



Universidad
Zaragoza

TRABAJO FIN DE MASTER

VISIÓN A TRAVÉS DE MEDIOS TURBIOS MEDIANTE PHASOR FIELDS

VISION THROUGH TURBID MEDIA USING PHASOR FIELDS

AUTOR

MIGUEL CRESPO CASTAÑO

DIRECTOR

ADRIÁN JARABO TORRIJOS

PONENTE

DIEGO GUTIERREZ PEREZ

ESCUELA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

2019

RESUMEN

El transporte de la luz en medios turbios es el resultado de múltiples interacciones complejas entre luz y materia. En concreto, según la luz viaja en dichos medios, es absorbida y dispersada en cada paso diferencial. Esto resulta en una pérdida de la visibilidad a través de dicho medio. Ver a través de tejidos es uno de los grandes objetivos en el campo de imagen médica, y a su vez en el campo de la imagen computacional. Sin embargo, debido a la pérdida de coherencia de la iluminación resulta una tarea extremadamente compleja.

Recientemente se presentó *Phasor Fields*, el cual introduce un nuevo marco teórico en el campo de *non-line-of-sight imaging* que trata la reconstrucción de geometría oculta al campo de visión. Para ello hace uso de la información temporal del transporte de luz obtenida mediante técnicas de *transient imaging*. El nivel de las reconstrucciones que alcanza este método, logrando reconstruir escenas de una complejidad hasta el momento imposibles, permite teorizar acerca de su uso en un escenario todavía más complicado como sería ver a través de medios turbios.

En este trabajo se extiende *Phasor Fields* a escenas con la presencia de medios. Esto añade nuevos desafíos y efectos procedentes de la teoría de propagación de ondas, los cuales se verán reflejados en las reconstrucciones. Para contrarrestarlos, se presenta también un filtrado a posteriori de las reconstrucciones que filtra la contribución del medio de ellas y permite obtener reconstrucciones de una mayor calidad. Para caracterizar su comportamiento en esta nueva configuración de escenas, se ha diseñado una batería de experimentos los cuales permiten concluir que la teoría de *Phasor Fields* se sostiene al expandir el método a escenas con medios turbios.

Finalmente, se aplica *Phasor Fields* en el campo de la imagen biomédica para ver a través de piel humana. Este tejido produce que toda la luz que pase a través de él pierda coherencia y por ende, se pierda toda la visibilidad. Mediante experimentación se muestra que pese a tratarse de un medio turbio, es posible ver a través de la piel.

ABSTRACT

Light transport in turbid media is the result of multiple complex interactions between light and matter. Specifically, as light travels in such media, it is absorbed and dispersed at each differential step. This translates in a loss of visibility through that medium. Seeing through tissues is one of the major goals in the field of medical imaging, and in turn in the field of computational imaging. However, due to the loss of coherence of the illumination it is an extremely complex task.

It recently introduced *Phasor Fields*, which introduces a new theoretical framework in the field of *non-line-of-sight imaging* that deals with the reconstruction of geometry hidden from the field of view. For this purpose, it makes use of the temporal information of light transport obtained by means of *transient imaging* techniques. The level of reconstructions reached by this method, managing to reconstruct scenes of a complexity until now impossible, allows theorizing about its use in a scenario even more complicated as it would be to see through turbid media.

In this work we extend *Phasor Fields* to scenes with the presence of media. This adds new challenges and effects from wave propagation theory, which will be reflected in the reconstructions. In order to counteract them, there is also a posteriori filtering that filters the contribution of the medium of the reconstructions and allows to obtain visualizations of a higher quality. In order to characterize its behavior in this new configuration of scenes, a battery of experiments has been designed which allow to conclude that the theory of *Phasor Fields* is sustained by expanding the method to scenes with turbid media.

Finally, *Phasor Fields* is applied in the field of biomedical imaging to see through human skin. This tissue causes all the light that passes through it to lose coherence and thus all visibility to be lost. Through experimentation it is shown how it is possible that despite being a turbid medium, it is possible to see through it.

AGRADECIMIENTOS

Este proyecto se ha realizado en el *Graphics and Imaging Lab* de la Universidad de Zaragoza. Quisiera darles las gracias a todos sus miembros por el buen ambiente y las charlas interminables de ideas. No imagino un lugar mejor que este, en el que haber realizado mi TFM.

Me gustaría darle las gracias especialmente a mi director Adrián por toda su ayuda y por su guía durante la realización de este trabajo. A él y a Diego por darme la oportunidad de poder trabajar en un proyecto tan apasionante.

A mi familia, y en especial a mis padres, por ayudarme en todo lo que estaba a su alcance y apoyarme durante el camino. Sin ellos no habría llegado a ser quien soy hoy en día.

A todos aquellos que creyeron en mí.

Muchas gracias.

ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Contexto	3
2	TRABAJO RELACIONADO	4
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	7
3.1	Transporte de luz en medios turbios	7
3.2	Non-line-of-sight (NLOS) Imaging	11
3.3	Phasor Fields	12
4	PHASOR FIELDS EN MEDIOS TURBIOS	15
4.1	Motivación	15
5	ANÁLISIS EMPÍRICO DE VISIÓN EN MEDIOS TURBIOS	18
5.1	Diseño del experimento	18
5.2	Generación y reconstrucción	19
5.3	Filtrado del medio	20
5.4	Análisis de los resultados	21
5.4.1	Variación de las propiedades del medio	21
5.4.2	Influencia de la profundidad de la geometría	23
5.4.3	Configuración de longitud de onda	24
5.4.4	Efecto de geometría compleja	24
5.5	Resumen de los resultados obtenidos	26
6	APLICACIÓN EN IMAGEN BIOMÉDICA	29
6.1	Diseño del experimento	30
6.2	Análisis de los resultados	30
6.3	Conclusiones	31
7	CONCLUSIONES	33
7.1	Trabajo futuro	33
7.2	Conclusiones personales	34
	BIBLIOGRAFÍA	35
	ANEXOS	39
A	Sistema óptico virtual	39
B	Detalles de implementación	40
C	Resultados adicionales de los experimentos	43
D	Gestión del proyecto	48

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Dispersión que sufre la luz en la piel cuando viaja a través de ella	1
Figura 1.2	Vídeo del transporte transitorio de la luz	2
Figura 1.3	Diferentes aplicaciones de NLOS	2
Figura 3.1	Ejemplos de medios participativos en el mundo real	7
Figura 3.2	Diagrama de un medio como una colección de partículas	8
Figura 3.3	Diferentes interacciones que puede tener el medio con la luz en movimiento	8
Figura 3.4	Diagrama del cálculo de la RTE en forma integral	9
Figura 3.5	Simulación transitoria en medio participativo del transporte de luz	10
Figura 3.6	Esquema de las distribuciones angulares de la función de fase	10
Figura 3.7	Ejemplo de un escenario NLOS simple	11
Figura 3.8	Teaser del método Phasor Fields	12
Figura 3.9	Resultados obtenidos mediante <i>Phasor Fields</i>	14
Figura 4.1	Diagrama del escenario de los experimentos	15
Figura 4.2	<i>Streak images</i> de simulación	16
Figura 4.3	Ejemplo del transporte de un haz colimado de luz por un medio	16
Figura 4.4	Ejemplo de la difusión que tiene la luz al atravesar un medio	16
Figura 5.1	<i>Streak images</i> de simulación compleja	19
Figura 5.2	Diferentes puntos de vista utilizados para analizar las reconstrucciones volumétricas	20
Figura 5.3	Comparativa entre la aplicación del filtrado propuesto y la reconstrucción original	21
Figura 5.4	Resultados obtenidos variando tanto la extinción como el albedo del medio	22
Figura 5.5	Resultados anisotropía del medio	23
Figura 5.6	Resultados dependiendo de la profundidad de la geometría	24
Figura 5.7	Resultados obtenidos variando la longitud de onda utilizada en la reconstrucción	25
Figura 5.8	Resultados obtenidos de reconstruir una escena compleja con presencia de MPI	26
Figura 5.9	Comparativa entre los <i>speckles</i> obtenidos con <i>Phasor Fields</i> y los que se darían en un simulación específica de ellos	27
Figura 6.1	Esquema anatómico de la piel	29
Figura 6.2	Resultados del experimento de ver a través de piel humana	32
Figura A.1	Esquema de una configuración confocal	39
Figura B.2	Diagrama de flujo de la secuencia de etapas que se realizan por cada experimento.	40
Figura C.3	Resultados obtenidos variando tanto la extinción como el albedo del medio (vista lateral)	43
Figura C.4	Resultados obtenidos variando tanto la extinción como el albedo del medio (vista perspectiva)	44
Figura C.5	Resultados anisotropía del medio (vista lateral)	44

Figura C.6	Resultados anisotropía del medio (vista perspectiva)	45
Figura C.7	Resultados obtenidos variando la longitud de onda utilizada en la reconstrucción (vista lateral)	46
Figura C.8	Resultados obtenidos variando la longitud de onda utilizada en la reconstrucción (vista perspectiva)	47
Figura D.9	Desglose de las horas dedicadas al proyecto	48
Figura D.10	Cronograma seguido durante el proyecto	49

INTRODUCCIÓN

El transporte de la luz en medios turbios es el resultado de múltiples interacciones complejas entre luz y materia. En concreto, según la luz viaja en dichos medios, es absorbida y dispersada en cada paso diferencial. Esto resulta en una pérdida de la visibilidad a través de dicho medio, como por ejemplo en niebla o visión submarina.

Los materiales orgánicos, como los tejidos o la madera, presentan idénticas propiedades ópticas. Así, la luz penetra en dichos tejidos, y viaja a través de los mismos hasta que es absorbida o abandona el tejido, como se ejemplifica en la Figura 1.1. El resultado es la apariencia translúcida de dichos tejidos. Sin embargo, pese a que la luz es capaz de atravesar dichos tejidos, su coherencia se pierde, resultando en una pérdida de visibilidad a través de los mismos.

Ver a través de tejidos es uno de los grandes objetivos en el campo de imagen médica, y a su vez en el campo de la imagen computacional. Sin embargo, debido a la pérdida de coherencia de la iluminación resulta una tarea extremadamente compleja.



Figura 1.1: Dispersión que sufre la luz en la piel cuando viaja a través de ella. Fuente: [GP12]

Con la aparición de la femto-fotografía [Vel+13], se logró obtener información sobre la propagación de la luz a escala de picosegundos. El acceso a la dimensión temporal del transporte de luz nos permite el acceso a una enorme fuente de información sobre la escena, y sobre cómo la luz ha interactuado con la misma. Así, el campo de imagen transitoria [Jar+17]

ha abierto un número enorme de aplicaciones, incluyendo *light-in-flight imaging* [Vel+13; Gki+15; LV14; Gar+15] (Figura 1.2), *range sensing* [Bam+14; Kad+15], *non-line-of sight imaging* (NLOS) [Liu+19; Vel+12; Gup+12; LV14; But+15], estimación de materiales [TVS16; Nai+14] o la visión a través de medios turbios [Wu+; HCZoo; Hei+14; Rav+14; Sat+15].

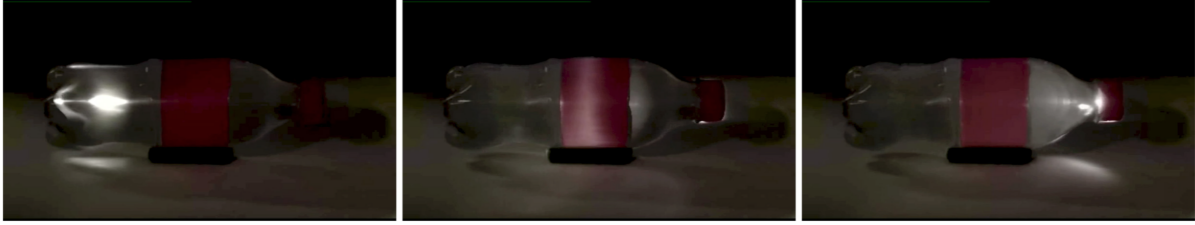


Figura 1.2: Fotogramas de un vídeo que muestra como un pulso de luz transmitido desde el culo de la botella viaja través de ella. La botella está llena de agua con un poco de leche para que la luz viaje por un medio y se pueda ver el pulso. El vídeo está grabado a un billón de fotogramas por segundo. Fuente: [Vel+13]

Específicamente, el campo de *NLOS Imaging* consiste en recuperar geometría que está parcialmente o completamente ocluida del campo visual de la cámara. Es decir, pretende eliminar la restricción de tener campo de visión directo para poder capturar información proveniente de la luz utilizando la información obtenida del tiempo de propagación de la luz a escala de pico-segundos. Entre las distintas aplicaciones en las que podría ser de mucha utilidad (Figura 1.3) se encuentra la visualización de regiones inaccesibles en endoscopias, reconstrucción dentro de tejidos biológicos, en labores de rescate o en conducción autónoma de vehículos. Sin embargo, la mayoría de técnicas de reconstrucción NLOS asumen escenas de poca complejidad, lo cual limita significativamente su aplicabilidad en escenarios reales.

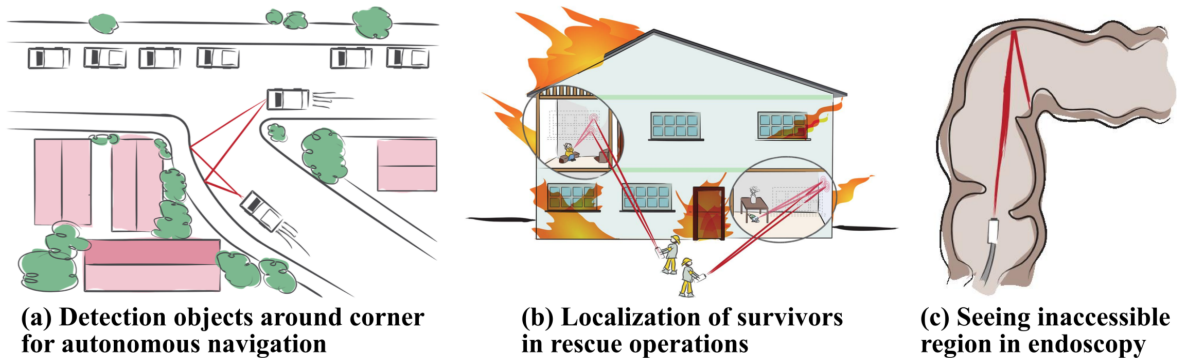


Figura 1.3: Diferentes aplicaciones de las técnicas NLOS. Fuente: [Mae+19]

Recientemente se presentó el trabajo de *Phasor Fields* [Liu+19] el cual enfoca el problema de *non-line-of-sight imaging* de manera novedosa: en vez de seguir los pasos de los métodos previos, mueven el problema de NLOS a LOS (*line-of-sight imaging*) mediante la utilización de un sensor virtual. Esto efectivamente es similar a realizar una fotografía de la geometría oculta.

En este proyecto se extiende *Phasor Fields* a escenarios en presencia de medios turbios. En estas condiciones, la luz interactúa en cada punto diferencial de la escena, resultando un caso peor que en la reconstrucción de geometría ocluida. La contribución fundamental de este trabajo consiste en el análisis de las reconstrucciones obtenidas mediante *Phasor*

Fields en el tipo de escenarios comentados previamente y su aplicación en el ámbito de la imagen biomédica mediante su uso para ver a través de piel humana. Dadas las características especiales de las escenas con medios, se presenta también un filtrado a posteriori a aplicar en las reconstrucciones que mejora su visualización. Este proyecto supone un primer paso en el desarrollo de técnicas robustas de imagen en medios utilizando imagen transitoria.

1.1 CONTEXTO

El presente documento es el resultado de un proyecto de investigación en el grupo **Graphics and Imaging Lab** ¹ de la Universidad de Zaragoza dentro del proyecto *REVEAL* de DARPA.

Debido a que este trabajo forma parte de un proyecto de investigación, la mayor parte de la literatura y de los términos relacionados proceden del inglés. Durante la escritura de este documento se ha tratado de traducir en la medida de lo posible dichos términos al español exceptuando los casos en los que no se tiene traducción directa o afectaban a la lectura fluida del documento.

¹ <https://graphics.unizar.es>

TRABAJO RELACIONADO

Transient Imaging. Generalmente, la manera de obtener información del transporte de luz viene dada por la utilización de iluminación ultra corta (impulsional) basada en láser, como pueden ser los *femto-lasers* [Vel+13]. Respecto a los sensores, se han utilizado principalmente tres tipos de sistemas: los basados en *laser gated* [BHo4] aprovechan que en escenas estáticas el transporte de luz es repetible tomando varias mediciones secuencialmente. Un pulso laser ultra-corto se sincroniza con un sensor ultra-rápido CCD con mucha sensibilidad, el cual mide la llegada de fotones durante ventanas temporales muy pequeñas (en el orden de pico-segundos). Cada medición es independiente y se calcula moviendo la ventana temporal. Este sistema fue luego expandido a tener una iluminación de área en el contexto de NLOS [LV14]. Los sistemas basados en *avalanche photodetectors* (APD) [Chao7] y específicamente *single photon avalanche diodes* (SPAD) [Kir+14; Gar+15], permiten reducir considerablemente tanto el tiempo de captura como la intensidad del emisor. Estos sistemas son relativamente baratos y simples, pero disponen de una baja resolución espacial y requieren de tiempos de exposición muy altos.

Para incrementar la resolución temporal, se han utilizado *streak cameras* [Vel+12; Vel+13; Vel+16] las cuales sacrifican una dimensión espacial (el eje Y) y la utilizan para codificar el tiempo de llegada de los fotones. Para obtener una medida 2D, se utiliza un espejo rotable para ir secuencialmente midiendo el eje vertical de la escena. Para evitar tener que capturar el eje vertical, se puede codificar el dominio $x - y$ en una sola dimensión mediante un conjunto de lentes con diferente inclinación [Hes+14] o mediante un micro-espejo con un patrón pseudo-aleatorio binario [Gao+14].

Por otro lado, también se puede acceder a la información del tiempo de propagación de la luz mediante la utilización de interferometría [Abr78; Abr83], llegando a incrementar su resolución basándose en técnicas de *optical coherence tomography* [Gki+15], aunque tiene limitaciones respecto del campo de visión, profundidad de campo y al tiempo de captura. Finalmente, los métodos de *Phase-based time-of-flight* se basan en correlar un pulso emitido con una frecuencia dada con la respuesta impulsional de un pixel, modulada e integrada en un sensor con otra frecuencia dada. Los primeros trabajos demostraron su viabilidad y limitaciones en el campo de la robótica [HK92; AP96]. Mediante la correlación de diferentes medidas del sensor con diferentes frecuencias de modulación y desplazamientos de fase, se puede reconstruir un conjunto discreto de tiempos de propagación junto a su intensidad por pixel mediante optimización, permitiendo inferir una imagen transitoria de la escena [Hei+13]. Estos dispositivos (PMD, ToF Kinect) suelen ser baratos en comparación a los métodos anteriores, pero implican profundas modificaciones para obtener resultados aceptables.

Reconstrucción de escenas NLOS . El trabajo fundamental en este campo fue el desarrollo de un método para hacer reconstrucciones NLOS en condiciones de laboratorio controladas sin la necesidad de ningún conocimiento a priori de la geometría, mediante la utilización de una técnica de *backprojection* [Vel+12]. Este trabajo fue posteriormente extendido con la intención de mejorar tanto el análisis como la robustez del método [Gup+12]. Más tarde, se generalizó la técnica de *backprojection* utilizando la información medida por *gated systems* [LV14] y SPAD [But+15]. Por otro lado, se ha tratado de reducir la complejidad de la técnica de *backprojection* mediante su cálculo como la intersección de múltiples elipsoidales dadas por las medidas espacio-temporales [AGJ17], permitiendo eliminar las redundancias que previamente tenía el método y pudiéndose aplicar en GPU.

Similarmente, se ha utilizado optimización para obtener reconstrucciones mediante un modelo directo de iluminación [Hul14]: se genera una geometría inicial, la cual se deforma mientras se minimiza el error producido entre el modelo directo calculado y el modelo capturado. Ahora bien, no está garantizado la convergencia al error mínimo global debido a la convexidad de la función a minimizar. Este tipo de técnica se define como *analysis-by-synthesis* y también fue utilizado para detectar y seguir objetos NLOS [Kle+16] bajo unas suposiciones simples, mediante la utilización únicamente de un puntero láser y una cámara convencional.

Las limitaciones de los métodos anteriores fueron eliminadas en el trabajo reciente de Liu *et. al.* [Liu+19], en el cual en vez de tratar de resolver el problema al igual que los trabajos previos, mueven el desafío al campo de LOS (*line-of-sight-imaging*) mediante un sensor virtual desde el cual pueden propagarse señales virtuales. Esto permite eliminar las suposiciones que tenían los métodos anteriores, como es el basado en *light-cone-transform* [OLW18], sobre el número de rebotes que ha tenido la luz en la escena o de la existencia de oclusiones. Siguiendo con el nuevo camino abierto, Lindell *et. al.* [LWO19] presentan en su trabajo lo que sería un propagador aproximado de *Phasor Fields*.

Visión a través de medios . El principal problema que se tiene cuando se pretende ver a través de medios consiste en la luz siendo dispersada múltiples veces en su interior. Esto provoca una degradación en la visibilidad y puede conllevar una pérdida completa de la coherencia de la señal, imposibilitando luego poder reconstruir lo que se encontraba en su interior. Existen un conjunto de técnicas cuyo objetivo es eliminar la contribución de la luz que ha sido dispersada dentro del medio. Un ejemplo de dichas técnicas sería *Optical Coherence Tomography* [Hua+91], la cual rechaza la contribución lumínica dado el tiempo de propagación que ha tenido desde la emisión hasta su recepción. A mayor tiempo de propagación, se puede entender que ha sido dispersada múltiples veces y la señal original se ha perdido. Aunque la idea es factible, tiene un problema: el tiempo que tarda la luz en llegar no es una medida infalible debido a que múltiples caminos que ha podido llevar (varias dispersiones dentro del medio) pueden tener un mismo tiempo de propagación. Por tanto, la luz dispersada puede no verse rechazada por el método debido a que ha tenido un mismo tiempo de propagación que la luz sin ser dispersada. Por otro lado, el halo difuso que se genera por la dispersión puede ser usado para localizar objetos [DONL93] o para aumentar la profundidad máxima a la que es posible reconstruir en técnicas de tomografía óptica [GHA05].

Utilizando la información temporal, se tienen trabajos de ver a través de tejidos a bastante profundidad [HCZ00], mediante *transient imaging* utilizando una cámara ToF con codificación dispersa [Hei+14], usando femto-fotografía para obtener la pose de geometría rígida conocida

[Rav+14] o también para ver a través de un medio relativamente denso de 1.5cm [Sat+15]. Siguiendo en la línea de *transient imaging*, Wu *et. al.* [Wu+] se aprovechan de que la polarización de la luz no es uniforme en el medio para estimar la profundidad de los objetos en su interior.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En este capítulo se describen varios conceptos tanto teóricos como prácticos que se utilizan a lo largo de este trabajo. La intención de este capítulo es la de hacer de este documento un conjunto de información autocontenida. Sin embargo, explicar en detalle cada concepto sería demasiado extenso. Por ello, se explican los fundamentos de cada concepto que se consideran suficientes y necesarios para sustentar la teoría de este proyecto.

3.1 TRANSPORTE DE LUZ EN MEDIOS TURBIOS

A lo largo de su propagación en un medio, la luz interacciona con la materia de dicho medio, y es alterada por dichas interacciones. Así, la luz participa con la materia, siendo absorbida, dispersada o reemitida. Ejemplos de dichos medios participativos del mundo real se pueden ver en Figura 3.1. La luz interactúa con la materia de muchas formas; en medios participativos se puede refractar, dispersar y absorber. También se puede emitir.

Pero a lo largo de su trayectoria también puede interferir consigo misma (interferencia destructiva y constructiva, para lo que no necesita "participar con el medio), o incluso puede ser emitida debido a efectos no relacionados con interacciones luz-materia.



Figura 3.1: Algunos ejemplos de medios participativos en el mundo real. La imagen de la izquierda muestra un medio (niebla), mientras que la imagen de la derecha muestra *subsurface scattering* en la cera de la vela.

Un medio participativo se puede definir como una colección de partículas con las cuales la luz interacciona a nivel individual, generando efectos de absorción o dispersión (Figura 3.2). La absorción modela el efecto de pérdida de energía tras el desplazamiento de la luz dentro

del medio, mientras que la dispersión modela el efecto de que la luz es desviada debido a las interacciones con las partículas en su interior.

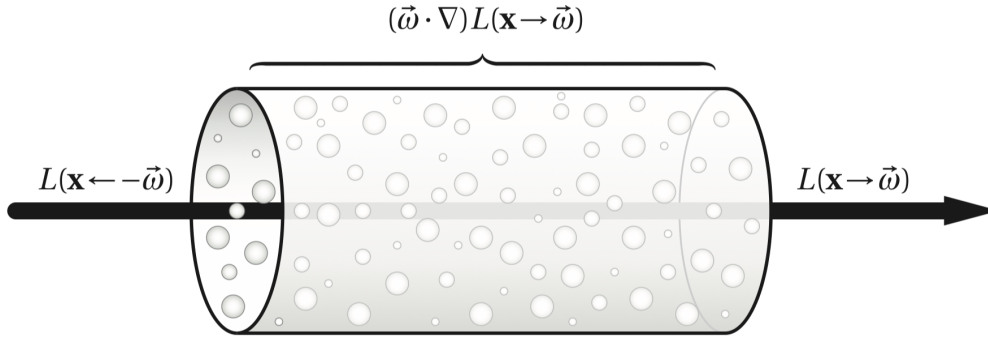


Figura 3.2: Los medios pueden tratarse como una colección estadística de partículas microscópicas. Cuando la luz viaja por él, se produce un cambio de radiancia $(\vec{\omega} \cdot \nabla) L(x \rightarrow \vec{\omega})$. Fuente: [Jaro8]

El transporte de luz por un medio puede ser modelado, bajo ciertas asunciones, con la Ecuación de Transferencia Radiativa (RTE) [Cha60]. Dichas asunciones son que puedes modelar la materia como una distribución estocástica de partículas decorreladas, que no hay interferencia entre las mismas y que el transporte es tanto lineal como monocromático. La RTE describe el cambio diferencial de energía sufrido por la luz al viajar un paso diferencial en su dirección de propagación (Figura 3.3). Tanto la absorción como la dispersión producen una pérdida de energía en la dirección de propagación: la absorción atenúa la luz convirtiéndola en otros tipos de energía, mientras que la dispersión desvía la luz en otras direcciones produciendo también otra pérdida de energía en la dirección de propagación. Por otro lado, el medio también puede generar energía de emisión.

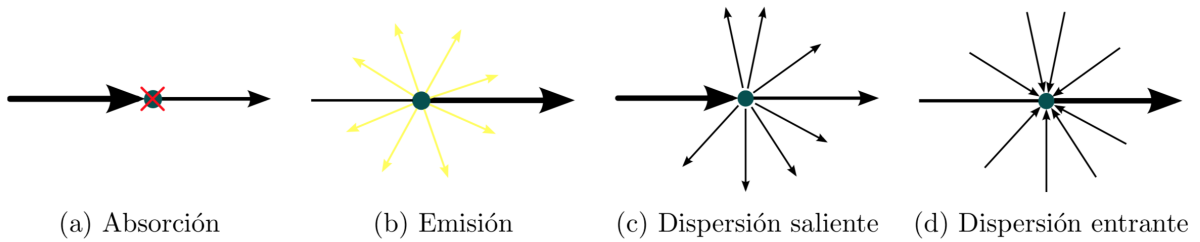


Figura 3.3: Diferentes interacciones que puede tener el medio con la luz en movimiento. Fuente: [Jaro8]

Asumiendo que la distribución de partículas es estadísticamente uniforme, la absorción y dispersión se modelan estadísticamente mediante unos coeficientes, σ_a y σ_s respectivamente, en cada punto x del medio, los cuales modelan cambios de energía incidente L por paso diferencial. Estos coeficientes tienen como unidades m^{-1} y se modelan dados dos factores: las secciones eficaces de absorción / dispersión (κ_a y κ_s) y la concentración de partículas C , siendo $\sigma_a = C * \kappa_a$ (equivalente en el caso de la dispersión). La fórmula diferencial de la RTE se define como:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I_v + \hat{\Omega} \cdot \nabla I_v + (\kappa_a + \kappa_s) I_v = j_v + \frac{1}{4\pi} \kappa_s \int_{\Omega} I_v d\Omega \quad (3.1)$$

donde I_v se refiere a la radiancia espectral, c se refiere a la velocidad de la luz en el vacío y j_v es el coeficiente de emisión.

Finalmente, dado que ambos coeficientes son modelados con las mismas unidades físicas, es común juntarlos en el denominador coeficiente de extinción $\sigma_t(x) = \sigma_a(x) + \sigma_s(x)$. Dicho coeficiente permite calcular el *mean-free path* del medio $l = \sigma_t^{-1}$, el cual determina la distancia media que recorre un fotón en el medio hasta que se produce una interacción. También se puede definir conjuntamente el *scattering albedo* del medio como $\alpha = \sigma_s / (\sigma_t)$, el cual modela la cantidad de energía que se dispersará tras producirse una interacción con el medio. Nótese que este modelado del medio asume que las partículas están perfectamente decorreladas. Para simular medios con correlación arbitraria, referirse al trabajo de Jarabo *et. al.* [JAG18].

Dependiendo de cómo de constantes sean los anteriores coeficientes, se tienen dos tipos de medios: los homogéneos hacen referencia a aquellos medios con coeficientes constantes en toda su extensión. Por otro lado, los heterogéneos tienen una variabilidad espacial tanto de la absorción como de la dispersión. Como ejemplo, la piel sería un medio heterogéneo debido a que está formada de varias capas con distintos coeficientes los cuales varían dependiendo de la posición espacial.

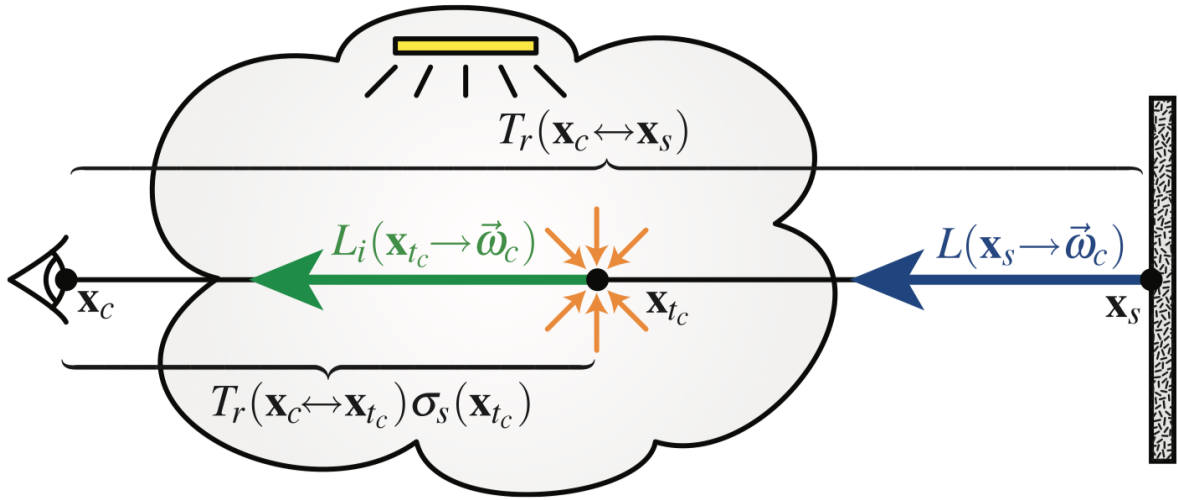


Figura 3.4: La radiancia que llega al sensor $L(x_c \leftarrow \vec{\omega}_c)$ es la suma de la radiancia proveniente de la superficie $L(x_s \leftarrow \vec{\omega}_c)$ y de la radiancia acumulada proveniente de la dispersión del medio $L_i(x_{ts} \leftarrow \vec{\omega}_c)$ a lo largo del rayo. Fuente: [Jar+11]

La formulación original de la Ecuación de Transferencia Radiativa está definida como RTE diferencial (3.1), mientras que cuando queremos renderizar una escena normalmente solo queremos simular el transporte que ha habido dentro de un medio en un intervalo finito $[s_0, s_1]$ (Figura 3.4). Asumiendo por simplicidad que el medio no ha tenido emisión, la formula integral de la RTE está definida por la luz proveniente del fenómeno de dispersión $L_i(x_s, \omega_o, t)$ y la luz refleja por la superficie más cercana $L_r(x_p, \omega_o, t)$ en el punto x con dirección ω_o :

$$L(x, \omega_o, t) = T_r(x \leftrightarrow x_p) L_r(x_p, \omega_o, t) + \int_{s_0}^{s_1} T_r(x \leftrightarrow x_s) L_i(x_s, \omega_o, t) ds \quad (3.2)$$

donde $L_i(x_s, \omega_o, t)$ corresponde a la radiancia proveniente del fenómeno de dispersión (Ecuación 3.3) y $T_r(x \leftrightarrow x')$ representa la cantidad de luz que se ha extinguido desde x a x' , i.e la transmitancia.

La formula integral de la Ecuación de Transferencia Radiativa no tiene en cuenta el tiempo t dado que supone que la velocidad de la luz es infinita y por tanto la luz se encuentra en el mismo instante en toda la escena. Dado que se quiere simular como la luz viaja por la

escena (simulación transitoria del transporte de luz), se rompe dicha suposición y se añade el tiempo en la Ecuación (3.2), teniendo en cuenta que la velocidad de la luz en el vacío es de $c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$. Un ejemplo de simulación del transporte de luz transitorio en medios se encuentra en la Figura 3.5.



Figura 3.5: Simulación transitoria del transporte de luz en un medio homogéneo. La imagen a la izquierda representa la escena en estado de equilibrio (la luz se encuentra propagada en todos los puntos de la escena). El resto de imágenes muestran la evolución de la escena mientras se propaga la luz. Fuente: [Mar+19]

La función de fase $\rho(x, \omega_i, \omega_o)$ modela la distribución angular en la cual la luz es dispersada tras producirse una interacción con las partículas del medio en un punto x dependiendo de su dirección de propagación (Figura 3.6). En medios isotrópicos, modela que la luz es dispersada con la misma probabilidad en todas las posibles direcciones en la esfera alrededor del punto de interacción. Pero normalmente los medios naturales dispersan la luz en una dirección con mayor preferencia frente a las otras: estos medios se denominan anisotrópicos y su anisotropía se puede modelar mediante un parámetro g en el rango $[-1, 1]$.

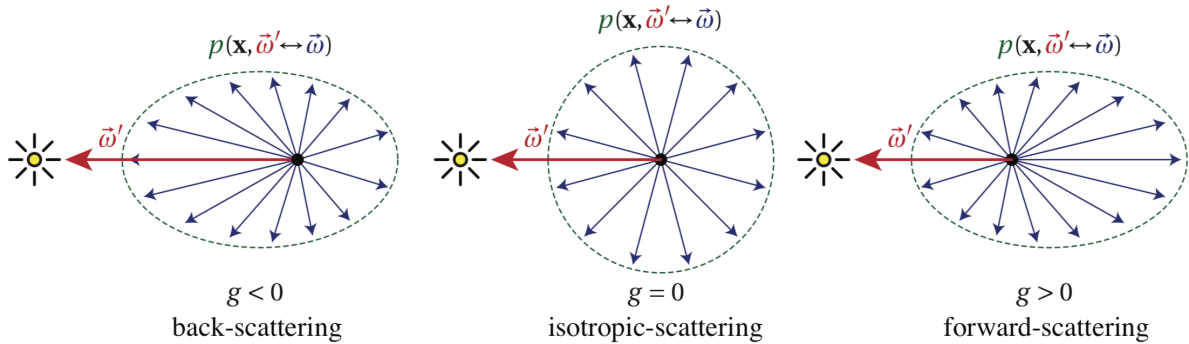


Figura 3.6: Esquema de las distintas distribuciones angulares que puede dar una función de fase dependiendo de su anisotropía. Imagen central representa una función de fase isotrópica. La imagen izquierda muestra una función de fase anisotrópica con predominancia hacia atrás, mientras que la imagen de la derecha tiene anisotropía hacia delante. Fuente: [Jaro8]

Para integrar la dispersión entrante L_i en un punto x del medio con dirección ω_o , hay que tener en cuenta la luz proveniente a ese punto desde todas las posibles direcciones. La parte proporcional que es dispersada en ese punto está definida por $\sigma_s L(x, \omega_i)$. Por otro lado, si se quiere saber cuanta de esa energía se dispersa en la dirección saliente ω_o , es necesario multiplicarla por la función de fase del medio. Integrando en todas las direcciones en la esfera alrededor del punto x , la radiancia producida por dispersión entrante es dada por:

$$L_i(x, \omega_o, t) = \sigma_s(x) \int_{\Omega_{4\pi}} \rho(x, \omega_i, \omega_o) L(x, \omega_i, t) d\omega_i \quad (3.3)$$

siendo $L(x, \omega_i, t)$ la luz que llega a dicho punto. Se ha simplificado la función de fase $\rho(x, \omega_i, \omega_o)$ definiéndola como constante en cualquier instante de tiempo.

Numerosas técnicas han sido propuestas para simular el transporte de luz en medios participativos: Jensen *et. al.* [Jen+01] utilizan el modelo del dipolo el cual fue posteriormente ampliado para manejar materiales definidos por capas [DJ05; Don+08] y con bordes y esquinas [DJ08]. Combinando el modelo del dipolo con Monte Carlo, se tiene tanto el trabajo de Habel *et. al.* [HCJ13] como de Li *et. al.* [LPT05], los cuales aumentan la calidad de las simulaciones. Finalmente, los métodos basados en integración mediante Monte Carlo como *volumetric (bidirectional) path tracing* [KVH84; LW96], *metropolis light transport* [PKK00] o *photon mapping* [DJ08; JC98] son los más costosos computacionalmente, pero a su vez son los que consiguen una mejor precisión en los resultados.

3.2 NON-LINE-OF-SIGHT (NLOS) IMAGING

El campo de NLOS imaging trata de reconstruir la geometría oculta al campo de visión del sensor. Específicamente, el escenario NLOS típico consiste en un par emisor/sensor que solo ve un plano difuso (denominado *relay wall*) y enfrente de dicho plano se encuentra la geometría que se pretende reconstruir (Figura 3.7). De todos los métodos existentes para lidiar con este desafío [Mae+19], una de las aproximaciones que mejores resultados da en el problema es la utilización de los datos temporales obtenidos del transporte de luz mediante *transient imaging*.

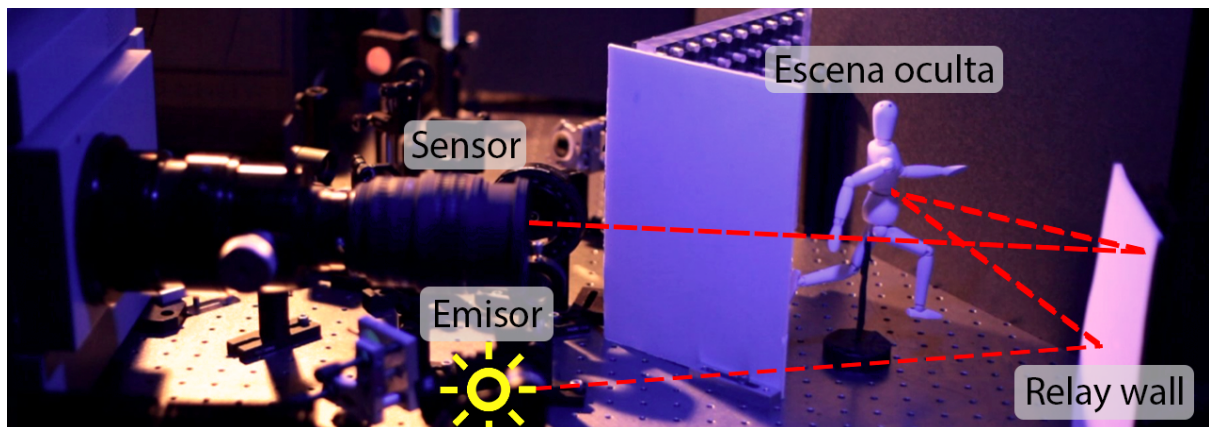


Figura 3.7: Ejemplo de un escenario NLOS simple. La geometría que se pretende reconstruir (el muñeco) se encuentra oculta del sensor/emisor pero no así el *relay wall*, el cual se utiliza para obtener la información de la escena que se encuentra oculta. Las líneas rojas representan un posible camino que ha podido llevar la luz desde su emisión hasta su recepción. Fuente: [Vel+12]

Previamente a la obtención de datos transitorios de la luz, si se hacía una foto convencional al plano difuso lo que se veía era únicamente la respuesta difusa de su material. Esto es debido a que un material difuso refleja la luz que le llega en todas las direcciones, dispersándola e imposibilitando ver cualquier reflejo (al contrario de lo que pasaría en los espejos o superficies especulares). Pero eso cambia si se mide una respuesta transitoria: cuando se emite luz sobre un material difuso, los fotones son dispersados por la escena oculta, lo que genera que interactúen con ella y en algún momento vuelven al plano original sobre el que se han emitido y a su vez al sensor. La diferencia frente a las cámaras convencionales es que el tiempo de llegada de los fotones es dependiente de la escena (dado por las interacciones que ha llevado) y por tanto sirve para discernir información sobre ella.

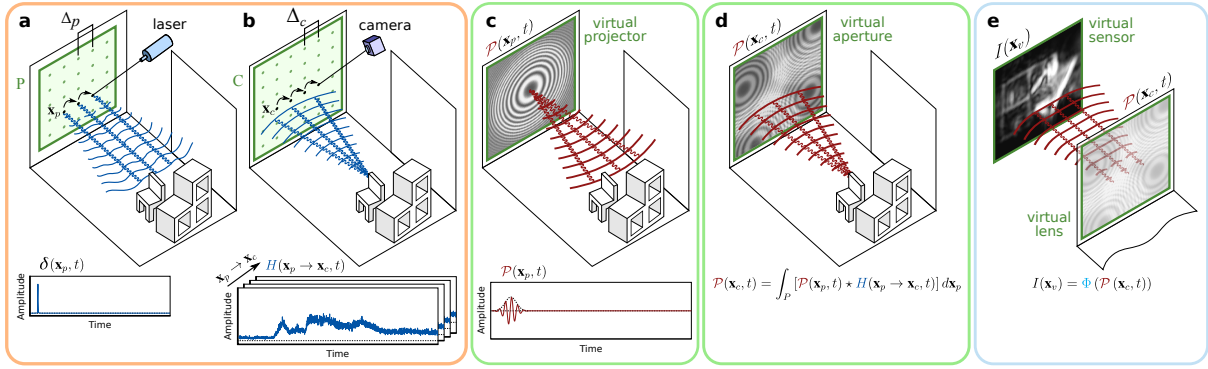


Figura 3.8: **(a)** Un pulso láser escanea secuencialmente el *relay wall* en verde. **(b)** La luz reflejada desde la escena es recibida de vuelta en el sensor, dando como resultado la función impulso H de la escena. **(c)** El phasor field de un emisor virtual $\mathcal{P}(x_p, t)$ es modelado respecto de las necesidades del sistema LOS. **(d)** La respuesta de la escena a esta iluminación virtual $\mathcal{P}(x_c, t)$ es obtenido utilizando la respuesta impulso $H(x_p \rightarrow x_c, t)$. **(e)** La escena es reconstruida dado el frente de onda $\mathcal{P}(x_c, t)$ utilizando teoría de difracción de ondas. La función $\Phi(\cdot)$ también está definida por el sistema LOS utilizado. Fuente: [Liu+19]

Esta tecnología es muy prometedora pero por ahora se encuentra limitada a condiciones altamente controladas de laboratorio. Se es posible reconstruir escenas sencillas compuestas de objetos aislados, con reflectancia difusa y muy reflectantes. La razón de dicha limitación es debido al *Multi Path Interference* (MPI), el cual es uno de los principales desafíos en las reconstrucciones. Cuando la geometría de la escena es compleja, la luz interacciona múltiples veces generando distintos caminos de propagación y llegando en diferentes instantes temporales a la cámara transitoria, produciendo que sea complicado de desambiguar su procedencia. El problema del MPI se hace todavía más notable en la presencia de medios debido a que ahora la luz ya no solo interacciona en las superficies de la geometría sino en todo su volumen. Pero recientemente, en el trabajo de *Phasor Fields*, se ha demostrado como es posible reconstruir escenas NLOS de forma robusta al MPI.

3.3 PHASOR FIELDS

En el trabajo de Liu *et. al.* [Liu+19] proponen un nuevo marco teórico para el campo de NLOS, el cual es robusto al ruido de captura, a MPI y capaz de manejar escenas de complejidad geométrica y material arbitrarias. La idea clave de su trabajo consiste en que la propagación de luz modulada en intensidad a través de una escena puede ser modelada usando un operador de *Rayleigh–Sommerfeld diffraction* (RSD) actuando sobre lo que ellos denominan *Phasor Field*. Esto permite formular los problemas de NLOS como si fueran modelos de simulación de propagación de luz basada en ondas, y en particular en óptica de Fourier [Goo05]. En resumen, se puede trasladar todo el conocimiento existente en óptica al dominio de NLOS, mediante la definición de cámaras virtuales en la escena. En la Figura 3.8 se muestra un resumen gráfico del método. Remarcar que en los pasos **(a,b)** se utiliza la escena real para obtener los datos transitorios necesarios pero en los pasos restantes **(c,d,e)** ya no es necesaria la escena real dado que se realizan virtualmente (computacionalmente).

El *Phasor Field* monocromático en una posición y tiempo específicos se define como una senoide con frecuencia única ω :

$$\mathcal{P}_\omega(\mathbf{x}, t) \equiv \mathcal{P}_{0,\omega}(\mathbf{x}) e^{i\omega t} \quad (3.4)$$

siendo $\mathcal{P}_{0,\omega}(\mathbf{x})$ y $e^{i\omega t}$ la intensidad y fase en el instante t del fasor respectivamente.

Como demuestran Liu *et. al.* [Liu+19] y Reza *et. al.* [Rez+19], la propagación de este fasor desde una superficie S se puede realizar usando un propagador con la forma de la RSD:

$$\mathcal{P}_\omega(\mathbf{x}_d, t) = \gamma \int_S \mathcal{P}_\omega(\mathbf{x}_s, t) \frac{e^{ik|\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_s|}}{|\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_s|} d\mathbf{x}_s \quad (3.5)$$

donde γ es el factor de atenuamiento, $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda con longitud de onda $2\pi/\omega$, $\mathbf{x}_s \in S$ y $\mathbf{x}_d \in D$. El factor de atenuamiento tiene en cuenta la perdida de intensidad por distancia aproximado en el plano S y definido como $\gamma \approx 1/|S - \mathbf{x}_d|$.

Para obtener la imagen de una escena vista desde un sensor virtual situado en el plano C es necesario obtener el *phasor* $\mathcal{P}(\mathbf{x}_c, t)$ con $\mathbf{x}_c \in C$ dada una iluminación inicial dada por el *phasor* emisor $\mathcal{P}(\mathbf{x}_p, t)$, con $\mathbf{x}_p$ perteneciente a un punto en el plano del projector virtual. Dado que el transporte de luz en escenas estáticas (a la escala de la resolución temporal de la cámara utilizada para realizar las mediciones) es lineal en el espacio e invariante en el tiempo (si se lanza un fotón con un desfase en tiempo Δt , ese mismo fotón será recibido en el sensor con ese mismo retraso Δt), se puede caracterizar como una función de respuesta impulso $H(\mathbf{x}_p \rightarrow \mathbf{x}_c, t)$ donde $\mathbf{x}_p$ y $\mathbf{x}_c$ son las posiciones del emisor y receptor respectivamente. Por tanto, el *phasor* $\mathcal{P}(\mathbf{x}_c, t)$ en el sensor virtual se puede expresar en función del *phasor* de iluminación $\mathcal{P}(\mathbf{x}_p, t)$ y la respuesta impulso de la escena $H(\mathbf{x}_p \rightarrow \mathbf{x}_c, t)$:

$$\mathcal{P}(\mathbf{x}_c, t) = \int_P [\mathcal{P}(\mathbf{x}_p, t) \star H(\mathbf{x}_p \rightarrow \mathbf{x}_c, t)] d\mathbf{x}_p \quad (3.6)$$

donde $\star$ denota el operador de convolución. La respuesta impulso $H(\mathbf{x}_p \rightarrow \mathbf{x}_c, t)$ en NLOS corresponde con las mediciones transitorias 5D realizadas con un sensor ultra-rápido enfocado en el punto $\mathbf{x}_c$ del *relay wall* y secuencialmente iluminado con pulsos cortos en los diferentes puntos de $\mathbf{x}_p$ (también situados sobre el *relay wall*).

Finalmente teniendo el *phasor* del sensor virtual resultado de propagarlo desde el emisor virtual, hace falta convertirlo a una imagen. Para ello, dependiendo del modelo plantilla LOS utilizado, se definirá de diferentes formas. Específicamente, la función de formación de imagen $\Phi(\cdot)$ es la encargada de este paso y está definida como:

$$I(\mathbf{x}_v) = \Phi(\mathcal{P}(\mathbf{x}_c, t)) \quad (3.7)$$

Una vez la respuesta impulso del sistema ha sido obtenida, tanto el frente de onda $\mathcal{P}(\mathbf{x}_p, t)$ como el operador de imagen $\Phi(\cdot)$ pueden ser implementados virtualmente (computacionalmente).

Su robustez ante el MPI y capacidad de gestionar escenas de complejidad arbitraria quedan demostradas en los resultados que obtienen (Figura 3.9), siendo la reconstrucción de la escena más compleja que se ha realizado hasta el momento. Sin embargo, las escenas que reconstruyen no tienen en cuenta la presencia de medios, dado que asumen que no tienen efecto en el transporte de luz. Pero conforme el medio se vuelve más turbio, sus efectos son mayores, quizás pudiendo llegar a imposibilitar la reconstrucción mediante *Phasor Fields*. En la siguiente sección se discutirá al respecto.



Figura 3.9: Resultados obtenidos mediante *Phasor Fields*. La imagen de la izquierda es una fotografía convencional con la cámara situada en el *relay wall*. La imagen de la derecha es la reconstrucción obtenida mediante *Phasor Fields*. Nótese la complejidad de la escena, en la cual se tienen tanto oclusiones como interreflexiones. Fuente: [Liu+19]

PHASOR FIELDS EN MEDIOS TURBIOS

4.1 MOTIVACIÓN

Liu *et. al.* [Liu+19] muestran que *Phasor Fields* permite la reconstrucción robusta de escenas de complejidad arbitraria. Sin embargo, en su trabajo asumen que el medio de dichas escenas no tiene relevancia en el transporte de luz, pero ver a través de él supone un desafío conforme es cada vez más turbio y sus propiedades interfieren con el transporte de luz.

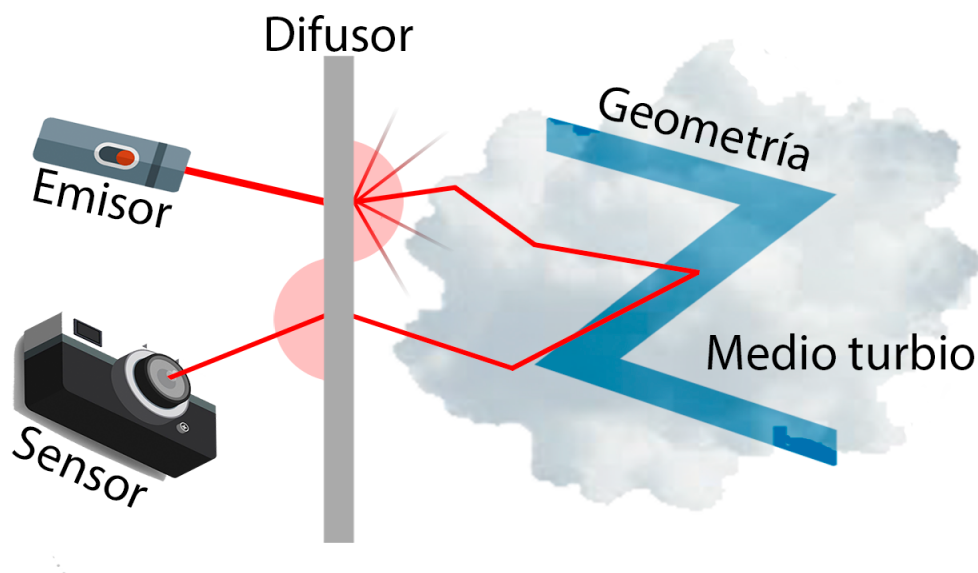


Figura 4.1: Diagrama del escenario que se analizará. Tanto el emisor como el sensor se encuentran fuera del medio. El plano gris actúa como un difusor, el cual simboliza tanto la entrada como la salida del medio. La geometría azul que se quiere reconstruir se encuentra dentro del medio.

En este trabajo se analiza la aplicación de *Phasor Fields* situándolo fuera del campo de investigación de NLOS y acercándolo al de ver a través de medios turbios. Para ello, las escenas tienen una configuración distinta (Figura 4.1). En esta configuración, tanto emisor como receptor se encuentran fuera del medio e interactúan con él a través de un difusor (*relay wall*). Este difusor es tanto la entrada como la salida del medio y es a través de él que la luz empezará a interactuar con el medio. Estas interacciones estarán caracterizadas por las propiedades propias que define el medio participativo. Esta configuración de escena es homóloga a la mostrada en la Figura 3.7 de un escenario NLOS. Tanto el *relay wall* como el difusor actúan dispersando toda la luz que les llega.

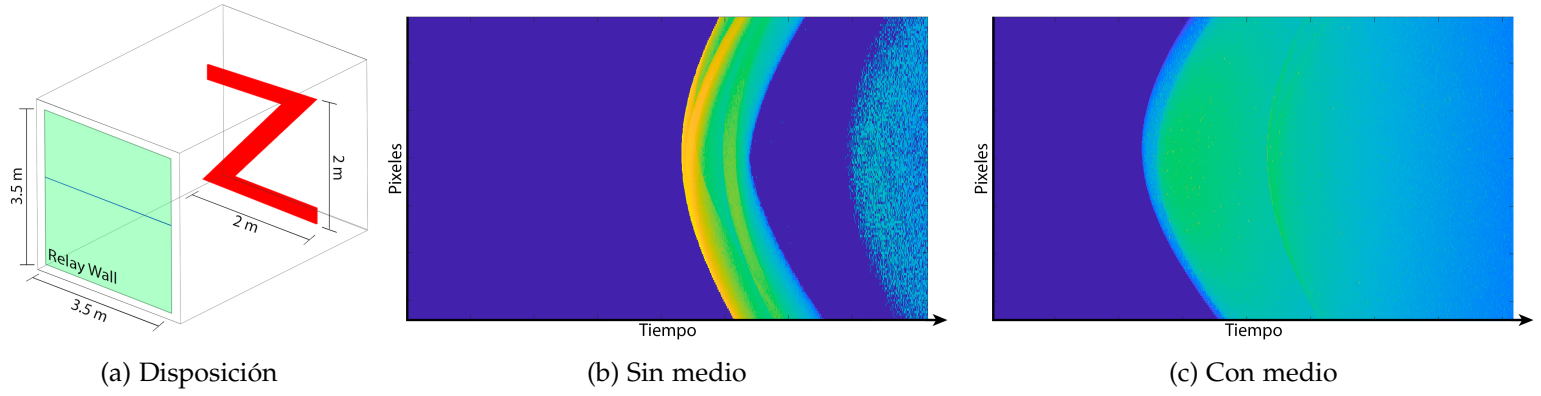


Figura 4.2: *Streak images* de una fila horizontal de píxeles (línea azul en el relay wall) , en escala de color logarítmica, resultado de la simulación de una escena simple formada por una única geometría en rojo y el *relay wall* en verde.

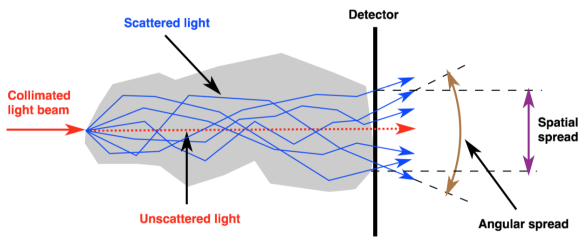


Figura 4.3: Ejemplo del transporte de un haz colimado de luz por un medio. Cuando la luz entra dentro del medio, sus interacciones producen cambios en la dirección de propagación, lo cual produce una difusión. Fuente: [Pre+04]

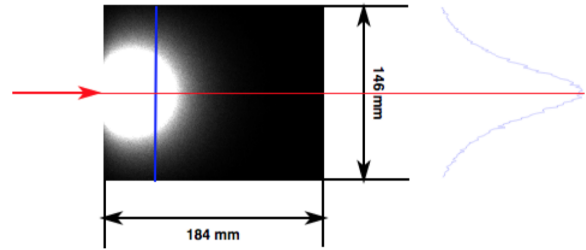


Figura 4.4: Ejemplo de la difusión que tiene la luz cuando atraviesa un medio. La iluminación procede de una luz puntual y su perfil de difusión se muestra a la derecha. Fuente: [Pre+04]

En un escenario sin medios participativos, la luz interacciona únicamente en la superficie de los objetos. Esto implica que en escenas simple toda la luz que llegará al sensor será debido a sus interacciones. Por contra, en presencia de medios , la luz genera interacciones en todo el volumen junto con las interacciones en la superficie de la geometría. Este efecto se puede ver en las imágenes espacio-temporales del transporte de luz. Dichas imágenes (llamadas también "*streak images*", como referencia a la *streak camera* usada por Velten *et. al.* en femto-fotografía [Vel+13]), muestran un vídeo 1D, en el que el eje x representa el tiempo (en escala de picosegundos), y el eje y los píxeles del vídeo. Dado que la iluminación proviene de un pulso láser, en el dominio temporal eso se traduce en frentes de onda que irán llegando con un desfase temporal dadas las interacciones que haya tenido la luz en su propagación. La Figura 4.2 muestra las *streak images* resultantes de la simulación de una geometría aislada. Si se simula dicha escena sin la presencia de medios (Figura 4.2b) se puede apreciar un único frente de onda que produce el pulso de luz emitido tras interactuar con la geometría. Dado que no hay más fuentes de interacción, toda la información transitoria se resume en dicho frente de onda. Sin embargo, en la misma escena con un medio participativo (Figura 4.2c), la luz interacciona en todo su volumen generando una energía uniforme durante todo el eje temporal debida a las distintas dispersiones acaecidas en diferentes momentos temporales (Figura 4.3). Dado que la luz también ha interactuado con la geometría, se puede seguir apreciando levemente el frente de onda que aparecía en la Figura 4.2b.

Este efecto se da comúnmente en medios no absorbentes (aquellos que no extinguen la totalidad de la energía de la luz) y se traduce en un halo difuso provocado por la dispersión de la luz (Figura 4.4). Este halo esconde la estructura interna del medio (la geometría que se pretende reconstruir) el cual es incrementado conforme el medio tiene una profundidad superior a unas cuantas veces su *mean-free path*. Este efecto representa uno de los mayores problemas a la hora de obtener imágenes o enfocar dentro de medios participativos.

El objetivo de este trabajo se enmarca en analizar el comportamiento de *Phasor Fields* cuando en la escena a reconstruir se encuentra un medio. Específicamente, se pretende caracterizar su comportamiento mediante el análisis de diferentes medios con diferentes propiedades y determinar cuanto se degradan las reconstrucciones o que información es capaz de generar *Phasor Fields* en su presencia.

ANÁLISIS EMPÍRICO DE VISIÓN EN MEDIOS TURBIOS

En este capítulo se hablará del análisis que se ha realizado para probar la teoría de *Phasor Fields* extendida a medios. En la Sección 5.1 se detallará el experimento realizado. Posteriormente se introducirá en la Sección 5.2 información sobre la realización de este experimento, tanto de la simulación como de la reconstrucción. A continuación se hablará del filtrado propuesto para mejorar la calidad de las reconstrucciones en la Sección 5.3. Finalmente se analizarán los resultados obtenidos en la Sección 5.4. En el Anexo C se encuentran los resultados restantes que no han sido seleccionados para esta sección.

5.1 DISEÑO DEL EXPERIMENTO

Geometría de la escena . Se han realizado simulaciones con dos tipos de escena (a escala de metros): la denominada simple, que únicamente contiene el *relay wall* con una Z en frente suyo a una distancia de 2 metros (Figura 4.2) y la denominada compleja, que contiene una habitación con un modelo complejo de una estantería a una distancia de 1,8 metros del *relay wall* (Figure 5.1). Para evitar el incremento de energía junto al emisor situado en el *relay wall* se ha omitido en las reconstrucciones el medio metro más cercano al plano difuso.

La escena simple (Figura 4.2a) sirve para comprobar las interacciones de la luz con el medio, dado que se simplifica al máximo la importancia de la geometría sobre la señal resultante del transporte de luz. En dicha escena (como se habló previamente), la diferencia entre que exista medio o no es reseñable y cambia por completo el transporte de luz. Esta disposición es la utilizada en la mayoría de las pruebas dado que sirve para detectar cualquier cambio que ha afectado a la reconstrucción debido al medio. Pero las escenas del mundo real no son así, y por eso se analiza también la influencia de escenas complejas. Como se puede ver en la Figura 5.1b, en dicha configuración de escena aparece el *Multi Path Interference*, el cual es similar a la dispersión acaecida por los medios sobre la luz y se tiene una *streak image* con radiancia en toda la extensión temporal. Cuando se introduce un medio (Figura 5.1c), el medio genera un mayor difuminado de la radiancia que previamente ya se tenía.

Propiedades del medio . Como se habló en el marco teórico (Sección 3.1), los medios participativos se modelan mediante el coeficiente de absorción σ_a y el de dispersión σ_s . Si se quiere experimentar cambiando sus propiedades, es más interesante describir al medio mediante su coeficiente de extinción σ_t y su *scattering albedo* α . El coeficiente de extinción σ_t modela la cantidad de interacciones que tendrá la luz con el medio, lo cual se puede entender como que ha mayor extinción el medio se puede considerar más turbio y viceversa. Por otro lado, el *scattering albedo* α del medio modela la cantidad de luz que será dispersada en otras fuentes de energía. A mayor α , mayor será la energía que se apreciará de los eventos de dispersión.

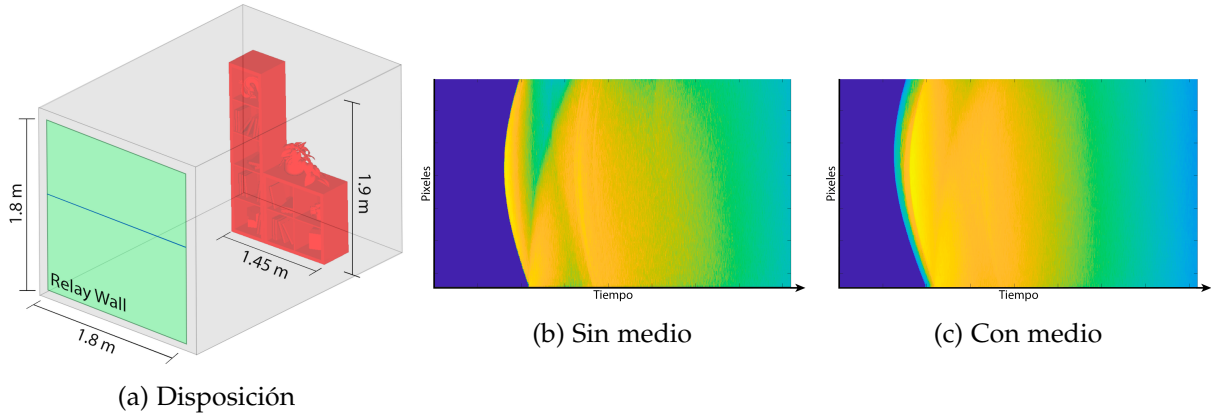


Figura 5.1: *Streak images* de una fila horizontal de píxeles (línea azul en el relay wall) , en escala de color logarítmica, resultado de la simulación de una escena compleja formada por una habitación con una geometría compleja en rojo que modela una estantería. El *relay wall* es la región de la pared de color verde.

Estos dos coeficientes permiten modelar independientemente estas dos características de los medios y serán utilizados para analizar como influyen en las reconstrucciones.

En la mayoría de pruebas se ha introducido un medio isotrópico, pero también se ha analizado el efecto que puede tener la estructura generada por anisotropía en las reconstrucciones. Para los casos de medios anisotrópicos, se ha utilizado la función de fase de Henyey-Greenstein [HG41], que aproxima el comportamiento del *scattering* de Mie, y que es ampliamente usada en astrofísica, ciencias atmosféricas, óptica de tejidos, y gráficos por computador.

Configuración de longitud de onda . Cuando se reconstruye mediante *Phasor Fields* es importante conocer la longitud de onda que se está utilizando. La longitud de onda estándar que se utiliza viene dado por $\lambda = 4 * sc$, siendo sc el espaciado entre los puntos que se han medido en el *relay wall*. Dicha longitud de onda virtual es la que define la resolución de la reconstrucción.

La dispersión generada en un medio tenue (al igual que el MPI) puede entenderse como incoherente. Conforme el medio se vuelve más turbio, y por ende aumentan los eventos de dispersión, dicha dispersión obtiene coherencia. Dado que *Phasor Fields* es capaz de filtrar la incoherencia, al incrementar la longitud de onda se pretende analizar si es posible convertirlo de nuevo a un régimen incoherente y que sea eliminado.

Las distintas reconstrucciones que se mostrarán en este documento corresponden a las vistas de cámara que se muestran en la figura 5.2.

5.2 GENERACIÓN Y RECONSTRUCCIÓN

Para la generación de datos se ha utilizado un renderizador transitorio *open-source* [Jar+14] basado en física y ampliamente utilizado en el contexto de *transient imaging*. Mediante esta herramienta se simula el transporte de luz por las escenas descritas en la sección anterior, el cual posteriormente será utilizado como respuesta impulso en *Phasor Fields*. Dadas las necesidades específicas de los experimentos, se ha adaptado a las necesidades específicas

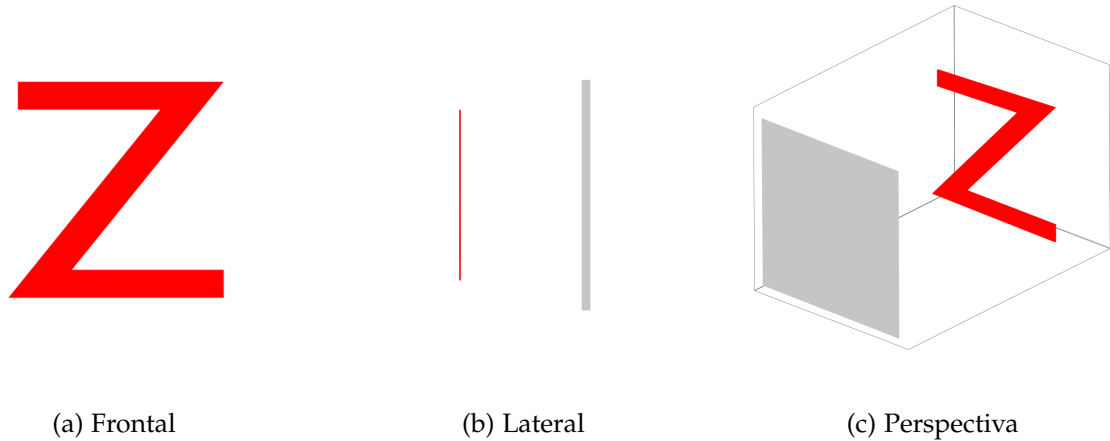


Figura 5.2: Diferentes puntos de vista utilizados para analizar las reconstrucciones volumétricas (el color rojo representa la geometría de la escena y el color gris hace referencia a la posición del *relay wall*)

de este trabajo. Para la reconstrucción con *Phasor Fields*, se utiliza un sistema virtual similar al microscopio confocal, donde tanto el proyector virtual como el sensor virtual enfocan a un punto concreto en la escena. Esto permite reconstruir volúmenes 3D con toda la escena enfocada (ver Anexo A). Los detalles en la implementación de ambos sistemas se pueden encontrar en el Anexo B.

5.3 FILTRADO DEL MEDIO

Como se habla en la Sección 3.1, las interacciones de la luz con el medio son mayoritariamente de absorción y dispersión. Cuando se observan las reconstrucciones generadas, estos efectos se pueden apreciar en una pérdida de energía dependiendo de la profundidad y un incremento del *backscattering* junto al *relay wall*. Con este filtrado se pretende atajar ambos problemas, buscando conseguir reconstrucciones con una mayor calidad. Un ejemplo del resultado de aplicar este filtrado se tiene en la Figura 5.3. Como se puede ver, dependiendo de la vista de cámara utilizada, este filtrado es necesario a la hora de extraer información útil de las reconstrucciones.

El filtro propuesto está compuesto de dos *kernels*, los cuales tratan de minimizar dos efectos distintos de los medios en las reconstrucciones:

- **Extinción de la luz** . Conforme la luz viaja por el medio, su energía va siendo absorbida por este. Por tanto, la energía que se tiene en las reconstrucciones no es homogénea en toda su extensión. Esta pérdida de energía viene dada por la función de transmitancia del medio. Este *kernel* busca compensar la pérdida de energía que se ha producido y se encuentra definido como:

$$K(d) = e^{[\sigma_t * d]} \quad (5.1)$$

siendo d la distancia recorrida por la luz.

- **Backscattering junto al relay wall** . Dentro de un medio, el *single scattering* es el resultado de la dispersión sufrida por la luz centrada en un punto. Usualmente se produce alrededor de los emisores y en este caso, la emisión proviene del *relay wall*, que es donde

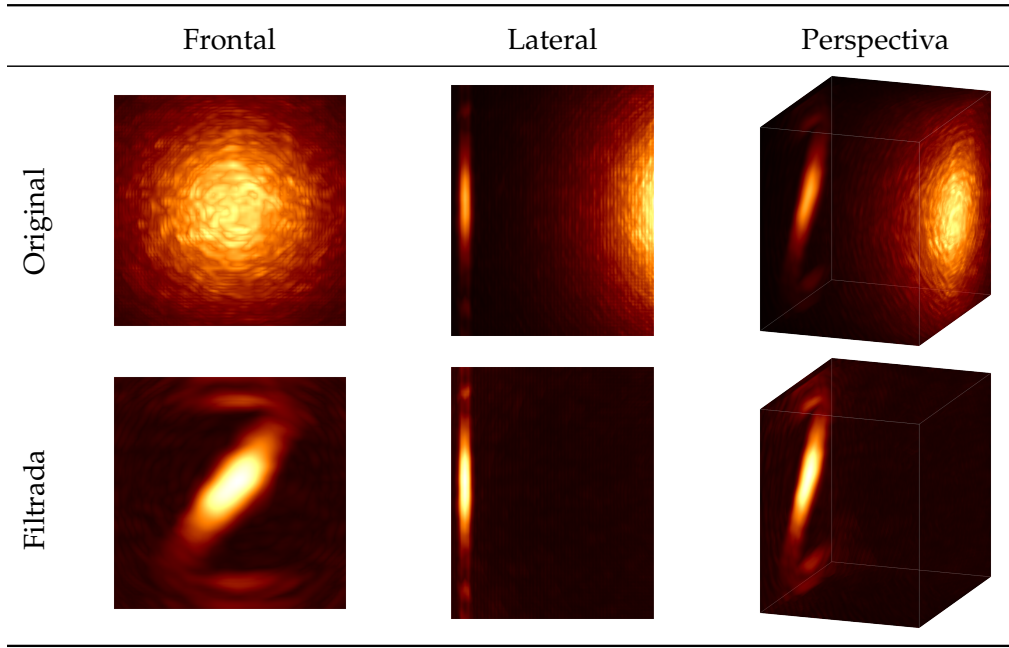


Figura 5.3: Comparativa entre la aplicación del filtrado propuesto y la reconstrucción original

el láser es dispersado. Este *kernel* está diseñado para eliminar la contribución del *single scattering* que aparece en las reconstrucciones y está definido como:

$$K_s(d) = 1/\sigma_s * e^{[\sigma_s * d]} \quad (5.2)$$

siendo d la distancia hasta el emisor.

Tanto la transmitancia (5.1) como la cantidad de *single scattering* (5.2) están definidos con una distancia. Utilizando la información 3D que define los voxels y ubicando tanto la cámara como emisor en el *relay wall* (en el punto central del plano), se puede compensar en cada voxel por la pérdida de energía producida por el medio (absorción) y la ganancia de energía producida por la dispersión del emisor (*single scattering*). Remarca que este filtrado no ayuda en la presencia de *multiple scattering* y se deben de conocer (o aproximar) tanto σ_t como σ_s .

5.4 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

5.4.1 Variación de las propiedades del medio

En la Figura 5.4 se muestran los resultados de ir variando el *scattering albedo* y la extinción del medio de la escena a reconstruir. A niveles bajos de extinción, las reconstrucciones son similares a que no hubiese un medio dado que este está siendo filtrado por *Phasor Fields*. Conforme la extinción aumenta (y por ende el *mean-free path* o distancia media recorrida hasta que se produce una interacción), va llegando cada vez menos señal de la geometría hasta que la señal resultante no permite reconstruir el objeto.

Analizando la influencia del *scattering albedo*, a niveles bajos es equivalente a que solo se produzca pérdida de energía debido a la transmitancia. Conforme aumenta y se dan un mayor número de interacciones, eso genera una mayor energía por todo el medio la cual

acaba escondiendo a la geometría. Por otro lado, también se puede apreciar como conforme el medio se vuelve más turbio se generan *speckles*, los cuales se pueden considerar como el ruido generado por fuentes de luz coherentes. Estos *speckles* tienen propiedades estadísticas y pueden ser usados para intentar recuperar señal escondida entre ellos.

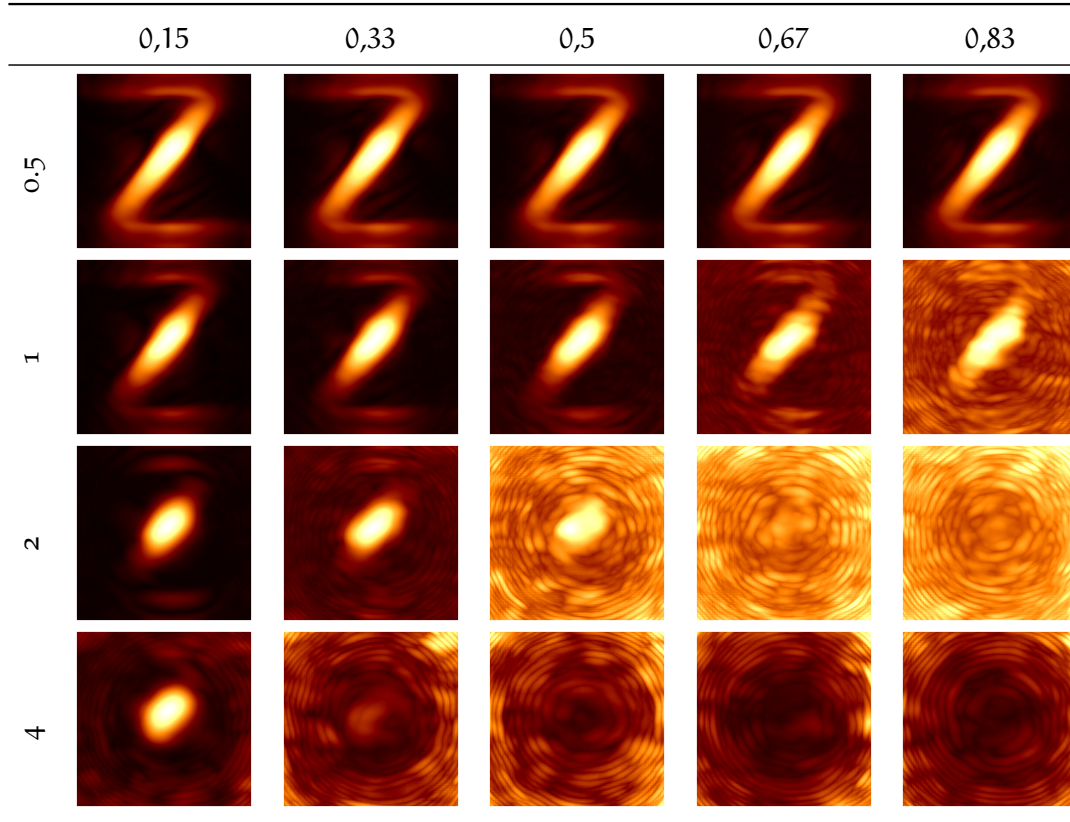


Figura 5.4: Resultados obtenidos variando la extinción (filas) y el *scattering albedo* (columnas) del medio (vista frontal)

En la Figura 5.5 se muestran los resultados de la prueba de modificar la función de fase para que el medio tenga anisotropía. La función de fase utilizada es la de Henyey-Greenstein como se comentó previamente y se ha evaluado con anisotropía hacia delante ($g = 0,7$) y hacia atrás ($g = -0,7$).

De los resultados se puede apreciar que la anisotropía no genera estructura en las reconstrucciones mediante *Phasor Fields*, pero si influye en la calidad de estas. Principalmente, conforme el medio tenga una mayor dispersión hacia delante (*forward scattering*) ello implicará una mayor penetración de la señal en el medio sin reflejarse y por tanto las reconstrucciones obtenidas serán mejores. Por el contrario, en el caso de una dispersión hacia atrás (*backward scattering*), el medio se convierte en un reflector y la intensidad extendida por el medio dadas las interacciones llegará con una mayor facilidad al sensor, produciendo una mayor reconstrucción del medio. Esto correla con los resultados mostrados con el incremento de densidad del medio: al aumentar la dispersión hacia delante, la extinción efectiva es menor (y al contrario con *backscattering*), como se predice usando teoría de similaridad [WPW89]. Se deja como trabajo futuro cómo se podría aplicar dicha teoría en *Phasor Fields*.

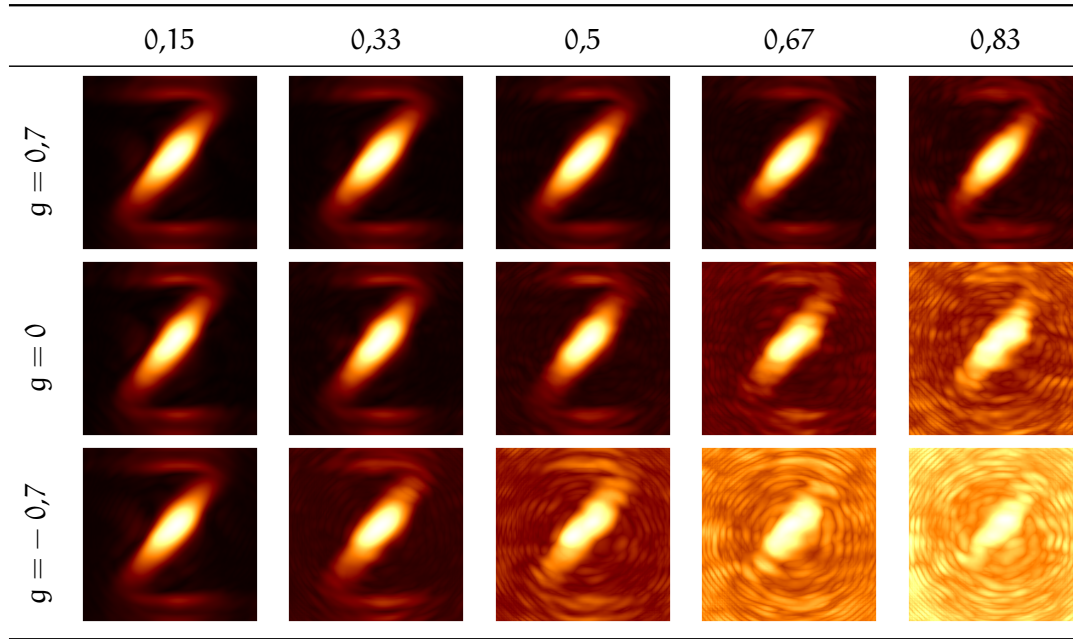


Figura 5.5: Resultados obtenidos de la simulación con anisotropía con $\sigma_t = 1$ y *scattering albedo* (columnas) variable. Primera fila es con anisotropía hacia delante, segunda fila es isotrópico y la tercera fila con anisotropía hacia atrás.

5.4.2 Influencia de la profundidad de la geometría

En la Figura 5.6 se muestran las reconstrucciones obtenidas cuando se va introduciendo a una mayor profundidad dentro del medio la geometría a reconstruir. Los parámetros del medio que se han utilizado son $\sigma_t = 1$ y $\alpha = 0,5$, fijos en todas las pruebas. La variación del tamaño de las distintas pruebas viene dado a que se reconstruye todo el volumen (menos el primer medio metro como se comentó en la Sección 5.1). Esto se realiza debido a que el objetivo no es únicamente ver si se puede reconstruir la geometría en su nueva profundidad, sino también analizar como se reconstruye el medio en el espacio intermedio.

Se puede ver en los resultados como a mayor profundidad, la geometría cada vez se hace más complicada de reconstruir. El límite en esta configuración se tiene a los 4 metros de profundidad (que equivaldría a 4 veces el *mean-free path*, es decir, una media de cuatro interacciones con el medio). Esto indica que la profundidad no implica un problema en las reconstrucciones siempre y cuando el medio no sea lo suficientemente turbio como para dispersar por completo toda la luz incidente (que es lo que sucede en las pruebas a 5 y 6 metros de profundidad).

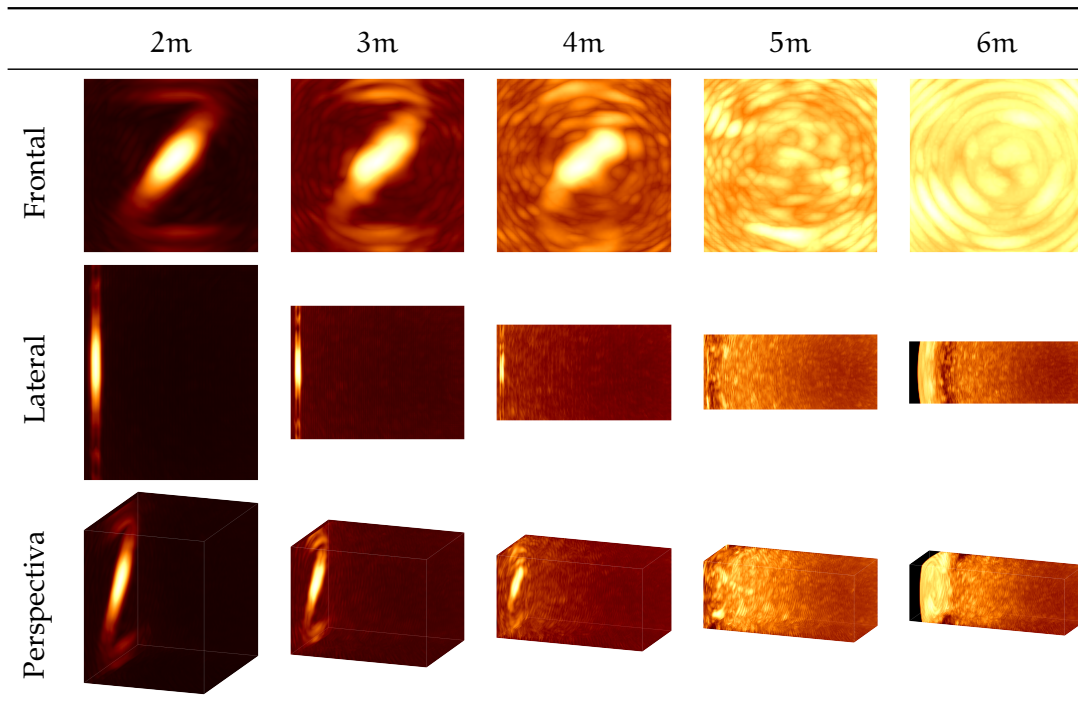


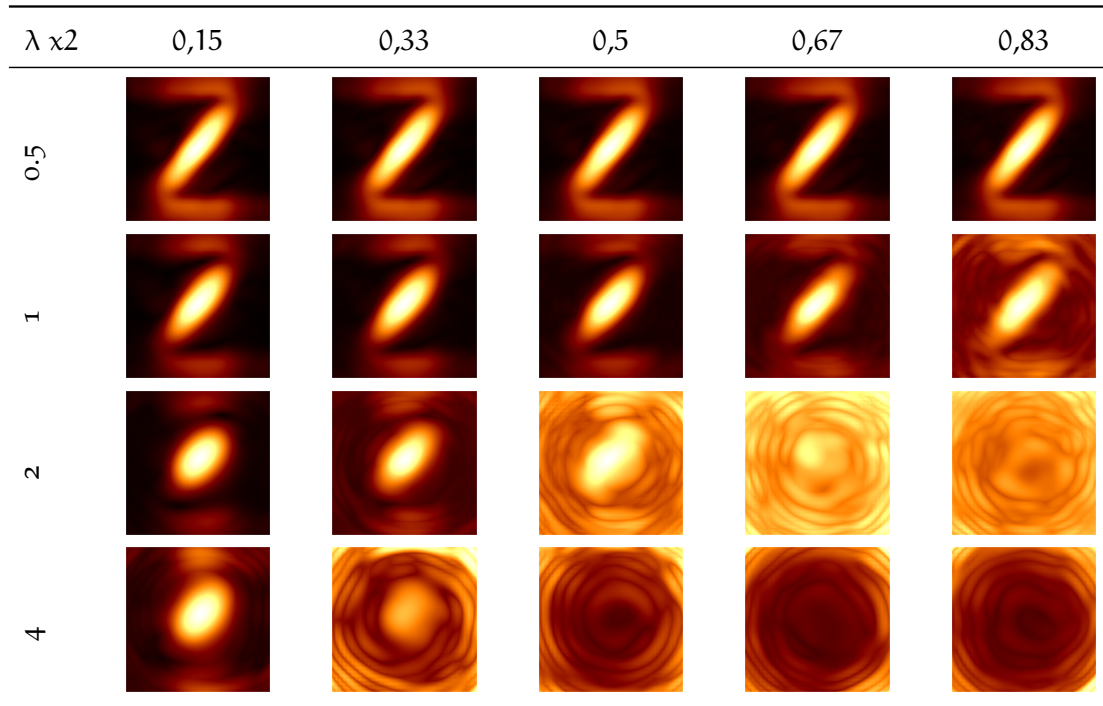
Figura 5.6: Resultados obtenidos de la simulación con la geometría a distintas profundidades con $\alpha = 0,5$ y $\sigma_t = 1,0$.

5.4.3 Configuración de longitud de onda

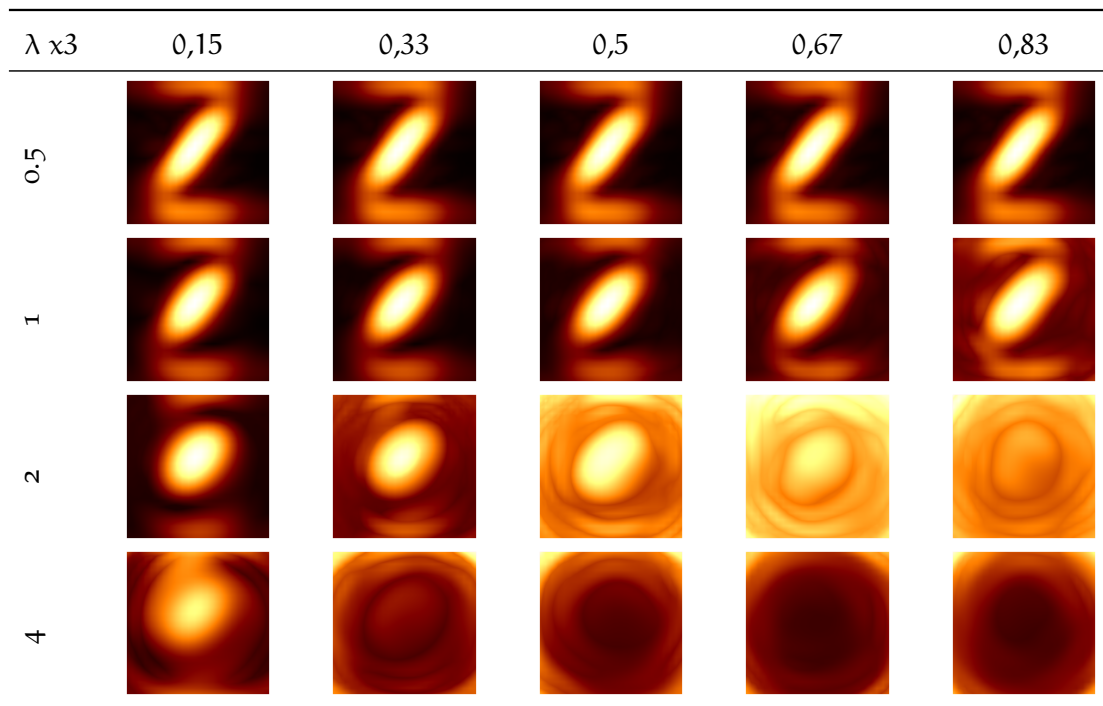
Los resultados se encuentran en la Figura 5.7 y muestran los resultados de experimentar duplicando y triplicando la longitud de onda siendo de 0,22 m y 0,33 m respectivamente frente la longitud original de 0,11 m. Se puede apreciar de esta prueba que las reconstrucciones se desenfocan como resultado de ampliar la longitud de onda, pero también producen un efecto sobre el medio: cuando el medio ha entrado en régimen de difusión (como podría ser en el caso de $\sigma_t = 2$ o $\sigma_t = 4$), este cambio lo único que hace es suavizar los *speckles* que se han generado. Lo interesante sucede en las reconstrucciones con *scattering albedo* 0,67 y 0,83 y $\sigma_t = 1$, en las cuales se empieza a reconstruir el medio y esto producía que se escondiese la geometría en la reconstrucción. Al ir incrementando la longitud de onda, los *speckles* se van suavizando haciendo que vaya apareciendo una versión desenfocada de la geometría oculta, la cual antes era complicada de visualizar.

5.4.4 Efecto de geometría compleja

En la Figura 5.8 se muestran las reconstrucciones obtenidas de la escena compleja. Se puede apreciar como la interacción del *Multi Path Interference* junto con la dispersión del medio produce que este aparezca con mayor intensidad en las reconstrucciones. Esto posiblemente sea debido a que se genere dispersión coherente (debido a la suma de la producida por el MPI junto a la que haya sucedido por el medio) y por tanto *Phasor Fields* no lo filtre. También se puede apreciar como no se ha perdido calidad respecto a la geometría reconstruida aún estando dentro de un medio.



(a) Resultados obtenidos multiplicando por dos la longitud de onda utilizada en la reconstrucción.



(b) Resultados obtenidos multiplicando por tres la longitud de onda utilizada en la reconstrucción.

Figura 5.7: Resultados obtenidos variando la extinción (filas) y el *scattering albedo* (columnas) del medio (vista frontal) modificando el tamaño de la longitud de onda utilizada. La primera tabla es duplicando y la segunda tabla triplicando la longitud de onda respectivamente dada la $\lambda = 0,11$ m.

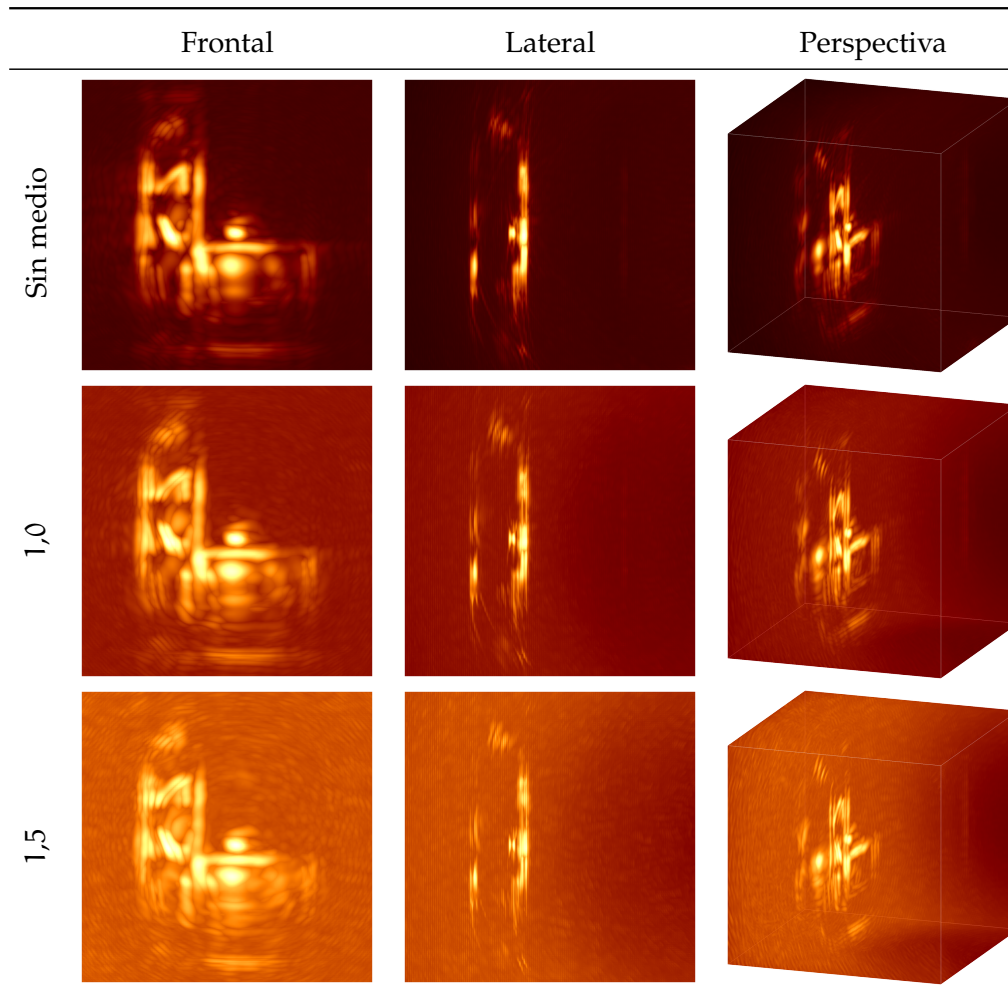


Figura 5.8: Resultados obtenidos de la simulación de la escena compleja con $\alpha = 0,5$ y variando la extinción (filas). Primera fila muestra la reconstrucción sin medio.

5.5 RESUMEN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

En resumen, los datos obtenidos del análisis sugieren las siguientes conclusiones:

La propagación de la luz en medios suele describirse como trayectos aleatorios que sigue la luz (Figura 4.3). La teoría de transferencia radiativa, de la cual se habló en la Sección 3.1 y se utiliza para simular el transporte de luz en medios participativos, ignora los efectos de interferencia que tienen las ondas. Esto repercute en que los resultados obtenidos suelen ser perfiles de difusión suaves de la energía por la escena. Por contra, cuando en *Phasor Fields* se propaga el campo complejo virtual, se realiza mediante teoría de ondas teniendo en cuenta las posibles interferencias del campo. Esto produce dos efectos: por un lado aparecen los *speckles* provenientes de las interferencias dada la iluminación coherente (láser), los cuales son un patrón de grano aleatorio en la intensidad de la señal (Figura 5.9). Estos *speckles* aparecerán conforme el medio se vuelva más turbio y su aparición indica que incluso en un medio con un gran desorden (muy turbio) la coherencia de la fase de la señal se preserva.

Por otro lado, también aparecerá el fenómeno del *coherent backscattering* [VAL85; WM85]. Este efecto está caracterizado por una interferencia de la señal, la cual genera que se duplique

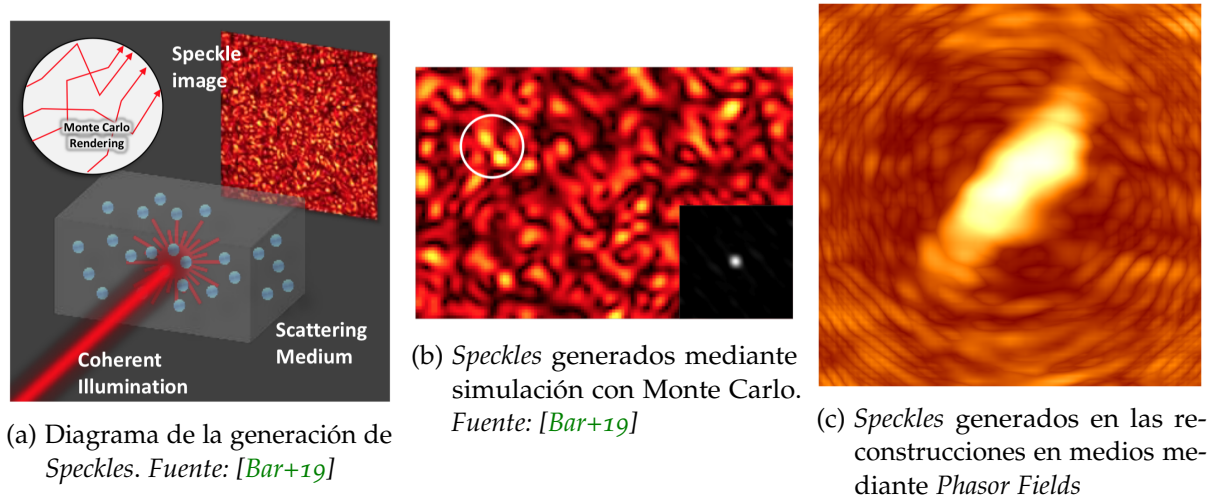


Figura 5.9: Comparativa entre los *Speckles* generados mediante simulación y los obtenidos al reconstruir con *Phasor Fields*. Figura (a) muestra un diagrama de la generación de *speckles* dado un haz de luz coherente que interacciona con un medio. Figura (b) es el resultado de simular mediante Monte Carlo este efecto de interferencia y Figura (c) muestra los *speckles* generados en las reconstrucciones con *Phasor Fields*. Nótese que son iguales.

la energía en la dirección de vuelta en su trayectoria. Específicamente se da debido a la interferencia entre el camino directo y reverso de las trayectorias de la dispersión. Cuando se ilumina un medio participativo con un láser, las distintas posiciones en las que se ha iluminado dan como resultado que esta interferencia desaparezca excepto en un rango angular muy estrecho situado en la dirección exacta de dispersión reversa. Este efecto puede verse en las reconstrucciones como un incremento de la energía lumínica junto al *relay wall* y es dependiente de cuanta energía es dispersada hacia atrás y del número de interacciones que tenga la luz en su trayecto.

Las propiedades del medio influyen en las reconstrucciones mediante *Phasor Fields*. Específicamente, influyen de dos maneras: si la extinción es elevada, la luz emitida a la escena se extinguirá antes de volver al sensor y por tanto no será posible su reconstrucción. En el caso del albedo, a mayor sea más energía se dispersará por la escena y llegará al punto en el cual su presencia esconda a la geometría. Analizando la estructura generada por la anisotropía de los medios, esta no afecta a las reconstrucciones de *Phasor Field* y puede llegar a simplificar la tarea de reconstruir la geometría al disminuir la energía dispersada que vuelve al sensor.

La profundidad de la geometría no supone un problema mientras que la extinción del medio permita que el pulso emitido vuelva al sensor. Es decir, la pérdida de calidad en la reconstrucción vendrá directamente dada por la absorción del medio y el número de interacciones que tenga la luz en su recorrido.

El tamaño de la longitud de onda puede afectar a la reconstrucción del medio mitigando los efectos de un *scattering albedo* elevado. Conforme la longitud de onda aumenta, la energía reconstruida por la dispersión del medio va desapareciendo (siempre y cuando no se entre en régimen de difusión) permitiendo la visualización de geometría que se encontrase oculta por ella.

En un escenario con geometría compleja, aún introduciendo un medio, *Phasor Fields* sigue manteniendo una gran calidad en la reconstrucciones. Pero el MPI de la escena genera un efecto

en las reconstrucciones: amplifica la dispersión del medio, produciendo que se reconstruya el medio con mayor facilidad.

APLICACIÓN EN IMAGEN BIOMÉDICA

Ver a través de tejidos es un campo de la medicina con una cantidad enorme de aplicaciones, dado que no siempre se tiene la libertad para poder operar sobre el tejido en sí (como podría ser en pacientes vivos en los cuales no se desea hacer un acercamiento invasivo) o en investigación para ver a través de membranas celulares.

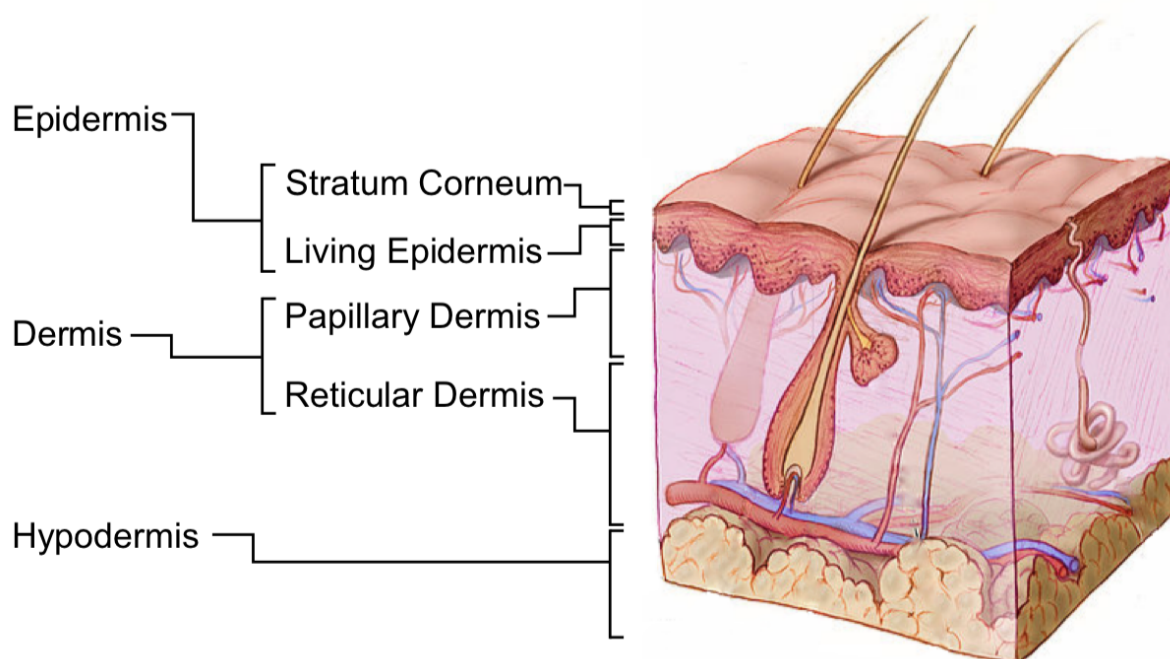


Figura 6.1: Esquema anatómico de la piel señalando las distintas capas que la componen. Fuente: Don Bliss, National Institutes of Health, US

La piel puede entenderse como un medio participativo en el cual la luz interacciona en su extensión. Dicho tejido está formado por tres capas principales (Epidermis, Dermis e Hipodermis), representadas en la Figura 6.1, cuyas propiedades ópticas están descritas en función de su reflectancia y también de sus eventos de absorción y dispersión, los cuales se producen dada la distribución no homogénea de la sangre, los cromóforos (melanina, hemoglobina, moléculas de agua, caroteno y bilirrubina) junto con otros componentes.

En las secciones previas se ha analizado la capacidad de utilizar *Phasor Fields* para reconstruir escenas en la presencia de medios. A continuación se analizará su capacidad viendo a través de un medio turbio el cual es la piel humana.

6.1 DISEÑO DEL EXPERIMENTO

El objetivo de este experimento es analizar la capacidad de reconstrucción de *Phasor Fields* cuando se intenta visualizar una geometría a través de la piel. Para ello se simulará un medio con las propiedades ópticas de la piel humana.

Distintas aproximaciones se han realizado a la hora de simular de manera físicamente correcta el transporte de luz en dicho tejido: En el trabajo de Donner *et. al.* [DJo6], modelan la apariencia de la piel mediante un modelo de cuatro parámetros, los cuales controlan la cantidad de aceite, melanina y hemoglobina de la piel. Siguiendo una aproximación similar, Krishnaswamy *et. al.* [KBo4] modelan la piel teniendo además en cuenta su composición formada de múltiples capas. Finalmente, en el trabajo de Iglesias *et. al.* [IG+15] modelan la apariencia de la piel mediante la distinción por capa de sus concentraciones de cromóforos.

Para los experimentos se ha optado por el modelo simplificado de Weyrich *et. al.* [Wey+06]. Se deja como trabajo futuro investigar el transporte de luz en modelos más complejos. En su trabajo, Weyrich *et. al.* modelan el tejido cutáneo como una única capa con un medio isotrópico. Para ello, estiman el albedo difuso de la piel y su translucencia (obtenidos mediante mediciones de sujetos reales) ajustándolos a una función de reflectancia [Jen+01], de la cual extraen los coeficientes de absorción y de dispersión. En este experimento se utilizan estos coeficientes para la simulación del medio que representa la piel.

Específicamente, las pruebas que se realizarán serán con dos tipos de piel distintos obtenidos de su trabajo:

- El tipo II sería una piel clara con coeficiente de absorción $\sigma_a = 0,6$ mm y coeficiente de dispersión $\sigma = 1,9$ mm
- El tipo V sería una piel oscura con coeficiente de absorción $\sigma_a = 0,8$ mm y coeficiente de dispersión $\sigma = 1,35$ mm

La geometría que se introducirá será la misma que se ha utilizado en la escena simple (Figura 4.2a), esta vez a escala de milímetros. Por tanto, la escena final que se reconstruye es de una Z de tamaño 2×2 mm utilizando como difusor de entrada una superficie de $3,5 \times 3,5$ mm. Específicamente, se han simulado distintas profundidades en la cual se ubica la geometría a reconstruir, teniendo en cuenta que se quiere comprobar si se puede reconstruir una geometría que se hubiese situado en la capa de la dermis (se omite la epidermis debido a que dicha capa es modelada como el difusor en nuestro experimento):

- Cuando se encuentra casi en la superficie de la piel (al principio de la dermis) estando a una profundidad de 0,3 mm.
- Cuando se encuentra en mitad de la dermis, lo cual sería a una profundidad de 1,0 mm.

6.2 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

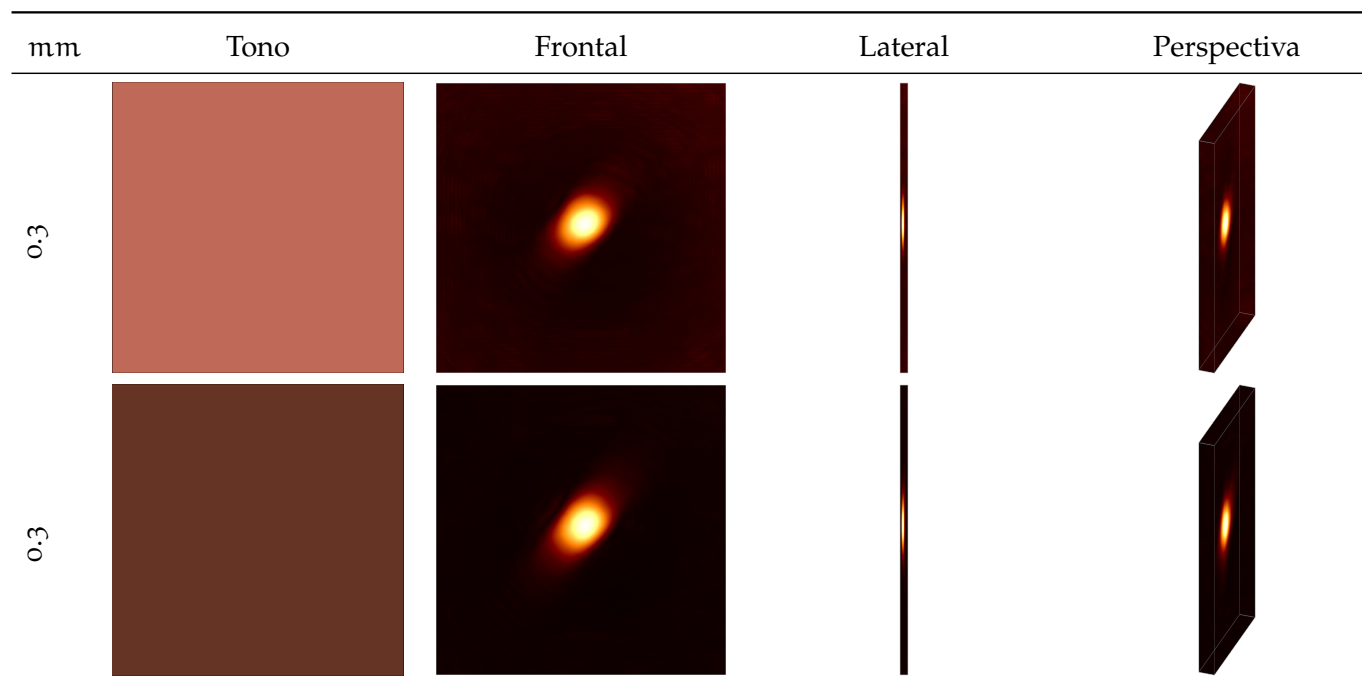
Los resultados obtenidos a profundidad de 0,3 mm se encuentran en la Figura 6.2a. Se puede ver que se logra reconstruir algo de la geometría aún siendo que la piel es un medio

muy turbio. Debido a que el tejido tiene una gran absorción, la única parte que se visualiza de la Z corresponde a la zona central, que es donde el sensor está ubicado. Es decir, solo se visualiza la región más cercana a la cámara. Analizando las reconstrucciones diferenciando los distintos tipos de piel, no se pueden ver diferencias significativas.

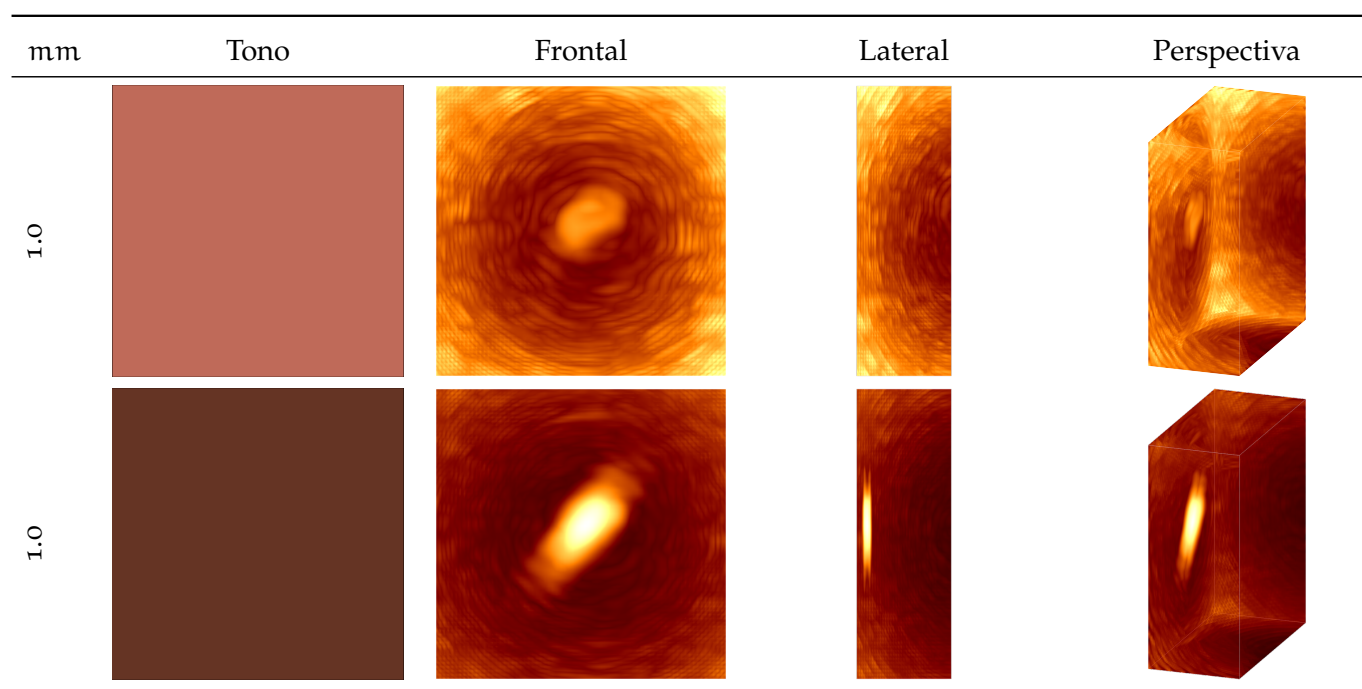
Si se introduce más profunda la geometría, se tiene en la Figura 6.2b los resultados obtenidos a una distancia de 1 mm. Al igual que sucede en el caso anterior, se puede reconstruir parte de la geometría, en concreto la zona central situada más cercana al sensor. Dado que ahora la geometría se encuentra más profunda, la luz ha tenido un mayor número de interacciones y eso repercute en que se empiece a reconstruir el medio. Al contrario de lo que sucedía en la profundidad de la prueba anterior, ahora si que existe una diferencia entre los tonos de piel. La piel más clara tiene una mayor cantidad de dispersión en su volumen, lo cual repercute en la reconstrucción del medio, escondiendo entre él a la geometría.

6.3 CONCLUSIONES

En este capítulo se ha realizado una primera prueba con un modelo óptico de la piel simplificado a una sola capa. Se ha podido ver como es posible reconstruir geometría a través de ella hasta una profundidad de 1,0 mm, lo cual equivaldría a visualizar hasta la dermis de la piel. También se ha podido comprobar como los distintos tonos de piel implican unos coeficientes distintos y por tanto, unas características diferentes las cuales afectarán posteriormente a las reconstrucciones. Al igual que sucede con otros medios turbios, encontrar maneras de lidiar con su alta dispersión es necesario conforme se intente ver a mayor profundidad.



(a) Visualizaciones de las reconstrucciones con la geometría a profundidad de 0,3 mm



(b) Visualizaciones de las reconstrucciones con la geometría a profundidad de 1,0 mm

Figura 6.2: Resultados del experimento de ver a través de piel humana. Por cada profundidad, se han simulado dos tipos de tejido (II y V) con diferentes propiedades de absorción y dispersión.

CONCLUSIONES

Este trabajo es la primera aproximación que se ha realizado en reconstrucción con presencia de medios participativos mediante *Phasor Fields*. Mediante la capacidad que dota la posibilidad de simular cualquier tipo de escenario, se ha controlado en condiciones de laboratorio la interacción de los medios en las reconstrucciones en un amplio abanico de configuraciones.

Como contribución menor, se ha propuesto un filtrado teniendo en cuenta los coeficientes del medio junto con la información 3D de las reconstrucciones volumétricas. Con ello, se ha podido eliminar de las reconstrucciones la pérdida de energía consecuencia de la transmitancia del medio así como disminuir el *coherent back-scattering* situado junto al *relay wall*, obteniendo reconstrucciones de una mayor calidad.

Este trabajo da evidencia empírica de que la teoría de *Phasor Fields* es generalizable a situaciones en la presencia de medios participativos, y que su comportamiento es similar al observado por ondas electromagnéticas como la luz al expandir el método a escenas con medios participativos. Por otro lado, se ha podido comprobar como este tipo de escenas añaden nuevas dificultades que posiblemente puedan ser aliviadas o solucionadas en trabajo futuro. Específicamente se ha podido analizar el grado de degradamiento que sufren las reconstrucciones conforme el medio es más turbio, así como la influencia de la longitud de onda empleada en la reconstrucción, la cual permite hasta cierto punto aliviar los efectos producidos por un albedo alto. Nótese que esto también ocurre con la luz visible.

También se ha realizado un acercamiento al ámbito biomédico mediante la aplicación de *Phasor Fields* para ver a través de tejido. Se pudo comprobar como se es posible ver a través de la piel humana, aunque la calidad de las reconstrucciones no era muy elevada debido a que la piel es un tejido con unas características de medio muy turbio. Aun con ello, *Phasor Fields* permite hasta cierto punto reconstruir geometría escondida en la piel, abriendo una nueva vía de investigación en la ardua tarea que consiste en ver a través de medios turbios.

Se prevé que en un futuro, *Phasor Fields* pueda ser una herramienta que permita expandir las capacidades de los médicos (por ejemplo en endoscopias, sin tener que introducir todo el endoscopio para alcanzar regiones inaccesibles) o investigadores (mediante su uso para visualizar dentro de tejidos o a través de ellos) de manera no invasiva.

7.1 TRABAJO FUTURO

Como primera aproximación en la reconstrucción de medios participativos mediante *Phasor Fields* aún quedan fronteras abiertas y oportunidades de trabajo futuro interesantes. Por ejem-

plo, analizar las reconstrucciones en presencia de medios heterogéneos, dado que solamente se han analizado medios homogéneos los cuales no generan ningún tipo de estructura, mientras que un medio heterogéneo podría generar cierta forma dependiendo de lo variable que fueran sus coeficientes. También sería interesante la simulación de escenas más cercanas al mundo real (más complejas que la escena con la estantería utilizada en este trabajo) que permitieran la simulación de su comportamiento para aplicaciones en el mundo real, por ejemplo en su utilización en tareas de rescate durante incendios.

Otra línea de trabajo futuro interesante sería analizar los *speckles* que se generan conforme el medio se vuelve más turbio e intentar utilizarlos para aumentar la capacidad de reconstrucción que tiene *Phasor Fields*. Esta es una de las conclusiones más interesantes del análisis realizado, ya que la observación de patrones de *speckle* en ondas virtuales sugiere que métodos robustos de eliminación de medios, o de su uso para enfocar a través del mismo [Kat+; Ber+12], pueden ser utilizados con *Phasor Fields*.

Finalmente, se ha realizado en este proyecto una prueba sobre la aplicación de *Phasor Fields* para ver a través de piel, pero simplificando el modelo utilizado. Una futura línea de trabajo sería utilizar en vez del modelo utilizado en el Capítulo 6, el de Iglesias *et. al.* [IG+15] teniendo en cuenta la naturaleza multicapa de la piel y variando los parámetros biológicos que la caracterizan.

7.2 CONCLUSIONES PERSONALES

A nivel personal, este proyecto ha servido para asentar los conocimientos aprendidos durante la realización del Máster. Especialmente me ha permitido adentrarme en un campo apasionante y complejo, del cual he podido adquirir un conocimiento que previamente desconocía. Pese a que este trabajo me ha supuesto un reto, me ha permitido seguir sumergiéndome en el apasionante mundo de la investigación y continuar disfrutando de los desafíos que provee.

BIBLIOGRAFÍA

- Abramson, Nils (1978). «Light-in-flight recording by holography». En: *Optics letters* 3.4, págs. 121-123.
- (1983). «Light-in-flight recording: high-speed holographic motion pictures of ultrafast phenomena». En: *Applied optics* 22.2, págs. 215-232.
- Adams, Martin David y Penny J Probert (1996). «The interpretation of phase and intensity data from AMCW light detection sensors for reliable ranging». En: *The International journal of robotics research* 15.5, págs. 441-458.
- Arellano, Victor, Diego Gutierrez y Adrian Jarabo (2017). «Fast Back-Projection for Non-Line of Sight Reconstruction». En: *Optics Express* to appear.
- Bamji, Cyrus S, Patrick O'Connor, Tamer Elkhatib, Swati Mehta, Barry Thompson, Lawrence A Prather, Dane Snow, Onur Can Akkaya, Andy Daniel, Andrew D Payne y col. (2014). «A 0.13 μm CMOS system-on-chip for a 512×424 time-of-flight image sensor with multi-frequency photo-demodulation up to 130 MHz and 2 GS/s ADC». En: *IEEE Journal of Solid-State Circuits* 50.1, págs. 303-319.
- Bar, Chen, Marina Alterman, Ioannis Gkioulekas y Anat Levin (2019). «A Monte Carlo framework for rendering speckle statistics in scattering media». En: *arXiv preprint arXiv:1901.06931*.
- Bertolotti, Jacopo, Elbert G Van Putten, Christian Blum, Ad Lagendijk, Willem L Vos y Allard P Mosk (2012). «Non-invasive imaging through opaque scattering layers». En: *Nature* 491.7423, pág. 232.
- Busck, Jens y Henning Heiselberg (2004). «Gated viewing and high-accuracy three-dimensional laser radar». En: *Applied optics* 43.24, págs. 4705-4710.
- Buttafava, Mauro, Jessica Zeman, Alberto Tosi, Kevin Eliceiri y Andreas Velten (2015). «Non-line-of-sight imaging using a time-gated single photon avalanche diode». En: *Optics express* 23.16, págs. 20997-21011.
- Chandrasekhar, Subrahmanyan (1960). *Radiative Transfer*. Courier Corporation.
- Charbon, Edoardo (2007). «Will avalanche photodiode arrays ever reach 1 megapixel». En: *International Image Sensor Workshop*. CONF.
- Den Outer, PN, Th M Nieuwenhuizen y Ad Lagendijk (1993). «Location of objects in multiple-scattering media». En: *JOSA A* 10.6, págs. 1209-1218.
- Donner, Craig y Henrik Wann Jensen (2005). «Light diffusion in multi-layered translucent materials». En: *ACM Transactions on Graphics (ToG)* 24.3, págs. 1032-1039.
- (2006). «A Spectral BSSRDF for Shading Human Skin.» En: *Rendering techniques 2006*, págs. 409-418.
- (2008). «Rendering translucent materials using photon diffusion». En: *ACM SIGGRAPH 2008 classes*. ACM, pág. 4.
- Donner, Craig, Tim Weyrich, Eugene d'Eon, Ravi Ramamoorthi y Szymon Rusinkiewicz (2008). «A layered, heterogeneous reflectance model for acquiring and rendering human skin». En: *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. Vol. 27. 5. ACM, pág. 140.
- Gao, Liang, Jinyang Liang, Chiye Li y Lihong V Wang (2014). «Single-shot compressed ultrafast photography at one hundred billion frames per second». En: *Nature* 516.7529, pág. 74.
- Garcia, Jorge Alberto Jimenez y Diego Gutiérrez Pérez (2012). «Practical real-time strategies for photorealistic skin rendering and antialiasing». Tesis doct.

- Gariepy, Genevieve, Nikola Krstajić, Robert Henderson, Chunyong Li, Robert R Thomson, Gerald S Buller, Barmak Heshmat, Ramesh Raskar, Jonathan Leach y Daniele Faccio (2015). «Single-photon sensitive light-in-flight imaging». En: *Nature communications* 6, pág. 6021.
- Gibson, AP, JC Hebden y Simon R Arridge (2005). «Recent advances in diffuse optical imaging». En: *Physics in Medicine & Biology* 50.4, R1.
- Gkioulekas, Ioannis, Anat Levin, Frédo Durand y Todd Zickler (2015). «Micron-scale light transport decomposition using interferometry». En: *ACM Transactions on Graphics (ToG)* 34.4, pág. 37.
- Goodman, Joseph W (2005). *Introduction to Fourier optics*. Roberts y Company Publishers.
- Gupta, Otkrist, Thomas Willwacher, Andreas Velten, Ashok Veeraraghavan y Ramesh Raskar (2012). «Reconstruction of hidden 3D shapes using diffuse reflections». En: *Optics express* 20.17, págs. 19096-19108.
- Habel, Ralf, Per H Christensen y Wojciech Jarosz (2013). «Photon beam diffusion: a hybrid Monte Carlo method for subsurface scattering». En: *Computer Graphics Forum*. Vol. 32. 4. Wiley Online Library, págs. 27-37.
- Han, PY, GC Cho y X-C Zhang (2000). «Time-domain transillumination of biological tissues with terahertz pulses». En: *Optics Letters* 25.4, págs. 242-244.
- Hebert, Martial y Eric Krotkov (1992). «3D measurements from imaging laser radars: how good are they?». En: *Image and vision computing* 10.3, págs. 170-178.
- Heide, Felix, Matthias B Hullin, James Gregson y Wolfgang Heidrich (2013). «Low-budget transient imaging using photonic mixer devices». En: *ACM Transactions on Graphics (ToG)* 32.4, pág. 45.
- Heide, Felix, Lei Xiao, Andreas Kolb, Matthias B Hullin y Wolfgang Heidrich (2014). «Imaging in scattering media using correlation image sensors and sparse convolutional coding». En: *Optics express* 22.21, págs. 26338-26350.
- Henyey, LG y JL Greenstein (1941). «Diffuse radiation in the galaxy Astrophys». En: *J* 93, págs. 70-83.
- Heshmat, Barmak, Guy Satat, Christopher Barsi y Ramesh Raskar (2014). «Single-shot ultrafast imaging using parallax-free alignment with a tilted lenslet array». En: *CLEO: Science and Innovations*. Optical Society of America, STu3E-7.
- Huang, David, Eric A Swanson, Charles P Lin, Joel S Schuman, William G Stinson, Warren Chang, Michael R Hee, Thomas Flotte, Kenton Gregory, Carmen A Puliafito y col. (1991). «Optical coherence tomography». En: *science* 254.5035, págs. 1178-1181.
- Hullin, Matthias B (2014). «Computational imaging of light in flight». En: *Optoelectronic Imaging and Multimedia Technology III*. Vol. 9273. International Society for Optics y Photonics, pág. 927314.
- Iglesias-Guitian, Jose A, Carlos Aliaga, Adrian Jarabo y Diego Gutierrez (2015). «A biophysically-based model of the optical properties of skin aging». En: *Computer Graphics Forum*. Vol. 34. 2. Wiley Online Library, págs. 45-55.
- Jarabo, Adrian, Carlos Aliaga y Diego Gutierrez (2018). «A radiative transfer framework for spatially-correlated materials». En: *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 37.4, pág. 83.
- Jarabo, Adrian, Julio Marco, Adolfo Muñoz, Raul Buisan, Wojciech Jarosz y Diego Gutierrez (2014). «A Framework for Transient Rendering». En: *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH Asia 2014)* 33.6.
- Jarabo, Adrian, Belen Masia, Julio Marco y Diego Gutierrez (2017). «Recent Advances in Transient Imaging: A Computer Graphics and Vision Perspective». En: *Visual Informatics* 1.1.
- Jarosz, Wojciech (2008). *Efficient Monte Carlo methods for light transport in scattering media*. Citeseer.

- Jarosz, Wojciech, Derek Nowrouzezahrai, Iman Sadeghi y Henrik Wann Jensen (2011). «A comprehensive theory of volumetric radiance estimation using photon points and beams». En: *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 30.1, pág. 5.
- Jensen, Henrik Wann y Per H Christensen (1998). «Efficient simulation of light transport in scenes with participating media using photon maps». En: *Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. Citeseer, págs. 311-320.
- Jensen, Henrik Wann, Stephen R Marschner, Marc Levoy y Pat Hanrahan (2001). «A practical model for subsurface light transport». En: *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. ACM, págs. 511-518.
- Kadambi, Achuta, Vage Taamazyan, Suren Jayasuriya y Ramesh Raskar (2015). «Frequency domain ToF: encoding object depth in modulation frequency». En: *arXiv preprint arXiv:1503.01804*.
- Kajiya, James T (1986). «The rendering equation». En: *ACM SIGGRAPH computer graphics*. Vol. 20. 4. ACM, págs. 143-150.
- Kajiya, James T y Brian P Von Herzen (1984). «Ray tracing volume densities». En: *ACM Siggraph Computer Graphics*. Vol. 18. 3. Citeseer, págs. 165-174.
- Katz, O, P Heidmann, M Fink y S Gigan. «Non-invasive real-time imaging through scattering layers and around corners via speckle correlations». En: *Nature Photonics* ().
- Kirmani, Ahmed, Dheera Venkatraman, Dongeek Shin, Andrea Colaço, Franco NC Wong, Jeffrey H Shapiro y Vivek K Goyal (2014). «First-photon imaging». En: *Science* 343.6166, págs. 58-61.
- Klein, Jonathan, Christoph Peters, Jaime Martín, Martin Laurenzis y Matthias B Hullin (2016). «Tracking objects outside the line of sight using 2D intensity images». En: *Scientific reports* 6, pág. 32491.
- Krishnaswamy, Aravind y Gladimir VG Baranoski (2004). «A biophysically-based spectral model of light interaction with human skin». En: *Computer Graphics Forum*. Vol. 23. 3. Wiley Online Library, págs. 331-340.
- Lafortune, Eric P e Yves D Willems (1996). «Rendering participating media with bidirectional path tracing». En: *Rendering techniques' 96*. Springer, págs. 91-100.
- Laurenzis, Martin y Andreas Velten (2014). «Nonline-of-sight laser gated viewing of scattered photons». En: *Optical Engineering* 53.2, pág. 023102.
- Li, Hongsong, Fabio Pellacini y Kenneth E Torrance (2005). «A Hybrid Monte Carlo Method for Accurate and Efficient Subsurface Scattering.» En: *Rendering Techniques* 2005, 16th.
- Lindell, David B., Gordon Wetzstein y Matthew O'Toole (2019). «Wave-based non-line-of-sight imaging using fast f-k migration». En: *ACM Trans. Graph. (SIGGRAPH)* 38.4, pág. 116.
- Liu, Xiaochun, Ibón Guillén, Marco La Manna, Ji Hyun Nam, Syed Azer Reza, Toan Huu Le, Adrian Jarabo, Diego Gutierrez y Andreas Velten (2019). «Non-line-of-sight imaging using phasor-field virtual wave optics». En: *Nature* 572.7771, págs. 620-623.
- Maeda, Tomohiro, Guy Satat, Tristan Swedish, Lagnojita Sinha y Ramesh Raskar (2019). «Recent Advances in Imaging Around Corners». En: *arXiv preprint arXiv:1910.05613*.
- Marco, Julio, Ibón Guillén, Wojciech Jarosz, Diego Gutierrez y Adrian Jarabo (2019). «Progressive Transient Photon Beams». En: *Computer Graphics Forum*.
- Naik, Nikhil, Christopher Barsi, Andreas Velten y Ramesh Raskar (2014). «Estimating wide-angle, spatially varying reflectance using time-resolved inversion of backscattered light». En: *JOSA A* 31.5, págs. 957-963.
- Novák, Jan, Iliyan Georgiev, Johannes Hanika y Wojciech Jarosz (2018). «Monte carlo methods for volumetric light transport simulation». En: *Computer Graphics Forum*. Vol. 37. 2. Wiley Online Library, págs. 551-576.
- O'Toole, Matthew, David B Lindell y Gordon Wetzstein (2018). «Confocal non-line-of-sight imaging based on the light-cone transform». En: *Nature* 555.7696, pág. 338.

- Pauly, Mark, Thomas Kollig y Alexander Keller (2000). «Metropolis light transport for participating media». En: *Rendering Techniques 2000*. Springer, págs. 11-22.
- Premože, Simon, Michael Ashikhmin, Jerry Tessendorf, Ravi Ramamoorthi y Shree Nayar (2004). «Practical rendering of multiple scattering effects in participating media». En: *Proceedings of the Fifteenth Eurographics conference on Rendering Techniques*. Citeseer, págs. 363-374.
- Raviv, Dan, Christopher Barsi, Nikhil Naik, Micha Feigin y Ramesh Raskar (2014). «Pose estimation using time-resolved inversion of diffuse light». En: *Optics express* 22.17, págs. 20164-20176.
- Reza, Syed Azer, Marco La Manna, Sebastian Bauer y Andreas Velten (2019). «Phasor field waves: experimental demonstrations of wave-like properties». En: *Optics express* 27.22, págs. 32587-32608.
- Satat, Guy, Dan Raviv, Barmak Heshmat y Ramesh Raskar (2015). «Imaging through thick turbid medium using time-resolved measurement». En: *Computational Optical Sensing and Imaging*. Optical Society of America, CT3F-4.
- Tsai, Chia-Yin, Ashok Veeraraghavan y Aswin C Sankaranarayanan (2016). «Shape and reflectance from two-bounce light transients». En: *2016 IEEE International Conference on Computational Photography (ICCP)*. IEEE, págs. 1-10.
- Van Albada, Meint P y Ad Lagendijk (1985). «Observation of weak localization of light in a random medium». En: *Physical review letters* 55.24, pág. 2692.
- Velten, A, D Wu, B Masia, A Jarabo, C Barsi, C Joshi, E Lawson, M Bawendi, D Gutierrez y R Raskar (2016). «Transient imaging of macroscopic scenes at picosecond resolution». En: *Commun. ACM* 34.9.
- Velten, Andreas, Thomas Willwacher, Otkrist Gupta, Ashok Veeraraghavan, Mouni G Bawendi y Ramesh Raskar (2012). «Recovering three-dimensional shape around a corner using ultrafast time-of-flight imaging». En: *Nature communications* 3, pág. 745.
- Velten, Andreas, Di Wu, Adrian Jarabo, Belen Masia, Christopher Barsi, Chinmaya Joshi, Everett Lawson, Mouni G. Bawendi, Diego Gutierrez y Ramesh Raskar (2013). «Femto-Photography: Capturing and Visualizing the Propagation of Light». En: *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2013)* 32.4.
- Weyrich, Tim, Wojciech Matusik, Hanspeter Pfister, Bernd Bickel, Craig Donner, Chien Tu, Janet McAndless, Jinho Lee, Addy Ngan, Henrik Wann Jensen y col. (2006). «Analysis of human faces using a measurement-based skin reflectance model». En: *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. Vol. 25. 3. ACM, págs. 1013-1024.
- Wolf, Pierre-Etienne y Georg Maret (1985). «Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media». En: *Physical review letters* 55.24, pág. 2696.
- Wu, Rihui, Adrian Jarabo, Jinli Suo, Feng Dai, Yongdong Zhang, Qionghai Dai y Diego Gutierrez. «Adaptive Polarization-Difference Transient Imaging for Depth Estimation in Scattering Media». En: *Optics Letters* 43 ().
- Wyman, Douglas R, Michael S Patterson y Brian C Wilson (1989). «Similarity relations for the interaction parameters in radiation transport». En: *Applied optics* 28.24, págs. 5243-5249.

ANEXOS

A SISTEMA ÓPTICO VIRTUAL

En este trabajo se ha trabajado con reconstrucciones 3D de las escenas. Para obtenerlas, el sistema óptico virtual que se ha utilizado ha sido *Confocal Time-Gated Camera*, en el cual tanto la fuente de luz como el sistema óptico virtual (ver Figura 4.1) están enfocados en el mismo punto x_v (Figura A.1). Este esquema modela un sistema óptico similar a los microscopios confocales, en los que la profundidad de campo es muy grande. Nótese que este sistema es a su vez resuelto en tiempo, de modo que permite obtener la profundidad en la escena utilizando *time-of-flight*, e imágenes transitorias de la luz en movimiento por la escena. Este sistema óptico está definido por su *phasor* de emisión (A.1) y su modelo de formación de imagen (A.2).

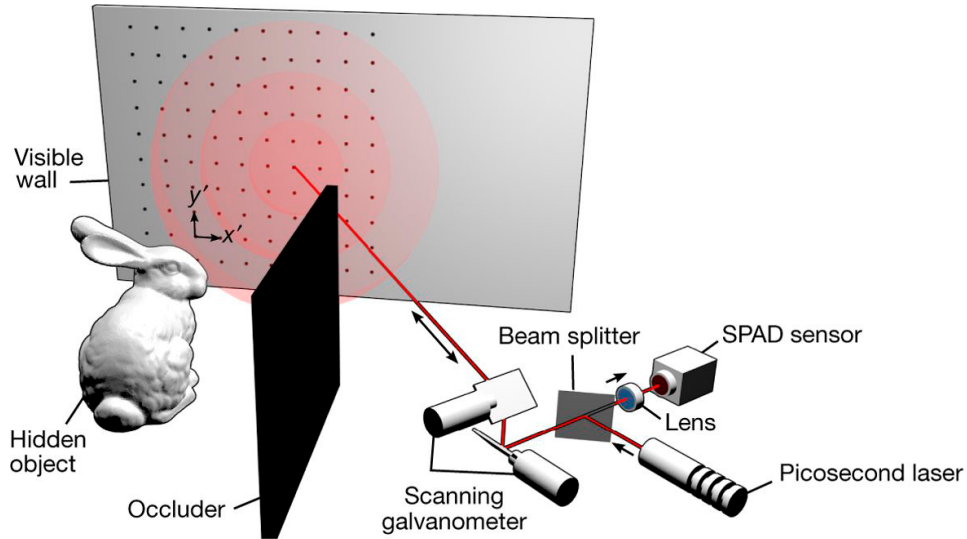


Figura A.1: Esquema de una configuración confocal, en la cual tanto emisor como sensor enfocan al mismo punto, en este caso en el muro visible. Fuente: [OLW18]

$$\mathcal{P}(x_p, t) = e^{i\omega(t - \frac{1}{c}|x_v - x_p|)} e^{-\frac{(t - t_0 - \frac{1}{c}|x_v - x_p|)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \Phi(\mathcal{P}(x_c, t)) &= \left| \int_C \mathcal{P}(x_c, -\frac{1}{c} |x_v - x_c|) dx_c \right|^2 \\ &= \left| \mathcal{R}_{x_v}(\mathcal{P}(x_c, -\frac{1}{c} |x_v - x_c|)) \right|^2 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde $\mathcal{R}_{x_v}(\mathcal{P}(\cdot))$ denota la aplicación del operador RSD definido en la Ecuación 3.5 sobre el *phasor* $\mathcal{P}(\cdot)$.

El *phasor* de emisión $\mathcal{P}(x_p, t)$ (A.1) está modelado como un pulso enfocado en el voxel a reconstruir x_v . La anchura del pulso σ puede ser elegido a voluntad, pero los autores

recomiendan como $\sigma = \frac{6\lambda}{2,36}$ dado que experimentalmente es la anchura que ha dado mejores resultados respecto al ratio de señal-ruido. La función de imagen $\Phi(\mathcal{P}(x_c, t))$ (A.2) tiene que enfocar también en el mismo voxel v_x que la fuente de luz y solamente se evalúa la señal en el instante $t = -\frac{1}{c} |x_v - x_c|$, que corresponde al instante en el cual la tercera interacción de la luz llega desde esa localización.

B DETALLES DE IMPLEMENTACIÓN

La realización del experimento puede resumirse en una cadena de tareas que se realizan secuencialmente separadas en tres grupos: simulación, reconstrucción y visualización. La Figura B.2 muestra un diagrama de la secuencia. A continuación se van a detallar las tareas incluidas en dichos grupos.

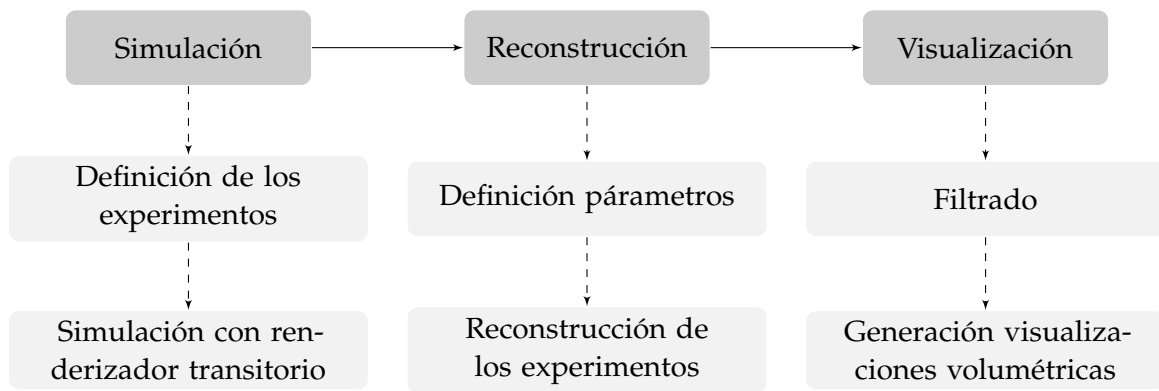


Figura B.2: Diagrama de flujo de la secuencia de etapas que se realizan por cada experimento.

Simulación

La simulación físicamente correcta del transporte de luz es una tarea compleja, incluso superada por el diseño e implementación de un software de renderizado. Todo esto se agrava en el dominio transitorio. Dado que implementar este tipo de software está fuera del alcance de este proyecto y existen alternativas en la literatura, se decidió generar las simulaciones usando un renderizador transitorio *open-source* [Jar+14], ampliamente utilizado en el contexto de la simulación transitoria de la luz. Este sistema resuelve la RTE (Ecuación 3.2) en su forma integral, mediante el muestreo estocástico de caminos de luz mediante técnicas de simulación por Monte Carlo [Kaj86]. Para ello, se simula estocásticamente la propagación de la luz a lo largo de la escena, desde que son emitidos hasta que llegan al sensor (o son absorbidos): En cada paso del camino (*random walk*) del fotón, a) se muestrea la distancia que recorrerá el fotón en el medio basado en la probabilidad de colisionar con las partículas suspendidas en el mismo. Después, b) se evalúa si el fotón ha sido absorbido por la materia como un proceso aleatorio (ruleta rusa). Finalmente, si el fotón no ha sido absorbido, c) se muestrea la nueva dirección del fotón tras la interacción de dispersión, y se vuelve a A). Para obtener resultados sin ruido, se calculan un gran número de caminos y se median. Más detalles sobre la simulación eficiente del transporte de luz se pueden encontrar en [Nov+18].

Dicho renderizador, escrito en C++, tiene ya todas las estructuras y algoritmos necesarios para la simulación del transporte de luz. Este mismo renderizador fue utilizado para la generación de los datos simulados en el trabajo original de *Phasor Fields* [Liu+19] y su uso se

encuentra por ende validado en este contexto. Para la simulación de medios anisotrópicos, se ha utilizado la función de fase de Henyey-Greenstein [HG41].

Específicamente, la forma que se tiene de generar las simulaciones es homóloga a la toma de mediciones con equipamiento real: inicialmente se define sobre el plano difuso un conjunto de puntos (en este caso equidistantes) y se enfoca sobre ellos una cámara ortográfica de un único pixel y un laser. Este último se modela como una *cosine-weighted light* posicionada en el punto elegido sobre el plano difuso. Tras tener definidos tanto emisor como sensor, se trazan rayos desde la cámara hacia el punto elegido en el plano y se calcula la radiancia que llega al sensor en cada instante de tiempo.

Reconstrucción

Los datos obtenidos en el paso anterior son datos transitorios del transporte de la luz por la escena con dimensión 5D. Es decir, los datos obtenidos están organizados por los distintos puntos de láser utilizados (en el eje horizontal y en el vertical), el número de puntos en los cuales la cámara ha medido (también en el eje horizontal y vertical) y el tiempo.

Las reconstrucciones con *Phasor Fields* han sido realizadas en **Matlab** utilizando código nativo **Mex** en **C++** paralelizado. El método de reconstrucción se realiza en tres pasos:

- **Elección del volumen de reconstrucción** . El volumen a reconstruir es posible elegirlo libremente (teniendo en cuenta las dimensiones de la escena), pero hay que tener en cuenta que existe un límite dado por la resolución de la longitud de onda elegida para la reconstrucción. Específicamente, este límite de resolución viene dado por el espaciado de las muestras en el plano difuso. Por tanto, cuanto más dispersas son las mediciones se dispone de un menor número de vóxeles disponibles posteriormente para reconstruir.
- **Generación del pulso de emisión** . Para que la reconstrucción volumétrica funcione, es necesario generar un pulso que enfoque en tiempo a cada vóxel de la reconstrucción y que aparte solo tenga en cuenta la contribución de dicho vóxel (similarmente a la apertura que tienen las cámaras pero de manera espacial). En la práctica, el pulso emitido tiene una cobertura de varios vóxeles para evitar problemas de ruido en la señal reconstruida. Específicamente, la cobertura del pulso se modela como una gaussiana para que su cobertura cubra un 99% del pulso emitido. Por tanto, el pulso emisor generado se formará como una onda sinoidal con longitud de onda elegida en el paso anterior y convolucionada con la gaussina previamente comentada.
- **Cálculo de la radiancia por voxel** . Finalmente, con los vóxeles elegidos a reconstruir y el pulso emisor definido, se procede a transmitir el pulso por la escena mediante la convolución de la señal con su respuesta impulsional $H(x_p \rightarrow x_c, t)$ (las mediciones obtenidas mediante simulación). Tras ello, se calcula mediante *backpropagation* la cantidad de radiancia que debería tener cada voxel.

Cuando se realiza una reconstrucción con *Confocal Gated Camera*, solo se evalúa la luz en el instante de su tercera interacción proveniente del voxel elegido. Esto implica que la contribución del *multiple scattering* no está siendo evaluada directamente. En vez de eso, la contribución de la dispersión de ese voxel se confundirá con la proveniente directamente de otro voxel y al final, acabará contribuyendo una parte.

Visualización

Dado que las reconstrucciones generadas son volúmenes 3D, la mejor opción para visualizarlas consiste en utilizar un visualizador volumétrico. Por cada experimento se generan tres vistas distintas, las cuales cubren todos los posibles ángulos desde los cuales se puede obtener información de los experimentos. El visualizador se encuentra en **Python** y hace uso de la librería de gráficos científicos **VTK**. El mapa de color elegido en las visualizaciones es *hot*

C RESULTADOS ADICIONALES DE LOS EXPERIMENTOS

Se presentan a continuación el resto de los resultados obtenidos del experimento realizado, los cuales no fueron incluidos en la Sección 5.4, pero se introducen aquí por completitud.

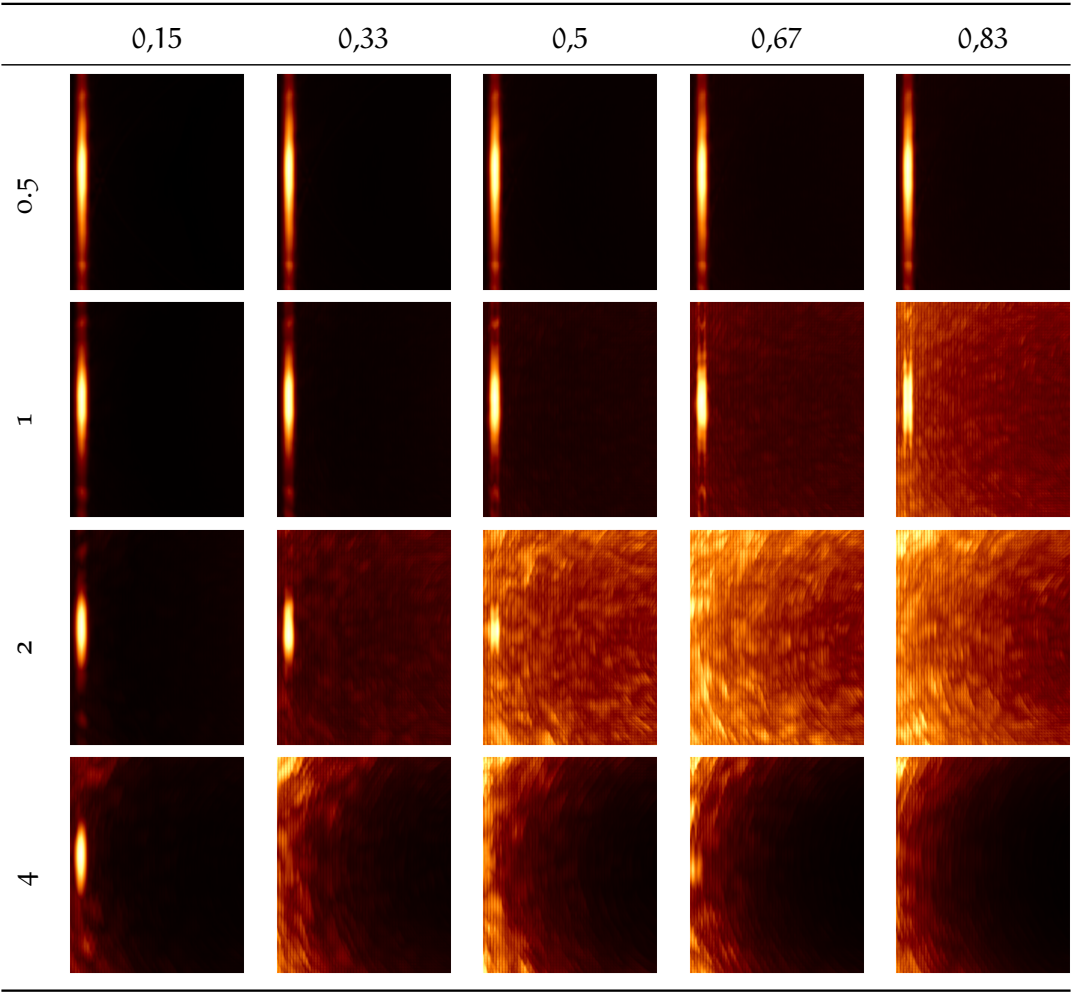


Figura C.3: Resultados obtenidos variando la extinción (filas) y el *scattering albedo* (columnas) del medio (vista lateral)

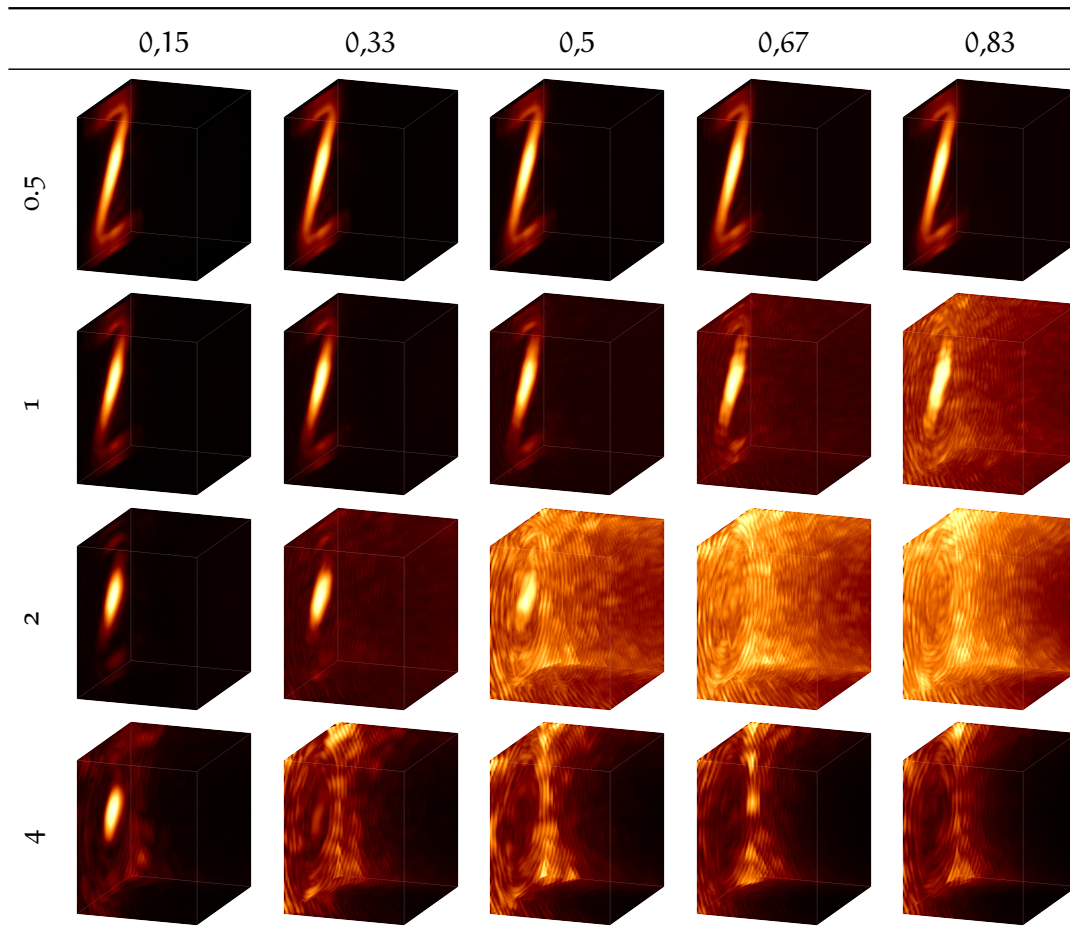


Figura C.4: Resultados obtenidos variando la extinción (filas) y el *scattering albedo* (columnas) del medio (vista perspectiva)

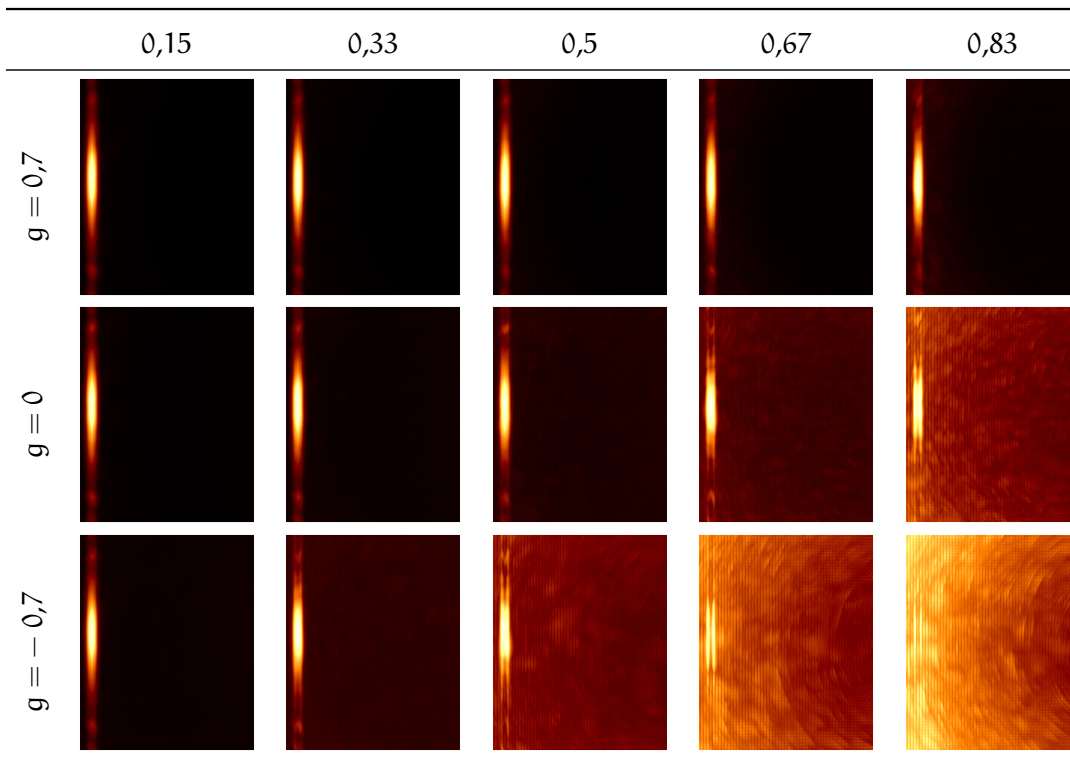


Figura C.5: Resultados obtenidos de la simulación con anisotropía con $\sigma_t = 1$ y *scattering albedo* (columnas) variable. Primera fila es con anisotropía hacia delante, segunda fila es isotrópico y la tercera fila con anisotropía hacia atrás (vista lateral).

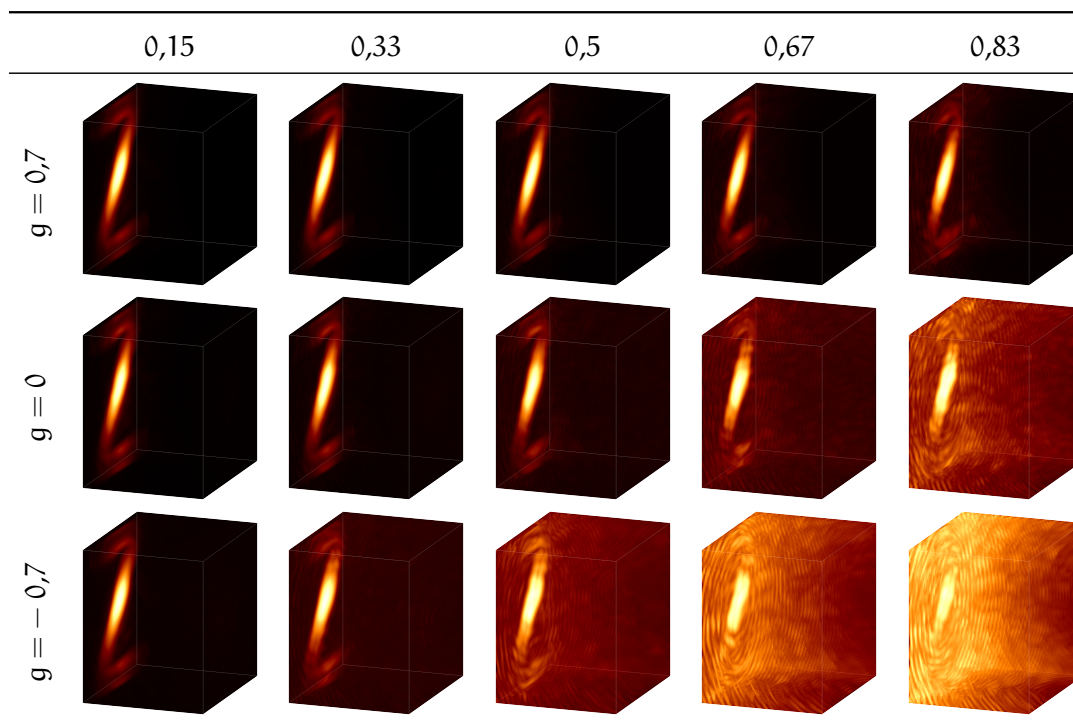
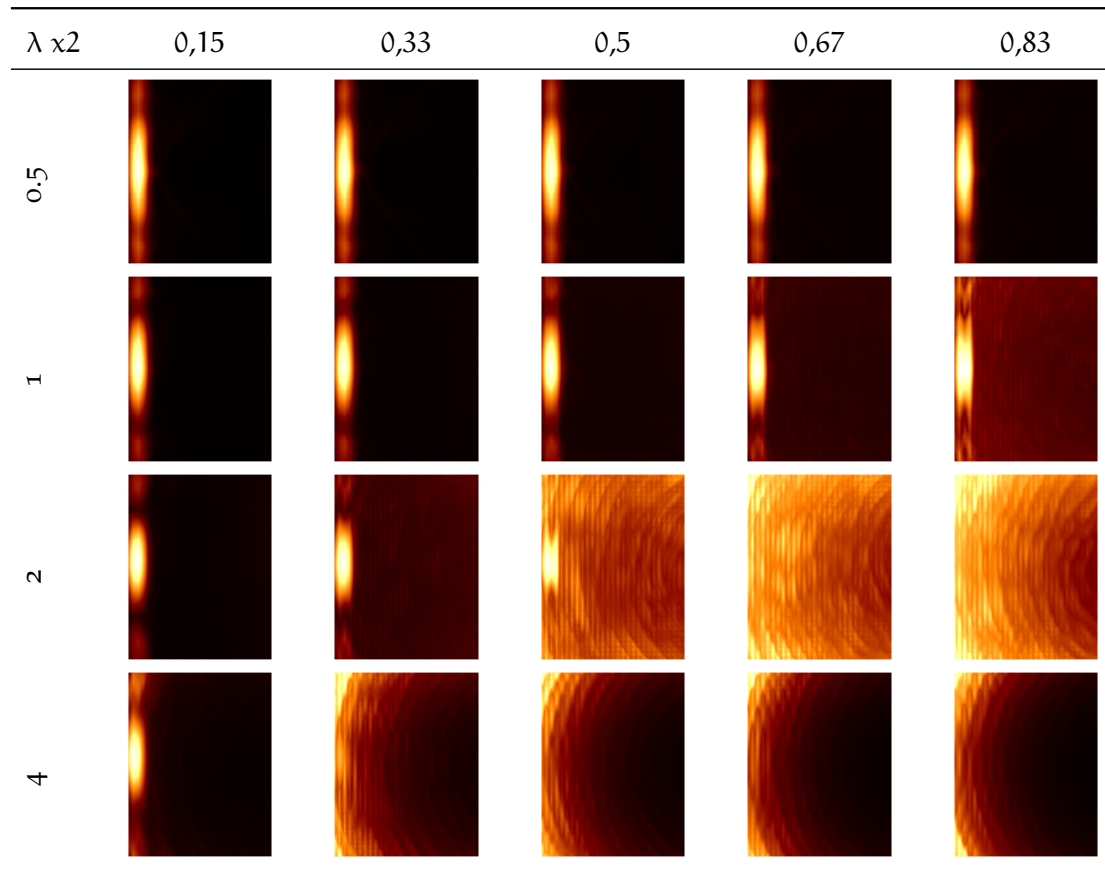
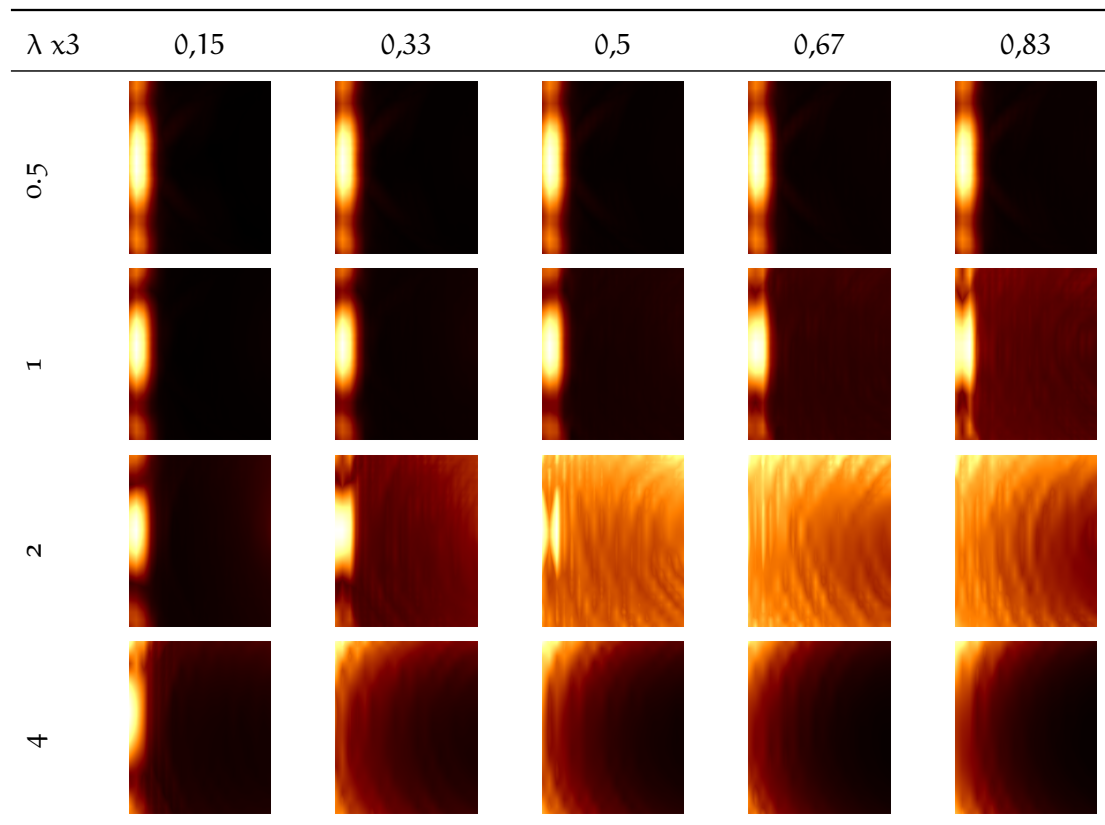


Figura C.6: Resultados obtenidos de la simulación con anisotropia con $\sigma_t = 1$ y *scattering albedo* (columnas) variable. Primera fila es con anisotropia hacia delante, segunda fila es isotrópico y la tercera fila con anisotropía hacia atrás (vista perspectiva).

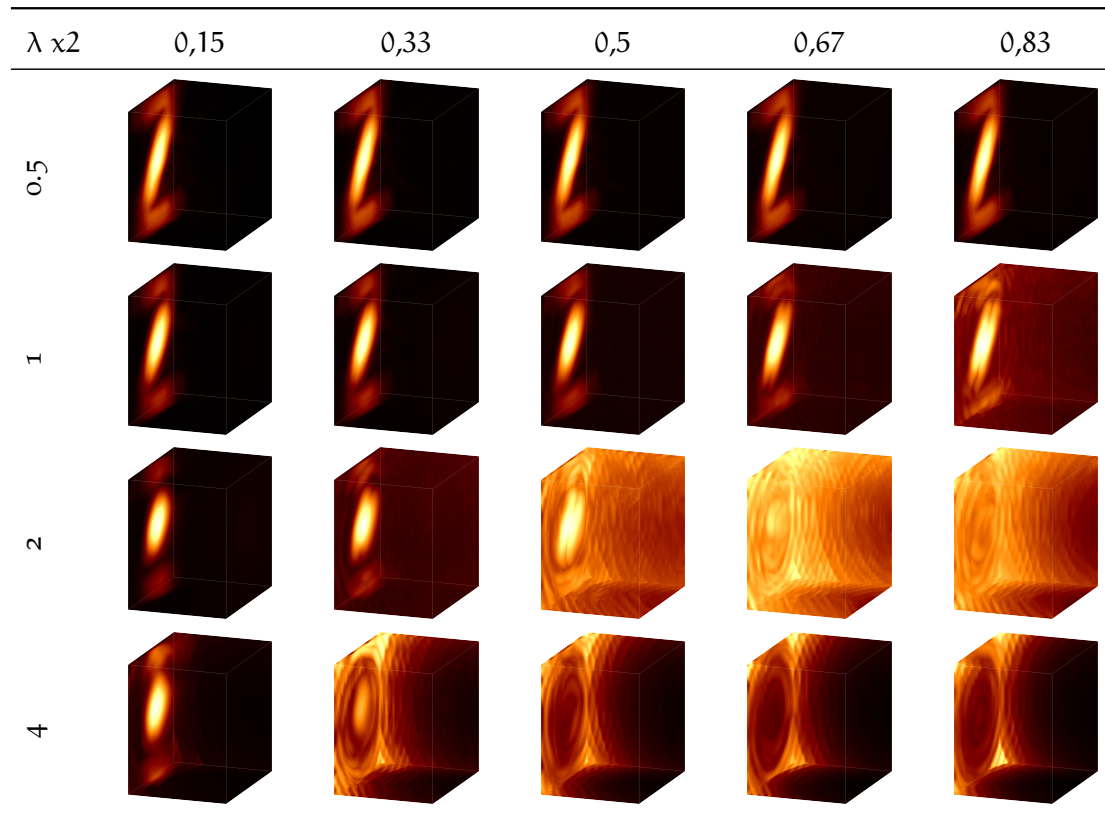


(a) Resultados obtenidos multiplicando por dos la longitud de onda utilizada en la reconstrucción.

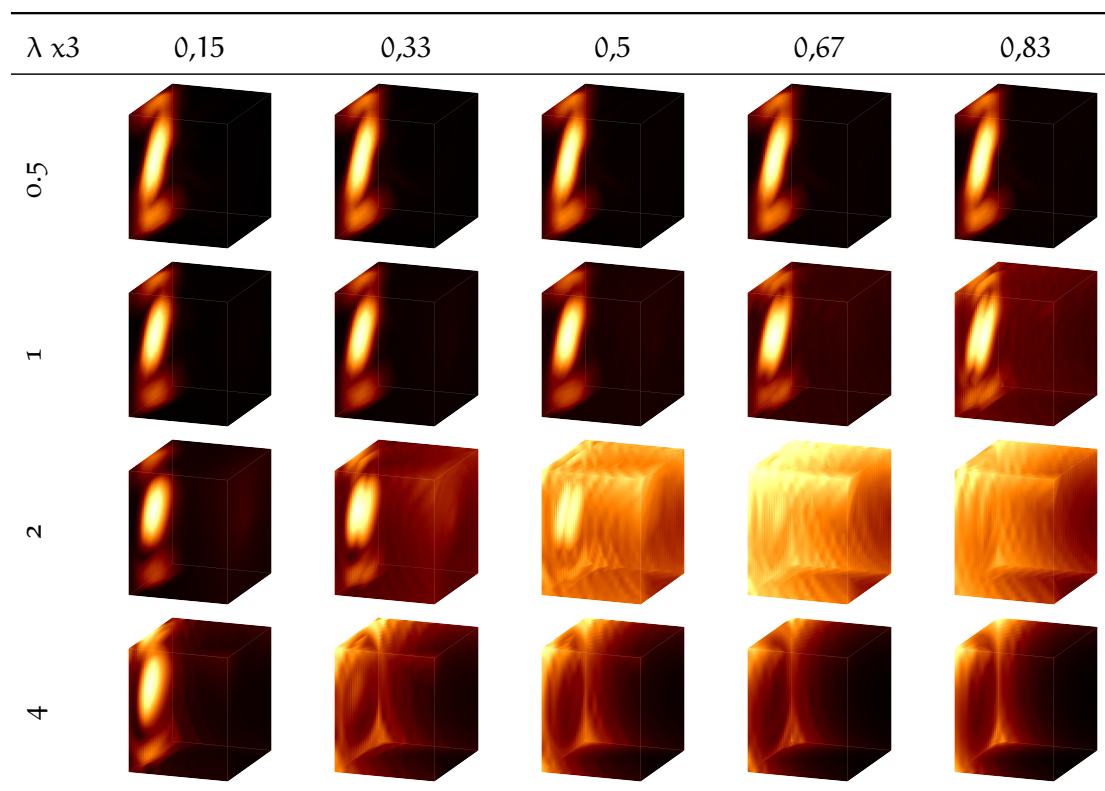


(b) Resultados obtenidos multiplicando por tres la longitud de onda utilizada en la reconstrucción.

Figura C.7: Resultados obtenidos variando la extinción (filas) y el *scattering albedo* (columnas) del medio (vista lateral) modificando el tamaño de la longitud de onda utilizada. La primera tabla es duplicando y la segunda tabla triplicando la longitud de onda respectivamente dada la $\lambda = 0,11$ m.



(a) Resultados obtenidos multiplicando por dos la longitud de onda utilizada en la reconstrucción.



(b) Resultados obtenidos multiplicando por tres la longitud de onda utilizada en la reconstrucción.

Figura C.8: Resultados obtenidos variando la extinción (filas) y el *scattering albedo* (columnas) del medio (vista perspectiva) modificando el tamaño de la longitud de onda utilizada. La primera tabla es duplicando y la segunda tabla triplicando la longitud de onda respectivamente dada la $\lambda = 0,11$ m.

D GESTIÓN DEL PROYECTO

El reparto de horas en las distintas tareas se detalla en Figura D.9 y el diagrama de Gantt correspondiente se encuentra en la Figura D.10.

TAREA	HORAS
1. Estudio renderizado transitorio	40
2. Estudio medios participativos	40
3. Estudio método <i>Backprojection</i>	42
4. Estudio método <i>Phasor Fields</i>	80
5. Preparación pipeline	45
6. Generación del banco de pruebas	50
7. Análisis de los resultados	30
8. Filtrado de la reconstrucción	15
9. Redacción de la memoria	55
10. Bibliografía	35
Horas totales:	432

Figura D.9: Desglose de las horas dedicadas al proyecto

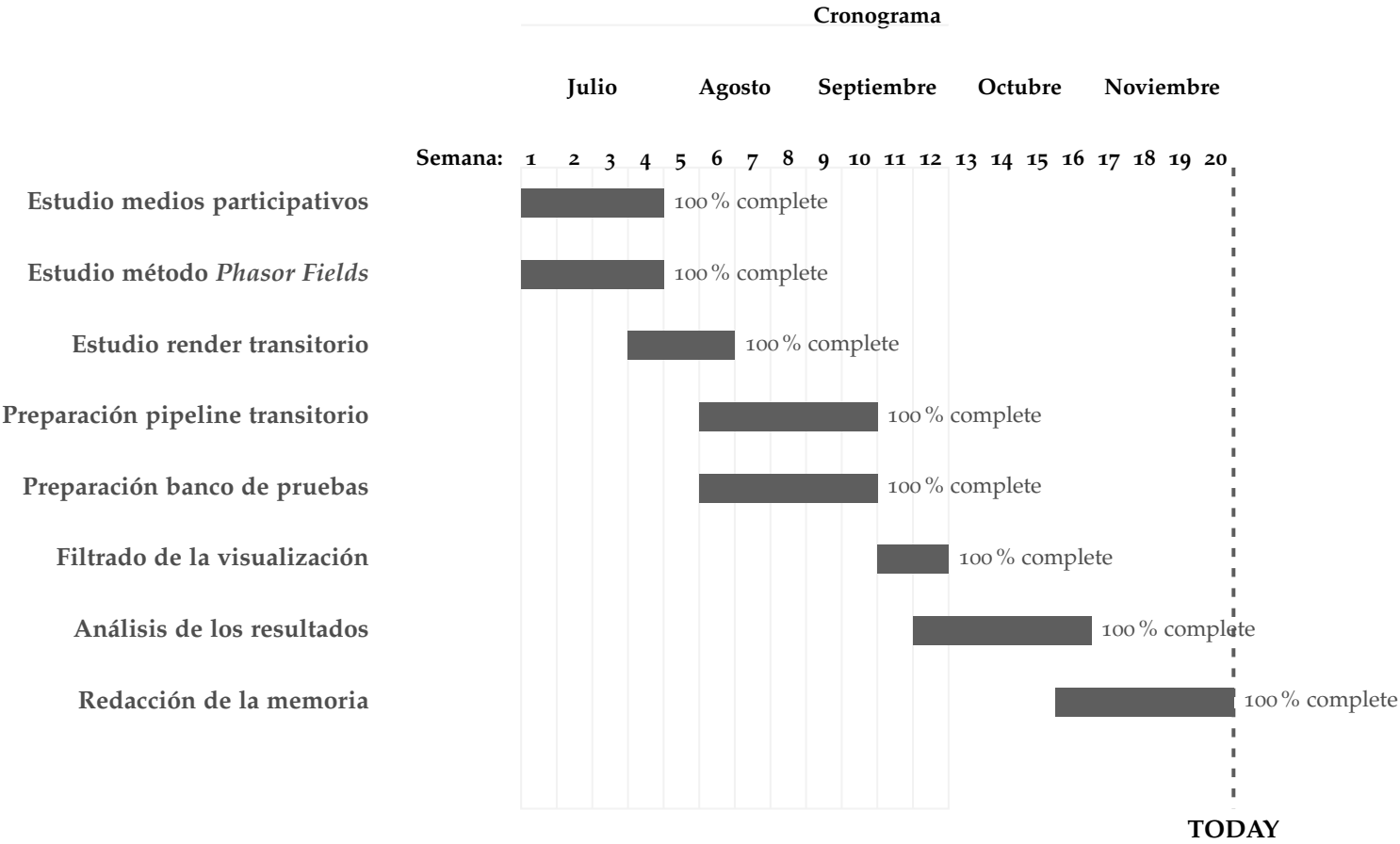


Figura D.10: Cronograma seguido durante el proyecto