

Trabajo Fin de Grado

Calibración y validación de modelos
morfodinámicos para la caracterización de la erosión
en presencia de pilas de puente

Autor

Santiago Asín Marzo

Directores

Pilar García Navarro
Sergio Martínez Aranda

Área de Mecánica de Fluidos
Departamento de Ciencia y Tecnología de Materiales y Fluidos

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

2019

RESUMEN

El Trabajo fin de Grado que se presenta a continuación se encuentra dentro del campo de la Mecánica de Fluidos Computacional. El objetivo es la calibración y validación de modelos morfodinámicos para la simulación de la erosión generada por flujos de lámina libre en presencia de pilas de puente.

Se han utilizado modelos unidimensionales (1D) y bidimensionales (2D) para la formulación de la dinámica de flujo y del arrastre de material del fondo. Se han resuelto numéricamente mediante técnicas de volúmenes finitos desarrolladas por el Grupo de Hidráulica Computacional del Área de Mecánica de Fluidos.

Se han realizado experimentos en un canal de laboratorio, generando flujos transitorios sobre lecho erosivo en diversas geometrías en los que se ha medido la evolución de la superficie erosionable. Para la toma de datos y su procesamiento posterior se ha empleado una cámara Kinect que permite reconstruir las superficies y obtener los resultados de forma digital. Estos datos se comparan, posteriormente, con las simulaciones en estado transitorio.

Se ha recopilado información de la formulación empírica propuesta por el Departamento de Transporte de Estados Unidos (USDOT), para la estimación de la acción erosiva de un flujo en estado estacionario en las proximidades de un puente. Se ha comparado esta información con los resultados de una simulación en estado estacionario.

Las tareas aquí realizadas forman parte del proyecto de investigación del Grupo de Hidráulica Computacional de la Universidad de Zaragoza, *Herramientas eficientes de alta precisión para la simulación y control de flujos PGC2018-094341-B-I00*, cuyo objetivo es el desarrollo de un código propio de simulación para la predicción y control de fenómenos en flujos complejos.

Índice

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. ECUACIONES GOBERNANTES Y MÉTODOS DE CÁLCULO	3
ECUACIONES MODELO 1D.....	3
ECUACIONES MODELO 2D.....	5
RELACIONES EMPÍRICAS PARA LA CARACTERIZACIÓN DE LA EROSIÓN EN PILAS DE PUENTE.....	6
3. FASE EXPERIMENTAL.....	9
RESULTADOS	10
4. SIMULACIONES NUMÉRICAS	15
FLUJO ESTACIONARIO.....	15
FLUJO TRANSITORIO	18
5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	19
RESULTADOS FLUJO ESTACIONARIO	19
RESULTADOS FLUJO TRANSITORIO	19
CONCLUSIONES	28
BIBLIOGRAFÍA	29
A. MODELO NUMÉRICO	30
B. VALIDACIÓN CON SOLUCIÓN EXACTA DE FLUJO EROSIVO ESTACIONARIO	37
<i>Simulación.....</i>	<i>39</i>
C. RESULTADOS SIMULACIÓN 2D USANDO LEY DE SMART.....	46

Lista de Figuras

Figura 1-Imagen del alzado(abajo) y planta(arriba) del estrechamiento producido por un puente.....	6
Figura 2- Representación los efectos producidos alrededor de una pila de puente en la que se produce erosión.	7
Figura 3- Distintos tipos de pilares.....	8
Figura 4- Esquema del canal empleado para los experimentos.....	9
Figura 5- Estrechamiento semicircular Figura 6- estrechamiento anguloso.....	9
Figura 7- Pilar alargado central Figura 8- Pilar circular central	9
Figura 9- Superficie erosionada experimental, estrechamiento semicircular.....	11
Figura 10- Perfil longitudinal experimental, estrechamiento semicircular	11
Figura 11- Superficie erosionada experimental, estrechamiento anguloso.	12
Figura 12- Perfil longitudinal experimental, estrechamiento anguloso.....	12
Figura 13- Superficie erosionada experimental, pilar alargado central.....	13
Figura 14-Perfil longitudinal experimental, pilar alargado central	13
Figura 15-- Superficie erosionada experimental, pilar circular central.	14
Figura 16- perfil longitudinal experimental superficie erosionable, pilar circular en el centro, experimento	14
Figura 17- profundidad de erosión frente al caudal, simulación	16
Figura 18-Profundidad erosión frente caudal, relaciones empíricas	17
Figura 19- Superficie erosionada, estrechamiento semicircular, simulación 1D	18
Figura 20- Superficie erosionada, estrechamiento semicircular, simulación 2D	18
Figura 21- Comparación relaciones empíricas con simulación.....	19
Figura 22- Superficie erosionada experimental, estrechamiento semicircular.....	20
Figura 23- Superficie erosionada, pilar semicircular, simulación 1D	20
Figura 24- Superficie erosionada, pilar semicircular, simulación 2D	20
Figura 25- Perfil longitudinal experimental, estrechamiento semicircular	21
Figura 26- Perfil longitudinal, estrechamiento semicircular, simulación 1D.....	21
Figura 27- Perfil longitudinal, estrechamiento semicircular, simulación 2D.....	21
Figura 28- Superficie erosionada experimental, estrechamiento anguloso	22
Figura 29- Superficie erosionada, estrechamiento anguloso, simulación 1D.....	22
Figura 30- Superficie erosionada, estrechamiento anguloso, simulación 2D.....	22
Figura 31- Perfil longitudinal experimental, estrechamiento anguloso.....	23
Figura 32- Perfil longitudinal, estrechamiento anguloso, simulación 1D	23
Figura 33- Perfil longitudinal, estrechamiento anguloso, simulación 2D	23
Figura 34- Superficie erosionada experimental, pilar alargado central.....	24
Figura 35- Superficie erosionada, pilar alargado central, simulación 1D	24
Figura 36- Superficie erosionada, pilar alargado central, simulación 2	24
Figura 37- Perfil longitudinal experimental, pilar alargado	25
Figura 38- Perfil longitudinal, pilar alargado, simulación 1D.....	25
Figura 39- Perfil longitudinal, pilar alargado, simulación 2D.....	25
Figura 40- Superficie erosionada experimental, pilar alargado central.....	26
Figura 41- Superficie erosionada, pilar alargado central, simulación 1D	26
Figura 42- Superficie erosionada, pilar alargado central, simulación 2D	26
Figura 43- Perfil longitudinal experimental, pilar circular central	27
Figura 44- Perfil longitudinal, pilar circular central, simulación 1D	27
Figura 45- Perfil longitudinal, pilar alargado, simulación 2D.....	27
Figura 46- Geometría del estrechamiento de la simulación en estado estacionario	39
Figura 47- Pendiente de equilibrio para un caudal de 1 metro cubico por segundo.....	40

Figura 48- Pendiente de equilibrio para un caudal de 3 metros cubico por segundo	40
Figura 49- Pendiente de equilibrio para un caudal de 5 metros cúbicos por segundo ...	41
Figura 50- Pendiente de equilibrio para un caudal de 7 metros cúbicos por segundo ...	41
Figura 51- Pendiente de equilibrio para un caudal de 9 metros cúbicos por segundo ...	42
Figura 52- Pendiente de equilibrio para un caudal de 11 metros cúbicos por segundo .	42
Figura 53- Pendiente de equilibrio para un caudal de 13 metros cúbicos por segundo .	43
Figura 54- Pendiente de equilibrio para un caudal de 15 metros cúbicos por segundo .	43
Figura 55- Pendiente de equilibrio para un caudal de 17 metros cúbicos por segundo .	44
Figura 56- Pendiente de equilibrio para un caudal de 19 metros cúbicos por segundo .	44
Figura 57- pendiente de equilibrio para un caudal de 21 metros cúbicos por segundo..	45
Figura 58- Pendiente de equilibrio para un caudal de 23 metros cúbicos por segundo .	45
Figura 59- Superficie erosionada, estrechamiento semicircular, simulación 2D, Smart	46
Figura 60- Superficie erosionada, estrechamiento anguloso, simulación 2D, Smart	47
Figura 61- Superficie erosionada, pilar circular central, simulación 2D, Smart	47
Figura 62- Superficie erosionada, pilar alargado central, simulación 2D, Smart.....	48

1. Introducción

Los flujos de agua tienen la capacidad de modelar las superficies por donde circulan mediante la acción erosiva y de transporte de sedimentos. Es el caso de los ríos capaces de cambiar totalmente el entorno con el paso del tiempo.

Erosión es término empleado para hacer referencia al desgaste producido en la superficie de un cuerpo por el roce o frotamiento de otro. En nuestro caso hace referencia a la acción del agua, excavando y quitando material del fondo del lecho. Por el contrario, la sedimentación hace referencia al proceso por el cual los materiales transportados por el agua son depositados, pasando a ser sedimentos. Ambos procesos están muy ligados a la velocidad del flujo. A mayor velocidad mayor capacidad tendrá el flujo para arrastrar los sedimentos situados en el lecho del río y transportarlos hasta que el flujo se ralentice y los deposite en otro lugar, es decir, se produzca sedimentación.

Erosión y sedimentación se producen en los ríos continuamente, sin embargo, no siempre en la misma magnitud. Los ríos en estado estacionario tienden al equilibrio, es decir, a un flujo en el que las diferencias entre la erosión y la sedimentación solo son importantes a muy largo plazo. Las estructuras hidráulicas ubicadas en el interior del cauce (puentes, presas, etc.) suponen un obstáculo para el flujo, cuyos efectos pueden afectar incluso a bastante distancia, tanto aguas abajo como aguas arriba. Su presencia conduce a nuevos perfiles de equilibrio con zonas singulares. A pesar de que el diseño se realiza sobre la hipótesis de flujo estacionario, la causa principal de los cambios morfológicos en los ríos es la aparición de eventos extremos en el flujo. [10]

Este trabajo está orientado a la caracterización de la erosión cerca de los puentes, cuyas pilas provocan una reducción en el ancho del río. La consecuencia más importante de la interacción entre el flujo y los elementos que constituyen los puentes es la movilización del material del lecho situado en la base de pilas y estribos. El resultado de esta erosión es un deterioro continuo de la cimentación del puente, que puede quedar total o parcialmente expuesta y provocar, en muchos casos, el fallo o colapso de la estructura. Es importante cuantificar este fenómeno tanto en régimen permanente como bajo la acción de ondas transitorias en el lecho.

De acuerdo con la instrucción técnica FHWA-HIF-12-003 publicada por el departamento de transporte de Estados Unidos, durante las inundaciones de primavera de 1987, 17 puentes en Nueva York y Nueva Inglaterra resultaron dañados o destruidos por la erosión. En 1985, 73 puentes fueron destruidos por inundaciones en Pensilvania, Virginia y Virginia Occidental. Según la información disponible, la inundación de 1993 en la cuenca alta del Mississippi causó 23 fallos en los puentes con un daño estimado de \$ 15 millones. En las inundaciones de 1994 por la tormenta Alberto en Georgia, hubo más de 500 puentes estatales y locales con daños atribuidos a la erosión. Treinta y uno de los puentes de propiedad estatal experimentaron de 15 a 20 pies de socavación por contracción y / o degradación a largo plazo, además de la socavación local. Estos puentes tuvieron que ser reemplazados. [6]

De esta manera, es de gran utilidad contar con una herramienta capaz de predecir el comportamiento de los ríos con el fin de garantizar la integridad estructural de las construcciones que hay en ellos. El grupo de Hidráulica Computacional del área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Zaragoza desarrolla modelos de simulación para poder predecir estos efectos. Esto requiere la verificación mediante múltiples experimentos con el fin de confirmar la validez de los resultados de las simulaciones.[5]

Se han realizado experimentos en el laboratorio del Área de Mecánica de Fluidos, generando flujos transitorios en un canal con fondo erosionable sobre geometrías con diferentes cambios de la sección transversal. Una vez procesados los datos de los experimentos, se han comparado con los resultados de las simulaciones de esas mismas situaciones con el fin de obtener conclusiones y mejorar así los programas existentes. Además de las roturas de presa, también se han realizado simulaciones en estado estacionario con el objetivo de compararse con ecuaciones empíricas que se emplean actualmente en el diseño de puentes y que han sido desarrolladas por el Departamento de Transporte de Estados Unidos.

La estructura del Trabajo está dividida en cuatro secciones adicionales, aparte de los anexos al final del documento.

En la segunda sección se plantean las ecuaciones con las que se modelan el flujo y el transporte de fondo en aproximación tanto 1D como 2D. Además, se presentan las ecuaciones empíricas con las que se compararán los resultados de las simulaciones estacionarias. La tercera sección se centra en el tratamiento experimental, tanto en el método de realización como en los resultados obtenidos, para su posterior comparación. El cuarto capítulo se encuentra dividido en dos apartados, las simulaciones 1D y las simulaciones 2D. En cada uno de ellos se comentan las condiciones de la simulación y los resultados obtenidos. Finalmente se formulan las conclusiones obtenidas a través de la comparación entre las simulaciones y los experimentos

Se han añadido varios anexos que completan la información presentada en este trabajo.

2. Ecuaciones gobernantes y métodos de cálculo

Para describir un flujo erosivo hacen falta las ecuaciones que gobiernan el flujo y las que describen el transporte de sedimentos. Aunque el fenómeno es 3D, es habitual que se desarrollen en escalas verticales pequeñas con relación a las dimensiones horizontales. Esto justifica el uso de modelos promediados en la vertical asociados a distribución de presión hidrostática. El modelo matemático puede plantearse en aproximación 1D o en aproximación 2D.

Ecuaciones modelo 1D

La ecuación de continuidad nos dice que el flujo neto de masa que entra en el volumen será la integral evaluada en el tiempo de la diferencia de los flujos que atraviesan las paredes en cada instante. Es decir, la suma de la variación temporal del área de la sección transversal y la variación espacial del flujo volumétrico que atraviesa la sección debe ser cero [3]

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

donde x es la distancia longitudinal del canal, $A(x, t)$ es el área transversal de flujo y $Q(x, t)$ es el caudal.

$$Q = AV \quad (2.2)$$

donde V es la velocidad media del flujo y t es el tiempo.

La ecuación de conservación de cantidad de movimiento establece que, en un periodo de tiempo dado, la variación de la cantidad de movimiento lineal contenida en un volumen de control ha de ser igual al sumatorio de las fuerzas exteriores actuantes en esa dirección más el flujo neto que atraviesa el volumen de control [3].

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) = g(I_2 + AS_0 - AS_f) \quad (2.3)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, S_0 es la pendiente del fondo

$$S_0 = - \frac{\partial z}{\partial x} \quad (2.4)$$

siendo z la elevación del fondo y S_f es la pendiente de fricción.

$$S_f = \frac{nQ^2}{A^2 R^{\frac{4}{3}}} \quad (2.5)$$

donde n el coeficiente de Manning. $R = \frac{A}{P_m}$ es el radio hidráulico, con $P_m = b + 2h$ el perímetro mojado y $A = bh$. en un canal rectangular, donde b es el ancho del canal y h el calado. I_1 representa el término de fuerza de presión hidrostática en una sección con máxima profundidad de agua e I_2 hace referencia a la presión debida a variaciones del ancho del canal.

Para formular el transporte de carga de fondo de sedimento se emplea la ecuación de Exner 1D [4]

$$\frac{\partial A_b}{\partial t} + \xi \frac{\partial Q_b}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

donde $\xi = \frac{1}{1-p}$ y p es la porosidad del material, A_b y Q_b el área transversal erosionable y el caudal sólido respectivamente. Suponiendo sección rectangular y formulándose el balance por unidad de ancho.

$$Q_b = bq_b \quad (2.7)$$

$$A_b = bz \quad (2.8)$$

siendo q_b el caudal por unidad de ancho y z la elevación del fondo

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \xi \frac{\partial q_b}{\partial x} = 0 \quad (2.9)$$

Se ha observado [1] que existe una relación entre q_b y la tensión cortante del agua con el lecho, $\tau_b = \rho g h S_f$. Para establecer esta relación debemos acudir a fórmulas empíricas y para ello a números adimensionales. Se define el número de Einstein de la siguiente manera:

$$\Phi = \frac{q_b}{\sqrt{(g(s-1)d_m^3)}} \quad (2.10)$$

siendo $s = \rho_s/\rho_w$ el ratio entre la densidad del material y la densidad del agua; y d_m el diámetro medio del material. Por otro lado, el número de Shields se define:

$$\theta = \frac{\tau_b}{g(\rho_s - \rho_w)d_m} \quad (2.11)$$

A partir de estos números adimensionales, se han establecido leyes empíricas que los relacionan como en nuestro caso la de Meyer-Peter-Müller [7].

$$\Phi = 8(\theta - \theta_c)^{\frac{3}{2}} \quad (2.12)$$

donde $\theta_c = 0.047$ es el número de Shields crítico a partir del cual aparece transporte de sedimento. Insertando la ecuación (2.11) y (2.12) en la (2.13) es posible establecer una relación entre el caudal sólido y la velocidad mediante la fórmula de Grass. Esta expresión se basa en que la gran mayoría de las relaciones empíricas dependen de la velocidad del flujo, V^3 .

$$q_b = A_g V^3 \quad (2.13)$$

Siendo A_g una función que depende del resto de variables presentadas arriba y que se formula conforme a la ley de descarga sólida aportada.[1]

Ecuaciones modelo 2D

En aproximación 2D las ecuaciones deben incluir términos adicionales en las ecuaciones presentadas. Por tanto, siguiendo la estructura del apartado anterior, se presentarán primero las ecuaciones que hacen referencia al flujo de agua y después las que hacen referencia al transporte de sedimentos.

La ecuación de continuidad para un flujo 2D se formula de la siguiente manera. [2]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (2.14)$$

donde $q_x = hu$, $q_y = hv$ son los caudales unitarios con u , v las componentes de la velocidad en las direcciones x , y respectivamente.

La ecuación de cantidad de movimiento para un flujo 2D se formula de la siguiente manera:

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x^2}{h} + \frac{1}{2} gh^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) = gh(S_{o,x} - S_{f,x}) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_y^2}{h} + \frac{1}{2} gh^2 \right) = gh(S_{o,y} - S_{f,y}) \quad (2.16)$$

donde

$$S_{o,x} = -\frac{\partial z}{\partial x} \quad S_{o,y} = -\frac{\partial z}{\partial y} \quad (2.17)$$

$$S_{f,x} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{\frac{4}{3}}} \quad S_{f,y} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{\frac{4}{3}}} \quad (2.19)$$

Para formular el transporte de carga de fondo de sedimento se emplea la ecuación de Exner 2D [2]

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \xi \frac{\partial q_{b,x}}{\partial x} + \xi \frac{\partial q_{b,y}}{\partial y} = 0 \quad (2.20)$$

donde, siguiendo la ley de Grass:

$$q_{b,x} = A_g |u|^2 u \quad (2.21)$$

$$q_{b,y} = A_g |u|^2 v \quad (2.22)$$

Relaciones empíricas para la caracterización de la erosión en pilas de puente

Para el cálculo de la erosión en pilas de puente con fines de diseño es habitual emplear relaciones empíricas. En este trabajo se han utilizado las desarrolladas por el USDT. Para estimar la erosión que el flujo puede producir en régimen estacionario tienen en cuenta la reducción de área y los efectos locales junto al pilar del puente.[8]

Erosión debida a la reducción del área:

Debido a la reducción de área la velocidad del flujo aumenta, provocando así el aumento de la capacidad de erosión (Figura 1).

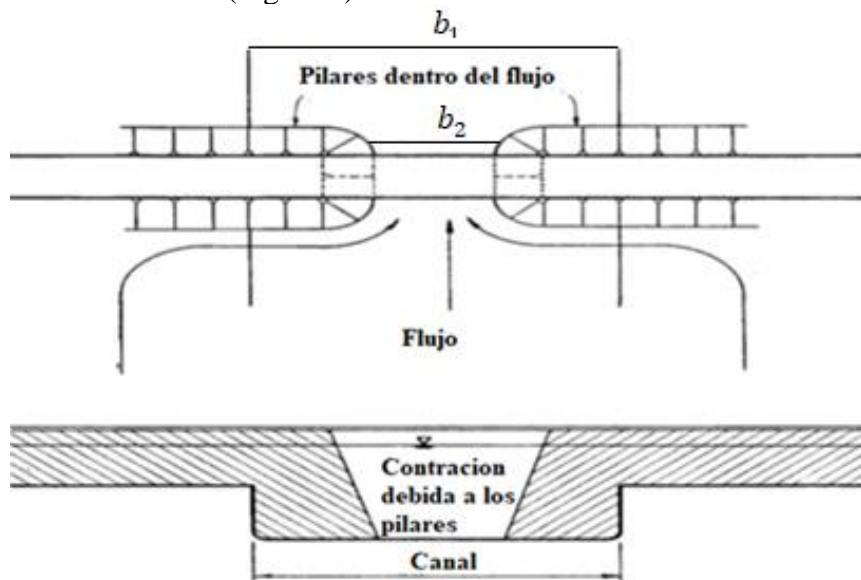


Figura 1-Imagen del alzado(abajo) y planta(arriba) del estrechamiento producido por un puente.

La expresión propuesta se basa en la siguiente relación empírica [8]

$$\frac{h_2}{h_{2,0}} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^{\frac{6}{7}} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{K_0} \quad (2.23)$$

Siendo $h_{2,0}$ y h_2 las profundidades en el estrechamiento antes de la erosión y después de esta respectivamente. Q_2 y Q_1 los caudales en el estrechamiento y aguas arriba de este y b_1 y b_2 los anchos previos al estrechamiento y en este. En nuestro caso, siguiendo [8] el exponente $K_0 = 0.59$

La variación de nivel de fondo debida a la erosión se define como:

$$\Delta_{z,e} = h_2 - h_0 \quad (2.24)$$

donde h_1 es el calado inicial aguas arriba del estrechamiento.

Erosión debido a los efectos locales

Debido a la obstrucción, que supone el pilar para el flujo se produce una aceleración de este y vórtices a su alrededor (Figura 2).

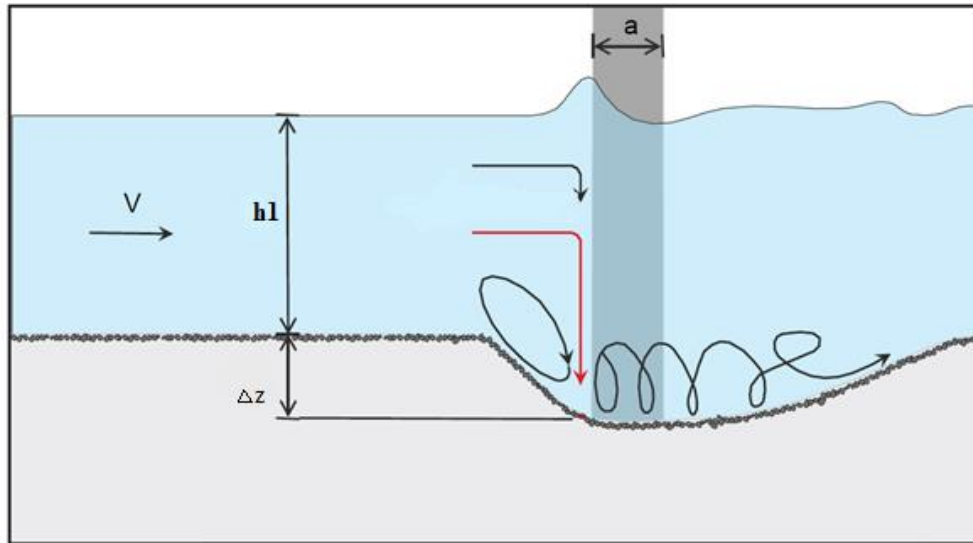


Figura 2- Representación los efectos producidos alrededor de una pila de puente en la que se produce erosión.

La expresión propuesta es la siguiente [8]:

$$\frac{\Delta_z}{a} = 2K_1K_2K_3\left(\frac{h_1}{a}\right)^{0.35}Fr_1^{0.43} \quad (2.25)$$

Donde Δ_z es la profundidad erosionada, h_1 es la profundidad del flujo aguas arriba, a la anchura del pilar, K_1 es el factor de corrección debida a la forma del pilar (Figura 3 y tabla 1), K_2 es el factor de corrección debido al ángulo con el que incide el flujo en el pilar (tabla 2) y $K_3 = 1.1$ es el factor de corrección debido al tipo de fondo. Fr_1 es el número de Froude

$$Fr_1 = \frac{V_1}{(gh_1)^{1/2}} \quad (2.26)$$

donde V_1 es la velocidad del flujo aguas arriba.

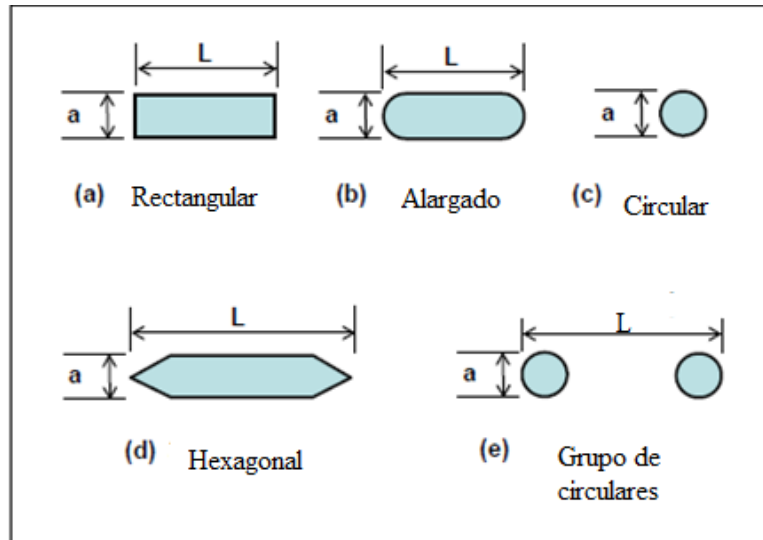


Figura 3- Distintos tipos de pilares

Forma del pilar	K_1
Rectangular	1.1
Alargado	1
Circular	1
Hexagonal	1
Grupo de circulares	0.9

Tabla 1- Valores de K_1 según la geometría de la pila

Para obtener el factor de corrección del ángulo de incidencia del flujo debemos seguir la siguiente expresión:

$$K_2 = \left(\cos\theta + \frac{L}{a} \sin\theta \right)^{0.65} \quad (2.27)$$

Donde si L/a es mayor a 12 se utilizará 12 como valor máximo y θ es el ángulo de incidencia del flujo. En la tabla 2 se tienen distintos valores de K_2 según el ángulo de incidencia del flujo.

Ángulo	$L/a=4$	$L/a=8$	$L/a=12$
0	1.0	1.0	1.0
15	1.5	2.0	2.5
30	2.0	2.75	3.5
45	2.3	3.3	4.3
90	2.5	3.9	5.0

Tabla 2- Valores de K_2 según el ángulo de incidencia del flujo.

3. Fase experimental

En esta sección se va a describir tanto el montaje experimental como los métodos de medida utilizados.

El canal (Figura 4) consta de: depósito de agua, zonas no erosionables de PVC, zona erosionable cubierta de arena con un diámetro de partícula de 1 mm y con una porosidad de 0.34 y finalmente una zona con cierta pendiente no erosionable. Se ubicó un sensor a 80 cm para medir la zona erosionable.

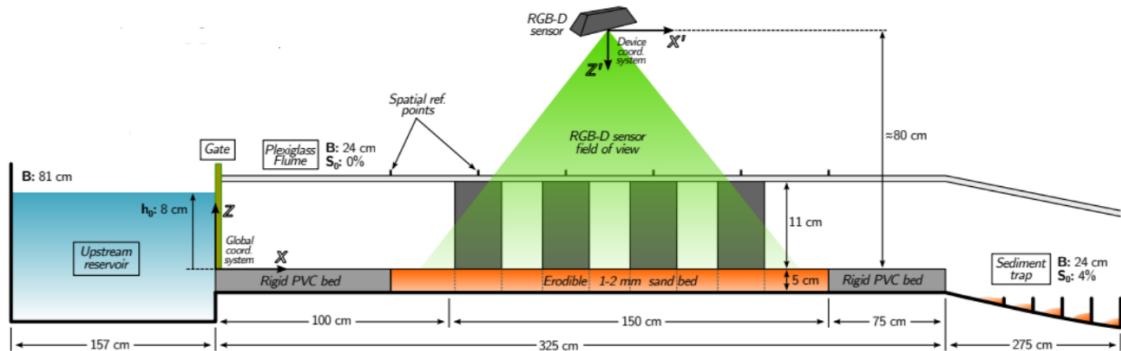


Figura 4- Esquema del canal empleado para los experimentos.

Se han planteado 4 configuraciones distintas: estrechamiento semicircular 5,5 cm de radio (Figura 5), estrechamiento anguloso de 5,5x2,75cm a cada lado (Figura 6), pila de puente alargada de 1,75cm de radio y un cuadrado de 3,5cm de lado (Figura 7) en el centro y pila de puente circular (Figura 8) en el centro de 1,75cm de radio.

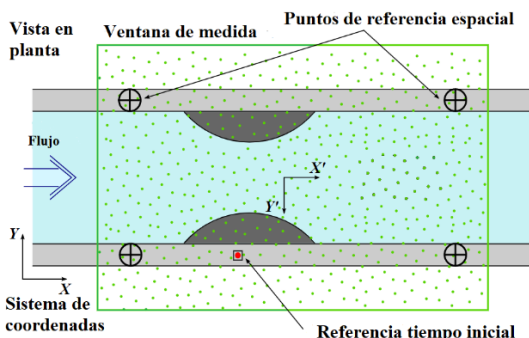


Figura 5- Estrechamiento semicircular

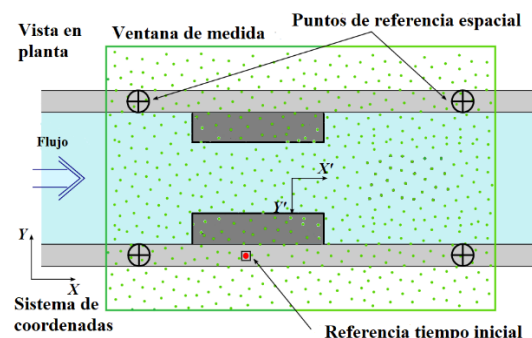


Figura 6- estrechamiento anguloso

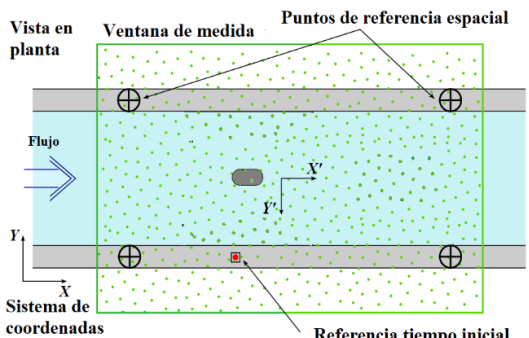


Figura 7- Pilar alargado central

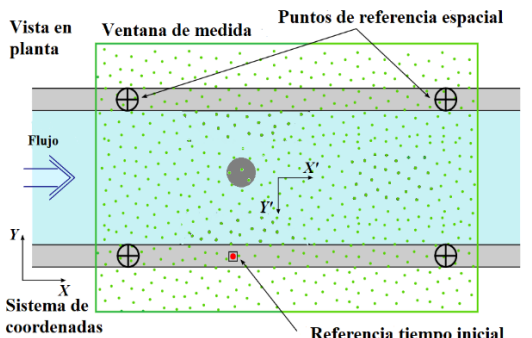


Figura 8- Pilar circular central

Se generó un flujo transitorio sobre cada una de las configuraciones mediante la apertura brusca de una compuerta y liberación del volumen de agua almacenado en el depósito. Los datos de los experimentos fueron capturados después del paso de cada una de las ondas de rotura de presa mediante un sensor RGB-D comercial (Microsoft Kinect para Windows SDK 1.8, 2010). El sensor estaba suspendido 70 cm sobre el fondo del canal original de metacrilato, proporcionando una buena relación entre campo visual (aproximadamente 80-90 cm de longitud), resolución espacial (1.4 mm entre puntos capturados en ambas dimensiones) y precisión de la medida (en torno a 1-2 mm).

El sensor Kinect-v1 proporciona una secuencia de imágenes RGB (640×480 px) y la distancia (profundidad) medida entre el sensor y la superficie erosionable para cada píxel de la imagen. De forma breve, este tipo de sensores se basan en el principio de luz infrarroja estructurada (SL por sus siglas en inglés): un emisor infrarrojo proyecta un patrón estándar estructurado de puntos mediante un diodo laser NIR (850 nm de longitud de onda) sobre los objetos visibles. La deformación aparente del patrón de puntos causada por la posición y forma de los objetos es grabada mediante una cámara NIR monocroma, que observa el ambiente desde un ángulo ligeramente distinto al del emisor infrarrojo. La diferencia relativa entre el patrón estándar proyectado y el deformado capturado por la cámara NIR permite al dispositivo realizar un mapa de profundidades para la imagen VGA.

El sensor Kinect-v1 proporciona tanto la imagen RGB observada como una imagen asociada de profundidad (codificada en 16 bits). La superficie erosionable fue capturada empleando el software Skanect en un ordenador portátil con una frecuencia de 10 Hz aproximadamente. Sin embargo, la tasa real de captura depende tanto de las condiciones de iluminación ambientales para la cámara RGB como de los procesos adicionales que es necesario ejecutar y por tanto no depende del sensor, sino de la capacidad del ordenador empleado, principalmente de sus limitaciones de hardware y de la prioridad de los distintos procesos del sistema operativo. Los datos crudos proporcionados por la Kinect-v1 se procesaron mediante un conjunto de códigos ad-hoc escritos en C++ y basados en las librerías de código abierto libfreenect y libpcl, junto con otros códigos secundarios escritos en Matlab y Python.

Inicialmente, ambos grupos de datos se tratan para generar nubes de puntos tridimensionales, con el color correspondiente asociado a cada uno de ellos. En una segunda etapa, las nubes de puntos originales se proyectan en una malla bidimensional estructurada y constante (tipo raster), eliminando zonas de información referente al flujo y realizado un proceso de reconstrucción de la superficie erosionable para eliminar en la medida de los posibles puntos con información perdida o erróneos. Para obtener la superficie erosionable se promedian entre 60 y 80 medidas bidimensionales instantáneas, obteniendo a partir de este promedio temporal los datos de espesor de la capa de sedimento después del paso de cada una de las roturas de presa. [6]

Resultados

A continuación, se presentan los resultados de las simulaciones para los distintos experimentos, estrechamiento semicircular, estrechamiento anguloso, pilar alargado en el centro y pilar circular en el centro. Para mostrar los resultados se ha expuesto para cada geometría una imagen de la superficie erosionada y una gráfica en la que se muestra el perfil longitudinal en la línea central de esta superficie. En las Figuras de la superficie erosionable se representa en colores rojos la sedimentación y en azules la erosión.

- Estrechamiento semicircular

En la Figura 9 se observa que se han producido dos efectos diferentes, en la zona del estrechamiento se produce erosión y en las zonas previas y posteriores al estrechamiento se produce cierta deposición del material porque el flujo se ralentiza y comienza a depositar.

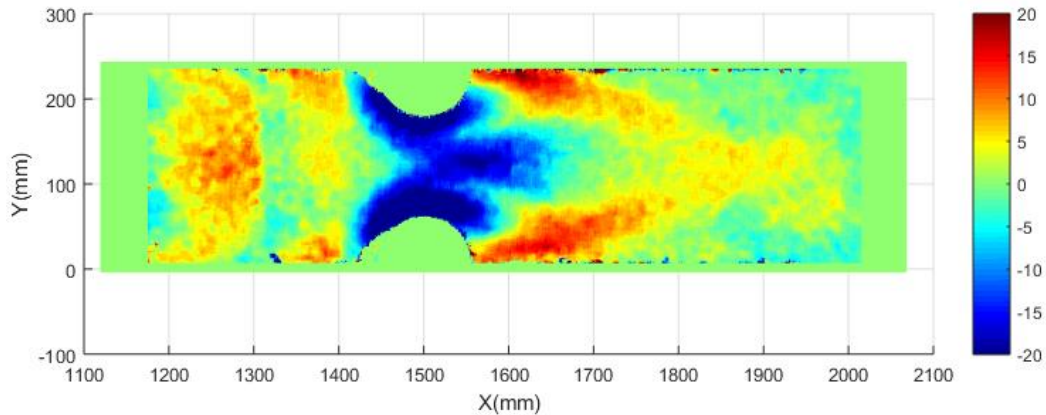


Figura 9- Superficie erosionada experimental, estrechamiento semicircular

La Figura 10 muestra en línea marrón el nivel inicial del fondo y en línea azul el nivel final. Confirma lo representado en la Figura 10, siendo una profundidad máxima de erosión de 20 mm en la zona del estrechamiento y una deposición máxima en las zonas previas al estrechamiento de 7mm. En la zona posterior al estrechamiento la deposición producida es de 2mm.

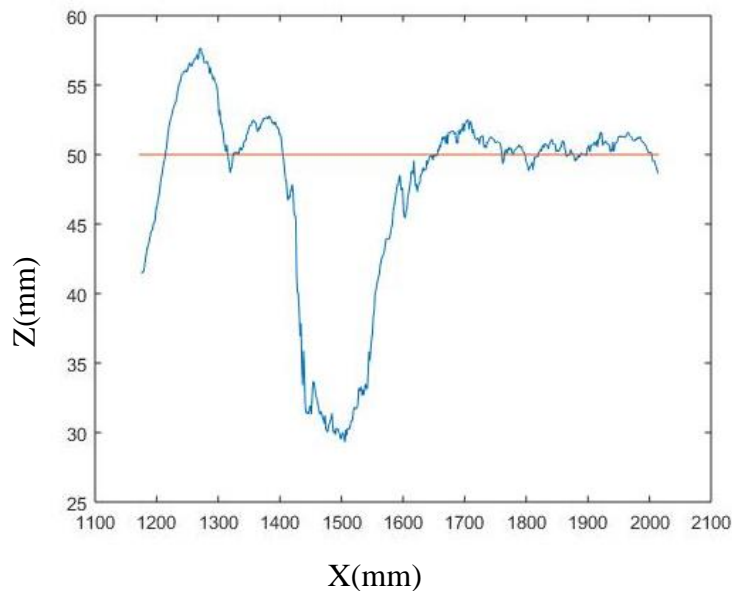


Figura 10- Perfil longitudinal experimental, estrechamiento semicircular

- Estrechamiento anguloso

En la Figura 11 se observa que se han producido dos efectos diferentes, en la zona del estrechamiento se produce erosión y en las zonas previas y posteriores al estrechamiento se produce cierta deposición del material porque el flujo se ralentiza y comienza a depositar.

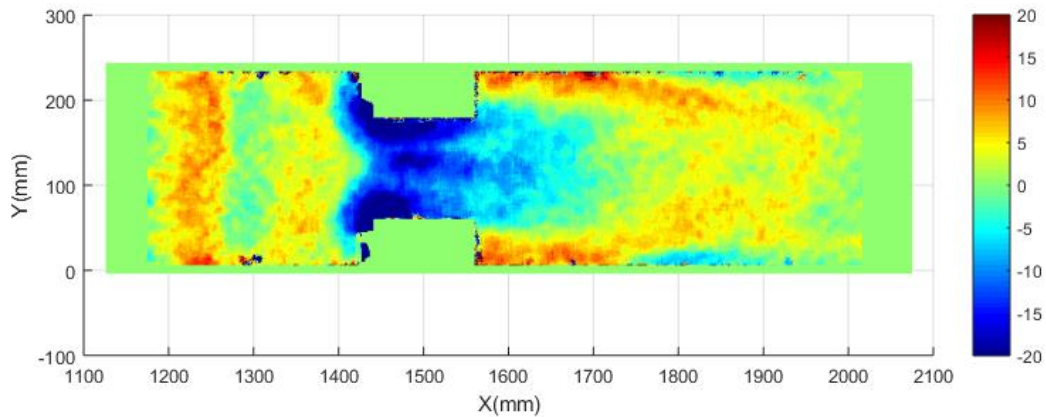


Figura 11- Superficie erosionada experimental, estrechamiento anguloso.

La Figura 12 muestra en línea marrón el nivel inicial del fondo y en línea azul el nivel final. En la zona posterior al estrechamiento la deposición producida es de 4mm.

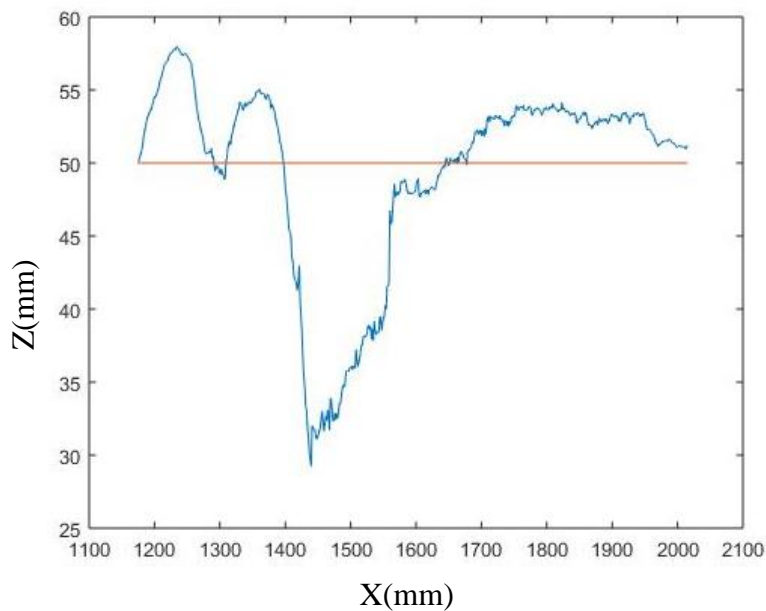


Figura 12- Perfil longitudinal experimental, estrechamiento anguloso

- Pilar alargado central

En la Figura 13 se observa que se ha producido deposición antes y después del pilar, mientras que alrededor de este se ha producido erosión debido a la aceleración del flujo en los alrededores de este.

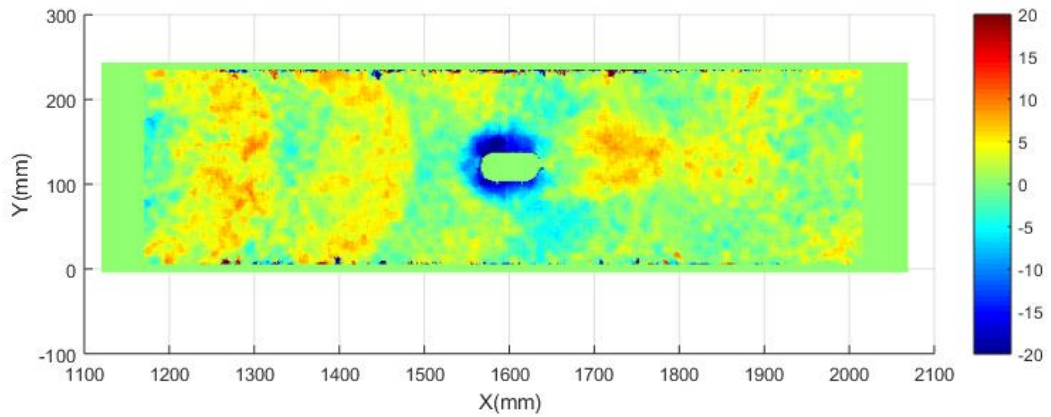


Figura 13- Superficie erosionada experimental, pilar alargado central.

En la Figura 14 se representa la superficie erosionable antes de la rotura de presa en naranja y en azul el resultado después de la rotura de presa. En esta gráfica confirma lo representado en la imagen anterior, siendo una profundidad máxima de erosión en la zona del estrechamiento de 15 mm.

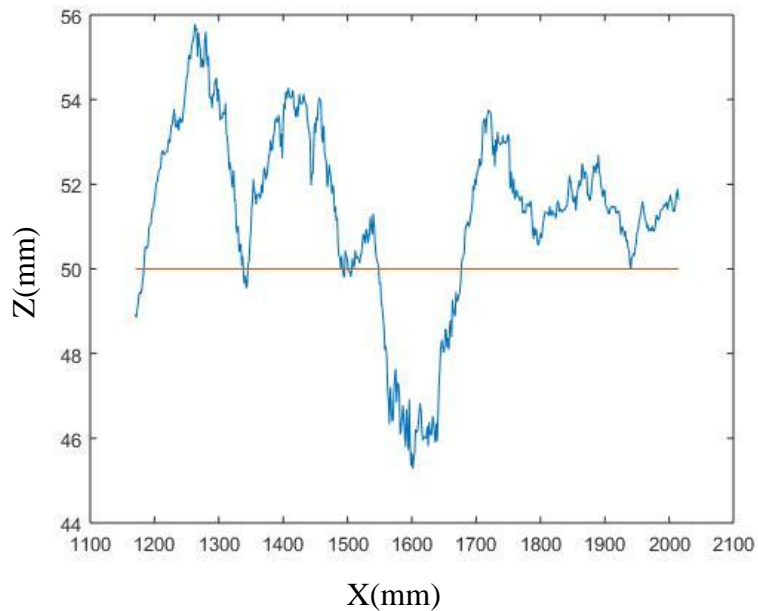


Figura 14-Perfil longitudinal experimental, pilar alargado central

- Pilar circular central

En la Figura 15 se observa que se ha producido deposición antes y después del pilar, mientras que alrededor de este se ha producido erosión.

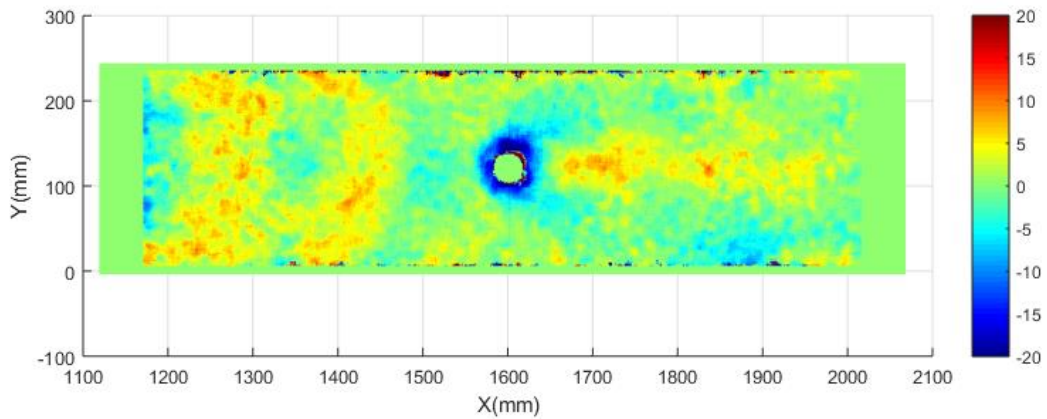


Figura 15-- Superficie erosionada experimental, pilar circular central.

En la Figura 16 se representa la superficie erosionable antes de la rotura de presa en naranja y en azul el resultado después de la rotura de presa. En esta gráfica confirma lo representado en la imagen anterior, siendo una profundidad máxima de erosión en la zona del estrechamiento de 15 mm.

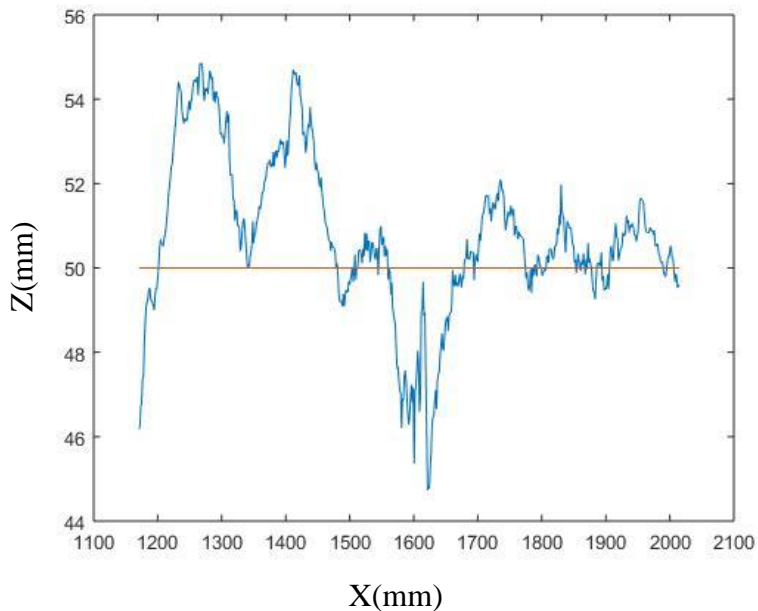


Figura 16- perfil longitudinal experimental superficie erosionable, pilar circular en el centro, experimento

4. Simulaciones numéricas

Este apartado está dividido en dos partes, las simulaciones en estado estacionario que se comparan con las relaciones empíricas desarrolladas por el USDT y las simulaciones que se comparan con los casos experimentales.

Flujo estacionario

En este apartado se van a comparar los resultados de las simulaciones con los resultados obtenidos con las ecuaciones empíricas planteadas por el USDT. Debido a las condiciones de aplicación de las relaciones, las simulaciones se han realizado en estado estacionario.

Para la simulación se ha supuesto un canal de 205 m de longitud y 15 m de ancho, situándose un estrechamiento como el de la Figura 8 con un radio de 5 m. Se ha escogido un canal de estas características para que las condiciones se asemejen a las de un río, gran longitud y anchura. Se ha empleado un coeficiente de Manning del sedimento de 0.025, porosidad de 0.4 y un diámetro de sedimento de 1mm.

Se ha establecido un régimen del flujo subcrítico, es decir, un régimen lento en el que el valor del número de Froude es menor que 1. Por lo tanto, se debe establecer una condición de contorno aguas abajo, en este caso el calado. Para la obtención de esta condición se ha realizado un cálculo analítico previo del calado de equilibrio para cada una de las simulaciones y posteriormente varias simulaciones con el fin de obtener el verdadero valor de esta condición.

En la tabla 3 se presentan los valores del número de Froude, del calado de equilibrio aguas abajo para cada caudal simulado, así como la profundidad de erosión producida por el flujo en el centro del estrechamiento.

Q (m^3/s)	Calado equilibrio (m)	Fr	Delta Z(m)
1	0.136	0.4065	0.0507
3	0.267	0.449	0.0962
5	0.368	0.469	0.1312
7	0.457	0.4819	0.164
9	0.538	0.4913	0.1807
11	0.615	0.4987	0.1897
13	0.688	0.5046	0.2044
15	0.757	0.5096	0.2202
17	0.824	0.5138	0.2359
19	0.889	0.5174	0.2526
21	0.952	0.5205	0.2675
23	1.013	0.5233	0.2865

Tabla 3- condiciones de simulación y erosión máxima casos estacionarios

En la Figura 18 se representa el valor de la máxima erosión frente al caudal. Como se puede observar cuanto mayor es el caudal, mayor es la velocidad del flujo y por lo tanto mayor capacidad de erosión.

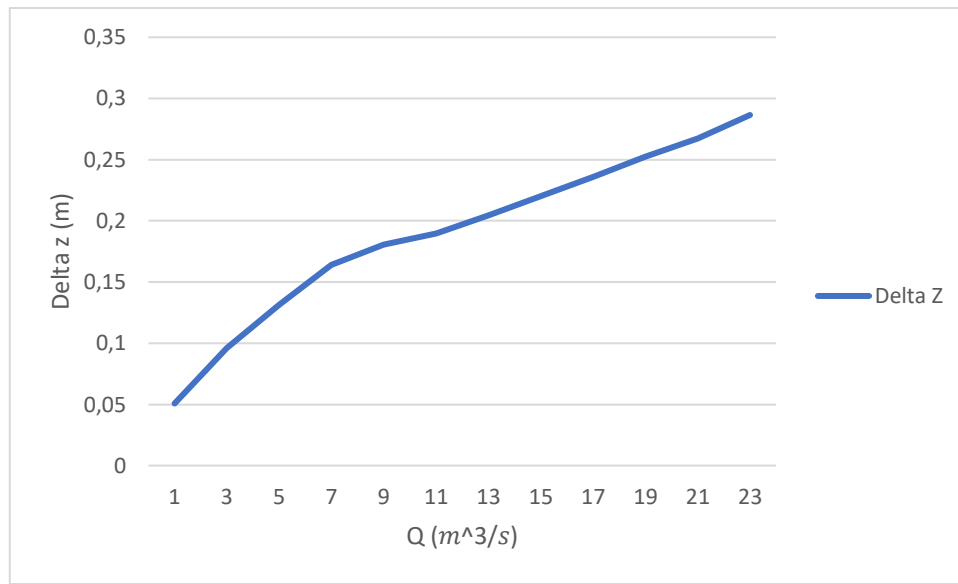


Figura 17- profundidad de erosión frente al caudal, simulación

Además de los valores obtenidos de la simulación se van a usar las relaciones empíricas (2.23), (2.24) y (2.25) para obtener el valor de la profundidad de erosión en el canal supuesto. En primer lugar, la tabla 4 se encuentran los resultados de la relación empírica que hace referencia a la erosión debida a la reducción de área. Los valores de la tabla 4 son las distintas variables de la ecuación (2.23), siendo h_1 y h_2 las profundidades antes de la erosión y después de esta, h_0 la profundidad del flujo aguas arriba y $\Delta_{z,e}$ la profundidad que se ha erosionado.

El valor de h_0 y h_1 se obtienen de las simulaciones, mientras que h_2 y $\Delta_{z,e}$ se obtienen a partir de (2.23) y (2.24).

Efectos debidos a reducción de área				Q (m ³ /s)
h_0 (m)	h_1 (m)	h_2 (m)	$\Delta_{z,e}$ (m)	
0.136	0.136	0.180	0.044	1
0.267	0.267	0.354	0.086	3
0.368	0.368	0.487	0.118	5
0.457	0.457	0.604	0.147	7
0.538	0.538	0.712	0.173	9
0.615	0.615	0.814	0.198	11
0.688	0.688	0.910	0.222	13
0.757	0.757	1.002	0.244	15
0.824	0.824	1.091	0.266	17
0.889	0.889	1.176	0.287	19
0.952	0.952	1.259	0.307	21
1.013	1.013	1.340	0.327	23

Tabla 4-Máxima erosión según relaciones empíricas por reducción de área

En la tabla 5 se encuentran los resultados de la ecuación que hace referencia a la erosión debido a los efectos locales sobre el pilar. Los valores hacen referencia a los de las distintas variables de (2.25), siendo $\Delta_{z,el}$ la profundidad que se ha erosionado.

El valor de h_1 se obtiene de las simulaciones, mientras que el valor de $\Delta_{z,el}$ se obtiene a partir de (2.25)

Efectos locales						
$h_1(m)$	K1	K2	K3	Fr	$\Delta_{z,el}(m)$	$Q(m^3/s)$
0.136	1	1	1.1	0.406	0.177	1
0.267	1	1	1.1	0.449	0.234	3
0.368	1	1	1.1	0.469	0.266	5
0.457	1	1	1.1	0.481	0.291	7
0.538	1	1	1.1	0.491	0.310	9
0.615	1	1	1.1	0.498	0.327	11
0.688	1	1	1.1	0.504	0.342	13
0.757	1	1	1.1	0.509	0.355	15
0.824	1	1	1.1	0.513	0.367	17
0.889	1	1	1.1	0.517	0.378	19
0.952	1	1	1.1	0.520	0.389	21
1.013	1	1	1.1	0.523	0.398	23

Tabla 5-Máxima erosión según relaciones empíricas por efectos locales

En la Figura 20 se representa $\Delta_{z,e}$ en color azul, mientras que en amarillo se representa $\Delta_{z,el}$.

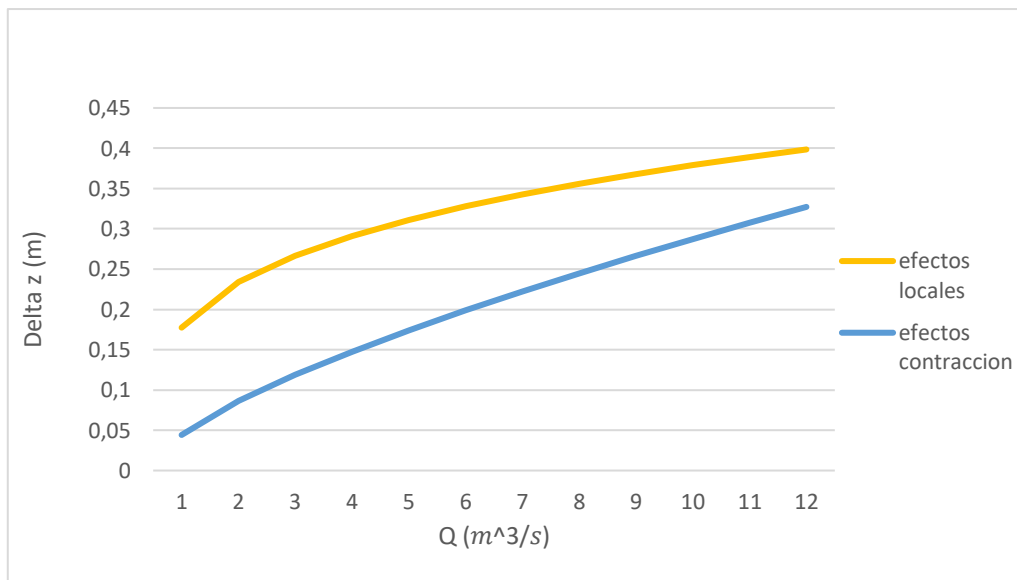


Figura 18-Profundidad erosión frente caudal, relaciones empíricas

Como se puede observar la erosión debida a efectos locales en el pilar es mayor que la que se produce debido al estrechamiento, sin embargo, esta diferencia disminuye cuanto más aumenta el caudal.

Flujo transitorio

En este apartado se van a presentar los resultados de las simulaciones 1D y 2D para las mismas geometrías planteadas en los experimentos, que se pueden ver en las Figuras 5, 6, 7 y 8. En cuanto a las condiciones del sedimento se ha empleado un coeficiente de Manning de 0.01505, un diámetro de partícula de 1 mm y con una porosidad de 0.34. La ley empírica utilizada para modelar el flujo erosivo en conjunto con la ecuación es la de Meyer-Peter-Müller, sin embargo, también se han realizado simulaciones para la ley de Smart, cuyos resultados están en el anexo C.

- Estrechamiento semicircular

Las Figuras 19 y 20 muestran una vista en planta de la distribución de la cota de la superficie erosionable después del paso del agua calculada con los modelos 1D y 2D respectivamente. Puede apreciarse que el modelo 1D solo es capaz de formular fenómenos promedio en cada sección transversal, mientras que los resultados del modelo 2D proporcionan mucho más detalle en las proximidades de los obstáculos laterales.

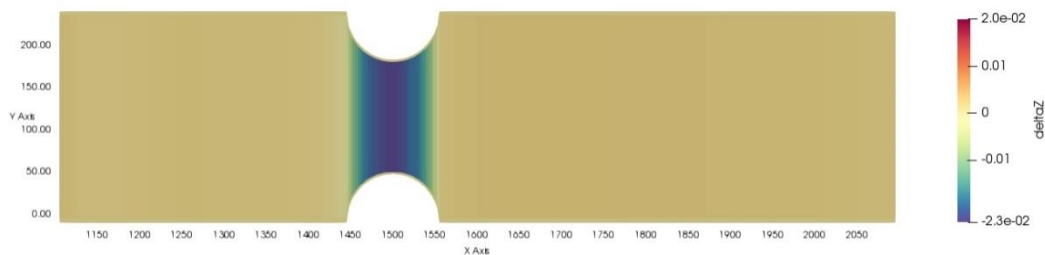


Figura 19- Superficie erosionada, estrechamiento semicircular, simulación 1D

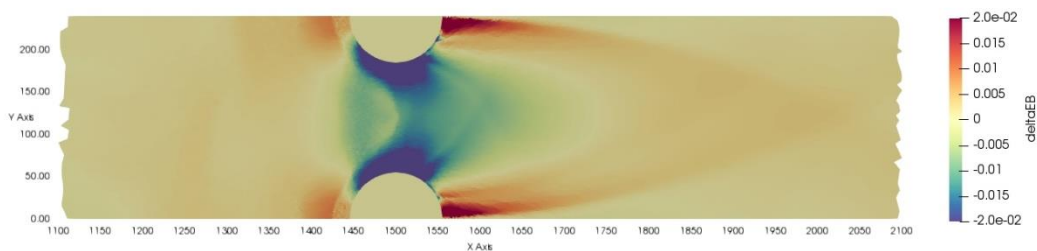


Figura 20- Superficie erosionada, estrechamiento semicircular, simulación 2D

El resto de los casos simulados y su comparación con las medidas se presentan en la siguiente sección.

5. Discusión y conclusiones

En este apartado se presentan las conclusiones obtenidas del trabajo realizado a partir de la comparación de las simulaciones y los experimentos realizados. Se analiza por separado el comportamiento del simulador en los casos de flujo estacionario y en los casos de flujo transitorio.

Resultados flujo estacionario

En este apartado se van a comparar los resultados obtenidos a través de las ecuaciones empíricas (2.23), (2.24) y (2.25), con los resultados de las simulaciones en estado estacionario.

La comparación de los resultados se ha representado en la Figura 36 en la que la línea amarilla hace referencia a la erosión estimada con las relaciones empíricas teniendo en cuenta los efectos locales, la azul la erosión estimada con las relaciones empíricas teniendo en cuenta la reducción de área y la gris la erosión producida en la simulación 1D tras convergencia al estado estacionario.

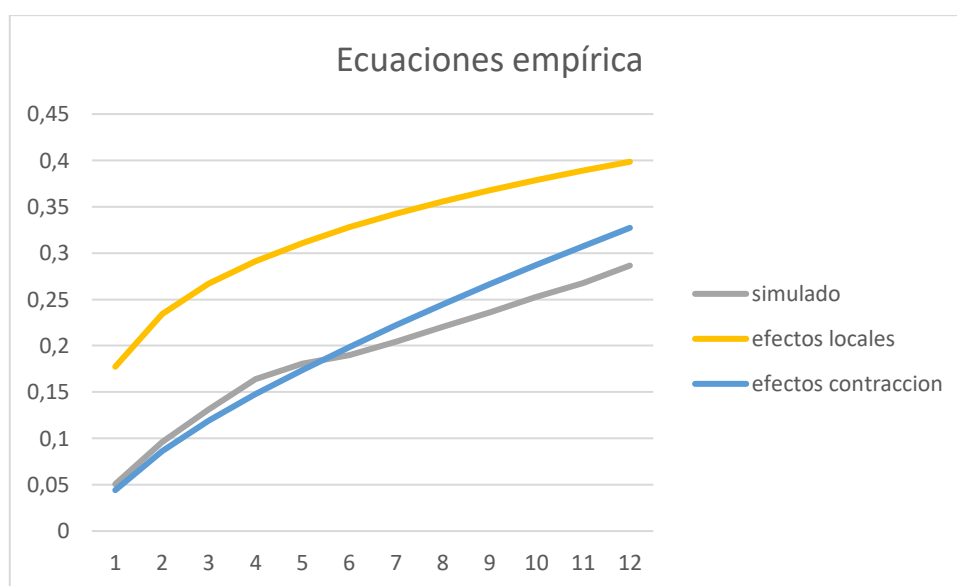


Figura 21- Comparación relaciones empíricas con simulación

Como se puede observar en la gráfica los resultados de la simulación 1D se asemejan mucho a los obtenidos a través de las ecuaciones (2.23) y (2.24), lo que nos indica que las simulaciones 1D no tienen en cuenta la erosión debida a los efectos locales en los pilares.

Resultados flujo transitorio

En este apartado se van a comparar los resultados de flujo transitorio de las simulaciones 1D y 2D con los resultados de los experimentos.

Para realizar las comparaciones se ha representado en cada una de las 4 geometrías empleadas para realizar los estrechamientos la vista en planta del canal donde se ve la profundidad de erosión o la altura de deposición y el perfil longitudinal de la superficie erosionable. Los colores rojos y naranjas indican deposición de material, mientras que los colores azules indican erosión.

- Estrechamiento semicircular

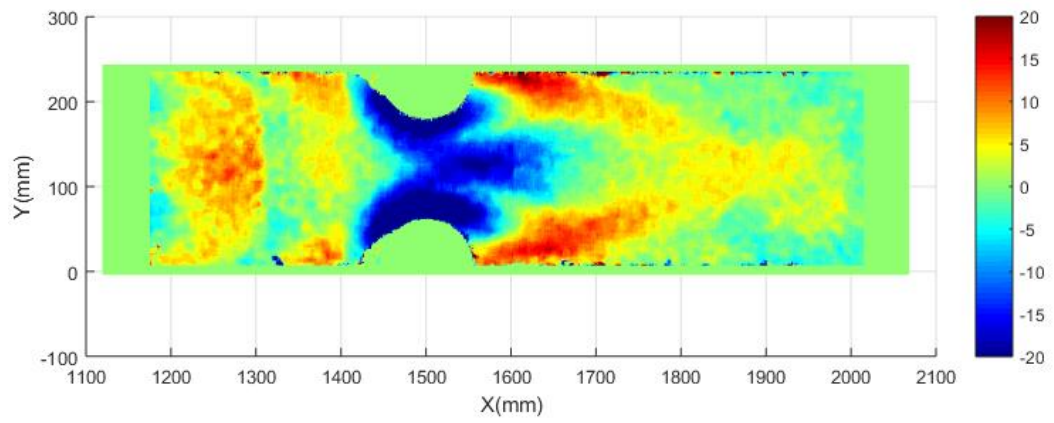


Figura 22- Superficie erosionada experimental, estrechamiento semicircular

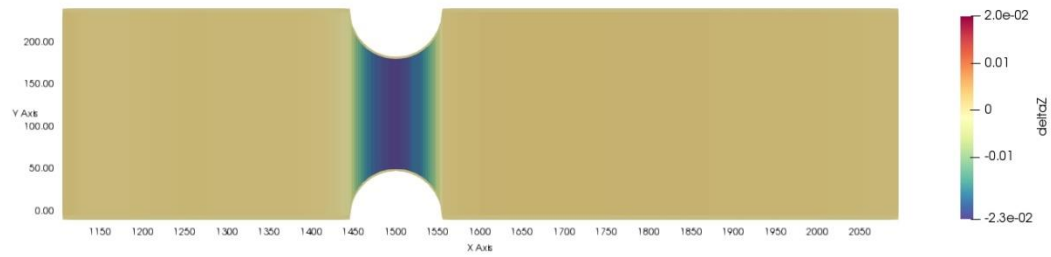


Figura 23- Superficie erosionada, estrechamiento semicircular, simulación 1D

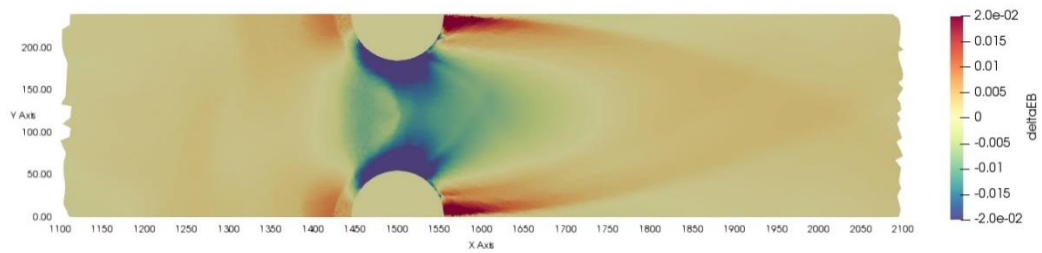


Figura 24- Superficie erosionada, estrechamiento semicircular, simulación 2D

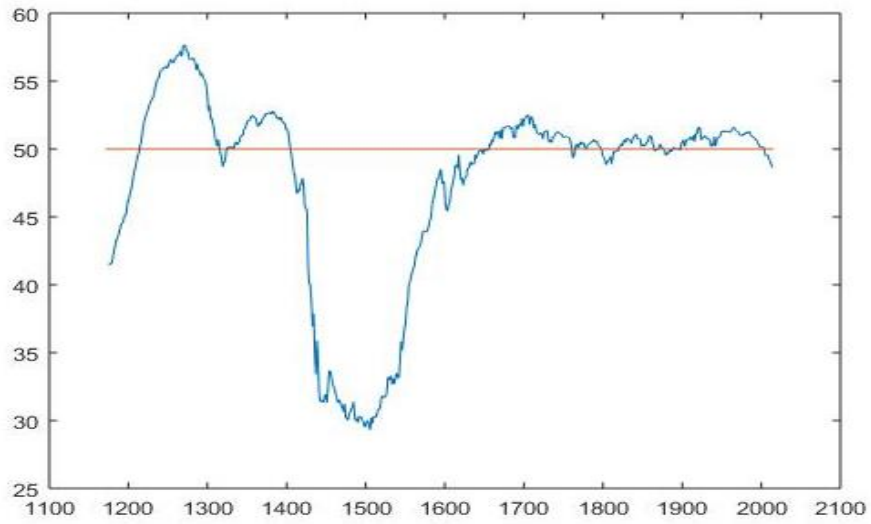


Figura 25- Perfil longitudinal experimental, estrechamiento semicircular

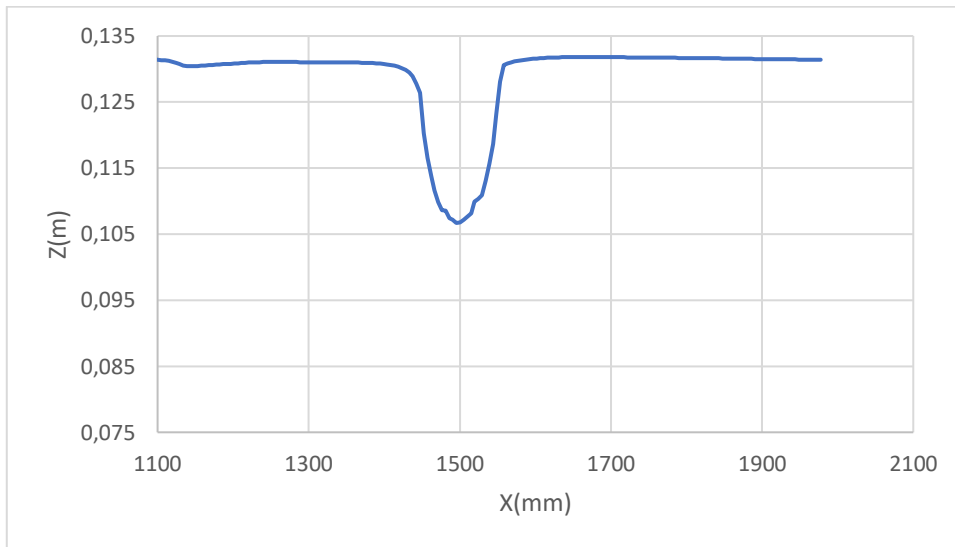


Figura 26- Perfil longitudinal, estrechamiento semicircular, simulación 1D

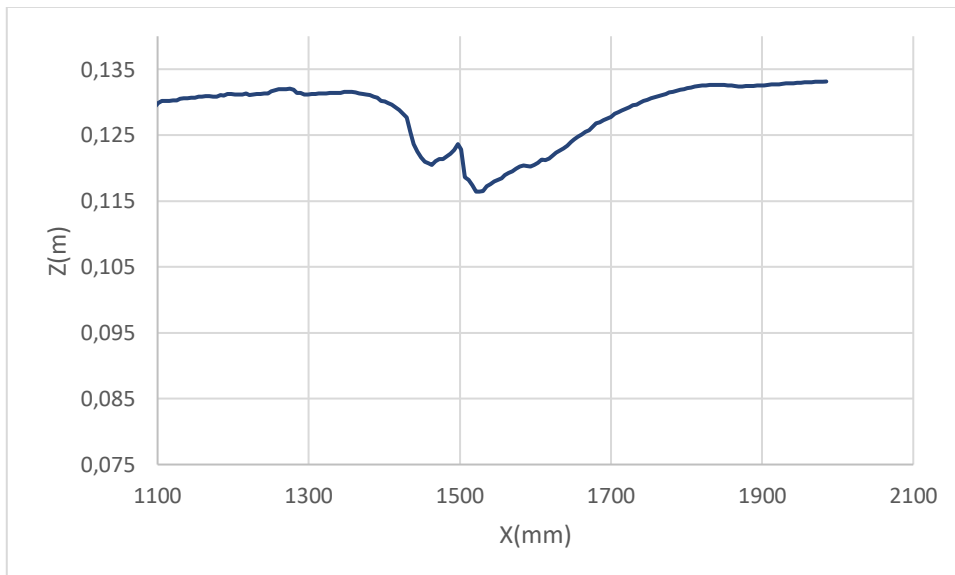


Figura 27- Perfil longitudinal, estrechamiento semicircular, simulación 2D

- Estrechamiento anguloso

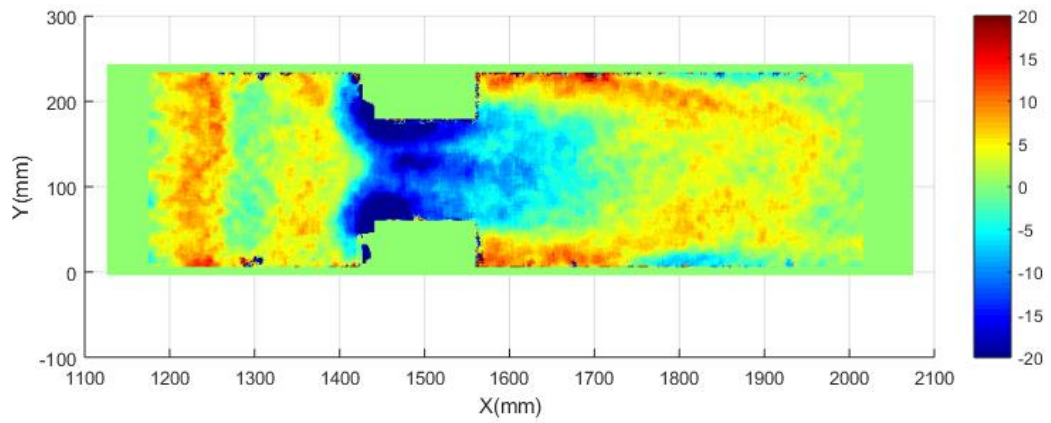


Figura 28- Superficie erosionada experimental, estrechamiento anguloso

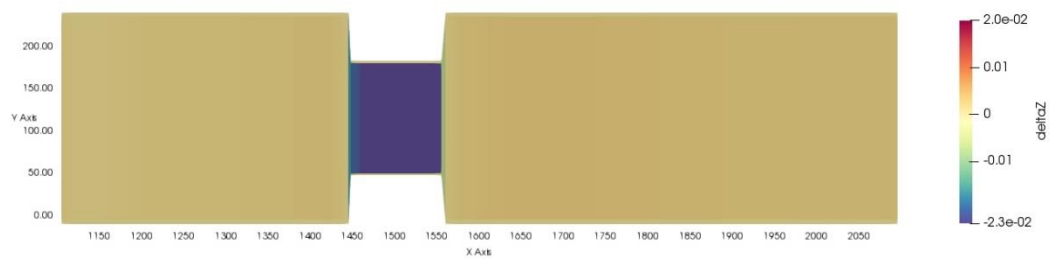


Figura 29- Superficie erosionada, estrechamiento anguloso, simulación 1D

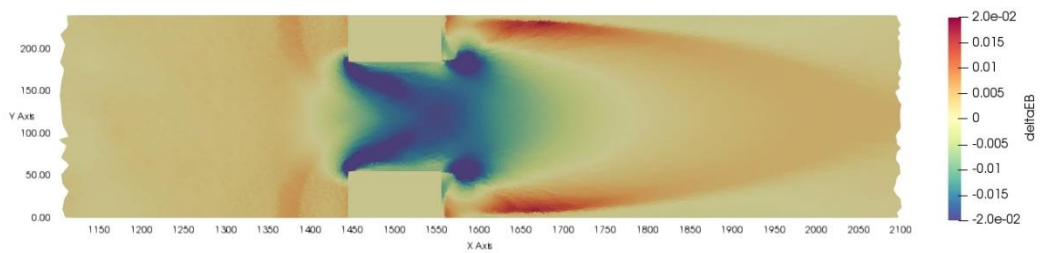


Figura 30- Superficie erosionada, estrechamiento anguloso, simulación 2D

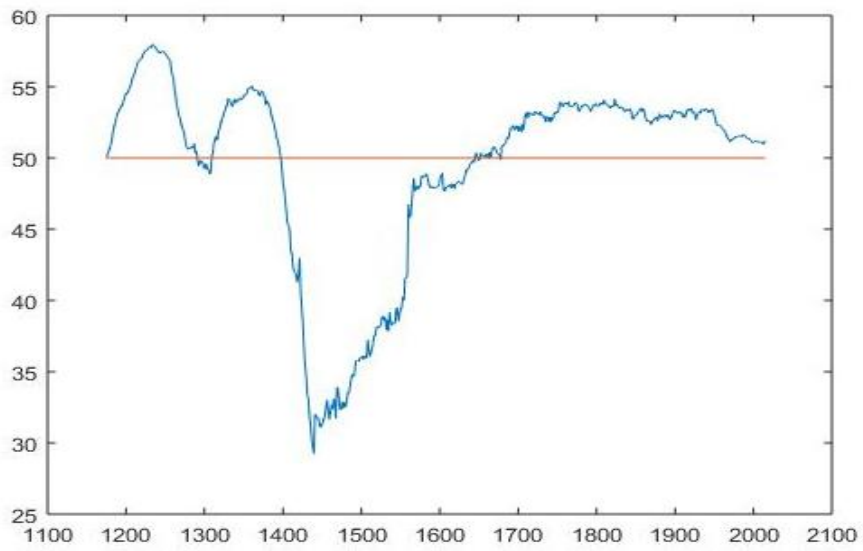


Figura 31- Perfil longitudinal experimental, estrechamiento anguloso

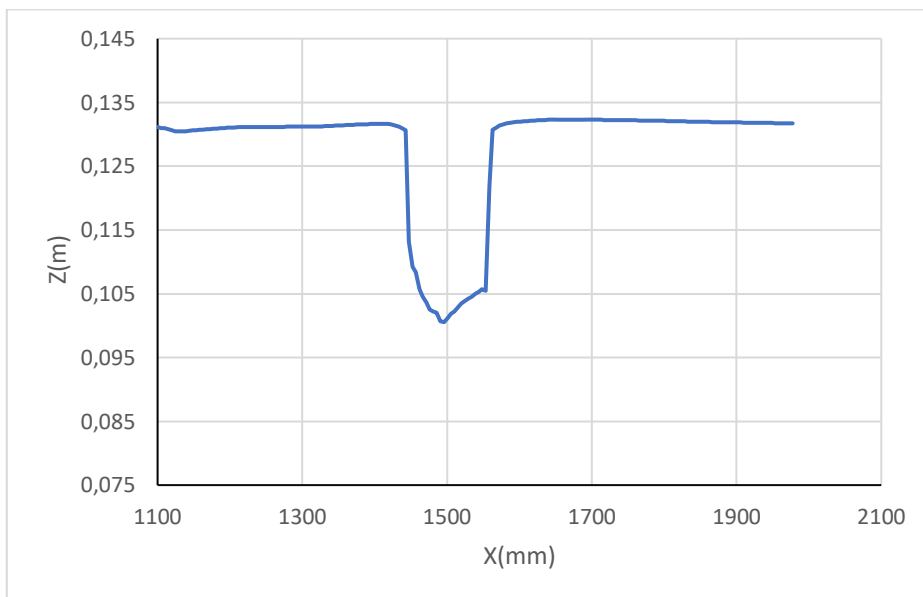


Figura 32- Perfil longitudinal, estrechamiento anguloso, simulación 1D

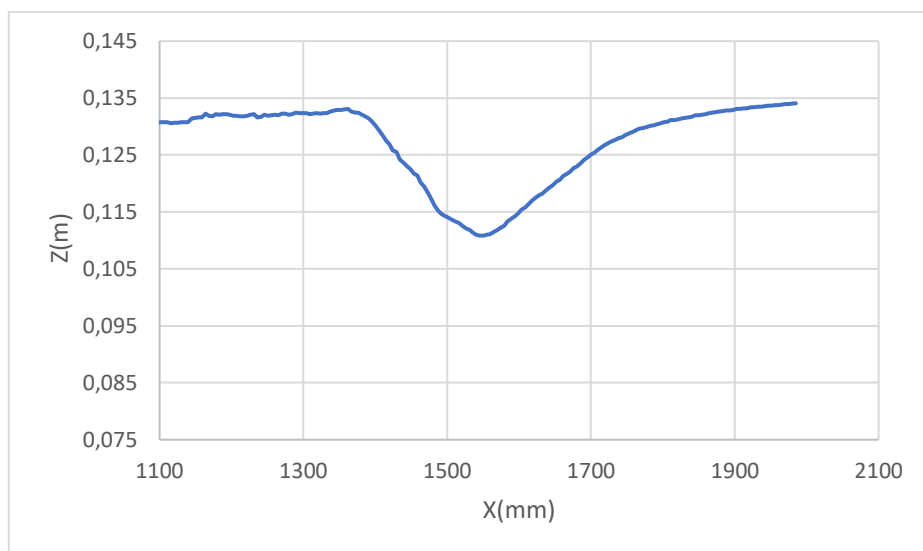


Figura 33- Perfil longitudinal, estrechamiento anguloso, simulación 2D

- Pilar alargado central

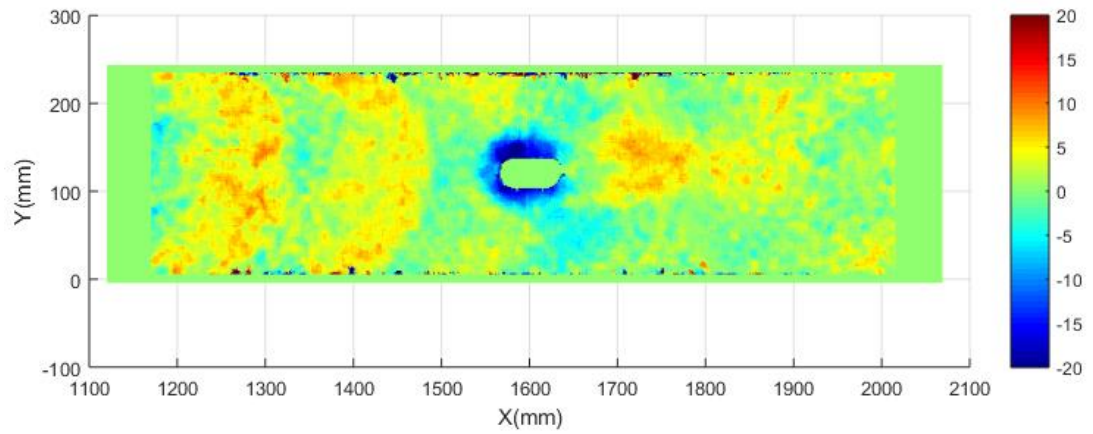


Figura 34- Superficie erosionada experimental, pilar alargado central

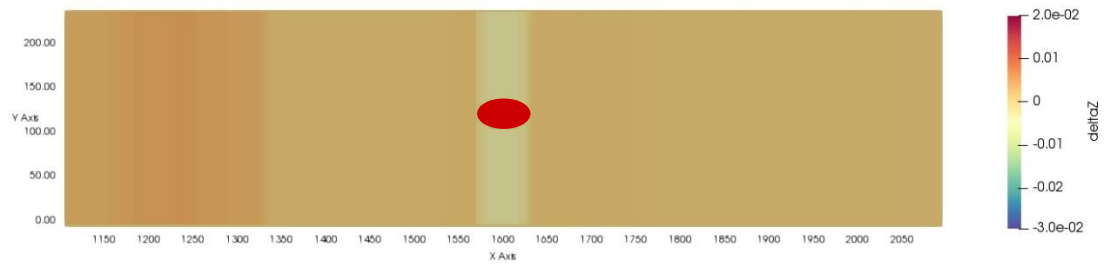


Figura 35- Superficie erosionada, pilar alargado central, simulación 1D

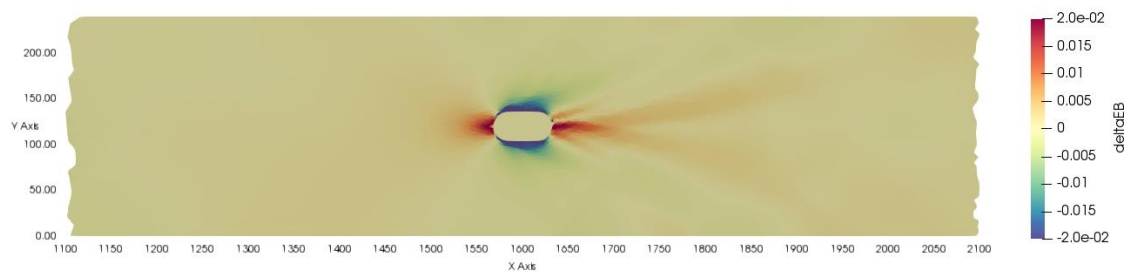


Figura 36- Superficie erosionada, pilar alargado central, simulación 2

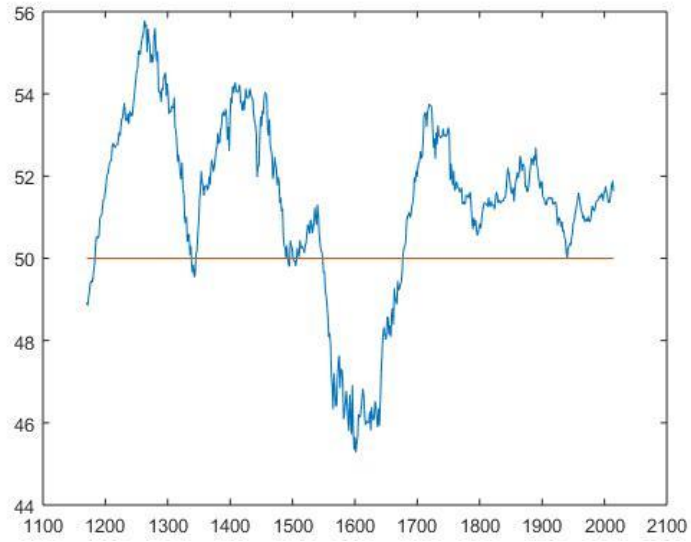


Figura 37- Perfil longitudinal experimental, pilar alargado central

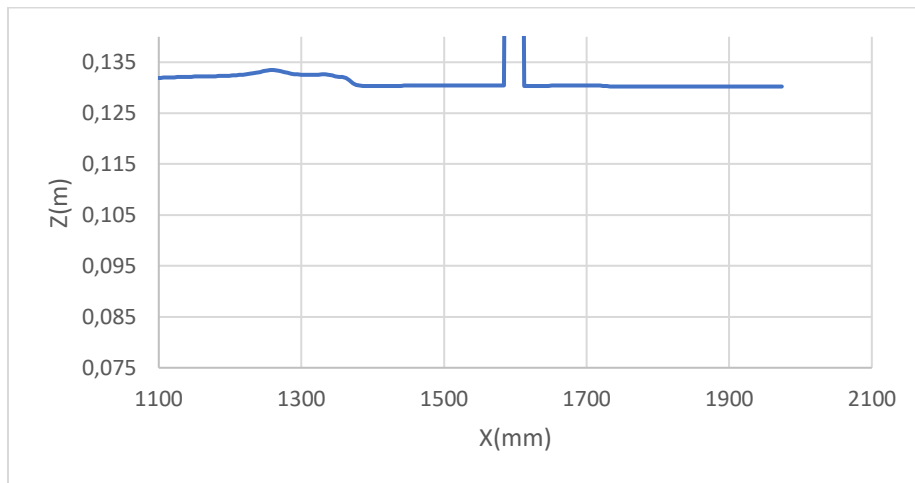


Figura 38- Perfil longitudinal, pilar alargado central, simulación 1D

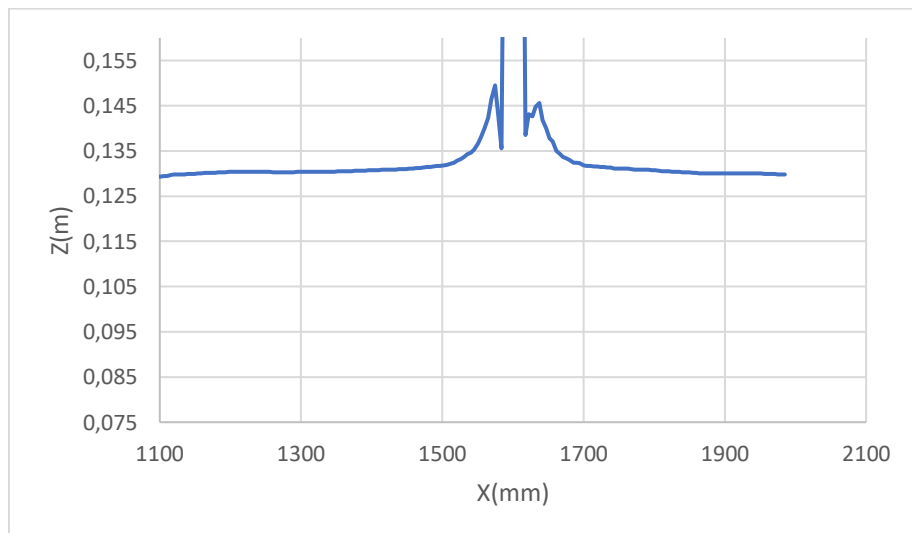


Figura 39- Perfil longitudinal, pilar alargado central, simulación 2D

- Pilar circular central

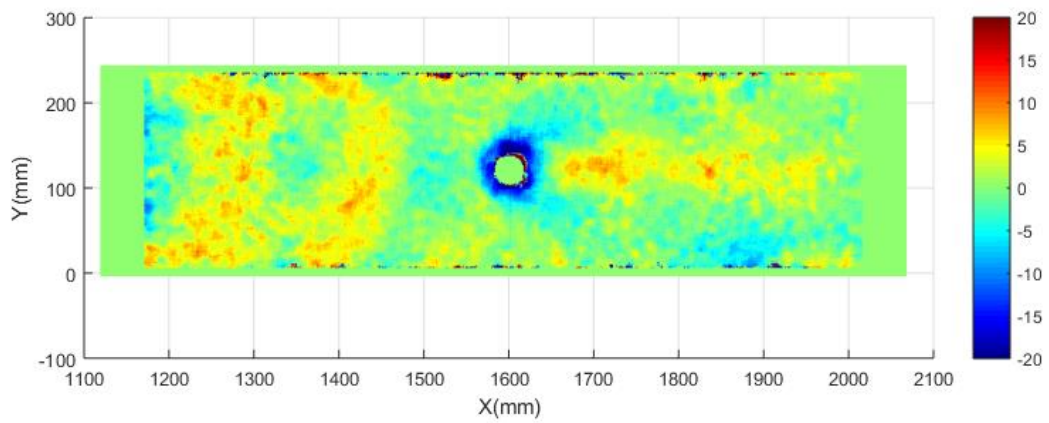


Figura 40- Superficie erosionada experimental, pilar alargado central

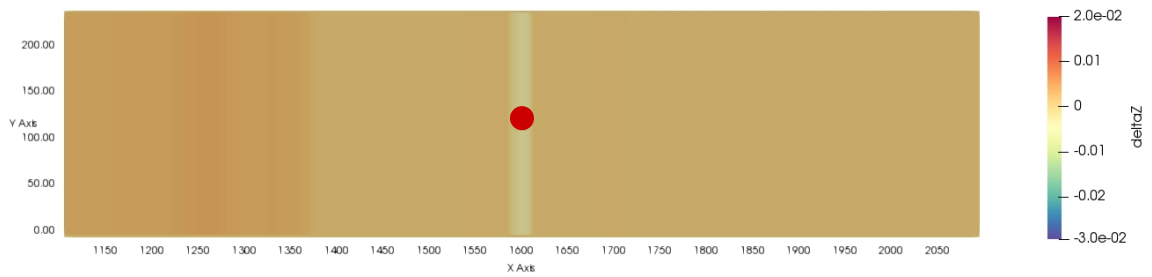


Figura 41- Superficie erosionada, pilar circular central, simulación 1D

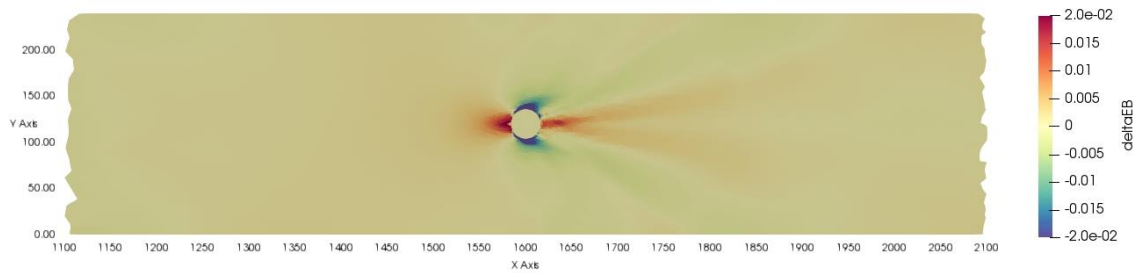


Figura 42- Superficie erosionada, pilar circular central, simulación 2D

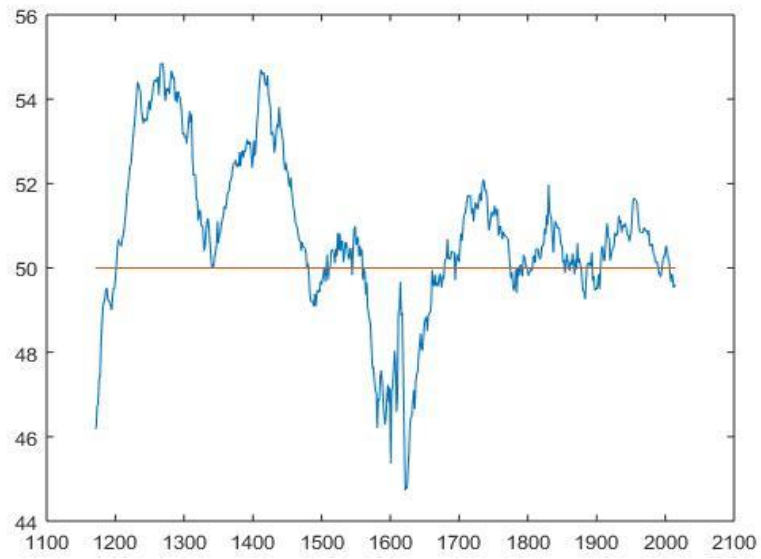


Figura 43- Perfil longitudinal experimental, pilar circular central

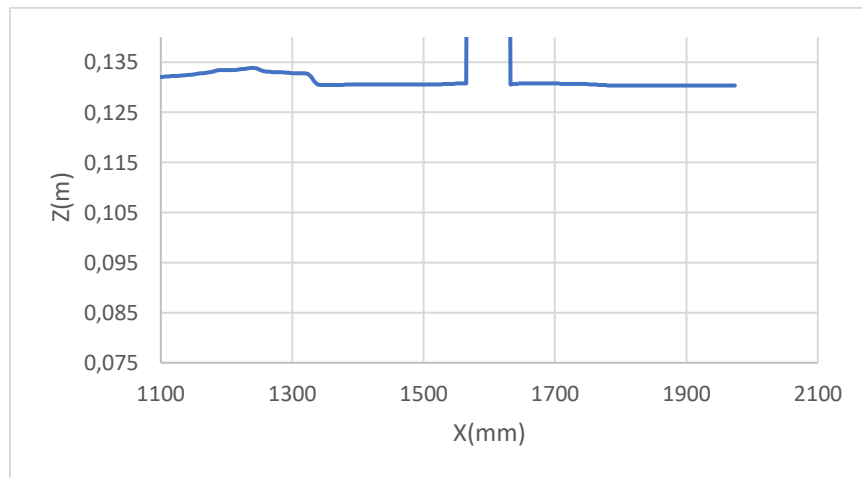


Figura 44- Perfil longitudinal, pilar circular central, simulación 1D

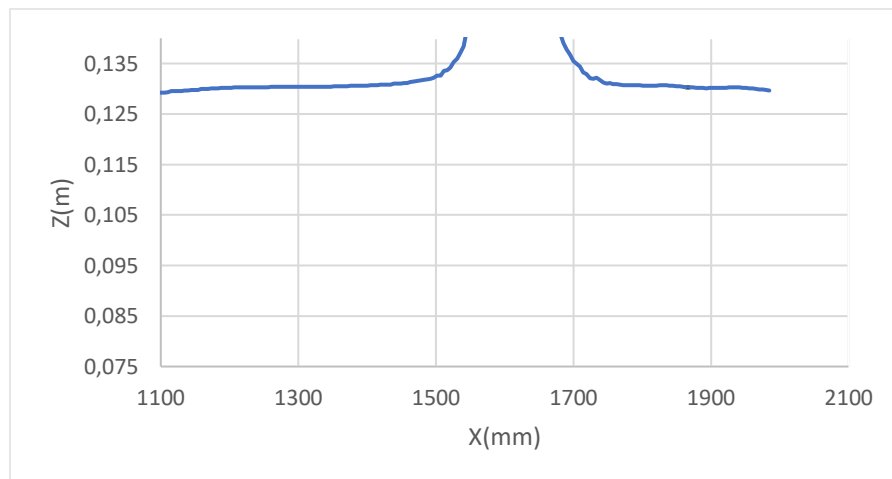


Figura 45- Perfil longitudinal, pilar circular central, simulación 2D

Conclusiones

La finalidad de este Trabajo Fin de Grado ha sido Calibración y validación de modelos morfodinámicos para la caracterización de la erosión en presencia de pilas de puente, es decir, comprobar el correcto funcionamiento de los códigos desarrollados y proponer mejoras. Para poder lograr esto, ha sido necesario familiarizarse con la formulación matemática y los códigos empleados. Además, se han realizado diversos casos experimentales para las distintas geometrías.

En cuanto a los objetivos marcados al principio del Trabajo Fin de Grado se han podido realizar con éxito experimentos y se ha llevado a cabo la comparación con sus correspondientes simulaciones en 1D y 2D. Además, se han contrastado las predicciones de máxima erosión en las pilas de puente proporcionadas por las simulaciones 1D con las de relaciones empíricas desarrolladas por el departamento de transporte de Estados Unidos utilizadas habitualmente para el diseño de estructuras.

Por lo tanto, de todos los resultados expuestos podemos obtener varias conclusiones.

En primer lugar, a partir de las simulaciones que se han comparado con las relaciones empíricas, se ha comprobado que reproducen fielmente la erosión debido a la reducción de área al introducir un estrechamiento. Sin embargo, no tienen en cuenta los efectos locales que se producen en las zonas cercanas a las pilas de puente, debido a las limitaciones de los modelos 1D que trabajan con valores promedio en la sección transversal.

En segundo lugar, la comparación de las simulaciones con los resultados experimentales en flujo transitorio indica que ambos modelos 1D y 2D ofrecen una predicción adecuada. Las simulaciones 1D únicamente permiten saber en qué áreas se produce erosión o deposición de material, no nos aportan detalles de estos fenómenos. En cambio, como se ha observado las simulaciones 2D nos aportan muchos más detalles, reproduciendo mucho mejor los resultados experimentales.

Por tanto, hay que resaltar la necesidad de realizar simulaciones a la hora de realizar la construcción de un puente para predecir los posibles efectos de erosión y deposición en estos ya que solo con leyes empíricas se pierde información.

Finalmente, en cuanto a las posibles mejoras que se pueden llevar a cabo en los códigos con el fin de que se puedan corregir los errores encontrados, se propone el uso de más de una ley empírica a la hora de modelar el transporte de sedimento, dado que se ha observado que según cual se utilice hay resultados distintos.

Bibliografía

- [1] C. Juez, J. Murillo, P. García Navarro. Numerical assesment of bed load discharge formulations for transient Flow 1D and 2D situations. *J. Hydronif*, 2013;15(4): 1234-57
- [2] C. Juez, J. Murillo, P. García Navarro. A 2D weakly-couple and efficient numerical model for transient shallow Flow and movable bed. *Adv. Water Resources* 2014; 71:93-109.
- [3] H. Chanson. *Hidráulica de flujo en canales abiertos*, 2002.
- [4] J. Murillo, P. Garcia Navarro. An Exner based couple model for two dimensional transient flow over erodible bed. *Journal of computacional phisics* 229(23): 8704-32, 2010.
- [5] S. Martínez-Aranda, J. Murillo, P. García Navarro. A 1D numerical model for the simulation of unsteady and highly erosive flows in rivers. *Computers and Fluids* 181,8-34, 2019.
- [6] S. Martínez-Aranda. *Evaluación experimental y numérica de la erosión en canales por ondas de rotura de presa*, 2017. Trabajo Fin de Máster.
- [7] S. Martínez Aranda, J. Fernández Pato, D. Caviedes, D. Caviedes-Voullième, I. Garcia-Palacín. Towards transient experimental wáter surfaces: A new benchmark dataset for 2D shallow water solvers. *Adv. in Water Resources*, 121: 130-149, 2018.
- [8] US Department of Transportation. *Instrucción técnica, FHWA-HIF-12-003*, 2012.
- [9] W. Wu. *Computational River Dynamics*. NetLibrary, Inc. CRC Press, 2007.
- [10] Z. Cao, R. Day, S. Egashira. Couple and decouple numerical modeling of Flow and morphological evolution in aluvial rivers. *Journal of hidraulic engineering*, 128(3):306-321, 2002

A. Modelo numérico

En este capítulo se describe el modelo numérico empleado en las simulaciones realizadas, se va a describir el modelo numérico 2D, aunque para las simulaciones 1D se ha empleado un modelo análogo.

En cuanto a la formulación del flujo en 2D es la siguiente:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = S(U, x, y) \quad (\text{A.1})$$

Donde

$$U = (h, q_x, q_y)^T \quad (\text{A.2})$$

Son variables conservativas; h representa la profundidad del agua, $q_x = hu$ y $q_y = hv$ con (u, v) las componentes promediadas en profundidad del vector U a lo largo de (x, y) como coordenadas respectivamente. Los flujos de estas variables están dados por:

$$F = (q_x, \frac{q_y^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2, \frac{q_x q_y}{h})^T \quad (\text{A.3})$$

$$G = (q_y, \frac{q_x q_y}{h}, \frac{q_x^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2)^T \quad (\text{A.4})$$

Donde g es la aceleración de la gravedad. El término S hace referencia a lo siguiente:

$$S = \left(0, \frac{p_{b,x}}{\rho_w} - \frac{\tau_{b,x}}{\rho_w}, \frac{p_{b,y}}{\rho_w} - \frac{\tau_{b,y}}{\rho_w} \right)^T \quad (\text{A.5})$$

que expresa la componente x y la componente y de la presión a lo largo del fondo, $p_{b,x}$ y $p_{b,y}$, siendo ρ_w la densidad del agua, que formulado de diferente manera la pendiente del fondo S_0 se expresa:

$$\frac{p_{b,x}}{\rho_w} = ghS_{o,x} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{p_{b,y}}{\rho_w} = ghS_{o,y} \quad (\text{A.7})$$

$$S_{o,x} = -\frac{\partial z}{\partial x} \quad (\text{A.8})$$

$$S_{o,y} = -\frac{\partial z}{\partial y} \quad (\text{A.9})$$

Y la tensión en el fondo $\tau_{b,x}$ y $\tau_{b,y}$.

El jacobiano del flujo normal en una dirección dada por el vector, n , $E_n = Fn_x + Gn_y$ se define de la siguiente manera:

$$J_n = \frac{\partial E_n}{\partial U} = \frac{\partial F}{\partial U} n_x + \frac{\partial G}{\partial U} n_y \quad (\text{A.9})$$

Donde sus componentes son:

$$J_n = \begin{pmatrix} 0 & n_x & n_y \\ (g_z h - u^2)n_x - uvn_y & vn_y + 2un_y & un_y \\ (g_z h - v^2)n_y & vn_y & un_x + 2vn_y \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Siendo los valores propios de esta matriz $\lambda_1 = un - c$, $\lambda_2 = un$, $\lambda_3 = un + c$ (con $c = \sqrt{gh}$), siendo estos valores propios las velocidades de onda y nos proporcionan información sobre la dirección en la que viaja la información.

En cuanto a la formulación de la ecuación de transporte se formula ecuación de Exner:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \xi \frac{\partial q_{s,x}}{\partial x} + \xi \frac{\partial q_{s,y}}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.11})$$

Donde z es la elevación del fondo, $\xi = \frac{1}{1-p}$, p es la porosidad del material, $\partial q_{s,x}$ y $\partial q_{s,y}$ es el flujo de descarga de material sólido a lo largo de las coordenadas (x, y) que depende de la profundidad media h y las velocidades medias u y v .

En cuanto al modelo de volumen finito se introduce la siguiente ecuación integrada en una celda Ω_i :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot E d\Omega = \int_{\Omega} S d\Omega \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \int_{\Omega} \xi (\nabla \cdot q_s) d\Omega = 0 \quad (\text{A.13})$$

Aplicando el teorema de Gauss, las ecuaciones anteriores se reescriben de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_i} U d\Omega + \oint_{d\Omega_i} E_n dl = \int_{\Omega_i} S d\Omega \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \oint_{d\Omega_i} \xi q_{sn} dl = 0 \quad (\text{A.15})$$

Donde el vector n tiene dirección hacia fuera de la celda Ω_i . La segunda integral en la expresión (C.15) se puede expresar como la suma de los contornos de las celdas.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_i} U d\Omega + \sum_{k=1}^{NE} \int E_{nk} dl_k = \int_{\Omega_i} S d\Omega_i \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_i} z d\Omega + \sum_{k=1}^{NE} \xi \int q_{snk} dl_k = 0 \quad (\text{A.17})$$

Con $n_k = (n_x, n_y)$ el vector saliente hacia el contorno de la celda k , dl_k es paralelo en la dirección del contorno y NE es el número de contornos en la celda i .

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_i} U d\Omega + \sum_{k=1}^{NE} E_{nk} l_k = \int_{\Omega_i} S d\Omega_i \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_i} U d\Omega + \sum_{k=1}^{NE} \xi q_{snk} l_k = 0 \quad (\text{A.19})$$

La ecuación (C.17) se puede resolver empleando aproximaciones lineales donde U_i^n es el valor medio de la celda de la solución $U(x, y, t)$ para la celda i en el tiempo t^n .

$$U_i^n = \frac{1}{A_i} \int_{\Omega_i} U(x, y, t^n) d\Omega_i \quad (\text{A.20})$$

Siendo A_i el área de la celda.

El modelo se apoya en que, a partir de $E_n, \widetilde{J}_{n,k}$ podemos escribir:

$$\delta(E_n)_k = \widetilde{J}_{n,k} \delta U_k \quad (\text{A.21})$$

Esta aproximación proporciona, 3 valores propios $\widetilde{\lambda}_k^m$ y 3 vectores propios \widetilde{e}_k^m . Con ellos es posible definir la matriz $\widetilde{P} = (\widetilde{e}^1, \widetilde{e}^2, \widetilde{e}^3)$. A través de \widetilde{P} y \widetilde{P}^{-1} es posible diagonalizar la matriz \widetilde{J}_k .

$$\widetilde{P}_K^{-1} \widetilde{J}_{n,k} \widetilde{P} = \widetilde{\Lambda}_k \quad (\text{A.22})$$

Con $\tilde{\Lambda}_k$ matriz diagonal con los valores propios $\tilde{\lambda}_k^m$ en la diagonal principal.

$$\tilde{\Lambda}_k = \begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_k^1 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\lambda}_k^1 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\lambda}_k^1 \end{pmatrix}_k \quad (\text{A.23})$$

La diferencia entre el vector U a lo largo del contorno se proyecta en la base de la matriz de valores propios.

$$\delta U_k = \tilde{P}_k A_k \quad (\text{A.24})$$

Donde $A_k = (\alpha^1, \alpha^2, \alpha^3)_k^T$ contiene las fuerzas de onda

Además, para unir los términos con los valores propios, también se proyectan en la matriz de vectores propios.

$$(\tilde{S}_n)_k = (\tilde{P}B)_k \quad (\text{A.25})$$

Con $B_k = (\beta^1, \beta^2, \beta^3)_k^T$. La matriz δM_k se puede expresar de la siguiente manera:

$$\delta M_k = \tilde{f}_{n,k} \delta U_k - \tilde{P}_k (B)_k = \sum_{m=1}^3 (\tilde{\lambda}_k^m \alpha^m)_k \quad (\text{A.26})$$

Con

$$\theta_k^m = \left(1 - \frac{\beta^m}{\tilde{\lambda}_k^m \alpha^m}\right)_k \quad (\text{A.26})$$

En forma matricial

$$\delta M_k = (\tilde{P} \tilde{\Lambda} \Theta \tilde{P}^{-1})_k \delta U_k \quad (\text{A.27})$$

Además, el valor para la matriz $L_{n,k}$ se puede expresar

$$L_{n,k} = (\tilde{P} \tilde{\Lambda} \Theta \tilde{P}^{-1})_k \quad (\text{A.28})$$

Donde Θ es la matriz diagonal

$$\Theta_k = \begin{pmatrix} \theta^1 & 0 & 0 \\ 0 & \theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \theta^3 \end{pmatrix}_k \quad (\text{A.29})$$

La definición de la matriz $L_{n,k}$ permite definir directamente la propagación de la onda hacia la derecha y la izquierda. De esta manera, el flujo δM_k se escribe de la siguiente manera:

$$\delta M_k = \delta M^-_{i,k} + \delta M^+_{j,k} \quad (\text{A.30})$$

con

$$\delta M^-_{i,k} = (\tilde{P}\tilde{\Lambda}\tilde{\Theta}\tilde{P}^{-1})_k \delta U_k \quad (\text{A.31})$$

$$\delta M^+_{i,k} = (\tilde{P}\tilde{\Lambda}\tilde{\Theta}\tilde{P}^{-1})_k \delta U_k \quad (\text{A.32})$$

Por lo tanto

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \sum_{k=1}^{NE} \delta M_{i,k} - \frac{\Delta t l_k}{A_i} \quad (\text{A.33})$$

El super índice nos permite distinguir el flujo saliente de la celda i en el borde k .

En cuanto al modelo morfodinámico se pueden aplicar los mismos pasos a la ecuación

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \xi \frac{\partial q_{sn}}{\partial x'} = 0 \quad (\text{A.34})$$

Usando la forma integral en la ecuación anterior

$$\int_{-\Delta x'}^{\Delta x'} z(x', t = \Delta t) dx' = \Delta x' (z_i + z_j) - \xi \delta q_{sn} \Delta t \quad (\text{A.35})$$

La expresión para la velocidad de onda que contiene el nivel del lecho

$$\tilde{\lambda}_{bn,k} = \frac{\xi(\delta q_{sn,k})}{\delta z'} \quad (\text{A.36})$$

con $\delta z' = (z_i + z_j)$ y $\delta q_{sn,k} = q_{sn,i} - q_{sn,j}$. La expresión anterior se puede aproximar de la siguiente manera

$$\tilde{\lambda}_{bn,k} = \frac{\xi \delta q_{sn,k}}{\delta z'} \quad (\text{A.37})$$

con

$$\delta z' \begin{cases} \delta z & \text{si } \delta z' > ds \\ S_{f,k} dn & \text{si } \delta z' < ds \end{cases} \quad (\text{A.38})$$

siendo dn la distancia normal entre los centros de las celdas.

La evaluación de la de la velocidad de onda $\tilde{\lambda}_{bn,k}$ da la oportunidad de establecer la diferencia de flujo $\delta q_{sn,k}$ en la propagación hacia la izquierda y hacia la derecha de la onda. De esta manera:

$$\delta q_{sn,k} = \delta q_{sn^+ i,k} + \delta q_{sn^- i,k} \quad (\text{A.39})$$

con

$$\delta q_{sn^+ i,k} = \tilde{\lambda}_{bn,k}^+ \delta z_k \quad (\text{A.40})$$

$$\delta q_{sn^- i,k} = \tilde{\lambda}_{bn,k}^- \delta z_k \quad (\text{A.41})$$

y $\tilde{\lambda}_{bn,k}^\pm = \frac{1}{2}(\tilde{\lambda}_{bn,k} \pm |\tilde{\lambda}_{bn,k}|)$. Por tanto

$$z_i^{n+1} = z_i^n - \sum_{k=1}^{NE} \delta q_{sn i,k} - \frac{\Delta t l_k}{A_i} - \sum_{k=1}^{NE} \delta q_{sn I i,k} \frac{\Delta t l_k}{A_i} \quad (\text{A.42})$$

donde el segundo termino de en el lado derecho evalúa el flujo mientras que el tercer término considera la variación espacial A_g .

Otra manera de expresar la expresión anterior es considerar un solo flujo que considera el entrante y el saliente.

$$z_i^{n+1} = z_i^n - \sum_{k=1}^{NE} \delta q_{sn k}^* \frac{\Delta t l_k}{A_i} \quad (\text{A.43})$$

donde

$$q_{sn,k}^* = \begin{cases} q_{sn,i} & \text{si } \tilde{\lambda}_{bn,k} > 0 \\ q_{sn,j} & \text{si } \tilde{\lambda}_{bn,k} < 0 \end{cases} \quad (\text{A.44})$$

Siendo $q_{sn,i}$ y $q_{sn,j}$ el caudal de descarga en la celda i y en la celda j.

Actualizando los valores de U_i^{n+1} y z_i^{n+1} se definen las contribuciones medias de las celdas y en consecuencia el paso de tiempo Δt se tiene que escoger suficientemente pequeño en el que no haya variaciones. En un modelo 2D, considerando mallas irregulares, la distancia relevante, X_i :

$$X_i = \frac{A_i}{\max_{k=1,NE} l_k} \quad (\text{A.45})$$

Considerando que cada k se usa para entregar información a cada par de celdas contiguas de diferente tamaño, la distancia mínima $(A_i, A_j)/l_k$ es relevante, así que en el caso de que la profundidad de agua sea mayor que cero el paso de tiempo está limitado por:

$$\Delta t^{\tilde{\lambda}} = \frac{\min(X_i, X_j)}{\max|\tilde{\lambda}^m|} \Delta t < CFL \Delta t^{\tilde{\lambda}} \quad (\text{A.46})$$

con CFL=1 en caso de mallas 1D, CFL=1/2 en caso de mallas 2D regulares o irregulares y siendo $\tilde{\lambda}^m$ las velocidades de onda.

$$\Delta t^{\tilde{\lambda}} = \frac{\min(X_i, X_j)}{|\tilde{\lambda}^m, \tilde{\lambda}_b|} \Delta t < CFL \Delta t^{\tilde{\lambda}} \quad (\text{A.47})$$

B. Validación con solución exacta de flujo erosivo estacionario

Este apartado se centra en la comprobación del correcto funcionamiento del código y para ello se va a realizar una comparación de la pendiente de equilibrio del fondo en variaciones de anchura con la expresión (A.9).

A continuación, se va a exponer la obtención de la ecuación con la que se han comparado los resultados de la simulación. [2]

Considerando un canal rectangular de anchura B y en estado estacionario, partimos de la ecuación de cantidad de movimiento.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) = g(I_2 + AS_0 - AS_f) \quad (\text{B.1})$$

Debido a las condiciones del flujo se pueden aplicar las siguientes simplificaciones.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.3})$$

Por tanto, la ecuación de cantidad de movimiento se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) &= gA(S_0 - S_f) + gI_2 \\ -\frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} + g \frac{\partial}{\partial x} \left(B \frac{h^2}{2} \right) &= gA(S_0 - S_f) + g \frac{\partial B}{\partial x} \frac{h^2}{2} \\ -\frac{Q^2}{A^2} \left(B \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial B}{\partial x} \right) + g \left(\frac{h^2}{2} \frac{\partial B}{\partial x} + Bh \frac{\partial h}{\partial x} \right) &= gA(S_0 - S_f) + g \frac{\partial B}{\partial x} \frac{h^2}{2} \\ (gA - u^2 B) \frac{\partial h}{\partial x} - u^2 h \frac{\partial B}{\partial x} &= gA(S_0 - S_f) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Dado que también podemos expresar la derivada del caudal de descarga como:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} = q_s \frac{\partial B}{\partial x} + B \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.5})$$

Sabiendo que q_s es el caudal de descarga solido por unidad de anchura

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} = -3A_g \frac{Q^3}{A^4} \left(B \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial B}{\partial x} \right) \quad (\text{B.6})$$

Por tanto, si sustituimos la ecuación (A.6) en la (A.5) obtenemos el siguiente resultado

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{-2h}{3B} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (\text{B.7})$$

A continuación, sustituimos esta ecuación (A.7) en la (A.5) y así obtenemos la siguiente expresión

$$\left(\frac{-2h}{3B} - \frac{1}{3} \frac{h u^2}{B c^2} \right) \frac{\partial B}{\partial x} = S_0 - S_F \quad (\text{B.8})$$

Finalmente, la expresión queda representada de la siguiente manera si usamos lo siguiente $F_r = u/c$:

$$S_0 = \frac{-\partial z}{\partial x} = S_F - \frac{1}{3} \frac{h}{B} (F_r^2 + 2) \frac{\partial B}{\partial x} \quad (\text{B.9})$$

Por lo tanto, en caso de un estrechamiento emplearemos la expresión anterior y si no hay estrechamiento emplearemos la siguiente:

$$S_0 = S_F \quad (\text{B.10})$$

Simulación

Debido a las condiciones de validez de la ecuación, para poder comparar sus resultados con la simulación, esta debe ser de carácter estacionario.

Por lo tanto, para la simulación realizada en el caso estacionario con la que se comparan las ecuaciones experimentales desarrolladas por el departamento de transporte de estados unidos, se comparará la validez de la simulación con la expresión (A.9).

Se han realizado simulaciones con diferentes caudales en las que se ha medido la profundidad de erosión en el centro del estrechamiento.

Para la simulación se ha supuesto un canal de 205 m de longitud y 15 m de ancho, situándose el estrechamiento en el centro de este. Se ha escogido un canal de estas características para que las condiciones se asemejen a las de un río, gran longitud y anchura. En cuanto a otros parámetros de la simulación, se ha empleado un coeficiente de Manning del sedimento de 0.025, porosidad de 0.4 y un diámetro de sedimento de 1mm.



Figura 46- Geometría del estrechamiento de la simulación en estado estacionario

Se ha establecido un régimen del flujo subcrítico, es decir, un régimen lento en el que el valor del número de Froude es menor que 1. Por lo tanto, al ser un régimen subcrítico se debe establecer una condición aguas abajo del estrechamiento, en este caso el calado.

Para la obtención de esta condición se ha realizado un cálculo analítico previo del calado de equilibrio para cada una de las simulaciones y posteriormente varias simulaciones con el fin de obtener el verdadero valor de esta condición.

En las siguientes graficas se ha representado el valor del fondo frente a la coordenada x, siendo el valor obtenido a partir de la ecuación representado en azul y el simulado en naranja.

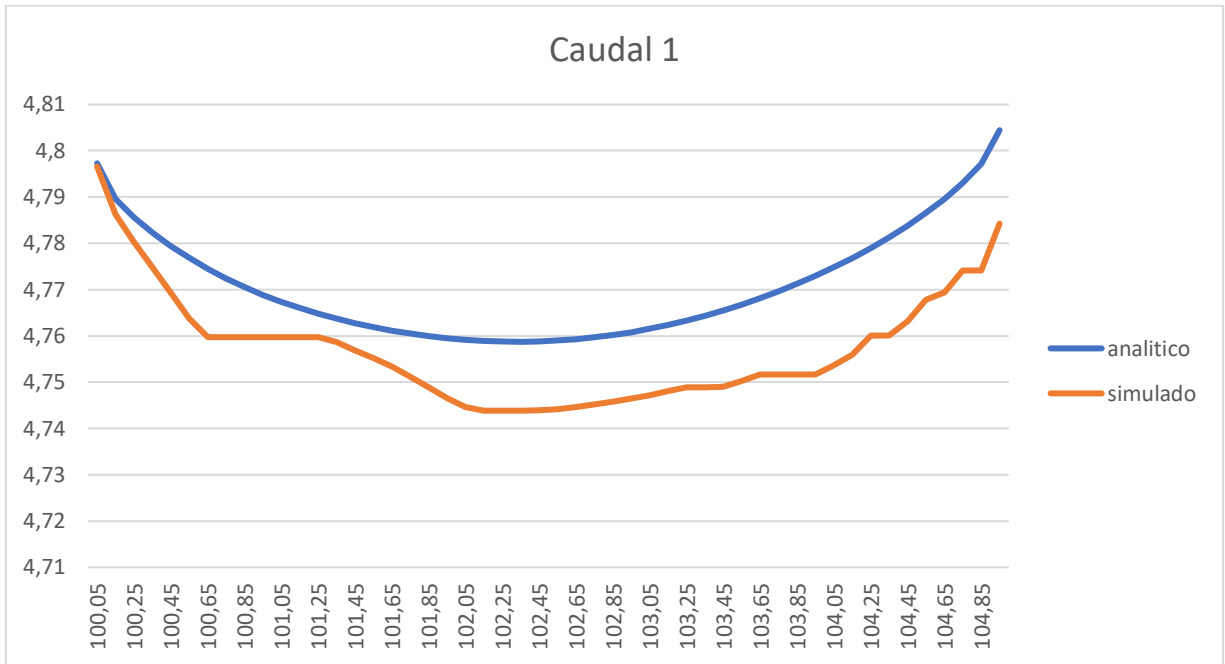


Figura 47- Pendiente de equilibrio para un caudal de 1 metro cubico por segundo

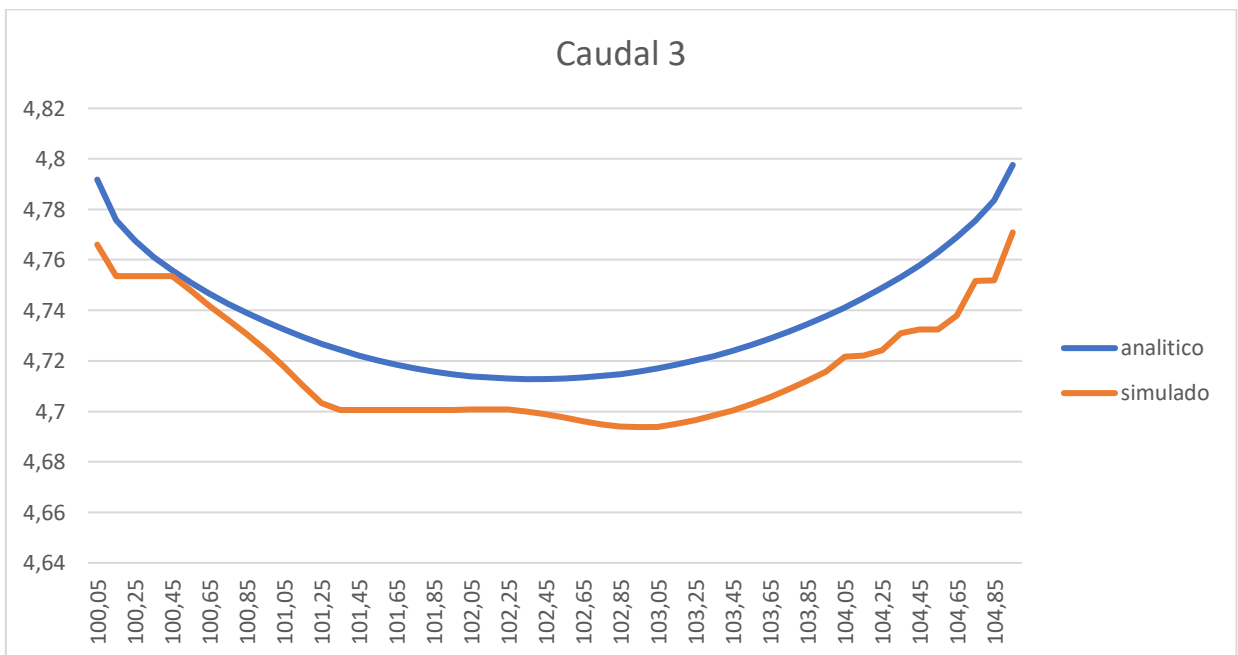


Figura 48- Pendiente de equilibrio para un caudal de 3 metros cubico por segundo

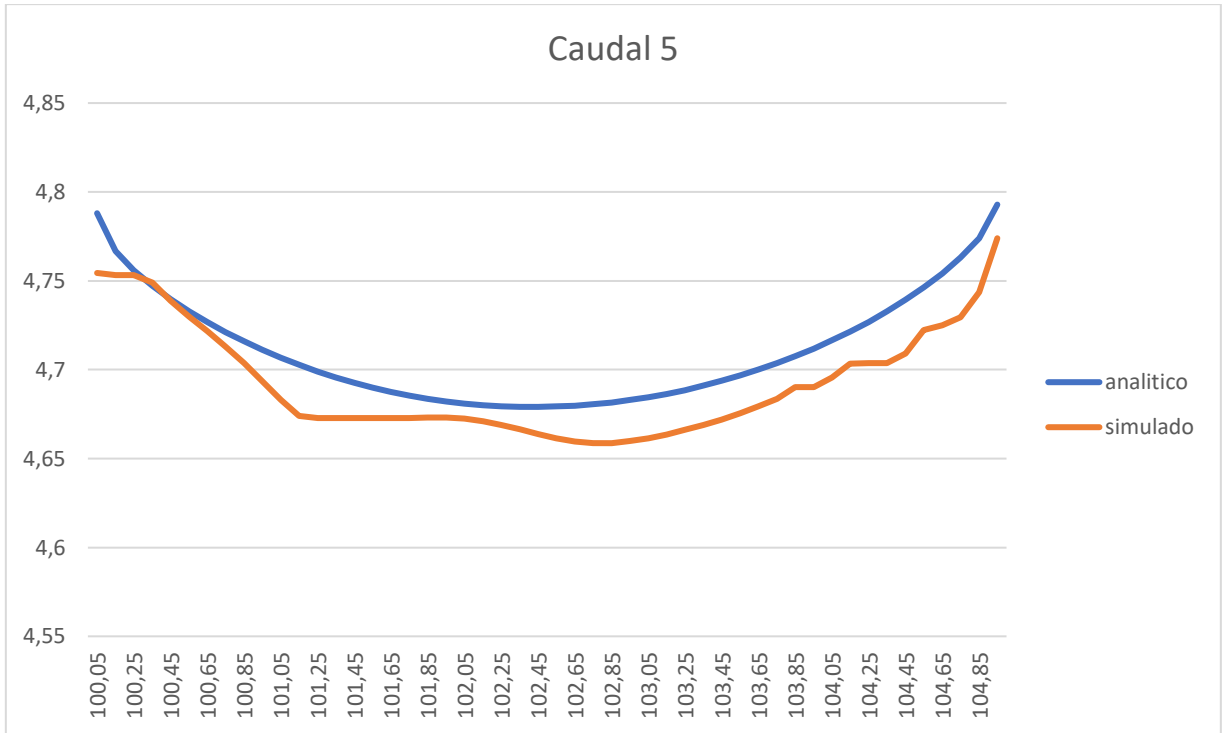


Figura 49- Pendiente de equilibrio para un caudal de 5 metros cúbicos por segundo

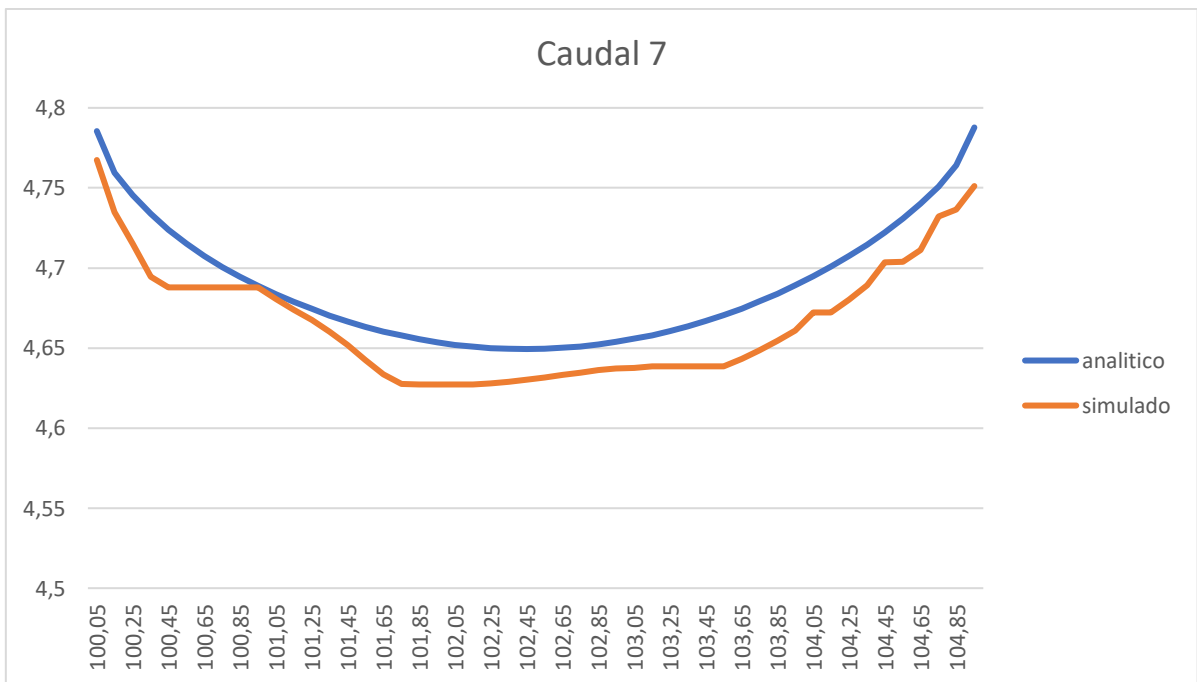


Figura 50- Pendiente de equilibrio para un caudal de 7 metros cúbicos por segundo

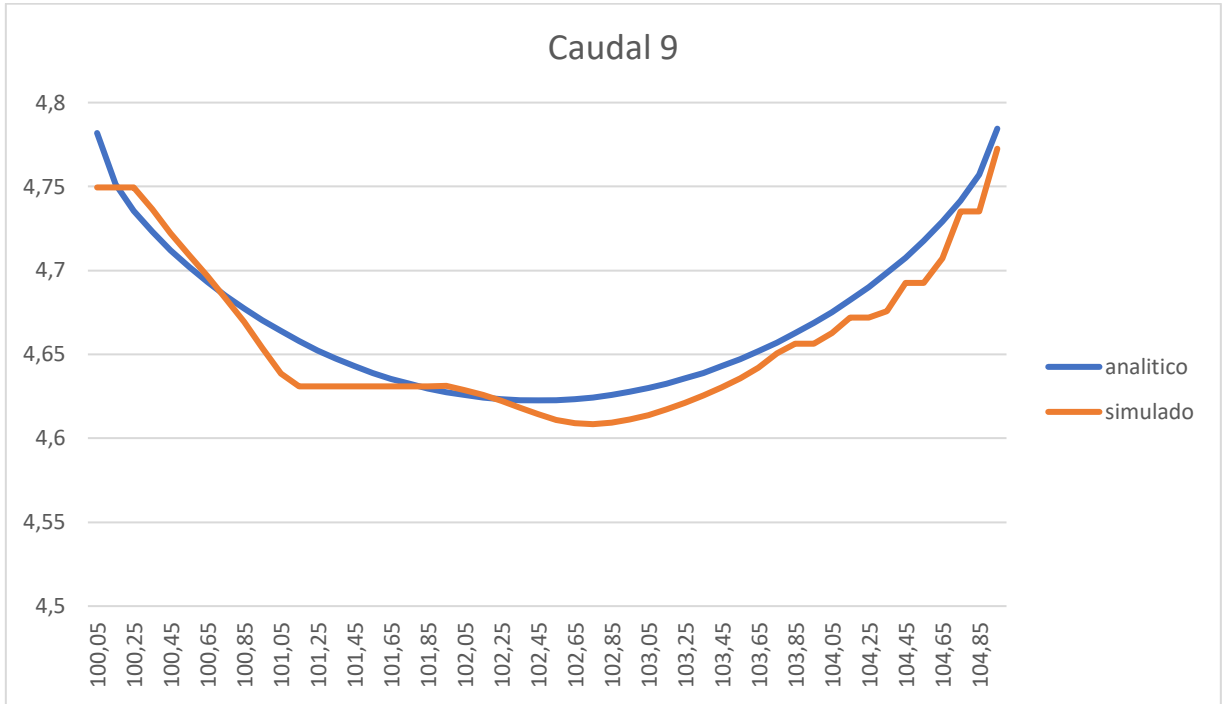


Figura 51- Pendiente de equilibrio para un caudal de 9 metros cúbicos por segundo

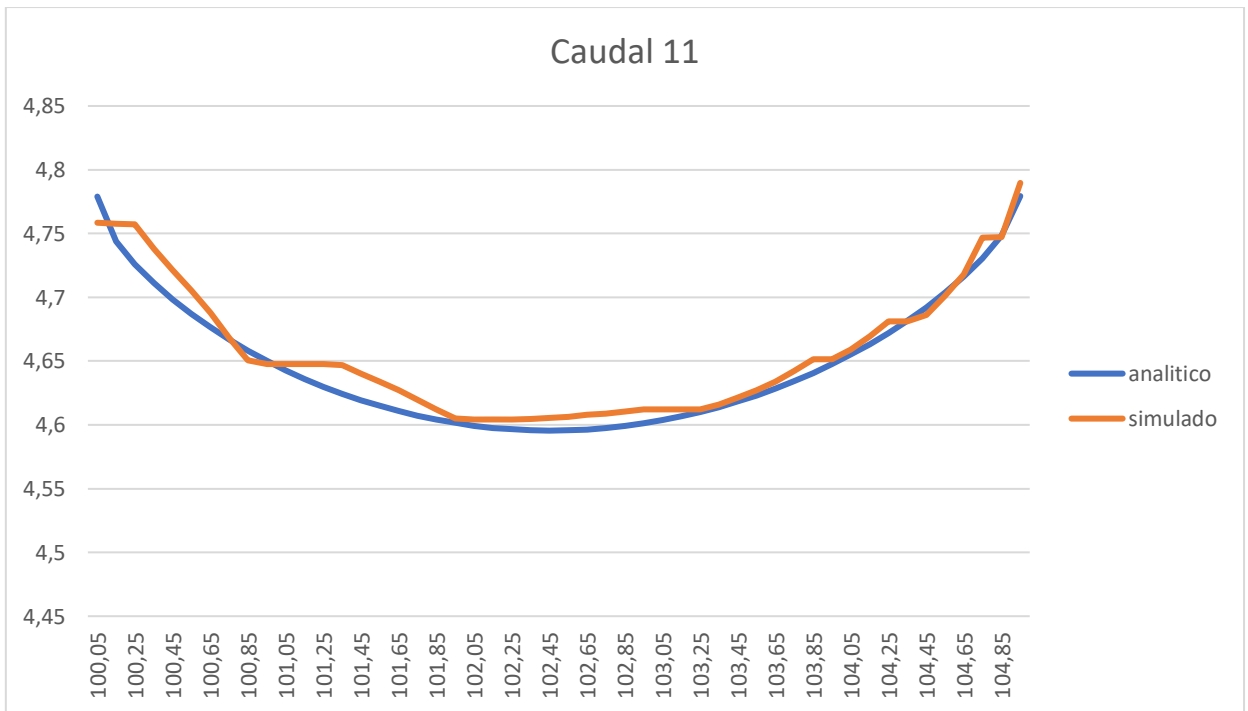


Figura 52- Pendiente de equilibrio para un caudal de 11 metros cúbicos por segundo

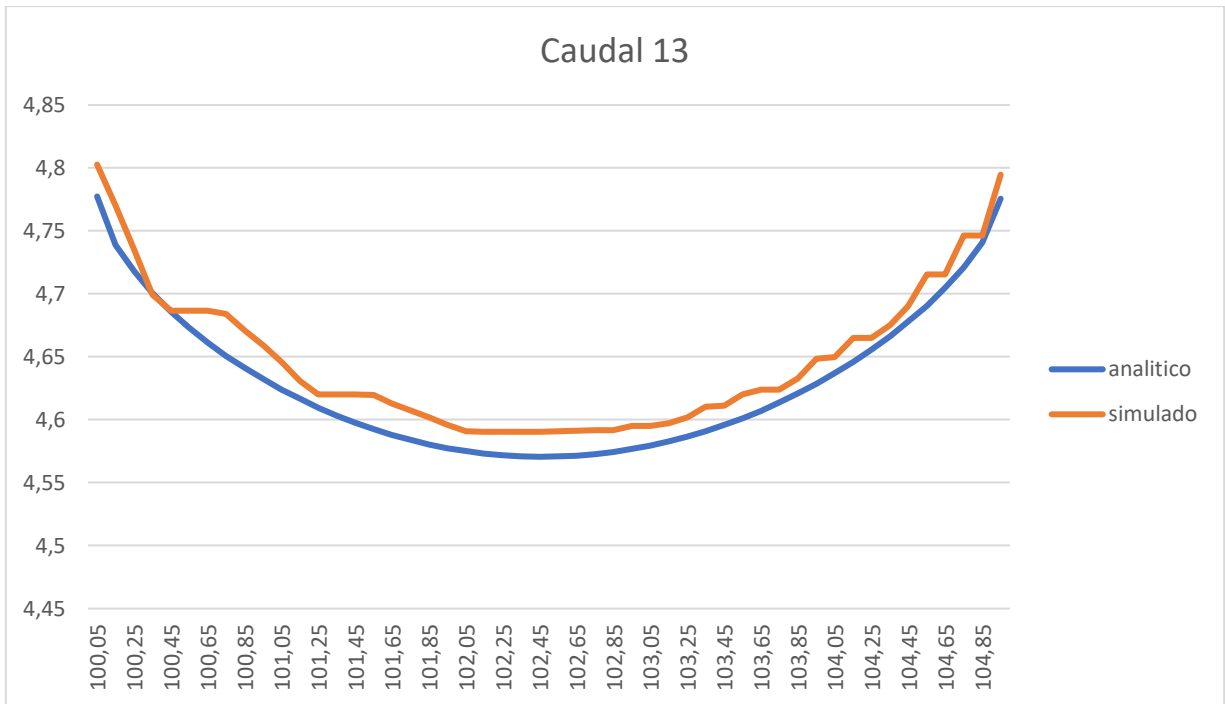


Figura 53- Pendiente de equilibrio para un caudal de 13 metros cúbicos por segundo

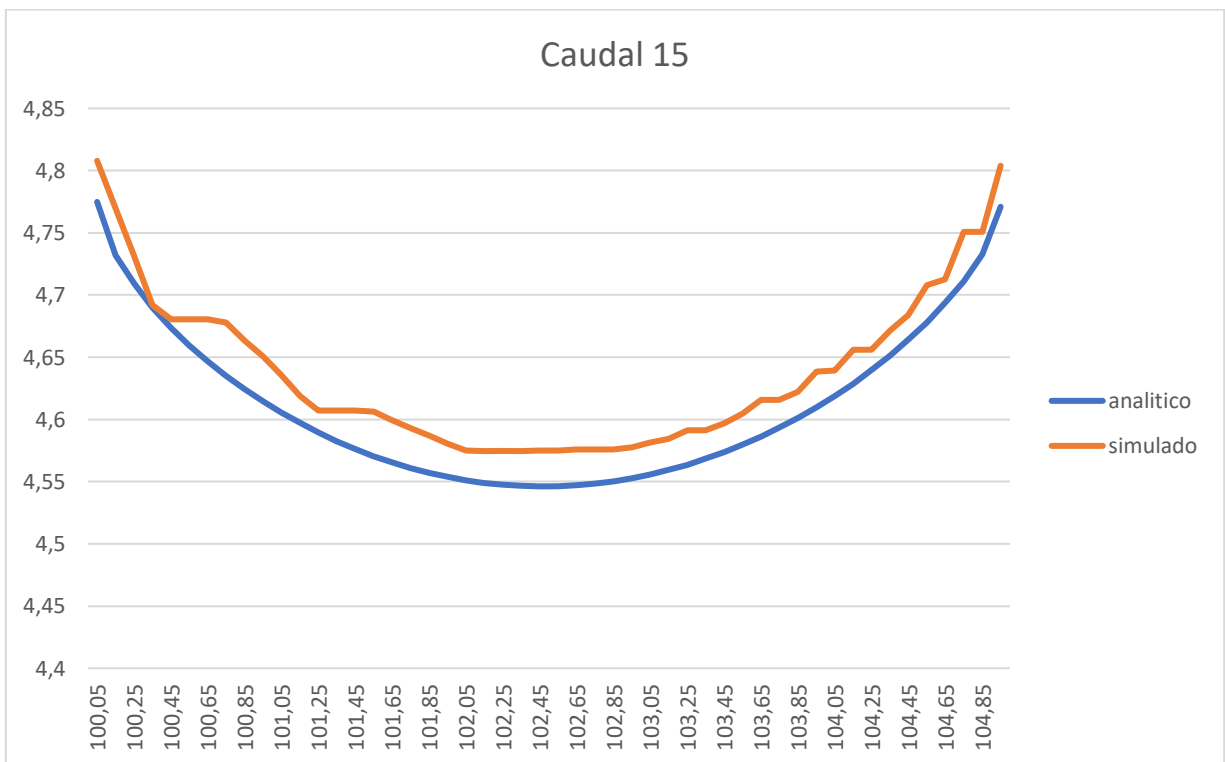


Figura 54- Pendiente de equilibrio para un caudal de 15 metros cúbicos por segundo

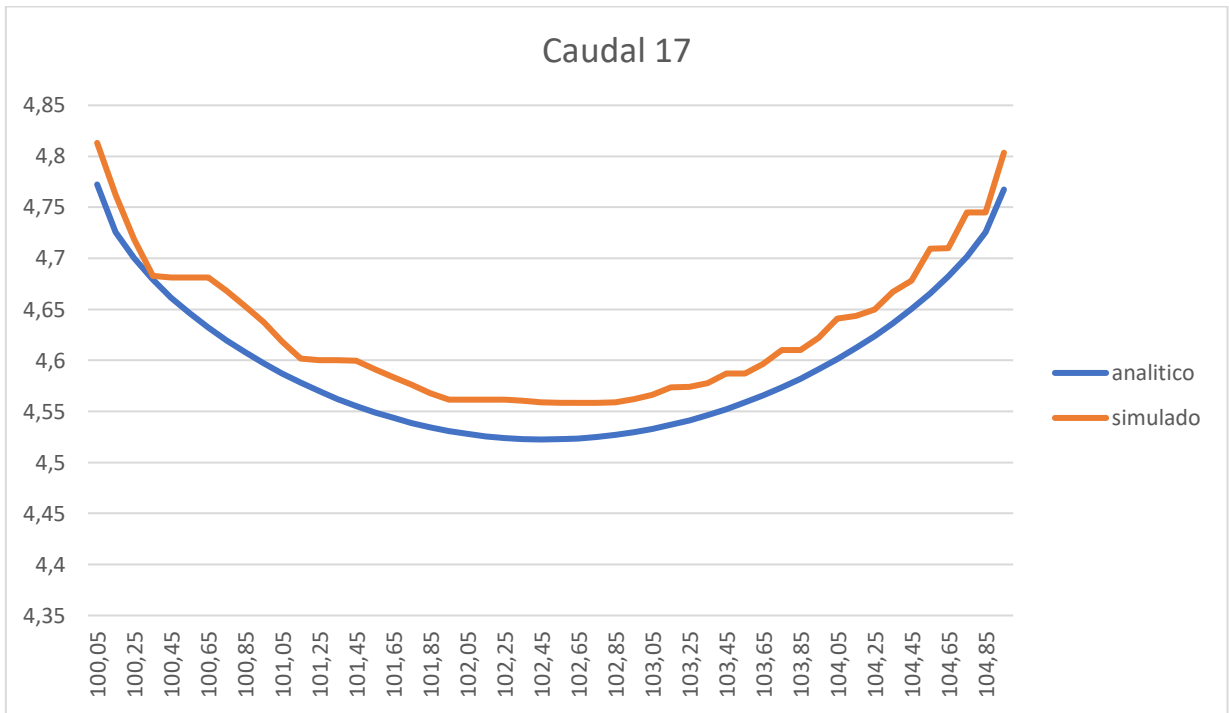


Figura 55- Pendiente de equilibrio para un caudal de 17 metros cúbicos por segundo

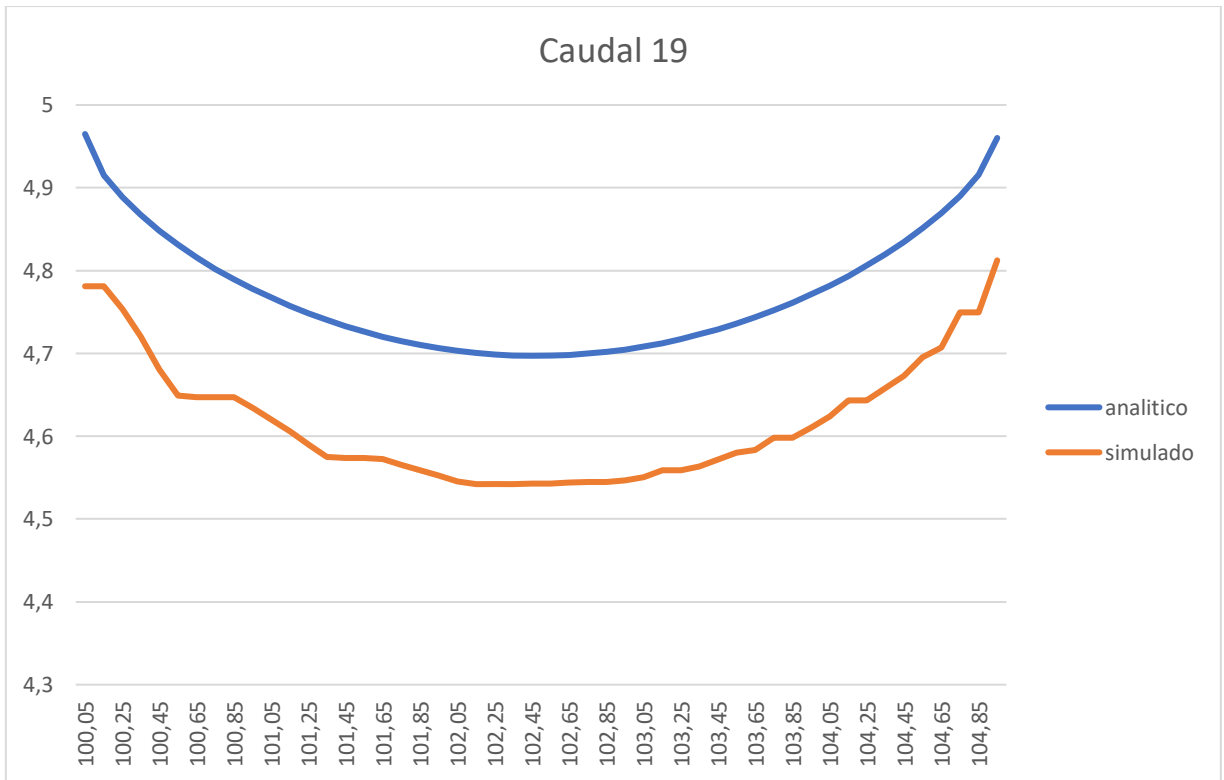


Figura 56- Pendiente de equilibrio para un caudal de 19 metros cúbicos por segundo

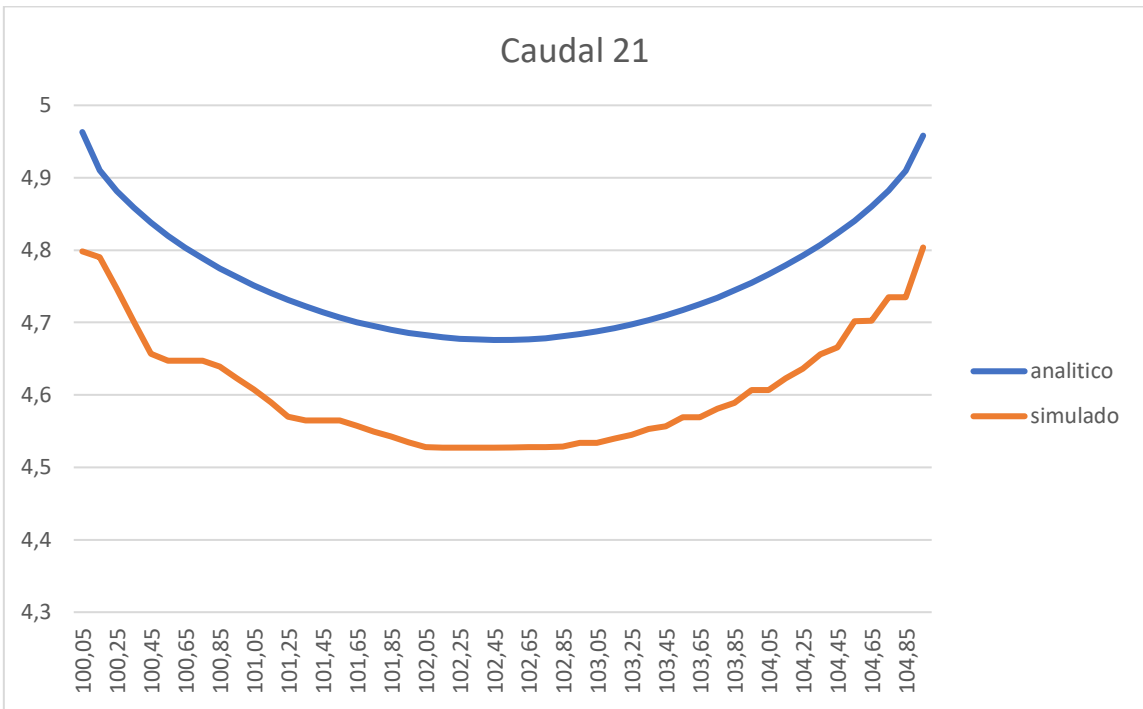


Figura 57- pendiente de equilibrio para un caudal de 21 metros cúbicos por segundo

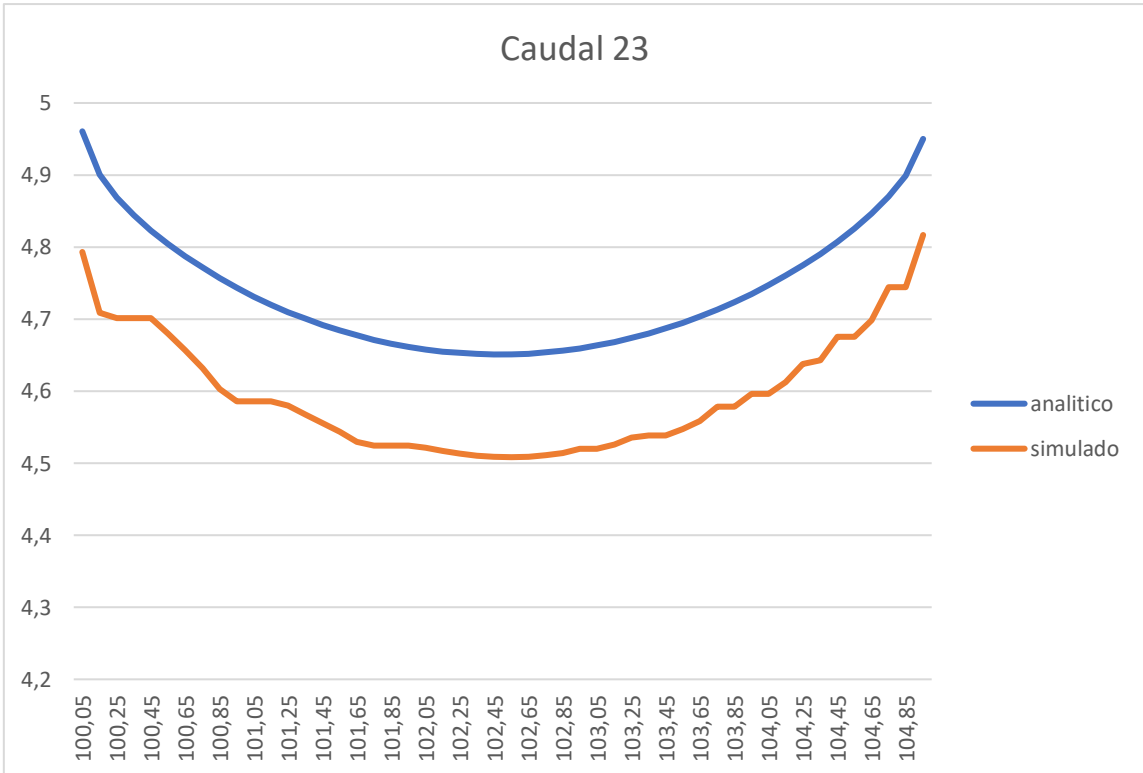


Figura 58- Pendiente de equilibrio para un caudal de 23 metros cúbicos por segundo

C. Resultados simulación 2D usando ley de Smart

A la hora de modelar un flujo erosivo es necesario el uso de leyes empírica en conjunción con la ecuación de Exner (2.14).

Por lo tanto, en este apartado se van a presentar los resultados obtenidos con otra ecuación distinta a la expuesta en apartados anteriores.

$$= 4 \left(\frac{d_{90}}{d_{50}} \right)^{0.2} S_0^{0.6} C \theta^{\frac{1}{2}} (\theta - \theta_c)$$

donde C es el factor de resistencia del flujo, definido como

$$C = \frac{v}{\sqrt{(ghS_f)}}$$

Se han realizado simulaciones para los distintos casos con el fin de establecer que ecuación reproduce de manera correcta los resultados. Se han realizado dos tipos de simulaciones, una con la ecuación de Meyer-Peter-Muller cuyos resultados están en la memoria y la ecuación de Smart cuyos resultados se presentan a continuación.

- Estrechamiento semicircular

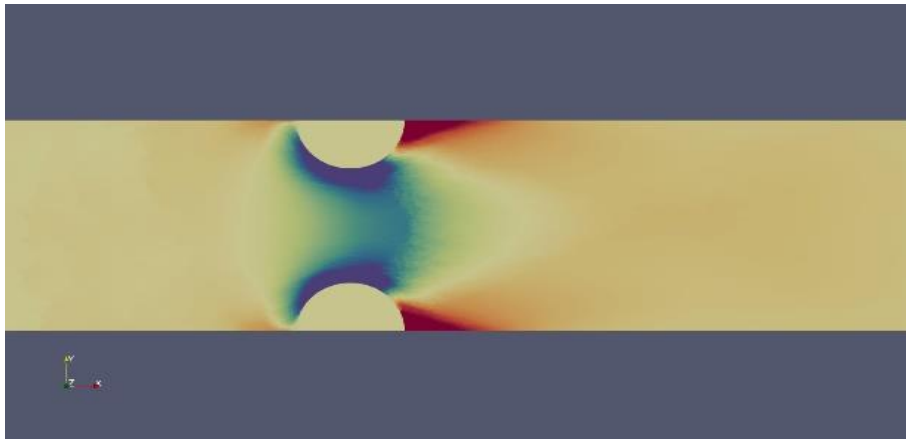


Figura 59- Superficie erosionada, estrechamiento semicircular, simulación 2D, Smart

En este caso se reproduce correctamente el efecto alrededor de los pilares y aguas arribas, sin embargo, los efectos inmediatamente después del pilar no son correctos, ya que debería formarse un triángulo.

- Estrechamiento anguloso

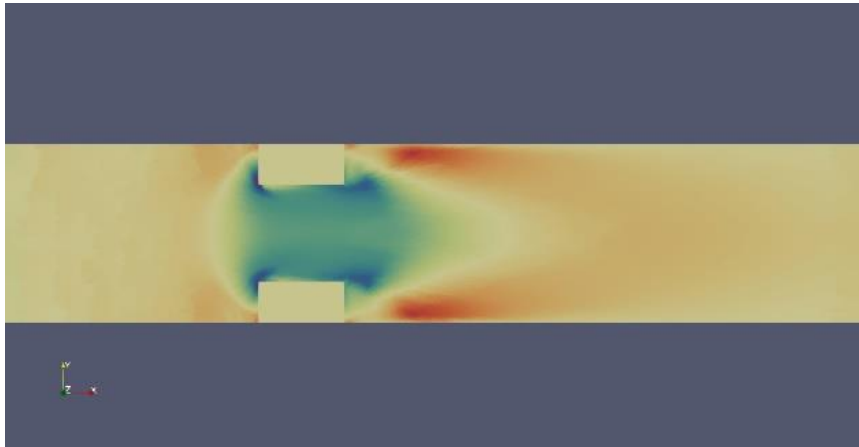


Figura 60- Superficie erosionada, estrechamiento anguloso, simulación 2D, Smart

En este caso, se observa que ninguno de los efectos comentados en el apartado experimental aparece en esta imagen, ya que se produce una erosión más pronunciada en las primeras esquinas del estrechamiento y en la parte posterior se produce una deposición de material más alargada y redondeada.

- Pilar circular central

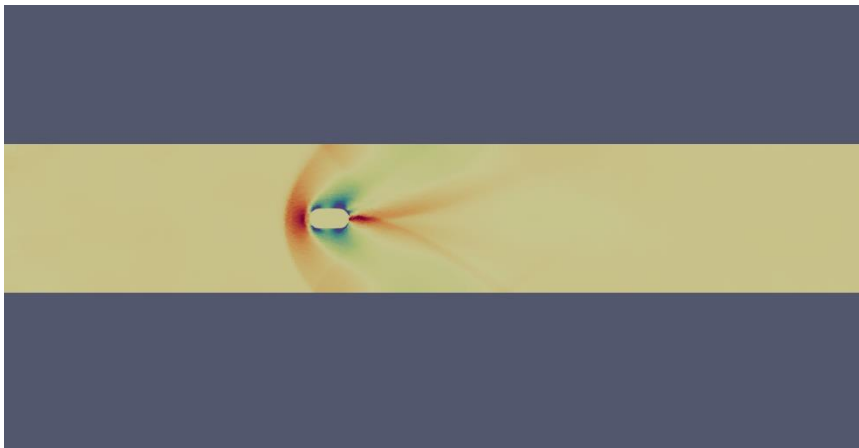


Figura 61- Superficie erosionada, pilar circular central, simulación 2D, Smart

En este caso se puede observar que la reproducción de la erosión alrededor del pilar es correcta pero solo en los laterales de este ya que en la parte frontal también debería aparecer erosión y, sin embargo, aparece deposición.

- Pilar alargado central

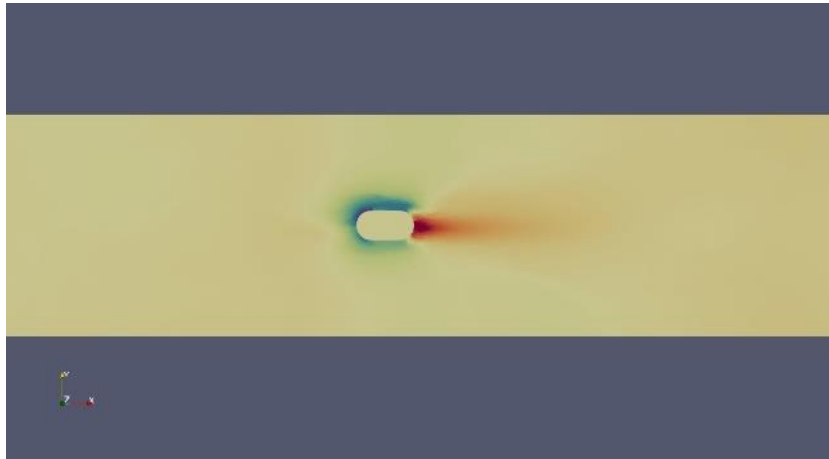


Figura 62- Superficie erosionada, pilar alargado central, simulación 2D, Smart

En este caso, se puede ver como delante del pilar se produce erosión en vez de sedimentación que es lo que mostraba Meyer-Peter-Müller. Esta parte está representada correctamente, en cambio, en la parte posterior del pilar los efectos que se producen no son los que deberían.