429         |
| <b>H 5</b>                  | 0,246048           | 0,073710          | 0,027101      | 0,074222         |
| <b>p-valor</b>              | 0,380128           | 0,213991          | 0,030166      | 0,214714         |
| <b>H 21</b>                 | 0,033855           | 0,050749          | 0,028562      | 0,061319         |
| <b>p-valor</b>              | 0,145984           | 0,178235          | 0,001640      | 0,195576         |

Tabla 21. Contraste de cobertura incondicional para el BBVA

| <b>Test de cobertura incondicional - BBVA</b> |                    |                   |               |                  |
|---|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|   | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                                    | 1,646872           | 1,126706          | 1,126706      | 8,737327         |
| <b>p-valor</b>                                | 0,199385           | 0,288479          | 0,288479      | 0,003118         |
| <b>H 5</b>                                    | 0,172855           | 0,000000          | 1,646872      | 10,347064        |
| <b>p-valor</b>                                | 0,677587           | 1,000000          | 0,199385      | 0,001297         |
| <b>H 21</b>                                   | 2,276508           | 1,126706          | 2,276508      | 10,347064        |
| <b>p-valor</b>                                | 0,131347           | 0,288479          | 0,131347      | 0,001297         |

Tabla 22. Contraste de cobertura condicional para el BBVA

| <b>Test de cobertura condicional - BBVA</b> |                    |                   |               |                  |
|---|--------------------|-------------------|---------------|------------------|
|   | <b>Paramétrico</b> | <b>Simulación</b> | <b>Normal</b> | <b>t-student</b> |
| <b>H 1</b>                                  | 1,749800           | 1,176396          | 5,182803      | 13,590905        |
| <b>p-valor</b>                              | 0,416904           | 0,555327          | 0,074915      | 0,001119         |
| <b>H 5</b>                                  | 5,761013           | 4,472724          | 6,231290      | 15,886729        |
| <b>p-valor</b>                              | 0,056106           | 0,106846          | 0,044350      | 0,000355         |
| <b>H 21</b>                                 | 4,295052           | 2,543014          | 7,437695      | 15,886729        |
| <b>p-valor</b>                              | 0,116773           | 0,280409          | 0,024262      | 0,000355         |

## 5. CONCLUSIONES

Este trabajo aborda el estudio del riesgo de series financieras y, en particular, de dos índices de mercado: IBEX 35 y DAX 30, y del precio de un título concreto: BBVA. Se plantea el cálculo del VaR para un nivel de confianza dado y se han empleado cuatro métodos diferentes, dos de ellos tradicionales con las distribuciones normales y t de Student y otros dos basados en modelo econométricos ARMA-GARCH para explicar tanto la rentabilidad como la volatilidad y, a partir de ellos, se realiza la estimación mediante el procedimiento paramétrico o la simulación de valores futuros. La comparación y evaluación de estos cuatro métodos se realiza mediante un procedimiento Rolling que nos permite estudiar la capacidad adaptativa del VaR con los valores futuros realizados de las rentabilidades diarias.

En primer lugar, podemos concluir que los métodos tradicionales para el cálculo del VaR no son adecuados porque no tienen en cuenta la evolución dinámica de la varianza lo que provoca una banda de confianza muy conservadora.

En segundo lugar, hemos comprobado la existencia de una leptocurtosis elevada y una heterocedasticidad clara, rechazándose en todas ellas la hipótesis de varianza constante y distribución normal o t de Student. Hemos aplicado modelos GARCH para explicar la volatilidad del mercado y hemos ajustado diferentes distribuciones para los errores estandarizados. A partir de los modelos econométricos ajustados hemos

desarrollado dos procedimientos de cálculo del VaR que se ajustan mejor a las rentabilidades futuras realizadas.

El estudio gráfico muestra la capacidad adaptativa del VaR de estos modelos heterocedásticos respecto a los métodos tradicionales. Por otro lado, el estudio numérico nos confirma que los dos procedimientos, simulación y paramétrico, son muy similares entre sí sin que se aprecie la existencia de diferencias sistemáticas entre ellos. Creemos que el VaR puede ser una buena medida del riesgo que se afronta con una determinada serie financiera y puede ser calculado con garantías suficientes, siempre que se ajuste la serie convenientemente recogiendo sus propiedades empíricas con modelos econométricos.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

Basel Committee on Banking Supervision (2004). International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework, Bank for International Settlements, Basel, Switzerland. Available at: <http://www.bis.org/publ/bcbs107.pdf> and <http://www.bis.org/publ/bcbs107b.pdf>

Basel Committee on Banking Supervision (2011). Messages from the Academic Literature on Risk Measurement for the Trading Book, WP[19], Basel, Switzerland. Available at: [http://www.bis.org/publ/bcbs\\_wp19.pdf](http://www.bis.org/publ/bcbs_wp19.pdf)

Basel Committee on Banking Supervision (2012). Consultative Document: Fundamental Review of the Trading Book, Basel, Switzerland. Available at: <http://www.bis.org/publ/bcbs219.pdf>

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T.; Chou, R.Y. y Kroner, K.F (1992). ARCH modeling in finance. *Journal of Econometrics*, 52, pp. 5-59.

Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation. *Econometrica*, 50, pp. 987-1008.

Christoffersen, P. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39(4), pp. 841-862.

Christoffersen, P. and Pelletier, D. (2004). Backtesting value-at-risk: A duration-based approach, *Journal of Financial Econometrics*, 2(1), pp. 84-108.

Gonzalez-Rivera, G., Lee, T. H., and Mishra, S. (2004). Forecasting volatility: A reality check based on option pricing, utility function, value-at-risk, and predictive likelihood. *International Journal of Forecasting*, 20(4), pp. 629-645.

- Jorion, P. (1997). *Valor en Riesgo*. Universidad de California, Irvine McGraw-Hill
- Koenker, R. y Bassett, G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, 46 (1), pp. 33-50.
- Tsay, R.S. (2013). *An Introduction to Analysis of Financial Data with R*. Wiley.