



Análisis de la rigidez a distintas profundidades de la unión pilar-zapata tipo cáliz de superficies lisas en estructuras prefabricadas de hormigón, mediante modelización por el Método de los Elementos Finitos

F. Molina², F.J. García¹, H. Malón¹, M. Vidal¹, A. Boné¹

¹ Escuela Politécnica Superior. Universidad de Zaragoza – Campus Huesca; Ctra. Cuarte s/n, 22071, Huesca; fjavier@unizar.es

² Estudiante de Doctorado. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Zaragoza – Campus Huesca; Ctra. Cuarte s/n, 22071, Huesca; fmolina@aragon.es

Resumen: En este trabajo se ha modelizado mediante modelos de cálculo numérico de elementos finitos una unión pilar-zapata utilizada habitualmente en edificación agroindustrial constituida por un pilar prefabricado y una zapata aislada, de hormigón armado, unidos mediante sistema de cáliz de superficies lisas, que se ejecuta practicando un hueco en la zapata en el que se introduce el pilar prefabricado, rellenando el espacio sobrante con mortero de cemento. Las dimensiones de la zapata han sido 2.100 mm x 2.100 mm de base y 1.200 mm de altura. Las dimensiones del pilar han sido 400 mm x 400 mm con una altura libre desde la rasante de la zapata de 5.000 mm. Las profundidades de empotramiento del pilar (l_{emb}) en el cáliz fueron de 100 mm; 200 mm; 300 mm; 400 mm; 500 mm; 600 mm; 700 mm y 800 mm. Se sometió a los modelos a una combinación de una carga axil de 200 KN, junto a una carga lateral de 6 KN/m. Se han analizado diferentes parámetros en los modelos con el objetivo de determinar el grado de rigidez de la unión pilar-zapata. Como parámetros se han cuantificado la flecha máxima en la cara superior del pilar, la tensión de Von Mises máxima en el cáliz y en el pilar, la separación máxima entre superficies (mm) y la presión de contacto máxima entre las piezas en contacto. Como principal conclusión, a medida que disminuye la profundidad del pilar en el cáliz y, en especial, para valores inferiores a $l_{emb} = 400$ mm, comienza a producirse una disminución de la rigidez de la unión, lo que da lugar a incrementos no lineales en los desplazamientos del pilar. En general, para profundidades de pilar en cáliz superiores a $l_{emb}=h$, siendo h la anchura del pilar, el nudo ha mantenido un comportamiento rígido similar a un empotramiento.

1. Introducción

En edificación agroindustrial las estructuras prefabricadas de hormigón son de uso extendido por su rapidez de ejecución y su resistencia a ambientes adversos, como los que se producen en instalaciones ganaderas. La ventaja fundamental de estas estructuras frente a las ejecutadas in situ es la rapidez de su ejecución, puesto que en el primer caso los elementos que la constituyen, exceptuando la cimentación, son prefabricados en fábrica, transportados a obra, y colocados directamente en su posición. Este sistema resulta mucho más rápido que el encofrado y armado in situ de los elementos de la estructura, a la vez que permite un mayor control de la calidad en los elementos prefabricados.

Dentro de las tipologías existentes, y para luces moderadas de hasta 20 metros (caso mayoritario en edificación agroindustrial), una de las soluciones más utilizadas en la actualidad son los pórticos completos prefabricados y unidos a la cimentación, previamente ejecutada in situ, mediante el sistema de cáliz de paredes lisas.

En este sistema de unión se ejecuta un hueco en la parte superficial de la zapata donde se introduce el pilar prefabricado, rellenando el espacio entre ambos con mortero de cemento, sin practicar ningún tratamiento o mecanizado especial a las superficies exteriores del pilar, que tan sólo presentan la rugosidad de la superficie lisa del hormigón prefabricado.

Así, la unión entre el pilar y el cáliz no es continua, ya que no hay armaduras que pasen de uno a otro, ni son piezas hormigonadas simultánea y solidariamente, ni el relleno de cemento u hormigón se puede considerar un elemento que aporte continuidad al conjunto. Por tanto, el pilar y la zapata constituyen piezas individuales que interactúan entre sí a través de sus superficies de contacto. Las características de la unión, además, permite la posibilidad tanto de deslizamiento como de separación entre superficies.

Para el caso de estructuras de edificación sometidas a grandes cargas, existen varios estudios en los que se ha determinado que dicha rigidez depende de la propia profundidad de empotramiento y del coeficiente de rozamiento entre las superficies en contacto. Ambos factores condicionan la transmisión de esfuerzos y el equilibrio estático del conjunto de la unión, y en definitiva su comportamiento más tendente a una articulación o a un empotramiento.

Sin embargo, y para el caso de estructuras agroindustriales de una planta, con cargas relativamente bajas en comparación con las anteriores, y como también se afirma en [1], no existen apenas resultados experimentales que permitan asegurar cuál es la profundidad de empotramiento del pilar en el cáliz a partir de la cual se puede afirmar que se trata de una unión rígida o bien de una unión articulada, además de que los modelos teóricos disponibles se centran en propuestas de los esquemas de fuerzas intervinientes en la unión de cara a recomendar una longitud mínima de empotramiento que garantice su rigidez.

En cuanto a la profundidad de empotramiento, diversos autores y obligaciones normativas establecen la profundidad mínima para considerar la unión empotrada. La EHE-2008 española fija una profundidad mínima de $1,2 \cdot h$ (siendo h el canto del pilar); el código brasileño NBR-9062/85 exige profundidades entre $1,5 \cdot h$ y $2 \cdot h$; la norma italiana CNR-10025/98 entre $1,2 \cdot h$ y $2 \cdot h$; Otros autores fijan diversos valores recomendables: $1,68 \cdot h$ y $2,8 \cdot h$ [2]; $1,5 \cdot h$ [3]; entre $1,5 \cdot h$ y $3 \cdot h$ [4]. Por su parte, la empresa italiana CAPRESE recomendó, para pilares cuadrados y excentricidades medias a altas, profundidades entre h y $1,3 \cdot h$. En cuanto al coeficiente de rozamiento entre las superficies, los propuestos varían entre $\mu=0,3$, como en la EHE-2008 y el EUROCODE 2, $\mu=0,6$ [5], o $\mu=0,67$ [4]. Por su parte, [1] afirma que esta unión presenta una gran rigidez, comportándose como un empotramiento a profundidades mayores a $1,5 \cdot h$ en cualquier caso.

En este artículo se muestran los resultados obtenidos a partir de una serie de modelos numéricos de una unión pilar-zapata por el sistema de cáliz de superficies lisas a distintas profundidades, considerando el comportamiento de los materiales dentro de su rango elástico.

Partiendo de la validez del modelo con respecto al comportamiento de los materiales, tal y como se describe en [6], se evalúa la relación existente entre la flecha máxima del pilar y los esfuerzos que tienen lugar en la zona de unión. Además, se evalúa la evolución del área de contacto entre superficies. Todo ello bajo el mismo estado de cargas, a distintas profundidades de empotramiento, bajo un único coeficiente de rozamiento determinado previamente, y asumiendo la posibilidad de deslizamientos y separación entre superficies.

El objetivo final del artículo es determinar en qué medida las características del contacto entre las piezas implicadas afecta a la rigidez de la unión en función de la profundidad de empotramiento, manteniendo invariables el resto de parámetros implicados, esto es, las cargas y el coeficiente de rozamiento.

En este artículo se mostrarán los resultados obtenidos en esta línea mediante una serie de modelos numéricos, y se establecerá la relación existente entre las deformaciones en el pilar y los esfuerzos y fuerzas de rozamiento que se producen en la zona de interacción de las piezas de la unión.

Con ello se pretende avanzar en el conocimiento del comportamiento de la unión pilar zapata, con el objetivo final de comprobar la validez de los métodos de cálculo y dimensionado de las mismas en futuros proyectos de edificaciones agroindustriales.

2. Materiales y métodos

Se realizó una serie de modelos numéricos por el Método de los Elementos Finitos (MEF) consistentes en una zapata y un pilar de hormigón prefabricado. La unión entre ambos se modelizó con un hueco o cáliz en la zapata, en la que se inserta el pilar.

El software utilizado para el mallado fue el programa Patran. El cálculo de los modelos y el análisis de resultados se realizaron con Abaqus.

En cuanto a las unidades utilizadas en los modelos, reflejadas en la Tabla 1, el software Abaqus es adimensional, lo que implica que no es necesario establecer de antemano las unidades que se introducen en el modelo, siempre que mantengan la coherencia entre ellas.

Tabla 1. Unidades del modelo numérico.

Masa	Longitud	Tiempo	Fuerza	Estrés	Energía	Densidad	Gravedad (g)
Ton	mm	s	N	MPa (N/mm ²)	N-mm	Ton/mm ³	mm/s ²

Las dimensiones de la zapata son 2.100 mm x 2.100 mm de base y 1.200 mm de altura, con armado en la base de la zapata y alrededor del cáliz, tal y como se refleja en la Tabla 2. Se introdujo también en su base una capa de hormigón de limpieza de espesor 100 mm.

Las dimensiones del pilar son 400 mm x 400 mm con una altura libre desde la rasante de la zapata de 5.000 mm. Se modelizó también el armado del pilar, tal y como figura en la Tabla 2.

Las barras de armadura de acero, se modelizaron mediante elementos lineales con 1 dimensión (elementos barra) mientras que el resto de materiales (hormigón, cemento y suelo) se modelizaron con elementos hexaédricos en 3 dimensiones (elementos hexaédricos volumétricos). En el mallado se dispusieron los elementos barra y hexaédricos de tal manera que todos los nodos de los elementos barra comparten sus nodos con los elementos volumétricos en los que se insertan. De este modo se consigue que todos los nodos del modelo sean solidarios, y por tanto también sus desplazamientos, consiguiendo que los materiales se deformen solidariamente.

Tabla 2. Armado del modelo numérico.

Pieza	Armadura	n.º de barras	Diámetro (mm)	Recubrimiento r (mm)	Separación s (mm)
Pilar	Longitudinal	12	16	50	100
	transversal	variable	8	50	250
Cáliz	Longitudinal	24	16	50	100
	Transversal	variable	8	50	100
	Fondo	7x7	10	50	100
Zapata	Fondo	25x25	16	50	100

En cuanto a las condiciones de contorno, se anularon todos los grados de libertad de los nodos de las caras laterales y la base del conjunto formado por la zapata y el hormigón de limpieza.

La interacción entre el pilar y el cáliz se modelizó mediante superficies de contacto entre las caras exteriores de los elementos del pilar empotrado y las interiores de los elementos del cáliz de cemento. Dentro de los modelos disponibles en el software utilizado, se implementó el tipo de contacto superficie a superficie, se permitió deslizamiento entre superficies y separación una vez establecido el contacto entre elementos. El comportamiento tangencial se implementó mediante una variante del modelo de fricción de Coulomb en la que se introducen multiplicadores de Lagrange; mientras que con respecto al comportamiento normal, la mayor precisión se produce limitando al máximo la penetración de nodos de una superficie en otra, lo que lógicamente distorsionaría las relaciones entre tensiones y desplazamientos de dichos nodos. Para ello se implementa el método de los Aumentadores de Lagrange, restringiendo la penetración absoluta entre superficies a 0,001 mm.

En Abaqus, sin embargo, la combinación de ambos algoritmos da lugar a graves problemas de convergencia, hasta el punto de que ésta resulta muy difícil o imposible en algunos casos. Sin embargo, la convergencia se alcanza sin problemas, y se obtienen resultados muy similares (con errores menores al 1% en la relación presión de contacto/fuerza de rozamiento en cada nodo), eliminando en el comportamiento friccional los aumentadores de Lagrange e implementando el modelo de Coulomb sin más restricciones que una muy baja tolerancia al deslizamiento elástico.

En todos los casos, se aplicó un coeficiente de rozamiento $\mu=0,6$ como el que mejor correlación proporciona entre el modelo numérico y el experimental [5].

Las profundidades de empotramiento del pilar (lemb) en el cáliz fueron de 200 mm; 300 mm; 400 mm; 500 mm; 600 mm; 700 mm y 800 mm. Para el canto de pilar modelizado ($h=400$ mm), la mayor de estas profundidades (800 mm) se corresponde con una profundidad de empotramiento $lemb = 2 \cdot h$.

En cuanto a los materiales empleados en los modelos realizados, éstos son acero, hormigón y cemento. En la totalidad de los casos analizados se han considerado como materiales elástico-lineales, debido a que en ningún caso de los analizados se alcanzan valores de tensión cercanos al límite elástico de los materiales considerados, por lo que carece de utilidad introducir un comportamiento elasto-plástico del material, que conlleva además altos costes computacionales.

Las características de los materiales empleados se resumen en la Tabla 3.

Tabla 3. Características de los materiales utilizados en el modelo numérico.

Material	Grupo de elementos	Comportamiento	Módulo elástico (N/mm ²)	Coefficiente de Poisson	Densidad (Ton/mm ³)
Acero	Armaduras	Elástico-lineal	210.000	0,3	$7,8 \cdot 10^{-9}$
Hormigón H25	Pilar Zapata Hormigón limpieza	Elástico-lineal	29.670	0,2	$2,3 \cdot 10^{-9}$
Cemento	Cáliz	Elástico-lineal	25.000	0,2	$2,3 \cdot 10^{-9}$

Se sometió a los modelos a una combinación de una carga axil de 200 KN, junto a una carga lateral de 6 KN/m. Estas cargas fueron introducidas en el modelo en forma de presión, aplicando la presión correspondiente a cada carga en su superficie de actuación.

3. Resultados y discusión

A partir de los resultados obtenidos con el modelo, se analiza por una parte, de forma gráfica, la distribución de esfuerzos que la unión transmite al cáliz y a la zapata, comparándola con la correspondiente a una unión totalmente empotrada. Por otra parte, se analizan los valores obtenidos en una serie de variables que permiten describir el comportamiento de la unión, reflejados en la Tabla 4.

En cuanto a la distribución de esfuerzos, que se refleja en la figura 1, resulta coherente con los resultados experimentales obtenidos por diversos autores [7] [8] [9] [10] [11], en los que se reporta que las tensiones en el cáliz se concentran en la zona superior de su cara frontal y en la zona inferior de su cara posterior, así como un flujo de tracciones concentradas alrededor del hueco. Se comprueba como el comportamiento de esta unión presenta discontinuidades en las deformaciones y tensiones de las piezas implicadas, lo que difiere del correspondiente a una unión totalmente empotrada como es el caso de una unión ejecutada “in situ”, en la que los materiales se deforman solidariamente y la distribución de esfuerzos entre las piezas presenta variaciones continuas.

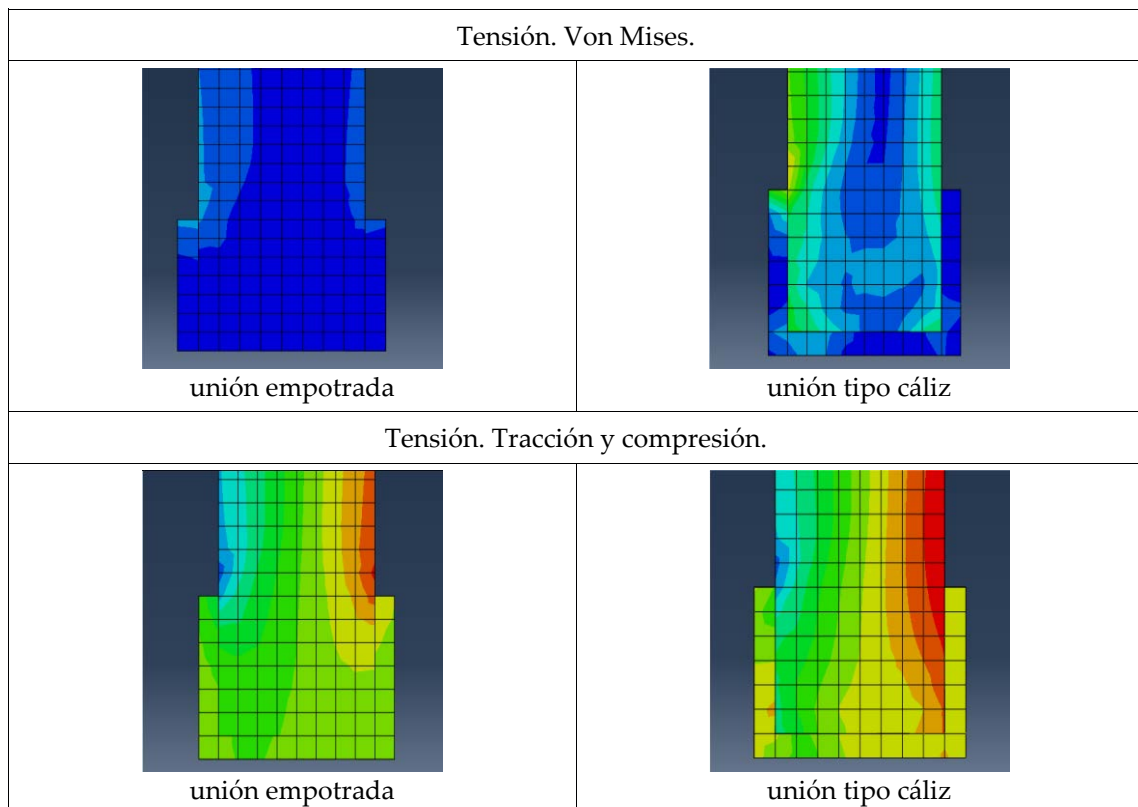


Figura 1. Distribución de Tensiones en la unión.

En cuanto a las variables estudiadas, para la carga final aplicada de 6 KN/m, se analizaron las listadas a continuación, reflejándose los valores obtenidos en la Tabla 3:

- flecha máxima (mm): desplazamiento total en la cara superior del pilar.
- S máx cáliz (N/mm²): tensión de Von Mises máxima en el cáliz.
- S máx pilar (N/mm²): tensión de Von Mises máxima en el pilar.
- separación máxima entre superficies (mm): indica la separación máxima entre superficies una vez que se ha perdido el contacto entre ellas.
- presión de contacto máxima (N/mm²): presión máxima entre las piezas en contacto, función de las fuerzas actuantes y de la superficie sobre la que actúan.

Tabla 4. Resultados.

L emb (mm)	S max cáliz	S max pilar	Separación máxima superficies (pared posterior)	Presión contacto máxima (cáliz)	f máx	Δ f (%)
100	15,590	19,47	0,2945	12,99	11,75	39,38
200	10,050	12,64	0,0742	9,250	8,43	9,34
300	7,750	10,62	0,0331	7,568	7,71	2,12
400	6,789	10,24	0,0292	7,078	7,55	0,13
500	6,761	10,23	0,0293	7,051	7,54	0
600	6,764	10,23	0,0296	7,047	7,54	0
700	6,781	10,25	0,0299	7,061	7,54	0
800	6,793	10,26	0,0300	7,083	7,54	--

En cuanto a la flecha máxima en la cara superior del pilar, se comprueba como no se producen diferencias significativas hasta una profundidad de empotramiento de 400 mm, siendo a partir de esta profundidad (para valores inferiores) cuando se aprecia un claro incremento en dicha flecha, lo que indica una pérdida de rigidez en la unión. Estos resultados son coherentes con lo reflejado en [6], si bien en este caso los valores de las flechas son menores, debido probablemente a que la existencia de la zapata en el modelo analizado en el presente trabajo permite mayores desplazamientos al conjunto de elementos.

Se comprueba como a medida que disminuye la profundidad de empotramiento se produce una separación progresiva de las superficies en contacto, aumentando la separación máxima entre superficies y disminuyendo el área de contacto, tal y como se refleja en la figura 2.

Del mismo modo, se comprueba como simultáneamente a lo anterior, aumentan tanto la presión en las superficies como la tensión en los nodos que permanecen en contacto entre las piezas, tanto en el cáliz como en el pilar.

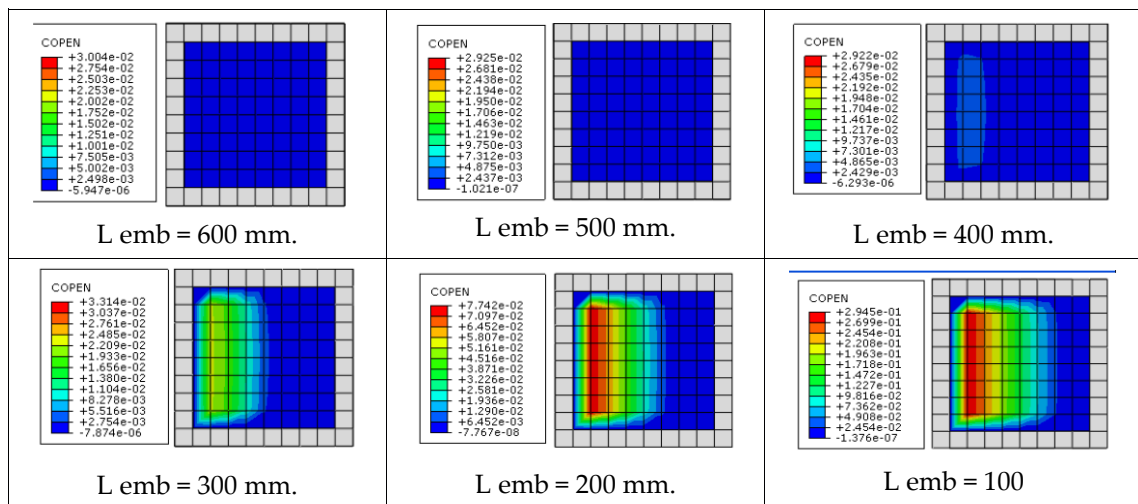


Figura 2. Separación* entre superficies de contacto (mm.) en la unión. Base del cáliz. * en base a los parámetros del modelo se puede considerar el límite entre contacto y pérdida de contacto entre superficies en un valor de la variable COPEN (separación entre superficie (mm.) de $1 \cdot 10^{-5}$ mm.

En el caso más desfavorable de flexión y profundidad de empotramiento, el contacto entre el pilar y el cáliz queda restringido a 3 áreas limitadas, localizadas en la zona superior de la

pared frontal del cáliz; en la zona inferior de su pared posterior y en la zona anterior de su base, entendiendo por anterior la dirección en la que se produce la flexión.

Por último, se analiza gráficamente la transmisión de esfuerzos a la zapata en tres modelos: uno monolítico, y dos de la unión en estudio a dos profundidades distintas. La figura 3 refleja la distribución de tensiones registrada en el interior de la zapata en su zona central, en la zona inmediatamente debajo del cáliz de la unión; y en la figura 4 se representan los valores de tensión registrados para cada modelo.

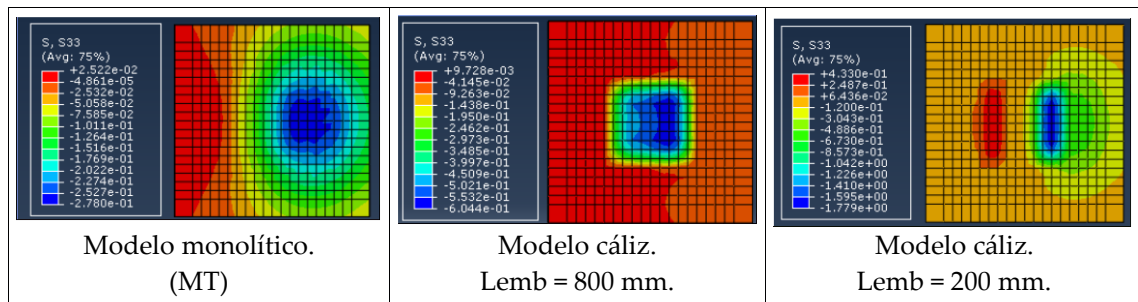


Figura 3. Esfuerzos transmitidos a la zapata con carga axil de 200 KN/m y lateral de 6 KN/m. Zona interior de la zapata situada inmediatamente debajo del cáliz.

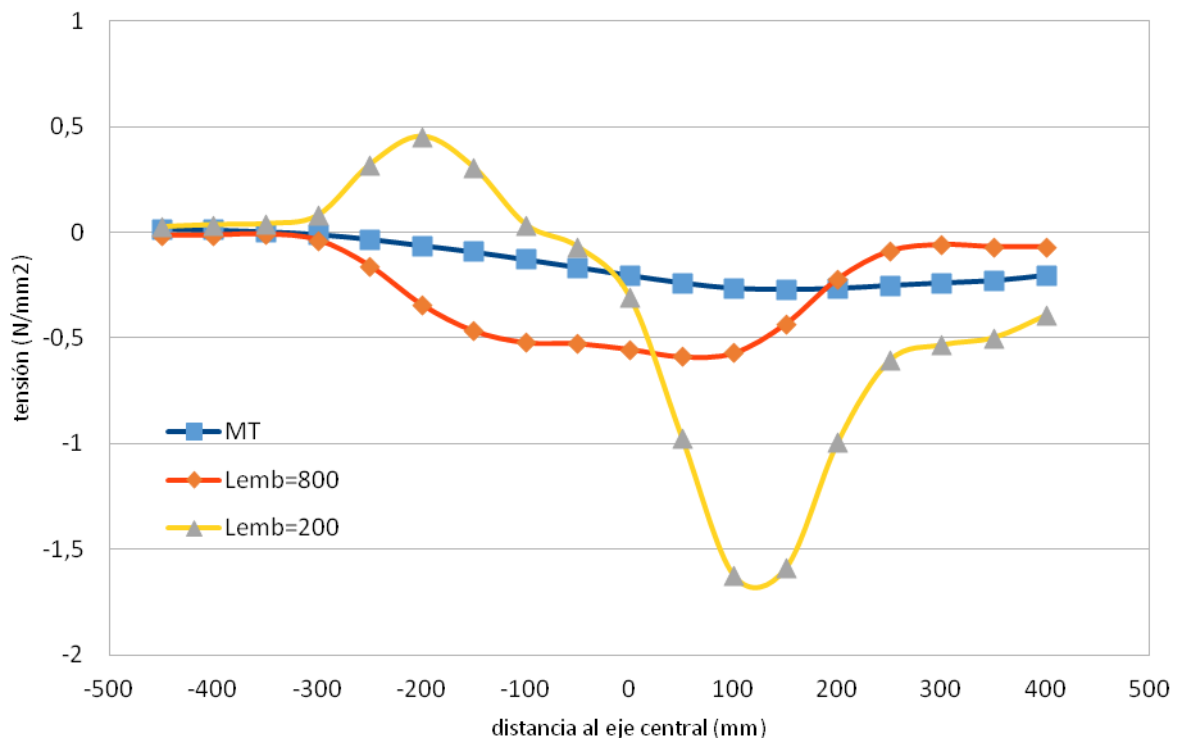


Figura 4. Valores de tensión en el interior de la zapata bajo la base del cáliz.

Como se comprueba en las figuras, la distribución de esfuerzos en el modelo numérico monolítico se asemeja a lo esperado en la teoría del cálculo de cimentaciones, en el que las tensiones presentarían una distribución gradual que varía de tracción a compresión siguiendo la dirección del momento asociado a la flexión del pilar, con un eje neutro cercano al eje central de la zapata. En el caso del modelo numérico calculado, la magnitud de la carga axil en

comparación con la carga lateral provoca que en la base de la zapata no se lleguen a transmitir prácticamente esfuerzos de tracción.

El modelo numérico $l_{emb} = 800$ mm presenta la misma tendencia, pero se comprueba como presenta mayores valores de tensión de compresión, que además tienden a concentrarse en una menor área alrededor del pilar.

En el modelo $l_{emb} = 200$, por último, se comprueba como la distribución pierde la homogeneidad, concentrándose las tensiones en dos zonas contiguas a las caras posterior y anterior del pilar, y presentando además los valores dos picos claramente definidos, uno de tracción y otro de compresión, ambos muy superiores a los modelos anteriores.

Estas distribuciones resultan coherentes con una pérdida de rigidez de la unión tipo cáliz con respecto a una unión monolítica, pérdida que además aumenta conforme se hace menor la profundidad de empotramiento.

Esta pérdida de rigidez, además, resulta compatible con una pérdida de contacto entre las superficies de las piezas, reflejada en la figura 2, lo que daría como resultado la transmisión de esfuerzos cada vez mayores (tanto de tracción como de compresión) del cáliz a la zapata, pero en áreas cada vez menores y más cercanas al pilar, lo que a su vez queda avalado por el análisis de las variables realizado previamente.

Además, se comprueba como a medida que disminuye la profundidad de empotramiento, y por tanto las superficies en contacto, la creciente flexión en el pilar provoca la transmisión de cada vez mayores esfuerzos de tracción, tanto a la cara posterior del pilar y el cáliz, como a la zapata, tal y como refleja el pico de tracción en la cara posterior del pilar en el modelo $l_{emb}=200$ mm. Se ha comprobado, además, que los valores de las fuerzas de rozamiento actuantes entre las caras posteriores del pilar y del cáliz tienen valores más altos y se concentran en una superficie cada vez menores cuanto menor es la profundidad de empotramiento.

4. Conclusiones

En cuanto al comportamiento de la unión, lo que se produce en primera instancia es un deslizamiento entre superficies que transmitirá una serie de fuerzas tangenciales entre ellas debidas al rozamiento, combinado con fuerzas normales de contacto a las paredes del cáliz en la mayor parte del área en contacto con el pilar. Con el sistema de fuerzas así establecido el cáliz es capaz de soportar esfuerzos en toda su superficie. Sin embargo, a medida que aumenta la flexión del pilar, y en especial por debajo de $l_{emb} = 400$ mm, se produce una separación progresiva de las superficies implicadas, esto es, una pérdida de contacto entre la piezas de la unión, que conlleva un incremento de las tensiones y presiones en las cada vez menores superficies que permanecen en contacto.

Para una misma carga y un mismo coeficiente de rozamiento, el factor desencadenante del incremento no lineal de los desplazamientos en el pilar es la disminución de superficie de contacto entre las piezas a medida que disminuye la profundidad de empotramiento del pilar en el cáliz.

Los resultados obtenidos indican que, en este tipo de estructuras, con cargas axil y lateral relativamente bajas, los desplazamientos no sufren cambios significativos hasta una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 400$ mm. Esto indica que, hasta la profundidad de empotramiento $l_{emb} = h$ (siendo h la anchura del pilar), la unión mantiene una rigidez suficiente como para considerar a la pieza empotrada. Esta resulta la profundidad límite por debajo de la cual la unión comienza a perder la condición de empotramiento.

Referencias

1. Gutiérrez M. Estudio Experimental de Cáliz de Hormigón Armado mediante Modelos de Bielas y Tirantes Tridimensionales. 2014, Trabajo Fin de Máster, Universidad Politécnica de Valencia.
2. Leonhardt F., Mönning E. Estructuras de Hormigón Armado, Tercera edición. 1984, III.

X CONGRESO IBÉRICO DE AGROINGENIERÍA
X CONGRESSO IBÉRICO DE AGROENGENHARIA
3 – 6 septiembre 2019, Huesca - España

3. Osanai Y., Watanabe F., Okamoto, S. Stress Transfer Mechanism of Socket Base Connections with Precast Concrete Columns. 1996, *ACI Structural Journal*, 93 (3), 266-276.
4. Willert O., Kesser, E. Foundation for bottom-end fixed precast concrete columns. 1983, *Betonwerk Fertigteil Technik*, 49 (3), 137-172.
5. Canha R. Estudo teórico-experimental da ligação pilar-fundação por meio de cálice em estruturas de concreto pré-moldado. 2004, Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos.
6. Malon H., Garcia-Ramos F., Aguirre J., Molina F. Análisis del grado de rigidez de la unión pilar-zapata para su aplicación en proyectos de instalaciones agroindustriales. 2011, *XV Congreso Internacional de Ingeniería de Proyectos Huesca*, 731-747.
7. Canha R., Ebeling E., de Cresce A., El Debs M. Analysing the base of precast column in socket foundations with smooth interfaces. 2009, *Materials and Structures*, 42 (6) 725-737.
8. Pecce M., Rossi F. The non-linear model of embedded steel-concrete composite column bases. 2013, *Engineering Structures*, 46, 247-263.
9. Aboukifa M., Reyad K., Saad F. Behavior and design of precast column/base pocket connections with smooth surface interface. 2017, *Al-Azhar University Civil Engineering Research Magazine*, 39 (3), 191-202.
10. Torres M., Rodríguez M. Comportamiento sísmico de cimentación tipo candelero para puentes con columnas prefabricadas de concreto reforzado. 2014, *Revista de Ingeniería sísmica*, 90, 55-87.
11. Canha R., de Borja K., de Cresce A., El Debs M. Analysis of the behavior of transverse walls of socket base connections. 2009, *Engineering Structures*, 31, 3, 788-798.