



TRABAJO FIN DE MÁSTER: ESTADÍSTICA 4º ESO OPCIÓN A



Universidad
Zaragoza

JESSICA NAVARRO ORIO

*Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria,
Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas, Artísticas y Deportivas
Especialidad: Matemáticas*

ÍNDICE

A. OBJETO MATEMÁTICO A ESTUDIAR Y SU UBICACIÓN EN EL CURRÍCULO...	4
B. CONOCIMIENTOS PREVIOS DEL ALUMNO	6
1. Prueba inicial para evaluar los conocimientos	6
C. RAZONES DE SER DEL OBJETO MATEMÁTICO.....	8
1. Utilización de datos estadísticos en la enseñanza	9
2. Justificación de la enseñanza de la estadística mediante proyectos	10
D. CAMPO DE PROBLEMAS	12
1. Descripción del campo de problemas.....	13
2. Metodología de la enseñanza	15
E. DESARROLLO DEL PROYECTO EN EL AULA.....	17
1. Elección del tema	17
2. Definir los objetivos	17
3. Diseño de la encuesta	17
4. Muestreo o censo	18
5. Recogida y vaciado de datos en tablas de frecuencia	21
6. Análisis de los datos.....	23
7. Conclusiones del proyecto	34
F. TECNOLOGÍAS Y TÉCNICAS	36
G. SECUENCIA DIDÁCTICA Y SU CRONOGRAMA.....	37

H. EVALUACIÓN	38
1. Prueba	39
2. Respuestas esperadas en la prueba	40
3. Criterios de calificación	43
I. WEBGRAFÍA Y BIBLIOGRAFÍA.....	44
ANEXO I	45
Fichas de ayuda para realizar tablas de frecuencia:	45
Tablas de frecuencias absolutas.....	50
ANEXO IV: EJEMPLO DE DISEÑO ENCUESTA	70
ANEXO V: ESTRUCTURA DE UN INFORME ESTADÍSTICO	71
ANEXO VI: UTILIZACIÓN DE LOS MÓVILES ENTRE LOS ADOLESCENTES.....	72

A. OBJETO MATEMÁTICO A ESTUDIAR Y SU UBICACIÓN EN EL CURRÍCULO

La estadística es el objeto matemático que vamos a estudiar. Tomando como referencia el currículo de Aragón de fecha 1 de Junio de 2007, en el Bloque 6 (Estadística y probabilidad) de 4ºESO opción A de Matemáticas, los contenidos a enseñar son:

- Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.
- Variables discretas y continuas.
 - Agrupación de datos: intervalos y marcas de clase. Tablas de frecuencias absolutas y relativas de datos agrupados correspondientes a una variable continua.
 - Gráficas estadísticas de una variable: diagramas de sectores, histogramas y polígonos de frecuencia.
- Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas.
- Parámetros de centralización y de dispersión de una distribución de datos agrupados.
- Relación entre la media y la desviación típica de una distribución.
- Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones.
- Obtención, organización, representación e interpretación de información relevante referida a un estudio sencillo de una población.
- Uso de la hoja de cálculo y de la calculadora científica para obtener parámetros estadísticos correspondientes a distribuciones de datos agrupados.

El objetivo de este trabajo es analizar el campo de problemas asociado a la estadística en este nivel educativo y, a partir de este análisis, esbozar una propuesta de enseñanza. Adelantamos que la propuesta de enseñanza se va articular alrededor del trabajo por proyectos y que los campos de problemas van a coincidir con las fases de desarrollo del proyecto.

En los siguientes apartados se justificará la enseñanza de la estadística por proyectos y se describirá la propuesta didáctica. En este apartado deseamos precisar los objetivos y contenidos de la propuesta de enseñanza. Se pretende que los alumnos aprendan a interpretar informaciones de su entorno vital y a formular preguntas interesantes sobre su realidad circundante, mediante el planteamiento de un estudio estadístico que implique recoger datos, organizarlos, clasificarlos, analizarlos e interpretarlos, además de obtener información relevante; todo ello a través del estudio de las representaciones de gráficos, y del cálculo de las medidas de centralización y de dispersión. Para ello tendrán que aprender las diferentes fórmulas, identificar en los problemas las variables, además de su naturaleza, resolverlos con las técnicas presentadas y poder obtener conclusiones.

Además, se trabajará la competencia digital cuando los alumnos utilicen herramientas ofimáticas adecuadas para el tratamiento de datos estadísticos.

Los contenidos a trabajar en el aula están relacionados con la aplicación de la estadística a situaciones de la vida real, que abarcará:

- Aplicaciones de la estadística: Diseño de un experimento; análisis de datos experimentales u observaciones.
- Conceptos y propiedades: Entre otros, variable estadística discreta, frecuencia absoluta; tabla de frecuencias; distribución de frecuencias; posición central, moda, media, mediana; dispersión;
- Notaciones y representaciones: Palabras como frecuencia, media, mediana, moda, etc. Símbolos como \bar{x} , Me, Mo, σ^2 , σ ; tablas de frecuencia; gráficos de barras, barras adosados, sectores.
- Técnicas y procedimientos: Diseño de un experimento; generación de hipótesis y conjeturas; recogida y registro de datos experimentales; elaboración de tablas de frecuencias; recuento y cálculo de frecuencia, elaboración de gráficos de diagramas de barras, diagramas de barras adosados y gráficos de sectores; interpretación de tablas y gráficos; elaboración de conclusiones a partir del análisis de tablas y gráficos; elaboración de argumentos y conclusiones a partir del análisis de datos obtenidos en un experimento; uso hojas de cálculo.
- Actitudes: Valoración de la utilidad de la estadística para analizar datos obtenidos mediante experimentación, encuesta y medida; valoración de la estética y la claridad en la construcción de tablas y gráficos estadísticos; precaución frente los usos incorrectos de la estadística y mejorar las actitudes positivas hacia la estadística. (Batanero, 2011)

B. CONOCIMIENTOS PREVIOS DEL ALUMNO

Los alumnos necesitarán una serie de conocimientos previos para afrontar el aprendizaje propuesto, para ello es necesario que conozcan los sumatorios; tengan un manejo adecuado de porcentajes, intervalos de números reales; y también posean nociones de las medidas de centralización y dispersión, aunque no nos preocupan como conocimientos previos como tales ya que los vamos a volver a estudiar.

Todos los objetos anteriormente citados se encuentran dentro del currículo, además por lo que he podido observar en currículo de 4 de la E.S.O la estadística forma parte de los últimos temas. Por lo tanto, considerando que nos encontramos en el último curso de la E.S.O y que los objetos matemáticos anteriores han sido aprendidos y estudiados tanto en el mismo curso como en cursos anteriores, el alumno debería contar con los conocimientos previos necesarios para afrontar el aprendizaje. A pesar de ello, se debería contar con el contexto del centro, información del grupo clase y no realizar conjeturas a priori.

1. Prueba inicial para evaluar los conocimientos

Resulta muy importante asegurar que los alumnos posean los conocimientos previos necesarios, por ello consideramos necesario la realización de un primer ejercicio de evaluación, es decir, una prueba de conocimientos previos que ayudará a conocer las carencias del grupo y a poder incidir sobre ellas de manera más persistente a lo largo de la unidad.

A continuación proponemos una prueba inicial con la que pretendemos evaluar si el alumno conoce las técnicas necesarias para elaborar una tabla de frecuencias, calcular la media aritmética de un problema, así como interpretar un gráfico de lecturas.

1. Un estudiante ha sacado las siguientes notas:

Matemáticas: 7
Historia: 5
Física: 8.5
Química: 8
Educación física: 6.5

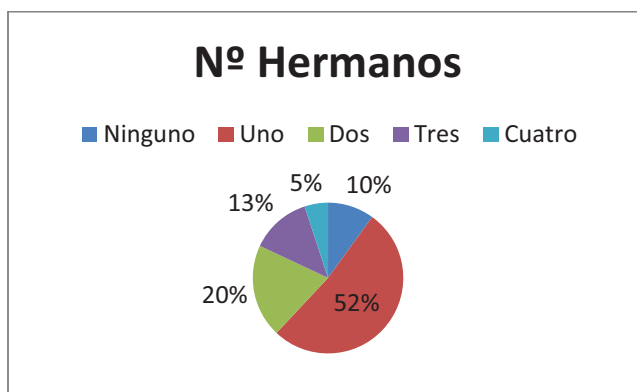
¿Sabrías calcular su nota media?

2. Construye una tabla de frecuencias con los siguientes datos:

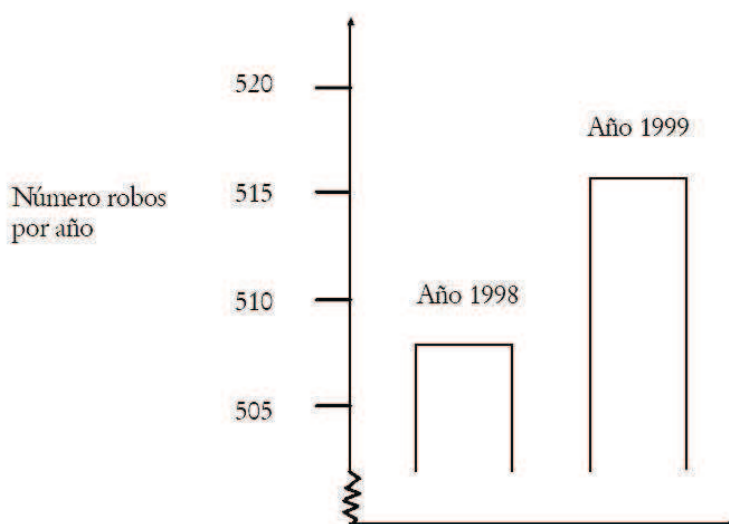
Rojo, verde, rojo, rojo, verde, amarillo, azul, amarillo, rojo, amarillo, verde, amarillo, rojo, azul.

3. A una muestra de 40 alumnos de un instituto de IES hemos preguntado cuantos hermanos tienen.

Esta gráfica muestra los resultados de la encuesta.



- a) ¿Cuántos alumnos son hijos únicos?
- b) ¿Cuántos alumnos de la muestra tienen más de 2 hermanos
- c) Suponiendo que la muestra es representativa de todos los alumnos que hay en el instituto, si cogiésemos un alumno al azar, ¿qué probabilidad hay que tuviese 4 hermanos?
4. Un presentador de TV mostró este gráfico y dijo: "El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de robos comparando 1998 con 1999".



¿Consideras que la afirmación del presentador es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta.

C. RAZONES DE SER DEL OBJETO MATEMÁTICO

La palabra Estadística tiene dos acepciones en general, por un lado es el hecho de estudiar las características de una población y sus integrantes; y por otro lado es una disciplina científica que entre muchas otras utilidades puede usarse para deducir relaciones entre variables, o para extender los resultados que obtengamos para una parte de la población (muestra) a toda la población.

Estadística significa ciencia del Estado, y proviene del término alemán *Statistik*. ¿Por qué la ciencia del Estado? Porque en sus orígenes la estadística se utilizaba exclusivamente con fines estatales, en el sentido de que los gobiernos de las distintas naciones tenían (y tienen) la necesidad, por razones de organización, de conocer las características de su población para gestionar el pago de impuestos, el reclutamiento de soldados, el reparto de tierras o bienes, la prestación de servicios públicos etc. Esta necesidad llevó a los gobernantes a establecer sistemas para recoger y procesar de alguna manera la información obtenida, es decir, a hacer estadísticas sobre la población.

Normalmente los primeros estudios estadísticos que se hacían eran los censos, que son estudios descriptivos sobre todos los integrantes de una población. La elaboración de censos comenzó en la Edad Antigua, y sigue dándose en nuestros días. Los censos aportan mucha información, puesto que se pregunta a todo el mundo, pero su ejecución suele ser cara y lleva mucho tiempo, porque hay que preguntar a la población y después hay que procesar los datos obtenidos. Una forma de agilizar la recogida y tratamiento de la información sobre algunas características de la población era (y es) a través de los registros, que son listados en los que los ciudadanos tienen que inscribirse cuando por ejemplo nace algún hijo o hija, hay algún matrimonio o alguna defunción, etc.

Por lo tanto la razón histórica que dio origen a este objeto, la realización de censos, no es fácilmente trasladada al aula para ser utilizada en el proceso de enseñanza. En su lugar proponemos abordar la enseñanza de la estadística a partir de la realización de un proyecto, en línea con otras propuestas implementadas satisfactoriamente. (Batanero, 2011; Gil, 2010; Instituto de Canarias, 2002)

Cuando se estudia la estadística en la enseñanza secundaria los objetivos no deben estar solo orientados a los conocimientos sino también orientados a crear actitudes positivas hacia la materia, es muy importante que cuaje la idea de que la estadística es una herramienta para conocer mejor la realidad que nos rodea y que esto se analiza a través de un análisis de datos que reflejen de forma objetiva lo que se desea conocer.

Uno de los retos de la enseñanza es conectar con la realidad y la sociedad del momento, esta conexión entre escuela y vida cotidiana se puede llevar a cabo en el tema de estadística, aprovechando la presencia de datos de todo tipo en los medios de comunicación. Hoy en día es constante la presencia de la estadística en nuestra sociedad, se reconoce su utilidad como una herramienta metodología que permite analizar, realizar estudios, tomar decisiones,...

Periódicos, instituciones, agencias,.. ponen a la disposición del ciudadano toda clase de datos, por ello surge el interés por la formación estadística, de la necesidad de que los alumnos, ciudadanos, sean capaces de valorar dicha información.

La razón de ser que se va a llevar a cabo en la introducción va a ser la estadística como una necesidad en la vida cotidiana, que los alumnos descubran por sí mismos la importancia de la estadística, para ello se les mostrará ejemplos cotidianos a través de los cuales realicen conclusiones tales como las siguientes:

- La importación de basar las decisiones en base a datos recogidos de forma inteligente y rigurosa.
- La importancia de los datos para conocer lo que está ocurriendo.
- Los datos “en bruto” ocultan información que se puede hacer visible utilizando medidas o gráficos sencillos.
-

1. Utilización de datos estadísticos en la enseñanza

Las estadísticas oficiales constituyen un elemento básico de información de una sociedad democrática ya que éstas proporcionan datos acerca de la situación económica, demográfica y social de un país que todo futuro ciudadano debería conocer, o al menos, conocer la existencia de estos datos y qué organismos son los encargados de ofrecerlos.

Además de dar a conocer la existencia de estos organismos como un medio para tener una información estadística fidedigna, constituyen una fuente de datos susceptibles de ser trabajados por nuestro alumnado. Lógicamente, estos datos tendrán más significado si se basan en datos reales en lugar de ser ficticios.

El uso de la información procedente de estadísticas oficiales puede tener dos aplicaciones (www.ine.es):

- Utilizar las bases de datos reales sobre los que trabajar los procedimientos estadísticos, y, que, por su temática, puedan ser del interés de los alumnos.
- Utilizar los resultados obtenidos por estos organismos y compararlos con los obtenidos por nuestros alumnos mediante su propia producción, a través de encuestas u otra forma de recogida.

La primera opción tiene la ventaja de usar datos de interés sobre los que realizar los cálculos estadísticos necesarios; la segunda, tiene la ventaja de que los alumnos van a producir sus propios datos y los van a comparar con unos ya existentes, añadiendo a la realización del cálculo estadístico, la capacidad de investigar y de conformar el razonamiento crítico basado en la objetividad de los datos. (Gil, 2010)

Nosotros no vamos a utilizar datos estadísticos oficiales en el proyecto que vamos a implementar, dado que los datos los van a obtener los propios alumnos a través de una encuesta.

2. Justificación de la enseñanza de la estadística mediante proyectos

Nos parece muy interesante afrontar el tema de la Estadística mediante un trabajo por proyectos, las principales razones que aconsejan la inclusión de proyectos en las clases de estadística son las siguientes:

La primera es que, como señalan Anderson y Loynes (citado en Batanero, p.16), la estadística es inseparable de sus aplicaciones, y su justificación final es su utilidad en la resolución de problemas externos a la propia estadística. La historia de la estadística muestra también como ésta recibe ideas y aportes desde áreas muy diversas, donde, al tratar de resolver problemas diversos (transmisión de caracteres hereditarios, medida de la inteligencia, etc.) se han creado conceptos y métodos estadísticos de uso general (correlación, análisis factorial).

Por otro lado, hay que diferenciar entre conocer y ser capaz de aplicar un conocimiento. La habilidad para aplicar los conocimientos matemáticos es frecuentemente mucho más difícil de lo que se supone, porque requiere no sólo conocimientos técnicos (tales como preparar un gráfico o calcular un promedio), sino también conocimientos estratégicos (saber cuándo hay que usar un concepto o gráfico dado). Los problemas y ejercicios de los libros de texto sólo suelen concentrarse en los conocimientos técnicos. Al trabajar con proyectos se coloca a los alumnos en la posición de tener que pensar en preguntas como las siguientes (Graham, citado en Batanero, p.5): ¿Cuál es mi problema? ¿Necesito datos? ¿Cuáles? ¿Cómo puedo obtenerlos? ¿Qué significa este resultado en la práctica? Los proyectos estadísticos aumentan la motivación de los estudiantes. No hay nada que haga más odiosa la estadística que la resolución de ejercicios descontextualizados, donde se pida al alumno calcular la media o ajustar una recta de regresión a un conjunto de números. No hay que olvidar que la estadística es la ciencia de los datos y los datos no son números, sino números en un contexto. La principal característica de un curso basado en proyectos es que el énfasis se da a las tareas, que, al menos aproximadamente, deben ser realistas. Como sugiere Holmes (citado en Batanero, p.24) si los estudiantes trabajan la estadística por medio de proyectos se consiguen varios puntos positivos:

- Los proyectos permiten contextualizar la estadística y hacerla más relevante. Si los datos surgen de un problema, son datos con significado y tienen que ser interpretados.

- Los proyectos refuerzan el interés, sobre todo si es el alumno el que elige el tema. El alumno quiere resolver el problema, no es impuesto por el profesor.
- Se aprende mejor qué son los datos reales, y se introducen ideas que no aparecen con los “datos inventados por el profesor”: precisión, variabilidad, fiabilidad, posibilidad de medición, sesgo.
- Se muestra que la estadística no se reduce a aplicar fórmulas matemáticas; lo que se pretende es que los alumnos asuman la responsabilidad de enfrentarse a un problema que tenga interés para ellos y que les obligue, tanto a formular buenas preguntas, como a realizar un plan de actuación, en el que se vayan a poner en juego conceptos estadísticos para obtener respuestas a las preguntas que han formulado.

D. CAMPO DE PROBLEMAS

La metodología empleada en esta actividad, es un “trabajo basado en la realización de proyectos”. En esta forma de trabajo en el aula, el papel del profesor es el de director del proyecto, es decir, el profesor indica el camino a seguir pero son los alumnos quienes deben llevarlo a cabo. Los proyectos les introducen en la investigación, les permiten elegir un tema de su interés sobre el que definir los objetivos, elegir los instrumentos de la recogida de los datos para dar respuesta a los objetivos planteados, así como seleccionar la muestra, recoger los datos, codificar, construir las tablas y analizar e interpretar los datos.

Consideramos que las fases del proyecto (Gil, 2010), constituyen el campo de problemas que da sentido a la enseñanza de la estadística en este nivel educativo, y estos campos de problemas son:

- Elección del tema
- Definir objetivos
- Diseño de la encuesta
- Muestreo o censo
- Recogida y vaciado de datos en tablas de frecuencias
- Análisis de los datos: Construcción de gráficos y cálculo de parámetros de centralización y dispersión
- Conclusiones del estudio

1. Descripción del campo de problemas

Elección del tema

El inicio del trabajo debe ser definir lo que se va a hacer. Se informa al alumnado del trabajo que se va a desarrollar y que deben elegir el tema. Para esta elección se pueden consultar los distintos bloques de información estadística que ofrece el organismo oficial de estadística de nuestro ámbito geográfico, <http://www.ine.es/>.

Tras ser elegido el tema por consenso pasaríamos a la siguiente fase. En nuestro caso, el tema del proyecto elegido es la utilización de móviles entre los adolescentes.

Definir objetivos

Una vez seleccionado el tema, el siguiente paso a llevar es establecer los objetivos que marcarán el trabajo del proyecto.

Diseño de la encuesta

Esta fase es importante, ya que se deben plantear las preguntas adecuadas para recoger los datos que nos ofrecerán la información que buscamos y cubrir así los objetivos planteados. En su desarrollo el alumnado se va a familiarizar con los conceptos de variable, tipos de variable y valores de una variable.

Muestreo o censo

A continuación debían decidir si se extraen/recogen todo el conjunto de referencia sobre el que se van a realizar las observaciones, o por el contrario, se elegirá un subconjunto de la población sobre la cual se va a realizar el estudio.

Recogida y vaciado de datos en tablas de frecuencias

La planificación y división del trabajo de campo es un apartado fundamental que deben ser supervisados por el profesor, para que todos los alumnos participen y además tengan una carga de trabajo y de responsabilidad similares.

En la planificación se deben establecer las unidades de medida que van a ser utilizadas en la recogida de la información, y la sustitución de un producto por otro que se considere equivalente. Se deben prevenir determinadas situaciones que pueden dar lugar a falta de respuesta u omisión, es decir, dar instrucciones para optimizar la recogida de datos.

El alumnado dividido en grupos de tres o cuatro, recogerá los datos en un plazo determinado.

En esta fase los alumnos aprenderán el significado de la ausencia de un dato y cómo tratarlo, y tomarán decisiones sobre si se puede sustituir un producto por otro equivalente o no.

Una vez recogidos los datos debemos construir las tablas adecuadas para analizarlos.

Es de uso común en las aulas, realizar ejercicios de recuento de datos, de cálculo de parámetros, etc., con lápiz y papel, y a lo sumo, ayudarse con una calculadora. Esta forma de proceder puede ser útil para ejercicios de repetición con pocos datos, pero el trabajo estadístico real utiliza la tecnología adecuada para poder manejar gran cantidad de datos y no cometer errores en los cálculos.

En nuestro caso es evidente que se hace imprescindible el uso de las tecnologías de la información, bien de una hoja de cálculo o el uso de otros programas específicos de estadística. Nosotros usaremos la hoja de cálculo; en ella los diferentes grupos grabaran los datos obtenidos.

En esta fase los alumnos podrán comprobar que, a pesar de las indicaciones previas para evitarlo, se cometerán errores en la toma de datos y éstos deberán ser eliminados con lo que, los datos validos se reducirán.

Respecto a la dinámica de grupo, todos aprenderán la necesidad de nombrar a un alumno responsable de la hoja de cálculo, tras comprobar que algunos datos no se grabaran bien, o que al grabar se borrarán los de los compañeros. Así, para evitar estos conflictos, el alumno nombrado será el encargado de unificar en una sola hoja de cálculo los datos de sus compañeros y poder continuar con el proyecto.

Análisis de los datos: Construcción de gráficos y cálculo de parámetros de centralización y dispersión

En este apartado se procederá con el análisis de los datos obtenidos, a través de ellos se tratará de responder a los objetivos prefijados al comienzo del proyecto. Para ello el alumno deberá agrupar los datos de una manera adecuada, calcular parámetros de centralización y dispersión de las variables, realizar gráficos y, además, comparar y extraer sus propias conjeturas.

No todos los equipos que se forman en el aula tienen el mismo ritmo, ni interés, ni capacidades. Esta fase no puede ser homogénea a todos los grupos, hay que adaptarla a las características de cada uno de ellos. El profesor puede facilitar más ayuda a algunos grupos o, por el contrario, darles mayor autonomía a los alumnos.

Conclusiones del estudio

Los alumnos realizarán un informe en el que reflejarán el análisis de los datos realizados y formularán conclusiones tomando como referencia dicho análisis.

En el ANEXO V se detalla la ESTRUCTURA DEL INFORME.

2. Metodología de la enseñanza

La enseñanza de la estadística se puede abordar desde múltiples perspectivas distintas a la realización de ejercicios de resolución corta; se puede abordar desde los datos recopilados por los propios alumnos, desde la información estadística oficial,...

En este caso la enseñanza del objeto matemático se va a plantear mediante la resolución de problemas y la realización de un trabajo basado en proyectos, es decir, van a quedar excluida la enseñanza de técnicas descontextualizadas. Se pretende que los datos a utilizar sean reales dado que aportan más significado que los datos ficticios. La filosofía de trabajo es la de favorecer el aprendizaje mediante la realización de proyectos de investigación estadística en los que se deben aplicar los conceptos y procedimientos adquiridos, dando consistencia a ese aprendizaje a través del hilo conductor del proyecto.

En cuanto a la organización del grupo clase, los problemas a realizar en el aula se plantearán a los alumnos distribuidos en grupos de 3 ó 4 alumnos, en otros momentos trabajarán de manera individual. Cuando éstos hayan resuelto el problema se procederá a una puesta en común de los resultados y hallazgos obtenidos por los grupos. Después, el profesor, tras las intervenciones públicas de los alumnos, institucionalizará el objeto estadístico que haya aparecido en el aula.

En esta metodología labor del profesor no es la de realizar exposiciones para transmitir saberes, consiste en diseñar y plantear problemas y actividades que potencien el aprendizaje colaborativo y que sean adecuadas para surja el conocimiento en el aula. De los alumnos se espera que su trabajo exploratorio en la clase propicie la elaboración de sus propias conjeturas y tengan la posibilidad de comprobarlas para validarlas o bien reorientarlas si las comprueban erróneas.

El profesor se convierte en promotor de la investigación, que únicamente presentará el problema y enseñará algunos aspectos o conocimientos mínimos necesarios para abordarlo. Después su labor será de observación activa del trabajo de los alumnos organizados en grupos, comprobando el trabajo y el avance de los grupos, también resolviendo dudas o discutiendo las conjeturas que eventualmente pudieran plantear éstos.

En cuanto a los recursos didácticos, consideramos que el ordenador puede y debe usarse en la enseñanza como instrumento de cálculo y representación gráfica para analizar datos recogidos por los alumnos. Nos enfrentamos a diario a la necesidad de recoger, organizar e interpretar sistemas complejos de datos y esta necesidad aumentará en el futuro, debido al desarrollo de los sistemas de comunicación y las bases de datos.

Por lo tanto, el manejo de un paquete informático es un objetivo importante ya que, en la actualidad, el uso de las técnicas estadísticas está ligado a los ordenadores, debido a la gran cantidad de datos a tratar. Un problema tradicional en la enseñanza de la estadística ha sido la existencia de un desfase entre la comprensión de los conceptos y los medios técnicos de cálculo para poder aplicarlos (Julio Godino citado en Versión revisada del artículo publicado en UNO, 1995). Como queremos que esto no ocurra, y

que los alumnos alcancen aprendizajes significativos y que les sirvan para desarrollarse en el mundo que les rodea vamos a usar la ayuda de la herramienta Microsoft Office Excel para el vaciado y análisis de los datos. Preferimos no plantear el uso de un programa más específico de estadística como por ejemplo el SPSS debido a su complejidad.

Además de la adquisición de la competencia digital, el uso de ordenadores presenta otras ventajas como la exactitud en los procedimientos de cálculo, el ahorro de tiempo cuando la muestra es muy grande,...

No nos podemos olvidar de concienciar a los alumnos que esta mayor facilidad actual de empleo de procedimientos estadísticos, implica, sin embargo, el peligro de uso no adecuado de la estadística. Muchas personas piensan que un análisis consiste simplemente en la elección de un programa adecuado que automáticamente dará una interpretación a sus investigaciones. Por ello, se acostumbrará a los alumnos a definir con precisión el problema a estudiar, el significado de las variables estadísticas y a planificar el análisis que quieran realizar incluso antes de la búsqueda de datos.

E. DESARROLLO DEL PROYECTO EN EL AULA

1. Elección del tema

El trabajo por proyectos presentado se basa en el trabajo por proyectos: “Utilización de los móviles entre los adolescentes”, dado que este proyecto no lo he podido implementar durante la realización del Practicum, utilizo los datos aportados por los alumnos del I.E.S Tomás Mingot de Logroño que participaron en el concurso escolar de trabajos estadístico de la Rioja y cuyos resultados se incluyen como Anexo VI en esta memoria.

2. Definir los objetivos

Con dicho estudio se pretende conocer un poco más hasta que punto estamos ligados a los móviles, y ver si deberíamos preocuparnos o no.

Una vez seleccionado el tema se deben establecer los objetivos que marcarán el trabajo del proyecto.

Los objetivos se concretan del siguiente modo:

- Analizar el nivel de uso y dependencia de los móviles.
- Conocer los cursos y las edades en que más se produce esta dependencia.
- Ser consciente del uso que se les da a los móviles.
- Conocer el número de adolescente que hacen uso diario de la telefonía móvil.
- Saber la edad a partir de la cual se hace un uso del móvil.
- Estudiar el gasto en telefonía móvil entre los adolescentes.

3. Diseño de la encuesta

Es una fase importante ya que se deben plantear las preguntas adecuadas para recoger los datos, que nos ofrecerán la información que buscamos, así como cubrir los objetivos planteados.

Para ello se tendrá que tener en cuenta los caracteres de las variables estadísticas, el profesor actuará como guía en esta fase explicando en el momento oportuno los conceptos necesarios, a modo de propuesta proponemos el siguiente ejemplo:

Se requiere realizar un estudio estadístico del uso de móvil entre los estudiantes de un instituto, para ello se está interesado en observar distintos aspectos: Posesión de móvil, tipo de tarifa, número de móviles que han tenido y gasto mensual. Indica el tipo de cada una de estas variables.

Las posesión de móvil y tipo de tarifa son variables cualitativas ya que sus resultados no se pueden expresar mediante números.

El número de móviles que han tenido y gasto mensual son cuantitativas pues se pueden medir y, por tanto, expresar mediante números. Estas se llaman variables cuantitativas. Pero mientras que los resultados del gasto mensual pueden tomar cualquier valor en un intervalo de medidas, el número de móviles son datos aislados 0, 1, 2,.. Por lo que decimos que la primera variable es un variable continua, y la segunda, discreta.

Por lo tanto, las variables cualitativas, miden cualidades, características que no se pueden contar. Las variables cuantitativas discretas, miden valores numéricos que están aislados y las variables cuantitativas continuas, miden valores numéricos que no están aislados, que pueden tomar cualquier valor en un intervalo.

En este proyecto la encuesta será contestada por el alumnado del centro, constará de preguntas como las siguientes. Un modelo de encuesta se describe en el Anexo IV:

- Alumno con móvil
- Móviles con o sin cámara.
- Móviles con o sin internet.
- Usos del móvil.
- Usos de móviles ajenos.
- Edad del primer móvil.
- Número de móviles que han tenido.
- Duración de los móviles.
- Si han perdido alguna vez un móvil.
- Tipo de pago.
- Gasto mensual.
- Si han enviado SMS en 24 horas.
- N° de SMS enviados en 24 h.
- ¿De quién reciben llamadas?
- ...

Consideramos muy importante que los alumnos sepan definir las variables a partir de las preguntas formuladas. Hacemos notar que se trata de una actividad compleja e imprescindible para dotar de significado los gráficos estadísticos y las medidas de centralización y dispersión.

4. Muestreo o censo

Los alumnos deberán decidir si encuestan a todos los alumnos del centro o solo algunos de ellos. Para que los alumnos puedan decidir correctamente, se pueden exponer aclaraciones teóricas, es decir, las tecnologías pertinentes:

“A veces, por razones técnicas, económicas o de tiempo disponible, no es posible trabajar con todos los individuos de la población y tenemos que recurrir a una *muestra*. La estadística inferencial obtiene conclusiones sobre toda la población a partir del estudio de una *muestra representativa*. Esta fase es crítica en un estudio estadístico, pues una elección errónea de la muestra provocaría que los datos obtenidos no se puedan extrapolar a toda la población, invalidando así todo el estudio realizado.”

Muchas de las noticias de contenido estadístico que estamos acostumbrados a ver en los medios de comunicación dan información sobre toda una población, pero frecuentemente esa información es de tipo muestral y, por tanto, se ha elaborado aplicando cálculos de la *Estadística Inferencial* a los datos obtenidos a partir de la muestra.

Por lo tanto, podríamos decir que la población es el conjunto de referencia sobre el que haremos las observaciones, mientras que la muestra es el subconjunto de la población.

La muestra seleccionada debe ser representativa de la población, para ello se utilizan las técnicas de muestreo que nos permiten obtener muestras fiables.

Ejemplo: Se quiere hacer un estudio estadístico sobre el uso de los móviles en un instituto de Zaragoza. El centro cuenta con 680 personas que se dividen de la siguiente manera:

	Total	Varones	Mujeres	Total Nivel	Proporción Varones	Proporción Mujeres	Total Varones	Total Mujeres
1º ESO	131	68	63					
2º ESO	117	53	64					
3º ESO	87	48	39					
4º ESO	127	70	57					
1ºBACHILLER	118	57	61					
2ºBACHILLER	100	46	54					
TOTALES	680	342	338					

Para realizar el estudio, se decide tomar una muestra del 20 % de los alumnos.
¿De qué forma se puede elegir la muestra?

Mediante un sorteo se puede elegir a los 135 personas que van a participar de la muestra sin ningún otro tipo de consideración y de manera que los 680 alumnos tengan las mismas posibilidades de entrar a formar parte de la misma. En este caso, se estará realizando un muestreo aleatorio simple.

También se puede dividir a la población en estratos que la clasifican (por ejemplo, por grupos de edad indicados), dentro de cada uno de ellos, un muestreo aleatorio simple. Así resulta el muestreo estratificado.

Además, también se debe decidir qué parte de los 135 elementos muestrales debe pertenecer a cada estrato:

- Afijación uniforme: todos los estratos tendrán el mismo número de elementos en la muestra. En este caso, 22.5 cada uno (se redondearía para que resultado tuvieran sentido, dado que tratamos con personas).
- Afijación proporcional: el tamaño de las submuestras de cada estrato ha de ser proporcional al tamaño de las correspondientes poblaciones de estratos. En este caso, los elementos de la muestra con una edad comprendida:
 - 1º ESO: $131 * 0.20 = 26.2 \Rightarrow 26$
 - 2º ESO: $117 * 0.20 = 23.4 \Rightarrow 23$
 - 3º ESO: $87 * 0.20 = 17.4 \Rightarrow 17$
 - 4º ESO: $127 * 0.20 = 25.4 \Rightarrow 25$
 - 1º BACHILLER: $118 * 0.20 = 23.6 \Rightarrow 24$
 - 2º BACHILLER: $100 * 0.20 = 20$

Por lo tanto, se les entregará a los alumnos una ficha con la tabla anterior para que la completen, en este momento se trabajara de manera individual, de manera que obtengan la siguiente tabla:

	Total	Varones	Mujeres	Total Nivel	Coefficiente Varones	Coefficiente Mujeres	Total Varones	Total Mujeres
1º ESO	131	68	63	26	0.52	0.48	14	12
2º ESO	117	53	64	23	0.45	0.55	10	13
3º ESO	87	48	39	17	0.55	0.45	10	8
4º ESO	127	70	57	25	0.55	0.45	14	11
1ºBACHILLER	118	57	61	24	0.48	0.51	11	12
2ºBACHILLER	100	46	54	20	0.46	0.54	9	11
TOTALES	680	342	338	135			68	67

5. Recogida y vaciado de datos en tablas de frecuencia

El alumnado dividido en grupos de tres o cuatro, recogerá los datos.

En esta fase los alumnos aprenderán el significado de la ausencia de un dato y cómo tratarlo, y tomarán decisiones sobre si se puede sustituir un producto por otro equivalente o no.

Además, los alumnos aprenderán como se pueden presentar los datos, una de las opciones son las tablas de frecuencias, se guiará el proceso mediante las técnicas y tecnologías necesarias en el momento que sea necesario.

“Después de pasar las encuestas hay que hacer el recuento de datos. Consiste en contar las respuestas dadas por los encuestados y recoger la información en tablas denominadas Tablas de frecuencia. En ellas se recogen las veces que se repite cada valor de la variable, es decir, las frecuencias absolutas. Además, las tablas de frecuencias se componen de las frecuencias relativas, las cuales resultan del cociente de la frecuencia absoluta y el total”

La frecuencia absoluta (n_i) de una modalidad i es el número de veces que dicha modalidad ocurre en una muestra.

La frecuencia relativa (f_i) de una modalidad i es la proporción de veces que esta ocurre con respecto al total de observaciones obtenidas.

$$f_i = \frac{n_i}{N}, \text{ con } N \text{ el número total de observaciones.}$$

La frecuencia acumulada es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor considerado. Se representa por N_i .

A posteriori, se comentarán resultados o tecnologías que los alumnos deben conocer como son:

- La suma de todas las frecuencias absolutas es igual al número total de observaciones.
- La suma de todas las frecuencias relativas es 1.
- La suma de todos los porcentajes tiene por resultado el 100%.

Ejemplo:

Hemos preguntado a 20 alumnos de 2º de Bachiller por el número de móviles que ha tenido y hemos obtenidos los siguientes resultados:

1, 3, 4, 1, 2, 2, 1, 4, 2, 3, 3, 1, 1, 2, 2, 1, 3, 2, 3, 2, 1, 2.

La tabla de frecuencias sería la siguiente:

Nº de móviles x_i	Frecuencia absoluta n_i	Frecuencia relativa f_i	Porcentaje $\%_i$
1	7	$7/22 = 0.32$	$0.32 * 100 = 32\%$
2	8	$8/22 = 0.36$	$0.36 * 100 = 36\%$
3	5	$5/22 = 0.23$	$0.23 * 100 = 23\%$
4	2	$2/22 = 0.09$	$0.09 * 100 = 9\%$
Suma	22	1	100%

Se les proporcionará algunas fichas que les servirán de guía para realizar las tablas de frecuencia, esta tarea la realizarán en grupos heterogéneos de 3 alumnos, posteriormente un encargado juntará todas las tablas con ayuda del profesor.
(Ver ANEXO I, fichas de tablas y resultados de las tablas de frecuencias absolutas)

Algunas veces tenemos que trabajar con muchos datos, por lo que agrupamos los datos en intervalos adecuados. Para esto no existe un método que se pueda aplicar siempre y se suele utilizar el “sentido común”. A veces podemos seguir la siguiente regla:

- Elegimos el número de intervalos que vamos a utilizar. No deben ser ni pocos ni muchos, dependerá del número total de datos que tengamos.
- Tomamos el mayor valor y le restamos el menor.
- Dividimos el resultado anterior entre el número de intervalos y nos da como resultado la amplitud del intervalo. Como seguramente nos dé un número decimal, truncaremos al número natural
- Iremos construyendo los intervalos sumando al menor valor la amplitud de intervalo que hemos obtenido en el paso anterior, hasta sobrepasar el mayor.

No es habitual trabajar directamente con los intervalos, sobre todo cuando tenemos que realizar cálculos de parámetros estadísticos, por ello a veces tratamos de resumir toda la información del intervalo en un único punto, como si fuera una variable cuantitativa discreta. A ese punto se le llama marca de clase. La marca de clase (x_i) habitualmente es el valor medio del intervalo.

Por ejemplo, supongamos que queremos estudiar el gasto mensual del alumnado de nuestro instituto, un alumno gastará 5.6€, otro 10.8€, por los que podemos contar con una infinidad de valores, lo más lógico es agrupar los datos en intervalos de la siguiente forma:

	Intervalo	Marca de clase
Menos de 5€	[0,5)	2.5
De 5 a 10€	[5, 10)	7.5
De 10 a 15€	[10, 15)	12.5
De 15€ a 20€	[15,20]	17.5

6. Análisis de los datos

Otra de las maneras más frecuentes de presentar la información es mediante gráficos estadísticos, por ello una vez que se hayan unificado los datos y representado las tablas de frecuencias se realizará una representación gráfica.

Los gráficos estadísticos presentan convenios de construcción que el alumno debe reconocer y recordar. Es también relativamente fácil producir un gráfico inadecuado o interpretar incorrectamente un gráfico, con lo que se produce una distorsión de la información, sea intencionada o no.

En este apartado los alumnos deberán tener en cuenta al hacer una grafica estadística el tipo de datos que están tratando; para cada tipo de variable existen distintos tipos de gráficos.

6.1 Construcción de gráficos

- Diagrama de sectores:

Los diagramas de sectores están formados por un círculo dividido en tantos sectores como modalidades tenga la variable. El ángulo central de cada sector es proporcional a la frecuencia absoluta de cada modalidad. Se utiliza para variables cualitativas o cuantitativas discretas.

Para construir un diagrama de sectores seguimos los siguientes pasos:

1. Construimos la tabla de frecuencias absolutas.
2. Dividimos los 360° que tiene el ángulo completo entre el número de casos. Así sabremos cuantos grados le corresponden a cada caso.

$$n^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{N}$$

3. Multiplicamos la frecuencia absoluta (n_i) por los grados de cada caso (n°), y obtenemos los grados (n_i°) que corresponden a cada modalidad.

$$n_i^{\circ} = n_i * n^{\circ}$$

4. Representamos el diagrama de sectores con los ángulos obtenidos.

Un ejemplo sería el siguiente:

Observamos la variable uso de móvil ajeno entre nuestros alumnos y el resultado fue el siguiente:

SI, NO, SI, SI, NO, SI, NO, NO, NO, SI, NO, SI, NO, SI, NO, SI, SI, SI, NO, NO, SI, NO, SI, SI, SI, NO, SI, SI, NO, SI.

Si usan un móvil ajeno: $n_1 = 17$

No usan un móvil ajeno: $n_2 = 13$

$$n^\circ = \frac{360^\circ}{N} = \frac{360^\circ}{30} = 12^\circ$$

$$n_1^\circ = 17 * 12^\circ = 204^\circ \quad n_2^\circ = 13 * 12^\circ = 156^\circ$$

La tabla de frecuencias sería la siguiente:

x_i	n_i	n_i°
SI	17	204
NO	13	156

El gráfico:



- Diagrama de barras:

Los diagramas de barras están formados por tantas barras como modalidades tenga la variable. Cada una de las barras tendrá la altura correspondiente a su frecuencia absoluta. Este tipo de graficas se utiliza para variables cualitativas o cuantitativas discretas.

Para construir un diagrama de barras seguiremos los siguientes pasos:

1. Construimos la tabla de frecuencias absolutas.
2. En el eje abscisas (X) situamos las modalidades.
3. En el eje de ordenadas (Y) representamos las frecuencias absolutas.
4. Dibujamos una barra en cada modalidad de altura igual a su frecuencia absoluta.

Ejemplo:

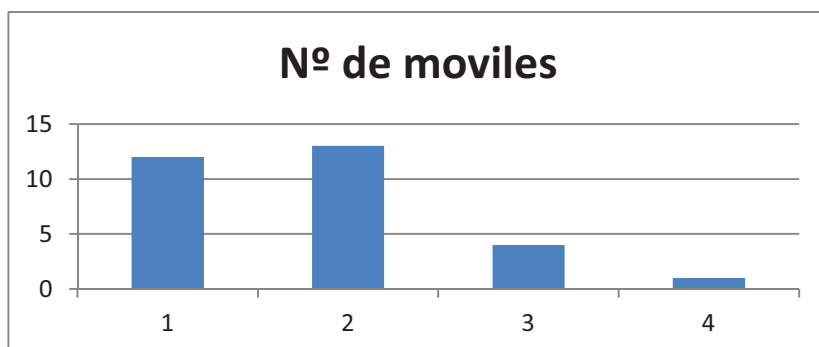
A un grupo de 30 alumnos les preguntamos sobre el número de móviles que han tenido:

x_i	n_i
1	12
2	13
3	4
4	1
Total	30

El gráfico resultante es el siguiente:

Eje de abscisas (X): N° de móviles (1, 2, 3, 4)

Eje de ordenadas (Y): Frecuencia absoluta (12, 13, 4, 1)



- Histogramas:

Los histogramas consisten en representar tantas columnas como intervalos hayamos usado para cada variable. Cada columna tendrá la altura correspondiente a la frecuencia absoluta.

Este tipo de gráficas se utiliza para variables cuantitativas continuas.

Una diferencia con el diagrama de barras es que ahora las columnas están pegadas. Esto se hace así para indicar que la variable es continua.

Los pasos para la construcción de un histograma son los siguientes:

1. Construimos la tabla de frecuencias de datos agrupados.
2. En el eje de abscisas (X) representamos los intervalos.
3. En el eje de ordenadas (Y) representamos la frecuencia absoluta de cada intervalo.
4. En cada intervalo del eje X construimos una columna cuya altura sea la frecuencia absoluta del mismo.

Ejemplo:

Obtenemos el gasto de móvil de los alumnos de 40 alumnos de 1º ESO:

5.0	5.7	7.0	6.3	6.2	6.3	6.5	7.1	5.6	6.4	6.1
7.2	5.2	5.9	6.1	7.7	5.9	7.6	7.0	6.0	7.4	5.8
6.2	5.3	5.8	6.3	6.4	6.5	7.2	6.7	5.3	5.4	7.1
5.7	5.8	6.4	6.1	6.5	7.0	5.9				

La tabla de frecuencias sería la siguiente:

Intervalo	Frecuencias absolutas n_i
[5.0, 5.5)	5
[5.5, 6.0)	9
[6.0, 6.5)	12
[6.5, 7.0)	4
[7.0, 7.5)	8
[7.5, 8.0)	2
Total	40

Valores en el eje de abscisas (X):

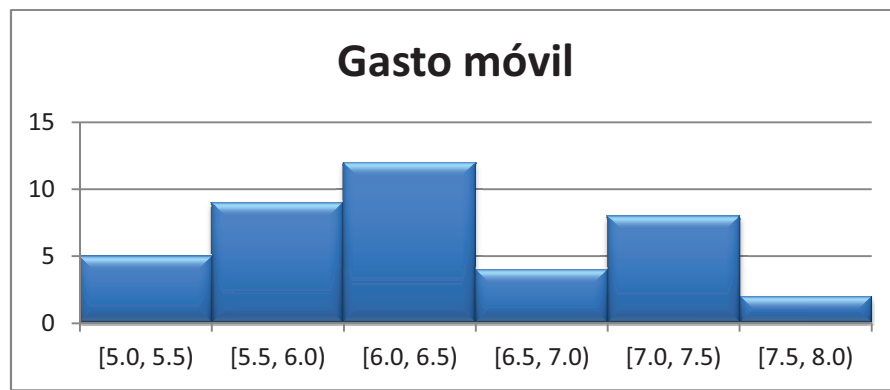
[5.0, 5.5), [5.5, 6.0), [6.0, 6.5), [6.5, 7.0), [7.0, 7.5), [7.5, 8.0).

Valores en el eje ordenadas (Y):

5, 9, 12, 4, 8, 2.

Observación: en un histograma las barras deben tener una amplitud proporcional al tamaño del intervalo que representan.

Representamos el histograma:



Los alumnos realizarán los gráficos del estudio planteado, primero en papel y luego mediante la hoja de cálculo. Esta fase, se realizará en grupos heterogéneos de 3 alumnos, se intentará que gran parte de la tarea se resuelva a modo de deberes en casa. A modo de guía se les entregará un manual de cómo realizar un gráfico en Excel (ver Anexo III), el resultado de los gráficos se puede observar en el Anexo II.

6.2 Cálculo de parámetros de centralización

En las estas fases anteriores hemos recopilado toda la información, la hemos ordenado y presentado en tablas y gráficos. Con esto ya podemos tener una visión global de los resultados, pero las conclusiones que podemos deducir son muy «simples», sobre todo si los datos son numerosos. Por eso es conveniente reducir el conjunto de todos los datos a unos pocos valores numéricos de los que podremos extraer más información.

Estos valores son los parámetros estadísticos, vistos en el curso pasado, y denominados de centralización y de dispersión.

Así recordaremos los parámetros de *centralización* más importantes, así como su cálculo. Los *parámetros de centralización* son valores que representan a todos los datos de la muestra, así que no pueden ser ni los más altos, ni los más bajos, deben ser los de posiciones centrales, de ahí su nombre. Los más importantes son: la media aritmética, la moda y la mediana.

La media (\bar{x}), es el valor central atendiendo a la magnitud de los datos, indica el promedio de todos los valores que toma una variable estadística. Se calcula sumando todos los valores y dividiendo entre el total de casos.

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i \cdot x_i}{N} = \frac{n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + \dots + n_k \cdot x_k}{N}$$

Ejemplo:

- El gasto de móvil de un mes de unos alumnos de 2º ESO es el siguiente: 6.0, 5.5, 7.0, 4.3, 5.3, 5.8, 7.1, 6.2, 4.8, 5.5, 5.2.

¿Cuál es la media del gasto?

Como la frecuencia de cada alumno es uno, simplemente tenemos que sumar todos y dividir entre el número total de alumnos:

$$\bar{x} = \frac{6.0+5.5+7.0+4.3+5.3+5.8+7.1+6.2+4.8+5.5+5.2}{11} = \frac{62.7}{11} = 5.7 \text{ €}$$

La mediana (Me) de un conjunto de datos se corresponde con el valor que ocupa la posición central de dichos datos ordenados. La mediana deja por debajo de ella el 50% de los datos y el otro 50% queda por encima de ella.

Para calcular la mediana seguimos los siguientes pasos:

1. Ordenamos los casos.
2. Contamos el número total de casos:
 - Si tenemos un número impar, la mediana será el que ocupa la posición central.
 - Si tenemos un número par, la mediana será la media de los dos valores centrales.

En el caso de tener datos agrupados:

La mediana se encuentra en el intervalo donde la frecuencia acumulada llega hasta la mitad de la suma de las frecuencias absolutas. Es decir, tenemos que buscar el intervalo donde se encuentre $\frac{N}{2}$.

La fórmula sería la siguiente:

$$Me = L_i + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \times a_i$$

- L_i es el límite inferior de la clase donde se encuentra la mediana
- $\frac{N}{2}$ es la semisuma de las frecuencias absolutas
- F_{i-1} es la frecuencia acumulada anterior a la clase mediana
- f_i es la frecuencia absoluta del intervalo donde se encuentra la mediana
- a_i es la amplitud de la clase

En realidad esta técnica no parece muy interesante, creemos que sería mejor que los alumnos interiorizaran el concepto de mediana, buscaran el valor central del estudio en cuestión, y aplicando reglas de proporcionalidad lo calcularan.

Se puede decir que cuando algo se lleva mucho, decimos que está de moda.

La moda (Mo) de un conjunto de datos es el valor que más se repite, es decir, es aquella modalidad de la variable que mayor frecuencia absoluta tiene.

Para calcular la moda seguimos los siguientes pasos:

1. Construimos la tabla de frecuencias absolutas de los datos.
2. La moda será la modalidad que mayor frecuencia absoluta tenga.
3. Si existen dos o más modalidades con la mayor frecuencia absoluta diremos que existen varias modas.

En el caso de tener datos agrupados: (Todos los intervalos tienen la misma amplitud.)

$$Mo = L_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} a_i$$

- L_i es el límite inferior de la clase modal.
- f_i es la frecuencia absoluta de la clase modal.
- f_{i-1} es la frecuencia absoluta inmediatamente inferior a la en clase modal.
- f_{i+1} es la frecuencia absoluta inmediatamente posterior a la clase modal.
- a_i es la amplitud de la clase.

También se utiliza otra fórmula de la moda que da un valor aproximado de ésta:

$$Mo = L_i + \frac{f_{i+1}}{f_{i-1} + f_{i+1}} a_i$$

En nuestro proyecto no se va a utilizar esta técnica.

Nos interesa que los alumnos sean capaces de apreciar las diferencias entre \bar{x} , Me y Mo y que sepan cuando deben utilizar uno u otro índice:

- Cuando la distribución es asimétrica, es decir, está sesgada hacia un lado, el valor de la mediana nos indica el sesgo de la distribución: si la mediana es mayor, hay más sujetos en la parte alta de la distribución, y si la mediana es menor que la media, hay más sujetos en la parte baja de la distribución. En estos casos la mediana no coincide con la media. Precisamente en esta diferencia entre la media y la mediana se basan algunas medidas de asimetría de la distribución.
- La mediana no se ve afectada por las puntuaciones extremas de la distribución. Esta característica de la mediana es la que hay que tener en cuenta para valorar cuándo puede interesar más la mediana que la media como medida de tendencia central.
Interesará utilizar la mediana cuando se crea que los sujetos con puntuaciones extremas desvirtúan la media en cuanto medida representativa de dónde está un grupo. Las puntuaciones muy extremas (y que pueden ser atípicas) influyen en la media (en el cálculo de la media entran todas las puntuaciones), pero no en la mediana. Éste puede ser el caso de los ítems de evaluación del profesorado; un pequeño número de alumnos poco representativos puede sesgar la media en una dirección (positiva o negativa) que no refleja el sentir o la opinión claramente mayoritaria de un grupo. En cualquier caso siempre es posible aportar ambos datos, la media y la mediana. La moda tampoco se ve afectada por puntuaciones muy extremas, pero la alternativa de interés a la media suele ser la mediana, no la moda.
En general interesará la mediana en vez de la media cuando los datos sean claramente ordinales y siempre que interese no tener en cuenta puntuaciones muy extremas. La mediana es el valor utilizado en algunos análisis específicos.
- La media es la medida de centralización más habitual dado que para calcularla utiliza toda la información disponible.
- Cuando la distribución es normal (simétrica, acampanada) los tres valores de tendencia central son idénticos: la media es también el valor con un mayor número de sujetos y divide a la muestra en dos mitades iguales.

Por ejemplo, se realizarán estudios del tipo:

Pregunta 8: Duración de los móviles

¿Cuál es la duración media de los móviles de los alumnos del instituto?

$$\bar{x} = \frac{0.5 \cdot 16 + 1.5 \cdot 46 + 2.5 \cdot 47}{109} = 1.7 \text{ años}$$

¿Les duran lo mismo los móviles a los alumnos de 1º de la ESO que a los de 2º de Bachillerato?

$$\circ \quad \bar{x} = \frac{0.5 \cdot 3 + 1.5 \cdot 5 + 2.5 \cdot 4}{12} = 1.58 \text{ años en 1º ESO}$$

$$\bar{x} = \frac{0.5 \cdot 0 + 1.5 \cdot 6 + 2.5 \cdot 14}{24} = 1.83 \text{ años en 2º de Bachillerato}$$

Les suelen durar más conforme son más mayores.

¿Existen diferencias entre los chicos y las chicas?

$$\bar{x} = \frac{0.5 \cdot 2 + 1.5 \cdot 26 + 2.5 \cdot 26}{54} = 1.94 \text{ años les dura a las chicas}$$

$$\bar{x} = \frac{0.5 \cdot 14 + 1.5 \cdot 20 + 2.5 \cdot 21}{55} = 1.62 \text{ años les dura a los chicos, en general les dura menos a los chicos}$$

$$\bar{x} = \frac{0.5 \cdot 0 + 1.5 \cdot 3 + 2.5 \cdot 2}{5} = 1.9 \text{ años les dura a las chicas en 1º ESO}$$

$$\bar{x} = \frac{0.5 \cdot 3 + 1.5 \cdot 2 + 2.5 \cdot 2}{7} = 1.36 \text{ años les dura a los chicos en 1º ESO, en 1º ESO les dura menos a los chicos}$$

...

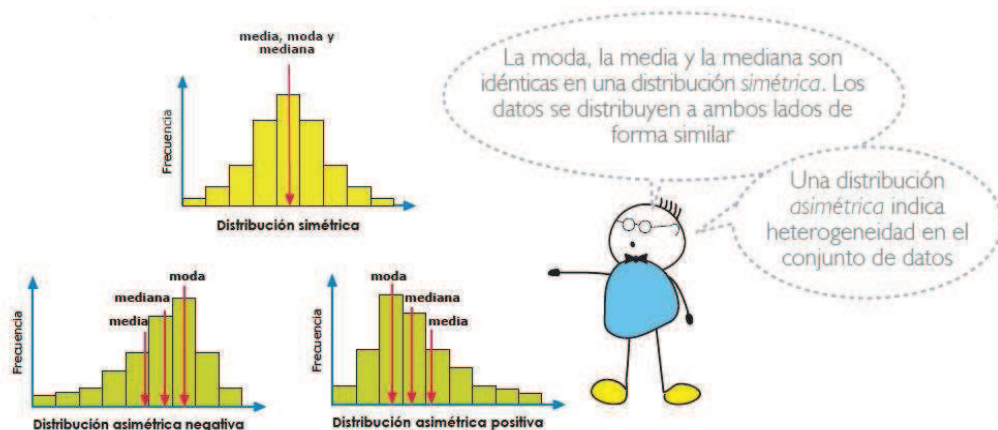
¿Cuál es la mediana...?

Del mismo modo que hemos ejemplificado la aplicación de las técnicas de centralización para estudiar la “duración de los móviles” se puede proponer el estudio de otras cuestiones como por ejemplo: el número de SMS que envía cada grupo de alumnos, el gasto mensual, etc.

Para ello, los alumnos realizarán en papel de manera individual los cálculos necesarios, posteriormente trabajarán con el ordenador en grupos de 3 alumnos (Ver Anexo III apartado 6), poniendo en común las conclusiones obtenidas, además de exponer qué medida es más apropiada en cada caso.

Es recomendable comparar los valores obtenidos para la moda, media y mediana, para conocer mejor la distribución de los datos que estamos analizando.

Diferencias importantes entre la media y la moda o la media y la mediana indican que la distribución de los datos es **asimétrica**, y si son iguales o muy cercanos la distribución de los datos será **simétrica**. Observa los siguientes gráficos:



Siempre que se pueda usar, en general se prefiere la media para describir la tendencia central. Pero cuando se describen distribuciones asimétricas, la media no es la mejor medida de tendencia central porque se ve afectada por valores extremos altos. Mientras mayor sea la asimetría, mayor utilidad tendrá la mediana porque estará más cerca del “valor central” real de las observaciones.

6.3 Cálculo de parámetros de dispersión

La media, la mediana y la moda sólo nos revelan una parte de la información que necesitamos acerca de las características de los datos. Si quisiéramos hacer un análisis más detallado, para poder hacer comparaciones, no sería suficiente con la media, ni con el resto de parámetros de centralización. Para obtener información sobre la concentración de los datos en un conjunto, para medir la desviación respecto a los valores centrales, utilizamos las medidas de dispersión. Estas son la varianza y la desviación típica.

Se llama varianza de una variable estadística a la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones respecto de la media. Se calcula de la siguiente forma:

Cuando se consideran n datos sin tabular:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Cuando se consideran datos tabulados:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \bar{x}^2$$

La desviación típica de una variable estadística es la raíz cuadrada positiva de la varianza.

$$S = \sqrt{V}$$

Veámoslo con un ejemplo:

Los gastos de móvil de dos alumnos durante los últimos 5 meses han sido:

Alumno A: 20,2, 4, 15, 19

Alumno B: 12, 13, 15, 10, 10.

¿Qué se puede decir sobre la regularidad del gasto de ambos alumnos?

La media, en ambos casos es:

$$\bar{x}_A = \frac{20+2+4+15+19}{5} = 12 \quad \bar{x}_B = \frac{12+13+15+10+10}{5} = 12$$

Sin embargo, la regularidad del gasto de los alumnos no es exactamente igual, ya que podemos observar que el segundo realiza un gasto bastante más regular que el primero.

Para estudiar de forma más rigurosa la separación de datos utilizaremos los parámetros de dispersión:

Hallamos el cuadrado de la distancia de cada dato a la media:

$$(20 - 12)^2 = 64; (2 - 12)^2 = 100; (4 - 12)^2 = 64; (15 - 12)^2 = 9; (19 - 12)^2 = 49; \\ (12 - 12)^2 = 0; (13 - 12)^2 = 1; (15 - 12)^2 = 9; (10 - 12)^2 = 4; (10 - 12)^2 = 4;$$

Calculamos la varianza:

$$V_A = \frac{64+100+64+9+49}{5} = 57.2 \\ V_B = 3.6$$

Obtenemos la desviación típica:

$$S_A = \sqrt{57.2} = 7.56 \\ S_B = \sqrt{3.6} = 1.90$$

Con los datos obtenidos comprobamos que ambos alumnos no han sido igual de regulares, pues los resultados que consigue el segundo están más concentrados que los que consigue el primero. A pesar de tener la misma media, en el caso del alumno A se puede apreciar como su media se ha visto afectada por valores más extremos. Se puede observar que si la media aritmética de dos distribuciones de datos es igual, la desviación típica de ambas nos permite comprar directamente la dispersión de dichos datos.

Se pretende que los alumnos adquieran los usos e interpretaciones de las medidas de dispersión a través del proyecto. Los alumnos deben comprender lo siguiente:

- La desviación típica describe el grado de homogeneidad de los datos: será más baja en la medida en que los datos estén más próximos a la media, aumentará si hay puntuaciones extremas muy alejadas de la media, etc. Como dato puramente descriptivo suele utilizarse la desviación típica con preferencia a la varianza que tiene la ventaja que se expresa en las mismas unidades que los valores de la variable a estudiar.
- La media y la desviación típica aportan datos descriptivos complementarios. Si se trata de datos escolares (y lo mismo con otros tipos de datos) permiten hacer

diagnósticos rápidos de un grupo. Así una desviación típica muy pequeña puede indicar que grupo (el conjunto de datos) es muy homogéneo, todos los sujetos (u objetos) se parecen mucho entre sí.

- No hay un valor ideal de la desviación típica que pueda servir de referencia, cuándo es grande o pequeña se aprecia comparando unas con otras. Dos desviaciones típicas pueden compararse entre sí directamente (lo mismo que dos varianzas) si provienen de datos comparables (unidades comparables, la misma escala métrica).

Otro ejemplo sería el siguiente: ¿Tienen la misma regularidad en la duración de móviles los chicos que las chicas?

No, las chicas son un poco más regulares:

$$V_a = \frac{0.5^2 \cdot 2 + 1.5^2 \cdot 26 + 2.5^2 \cdot 26}{54} - 1.94^2 = 0.321 \quad \sigma_a = \sqrt{0.321} = 0.56,$$

$$V_o = \frac{0.5^2 \cdot 14 + 1.5^2 \cdot 20 + 2.5^2 \cdot 21}{55} - 1.62^2 = 0.620 \quad \sigma_o = \sqrt{0.620} = 0.787$$

Los alumnos ejemplificarán la aplicación de las técnicas de dispersión de manera individual, sobre los mismos puntos estudiados en el apartado de medidas de centralización.

En determinados momentos se realizarán cálculos con ordenador en grupos de 3 ó 4 alumnos (Ver Anexo III apartado 6), poniendo en común las conclusiones obtenidas.

7. Conclusiones del proyecto

Cada alumno a lo largo del proyecto deberá haber ido analizando los datos, obteniendo conclusiones, en esta fase se expondrán de manera común y se llegará a la realización de un informe, ver anexo V.

A modo de ejemplo, nombramos algunas de las conclusiones obtenidas en el proyecto que me he basado del instituto Tomás Mingot:

- Hemos comprobado que los jóvenes de hoy en día tienen una gran dependencia de los móviles, muy pocos de ellos no poseen móvil. A partir de 2º de la ESO (13-14 años) todos tienen móvil.
- Los adolescentes comienzan a tener móvil coincidiendo con la llegada de la ESO (12 años).

- Entre los más jóvenes está extendido el modelo tarjeta prepago que puede ser debido a el control más seguro del gasto por parte de sus padres, el gasto mensual varia de los 5 euros a los 10 euros.
- Hace unos 15 años el uso del móvil estaba restringido a una minoría con una capacidad económica media-alta. Hoy en día se ha hecho casi imprescindible su utilización sin importar edad ni situación económica, lo que podría significar que los precios se han abaratado considerablemente al haber un mayor consumo.
- ...

F. TECNOLOGÍAS Y TÉCNICAS

El trabajo por proyectos cuyas fases acabamos de describir recoge todos los contenidos y objetivos de enseñanza enunciados en el apartado A de esta memoria.

Al implementar el proyecto se espera que aparezcan las técnicas propias de la estadística: tablas, gráficos, medidas de centralización y dispersión; a través de las cuales, los alumnos han tenido la oportunidad de elaborar argumentos y conclusiones en base al análisis de los datos. El proyecto debería permitir justificar las técnicas a partir del discurso tecnológico elaborado por los alumnos e institucionalizado, posteriormente, por el profesor en el aula. Es prioritario que los aspectos conceptuales como la elección y la definición de las variables estadísticas a analizar en el proyecto se hallan tratado en profundidad al abordar la primera fase del proyecto. Las técnicas y las tecnologías han sido descritas en el apartado E.

El proyecto descrito sirve para ejemplificar el trabajo estadístico en un aula de 4º de ESO sustentado en una metodología que fomenta la toma de decisiones y la participación activa de los alumnos, y que contribuye a fomentar la competencia digital, a manejar Excel, y la competencia comunicativa, tanto oral como escrita, al exponer por grupos los resultados.

G. SECUENCIA DIDÁCTICA Y SU CRONOGRAMA

El desarrollo del proyecto se realiza a lo largo de 12 sesiones, cada una de ellas tendrá una duración 55 minutos.

1ª SESIÓN	Justificación objeto matemático. Presentación y organización del trabajo que tienen que realizar Elección del tema	1h
2ª SESIÓN	Definición de objetivos Diseño de la encuesta Muestro o censo (se plantea como tarea la recogida de datos.)	1h
3ª SESIÓN	Manejo de una Hoja de Cálculo (Microsoft Excel) Vaciado de datos.	1h
4ª SESIÓN	Vaciado de datos Construcción de tablas	2h
5ª SESIÓN	Análisis de datos: Construcción e interpretación de gráficos	1h
6ª SESIÓN	Análisis de datos: Cálculo de medidas de centralización	2h
7ª SESIÓN	Análisis de datos: Cálculo de medidas de centralización	2h
8ª SESIÓN	Conclusiones: Informe	1h
9ª SESIÓN	Prueba escrita	1h

H. EVALUACIÓN

La evaluación de los aprendizajes realizados en un proyecto debería estar focalizada en las siguientes actividades formativas:

1. Informe de los alumnos (grupal e individual)
2. Cuaderno del alumno en el que queden registrados las tareas individuales propuestas a lo largo del proyecto.
3. Registro de los trabajos grupales realizados en el programa Excel.
4. Observación del profesor del trabajo e implicación de los grupos en el aula.

Parecería razonable evaluar los aprendizajes de los alumnos en el mismo momento en que están desarrollando el proyecto. Sin embargo, vamos a plantear una evaluación “más convencional” que tendrá dos ventajas: por una parte servirá para evaluar los aprendizajes de los alumnos que han participado en el proyecto y, por otra parte, permitirá contrastar los resultados de aprendizaje de los alumnos que han realizado el proyecto con otro grupo control de alumnos, que no han participado en la experiencia. La prueba escrita que se plantea es coherente con los objetivos y contenidos de enseñanza descritos en el apartado A de esta memoria. Detallamos, para cada problema, los contenidos a evaluar:

- Problema 1: Compresión y cálculo de la media aritmética.
- Problema 2: Comprensión de tablas y representación grafica.
- Problema 3:
 - a) Compresión de gráficos estadísticos
 - b) Construcción de una tabla
 - c) Significado de la media
 - d) Calculo de la medida centralización
 - e) Compresión de las medidas de centralización: Medida más representativa en una distribución asimétrica.
- Problema 4:
 - a) Significado de la media
 - b) Calculo de la media
 - c) Significado de la medida de dispersión
 - d) Calculo de la medida de dispersión
 - e) Comprensión de la medida de dispersión

1. Prueba

1. En una empresa trabajan 30 empleados y 5 directores. El sueldo medio mensual de todas la personas que trabajan en la empresa es de 1 082 €. ¿Cuál será el sueldo medio de los directores si sabemos que el del resto de los empleados es de 766,3 €?
2. Este era el reparto, por municipios, de la población española en el siglo pasado:

Municipios	1900	1930	1960	1990
Hasta 5000 habitantes	9.486.000	9.440.000	8.816.000	6.200.000
De 5001 a 20000	5.208.000	6.844.000	7.600.000	7.760.000
De 20001 a 100000	2.232.000	3.776.000	5.472.000	8.536.000
Más de 100000	1.674.000	3.540.000	8.512.000	16.296.000

- a) ¿Se puede decir que en 1900 más de la mitad de los españoles vivía en municipios de menos de 5 001 habitantes?
 - b) Explica cuál ha sido la evolución en el tiempo de la distribución poblacional española en el siglo XX.
 - c) ¿Es cierto que la población española se ha duplicado en el siglo XX?
 - d) Con la ayuda de Excel dibuja un grafico en el que se visualice la distribución de la población en 1900 y en 1990.
3. Con los datos del siguiente grafico, calcula los siguientes porcentajes:



- a) Estudiantes que no suspendieron ninguna asignatura.
Estudiantes que suspendieron una o dos asignaturas.
Estudiantes que suspendieron tres o más asignaturas.
- b) Haz una tabla de frecuencias que refleje los datos anteriores.
- c) Explica qué significa la media en este problema.

- d) Calcula las medidas de centralización (\bar{x} , Me, Mo)
 - e) Indica que índice de centralización es más representativo. Justifica tu respuesta.
4. Las anotaciones de dos jugadores de baloncesto durante los últimos 5 partidos han sido:
- Jugador A: 25, 30, 28, 20, 22
Jugador B: 12, 25, 40, 15, 35.
- a) Explica que significa la media en este problema.
 - b) ¿Cuál de ellos tiene mejor media?
 - c) ¿Qué significado tienen las medidas de dispersión en este caso?
 - d) Calcula la varianza y la desviación típica de cada uno.
 - e) Explica los resultados obtenidos en el punto d).

2. Respuestas esperadas en la prueba

1. *El sueldo medio de la empresa es la suma de lo que ganan los directores y los empleados dividido entre el número total de trabajadores.*

Se trata de un problema de comprensión de la media y se espera lo siguiente:

$$35 \times 1082 = 37870$$

$$30 \times 766.3 = 22989$$

$$37870 - 22989 = 14881 \text{ €}$$

$$14881 : 5 = 2976.2 \text{ €}$$

El sueldo medio de los directores es de 2 976,2 €.

2.

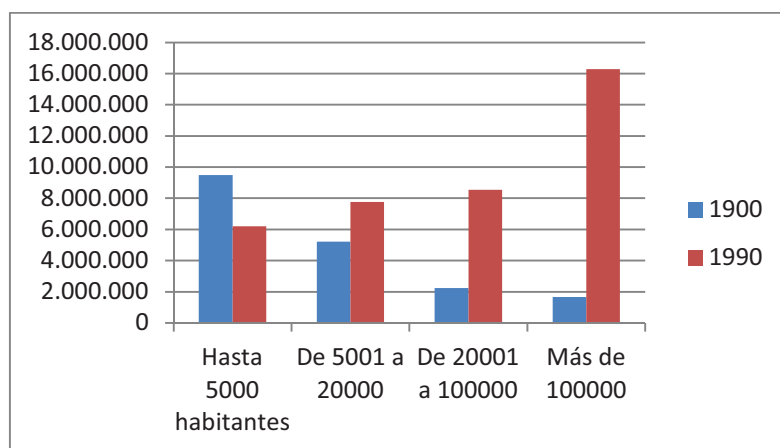
Se trata de un problema de comprensión de tablas y representación de gráficos, lo esperado es lo siguiente:

- a) Sí, porque vivían 9.486.000 personas sobre el total de personas que eran 18.600.00.
- b) Se puede observar cómo fue disminuyendo la población en los municipios más pequeños para irse asentando en los municipios más grandes. A principio de siglo más del 50% de la población vivía en municipios pequeños, sin embargo

en 1990 es en municipios más grandes donde se encuentra casi la mitad de ella (16.296.000 personas sobre 38.800.000).

- c) Sí. En 1990 había 18,6 millones de habitantes. En 1990 ya había más del doble: 38,8 millones (el doble de 18,6 es $18,6 \cdot 2 = 37,29$).
- d) Sí. En 1990 había 18,6 millones de habitantes. En 1990 ya había más del doble: 38,8 millones (el doble de 18,6 es $18,6 \cdot 2 = 37,29$).

e)



3.

- a) Estudiantes que han aprobado todo: 9.
 Estudiantes con 1 ó 2 suspensos: $8 + 5 = 13$.
 Estudiantes que suspenden 3 o más: $3 + 2 + 2 + 1 = 8$.
 Calculamos los porcentajes correspondientes a 9, 13 y 8:

$9 \times 100 / 30 = 30\%$ no suspendieron ninguna asignatura
 $13 \times 100 / 30 = 43.33\%$ suspendieron una o dos asignaturas
 $8 \times 100 / 30 = 26.67\%$ suspendieron tres o más asignaturas

b)

Nº de Asignaturas suspendidas	Frecuencia absoluta (número de estudiantes)	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa
0	9	9	$9/30 = 0.3$
1	8	17	$8/30 = 0.2\hat{6}$
2	5	22	$5/30 = 0.1\hat{6}$
3	3	25	$3/30 = 0.1$
4	2	27	$2/30 = 0.0\hat{6}$
5	2	29	$2/30 = 0.0\hat{6}$
6	1	30	$1/30 = 0.3\hat{3}$

c) El número de asignaturas que ha suspendido un alumno cualquiera.

$$d) \bar{x} = \frac{0 \cdot 9 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 1}{30} = 1.7 \text{ asignaturas suspendidas.}$$

Me :

$$30/2 = 15$$

Si con 17 hay 1 asignatura suspendida

Con 15 habrá Me

$$Me = 15/17 = 0.88 \text{ asignaturas suspendidas.}$$

$$Mo = 0 \text{ asignaturas suspendidas.}$$

e) La medida de centralización más representativa es la mediana, si miramos el gráfico podemos observar que la mayoría de los alumnos se sitúan entre 0 y 1 asignaturas suspendidas. Sin embargo el valor de la media se sitúa en casi una asignatura más suspendida y la moda indica 0 asignaturas suspendidas siendo valores menos representativos de la realidad. Como la distribución es asimétrica la media no es la mejor medida de tendencia central, ya que se ve afectada por valores extremos.

4.

a) Puntos en un partido cualquiera del jugador A y puntos en un partido cualquiera del jugador B.

b) La media, en ambos casos es:

$$\bar{x}_A = \frac{25+30+28+20+22}{5} = 25 \quad \bar{x}_B = \frac{12+25+40+15+33}{5} = 25$$

c) El significado es el rendimiento de los jugadores.

d) Hallamos el cuadrado de la distancia de cada dato a la media:

$$(25 - 25)^2 = 0; (30 - 25)^2 = 25; (28 - 25)^2 = 9; (20 - 25)^2 = 25; (22 - 25)^2 = 9;$$

$$(12 - 25)^2 = 169; (25 - 25)^2 = 0; (40 - 25)^2 = 225; (15 - 25)^2 = 100;$$

$$(33 - 25)^2 = 64;$$

Calculamos la varianza:

$$V_A = \frac{0+25+9+25+9}{5} = 13.6$$

$$V_B = 111.6$$

Obtenemos la desviación típica:

$$S_A = \sqrt{13.6} = 3.69$$

$$S_B = \sqrt{111.6} = 10.54$$

- e) Con los datos obtenidos comprobamos que la regularidad de ambos jugadores no han sido igual, pues los resultados que consigue el primero están más concentrados que los que consigue el segundo. A pesar de tener la misma media, en el caso del jugador B se puede apreciar como su media se ha visto afectada por valores más extremos.

3. Criterios de calificación

La calificación final se obtendrá hallando la media de las calificaciones obtenidas en la unidad, de forma que la evaluación final se considerará superada con una media igual o superior a 5 puntos.

La calificación de la unidad se obtendrá realizando la media ponderada de las calificaciones obtenidas en las siguientes actividades de evaluación:

- a) Una prueba realizada al finalizar la unidad, que tendrá un valor máximo del 20% de la calificación final.
- b) Actividades formativas individuales o grupales que realicen los alumnos, comentarios y el trabajo por proyectos propuesto. Este apartado se puntuará con un valor máximo del 70% la calificación final. Además, se tendrá en cuenta, aspecto como la participación, el aprovechamiento del tiempo, si se han realizado críticas y correcciones adecuadas...
- c) Una actividad de ampliación, es decir, ampliar en una pregunta más el trabajo por proyectos realizado a lo largo de la unidad. Este apartado se realizará de manera individual y se puntuará con valor máximo del 10% de la clasificación final.

I. WEBGRAFÍA Y BIBLIOGRAFÍA

- <http://www2.gobiernodecanarias.org/istac/webescolar/secundaria.php>
- <http://es.scribd.com/doc/58565322/Estadistica-Descriptiva-aplicada-a-Ciencias-Sociales-Resueltos-Analisis-de-Datos-Calculo-de-estadigrafos>
- <http://www.fisterra.com/mbe/investiga/graficos/graficos.asp#Figura%202>
- <http://www.ine.es/>
- <http://roble.pntic.mec.es/igam0034/estadistica/estadistica-excel.pdf>
- <http://www.ugr.es/~batanero/>
- <http://www.wikipedia.org/>
- Batanero, C. y Díaz, C. (Eds.). (2011). “Estadística con Proyectos”. Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Gil Armas, A. (2010). ”La estadística oficial en el aula”. Revista Iberoamérica de educación Matemática (UNIÓN), N°24 (p. 177-182)
- IES Tomás Mingot. “Utilización de los móviles entre los adolescentes”. Concurso escolar de trabajos estadísticos de la Rioja.
- Instituto Canario de estadística. “Estadística mediante proyectos 4º ESO”. Cuaderno de trabajo.
- Pisa (2003). “Pruebas de matemáticas y de solución de problemas”. Ministerio de Educación y Ciencia.
- Santillana (2008). Libro de texto de 4º ESO Opción A, Editorial Santillana.

ANEXO I

Fichas de ayuda para realizar tablas de frecuencia:

Pregunta 1: Alumnos con móvil: (Utilizar el mismo formato tanto para las frecuencias absolutas como para las frecuencias relativas)

[illegible]

Pregunta 2: Móvil con cámara

[illegible]

Pregunta 3: Móvil con internet

[illegible]

Pregunta 4: Horas de uso

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller	
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico
Menos de 2 horas												
Entre 2 y 5 horas												
Más de 5 horas												

Pregunta 5: Uso móvil ajeno

Alumnos	
Si usa móvil ajeno	
No usa móvil ajeno	

Pregunta 6: Edad del primer móvil

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller	
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico
Antes de los 12 años												
Entre los 12 -16 años												
Después de los 16 años												

Pregunta 7: Número de móviles

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller	
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico
1, es el primero												
2												
3												
4												

Pregunta 8: Duración de los móviles

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
[0,1) año													
[1, 2) años													
[2, 3) años													

Pregunta 9: Pérdida de móvil

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Si													
No													

Pregunta 10: Tipo de pago

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total por sexo		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Tarjeta															
Contrato															

Pregunta 11: Gastos mensuales

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
[0, 5) €													
[5, 10) €													
[10, 15) €													
[15, 20) €													

Pregunta 12: SMS enviados en 24 horas

	1º ESO		2º ESO		3ºESO		4ºESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total por sexo		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Si															
No															

Pregunta 13: N° de SMS enviados en 24 h

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller	
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico
Ninguno												
1												
2 ó 3												
más de 3												

Pregunta 14: ¿De quién recibes llamadas?

Total	
Amistades	
Familiares	
Pareja	
Otros	

Tablas de frecuencias absolutas

Pregunta 1. Alumnos con móvil

	1º ESO		2º ESO		3ºESO		4ºESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total por sexo		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Si tiene móvil	10	9	13	10		10	11	14	12	11	11	9	64	63	127
NO tiene móvil	2	5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	5	8

Pregunta 2: Móvil con cámara

	1º ESO		2º ESO		3ºESO		4ºESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total por sexo		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Con cámara	10	9	12	10	7	9	11	14	12	11	11	9	63	62	125
Sin cámara	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	2

Pregunta 3: Móvil con internet

	1º ESO		2º ESO		3ºESO		4ºESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total por sexo		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Con internet	5	6	12	8	7	9	10	14	12	11	11	9	57	57	114
Sin internet	5	3	1	2	0	1	1	0	0	0	0	0	7	6	13

Pregunta 4: Horas de uso

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller	
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico
Menos de 2 horas	6	5	9	7	4	7	7	12	10	8	9	9
Entre 2 y 5 horas	3	4	2	3	3	2	2	2	2	2	1	0
Más de 5 horas	1	0	2	0	0	1	2	0	0	1	1	0

Pregunta 5: Uso móvil ajeno

	Alumnos
Si usa móvil ajeno	87
No usa móvil ajeno	48

Pregunta 6: Edad del primer móvil

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller	
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico
Antes de los 12 años	5	5	6	8	4	7	6	4	5	1	3	0
Entre los 12 -16 años	5	4	7	2	3	3	5	10	7	10	8	8
Después de los 16 años	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Pregunta 7: Número de móviles

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller	
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico
1, es el primero	4	2	5	1	1	2	0	2	0	0	0	0
2	4	5	4	2	3	3	1	2	2	1	0	2
3	1	1	0	4	0	2	5	6	4	4	5	5
4	1	1	4	3	3	3	5	4	6	6	6	2

Pregunta 8: Duración de los móviles

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
[0,1) año	0	3	0	4	1	3	1	3	0	1	0	0	16
[1, 2) años	3	2	8	4	2	3	5	3	5	5	3	3	46
[2, 3) años	2	2	1	1	3	1	5	6	7	5	8	6	47

Pregunta 9: pérdida de móvil

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Si	5	2	5	6	1	1	1	2	3	2	5	3	36
No	5	7	8	4	6	9	10	12	9	9	6	6	91

Pregunta 10: Tipo de pago

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total por sexo		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Tarjeta	8	7	10	8	4	7	7	6	6	7	3	3	38	38	76
Contrato	2	2	3	2	3	3	4	8	6	4	8	6	26	25	51

Pregunta 11: Gastos mensuales

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
[0, 5) €	5	4	4	1	1	2	1	2	1	3	1	1	26
[5, 10) €	3	3	6	5	6	4	7	5	1	2	1	1	44
[10, 15) €	1	1	2	2	0	3	1	4	8	5	4	4	35
[15, 20) €	1	1	1	2	0	1	2	3	2	1	5	3	22

Pregunta 12: SMS enviados en 24 horas

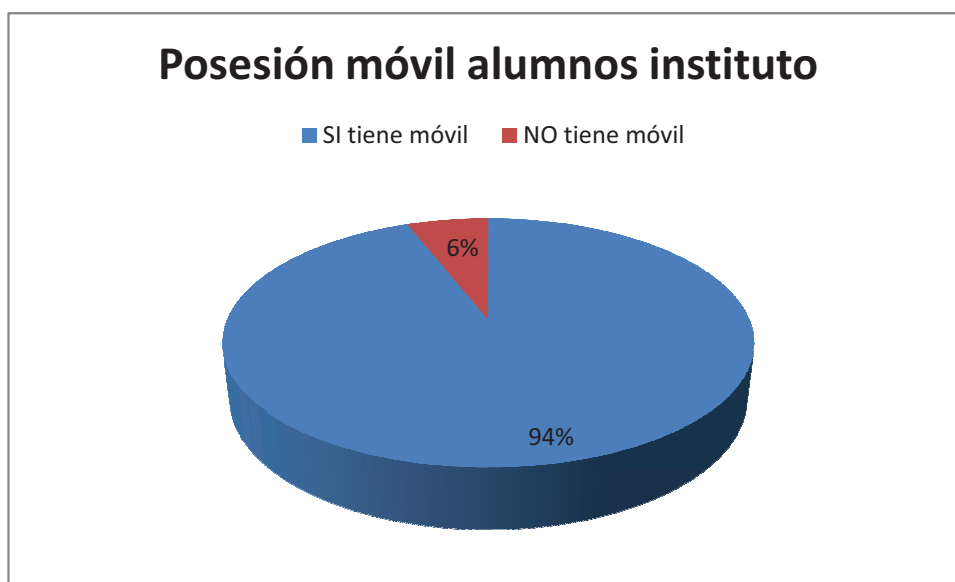
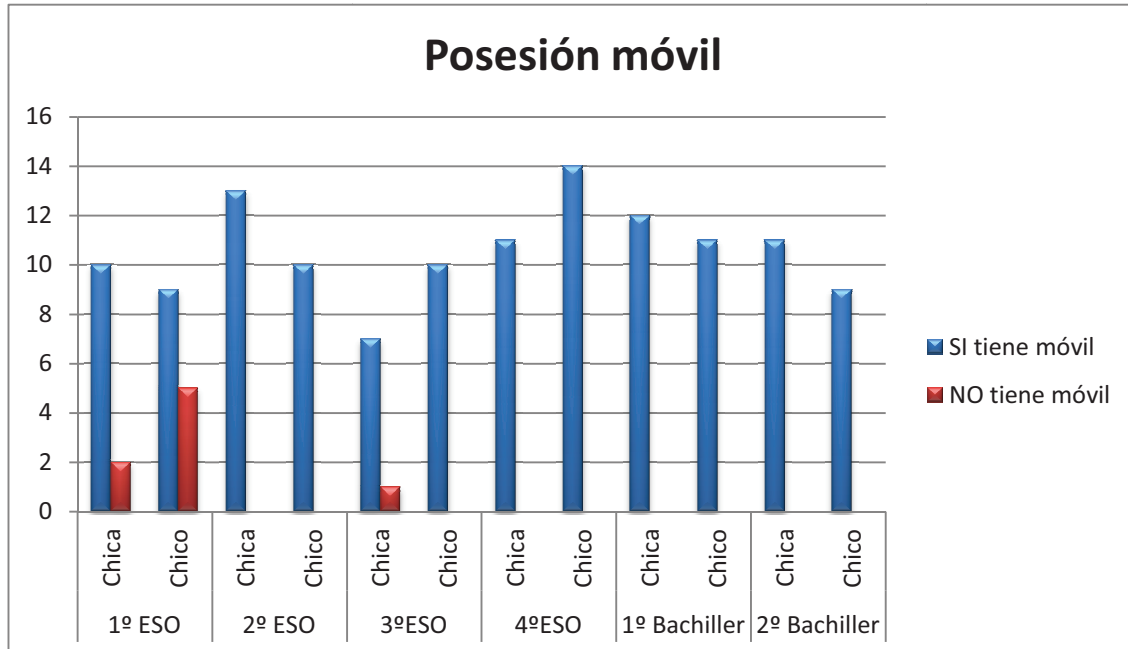
	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total por sexo		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
Si	4	2	10	3	4	4	7	5	9	7	10	5	44	26	70
No	6	7	3	7	3	6	4	9	3	4	1	4	20	37	57

Pregunta 13: N° de SMS enviados en 24 h

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller	
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico
Ninguno	6	7	2	7	3	5	2	9	4	4	1	4
1	3	0	1	1	1	2	6	2	3	1	4	3
2 ó 3	1	1	7	0	1	2	2	3	3	3	5	1
más de 3	0	1	3	2	2	1	1	0	2	3	1	1

ANEXO II

Alumnos con móvil:

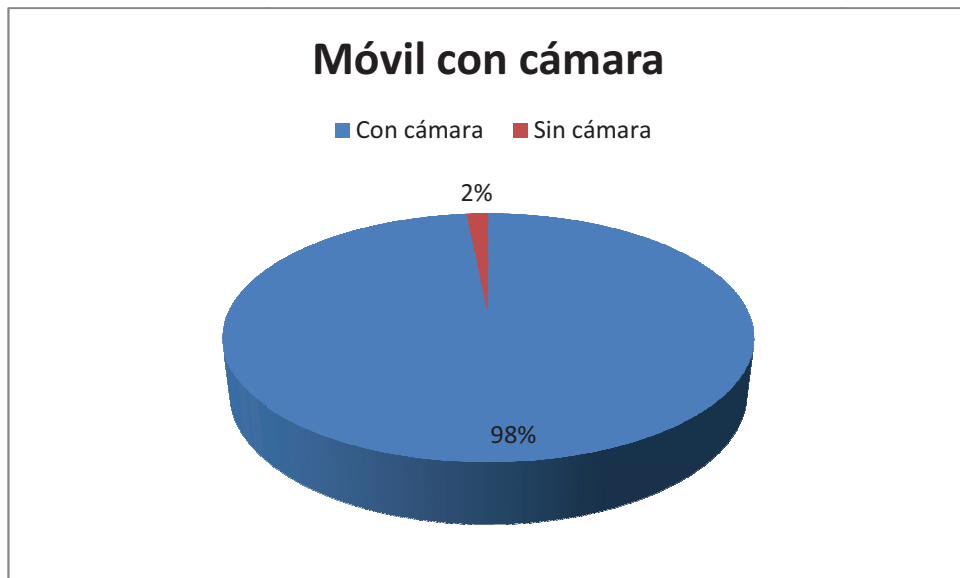
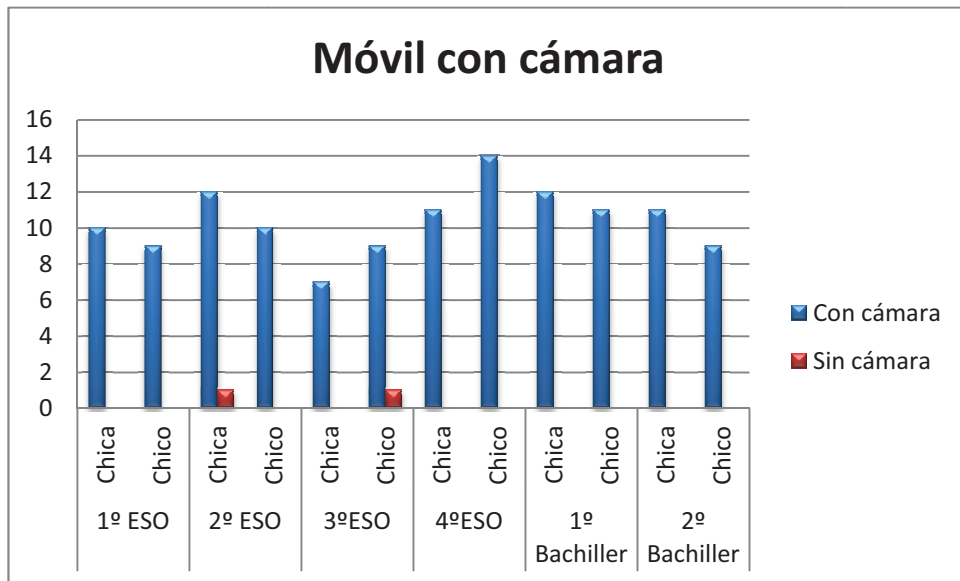


El 94% de los alumnos tienen móvil.

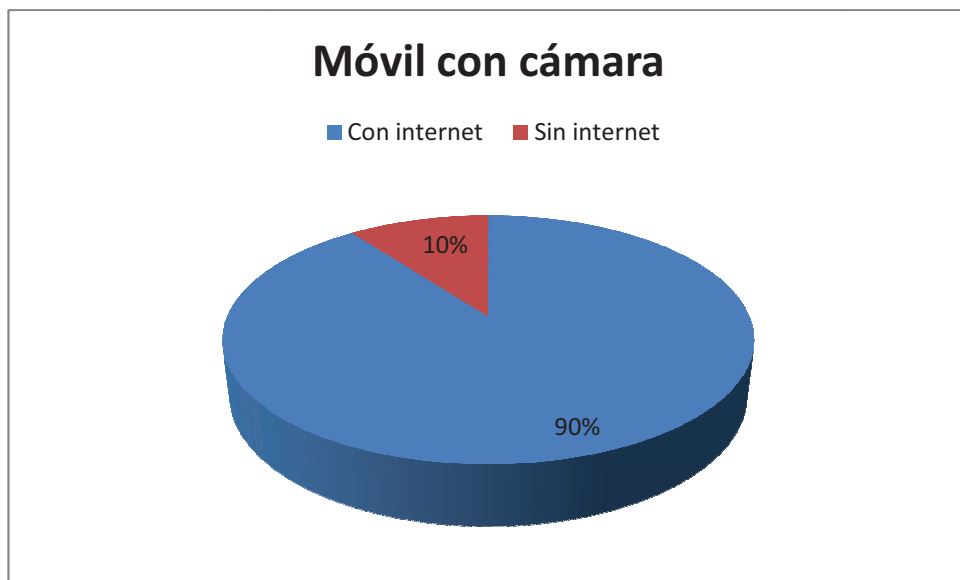
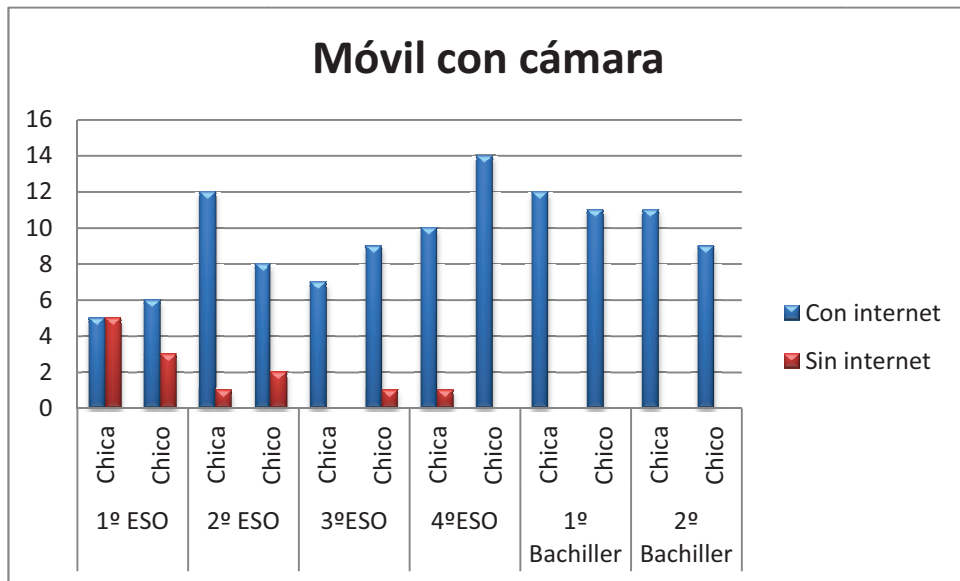
A partir de 4º ESO todos los alumnos tienen móvil.

Cabe destacar el 35% de los chicos de 1º ESO no tienen móvil.

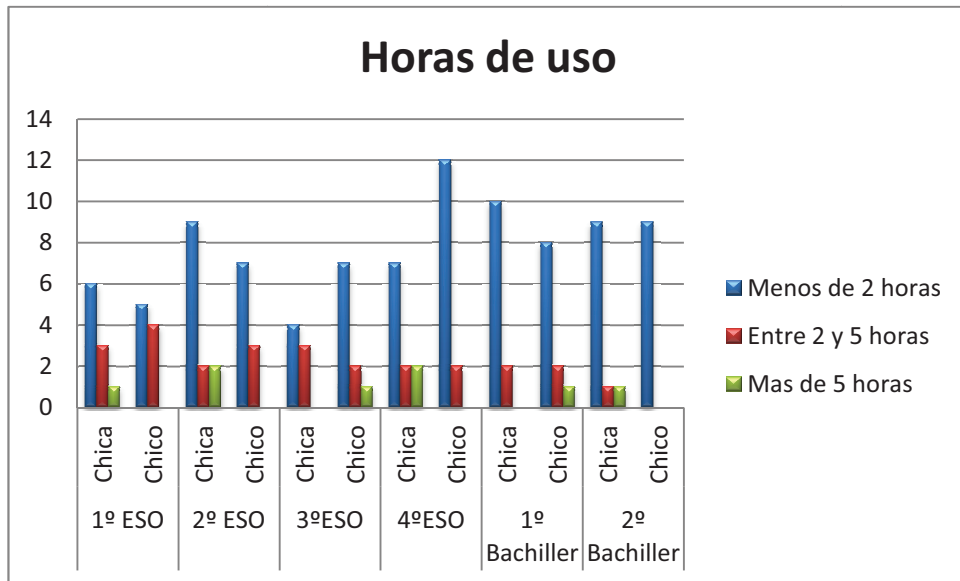
Móvil con cámara:



Móvil con internet:

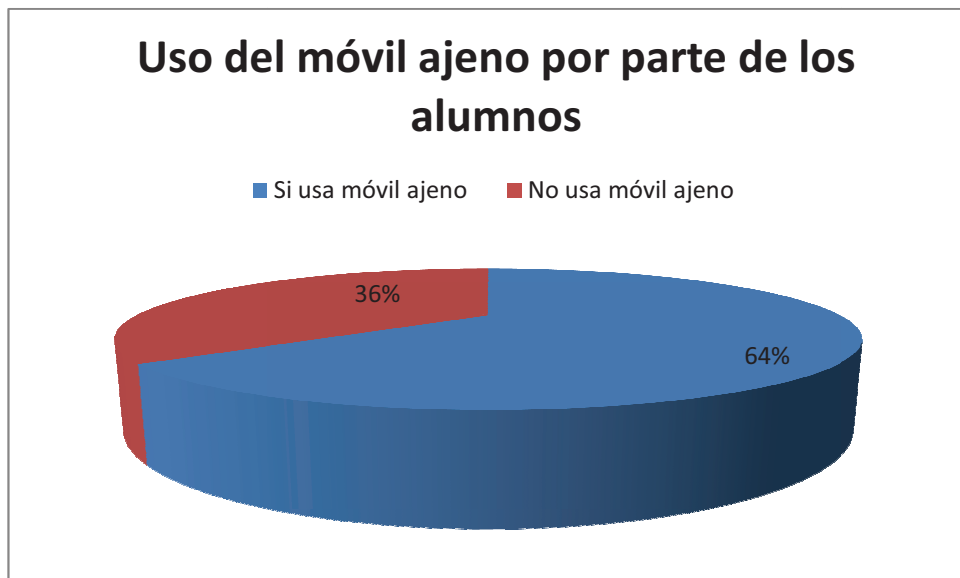


Horas de uso:

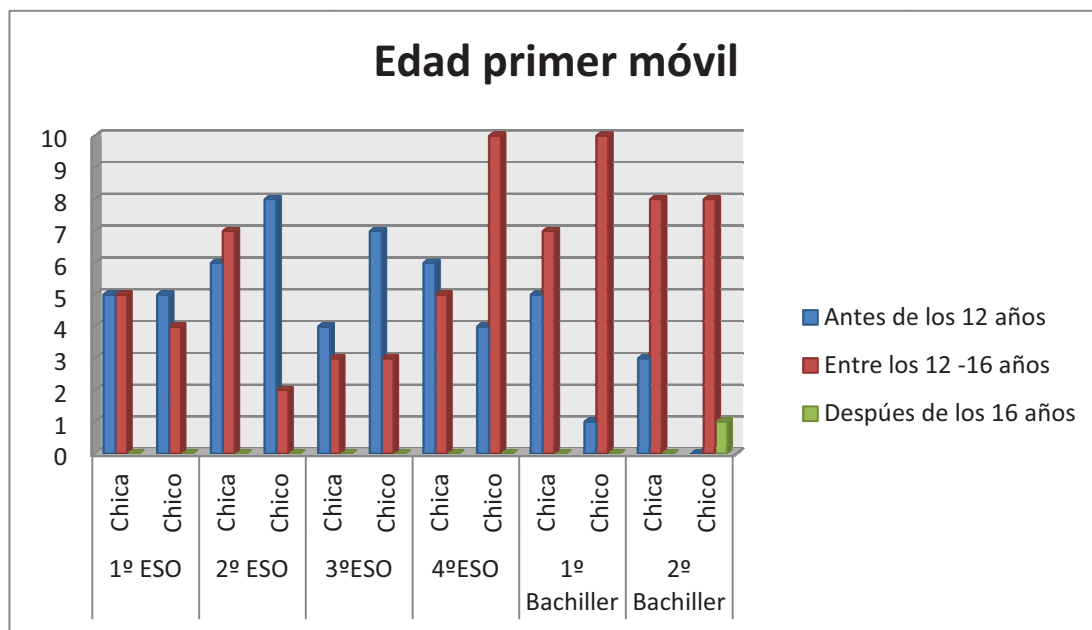


El 74% de los alumnos han utilizado el movil menos de dos horas, el 20% entre 2 y 5 horas, y el 6% restante mas de 5 horas.

Uso del movil ajeno:

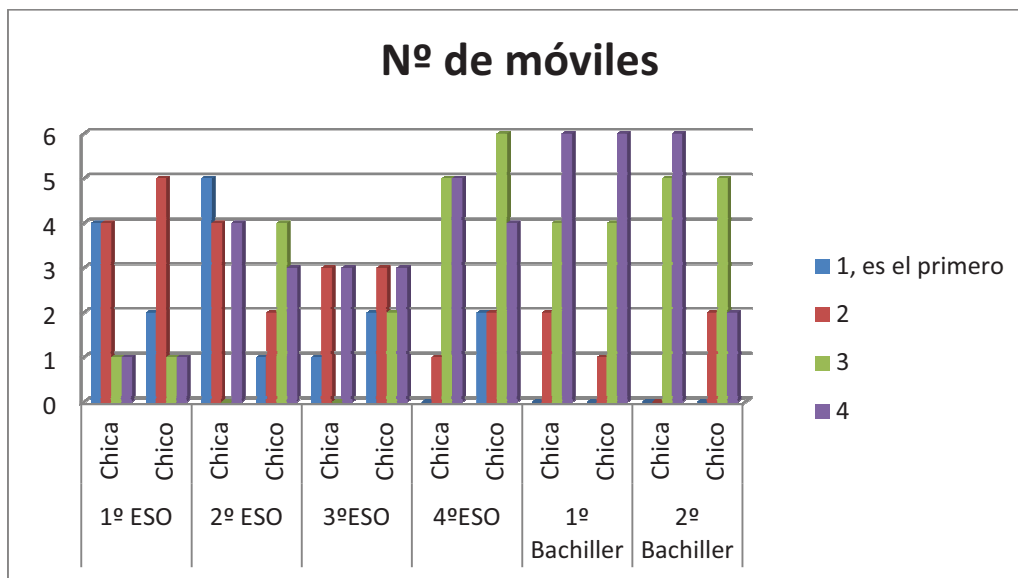


Edad a la que tuvieron el primer móvil:



El 56% de los alumnos lo tuvieron entre los 12-16 años, el 43% antes de los 12 años y el 1% después de los 16 años.

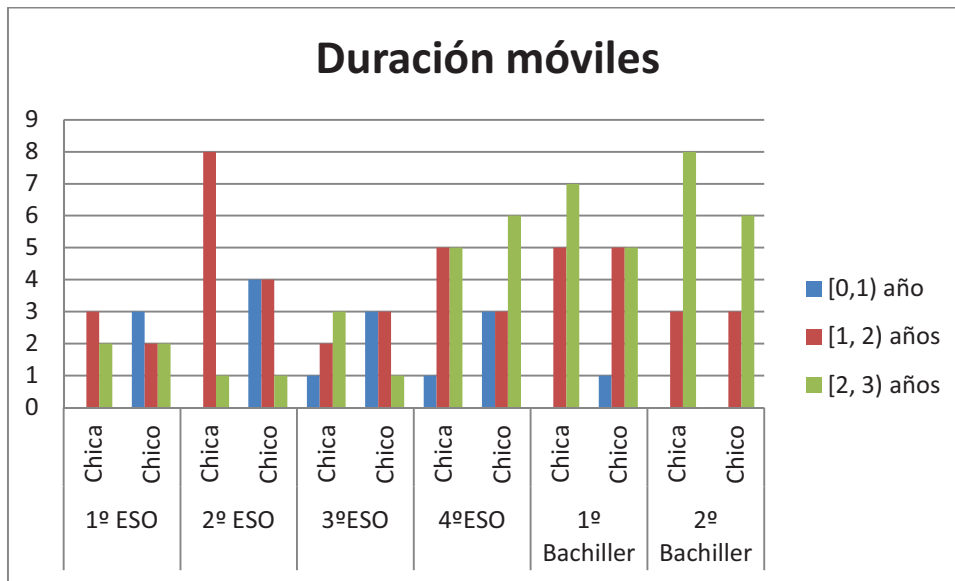
Número de móviles:



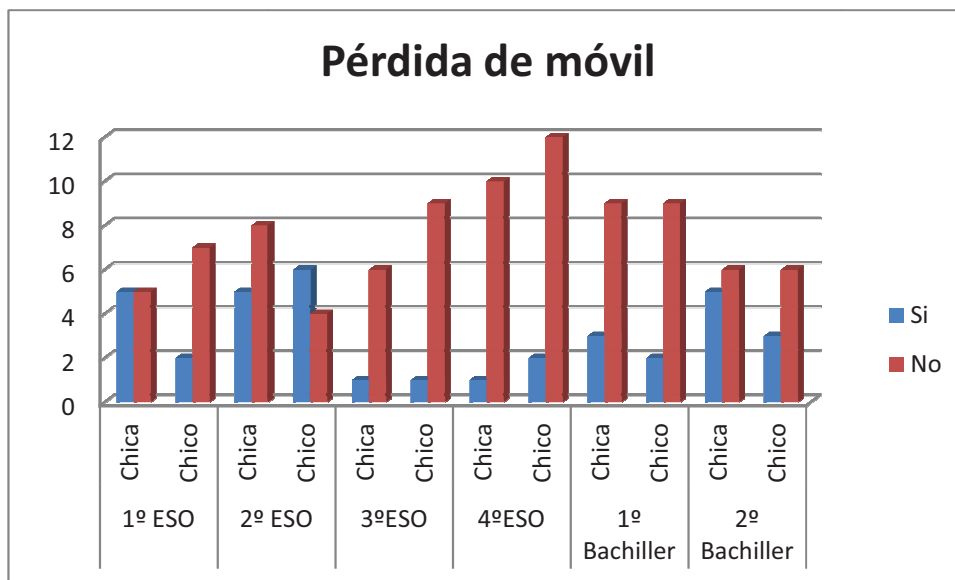
El 35% de los alumnos encuestados ha tenido más de 3 móviles, el 28% ha tenido 3 móviles, el 23% ha tenido 2 y el 14% restante, 1 móvil.

Los alumnos encuestados han tenido como media 2,8 móviles. La mediana está en el 3, lo que significa que el 50% del alumnado ha tenido 3 o más móviles.

Duración de móviles:

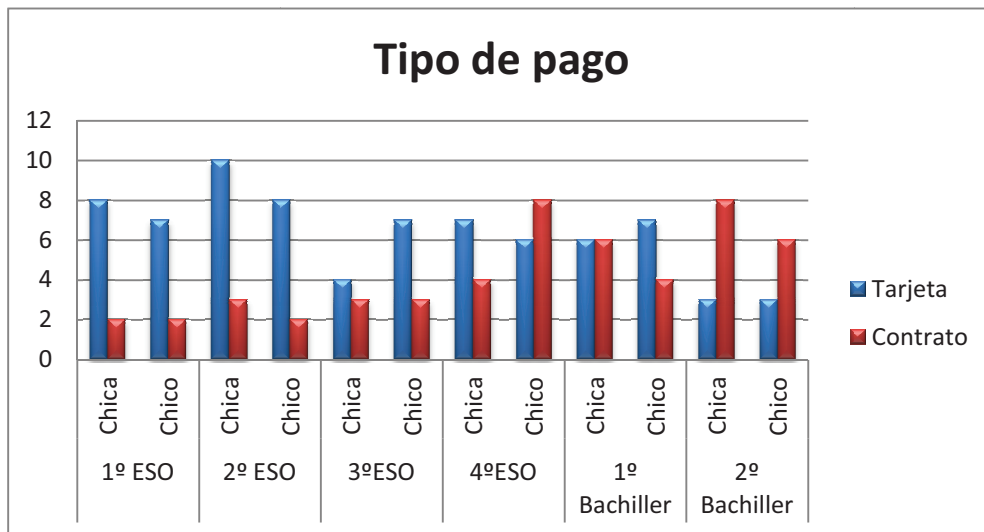


Perdida de móvil:



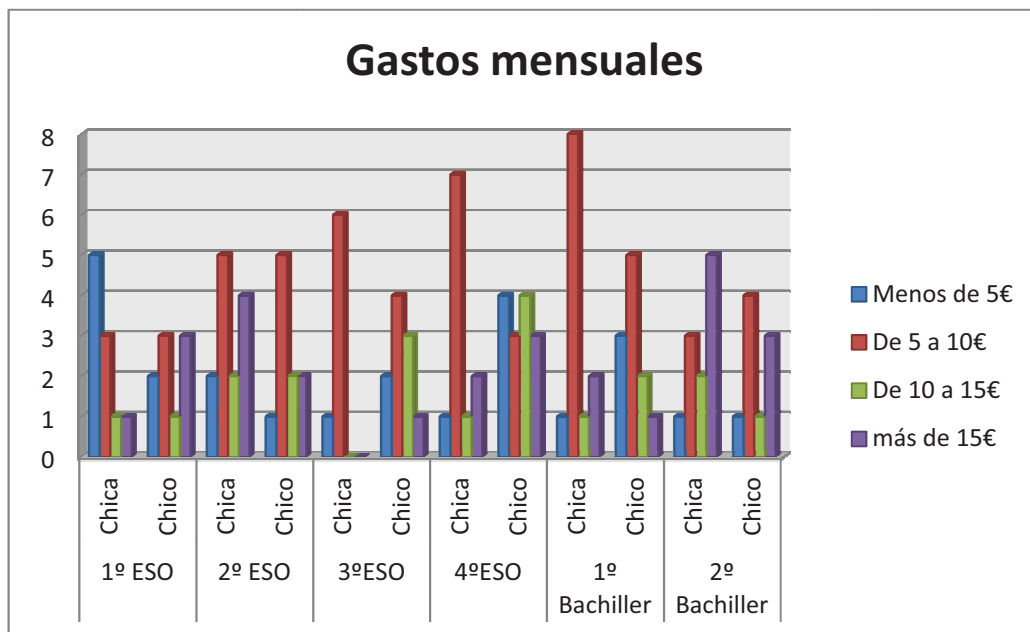
Un 28% de los alumnos han perdido el móvil en alguna ocasión. Un 43% de los alumnos de 1º y 2º de la ESO ha perdido alguna vez el móvil.

Tipo de pago:

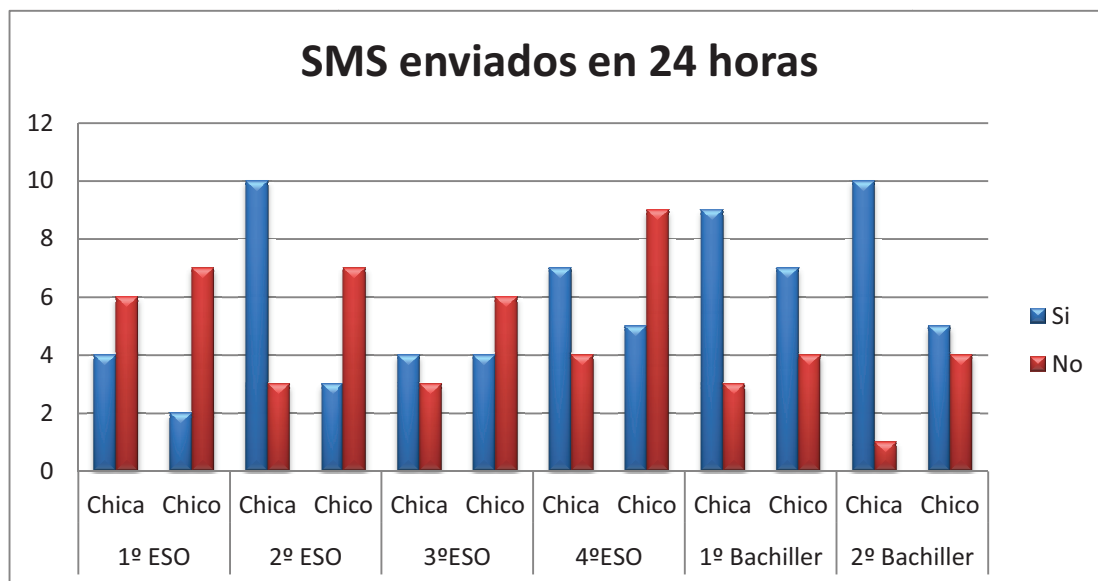


El 68,5% de los alumnos se ha comprado un móvil en el último año. Solo un 4% de los alumnos se ha comprado el móvil hace más de 2 años.

Gastos mensuales:

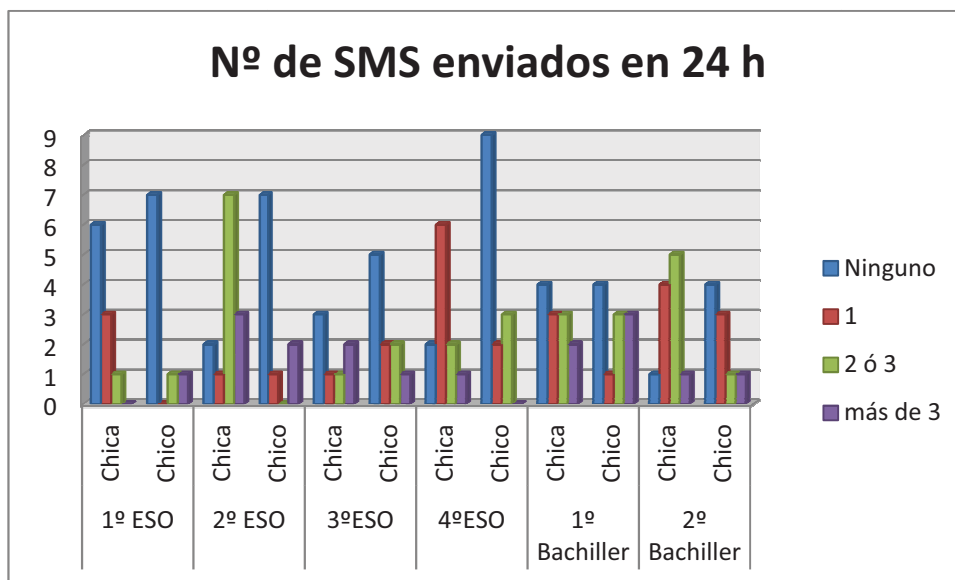


SMS enviados en 24 horas:



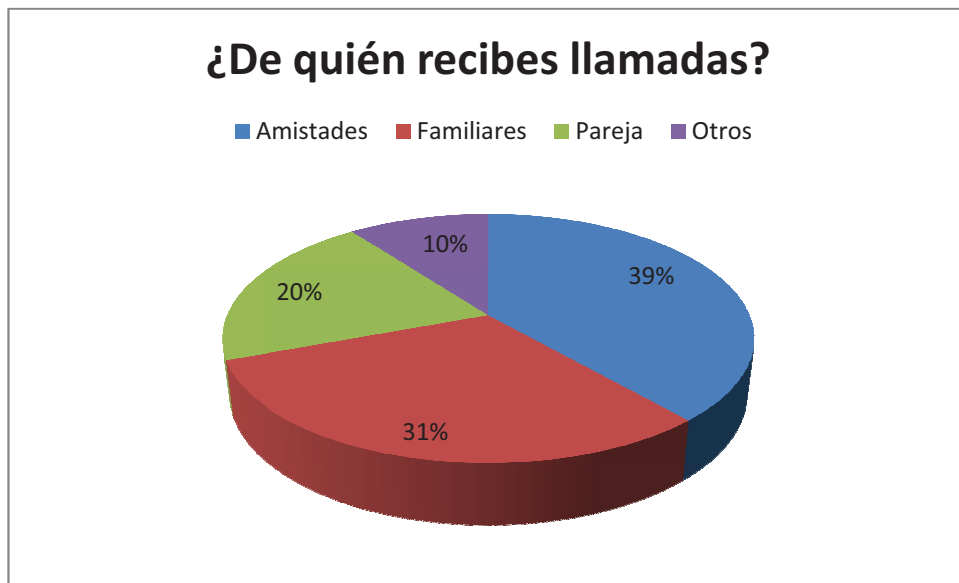
Los que menos han enviado un sms en las ultimas 24 horas son los varones de 1ºESO, seguidos de los chicos de 4º ESO y las chicas de 1º ESO. Las que mas, las chicas de 2º ESO y 1º Bachiller.

Número de SMS enviados en 24 horas:



El 25% de las chicas de 2ºESO y el 11% de los chicos de 1º Bachiller han enviado mas de 3 SMS. Por el contrario el 64% de los alumnos varon de 4ºESO no han enviado ninguno.

¿De quién recibes llamadas?

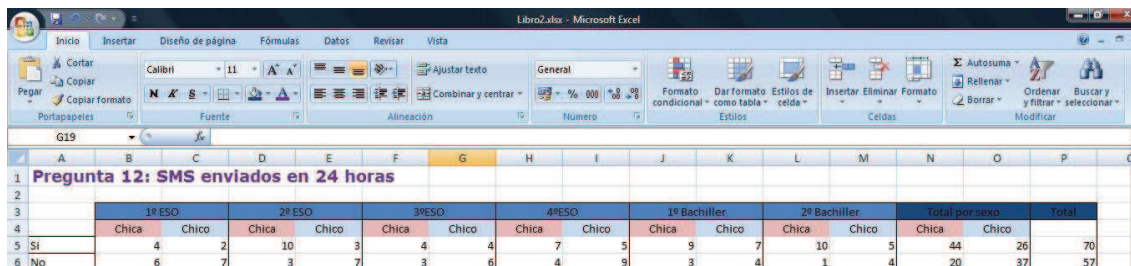


...

ANEXO III

Representación de datos mediante graficos:

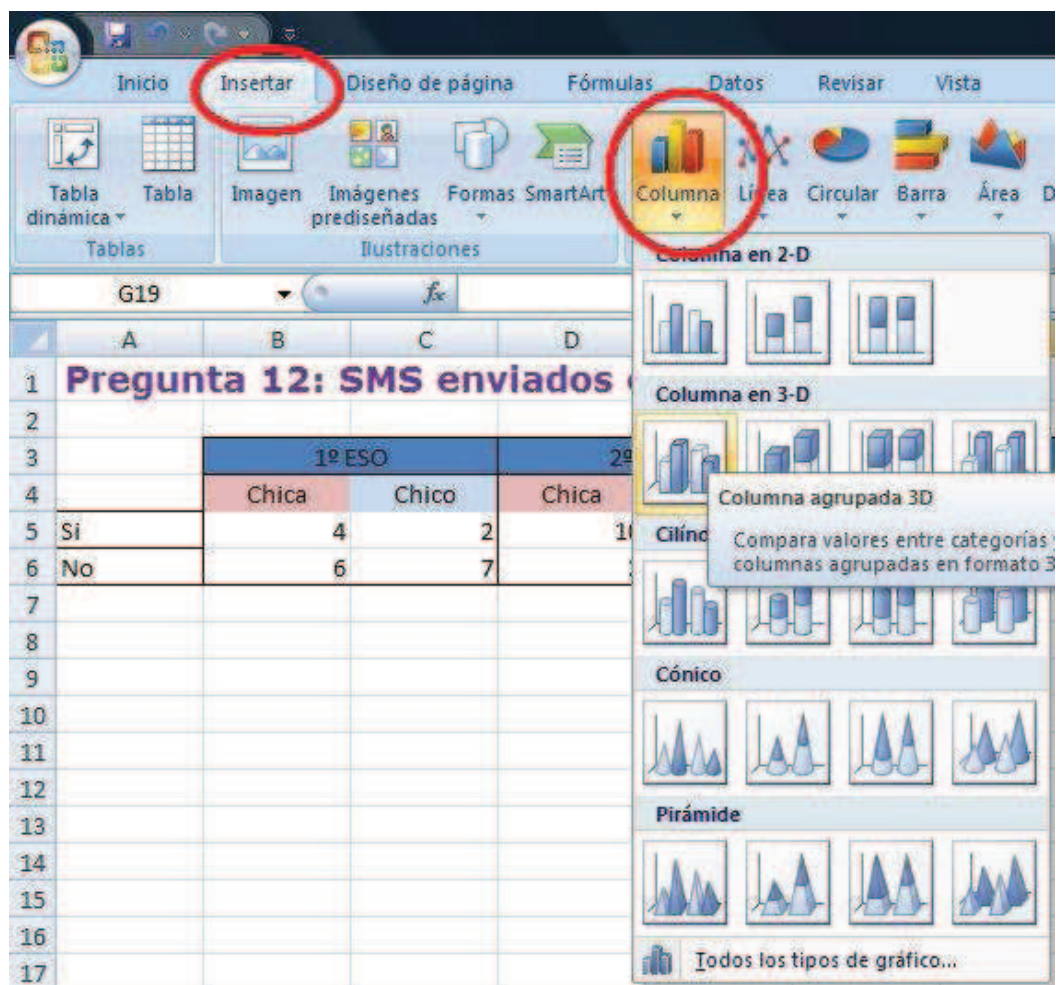
1º Paso: Se abre una hoja de calculo y se colocan los datos formando una tabla.



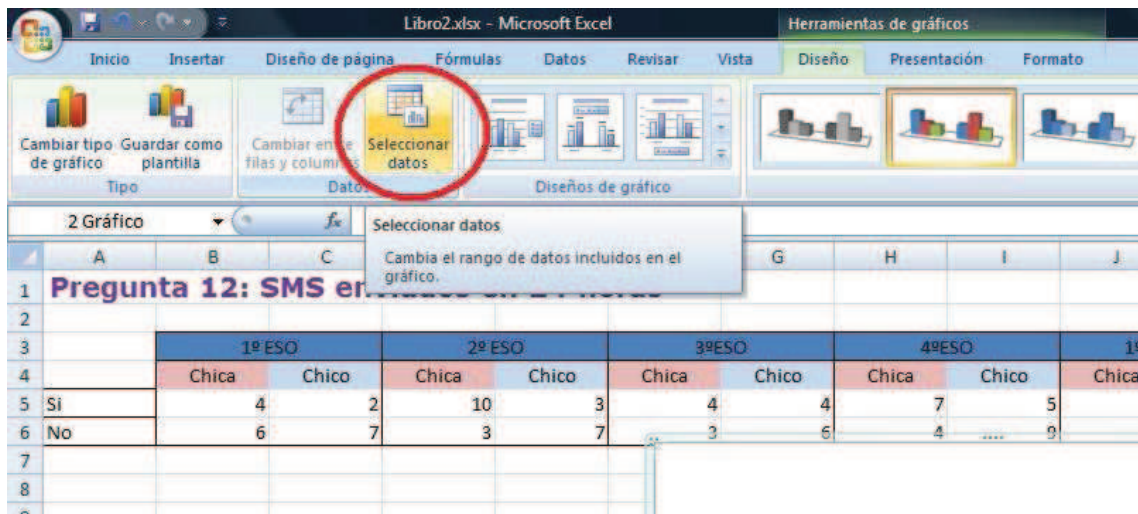
Libro2.xlsx - Microsoft Excel

	1º ESO		2º ESO		3º ESO		4º ESO		1º Bachiller		2º Bachiller		Total por sexo		Total
	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	Chica	Chico	
5 Si	4	2	10	3	4	4	7	5	9	7	10	5	44	26	70
6 No	6	7	3	7	3	6	4	9	3	4	1	4	20	37	57

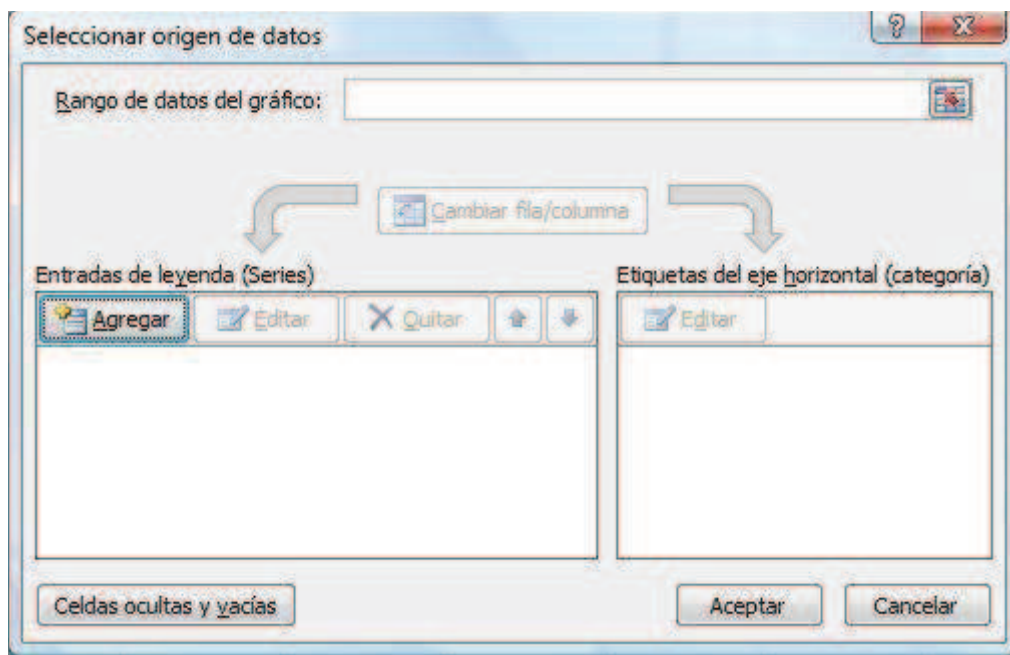
2º Paso: Se selecciona la pestaña de Insertar, en ella se pulsa el boton indicado y se elige el grafico deseado, en el ejemplo seleccionaremos el tipo Columna en 3-D:



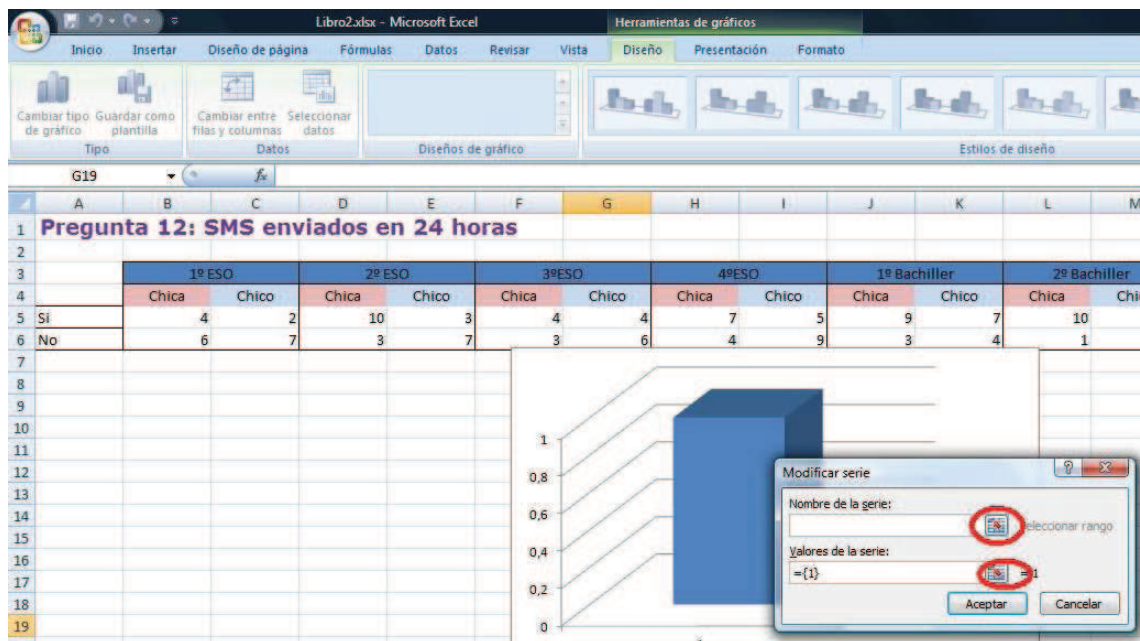
3º Paso: A continuacion pulsaremos el boton “seleccionar datos”:



4º paso: Nos aparecerá el siguiente cuadro de dialogo, en el que pincharemos el boton de agregar y procederemos a agregar la primera serie:

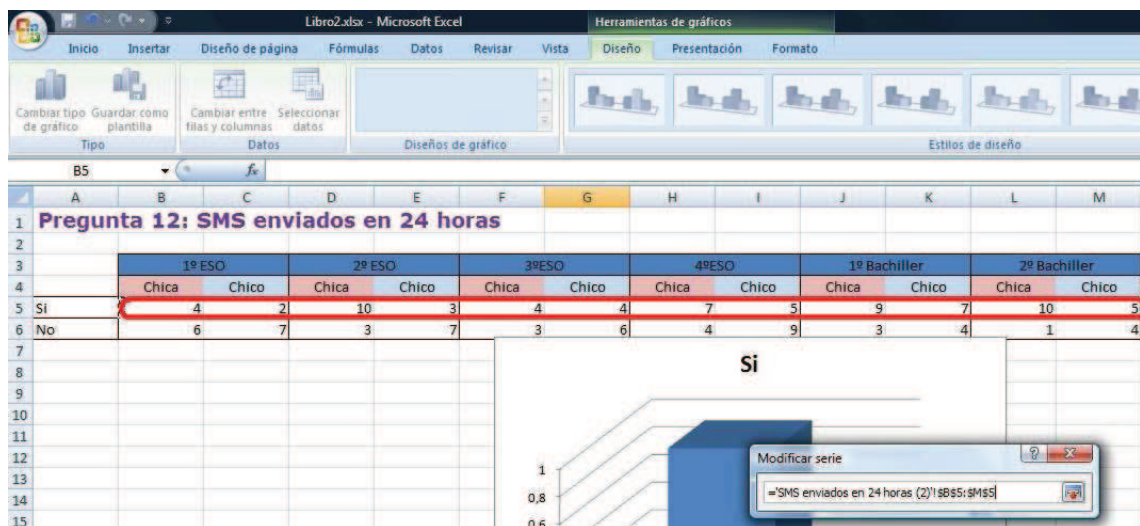


Pulsaremos en los botones indicados:

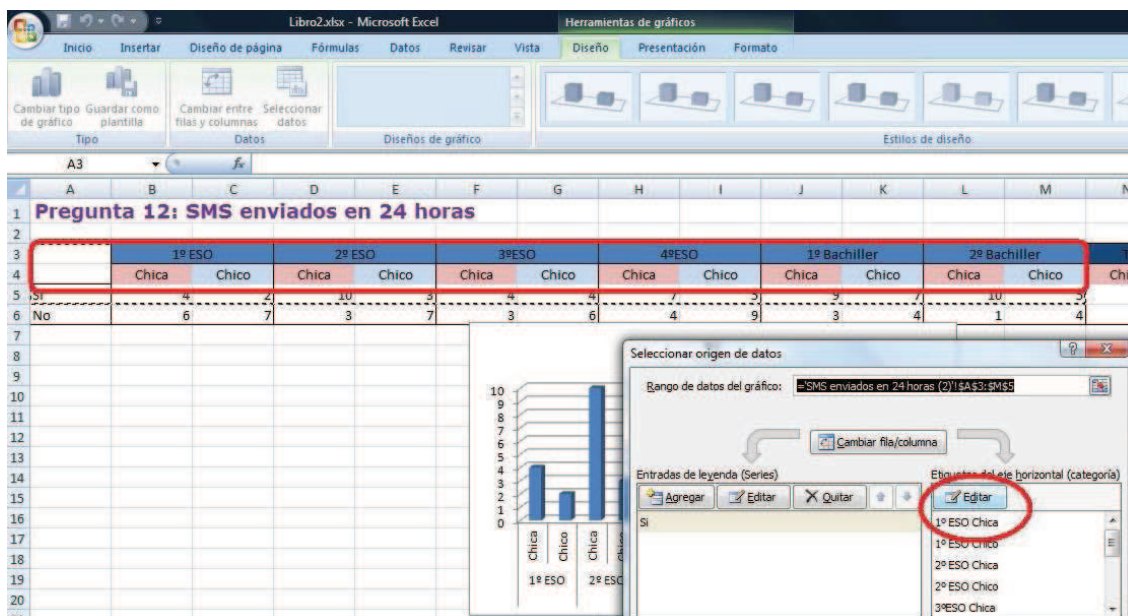


A través del primer botón indicaremos el texto de la serie, en el ejemplo será el texto “SI”, para ello después de pulsar en el botón seleccionaremos la celda donde aparece el texto.

Después procederemos a pulsar el segundo botón, a través del cual indicaremos los valores de la serie, lo realizaremos de la siguiente manera:



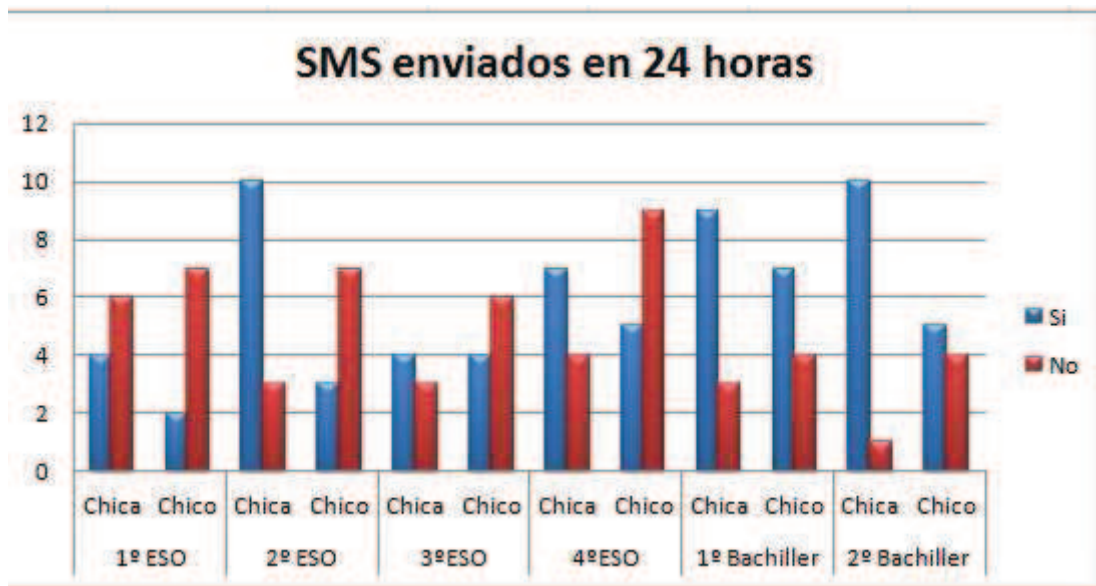
En la siguiente imagen se muestra como cambiar los nombres que se quiere que aparezcan en el eje horizontal del grafico, las categorías:



Por último añadiremos las series restantes, el nuestro caso solo tenemos una más, la serie “NO”, se realizará de la misma manera que la anterior. Quedando el cuadro de dialogo de la siguiente manera:



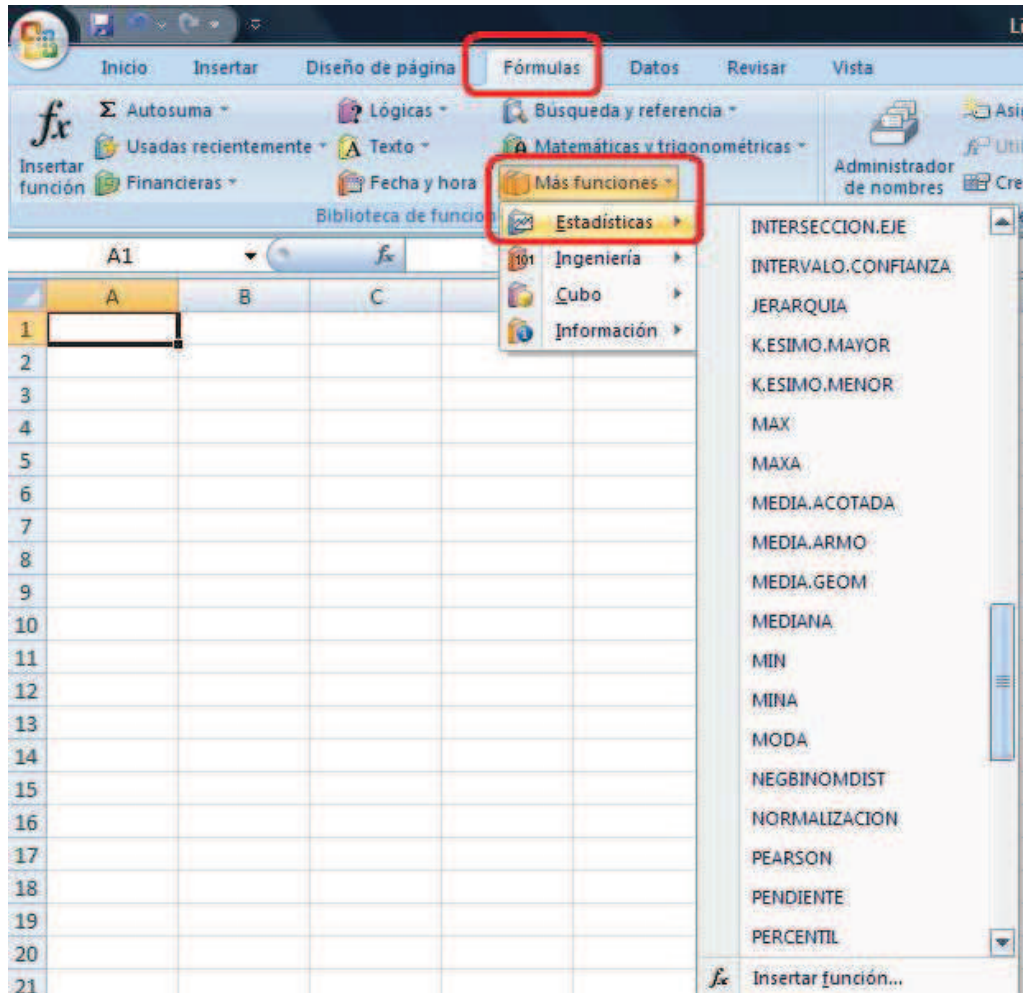
Pulsaremos el botón de aceptar y nos aparecerá el grafico elegido:



5º Paso: le podremos dar el formato deseado utilizando los menús “Diseño de grafico” y “Estilos de grafico”.



6º Paso: Por último, podremos ayudarnos de la hoja de cálculo Excel para el cálculo de las diferentes medidas de centralización y dispersión a través de sus funciones. Para ello pulsaremos sobre la pestaña Fórmulas, luego en el botón “Más funciones”, “Estadísticas” y seleccionaremos la función deseada del desplegable.



ANEXO IV: EJEMPLO DE DISEÑO ENCUESTA

1. ¿Tienes móvil propio?

- ☐ Si
- ☐ No

En el caso de ser afirmativa la pregunta anterior responder a las siguientes:

2. ¿Dispones de móvil con cámara de fotos?

- ☐ Si
- ☐ No

3. ¿Dispones de móvil con internet?

- ☐ Si
- ☐ No

4. ¿Cuántas horas de uso dedicas al móvil semanalmente?

- ☐ Menos de 2 horas
- ☐ Entre 2 y 5 horas
- ☐ Más de 5 horas ¿Cuántas? ____ horas.

5. ¿Utilizas un móvil ajeno?

- ☐ Si
- ☐ No

6. ¿A qué edad tuviste tu primer móvil? ____ años.

7.

ANEXO V: ESTRUCTURA DE UN INFORME ESTADÍSTICO

1º página: Título y autor

Debe dar una idea clara del tema estudiado, en nuestro caso sería el siguiente:
Utilización de los móviles entre los adolescentes.

2º página: Resumen

En dicho apartado pretendemos suministrar al lector no especialista los hechos más relevantes y las conclusiones del estudio, sin entrar en los detalles estadísticos.

El contenido del resumen surge del informe dado que contiene sintetizados los 5 componentes del cuerpo del informe.

3º página en adelante: Cuerpo del informe

✓ Título

Breve introducción del objetivo a analizar.

✓ Métodos

Describe cómo se llegan a los resultados, sintetiza:

- Origen de los datos
- Herramientas que se utilizaron.
- Diseño: contiene la definición de las variables.

✓ Resultados

Se presentan las tablas, gráficos y demás cálculos necesarios.

✓ Análisis

Se interpretan los hallazgos del estudio.

✓ Conclusiones

Parte de este paso final se utiliza en el resumen que antecede al informe, pero en este apartado los alumnos explican de manera más detallada las conclusiones.

UTILIZACIÓN DE LOS MÓVILES ENTRE LOS ADOLESCENTES

"I Concurso escolar de Trabajos
Estadísticos de La Rioja".



Nivel: 4º de ESO



○ INTRODUCCIÓN

Cuando leímos la carta que nos informó acerca del concurso, nos pareció muy buena idea participar. Nos ha servido tanto para conocer el campo de la estadística un poco mejor, como para aprender la manera de trabajar en esta materia, teniendo en cuenta su importancia en la sociedad actual.

Para elegir un tema sobre el que realizar nuestro trabajo, nos decidimos por algo que, cada vez más, está influyendo en la vida de los jóvenes. Nos estamos refiriendo a la telefonía móvil. Creemos que es un tema muy interesante para la gente, debido a su vertiginosa evolución a lo largo de los últimos años.

Con este trabajo pretendemos conocer un poco más hasta que punto estamos ligados a los móviles, y ver si deberíamos preocuparnos o no.

Una vez elegido este tema tan relevante para la sociedad, elaboramos una encuesta que la pasamos entre los alumnos elegidos del instituto mediante una muestra estratificada, la cual era anónima.

Más tarde, hicimos un recuento de todos los datos y construimos unas tablas con ayuda de Access.

Agradecemos a todos los alumnos y profesores que han participado y nos han permitido realizar esta encuesta aportándonos los datos necesarios para este trabajo.

○ OBJETIVOS

- Analizar el nivel del uso y dependencia de los móviles.
- Conocer los cursos y las edades en que más se produce esta dependencia.
- Ser conscientes del uso que se les da a los móviles.
- Conocer el número de adolescentes que hacen uso diario de la telefonía móvil.
- Saber la edad a partir de la cual empieza esta "adicción".
- Estudiar el gasto en telefonía móvil entre los adolescentes.

○ DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

• Documentación.

A principios del mes de Abril recibimos la convocatoria del I Concurso Escolar de Trabajos Estadísticos de La Rioja, a través del Consejero de Hacienda del Gobierno de La Rioja. Formamos un grupo de trabajo para elegir el tema y elaborar la encuesta.

• Encuesta.

La encuesta que contestó el alumnado del centro, consta de 15 preguntas, la mayoría de ellas con respuesta cerrada para un mejor tratamiento informático.

Una vez elegida la muestra, pasamos por todas las clases recogiendo al alumnado seleccionado y reunido en un aula, nos respondió a los cuestionarios.

• Elección de la muestra y proceso de recogida de datos.

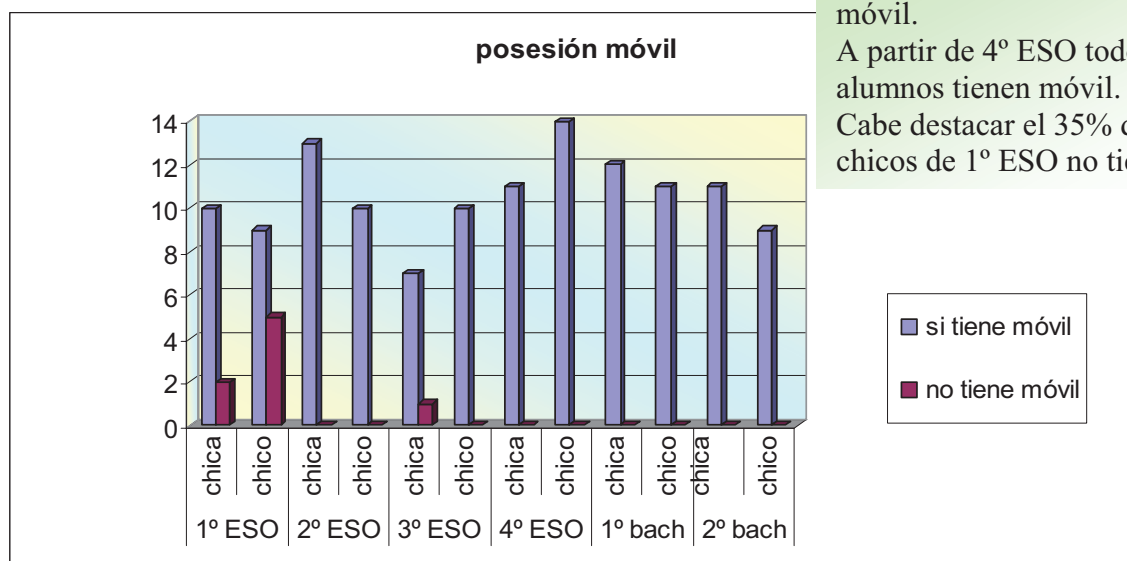
De entre los 680 alumnos del centro decidimos elegir una muestra del 20 % de la población.

La elección de la muestra ha sido estratificada, cada estrato era un grupo de clase al que le asignamos la cuota proporcional. Y dentro de cada estrato, hemos hecho subestratos por sexo, asignándoles también su cuota proporcional. Así supimos el número de alumnos que teníamos que entrevistar y su sexo. Después, a cada alumno le asignamos su número de lista y realizamos un sorteo aleatorio. En la siguiente tabla, mostramos los cálculos hechos para elaborar la muestra:

	Total	Varones	Mujeres	Prop. nivel	Total nivel	Coefficiente Varones	Coefficiente Mujeres	Total Varones	Total Mujeres
1º ESO	131	68	63	0,19581465	26	0,519083969	0,480916031	14	12
2º ESO	117	53	64	0,17488789	23	0,452991453	0,547008547	10	13
3º ESO	87	48	39	0,13004484	17	0,551724138	0,448275862	10	8
4º ESO	127	70	57	0,17339312	25	0,551181102	0,448818897	14	11
1º Bachiller	118	57	61	0,17638266	24	0,483050847	0,516949153	11	12
2º Bachiller	100	46	54	0,14947683	20	0,46	0,54	9	11
Totales	680	342	338		135			68	67

La recogida de datos fue una dura tarea para el equipo, sobre todo la introducción de los mismos en el ordenador. Si bien, las herramientas informáticas de las que disponemos, nos fueron de gran ayuda en esta tarea (Access y Excel).

Pregunta nº 1: "Alumnos con móvil"

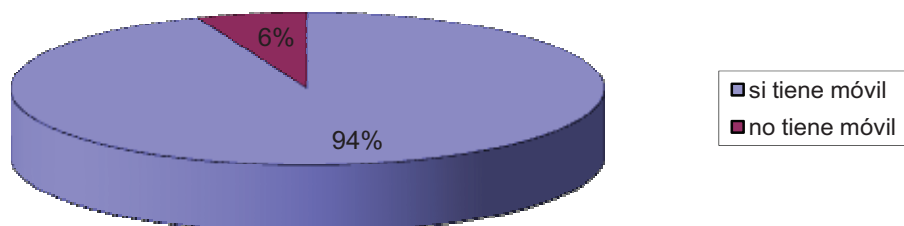


El 94% de los alumnos tienen móvil.

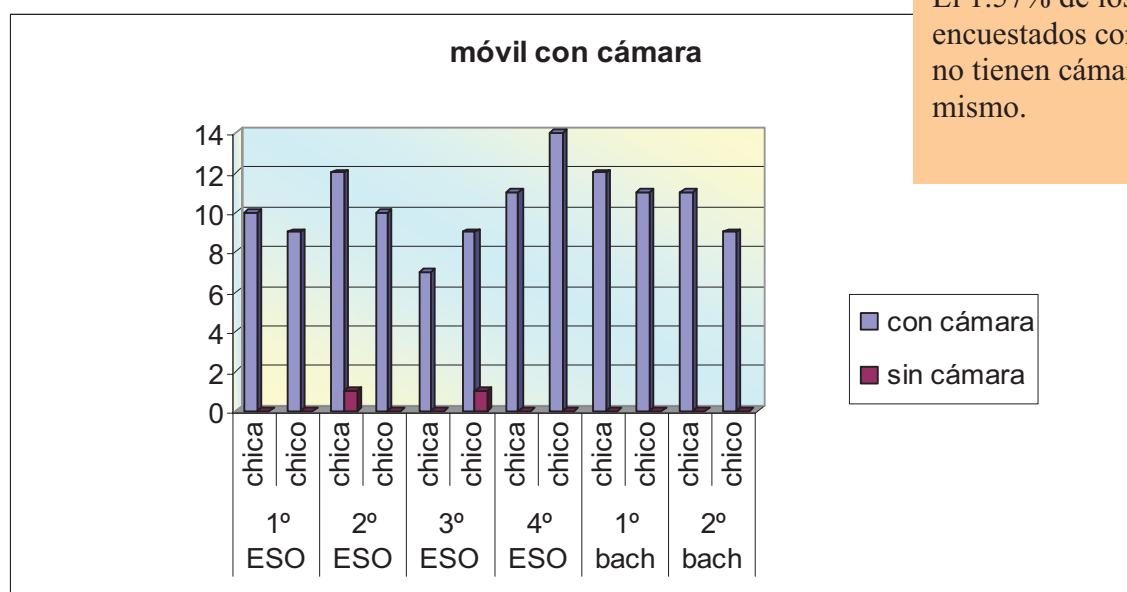
A partir de 4º ESO todos los alumnos tienen móvil.

Cabe destacar el 35% de los chicos de 1º ESO no tiene móvil.

posesión de móvil de los alumnos del instituto



Pregunta nº 2: "Móvil con cámara"

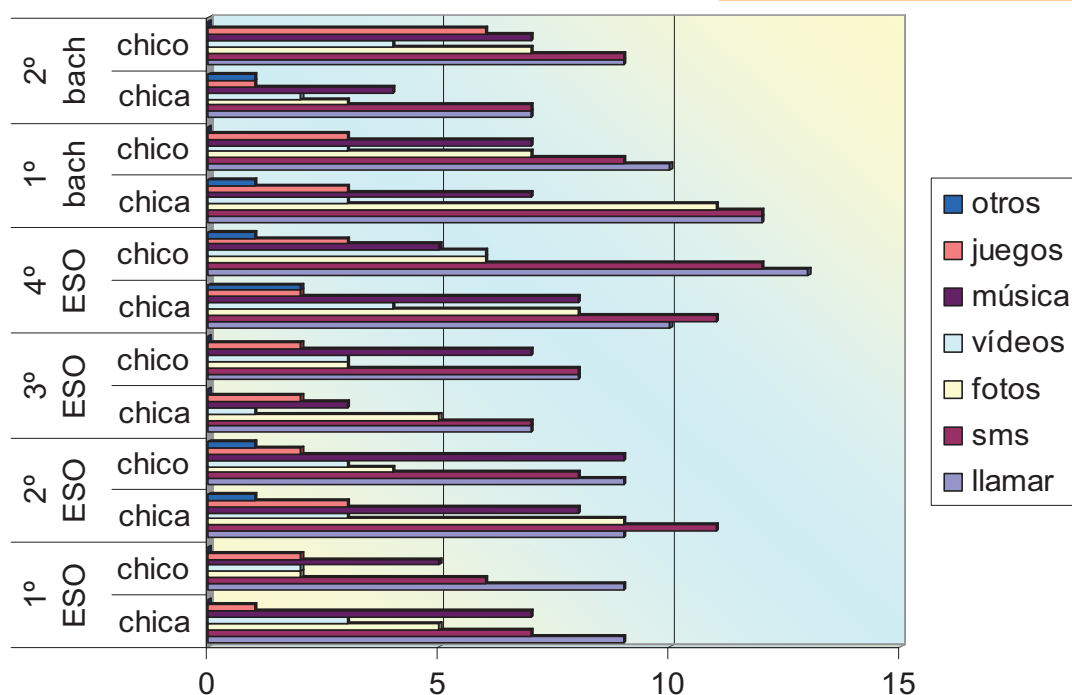


El 1.57% de los alumnos encuestados con móvil no tienen cámara en el mismo.

Pregunta nº 3: "Usos del móvil"

De entre todos los usos, el 90% de los alumnos lo utiliza para llamar.
El 86% para enviar sms.
El 62% para escuchar música.

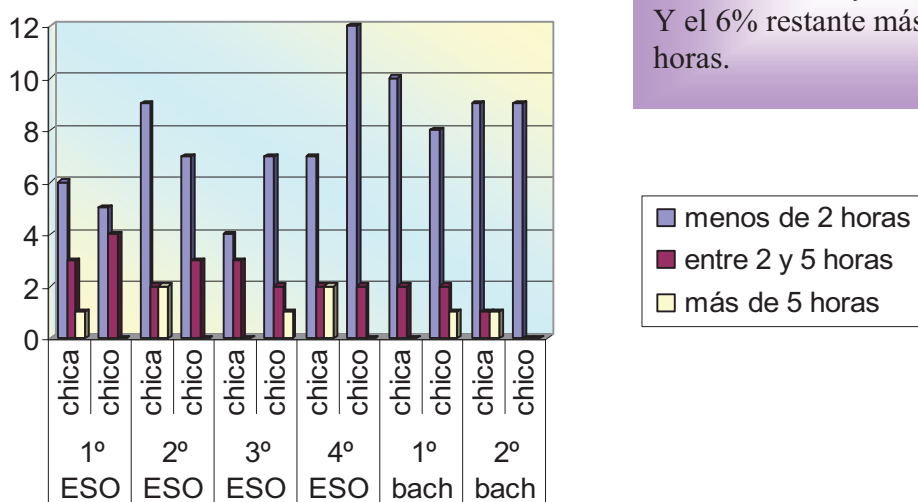
usos del móvil



Preguntas nº 4: "Horas de uso"

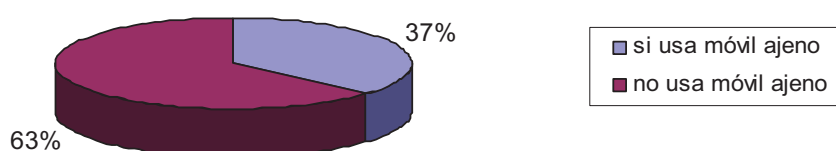
El 74% de los alumnos han utilizado el móvil menos de 2 horas.
El 20% entre 2 y 5 horas.
Y el 6% restante más de 5 horas.

horas uso



Pregunta nº 5: "Uso de un móvil ajeno"

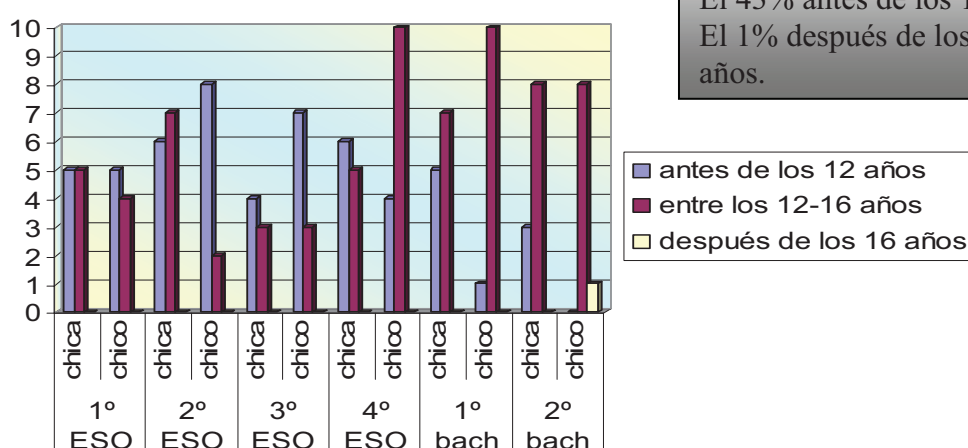
uso del móvil ajeno por parte de los alumnos del instituto



El 63% de los encuestados no usa ningún móvil ajeno.
El 37% si que lo utiliza.

Pregunta nº 6: "Edad a la que tuvieron el 1º móvil"

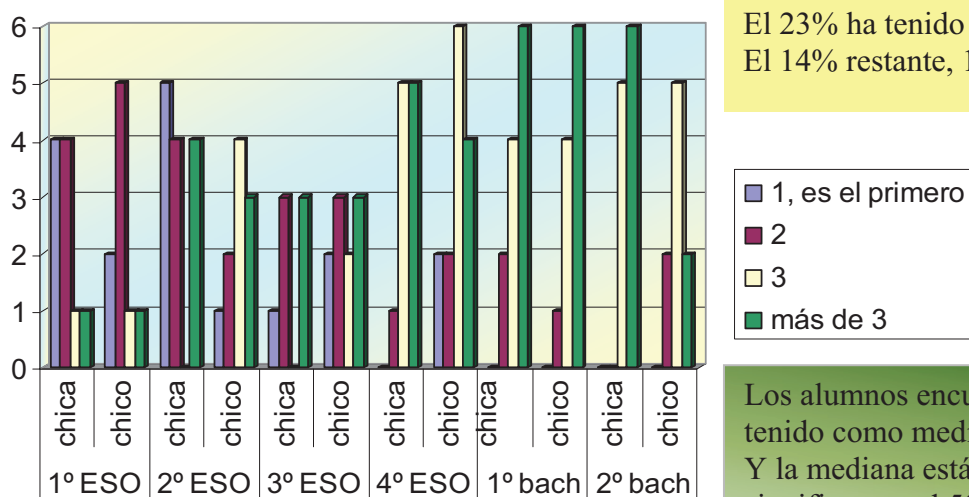
edad primer móvil



El 56% de los alumnos lo tuvieron entre los 12-16 años.
El 43% antes de los 12 años.
El 1% después de los 16 años.

Pregunta nº 7: "Nº de móviles"

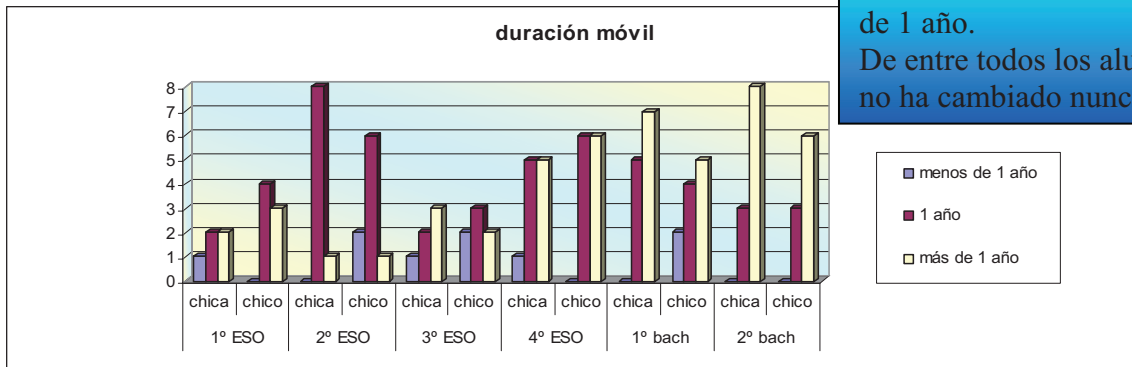
nº de móviles



El 35 % de los alumnos encuestados ha tenido más de 3 móviles.
El 28% ha tenido 3 móviles.
El 23% ha tenido 2 móviles.
El 14% restante, 1.

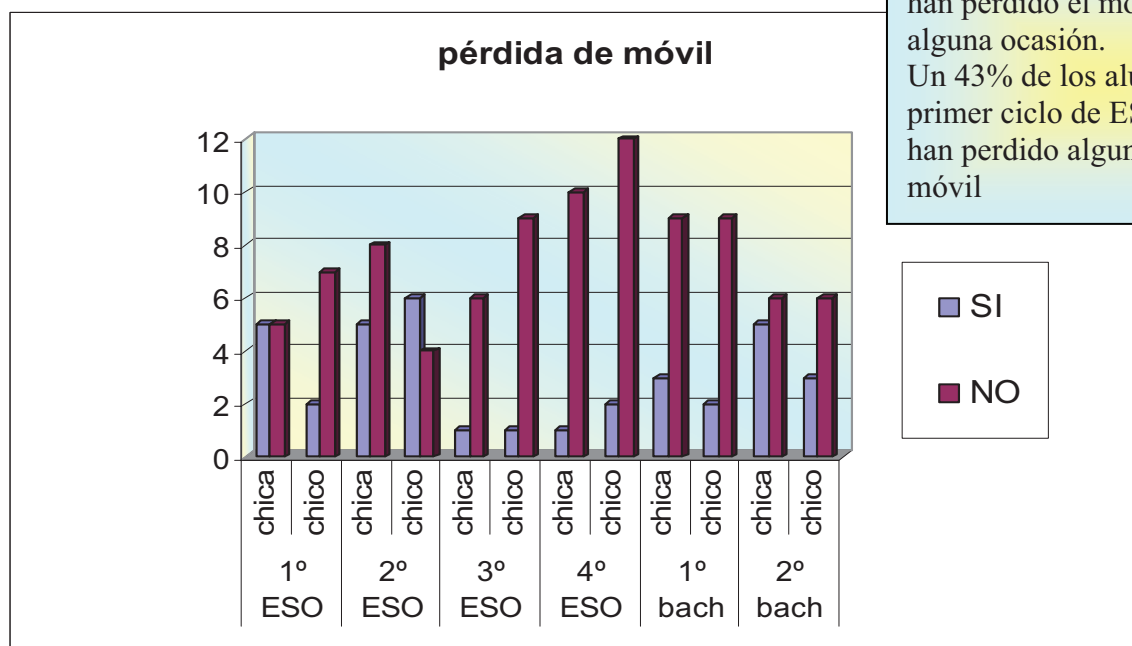
Los alumnos encuestados han tenido como media 2'8 móviles. Y la mediana está en el 3, lo que significa que el 50% del alumnado ha tenido 3 o más móviles.

Pregunta nº 8: "Duración de los móviles"



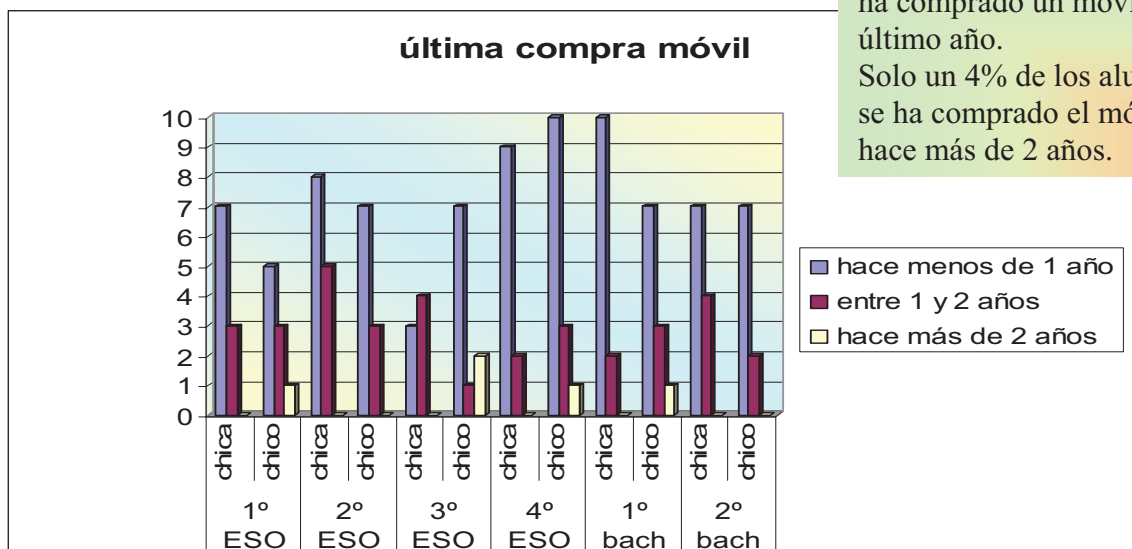
A un 47% le ha durado el móvil 1 año. A otro 45% le ha durado más de 1 año.
De entre todos los alumnos, un 15% no ha cambiado nunca de móvil.

Pregunta nº 9: "Pérdida de móvil"



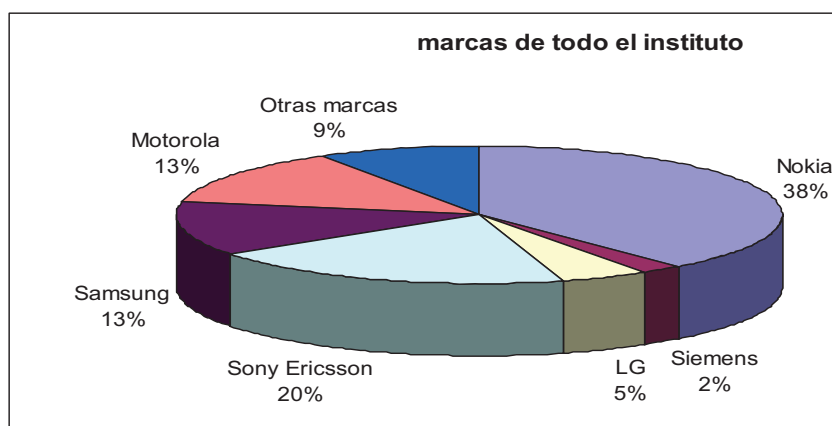
Un 28% de los alumnos/as han perdido el móvil en alguna ocasión.
Un 43% de los alumnos de primer ciclo de ESO (1º y 2º) han perdido alguna vez el móvil

Pregunta nº 10: "Última compra móvil"



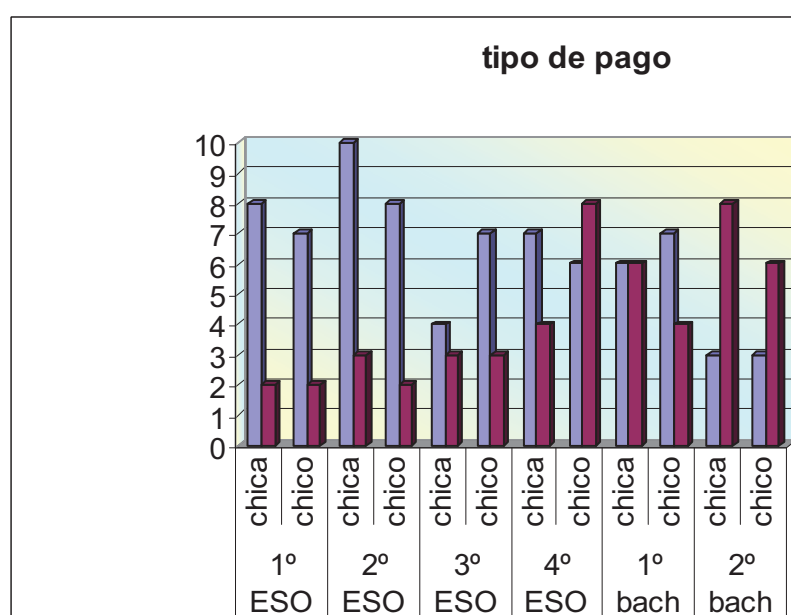
El 68,5% de los alumnos se ha comprado un móvil en el último año.
Solo un 4% de los alumnos se ha comprado el móvil hace más de 2 años.

Pregunta nº 11: "Marca móvil"



El 38% de los encuestados con móvil lo tiene de marca Nokia, esto puede deberse a que esta marca ofrece mejores prestaciones y mayor calidad que otras marcas, sin influir el precio en la elección.

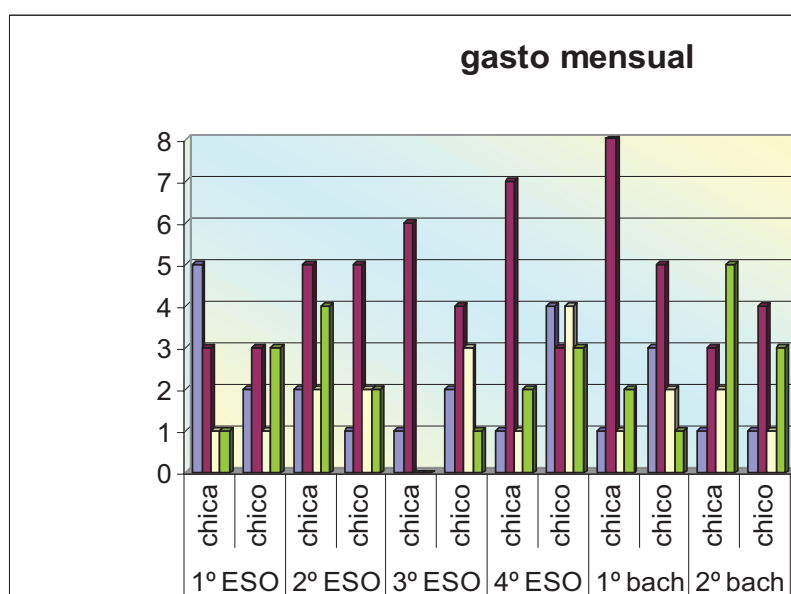
Pregunta nº 12: "Tipo de pago"



El 60% de los alumnos encuestados pertenece a la modalidad tarjeta prepago. En 1º, 2º y 3º de ESO el 74,5 % de ellos utilizan tarjeta, esto puede deberse a un control del gasto por parte de sus respectivos padres.

■ Tarjeta
■ Contrato

Pregunta nº 13: "Gastos mensuales"

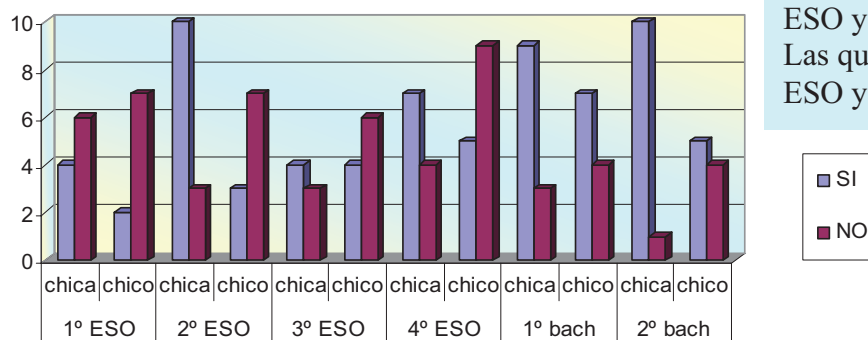


El gasto medio es 5'69€.
Con una desviación típica de 1.15€
Se observa que el mayor gasto mensual lo realizan las chicas de 2º ESO.
Las chicas de 1º ESO son las que menos gastan.
Un 21% gasta más de 15€ al mes.

■ menos de 5€
■ de 5 a 10€
■ de 10 a 15€
■ más de 15€

Pregunta nº 14: "SMS enviados en 24 horas"

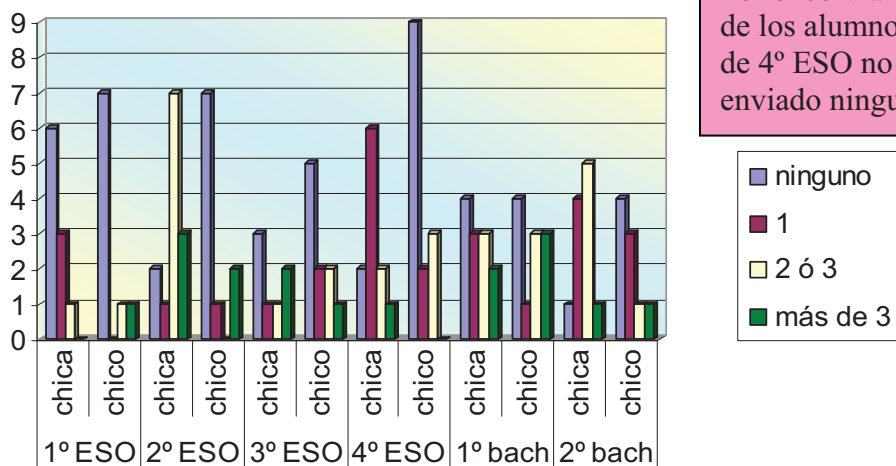
SMS enviado en 24 horas



Los que menos han enviado un sms en las últimas 24 horas son los varones de 1º ESO, seguidos de los chicos de 4º ESO y las chicas de 1º ESO. Las que más, las chicas de 2º ESO y 1º Bachiller.

Pregunta nº 15: "Nº de sms enviados"

nº de SMS enviados en 24 h



El 25% de las chicas de 2º ESO y el 11% de los chicos de 1º Bachiller han enviado más de 3 sms.

Por el contrario el 64% de los alumnos varones de 4º ESO no han enviado ninguno.

○ **CONCLUSIONES:**

- Hemos comprobado que los jóvenes de hoy en día tienen una gran dependencia de los móviles, muy pocos de ellos no poseen móvil. A partir de 2º ESO (13-14 años) todos tienen móvil.
- Nos hemos fijado en que los usos habituales del móvil han quedado a un lado, cada vez se usa más la cámara tanto para fotos como para videos, y también la música; dejando desplazadas las habituales llamadas, aunque el SMS sigue tan popular como siempre.
- Los adolescentes comienzan a tener móvil coincidiendo con la llegada a la ESO (12 años)
- Dominan los que han tenido más de 3 móviles, eso puede ser debido a lo fácil que les resulta conseguir un móvil nuevo (*¡Conviene concienciarnos del consumismo en que estamos inmersos y la cantidad de deshechos que estamos generando!*), la duración media es de 1 año.
- Como elección hemos comprobado, que los jóvenes prefieren los móviles NOKIA seguidos de los SONY ERICSSON.
- Entre los más jóvenes esta extendido el modelo tarjeta prepago que puede ser debido a el control más seguro del gasto por parte de sus padres, el gasto mensual varía de los 5€ a los 10€.
- Hace unos 15 años el uso del móvil estaba restringido a una minoría con una capacidad económica media-alta. Hoy en día se ha hecho casi imprescindible su utilización sin importar edad ni situación económica, lo que podría significar que los precios se han abaratado considerablemente al haber un mayor consumo.
- Es una situación preocupante de cara al tiempo que le dedican los jóvenes. Deberíamos concienciarnos de no perder tanto tiempo con él.
- Agradecemos sinceramente la colaboración a todas las personas del centro, pues sin ellas este trabajo no hubiera sido posible.