A. Reflexión sobre el concepto de tecnología

El concepto de tecnología es un pilar fundamental de la teoría sobre estrategia de conquista, sin embargo, no resulta tan sólido como pudiera deducirse del modo en el que lo emplea Goyal. Volvamos de nuevo al caso de la guerra mixta con sistema de pagos A. La probabilidad p_k haber ganado o ganar en el combate k considerando que si no se ha ganado ni perdido en el combate l es porque se han concatenado $l-1$ empates es:

$$P_k^+ = \sum_{l=1}^{k} p_e^{l-1} p^\gamma p^{\gamma'} = \frac{1-p_e^k}{1-p_e} \cdot p^\gamma p^{\gamma'} \tag{57}$$

donde se denota como p_e a la probabilidad de empate p^γ a la probabilidad de ganar en el frente rico y p^γ, a la de ganar en el frente pobre. Por otro lado, la probabilidad de haber perdido o perder tras k empates sucesivos

$$P_k^- = \sum_{l=1}^{k} p_e^{l-1} \left(1-p^\gamma\right)\left(1-p^{\gamma'}\right) = \frac{1-p_e^k}{1-p_e} \cdot \left(1-p^\gamma\right)\left(1-p^{\gamma'}\right) . \tag{58}$$

Dado que $pr_e < 1$, se puede calcular el valor de (57) y (58) en el límite en el que $k \to \infty$

$$P_\infty^+ = \frac{1}{1-p_e} p^\gamma p^{\gamma'}$$

$$P_\infty^- = \frac{1}{1-p_e} \left(1-p^\gamma\right)\left(1-p^{\gamma'}\right) . \tag{59}$$

Ahora, la suma de ambas teniendo en cuenta que $1 - p_e = 1 - Prob\,(C) - Prob\,(B) = Prob\,(A) + Prob\,(D)$

$$P_\infty^- + P_\infty^+ = \frac{p^\gamma p^{\gamma'} + \left(1-p^\gamma\right)\left(1-p^{\gamma'}\right)}{p^\gamma p^{\gamma'} + \left(1-p^\gamma\right)\left(1-p^{\gamma'}\right)} = 1 \tag{60}$$

De lo que se deduce que, las probabilidades de empate tienden a cero cuando se consideran secuencias de ataque asintóticamente largas. Estamos, por lo tanto, de nuevo en el escenario de un juego en el que los únicos posibles resultados son la victoria y la derrota. Se reformula (57) haciendo uso de la definición original de p^γ y $p^{\gamma'}$ en (7) para obtener

$$\left.\begin{aligned} p^\gamma p^{\gamma'} &= \frac{1}{1+\left(\frac{R_j}{R_i}\right)^\gamma} \frac{1}{1+\left(\frac{R_j}{R_i}\right)^{\gamma'}} \\ \left(1-p^\gamma\right)\left(1-p^{\gamma'}\right) &= \frac{1}{1+\left(\frac{R_i}{R_j}\right)^\gamma} \frac{1}{1+\left(\frac{R_i}{R_j}\right)^{\gamma'}} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow P_\infty^+ = \frac{1}{1+\left(\frac{R_j}{R_i}\right)^{\gamma+\gamma'}} \tag{61}$$

Es decir, P_∞^+ equivale a una función de Tullock cuyo exponente es igual a la suma de los de las dos tecnologías de guerra. Así pues, combinando la acción de dos tecnologías pobres en la guerra con sistema de pagos A se puede obtener, asintóticamente, una tecnología rica.

B. Herramientas de cálculo computacional

Gran parte del esfuerzo en la realización de este trabajo ha ido en la dirección de crear una serie de programas y algoritmos diseñados ad hoc que permitiesen realizar las estimaciones consideradas clave para el desarrollo de esta investigación.

En un primer momento se valoró utilizar *Julia programming*, un lenguaje interpretado relativamente nuevo que se anunciaba como una revolución en el mundo de la computación en términos de sencillez y eficiencia. Su rapidez y utilidad resultaron, a todas luces, decepcionantes[18]. Como los algoritmos a implementar requerían de gran potencia computacional, finalmente se optó por recurrir a C para las secciones con más carga de cálculo y *Python* para todo lo referente a la representación de resultados.

Los códigos de los programas empleados los pueden encontrar de libre acceso en el siguiente repositorio:

`https://github.com/JorgeMoronVidal/TFM`

Los comentarios están en inglés porque está entre mis objetivos que otras personas interesadas en la materia se puedan nutrir del trabajo realizado.

[18] Era del orden de 30 veces más lento que C realizando rutinas de cálculo estocástico