Problemas de cubrimiento. Aplicación

Karen Oliveros Félez
Trabajo de Fin de Grado en Matemáticas
Universidad de Zaragoza

Directora del trabajo: Herminia I. Calvete
27 de junio de 2017

Prólogo

La ubicación de las instalaciones siempre ha sido un elemento crítico en la planificación estratégica de empresas privadas y públicas. La adquisición o construcción de nuevas instalaciones puede implicar grandes costes para la empresa, por lo que determinar las mejores ubicaciones para las mismas es un desafío estratégico importante. Este trabajo se enmarca en términos de Investigación Operativa y se centra en la programación entera, específicamente en el problema de cubrimiento. El objetivo principal es estudiar los problemas de cubrimiento y aplicarlos para resolver el problema de ubicación de las instalaciones de bomberos en las provincias de Huesca y Teruel. La memoria está compuesta por tres capítulos que se resumirán brevemente a continuación.

El capítulo 1 introduce la programación lineal y la programación lineal entera. Además, también se define la relajación lineal de un problema entero, una “copia” del problema entero sin la restricción de integridad en las variables. Se proporcionan tres métodos para resolver problemas enteros que utilizan la relajación del problema. El método de ramificación y acotación divide el conjunto de posibles soluciones del problema relajado en subconjuntos más pequeños y disjuntos, y elimina una parte del conjunto anterior donde no hay soluciones para el problema entero. El método de planos de corte, en el que, a grandes rasgos, se debe encontrar una desigualdad que todas las soluciones del problema entero deben satisfacer y que se añadirá al problema como una nueva restricción (plano de corte). Finalmente, el método de ramificación y corte combina los dos métodos anteriores. Se basa en el algoritmo de ramificación y acotación y utiliza el algoritmo de plano de corte para ajustar más las relajaciones lineales.

El capítulo 2 modela el problema de dónde ubicar las instalaciones como un problema de cubrimiento de nodos. En este último, los nodos son ubicaciones (usuarios y posibles instalaciones) y los arcos entre ellos son conexiones entre ubicaciones. Denotando por d_{ij} la distancia entre el nodo de usuario j y el nodo de posible instalación i, y por D la distancia máxima entre un usuario y la instalación más cercana, se dice que se proporciona un buen servicio si todos los usuarios tienen, a lo sumo, una distancia D a la instalación más cercana. En este capítulo se proponen también algunas modificaciones del modelo básico que permiten representar diferentes situaciones. El problema de cubrimiento de conjuntos (LSCP) modifica la función objetivo del modelo original para minimizar el coste de ubicar las instalaciones. El problema de ubicación de cubrimiento maximal (MCLP) identifica la ubicación de un número específico de instalaciones p de modo que se maximice la demanda cubierta. El problema LSCP-Implícito cuantifica el cubrimiento de un área determinada por niveles, y el objetivo de este modelo es alcanzar esas coberturas de nivel para cada área con un número mínimo de instalaciones. El objetivo del problema de cubrimiento de conjuntos con fraccionamiento (CLSCP) es minimizar el número de instalaciones ubicadas, cubriendo toda la demanda y teniendo en cuenta la capacidad máxima de las instalaciones. Finalmente, el objetivo del problema de cobertura de conjuntos probabilístico (PSCP) es cubrir un área de demanda minimizando las instalaciones ubicadas, teniendo en cuenta la probabilidad de ocupación de las instalaciones. Este capítulo también proporciona una breve explicación sobre los métodos de solución de los problemas de cubrimiento, problemas de clase NP-hard. También se da una idea general de algunas técnicas exactas y metaheurísticas para la solución de los problemas de cubrimiento.

En el capítulo 3, se aplican algunos de los modelos presentados en el capítulo 2 al problema de la ubicación de instalaciones de bomberos en Huesca y Teruel. CPLEX Studio, Excel y VRP Solver se utilizarán para lograr este objetivo. En primer lugar, se muestra el entorno legal en el que se realiza este estudio, regido por el Boletín Oficial de Aragón. La situación actual en las dos provincias se estudia a través del MLCP. Con ayuda de LSCP, MLCP y LSCP-implícito se proponen mejoras a la situación actual. El primero se ha utilizado para realizar diversos estudios en los que se tiene y no se tiene en cuenta la ubicación actual de las instalaciones. El modelo MCLP se aplica para estudiar el caso de que solo hay presupuesto para ubicar una o dos instalaciones más. Y, finalmente, el LSCP-implícito contempla el caso en el que se desea que los núcleos urbanos más poblados tengan una mayor cobertura.

La memoria también incluye un Anexo con las distintas noticias publicadas en algunos periódicos que han sido motivación de este trabajo, así como un Anexo de siglas.

Summary

The location of facilities has always been an important issue in strategic planning of private and public companies. The acquisition or construction of new facilities may imply huge costs to the company, therefore deciding the best locations for new facilities is an important strategic challenge. Operations Research addresses this problem through integer programming and, in particular, covering problems. The aim of this work is to understand covering problems and apply them to solve the firemen facility location problem in Huesca and Teruel. This work consists of three chapters which are briefly summarised below.

Chapter 1: An introduction to Integer Optimization

Chapter 1 gives an approach of what an integer problem is and it introduces linear programming. First, the maximization linear problem and basic definitions in linear programming are given. Second, a theorem and a corollary related to the existence of optimal solutions of linear problems are displayed. Next, the definition of integer linear problem is given - which is a kind of optimization problem whose variables must be integer. In order to solve this kind of problems, the definition of a linear relaxation of an integer problem is introduced. In addition, three algorithms for solving integer problems that use the relaxation of the integer problem are given.

The branch and bound algorithm start solving the relaxed problem. If its optimal solution is integer, then the optimal solution is accomplished. If it is not, this procedure looks for an optimal solution by branching, i.e., partitioning the set of possible solutions into subsets. Moreover, it attempts to prune the enumeration by bounding the objective value of the subproblems generated by this partition.

The cutting-plane algorithm, as the algorithm described above, solves the relaxed problem of the integer problem. If its optimal solution is integer, the problem has been solved. Otherwise the algorithm iteratively refines the feasible set by means of linear inequalities, termed cuts or cutting planes. Therefore a new problem stricter than the relaxation itself is defined in each iteration, hence in each iteration we would be closer of the optimal solution.

The branch and cut algorithm combines both previously described algorithms. It is based on the branch and bound algorithm and uses the cutting-plane algorithm to refine more the feasible set. Its description is practically the same as that of the branch and bound algorithm but adding a cut step from the cutting-plane algorithm.

Chapter 2: Covering problems

When deciding where to locate facilities that provide a service, it happens quite often that a customer can receive this service only if they are under a certain distance to the closest facility. The problems that share this property receive the name of covering problems. In these problems, customers and possible facilities are modelled as nodes. Let $I = \{1,\dots,n\}$ be the set of potential facilities and let $J = \{1,\dots,m\}$ be the set of customers. The distance between the facility i and the customer j is denoted by d_{ij}. If it is assumed that D is the maximum allowed distance between a customer and the nearest facility and $d_{ij} \leqslant D \; \forall i \in I,\ j \in J$ then, it is said that the customer is covered.

The covering problem minimizes location costs while satisfying a specified level of coverage. Denote by a_{ij} a binary parameter which is 1 if distance from candidate facility i to the customer j is not greater than D. Moreover, let us define the binary variable x_i that indicates whether the facility is located

at point i or not. Therefore, the mathematical formulation of covering problem is:

$$\min \quad \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geqslant 1, \quad j = 1, \ldots, m \tag{2}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{3}$$

In this section, modifications are made to this formulation to reach different purposes. The first model suggested is the *Location Set Covering Problem (LSCP)* which changes the original model's objective function. Its purpose is to minimize the cost of locating facilities assuming that facility location cost varies from place to place. Hence, the parameter c_i is added; it represents the fixed cost of locating a facility at node i. Finally, the objective function of this model is $\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$.

The Maximal Covering Location Problem (MCLP) locates a fixed number of facilities p so that the total demand within the maximum service distance of at least one facility is maximized. It allows not to cover all the demand because of the resources limitations.

The LSCP-Implicit model assumes that each demand area can be covered not only by one facility but also by two or more, so that each facility covers a percentage of demand.

The Capacitated Location Set Covering Problem (CLSCP) takes in account the demand of the customers and the maximal capacity of the facilities. The aim of this problem is to minimize the number of located facilities while also covering the whole demand.

The Probabilistic Set Covering Problem (PSCP) provides a dynamic aspect of the covering problem which is frequently used in emergency facilities. Its aim is to cover a demand area minimizing the located facilities bearing in mind the possibility of having the facility occupied when another customer needs it.

This chapter also gives a brief explanation of the solution methods of the covering problems, which are NP-hard class. Exact and metaheuristic techniques as Lagragian relaxation, tabu search, genetic algorithms and simulated annealing are briefly presented.

Chapter 3: Application of covering problems to the location of firemen facilities

This chapter applies the models described in Chapter 2 to the firemen facilities location problem. CPLEX Studio, Excel and VRP Solver are used to accomplish this aim. First, it shows the legal environment in which this study is carried out. The legal framework is ruled by different laws published in 'Boletín Oficial de Aragón'. It is established that each provincial council should have its own fire department, therefore the provinces must be studied separately. In this work, Huesca and Teruel are studied. The cities in which population is over 20,000 must have a firemen facility located. In addition, the existing facilities of volunteer firemen will not be taken into account and the maximum intervention time of 35 minutes must be guaranteed. In this work, we are going to stablish where a facility should be located. A study carried out by specialists would take into consideration the type of facility that must be located and the number of firemen that should be necessary, which is beyond the scope of this work.

The current situation in the two provinces is studied through the MLCP, assuming that firemen get ready in 2 minutes. By using the LSCP, MLCP and LSCP-implicit improvements to this case have been also proposed. The first one has been used to do several studies where the current location of the facilities is and is not taken into account. The MCLP model has been used to study the case in which there is only budget to locate one or two more facilities. The LSCP-implicit studies the possibility of implementing a larger coverage in the most populated towns.

There are currently 20 firemen facilities in Huesca, 12 of which are professional ones. With these professional firemen facilities, 28 towns are not covered. The optimal solution of LSCP model, without taking into account the current facilities, indicates that 13 facilities must be located to cover the whole territory. Nevertheless, only 4 out of the 12 facilities that are already located would be used. If the current locations were taken into account (using all the facilities currently located) 19 facilities should be located. If it were not mandatory to use these facilities, but only convenient, 14 facilities should be located, 8 of which would already exist. If we suppose that there is budget for one or two facilities, where should we locate them? In the first case, the MCLP application shows that it should be placed in Albalatillo and it would cover 11 more towns. In the second case, they should be placed in Albalatillo and Jasa, and 18 more towns would be covered. The LSCP-Implicit model, supposing that Huesca, Monzon, Barbastro, Fraga and Jaca needed three facilities for being covered, indicates that 16 facilities should be placed, taking into account the facilities that already exist.

In Teruel, there are currently 19 firemen facilities, 15 of which are professional ones. With these professional firemen facilities 24 towns are not covered. The optimal solution of LSCP model, without taking into account the current facilities, indicates that 14 facilities must be located to cover the whole territory. Nevertheless, only 2 out of the 15 facilities that are already located would be used. If the current locations were taken into account (using all the facilities currently located) 20 facilities should be located. If it were not mandatory to use these facilities, but only convenient, 15 facilities should be located, 7 of which would already exist. If we suppose that there is budget for one or two facilities, where should we locate them? In the first case, the MCLP application shows that it should be placed in Cañada Vellida and it would cover 8 more towns. In the second case, they should be placed in Ababuj and Santa Eulalia, and 14 more towns would be covered. The LSCP-Implicit model, supposing that Teruel, Alcañiz and Andorra needed three facilities for being covered, indicates that 17 facilities should be placed, taking into account the facilities that already exist.

Índice general

Prólogo III

Summary V

1. Introducción a la programación entera 1
1.1. Programación lineal . . . 1
1.2. Optimización entera . . . 2
1.3. Métodos para la resolución de problemas de optimización entera . . . 3
1.3.1. Método de ramificación y acotación . . . 3
1.3.2. Método de planos de corte . . . 4
1.3.3. Método de ramificación y corte . . . 4

2. Problemas de cubrimiento 5
2.1. Formulación del problema de cubrimiento . . . 5
2.2. Algunas variantes del problema de cubrimiento . . . 6
2.2.1. Problema de cubrimiento de conjuntos. Location Set Covering Problem (LSCP) 6
2.2.2. Problema de cubrimiento maximal. Maximal Covering Location Problem (MCLP) 6
2.2.3. Problema de cubrimiento de conjuntos implícito (LSCP-Implicit) . . . 7
2.2.4. Problema de cubrimiento de conjuntos con fraccionamiento. Capacitated Location Set Covering Problem (CLSCP) . . . 8
2.2.5. Problema de cubrimiento de conjuntos probabilístico. Probabilistic Set Covering Problem (PSCP) . . . 9
2.3. Métodos de solución de los problemas de cubrimiento . . . 10
2.3.1. Técnicas exactas . . . 11
2.3.2. Técnicas metaheurísticas . . . 11

3. Aplicación del problema de cubrimiento a la ubicación de instalaciones de bomberos en Huesca y Teruel 13
3.1. Introducción . . . 13
3.2. Estudio de la provincia de Huesca . . . 14
3.2.1. Aplicación del modelo LSCP . . . 17
3.2.2. Aplicación del modelo MCLP . . . 19
3.2.3. Aplicación del modelo LSCP-Implicit . . . 19
3.3. Estudio de la provincia de Teruel . . . 20
3.3.1. Aplicación del modelo LSCP . . . 22
3.3.2. Aplicación del modelo MLCP . . . 22
3.3.3. Aplicación del modelo LSCP-Implicit . . . 22

Anexo I: Motivación 29

Anexo II: Siglas 37

Capítulo 1

Introducción a la programación entera

1.1. Programación lineal

La programación lineal es una técnica de la Investigación Operativa cuya finalidad es maximizar o minimizar una función objetivo lineal, de manera que las variables de dicha función están sujetas a una serie de restricciones expresadas mediante ecuaciones lineales.

El problema de optimización lineal escrito en forma estándar de máximo [3, 25] consiste en determinar los valores de las variables decisión $x_1,\dots,x_n$ tales que

$$\begin{array}{llcccccccccc} \max & Z & = & c_1x_1 & + & c_2x_2 & + & \dots & + & c_nx_n & & \\ \text{sujeto a} & & & & & & & & & & & \\ & & & a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \dots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ & & & a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \dots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ & & & & & & & \dots & & & & \\ & & & a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \dots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \\ & & & & & & \multicolumn{3}{c}{x_i \geqslant 0,\ \ i=1,\dots,n.} & & & \end{array} \tag{1.1}$$

Escrito en forma matricial el problema es:

$$\begin{array}{ll} \max & \boldsymbol{c}X \\ \text{sujeto a} & \\ & \mathbf{A}X = \mathbf{b} \\ & X \geqslant \mathbf{0} \end{array} \tag{1.2}$$

donde X: $n \times 1$, $\mathbf{A}$: $m \times n$ de rango m, $\mathbf{b}$: $m \times 1$ y $\mathbf{c}$: $1 \times n$.

Definición 1.1. La región factible S de un problema de programación lineal es el conjunto de todos los puntos que satisfacen todas las restricciones del problema, es decir

$$S = \{X \in \mathbb{R}^n : \mathbf{A}X = \mathbf{b}, X \geqslant \mathbf{0}\}.$$

Un elemento de S se dirá solución factible, y el problema es no factible si $S = \emptyset$.

Definición 1.2. Para un problema de maximización, una solución óptima del mismo es un punto en la región factible tal que la función objetivo en ese punto es mayor o igual que el valor de la función objetivo en cualquier otra solución factible.
Para un problema de minimización, una solución óptima es un punto en la región factible tal que la función objetivo en ese punto es menor o igual que el valor de la función objetivo en cualquier otra solución factible.

Definición 1.3. Sea S un conjunto convexo de $\mathbb{R}^n$. Se dice que un punto $X \in S$ es un punto extremo de S si no puede ponerse como una combinación convexa de dos puntos distintos de S.

Sea S un conjunto convexo cerrado de $\mathbb{R}^n$. Un vector $\boldsymbol{d}$ de $\mathbb{R}^n$ no nulo es una dirección de S si $X + \lambda \boldsymbol{d} \in S$, $\forall X \in S$, $\lambda \geqslant 0$. Dos direcciones $\boldsymbol{d}_1$ y $\boldsymbol{d}_2$ son distintas si no son proporcionales.

Se dice que una dirección $\boldsymbol{d}$ es extrema si no puede escribirse como una combinación lineal positiva de dos direcciones distintas.

Teorema 1.1. *Sea el problema de optimización lineal de máximo en forma estándar (1.2) cuya región de factibilidad es no vacía. Sean $X_1, \ldots, X_k$ los puntos extremos y $\boldsymbol{d}_1, \ldots, \boldsymbol{d}_h$ las direcciones extremas de la región factible. Una condición necesaria y suficiente para que el problema tenga solución óptima es que*

$$\boldsymbol{c}\boldsymbol{d}_i \leqslant \mathbf{0}, \qquad i = 1, \ldots, h.$$

Además, si el problema tiene solución óptima, existe un punto extremo que es solución óptima del problema.

Corolario 1.2. *Sea el problema de optimización lineal de mínimo en forma estándar (1.2) cuya región de factibilidad es no vacía. Sean $X_1, \ldots, X_k$ los puntos extremos y $\boldsymbol{d}_1, \ldots, \boldsymbol{d}_h$ las direcciones extremas de la región factible. Una condición necesaria y suficiente para que el problema tenga solución óptima es que*

$$\boldsymbol{c}\boldsymbol{d}_i \geqslant \mathbf{0}, \qquad i = 1, \ldots, h.$$

Además, si el problema tiene solución óptima, existe un punto extremo que es solución óptima del problema.

Definición 1.4. Se dice solución factible básica a un elemento de la región factible del problema (1.2) con a lo sumo m valores no nulos, y tal que los vectores columna de la matriz $\mathbf{A}$ asociados a las componentes no nulas son linealmente independientes. Gráficamente una solución factible básica es un punto extremo de la región de factibilidad.

Para resolver eficientemente el problema de optimización lineal se han diseñado distintos algoritmos [3, 25]. Uno de los mas conocidos es el algoritmo simplex, que recorre puntos extremos de la región factible. El algoritmo simplex parte de una solución factible básica. Esta solución se obtiene igualando $n - m$ variables a cero y resolviendo el sistema con las variables restantes. Las variables que se hacen cero son las variables no básicas; el resto son las variables básicas. Partiendo de una solución factible básica, el algoritmo simplex itera cambiando de una solución factible básica a otra adyacente con un valor mejor (o no peor) de la función objetivo. El proceso continúa hasta que se alcanza una solución factible básica $\overline{X}$ tal que $c\overline{X} \geqslant cX$ $\forall X \in S$ en el problema de máximo ($c\overline{X} \leqslant cX$ $\forall X \in S$ en el de mínimo) o se encuentra una dirección extrema $\boldsymbol{d}$ para la que no se verifica la condición del teorema 1.1 o del corolario 1.2. Si se encuentra esta dirección, el algoritmo concluye indicando que el problema es no acotado.

1.2. Optimización entera

Un problema de optimización se dice lineal entero mixto (PEM) si coexisten variables enteras y continuas. Su formulación es:

$$\begin{array}{llcccc} \max & \boldsymbol{c}X & + & \boldsymbol{h}Y & & \\ \text{sujeto a} & & & & & \\ & \mathbf{A}X & + & \mathbf{G}Y & = & \boldsymbol{b} \\ & & X, Y \geqslant 0, X \in \mathbb{Z}^n & & & \end{array} \tag{1.3}$$

siendo X: $n\times 1$, Y: $p\times 1$, $\mathbf{A}$: $m\times n$, $\mathbf{G}$: $m\times p$, $\boldsymbol{b}$: $m\times 1$, $\boldsymbol{h}$: $1\times p$ y $\boldsymbol{c}$: $1\times n$. En el caso de que todas las variables están restringidas a ser enteras, el problema se dice entero puro (PEP) o entero puro binario $PEP\,0-1$ si las variables solo pueden tomar los valores $0-1$.

El conjunto de posibles soluciones del PEM será $\mathcal{S}=\{(X,Y)\in\mathbb{Z}_+^n\times\mathbb{R}_+^p : \mathbf{A}X+\mathbf{G}Y=\boldsymbol{b}\}$.

Definición 1.5. Se denomina relajación del PEM (RPEM) al problema lineal

$$\begin{array}{lrcrcl} \max & \boldsymbol{c}X & + & \boldsymbol{h}Y & & \\ \text{sujeto a} & & & & & \\ & \mathbf{A}X & + & \mathbf{G}Y & = & \mathbf{b} \\ & & & X\geqslant 0, Y\geqslant 0. & & \end{array} \tag{1.4}$$

El conjunto de soluciones factibles del problema (1.4) se denota como P_0.

1.3. Métodos para la resolución de problemas de optimización entera

Si el PEM tiene solución óptima, se denota como (X^*,Y^*) y Z^* al correspondiente valor óptimo del PEM. Se denota (X^0,Y^0) y Z^0 a la solución optima y al valor óptimo del RPEM, respectivamente. Como $\mathcal{S}\subset P_0$ se sigue que $Z^*\leqslant Z^0$. Además, si X^0 es un vector entero entonces $(X^0,Y^0)\in\mathcal{S}$ y por lo tanto $Z^*=Z^0$. En este caso, el PEM está resuelto.

A continuación se van a describir tres estrategias [5] para enfrentarse al caso en el que al menos una componente del vector X^0 es no entera.

1.3.1. Método de ramificación y acotación

El método de ramificación y acotación busca una solución óptima del PEM dividiendo el conjunto P_0 en subconjuntos más pequeños y disjuntos, eliminando, además, una parte del conjunto P_0 que no contiene soluciones factibles del PEM.

El algoritmo resuelve, en primer lugar, el problema RPEM. Si su solución óptima es entera, entonces el algoritmo termina. Si no lo es, existirá una variable en la solución x_k, tal que $x_k\notin\mathbb{Z}$. El problema original se divide en k problemas $RPEM_1,\ldots,RPEM_k$, cuyas restricciones son las del RPEM original, añadiendo una restricción más sobre la variable x_k. A continuación se resuelven los problemas por separado. En el caso de que alguno de los problemas tenga solución entera, se comprueba si el valor de la función objetivo de la solución entera es mayor (o menor, si es de mínimo) que el valor de la función objetivo del resto de ramas. Si lo es, el algoritmo termina. Si no, se toma otro problema y se vuelve a dividir en s problemas, repitiendo el proceso anterior.

Suponiendo que cada problema lineal se corresponde con un nodo en el árbol de enumeración, para un nodo N_i, sea Z_i el valor de la función objetivo del $RPEM_i$. Sea N_0 el nodo correspondiente al RPEM. Entonces el proceso de ramificación y acotación procede de la siguiente manera:

0. **Inicializar.** $\mathscr{L}:=\{N_0\}$, $\underline{Z}=-\infty$, $(X^*,Y^*):=\emptyset$.

1. **¿Finalización?** Si $\mathscr{L}=\emptyset$, la solución (X^*,Y^*) es óptima.

2. **Elección de un nodo.** Tomar N_i en $\mathscr{L}$ y eliminarlo de $\mathscr{L}$.

3. **Acotación.** Resolver $RPEM_i$. Si no es factible, ir al paso 1. En otro caso, tomar (X^i,Y^i) solución optima del $RPEM_i$ y Z_i el valor de su función objetivo.

4. **Eliminación.** Si $Z_i\leqslant\underline{Z}$ ir al paso 1. Si (X^i,Y^i) es factible para el problema PEM, tomar $\underline{Z}:=Z_i$ y $(X^*,Y^*):=(X^i,Y^i)$ e ir al paso 1. En otro caso pasar al paso 5.

5. **Ramificación.** En el $RPEM_i$, construir $k \geqslant 2$ problemas lineales $RPEM_{i_1}, \dots, RPEM_{i_k}$ con regiones factibles más pequeñas cuya unión no contiene (X^i, Y^i), pero contiene todas las soluciones del $RPEM_i$ con $X \in \mathbb{Z}^n$. Añadir los correspondientes nuevos nodos $N_{i_1}, \dots, N_{i_k}$ al conjunto $\mathscr{L}$ e ir a 1.

Existen distintas formas de construir los nuevos problemas $RPEM_{i_1}, \dots, RPEM_{i_k}$ cuya descripción puede verse en [5].

1.3.2. Método de planos de corte

Como antes, el algoritmo resuelve en primer lugar el problema $RPEM$. Si $(X^0, Y^0) \notin \mathcal{S}$, la idea es encontrar una desigualdad $\alpha X + \gamma Y \leqslant \beta$ que se satisface para todo punto en $\mathcal{S}$ pero tal que $\alpha X^0 + \gamma Y^0 > \beta$. La existencia de tal igualdad está garantizada cuando (X^0, Y^0) es una solución básica del problema $RPEM$. Una desigualdad de tales características define un plano de corte que separa la solución (X^0, Y^0) del resto de conjunto $\mathcal{S}$ y define el nuevo conjunto $P_1 := P_0 \cap \{(X,Y) : \alpha X + \gamma Y \leqslant \beta\}$ tal que $\mathcal{S} \subseteq P_1 \subset P_0$. Así, se define un problema que es más exigente que el de relajación natural y que estará más cerca del resultado del PEM. El proceso de planos de corte procede del siguiente modo:
Comenzando con $i = 0$,

1. **Paso recursivo:** Resolver el problema lineal $RPEM_i = \max\{cX + hY : (X,Y) \in P_i\}$
   a) Si la solución (X^i, Y^i) asociada a $RPEM_i$ pertenece a $\mathcal{S}$, parar.
   b) En otro caso, resolver el problema de separación encontrando un plano de corte $\alpha X + \gamma Y \leqslant \beta$ que separa la solución (X^i, Y^i) de $\mathcal{S}$. Definir
   $P_{i+1} := P_i \cap \{(X,Y) : \alpha X + \gamma Y \leqslant \beta\}$ y repetir el paso recursivo.

Una forma de construir estos planos de corte es el procedimiento de Gomory. Si existen variables no negativas $x_1, \dots, x_n$ tales que $\sum_{j=1}^{n} a_j x_j = a_0$, donde $a_0 \notin \mathbb{Z}$, el corte de Gomory es

$$\sum_{j=1}^{n} (a_j - \lfloor a_j \rfloor) x_j \geqslant a_0 - \lfloor a_0 \rfloor.$$

Las desigualdades que separan la solución del conjunto factible $\mathcal{S}$ se denominan desigualdades válidas.

1.3.3. Método de ramificación y corte

El método de ramificación y corte combina los dos métodos que se han visto en los anteriores apartados, usando como algoritmo base el método de ramificación y acotación, y utilizando el algoritmo de planos de corte para ajustar más las relajaciones lineales. Su descripción general es la del método de ramificación y acotación descrita en el apartado 1.3.1, añadiendo el siguiente paso entre los pasos 4 y 5:

4'. **¿Adición de cortes?** Se debe decidir si se fortalece la formulación del $RPEM_i$ o si se ramifica directamente. En el primer caso, se fortalece $RPEM_i$ añadiendo planos de corte y se vuelve al paso 3. En el segundo caso se procede al paso 5.

Capítulo 2

Problemas de cubrimiento

2.1. Formulación del problema de cubrimiento

Los problemas de cubrimiento surgen al decidir dónde ubicar instalaciones que van a proveer servicios a usuarios, que solo podrán ser atendidos por la instalación más cercana si ésta se sitúa a una distancia menor que una dada D. Por lo tanto, un usuario es atendido si está a una cierta distancia de la instalación menor que D, en este caso, se dice que el individuo está cubierto. El primer modelo matemático aplicado a este problema [8, 13, 24] minimiza el número de instalaciones que se deben ubicar para que todos los clientes estén cubiertos.

Este problema [13] se formula como un problema de cubrimiento de nodos. Sea el grafo completo $G = (V,E)$ en el que el conjunto de los nodos V está formado por los elementos $i \in I = \{1,\dots,n\}$ que representan las posibles localizaciones de las instalaciones, y los elementos $j \in J = \{1,\dots,m\}$, que representan los posibles lugares donde se pueden requerir los servicios o áreas de demanda, que en adelante serán llamados usuarios. Por lo tanto, se tiene que $V = I \cup J$. El arco entre dos nodos i, j representa la conexión entre una posible instalación y un usuario. El arco (i, j) tiene asociada una distancia que se denota por d_{ij}. D denota la máxima distancia para proveer un servicio aceptable, es decir, cuando $d_{ij} \leqslant D$ se dice que la instalación i cubre al usuario j. Si esto ocurre para todos los usuarios $j \in J$ se dice que el conjunto de instalaciones I cubre el grafo G.

Para $i \in I$, $j \in J$, se define

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } d_{ij} \leqslant D \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}, \qquad x_i = \begin{cases} 1 & \text{si se ubica la instalación en } i \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

El parámetro binario a_{ij} indica si la distancia desde el emplazamiento candidato i al usuario j es o no mayor que D y las variables decisión x_i binarias indicarán si la instalación se va a ubicar en la localización i o no.

Con estas notaciones, el problema de cubrimiento (PC) puede formularse como:

$$\min \quad \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.1}$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geqslant 1, \quad j = 1,\dots,m \tag{2.2}$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i = 1,\dots,n. \tag{2.3}$$

El término (2.1) minimiza el número total de instalaciones. Las desigualdades (2.2) garantizan que cada cliente j tiene ubicada al menos una instalación a una distancia menor o igual que D. En ocasiones, estas restricciones se escriben sin utilizar el parámetro a_{ij} como

$$\sum_{i \in N_j} x_i \geqslant 1, \quad j = 1,\dots,m$$

donde $N_j = \{i \in I | d_{ij} \leqslant D\}$ representa el conjunto de potenciales instalaciones que cubren al usuario j. Finalmente, la restricción (2.3) asegura que las variables x_i son binarias.

En ocasiones, a este modelo básico de cubrimiento se le aplican modificaciones para alcanzar diferentes objetivos. En el siguiente apartado se formulan algunas de ellas.

2.2. Algunas variantes del problema de cubrimiento

El problema de cubrimiento básico se ha ido modificando y desarrollando a lo largo del tiempo [4, 6, 16], añadiendo distintas restricciones o cambiando la función objetivo, para afrontar los distintos casos de problemas de cubrimiento que han surgido.

2.2.1. Problema de cubrimiento de conjuntos. Location Set Covering Problem (LSCP)

El objetivo del problema de cubrimiento de conjuntos consiste en minimizar el coste de localización suponiendo que ubicar una instalación en un vértice u otro tiene costes distintos. Con la notación introducida en la sección 2.1 y añadiendo el parámetro c_i, que representa el coste fijo de ubicar una instalación en el nodo $i \in I$, el modelo se plantea como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^{n} c_i x_i && (2.4) \\ \text{sujeto a} \quad & (2.2), (2.3). \end{aligned}$$

En este problema, el término (2.4) minimiza el coste de ubicación de las instalaciones.

2.2.2. Problema de cubrimiento maximal. Maximal Covering Location Problem (MCLP)

Este modelo apareció por primera vez en 1974 [4] para abordar el problema de tener recursos limitados. Su objetivo es identificar la ubicación de un número específico p de instalaciones de manera que se maximice la demanda cubierta. En este modelo se permite no cubrir toda la demanda por la existencia de limitaciones de recurso.

Se denota mediante g_j la demanda de servicio en el usuario j y la variable binaria z_j indica si el usuario j es cubierto por alguna instalación o no,

$$z_j = \begin{cases} 1 & \text{si el usuario } j \text{ es cubierto por alguna instalación} \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

El problema MCLP se plantea de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j=1}^{m} g_j z_j && (2.5) \\ \text{sujeto a} \quad & \\ & \sum_{i \in N_j} x_i \geqslant z_j, \quad j = 1, \ldots, m && (2.6) \\ & \sum_{i}^{n} x_i = p && (2.7) \\ & x_i \in \{0,1\} \quad i = 1, \ldots, n && (2.8) \\ & z_j \in \{0,1\} \quad j = 1, \ldots, m. && (2.9) \end{aligned}$$

La función objetivo del problema maximal (2.5) garantiza que la demanda total cubierta al ubicar las instalaciones sea máxima. Las restricciones (2.6) relacionan las decisiones de ubicación de instalaciones con el cubrimiento del área de demanda j, si no se ubican instalaciones que cubran al usuario j entonces su demanda no será satisfecha. La restricción (2.7) especifica que únicamente p instalaciones deben ser ubicadas. Las restricciones (2.8) y (2.9) garantizan que las variables sean binarias.

2.2.3. Problema de cubrimiento de conjuntos implícito (LSCP-Implicit)

Los modelos descritos anteriormente no tienen en cuenta si la instalación que cubre un conjunto de nodos de demanda j está disponible en el momento en el que es requerido por un usuario. Si la instalación i está dando servicio a un usuario j_1 y en ese momento otro usuario j_2, cubierto únicamente por la instalación i, requiere sus servicios, es posible que j_2 no obtenga finalmente el servicio que ha demandado y, por lo tanto, no esté realmente cubierto. Este tipo de situaciones se dan, por ejemplo, en instalaciones de bomberos. Si un coche de bomberos está en una urgencia, entonces ese coche no puede responder a otra llamada al mismo tiempo. Para modelar este tipo de situaciones se ha desarrollado el modelo de problemas de cubrimiento implícito [16] en el que la cobertura de cada nodo de demanda j es satisfecha por más de una instalación. Por ejemplo, en la figura 2.1 se puede observar que el área de demanda está cubierta por dos instalaciones distintas i_1 e i_2. Ambas cubren un porcentaje del área de demanda de más del 50 por ciento. Si el cubrimiento de ambas instalaciones es complementario, la totalidad del área de demanda estará cubierta.

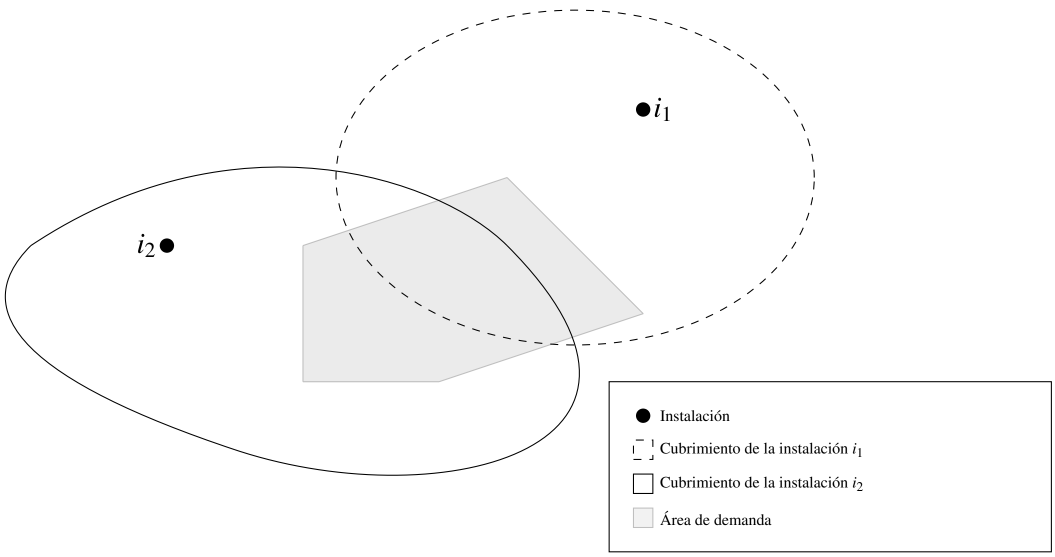

Figura 2.1: Cubrimiento de un área de demanda por dos instalaciones.

Para cuantificar el tipo de cubrimiento de un usuario o área de demanda j, se denota mediante $k \in \{1,\ldots,K\}$ el índice de nivel de cubrimiento. Por ejemplo, en la figura 2.1, $K = 2$ y por lo tanto se admiten combinaciones de cubrimiento parcial por hasta dos instalaciones. El porcentaje mínimo de cubrimiento en el nivel k se denota β_k, es decir, β_k indica qué porcentaje de cubrimiento parcial se considera suficiente para el nivel k. El número mínimo de instalaciones para cubrir completamente a nivel k es α_k. Si se observa la figura 2.1, ambas instalaciones satisfacen un porcentaje mínimo de cubrimiento β_2 del 50 por ciento, pero ninguna de las dos independientemente cubriría completamente el área de demanda. El conjunto de instalaciones potenciales que cubren el usuario j al menos β_k se denota Ω_{jk}. En el caso de la figura 2.1 se tiene que $\Omega_{j2} = \{i_1, i_2\}$ y por lo tanto $\alpha_2 = 2$.

Por último, se define la variable decisión binaria w_{jk} que indica si el usuario j está cubierto o no a nivel k,

$$w_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{si el usuario } j \text{ está cubierto al menos al nivel } k \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

El problema se formula como:

$$\min \quad \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.10}$$

sujeto a

$$\sum_{i \in \Omega_{jk}} x_i \geqslant \alpha_k w_{jk}, \quad j = 1, \ldots, m, \quad k = 1, \ldots, K \tag{2.11}$$

$$\sum_{k=1}^{K} w_{jk} = 1, \qquad j = 1, \ldots, m \tag{2.12}$$

$$w_{jk} \in \{0,1\}, \qquad j = 1, \ldots, m, \quad k = 1, \ldots, K \tag{2.13}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2.14}$$

La función objetivo (2.10) minimiza el número de instalaciones a construir. Las restricciones (2.11) indican que para cubrir la demanda del usuario j completamente a nivel k, deben ubicarse al menos α_k instalaciones. Las restricciones (2.12) aseguran el cubrimiento a nivel k y las restricciones (2.12) y (2.14) garantizan que las variables sean binarias.

2.2.4. Problema de cubrimiento de conjuntos con fraccionamiento. Capacitated Location Set Covering Problem (CLSCP)

En el PC general se supone que la instalación i es capaz de cubrir toda la demanda del usuario j cuando este último es atendido, es decir, se supone que las instalaciones no tienen restricción de capacidad. En algunas situaciones, sin embargo, los usuarios tienen una demanda y no necesariamente toda ha de ser atendida por una instalación, sino que puede fraccionarse. Este tipo de problemas se denominan problemas de cubrimiento de conjuntos con fraccionamiento [6]. En este problema, se supone que las instalaciones tienen una capacidad máxima, y los usuarios son asignados a las instalaciones pudiéndose fraccionar su demanda. El objetivo es minimizar el número de instalaciones establecidas.

Sea ahora γ_j la demanda del usuario j y sea e_i la capacidad potencial de la instalación i. Se define la variable u_{ij} como la fracción de demanda del usuario j asignado a la instalación i. El modelo CLSCP se plantea como

$$\min \quad \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.15}$$

sujeto a

$$\sum_{i \in N_j} u_{ij} \geqslant 1, \qquad j = 1, \ldots, m \tag{2.16}$$

$$\sum_{j}^{m} \gamma_j u_{ij} - e_i x_i \leqslant 0, \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.17}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2.18}$$

$$u_{ij} \geqslant 0 \qquad i = 1, \ldots, n, \; j = 1, \ldots, m \tag{2.19}$$

La restricciones (2.16) aseguran que la demanda de cada nodo $j \in J$ sea asignada totalmente a instalaciones cuya distancia a j sea menor que D. Las restricciones (2.17) aseguran que la demanda total asignada a una instalación i no excede la capacidad de la misma. Por último, las restricciones (2.18) aseguran que las variables sean binarias y las restricciones (2.19) aseguran la no negatividad de las variables fraccionarias. Si se compara esta formulación con la del PC, se observan dos diferencias. En primer lugar, se han agregado restricciones de capacidad de instalación y en segundo lugar, se han agregado variables de asignación, u_{ij}. Estas variables no son necesarias en el PC porque se supone que la demanda será atendida por su instalación más cercana pero en el CLSCP la demanda no siempre puede ser atendida por la instalación más cercana y se debe derivar a otra instalación. En ésta formulación se asume que la demanda de un usuario no tiene que ser asignada completamente a la misma instalación.

Si el objetivo del problema es minimizar el coste total por la localización de las instalaciones se debería cambiar la función objetivo (2.15) por la expresión $\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$.

2.2.5. Problema de cubrimiento de conjuntos probabilístico. Probabilistic Set Covering Problem (PSCP)

Los problemas que se han formulado anteriormente han sido problemas deterministas cuyos parámetros no eran variables. Los modelos considerados en este apartado [8, 18] introducen un aspecto más dinámico del problema de cubrimiento que, en especial, es usado frecuentemente en problemas de instalaciones de emergencia.

Sea q la fracción de tiempo en el que la instalación está ocupada dando servicio, en adelante se le dará el nombre de "fracción de ocupación". El objetivo es asegurar un nivel mínimo de fiabilidad $\xi \in (0,1)$ a los usuarios que van a requerir los servicios. Por tanto, la probabilidad de que una o más instalaciones estén libres para dar servicio a la siguiente llamada de demanda del nodo j debe ser mayor o igual que ξ. Por tanto se debe cumplir

$$1 - q^{\sum_{i \in N_j} x_i} \geqslant \xi, \quad j = 1, \ldots, m. \tag{2.20}$$

Como la fracción de ocupación q elevada al número de instalaciones en N_j es la probabilidad de que todas las instalaciones accesibles estén ocupadas, uno menos ésta cantidad proporciona la probabilidad del suceso contrario, es decir, la probabilidad de que al menos una instalación $i \in N_j$ esté libre. El problema se plantea como

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{n} x_i && && (2.21)\\
\text{sujeto a} \quad & && && \\
& \sum_{i \in N_j} x_i \geq \left\lceil \frac{\ln(1-\xi)}{\ln(q)} \right\rceil && j = 1, \ldots, m && (2.22)\\
& x_i \in \mathbb{N}, && i = 1, \ldots, n. && (2.23)
\end{aligned}$$

Nótese que (2.20) se ha escrito como (2.22), donde la variable x_j puede tomar cualquier valor entero positivo, lo que permite establecer múltiples instalaciones del mismo tipo en un mismo lugar. Este problema usa una estimación de la fracción de ocupación y debido a como se ha formulado el problema, es muy sensible a este valor de q. Por ello se ha propuesto una mejora al problema probabilístico anterior que consiste en escribir la restricción de fiabilidad para cada punto de demanda j.

En primer lugar se va a definir q_j la fracción media de ocupación de una región alrededor del usuario j, que estará limitada por la distancia máxima D. Denotando $\bar{t}$ la duración media de una llamada o requerimiento de servicio, expresada en horas, ν_k la frecuencia de llamadas en el nodo de demanda k expresada en llamadas/día y $M_i = \{j \in J | d_{ij} \leqslant D\}$, el conjunto de usuarios que están a una distancia menor o igual que D de la instalación i se tiene:

$$q_j = \frac{\bar{t} \cdot \sum_{k \in M_i} \nu_k}{24 \cdot \sum_{i \in N_j} x_i}.$$

Donde el numerador $\bar{t} \cdot \sum_{k \in M_i} \nu_k$ representa el número de horas diarias necesitadas en la zona alrededor del usuario j limitada por D, y el denominador es el número de horas diarias disponibles de servicio en la misma zona. Por tanto, la ratio proporciona una estimación de la fracción de ocupación en la zona. Nótese que el valor real de esta estimación de la fracción de ocupación no se calcula hasta que se conoce el número de instalaciones en N_j.

Para asegurar la fiabilidad ξ se debe exigir que $1 - q_j^{\sum_{i \in N_j} x_i} \geqslant \xi$. Denotando $F_j = \frac{\bar{t}}{24} \cdot \sum_{k \in M_i} v_k$, en el punto de demanda j se tiene que la restricción de fiabilidad es

$$1 - \left(\frac{F_j}{\sum_{i \in N_j} x_i} \right)^{\sum_{i \in N_j} x_i} \geqslant \xi. \tag{2.24}$$

Por lo tanto, la formulación del modelo es

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^{n} x_i & (2.25) \\ \text{sujeto a} \quad & & \\ & \sum_{i \in N_j}^{n} x_j \geqslant b_j, \quad \forall j \in J & (2.26) \\ & x_i \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I & (2.27) \end{aligned}$$

donde b_j es el entero más pequeño y positivo satisfaciendo

$$1 - \left(\frac{F_j}{b_j} \right)^{b_j} \geqslant \xi.$$

2.3. Métodos de solución de los problemas de cubrimiento

Uno de los puntos clave para determinar si un algoritmo es bueno para resolver un determinado tipo de problema es el tiempo de computación que requiere para resolverlo. Se denomina instancia a un conjunto de datos específico de un problema dado. El tamaño de la instancia se mide por el espacio requerido para guardar los datos.

Definición 2.1. Sea una función $f : S \longrightarrow \mathbb{R}_+$, se dirá que f está acotada polinomialmente por la función $g : S \longrightarrow \mathbb{R}_+$ si existe $\Phi : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ un polinomio tal que $f(s) \leqslant \Phi(g(s))$.

Un algoritmo se dice que resuelve un problema en tiempo polinomial si su tiempo de computación, medido como el número de operaciones aritméticas que el algoritmo lleva a cabo, está acotado polinomialmente por el tamaño de la instancia. En este caso, se dice algoritmo polinomial.

Dependiendo del tipo de problema que se considera, pueden existir o no algoritmos polinomiales que lo resuelvan. Los problemas se agrupan en clases de complejidad. La clase *P* es el conjunto de problemas de decisión para los que existe un algoritmo polinomial para resolverlos. La clase *NP*, acrónimo en inglés de nondeterministic-polynomial, es el conjunto de problemas de decisión cuyo tiempo de resolución es polinomial no determinista. Es decir, es la clase de problemas que se pueden resolver en tiempo polinomial por una máquina de Turing no determinista. Los problemas *NP-hard*, que pueden ser o no problemas de decisión, son los que al menos son tan difíciles de resolver como los problemas más difíciles en la clase *NP*. Es decir, un problema es *NP-hard* si cumple que si existe un algoritmo polinomial para su solución, entonces existe un algoritmo polinomial para cualquier problema en *NP*.

El problema de cubrimiento es de clase *NP-hard* [9, 13]. Por ser un problema de ésta clase se ha invertido mucho esfuerzo en entender mejor la estructura de este modelo con intención de encontrar formulaciones equivalentes que permitan desarrollar algoritmos más eficientes para obtener soluciones más precisas. Para ello, se han desarrollado distintas técnicas: el preprocesamiento, el análisis poliédrico y la relación del problema de cubrimiento con otros problemas. El preprocesamiento consiste en simplificar el problema al máximo [15, 19, 22, 23]. Por ejemplo, al resolver un PC en el que se tiene que minimizar se puede asumir que los coeficientes de la función objetivo son todos positivos. En caso contrario, es decir, si existe un $i \in \mathbb{N}$ tal que $c_i \leqslant 0$, entonces se fijaría $x_i = 1$ y quedaría un problema a resolver con una variable menos. La formulación del PC puede ser mejorada estudiando la estructura poliédrica de su politopo [2, 20]. Por otro lado, relacionar el PC con problemas clásicos ya estudiados puede ser de utilidad a la hora de resolver el PC. Por ejemplo, es posible convertir un problema de cubrimiento en uno de empaquetamiento o particionamiento y viceversa [12, 20].

Existen dos tipos de técnicas que se usan para la resolución de los PC, técnicas exactas y metaheurísticas que se van a introducir brevemente a continuación.

2.3.1. Técnicas exactas

Las técnicas exactas tratan de resolver PC a través de algoritmos eficientes. Los algoritmos citados en el capítulo 1, ramificación y acotación y planos de corte, son técnicas muy eficientes que resuelven el problema general de optimización entera, pero existen modificaciones y otras técnicas que hacen uso de las particularidades del problema de cubrimiento para ser más eficientes computacionalmente. Por ejemplo, existe un método que es modificación del método de ramificación y acotación que aprovecha la estructura de la formulación del problema de cubrimiento y sus soluciones [14]. En otro, se usa la estrategia de ramificación y acotación donde la acotación se hace en las restricciones [7]. Otros métodos exactos hacen uso de técnicas heurísticas y del método de Relajación Lagrangiana (RL) para obtener cotas inferiores [2].

2.3.2. Técnicas metaheurísticas

Las técnicas metaheurísticas son procedimientos de búsqueda que no garantizan la obtención del óptimo del problema considerado, pero proporcionan, en general, soluciones cercanas al óptimo en tiempos computacionales razonables. Las técnicas metaheurísticas tratan de huir de óptimos locales orientando la búsqueda en cada momento dependiendo de la evolución del proceso de búsqueda.

Entre los diferentes métodos que se han desarrollado en la literatura para resolver los problemas de cubrimiento, es necesario destacar la RL. La RL es un método computacionalmente eficiente y puede generar muy buenas soluciones en un tiempo razonable [10]. Además de usarse como un método heurístico, se puede usar para proporcionar buenas cotas inferiores que pueden ser usadas, después, por métodos de resolución exactos eficientes como el método de ramificación y corte [10]. La RL consiste en identificar las restricciones complicadas, entendiendo como restricciones complicadas aquellas que si no estuvieran en el problema, éste sería mucho más fácil de resolver. Considerando el problema de optimización entera en forma matricial como

$$\begin{array}{llcll} \min & \boldsymbol{c}X & + & \boldsymbol{h}Y & & \\ \text{sujeto a} & & & & & \\ & \mathbf{A}X & + & \mathbf{G}Y & \leqslant & \mathbf{b} \\ & \mathbf{C}X & + & \mathbf{H}Y & \leqslant & \mathbf{d} \\ & \multicolumn{5}{c}{X, Y \geqslant 0, X \in \mathbb{Z}^n.} \end{array} \tag{2.28}$$

donde $\mathbf{A}X + \mathbf{G}Y \leqslant \mathbf{b}$ son las restricciones complicadas, la RL con multiplicadores no negativos de Lagrange λ del problema se define como

$$\begin{array}{llcllcl} \min & \boldsymbol{c}X & + & \boldsymbol{h}Y & + & \lambda(\mathbf{A}X + \mathbf{G}Y - \mathbf{b}) \\ \text{sujeto a} & & & & & \\ & \mathbf{C}X & + & \mathbf{H}Y & \leqslant & \mathbf{d} \\ & \multicolumn{5}{c}{X, Y \geqslant 0, X \in \mathbb{Z}^n.} \end{array} \tag{2.29}$$

La técnica de búsqueda tabú o "tabú search" [21] clasifica algunos movimientos (pasos de una solución a otra) y los introduce dentro de una lista tabú. Los movimientos que se encuentran dentro de esta lista no serán posibles de realizar. Usando determinadas restricciones en el proceso de búsqueda de soluciones evita que el algoritmo quede atrapado en un conjunto de soluciones óptimas locales. Es decir, ésta técnica resuelve el problema de los bucles impidiendo temporalmente movimientos que podrían hacer volver a una solución recientemente visitada.

Los algoritmos genéticos o evolutivos [17] están inspirados en el proceso genético de adaptación de los organismos vivos. A lo largo de generaciones las poblaciones de especies evolucionan en la naturaleza acorde con los principios de selección natural. El método genético parte de un conjunto inicial de soluciones a las que en cada iteración se les realizan manipulaciones y de las que se obtienen sucesivos conjuntos de soluciones. Las manipulaciones más comunes son la selección, el cruce, la mutación y la inversión. La selección está relacionada con la aptitud, y permite generar las sucesivas poblaciones. El cruce consiste en sustituir algunos elementos del vector solución por los elementos correspondientes de otro vector solución. La mutación de genes mantiene la diversidad genética de una generación de una población a otra.

La técnica de recocido simulado [1] o en inglés "simulated annealing" pertenece a la clase de los algoritmos aleatorios de búsqueda local que pueden ser usados para resolver problemas de optimización *NP-hard*. Fue introducido [11] siguiendo una analogía con el proceso de recocido físico que era usado para encontrar estados de baja energía de sólidos. Este método ha producido resultados interesantes en la convergencia de los algoritmos de resolución y se ha aplicado a una gran variedad de problemas.

Capítulo 3

Aplicación del problema de cubrimiento a la ubicación de instalaciones de bomberos en Huesca y Teruel

3.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es aplicar algunos modelos estudiados en el capítulo 2 al problema de localización de instalaciones de bomberos en Huesca y Teruel (ver Anexo I). El Cuerpo de Bomberos no sólo es responsable de la extinción de incendios en hogares, éstos atienden emergencias causadas por la naturaleza como terremotos e inundaciones, o por el descuido o imprudencia de los ciudadanos como accidentes y muchos incendios forestales. Además, también realizan labores de búsqueda, salvamento y rescate. Por ello es importante tener una buena distribución de los servicios en todo el territorio, pues un factor determinante en la efectividad del Cuerpo de Bomberos es el tiempo que tardan en actuar (ver Anexo I). El objetivo de éste capítulo es determinar las localizaciones idóneas para ubicar las instalaciones de bomberos. Para poder resolver computacionalmente los problemas mencionados se usará IBM® ILOG® CPLEX® Optimization Studio 12.6.2 (CPLEX) [1], una herramienta desarrollada por IBM que, entre otras funciones, resuelve problemas de programación lineal y lineal entero. CPLEX hace uso de variantes del método simplex y los métodos vistos en el capítulo 1 para resolverlos.

A continuación, se va a presentar cuál va a ser el marco de la legalidad sobre la que se va a trabajar, establecida por las distintas leyes incluidas en el Boletín Oficial de Aragón (BOA). De acuerdo con la LEY 1/2013, de 7 de marzo, de Regulación y Coordinación de los Servicios de Prevención, Extinción de Incendios y Salvamento de Aragón,

> Los municipios con población superior a veinte mil habitantes, deberán prestar, por sí, asociados o a través de las distintas formas de gestión de los servicios públicos locales, el de Prevención, Extinción de Incendios y Salvamento, sin perjuicio de que puedan solicitar la dispensa de su prestación, en los términos establecidos en la legislación de régimen local.

Además,

> Las Diputaciones Provinciales garantizarán por sí solas, o en colaboración con otras Administraciones o entidades públicas, hasta que el Gobierno de Aragón ponga en funcionamiento una organización propia, la prestación de los Servicios de Prevención, Extinción de Incendios y Salvamento en aquellos municipios en los que, de acuerdo con la legislación de régimen local, no resulte obligatoria su prestación y carezcan de Servicio propio.

Por lo tanto el territorio quedará separado en tres diputaciones provinciales y se deberá estudiar cada provincia por separado, asegurando, a la vez, que existirá una instalación de bomberos en los municipios con población superior a veinte mil habitantes. También deberá tenerse en cuenta que

[1] https://www.ibm.com/es-es/marketplace/ibm-ilog-cplex

> Artículo 6. Personal operativo.
> 1. A los efectos de esta ley, se entiende como personal operativo de los Servicios de Prevención, Extinción de Incendios y Salvamento los empleados públicos de las Administraciones públicas aragonesas adscritos a los mismos asumiendo funciones específicas de prevención, extinción de incendios y salvamento. [...]
>
> Artículo 7. Bomberos voluntarios.
> 1. Los bomberos voluntarios son aquellas personas que prestan servicios de prevención, extinción de incendios y salvamento de forma altruista, dentro de la estructura de cualquiera de estos Servicios, y de manera complementaria a las funciones que, con carácter principal, desarrolla el personal operativo profesional. No tienen la condición de personal funcionario ni laboral. [...]

Además, el decreto por el que se regula la organización y funcionamiento de los Servicios de Prevención, Extinción de Incendios y Salvamento de la Comunidad Autónoma de Aragón (DECRETO, 6 de octubre de 2014, del Gobierno de Aragón) especifíca que

> Artículo 9. Clasificación de los Parques de Bomberos. 1. Los Parques de Bomberos se clasifican en:
>
> a) Parques principales: Los parques principales son el Parque de referencia de una Zona de Intervención. Tendrán funciones de coordinación en la prevención, capacidad de Intervención y formación, así como primer escalón de mantenimiento y almacenamiento y apoyo logístico. Estarán constituidos por bomberos profesionales [...]
>
> b) Parques secundarios: Los parques secundarios estarán distribuidos en el territorio para la atención inmediata de las emergencias. Estarán constituidos por bomberos profesionales para una primera intervención, con el apoyo de bomberos voluntarios para intervenciones complementarias [...]
>
> c) Parques de apoyo: Son aquellas bases o parques de apoyo cuyo objetivo es la atención de las emergencias en la isócrona de 35 minutos. Estarán constituidos por bomberos profesionales, bomberos a tiempo parcial o bomberos voluntarios [...]
>
> Los parques de apoyo tendrán la siguiente dotación mínima: Dos bomberos, un vehículo de extinción con depósito de 500 litros. [...]

Es decir, para todo el territorio de la comunidad autónoma de Aragón deberá garantizarse un tiempo máximo de intervención de los Servicios de Prevención de 35 minutos. En el estudio que se va a hacer a continuación se va a determinar dónde deberían ubicarse las instalaciones. Un estudio con especialistas en la materia debería determinar qué tipo de instalación debería ubicarse y el número de operarios (profesionales y voluntarios) necesarios, lo que está fuera del alcance de ésta memoria. Como se ha estimado el tiempo medio de reacción de los efectivos profesionales suele ser unos 2 minutos, quedarían 33 minutos para el desplazamiento[2]. Así, se dirá que un municipio j esta cubierto si el tiempo de desplazamiento por carretera del municipio más cercano en el que haya una instalación de bomberos i hasta j es menor de 33 minutos. Y se llamará instalación a un parque en el que haya al menos dos bomberos profesionales. Para simplificar el problema, el territorio de un municipio se dirá que esta cubierto si el municipio al que pertenece está cubierto.

3.2. Estudio de la provincia de Huesca

En el año 2017, en la provincia de Huesca se contabilizaron 1563 intervenciones[3] realizadas por el Cuerpo de Bomberos de las cuales 183 correspondieron a incendios urbanos, 105 a fuegos forestales,

[2] En el caso de tener encuenta a los bomberos voluntarios, se reducirá el tiempo de desplazamiento a 30 minutos, por no ser todo el colectivo miembros profesionales

[3] `http://www.europapress.es/aragon/noticia-bomberos-huesca-realizaron-1572-servicios-2017-mas-ano-anterior-20180223151603.html`

275 a salvamentos, 100 accidentes de tráfico y 900 a asistencias técnicas de todo tipo, como inundaciones, escapes de gas, actuaciones invernales, limpieza de calzadas por siniestros, retirada de colmenas de abejas y atenciones a animales. Para todos estos servicios el Cuerpo de Bomberos de Huesca cuenta actualmente con 124 miembros profesionales, concentrados en las partes más pobladas de la provincia, incluyendo los bomberos concentrados en la ciudad de Huesca.

En el Anexo X (Catálogo de medios y recursos) del Plan Territorial de Protección Civil de Aragón[4] se observa que actualmente existen instalaciones de bomberos en los siguientes municipios[5]: Huesca (99), Almudévar (19), Ayerbe (31), Barbastro (40), Benabarre (45), Benasque (46), Biescas (50), Binéfar (52), Boltaña (56), Castejón del Puente (69), Castejón de Sos (71), Fraga (90), Graus (95), Isábena (103), Jaca (104), Monzón (121), Sabiñánigo (148), Sariñena (160), Villanova (188), Valle de Hecho (194). En total son 20 instalaciones en toda la provincia de Huesca, en las que en 8 de ellas[6] sólo hay efectivos voluntarios.

Para averiguar cuántos municipios están realmente cubiertos con las instalaciones antes indicadas, se ha implementado el problema MCLP con los datos actuales de Huesca, estableciendo como función objetivo el número de municipios cubiertos. En primera instancia, se tendrán en cuenta todas las instalaciones de bomberos existentes, es decir, aquellas con y sin bomberos profesionales. Posteriormente se considerarán sólo las estaciones con bomberos profesionales debido a que los bomberos voluntarios no pueden ofrecer todos los servicios que podrían ofrecer los profesionales.

En ambos casos las variables x_i, correspondientes a los municipios con instalaciones de bomberos que se consideren quedan fijas, tomarán valor 1. El número de instalaciones máximas será $p = 20$ en el primer caso y $p = 12$ en el segundo. Así, CPLEX tomará $x_i = 0$ para el resto de variables, y el valor de la función objetivo será el número de poblaciones cubiertas en estas condiciones.

Los parámetros a_{ij} de la restricción 2.6 se han obtenido a partir de la matriz de tiempos de desplazamiento. Ésta última se ha conseguido con la herramienta VRP Solver en Excel modificada.

J9 0

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Location ID	Name	Address	Latitude (y)	Longitude (x)	Time window start	Time window end	Must be visited?	Service time	Pickup amount	Delivery amount	Profit
2	0	22001 Abiego	22001 Abiego	42.1186790	-0.0677000	00:00	23:59	Starting location	0:00	0	0	0
3	1	22002 Abizanda	22002 Abizanda	42.2422104	0.1969500	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
4	2	22003 Adahuesca	22003 Adahuesca	42.1460915	-0.0090100	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
5	3	22004 Agüero	22004 Agüero	42.3543091	-0.7951600	00:00	23:59	Must be visited	0:00		0	0
6	4	22006 Aisa	22006 Aisa	42.6799088	-0.6191700	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
7	5	22007 Albalate de Cinca	22007 Albalate de Cinca	41.7240105	0.1484100	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
8	6	22008 Albalatillo	22008 Albalatillo	41.7356606	-0.1512700	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
9	7	22009 Albelda	22009 Albelda	41.8656998	0.4603600	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
10	8	22011 Albero Alto	22011 Albero Alto	42.0499611	-0.3357900	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
11	9	22012 Albero Bajo	22012 Albero Bajo	42.0235291	-0.3780900	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
12	10	22013 Alberuela de Tubo	22013 Alberuela de Tubo	41.9075317	-0.2136400	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
13	11	22014 Alcalá de Gurrea	22014 Alcalá de Gurrea	42.0671200	-0.6854210	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
14	12	22015 Alcalá del Obispo	22015 Alcalá del Obispo	42.0771410	-0.2913590	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
15	13	22016 Alcampell	22016 Alcampell	41.9059792	0.4351700	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
16	14	22017 Alcolea de Cinca	22017 Alcolea de Cinca	41.7225189	0.1142300	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
17	15	22018 Alcubierre	22018 Alcubierre	41.8081017	-0.4544200	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
18	16	22019 Alerre	22019 Alerre	42.1653060	-0.4622960	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
19	17	22020 Alfántega	22020 Alfántega	41.828453	0.1486900	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
20	18	22021 Almudévar	22021 Almudévar	42.0366210	-0.5792200	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
21	19	22022 Almunia de San Juan	22022 Almunia de San Jua	41.9334717	0.2437200	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
22	20	22023 Almuniente	22023 Almuniente	41.9513092	-0.4133000	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
23	21	22024 Alquézar	22024 Alquézar	42.1714096	0.0242400	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0
24	22	22025 Altorricón	22025 Altorricón	41.8020440	0.4146430	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	0	0

Figura 3.1: Hoja de excel de VRP Solver en la que se hallan las coordenadas.

VRP Spreadsheet Solver[7] es un complemento de código abierto desarrollado para Microsoft Excel por Günes Erdoğan. Es una plataforma que permite representar, resolver y visualizar los resultados de los problemas de rutas de vehículos (VRPs). Esta herramienta unifica Excel, GIS públicos y metaheurísticos. Puede resolver VRPs de hasta 200 usuarios. En este trabajo ha sido necesario modificar esta

[4]que se puede obtener en la página web `http://www.aragon.es/DepartamentosOrganismosPublicos/Departamentos/Presidencia/AreasTematicas/Interior/Seguridad_proteccion_civil`, accediendo al apartado de Plan territorial de Protección Civil de Aragón

[5]El número que tiene cada municipio entre paréntesis será la codificación que se ha usado en el programa CPLEX

[6]Benasque, Biescas, Castejón del Puente, Castejón de Sos, Isábena, Jaca, Sariñena y Valle de Hecho.

[7]Se puede obtener en la página oficial `http://people.bath.ac.uk/ge277/index.php/vrp-spreadsheet-solver/`

herramienta para la obtención de las coordenadas y la matriz distancias de los 202 municipios oscenses y los 232 municipios turolenses. En la figura 3.1 se puede observar un fragmento de la hoja de excel correspondiente al listado de los municipios de Huesca y las correspondientes coordenadas ya calculadas. El listado de los municipios correspondientes a las provincias de Huesca y Teruel, se han obtenido de la página web del Instituto Nacional de Estadística. En la figura 3.2 se puede observar un fragmento de la hoja de excel correspondiente al cálculo de las distancias entre todos los municipios de Huesca. A la derecha quedan anotadas las combinaciones que Solver no proporciona y ha sido necesario calcularlas manualmente. Nótese que, además de las distancias en kilómetros, Solver calcula los tiempos de desplazamiento, que es el elemento que se usa para satisfacer la condición de los 35 minutos.

D41210

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	From	To	Distance	Duration	Method:	Bing Maps driving distance	Warning: Distances for the pairs below have not		
2	22001 Abiego	22001 Abiego	0.00	0:00			22150 Loporzano	22156 Monflorite-Lascas	
3	22001 Abiego	22002 Abizanda	61.74	0:49			22156 Monflorite-Lasca	22150 Loporzano	
4	22001 Abiego	22003 Adahuesca	6.71	0:07			22150 Loporzano	22157 Montanuy	
5	22001 Abiego	22004 Agüero	76.48	1:01			22157 Montanuy	22150 Loporzano	
6	22001 Abiego	22006 Aisa	122.18	1:32			22150 Loporzano	22158 Monzón	
7	22001 Abiego	22007 Albalate de Cinca	60.24	0:46			22158 Monzón	22150 Loporzano	
8	22001 Abiego	22008 Albalatillo	69.72	0:59			22150 Loporzano	22160 Naval	
9	22001 Abiego	22009 Albelda	65.32	0:51			22160 Naval	22150 Loporzano	
10	22001 Abiego	22011 Albero Alto	36.85	0:27			22150 Loporzano	22162 Novales	
11	22001 Abiego	22012 Albero Bajo	43.03	0:33			22162 Novales	22150 Loporzano	
12	22001 Abiego	22013 Alberuela de Tubo	53.95	0:41			22150 Loporzano	22163 Nueno	
13	22001 Abiego	22014 Alcalá de Gurrea	66.39	0:47			22163 Nueno	22150 Loporzano	
14	22001 Abiego	22015 Alcalá del Obispo	26.41	0:18			22150 Loporzano	22164 Olvena	
15	22001 Abiego	22016 Alcampell	66.58	0:52			22164 Olvena	22150 Loporzano	
16	22001 Abiego	22017 Alcolea de Cinca	61.19	0:45			22150 Loporzano	22165 Ontiñena	
17	22001 Abiego	22018 Alcubierre	68.32	0:55			22165 Ontiñena	22150 Loporzano	
18	22001 Abiego	22019 Alerre	39.45	0:29			22150 Loporzano	22167 Osso de Cinca	
19	22001 Abiego	22020 Alfántega	48.12	0:36			22167 Osso de Cinca	22150 Loporzano	
20	22001 Abiego	22021 Almudévar	54.86	0:36			22150 Loporzano	22168 Palo	
21	22001 Abiego	22022 Almunia de San Juan	41.11	0:26			22168 Palo	22150 Loporzano	
22	22001 Abiego	22023 Almuniente	53.87	0:43			22150 Loporzano	22170 Panticosa	
23	22001 Abiego	22024 Alquézar	14.20	0:14			22170 Panticosa	22150 Loporzano	

Figura 3.2: Hoja de excel de VRP Solver en la que se hallan las distancias y los tiempos de desplazamiento entre parejas de municipios.

VRP hace uso de la interfaz de programación de aplicaciones (API) de Bing Maps. Por lo tanto, para poder obtener la matriz de tiempos de desplazamiento se ha necesitado crear una "llave" o key para que VRP pueda comunicarse con la aplicación de Bing. De esta manera, VRP obtiene las coordenadas de cada pueblo y, después, calcula los kilómetros por carretera reales y el tiempo de desplazamiento (según la regulación estipulada de cada carretera) entre todas las parejas de pueblos.

Después de obtener todos los datos, se construye en Excel la matriz binaria $\mathbf{A}_{n\times m} = (a_{ij})$ asociada con la siguiente función

```
=SI(prueba_logica;[valor_si_verdadero];[valor_si_falso])
```

y tomando el valor 1 si cumple que el valor del tiempo sea menor que el tiempo máximo, 0 en caso contrario. A continuación, se implementa el modelo en CPLEX.

```
int npueblos = ...;    range rpueblos = 1..npueblos;
int d[rpueblos]=...;   int a[rpueblos][rpueblos]=...;    int p=20;
dvar boolean local[rpueblos]; dvar boolean z[rpueblos];
maximize
   sum(i in rpueblos) d[i] * z[i];
     subject to {
       forall(j in rpueblos)
         sum( i in rpueblos )
               a[i][j]*local[i]>=z[j];
         sum(i in rpueblos) local[i]==p;
local[ 99 ] == 1;   local[ 19 ] == 1;   local[ 31 ] == 1;   local[ 40 ] == 1;
local[ 45 ] == 1;   local[ 46 ] == 1;   local[ 50 ] == 1;   local[ 52 ] == 1;
```

```
local[ 56 ] == 1;   local[ 69 ] == 1;   local[ 71 ] == 1;   local[ 90 ] == 1;
local[ 95 ] == 1;   local[ 103 ] == 1;  local[ 104 ] == 1;  local[ 121 ] == 1;
local[ 148 ] == 1;  local[ 160 ] == 1;  local[ 188 ] == 1;  local[ 194 ] == 1;
}
```

Este programa necesita un fichero de datos, que se ha llamado covering.dat en el que se incluyen el número de municipios `npueblos`, el vector de demanda `d[rpueblos]`, que en este caso será un vector de unos para determinar el número de municipios cubiertos, y `a[rpueblos][rpueblos]` correspondiente la matriz binaria mencionada anteriormente. Las variables correspondientes a la ubicación de instalaciones se denotan por `local[i]`. Ejecutando el modelo, se observa que la función objetivo es 195, es decir, se tiene que 7 municipios[8] no están cubiertos. Por otro lado, si no se tienen en cuenta las instalaciones con únicamente bomberos voluntarios y, por lo tanto, se aumenta el tiempo de desplazamiento posible a 33 minutos, se obtiene que sólo 174 muncipios están cubiertos, quedando 28 sin cubrir[9].

En la figura 3.3 se observa que hay cinco municipios de la comarca del Sobrarbe que no están cubiertos por ningún tipo de instalación. En Los Monegros, La Jacetania y Ribagorza, hay un territorio muy amplio en el que sólo operan los bomberos voluntarios. A continuación, se va a hacer un estudio aplicando los diferentes modelos para mejorar esta situación utilizando los menores recursos posibles. En la provincia de Huesca sólo existe un municipio que supere los 20000 habitantes, la propia ciudad de Huesca. Por lo tanto será el único municipio que por ley esté obligado a tener su propio Cuerpo de Bomberos y por lo tanto tendrá, al menos, una instalación ubicada. Con esta excepción, tal y como se ha planteado el problema, no existe ninguna restricción más sobre la localización de las instalaciones de bomberos. En lo que sigue sólo se considerarán las instalaciones de bomberos profesionales y no se tendrán en cuenta las instalaciones de voluntarios por tener una capacidad de actuación limitada.

3.2.1. Aplicación del modelo LSCP

El primer modelo de cubrimiento que se ha utilizado para resolver el problema de identificar la ubicación de las estaciones de bomberos profesionales en la provincia de Huesca es el LSCP explicado en el apartado 2.2.1. Para implementarlo en CPLEX se necesita el conjunto de parámetros binarios a_{ij} que se han obtenido en el apartado anterior. El tiempo máximo de desplazamiento se va a fijar en 33 minutos. Como no se sabe exactamente cuáles son los costes de ubicación en cada población, se fijaran los costes $c_i = 1$, de manera que se minimiza el número de instalaciones a ubicar. Así, el modelo implementado, si no se tienen en cuenta las ubicaciones de las instalaciones actuales pero sí teniendo en cuenta que en la ciudad de Huesca debería haber al menos una instalación, es:

```
int npueblos = ...;            range rpueblos = 1..npueblos;
float coste[rpueblos]=...;     int a[rpueblos][rpueblos]=...;
dvar boolean local[rpueblos];
minimize
   sum(i in rpueblos) coste[i] * local[i];
     subject to {
       forall(j in rpueblos)
          sum( i in rpueblos )
            a[i][j]*local[i]>=1;
            local[99]==1;
      }
```

En este caso, la solución óptima indica que habría que ubicar 13 instalaciones[10] para el cubrimiento

[8] Bielsa, Fanlo, Gistaín, Palo, Plan, San Juan de Plan, Sopeira.

[9] Aisa, Albalatillo, Alberuela de Tubo, Ansó, Aragüés del Puerto, Bielsa, Bonansa, Canal de Berdún, Capdesaso, Castejón de Monegros, Fago, Fanlo, Gistaín, Jasa, Lalueza, Lanaja, Montanuy, Plan, Poleñino, San Juan de Plan, Sariñena, Sena, Torla-Ordesa, Torre la Ribera, Valfarta, Veracruz, Villanueva de Sigena, Valle de Hecho.

[10] en Ayerbe, Castigaleu, Fiscal, Fraga, Huesca, Laspaúles, Sabiñánigo, Salas Bajas, Santaliestra y San Quílez, Sariñena, Tamarite de Litera, Tella-Sin y Puente la Reina de Jaca.

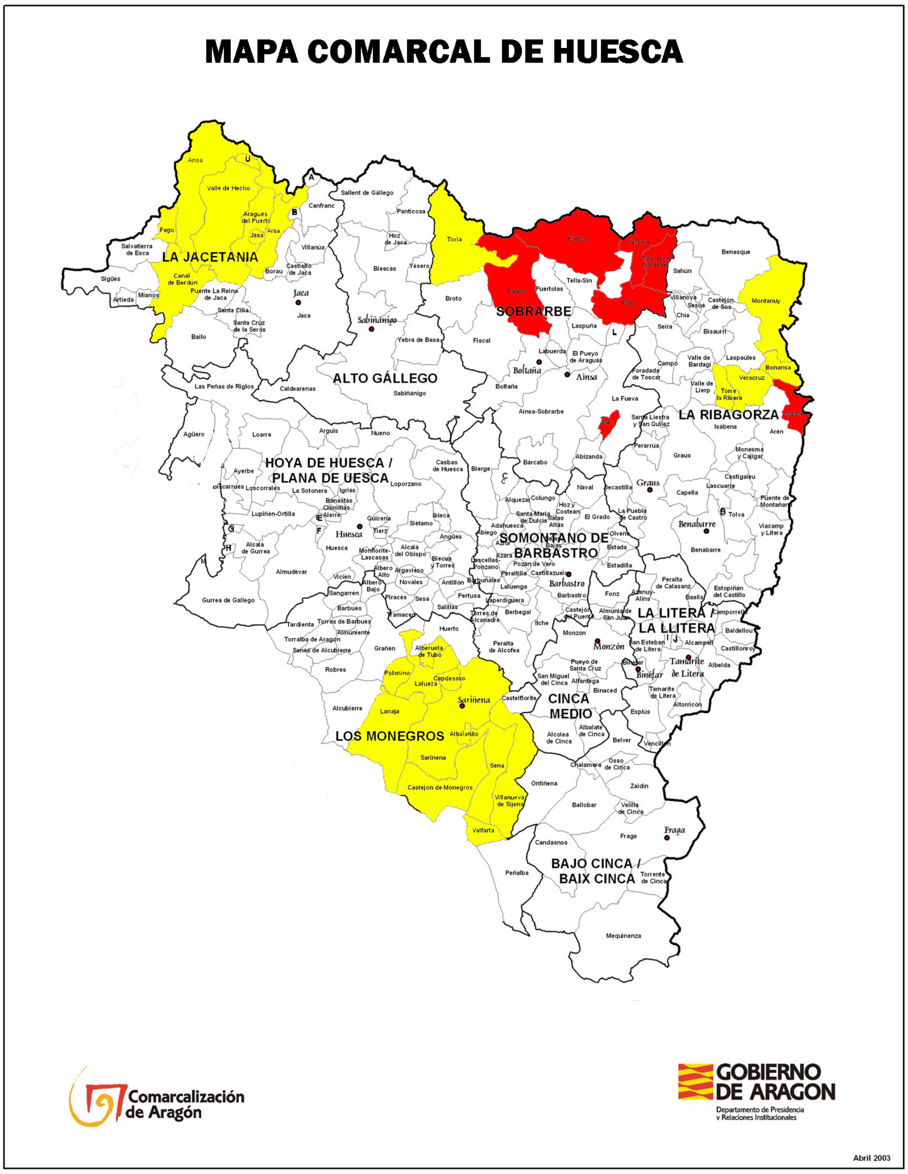

Figura 3.3: Mapa comarcal de Huesca. Los municipios cubiertos por sólo bomberos voluntarios se han pintado de color amarillo. Los municipios no cubiertos por ninguna estación de bomberos se han pintado de color rojo

completo del territorio. Nótese que, comparando con las ubicaciones actuales, sólo se aprovecharían cuatro de las instalaciones que ya hay instaladas. Por lo tanto, deberían desaparecer 8 de las 12 instalaciones existentes y se estarían desaprovechando recursos que ya existen. Sin embargo, si se fijan las 12 instalaciones de bomberos profesionales existentes y se ejecuta el modelo LSCP, se observa que el número de instalaciones profesionales debería ser 17. Como es posible que ubicar 5 instalaciones nuevas precise un presupuesto no disponible, lo ideal sería encontrar el equilibrio entre trasladar o suprimir el menor número instalaciones posibles, de manera que todo el territorio quede cubierto.

Para lograr encontrar un equilibrio entre trasladar el menor número instalaciones posible y cubrir todo el territorio, se decide que las poblaciones donde hay actualmente ubicadas instalaciones de bomberos tuvieran un coste de ubicación c_i menor que en las poblaciones donde no existe actualmente una instalación. En este caso, a los costes de las primeras se les ha dado el valor 0.5 y a las segundas el valor 1. Tras ejecutar el programa, teniendo en cuenta que en Huesca debe haber una instalación, en la solución óptima se observa que deberá haber ubicadas 14 instalaciones[11].

3.2.2. Aplicación del modelo MCLP

Habilitar nuevas instalaciones de bomberos o trasladarlas puede ser muy costoso. En ocasiones, es posible que no se pueda cubrir todo el territorio con los recursos de los que se dispone, pero se puede maximizar el territorio cubierto. Para ello utilizaremos el modelo MCLP descrito en el apartado 2.2.2.

En el apartado 3.2.1 se ha visto que para cubrir todos los pueblos, manteniendo las 12 instalaciones ya existentes, se precisaba ubicar 5 instalaciones más. Si se dispusiera de presupuesto para sólo una o dos instalaciones más, es interesante determinar dónde colocarlas para obtener el mayor cubrimiento del territorio. Para ello, se fijan las variables $x_i = 1$ correspondientes a los pueblos en los que hay instalación y se cambia el número máximo de instalaciones por $p = 13$ (o $p = 14$ en el caso de dos instalaciones más).

Si se dispusiera recursos para sólo una instalación de bomberos más, la ubicación idónea sería Albalatillo, y con ella se cubrirían 11 pueblos más, por lo que en total serían 185 los pueblos cubiertos[12] de 202. En el caso de que se tuvieran recursos para la ubicación de dos instalaciones más, lo idóneo sería que se ubicaran en Albalatillo y Jasa y habría 192 pueblos cubiertos[13].

3.2.3. Aplicación del modelo LSCP-Implicit

En ocasiones, determinadas zonas son más susceptibles a desastres en los que tengan que intervenir el Cuerpo de Bomberos y por lo tanto es posible que haya más de una llamada en una zona que está cubriendo una sola instalación de bomberos. Esta susceptibilidad suele ir muy ligada al número de habitantes de una zona entre otras características. Por ello, para asegurar un buen funcionamiento de los servicios de emergencia, determinados núcleos urbanos requieren estar cubiertos por más de una instalación.

El apartado LSCP-Implicit, descrito en el apartado 2.2.3, precisa la determinación de los niveles de cubrimiento β_k. En esta memoria se han fijado 3 niveles de cubrimiento β_k donde el número mínimo de instalaciones para cubrir completamente una zona a nivel k será α_k y, en este caso, $\alpha_k = k$. Como hay que ajustarse a los términos de la legalidad, en cualquiera de los 3 niveles de cubrimiento deberá cubrirse toda la población, es decir, todos los municipios deberán poder ser atendidos en menos de 35 minutos. En este caso, se exige a que los municipios mas poblados Huesca (99), Monzón (121), Barbastro (49), Fraga (90) y Jaca (104) tengan una cobertura β_3, lo que implica que las correspondientes variables w_{jk} sean igual a 1.

```
int npueblos = ...;                range rpueblos = 1..npueblos;
float coste[rpueblos]=...;         int a[rpueblos][rpueblos]=...;
int K=...;                         range rnivel=1..K;
int alpha[rnivel]=...;
dvar boolean local[rpueblos];
dvar boolean w[rpueblos][rnivel];
minimize
   sum(i in rpueblos) coste[i] * local[i];
   subject to {
     forall(j in rpueblos)
       sum(k in rnivel)
         w[j][k]>=1;
```

[11]en Ayerbe, Barbastro, Benabarre, Binéfar, Boltaña, Bonansa, Fanlo, Fraga, Huesca, Sabiñánigo, Sariñena, Tella-Sin, Villanova y Puente la Reina de Jaca.

[12]No se cubrirían las poblaciones: Aisa, Ansó, Aragüés del Puerto, Bielsa, Bonansa, Canal de Berdún, Fago, Fanlo, Gistaín, Jasa, Montanuy, Plan, San Juan de Plan, Torla-Ordesa, Torre la Ribera, Veracruz y Valle de Hecho.

[13]No se cubrirían las poblaciones: Bielsa, Bonansa, Fanlo, Gistaín, Montanuy, Plan, San Juan de Plan, Torla-Ordesa, Torre la Ribera y Veracruz.

```
  forall(k in rnivel, j in rpueblos)
    sum( i in rpueblos )
      a[i][j]*local[i]>=alpha[k]*w[j][k];
  local[99]==1;   w[99][3]==1;   w[121][3]==1;
  w[49][3]==1;    w[90][3]==1;   w[104][3]==1;
}
```

Como en el apartado 3.2.1, $c_i = 1$ para los municipios que no tienen ubicada una instalación y $c_i = 0{,}5$ para los que si que la tienen. Con estas condiciones, deberán ubicarse 16 instalaciones[14], de las cuales nueve de ellas ya estarían instaladas y además de cumplir con las restricciones requeridas, cubre a nivel β_2 varias poblaciones como Binéfar que tiene 9.000 habitantes; Tamarite de Litera, Graus, Zaidín, Binaced, Belver de Cinca, Albalate de Cinca, y Alcolea de Cinca con 2.000-1.000 habitantes; Fonz, Ballobar, Sanmiguel del Cinca, Estadilla, Osso de Cinca, Alcampell, Almunia de San Juan, Peñalba, Ontiñena con 1.000-500 habitantes; y San Esteban de Litera, Sena, Velilla de Cinca, Villanueva de Sigena, Vencillón, La, Puebla de Castro, Capella, Berbegal, Pueyo de Santa Cruz, Castejón del Puente, Candasnos, Isábena, Ilche, Azanuy-Alins, Labuerda, Alfántega, Castelflorite y Chalamera con 500-100 habitantes.

3.3. Estudio de la provincia de Teruel

En el año 2015 en la provincia de Teruel se realizaron más de 741 intervenciones[15]. De ellas, 197 fueron servicios de extinción de incendios, 130 salvamentos, 166 de colaboración con otros servicios y 97 de suministro de agua. En sólo la primera mitad del año 2016 el Servicio de Prevención y Extinción de Incendios y Salvamentos de la Diputación de Teruel realizó 434 intervenciones[16]. Para realizar todos estos servicios hay unos 100 efectivos profesionales en toda la provincia. La Diputación de Teruel posee 19 instalaciones de bomberos, en cuatro de las cuales sólo hay efectivos voluntarios. En el Anexo X del Plan Territorial de Protección Civil mencionado en el apartado 3.2 se observa que actualmente existen instalaciones de bomberos en los siguientes municipios: Alcañiz (13), Andorra (24), Calamocha (48), Camarena de la Sierra (52), Cantavieja (55), Híjar (107), Loscos (122), Mosqueruela (142), Rubielos de Mora (178), Samper de Calanda (181), Teruel (191), Torres de Albarracín (204), Utrillas (212), Valdealgorfa (215) y Valderrobres (219). Hay instalación de bomberos con sólo efectivos voluntarios en los municipios Albarracín (9), Bronchales (43), Orihuela del Tremedal (153) y Villarluengo (228).

Como en el apartado 3.2 se va a implementar el problema MCLP para analizar la situación actual con las instalaciones de bomberos profesionales antes indicadas. También se implementará el MCLP incluyendo las instalaciones de bomberos con sólo efectivos voluntarios, aunque en el resto de apartados no se tendrán en cuenta. Los modelos utilizados son los presentados en el apartado 3.2, modificando el fichero de datos, que ahora incluye los correspondientes a la provincia de Teruel.

[14] en Alcolea de Cinca, Almudévar, Ayerbe, Barbastro, Benabarre, Boltaña, Fraga, Huesca, Lanaja, Laspaúles, Sabiñánigo, Tella-Sin, Villanova, Yebra de Basa, Puente la Reina de Jaca y Vencillón.

[15] `http://www.cronicadearagon.es/wordpress/aragon/los-bomberos-de-la-diputacion-de-teruel-realizaron-mas-de-740-intervenciones-en-2015`

[16] `https://www.20minutos.es/noticia/2812094/0/bomberos-diputacion-teruel-realizan-mas-400-servicios-lo-que-va-ano/`

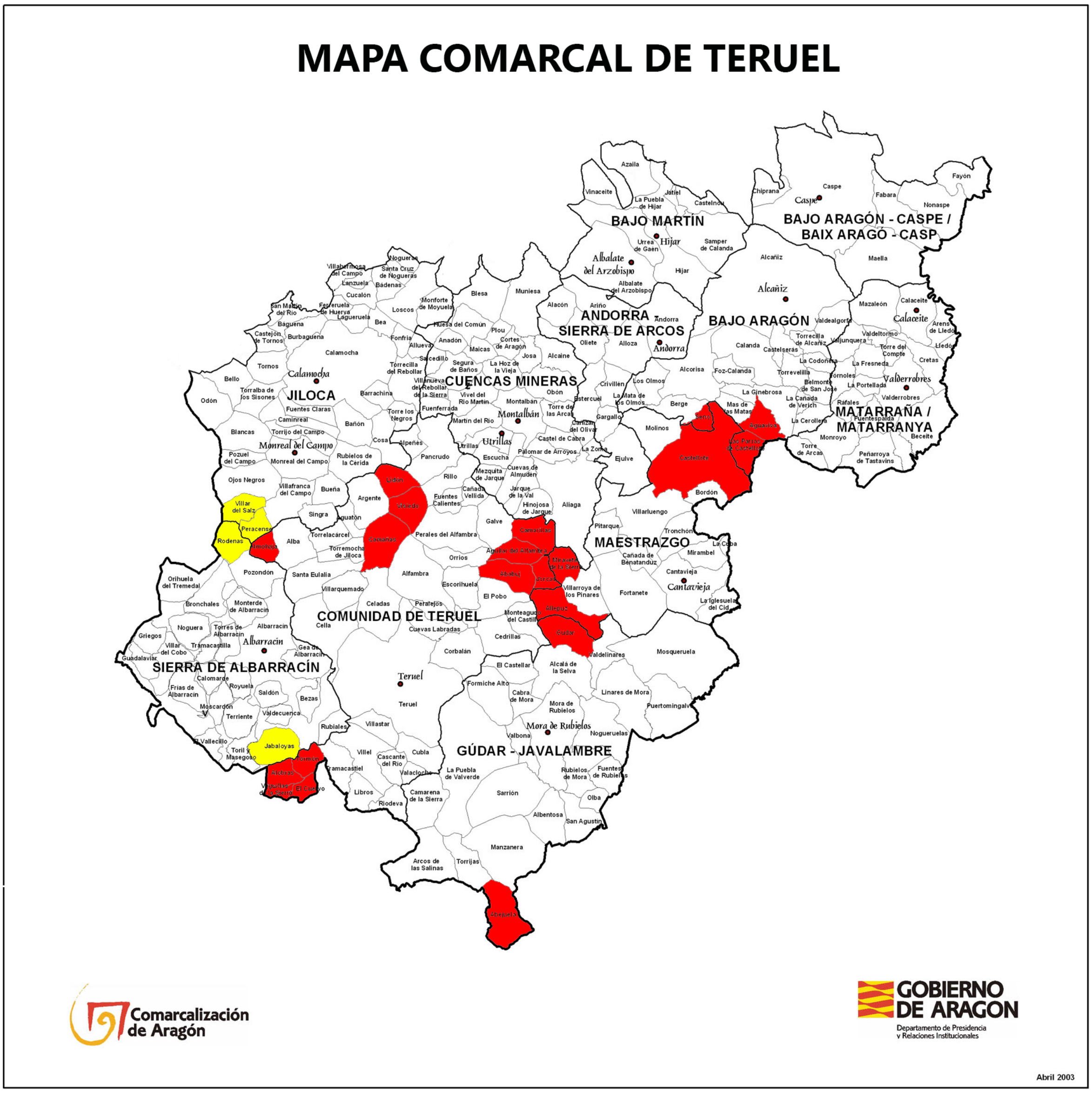

Figura 3.4: Mapa comarcal de Teruel. Los municipios cubiertos por sólo bomberos voluntarios se han pintado de color amarillo. Los municipios no cubiertos por ninguna estación de bomberos se han pintado de color rojo

La solución óptima proporcionada por CPLEX indica que de los 236 municipios de Teruel, 24 pueblos[17] no estarán cubiertos por ninguna instalación de bomberos profesionales, unas 2680 personas. Si se incluyen en el estudio las instalaciones sin efectivos profesionales, seguirían sin cubrirse 20 pueblos[18].

En la figura 3.4 se puede observar que sólo hay un municipio sin cubrir que no esté agrupado, Abejuela, en la comarca Gúdar-Javalambre. El resto de municipios sin cubrir están agrupados en grupos de tres a ocho municipios. Se puede observar, que la comarca menos cubierta es la Comunidad de Teruel, en la que trece municipios en distintas agrupaciones no están cubiertas.

A continuación, se va a hacer un estudio de la ubicación de instalaciones de bomberos como se

[17]Ababuj, Abejuela, Aguaviva, Aguilar del Alfambra, Almohaja, Alobras, Allepuz, Camañas, Camarillas, Castellote, El Cuervo, Gúdar, Jabaloyas, Jorcas, Lidón, Miravete de la Sierra, Las Parras de Castellote, Peracense, Ródenas, Seno, Tormón, Veguillas de la Sierra, Villar del Salz y Visiedo.

[18]Los antes mencionados excepto Jabaloyas, Peracense, Ródenas y Villar del Salz

ha hecho en el apartado 3.2. En la provincia de Teruel sólo existe un municipio que supere los 20000 habitantes, la propia ciudad de Teruel. Por lo tanto será el único municipio que por ley esté obligado a tener su propio Cuerpo de Bomberos y por lo tanto una instalación ubicada. Como en el apartado anterior, en lo que sigue, sólo se considerarán las instalaciones de bomberos profesionales.

3.3.1. Aplicación del modelo LSCP

Como en el apartado 3.2.1, para resolver el problema de identificar la ubicación de las estaciones de bomberos profesionales se va a implementar el modelo LSCP con tiempo de desplazamiento máximo 33 minutos.

En primer lugar, el objetivo es minimizar el número de instalaciones a ubicar, estableciendo todos los coeficientes $c_i = 1 \forall i$. Si no se tienen en cuenta las ubicaciones de las actuales instalaciones de bomberos y exigiendo que en la ciudad de Teruel haya una instalación de bomberos, la solución óptima proporcionada por CPLEX indica que la solución óptima sería instalar 14 instalaciones[19]. De esta manera, sólo se aprovecharían 2 instalaciones de las 15 que ya hay. Si se exige ubicar una instalación en los municipios donde ya existe una, la nueva solución óptima indica que habría que ubicar 20 instalaciones[20].

Para lograr encontrar equilibrio entre trasladar el menor número instalaciones posible y cubrir todo el territorio, se va a proceder como en el apartado 3.2.1. Tras ejecutar el programa, teniendo en cuenta que en Teruel debe haber una instalación, en la solución óptima se observa que deberá haber ubicadas 15 instalaciones[21], 7 de las cuales ya estarían ubicadas.

3.3.2. Aplicación del modelo MLCP

Como en el apartado 3.2.2, existen ocasiones que no es posible cubrir todo el territorio con los recursos de los que se dispone. En el apartado anterior, el modelo LSCP ha revelado que se necesitarían 5 instalaciones más además de las que ya se dispone para cubrir todo el territorio. Suponiendo que sólo hay recursos para una o dos instalaciones más, el número máximo de instalaciones p será 16 en el caso de obtener recursos para ubicar una instalación más, o 17 en el caso de obtener recursos para dos instalaciones adicionales.

En el primer caso, ubicando la instalación en Cañada Vellida se cubrirían 8 municipios más y quedarían sin cubrir 16 municipios[22]. En el segundo caso, ubicando las instalaciones en Ababuj y Santa Eulalia se conseguiría cubrir 14 municipios más y quedarían sin cubrir 10 municipios[23].

3.3.3. Aplicación del modelo LSCP-Implicit

Como en el apartado 3.2.3 se van a considerar tres niveles de cubrimiento β_k. En Teruel los municipios con más de 5.000 habitantes son Teruel, Alcañiz y Andorra, por lo tanto, se va a exigir que en estos núcleos haya una cobertura β_3. Además, como lo idóneo sería trasladar el menor número de instalaciones posibles, fija $c_i = 1$ si el municipio i no tiene ubicada actualmente una instalación y $c_i = 0{,}5$ en otro caso. Con estas condiciones se deberían ubicar 17 instalaciones[24], 10 de las cuales ya estarían

[19] en Aguaviva, Albalate del Arzobispo, Cantavieja, Huesa del Común, Jorcas, Libros, Manzanera, Monreal del Campo, Montalbán, Nogueruelas, Royuela, Santa, Eulalia, Teruel y Valjunquera.

[20] en Ababuj, Abejuela, Alcañiz, Alobras, Andorra, Calamocha, Camarena de la Sierra, Cantavieja, Foz-Calanda, Híjar, Loscos, Mosqueruela, Rubielos de Mora, Samper de Calanda, Santa Eulalia, Teruel, Torres de Albarracín, Utrillas, Valdealgorfa y Valderrobres.

[21] en Alcorisa, Calamocha, Cantavieja, Fuentespalda, Híjar, Loscos, Manzanera, Monteagudo del Castillo, Moscardón, Mosqueruela, Santa Eulalia, Teruel, Utrillas, Valdealgorfa y Villel.

[22] Abejuela, Aguaviva, Almohaja, Alobras, Castellote, El Cuervo, Gúdar, Jabaloyas, Miravete de la Sierra, Las Parras de Castellote, Peracense, Ródenas, Seno, Tormón, Veguillas de la Sierra y Villar del Salz

[23] Abejuela, Aguaviva, Alobras, Castellote, El Cuervo, Jabaloyas, Las Parras de Castellote, Seno, Tormón y Veguillas de la Sierra.

[24] en Alcorisa, Andorra, Calamocha, Camarena de la Sierra, Cantavieja, Fuentespalda, Híjar, Loscos, Manzanera, Monteagudo del Castillo, Mosqueruela, Rubiales, Santa Eulalia, Teruel, Torres de Albarracín, Utrillas y Valdealgorfa.

instaladas. Además, se conseguiría una cobertura β_2 para las siguientes poblaciones: Alcorisa y Calanda con 4.000-2.000 habitantes; Albalate del Arzobispo, Hijar y Mas de las Matas con 2.000-1.000 habitantes; Aguatón, Alba, Alloza, Ariño, Berge, Cañizar del Olivar, Castel de Cabra, Castelserás, Ejulve, Estercuel, Fonfría, Foz-Calanda, Gargallo, Libros, La Mata de los Olmos, Molinos, Muniesa, Oliete, Los Olmos, Pozondón, Torremocha de Jiloca, Urrea de Gaén y Villel con menos de 1.000 habitantes.

Bibliografía

[1] E. Aarts and J. Korst. Selected topics in simulated annealing. In C. C. Ribeiro and P. Hansen, editors, *Essays and surveys in metaheuristics*, Operations Research/Computer Science Interfaces Series, pages 1–37. Springer, 2002.

[2] E. Balas and A. Ho. Set covering algorithms using cutting planes, heuristics, and subgradient optimization: a computational study. In M.W. Padberg, editor, *Combinatorial Optimization*, pages 37–60. Springer, 1980.

[3] M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis, and H. D. Sherali. *Linear Programming and Network Flows*. Wiley-Interscience, Hoboken, NJ, third edition, 2005.

[4] R. Church and C. ReVelle. The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association*, 32:101–118, 1974.

[5] M. Conforti, G. Cornuéjols, and G. Zambelli. *Integer Programming Models*. Springer, London, UK, first edition, 2014.

[6] J. R. Current and J. E. Storbeck. Capacitated covering models. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 15(2):153–163, 1988.

[7] J. Etcheberry. The set-covering problem: A new implicit enumeration algorithm. *Operations Research*, 25(5):760–772, 1977.

[8] R. Z. Farahani, N. Asgari, N. Heidari, M. Hosseininia, and M. Goh. Covering problems in facility location: A review. *Computers & Industrial Engineering*, 62(1):368–407, 2012.

[9] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman and Company, 1979.

[10] M. Guignard. Lagrangean relaxation. *Top*, 11(2):151–200, 2003.

[11] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598):671–680, 1983.

[12] J. Krarup and P.M. Pruzan. The simple plant location problem: survey and synthesis. *European Journal of Operational Research*, 12(1):36–81, 1983.

[13] G. Laporte, N. Stefan, and F. S. da Gama. *Location Science*. Springer, London, UK, first edition, 2015.

[14] C. E. Lemke, H. M. Salkin, and K. Spielberg. Set covering by single-branch enumeration with linear-programming subproblems. *Operations Research*, 19(4):998–1022, 1971.

[15] L. A. N. Lorena and F. B. Lopes. A surrogate heuristic for set covering problems. *European Journal of Operational Research*, 79(1):138–150, 1994.

[16] A. T. Murray, D. Tong, and K. Kim. Enhancing classic coverage location models. *International Regional Science Review*, 33(2):115–133, 2010.

[17] C. Reeves. Genetic algorithms. In F. Glover and G. A. Kochenberger, editors, *Handbook of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Operations Research and Management Science*, pages 55–82. Springer, 2003.

[18] C. ReVelle and K. Hogan. The maximum reliability location problem and α-reliable p-center problem: Derivatives of the probabilistic location set covering problem. *Annals of Operations Research*, 18(1):155–173, 1989.

[19] R. Roth. Computer solutions to minimum-cover problems. *Operations Research*, 17(3):455–465, 1969.

[20] A. Sassano. On the facial structure of the set covering polytope. *Mathematical Programming*, 44(1-3):181–202, 1989.

[21] R. S. Sexton, B. Alidaee, R. E. Dorsey, and J. D. Johnson. Global optimization for artificial neural networks: A tabu search application. *European Journal of Operational Research*, 106(2-3):570–584, 1998.

[22] C. Toregas and C. ReVelle. Optimal location under time or distance constraints. *Papers in Regional Science*, 28(1):133–144, 1972.

[23] C. Toregas and C. ReVelle. Binary logic solutions to a class of location problems. *Geographical Analysis*, 5(2):145–155, 1973.

[24] C. Toregas, R. Swain, C. ReVelle, and L. Bergman. The location of emergency service facilities. *Operations Research*, 19(6):1363–1373, 1971.

[25] W. L. Winston. *Operations Research: Applications and Algorithms*. Duxbury Press, 2003.

Anexos

Anexo I: Motivación

HERALDO ARAGóN
Buscar

PREMIUM

Volver a Heraldo.es
Acceder
Social

OPERATIVO PROVINCIAL

La falta de bomberos en Huesca triplica los 35 minutos de respuesta que impone la ley

La Diputación quiere contratar más personal pero asegura que el Ministerio de Hacienda se lo impide

04/02/2018 a las 05:00 **Rubén Darío. Huesca**

Etiquetas Gobierno de Aragón Incendios Bomberos de Huesca

Los voluntarios de Sobrarbe, sofocando un incendio de un camión cerca del túnel de Bielsa | L. L.

La renuncia de los voluntarios de Sobrarbe a seguir prestando servicio como consecuencia de la entrada en vigor del nuevo decreto aprobado por el Gobierno de Aragón –que les impide actuar si no están bajo el mando de un profesional– ha vuelto a destapar las graves carencias que tiene la provincia de Huesca en materia de bomberos. Además, **ha obligado a la Diputación de Huesca a acelerar los trámites para intentar crear por fin un servicio que preste una competencia que tiene atribuida en la Ley del Fuego**. La corporación provincial está dispuesta a aumentar la plantilla, pero argumenta que el Ministerio de Hacienda se lo impide por los límites al techo de gasto.

La falta de bomberos es un problema endémico que afecta a todo el Alto Aragón, donde solo hay 68 profesionales (35 de ellos en el parque de Huesca), lo que obliga a muchas comarcas a tener convenios con sus vecinas para poder atender cualquier emergencia cuando sus parques se quedan sin personal presencial.

No obstante, la situación más precaria la sufre ahora el Sobrarbe tras el plante de sus 45 voluntarios ya que solo **cuenta con cuatro operarios de Protección Civil que, en teoría, no podrían atender incendios o accidentes de tráfico pero que siguen siendo movilizados por el 112** cuando hay un suceso así, como ocurrió el pasado fin de semana con dos fuegos en La Fueva. De hecho, desde la Comarca han pedido a la DGA que le aclare por escrito qué trabajos pueden desempeñar estos técnicos, pero aún no ha obtenido respuesta.

El departamento de Presidencia ha garantizado que movilizará con criterios de "proximidad" a los servicios de extinción de Ribagorza, Alto Gállego o Somontano para atender las emergencias que requieran profesionales en Sobrarbe. Una orden que ya se dio en los incendios, con apoyo de los parques de Benabarre, Graus y Sabiñánigo.

Sin embargo, **esta solución queda muy lejos de cumplir las obligaciones que recoge el decreto que desde 2014 regula la organización y funcionamiento de los servicios de extinción de incendios de Aragón**, que garantiza un tiempo máximo de 35 minutos para una primera intervención, la cual debe estar compuesta por un vehículo ligero o pesado y una dotación de bomberos.

Y es que los parques de los que echaría mano el 112 para una intervención en Sobrarbe **podrían llegar a triplicar el tiempo de respuesta, superando la hora y media**, en función del lugar de la comarca al que tuvieran que acudir.

Así, por ejemplo, en un hipotético incidente en el túnel de Bielsa, **la DGA asegura que "en estos momentos" mandaría a los bomberos del Alto Gállego, cuyo parque dista 86,9 km del paso fronterizo, al que tardarían casi dos horas**, o los de comarcas limítrofes, además de los efectivos franceses que según el Plan Binacional de Socorro también están obligados a intervenir.

Si se tuvieran que movilizar los recursos de Somontano o La Ribagorza, la demora sería muy similar. **El parque de Barbastro está a 98,9 kilómetros y una hora y 53 minutos de distancia del túnel de Bielsa**; el de Graus, a 85 km y una hora y 50 minutos; el de Villanova, a 96,1 km y una hora y 57 minutos; y el de Benabarre a 114,1 km y dos horas y 8 minutos.

El Consorcio del Túnel de Bielsa-Aragnouet confía en que esta carencia "no perdure" porque aunque cuenta con el compromiso de ayuda de los bomberos de Francia "con una formación puntera", teme que las autoridades galas puedan replantearse la bidireccionalidad. Una de las condiciones que impusieron en su día fue que Sobrarbe tuviera sus propios profesionales.

"Mi casa ardía y no había nadie para apagarla"

Faustino Mora y sus seis hermanos nacieron en Casa Carrera, en el pueblo de Fosado (La Fueva), que el pasado 28 de enero fue pasto de las llamas. **Esta familia ha sido la primera en pagar los platos rotos de la nueva situación del servicio de extinción de incendios en Sobrarbe**. "Mi casa estuvo más de una hora ardiendo y no había nadie que pudiera apagarla", recuerda con impotencia una semana después.

El 112 activó a los dos parques más cercanos, Graus y Benabarre, a 63 y 43 km. "Yo hice el viaje esta semana desde Benabarre y me costó 55 minutos. Ahora hay que imaginar un camión cargado con miles de litros de agua por estas carreteras", justifica.

El fuego se inició pasadas las 10.00. **No sabe cuánto tardaron desde la llamada de emergencia, pero cree que una hora y tres cuartos.** Los efectivos de Benabarre, de guardia localizada, recibieron el aviso a las 11.23 y llegaron a las 12.20. El 112 había activado primero al Alto Gállego, que advirtió de que estaba más lejos.

Mora agradece la ayuda de los vecinos y la rapidez de Guardia Civil y sanitarios y lamenta no poder decir lo mismo de los servicios de extinción. Casualmente el primero en acercarse fue un miembro de protección civil que pasaba por la carretera. Pero sin bomberos era imposible atajar las llamas.

Él no culpa a estos profesionales, dice que todo son temas "económicos y políticos", y no entiende cómo se movilizó a medios tan lejanos cuando en Tierrantona, a 5 km, existe un camión parado. "Los voluntarios no lo pueden conducir, debe supervisarlos un profesional, y en esta comarca no tenemos", cuenta este jubilado residente en Lérida que pasa temporadas en su casa natal. Intentará reconstruirla, aunque los daños son graves.

"Le dije al alcalde de La Fueva que era vergonzoso, y **el de protección civil me reconoció que se le caía la cara de vergüenza, pero que no podían hacer nada**", dice Faustino Mora, quien urge una solución "para que nadie más tenga que pasar por lo mismo". "Si ocurre un accidente y una persona queda atrapada en un coche, qué pasará", se pregunta.

HERALDO

ZARAGOZA PROVINCIA

Un incendio arrasa varias viviendas de un bloque en Murillo de Gállego

Los ocho inquilinos que había en ese momento salieron ilesos, pero el edificio de dos plantas ha quedado seriamente dañado. La alcaldesa denuncia los elevados tiempos de respuesta de los bomberos, que llegaron a los 50 minutos de darse la alerta

Actualizada 14/03/2018 a las 12:31 Rubén Darío Núñez Huesca

Etiquetas Huesca Murillo de Gállego Zaragoza provincia Comarca Hoya de Huesca Rubén Darío Núñez

Incendio en un edificio de Murillo de Gállego

Un virulento **incendio** ha arrasado esta pasada madrugada varias viviendas de un bloque de dos plantas en la localidad de Murillo de Gállego. Afortunadamente no ha habido que lamentar daños personales, pero los desperfectos materiales son considerables ya que **se teme incluso por la estructura del edifici**o, compuesto por diez apartamentos.

La **alcaldesa de Murillo y diputada de Podemos Aragón, Marta de Santos,** ha agradecido la labor de los bomberos de Ejea de los Caballeros, de El Burgo de Ebro y de Huesca, así como la de los voluntarios de Protección Civil de la Hoya de Huesca, pero **ha criticado los elevados tiempos de respuesta** ya que ha asegurado que los primeros profesionales llegaron en **50 minutos**. "Los tiempos de actuación son básicos para minimizar los daños", ha subrayado.

El fuego se declaró en el **edificio Peña Rueba**, ubicado junto a la carretera A-132. La primera **alerta** se dio al 112 a las **21.38,** aunque se había iniciado mucho antes ya que todo indica que se originó en la chimenea de una de las viviendas de la planta superior, "y cuando se dieron cuenta, el incendio ya se había extendido hacia la cubierta", ha asegurado Marta de Santos.

El 112 movilizó al **parque de bomberos de la DPZ con base en Ejea de los Caballeros**, ubicado a 60 kilómetros, y también al **servicio del Ayuntamiento de Huesca**, a unos 40 kilómetros. No obstante, los primeros en llegar fueron los **voluntarios de la Hoya de Huesca** desde la cercana localidad de Ayerbe con un vehículo ligero, que echaron agua sobre el edificio a la espera de que llegaran los profesionales. Los bomberos acudieron dos camiones, una autoescala, un camión nodriza y varios vehículos ligeros. A las **22.51 se dio por controlado el fuego** y a partir de la 1.00 de la madrugada se dedicaron a labores de desescombro, según ha informado la DGA y la DPZ.

En el momento del incendio había **varias viviendas ocupadas con ocho personas, entre ellas un niño de 9 años**. El 112 desplazó una ambulancia de modo preventivo pero aunque no tuvo que atender a ningún herido. Algunos de los afectados **se realojaron en un hostal y otros en casas de vecinos del pueblo "que se han volcado totalmente", ha agradecido la alcaldesa**. Además, a primera hora de la mañana el área de Servicios Sociales de la Comarca de la Hoya de Huesca ha contactado con el Ayuntamiento para ofrecer su ayuda también a los afectados.

Los bomberos de la DPZ, inspeccionando los daños del edificio. Ayuntamiento de Murillo de Gállego

Los bomberos de Ejea y los técnicos municipales están inspeccionado esta mañana el estado del edificio **"y parece que van a tener que quitar peso a la estructura porque el tejado se está hundiendo", ha explicado la alcadesa**. Una de las viviendas ha quedado totalmente calcinada y las adyacentes también están seriamente dañadas. Los inquilinos de los apartamentos han podido retirar parte de sus pertenencias.

Marta de Santos se ha mostrado aliviada porque el edificio, por fortuna, estaba aislado. **"Si llega a pasar en cualquier otra casa del pueblo donde están unas pegadas con otras, arde entero** con los tiempos de intervención que tenemos aquí". Y en este sentido ha lamentado que pese a pertenecer a la comarca de la Hoya de Huesca, el 112 activó primero a los bomberos de la DPZ en lugar de la capital oscense. **"Es un protocolo que no tiene mucha lógica porque actúan primero los que están más lejos"**, ha señalado.

NURIA SOLER

►► La crucifixión del bombero y el ciudadano, escenificada ayer.

INCUMPLIMIENTO DE LA LEY TRAS CINCO AÑOS

Los bomberos claman por un cuerpo autonómico

F. M. H.
ZARAGOZA

Las diversas asociaciones y sindicatos de bomberos profesionales de Aragón renovaron ayer su reivindicación de que se cumpla, cinco años después, la ley aragonesa del 2013 que marca la existencia de un cuerpo unificado de extinción de incendios en Aragón. Lo hicieron ante las dos instituciones que consideran que están incumpliendo sus compromisos, el Gobierno de Aragón (frente al edificio Pignatelli) y las Cortes, frente a la Aljafería.

Dos centenares de bomberos escenificaron la crucifixión de su colectivo y la ciudadanía, cuya seguridad se ve amenazada por el sistema actual, advierten, al incumplirse los tiempos de llegada a una emergencia y la dotación mínima de personal. Una vez más apelaron a que la Diputación de Huesca (DPH) asuma su competencia de bomberos, la DPT y la DPZ incorporen personal y Calatayud y Teruel creen su propio cuerpo local. ≡

JAVIER CEBOLLADA / EFE

Figura 5: Noticia del Periódico de Aragón del viernes, 29 de septiembre de 2017

Bomberos piden a la DGA un servicio "digno" y "profesional"

- Se concentraron ante la sede del Gobierno autonómico para reclamar cambios
- Exigen que se proteja a la ciudadanía por igual en todo el territorio aragonés

ZARAGOZA.- Efectivos de bomberos de Aragón se manifestaron ayer frente a la sede del Gobierno autonómico para reclamar un servicio "digno" y "profesional" que proteja la seguridad de la ciudadanía por igual en todo el territorio aragonés, algo que con el actual operativo, sostienen, no está garantizado.

Los agentes concentrados se dirigieron directamente al presidente del Gobierno de Aragón, Javier Lambán, a quien acusaron de una "grave irresponsabilidad" por poner "en riesgo" la vida de la ciudadanía, al tiempo que criticaron también la gestión del servicio por parte de las diputaciones provinciales, especialmente de la de Huesca, y de los ayuntamientos de las tres capitales. "Deberán rendir cuentas cuando una desgracia sea consecuencia de unos servicios precarios y del incumplimiento de la ley de bomberos", apuntó Roberto Tordesillas, delegado de CC.OO en el área de administración local.

La movilización comenzó frente al Edificio Pignatelli con una 'performance' que representó "la muerte" del servicio de bomberos. "La administración ha crucificado al servicio de Bomberos y a la ciudadanía", indicó Tordesillas, quien fue el encargado de leer el manifiesto, en el que se criticó cinco años de "incumplimiento" de una ley que nació "sin ninguna voluntad de llevarse a cabo" y cuya aprobación "no ha servido para nada".

Afirmó que esta normativa, aprobada en 2013 por el Gobierno de Luisa Fernanda Rudi, ha sido gestionada por dos Ejecutivos de distinto color político, sin que "se hayan cumplido ninguno de los dos objetivos".

En concreto, resaltó la "desigualdad" a la que están sometidos los ciudadanos en función del territorio donde viven, ya que algunas zonas no cuentan con los medios y personal necesarios y se refirió especialmente a la provincia de Huesca, donde el servicio de bomberos depende de las comarcas.

"Pedimos a la Diputación de Huesca que asuma sus competencias", dijo.

A este respecto, el presidente de la Asociación de bomberos profesionales de Aragón, Rodrigo Olmos, comentó que en la provincia de Huesca no se cumplen los ratios de intervención de 35 minutos, como marca la Ley. "Huesca la referencia de que no debería se, aseguró Olmos. ● EFE

35

La ley marca un ratio de intervención de 35 minutos, que no se cumple en la provincia de Huesca, aseguraron.

Figura 6: Noticia del Diario Altoaragón del viernes, 29 de septiembre de 2017

Los bomberos piden a la DGA un servicio «digno y profesional»

ZARAGOZA. Efectivos de bomberos de Aragón se manifestaron ayer frente a la sede del Gobierno autonómico para reclamar un servicio «digno» y «profesional» que proteja la seguridad de la ciudadanía por igual en todo el territorio aragonés, algo que con el actual operativo, sostienen, no está garantizado. Los agentes concentrados criticaron la gestión del Ejecutivo de Lambán y del servicio por parte de las diputaciones provinciales. «Deberán rendir cuentas cuando una desgracia sea consecuencia de unos servicios precarios y del incumplimiento de la ley de bomberos», apuntó Roberto Tordesillas, de CC.OO.

La movilización comenzó frente al Pignatelli con una 'performance' que escenificó «la muerte» del servicio de bomberos. El presidente da la Asociación de bomberos de Aragón, Rodrigo Olmos, recordó que en la provincia de Huesca no se cumplen los ratios de intervención de 35 minutos y señaló que estarán pendientes de la propuesta de la modificación de la ley de bomberos planteada por la DGA, para comprobar si la clase política escucha sus reivindicaciones.

EFE

Protesta de los bomberos en Zaragoza. OLIVER DUCH

Figura 7: Noticia del Heraldo de Aragón del viernes, 29 de septiembre de 2017

Anexo II: Siglas

- **PEM:** problema de optimización lineal entero mixto.
- **RPEM:** relajación del problema de optimización lineal entero mixto.
- **PC:** problema de cubrimiento.
- **LSCP:** Location Set Covering Problem, en castellano problema de cubrimiento de conjuntos.
- **MCLP:** Maximal Covering Location Problem, en castellano problema de cubrimiento maximal.
- **LSCP-Implicit:** Location Set Covering Problem-Implicit, en castellano problema de cubrimiento de conjuntos implícito.
- **CLSCP:** Capacitated Location Set Covering Problem, en castellano problema de cubrimiento de conjuntos con fraccionamiento.
- **PSCP:** Probabilistic Set Covering Problem, en castellano problema de cubrimiento de conjuntos probabilístico.
- **Clase P:** conjunto de problemas de decisión para los que existe algoritmo polinomial para su resolución.
- **Clase NP:** nondeterministic-polynomial problems. Conjunto de problemas de decisión cuyo tiempo de resolución es polinomial no determinista.
- **Clase NP-hard:** nondeterministic-polynomial hard problems. Conjunto de problemas de decisión duros.
- **RL:** Relajación Lagrangiana.