



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Diseño de un sistema para prácticas con volantes de
inercia

Autor/es

ALEJANDRO AMBROSIO CORREA

Director/es

DANIEL MERCADO BARRAQUETA

Universidad de Zaragoza: Escuela de Ingeniería y Arquitectura
2018/2019

DISEÑO DE UN SISTEMA PARA PRÁCTICAS CON VOLANTES DE INERCIA

1. RESUMEN

Este trabajo fin de grado consiste en el diseño y cálculo de los elementos de un sistema que permita realizar diferentes experimentos que demuestren los efectos que provoca un volante de inercia sobre un sistema y así poder afianzar los conocimientos teóricos que el alumno haya adquirido durante el estudio previo.

Se ha recabado la información teórica acerca funcionamiento de los volantes de inercia, además de ejemplos y aplicaciones posibles para poder abordar el diseño de manera óptima.

Con estos conocimientos se plantea una posible sesión práctica donde el alumno pueda apreciar de manera clara las diferencias que suponen la aplicación de distintos volantes de inercia. Para ello, se necesita un sistema lo suficientemente sencillo para que el centro de interés esté en los resultados del experimento y no en el funcionamiento del sistema.

De esta manera, se calcula el sistema mecánico con un objetivo marcado y con unos límites y especificaciones que determinarán las características de cada uno de los elementos que componen el sistema.

El diseño del sistema mecánico se realiza con el programa 'CREO Parametric', el cual permite tanto su representación en 3D como la simulación del movimiento que realizará el aparato, así como su análisis cinemático y dinámico.

Se plantea cómo se va a adquirir la información de los distintos experimentos. Para ello, se diseña un tacómetro con Arduino que se encargará de medir la velocidad instantánea del sistema.

Para poder representar dichas mediciones, se programa un sistema de representación de curvas en Processing para que el alumno las compare y saque las conclusiones pertinentes.

Finalmente se plantea una sesión práctica y se prueban todos los elementos diseñados y se demuestra su funcionamiento.

2. ÍNDICE

DISEÑO DE UN SISTEMA PARA PRÁCTICAS CON VOLANTES DE INERCIA.....	2
1. RESUMEN.....	2
2. ÍNDICE	3
3. INTRODUCCIÓN	4
4. PLANTEAMIENTO TEÓRICO	6
5. CASO ESPECÍFICO.....	7
5.1 Momento motor	7
5.2 Momento resistente.....	8
5.3 Inercia del sistema	8
5.4 Definición del sistema	9
6. PARTES DEL SISTEMA MECÁNICO	10
6.1 Motor	10
6.1.1 Masa	10
6.1.2 Tambor	10
6.1.3 Altura de caída	11
6.2 Rodamientos	12
6.3 Ejes.....	12
6.4 Engranajes.....	13
6.4.1 Rueda grande.....	13
6.4.2 Rueda pequeña	14
6.5 Masa excéntrica	15
6.6 Freno aerodinámico	15
6.7 Volante de inercia	16
7. SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE INFORMACIÓN.....	17
7.1 Partes del tacómetro	17
7.2 Programa	18
8. SISTEMA DE REPRESENTACIÓN DE INFORMACIÓN	19
9. PLANTEAMIENTO DE SESIÓN PRÁCTICA	19
9.1 Caracterización del sistema.....	19
9.2 Efecto del volante sin freno	20
9.3 Caracterización del freno	21
9.4 Efecto del volante con freno	21
9.5 Efecto del volante con masa excéntrica.....	21
10. CONCLUSIONES	23
BIBLIOGRAFÍA.....	24

3. INTRODUCCIÓN

La motivación en la que se apoya este trabajo es la necesidad constante que tienen los estudios técnicos (en este caso la ingeniería) de complementar los aprendizajes teóricos con observaciones prácticas consolidando y poniendo el broche a la formación del alumno en un tema estudiado.

El objetivo de este trabajo fin de grado es el diseño de un banco para prácticas que permita afianzar los conocimientos teóricos sobre el comportamiento de un sistema mecánico ante distintos volantes de inercia. A pesar de que la finalidad principal es entender el efecto que un volante de inercia tiene sobre un sistema determinado, hay que caracterizar dicho sistema y entender su funcionamiento, por lo que se ha intentado escoger unos elementos de poca complejidad que centren el interés del alumno en los resultados del experimento.

El diseño del sistema ha tenido una serie de limitaciones, especificaciones y problemáticas que se han ido abordando durante la realización de este trabajo de manera lógica y utilizando las herramientas pertinentes para alcanzar su correcto funcionamiento. Para el diseño mecánico se ha utilizado el programa CREO PARAMETRIC, con el cual se ha podido dibujar cada uno de los elementos del sistema, dimensionarlos, unirlos en un conjunto y aproximar la idea inicial lo máximo posible al montaje final. En cuanto al sistema de adquisición de datos se consideró oportuno utilizar ARDUINO (básicamente es una placa con un microcontrolador, diseñada para facilitar el uso de la electrónica en proyectos multidisciplinares) para programar un tacómetro y se obtuvieron las piezas electrónicas necesarias para poder componerlo. El sistema de representación de los datos adquiridos se realiza con PROCESSING, que puede actuar de forma complementaria al ARDUINO y permite comparar los resultados de una forma más estética.

Este trabajo fin de grado parte de cero, con una especificación principal que consiste en el desarrollo de un banco que pudiera ser de fácil manejo, con unas medidas accesibles en cualquier aula de trabajo y que no impidiera la realización de otras prácticas alternativas en el mismo entorno. Se llevaron a cabo las siguientes etapas:

- Estudio/información: se recabó el marco teórico relacionado con los volantes de inercia, efectos, ecuaciones y requisitos necesarios para la problemática que había que resolver.
- Dimensionamiento: etapa en la que se resuelven todas las decisiones que había que tomar a hora de elegir dentro de toda la gama de elementos que permite el diseño mecánico y las especificaciones relacionadas con los mismos.
- Planteamiento de una posible sesión práctica: determinación de las características que el alumno tendrá que analizar para una comprensión global del tema propuesto y que sirva como una útil introducción a la realización de la práctica, así como los cálculos más relevantes tanto previos como posteriores a la misma.

- Diseño del sistema de adquisición de datos: realizado en ARDUINO y con el propósito de facilitarle al alumno una forma de extraer datos y que sirva de herramienta sin coste adicional.
- Diseño del sistema de transmisión y representación: realizado en PROCESSING y con el propósito de facilitar al alumno una forma gráfica y sencilla de entender los datos extraídos por el sistema de adquisición de datos.
- Montaje: obtenido el diseño de todos los elementos terminado, se lleva a cabo el montaje del conjunto. Se crea pieza a pieza con cada una de las especificaciones anteriormente seleccionadas y se ponen en común en un conjunto que tiene todos los requisitos que proporcionarán al alumno el banco de pruebas donde realizar la práctica.

4. PLANTEAMIENTO TEÓRICO

Como aclaración previa antes de entrar en definiciones habría que explicar el contexto en el que se encuentra la teoría de los volantes de inercia. El término que mejor define este trabajo es el momento de inercia.

El momento de inercia es una medida de la inercia rotacional de un cuerpo. Refleja la distribución de masa de un cuerpo o de un sistema de partículas en rotación respecto a un eje de giro. El volante de inercia va a tener un efecto sobre el momento de inercia del sistema global, que a su vez influirá en la velocidad y aceleración del mismo.

Se podría definir el volante de inercia como un elemento pasivo que aporta al sistema una inercia adicional de modo que le permite almacenar energía cinética. El volante continúa su movimiento por inercia cuando cesa el par motor que lo propulsa. De este modo, se opone a las modificaciones violentas de un movimiento rotativo. Así se consiguen amortiguar las variaciones de velocidad angular. [1]

Su misión es suavizar el flujo de energía entre una fuente de potencia y su carga, y por tanto regularizar el giro del sistema.

La situación de un giro no regularizado se produce debido a que el par motor no es igual al par resistente y se producen fluctuaciones de velocidad, por lo que el sistema a diseñar debería tener estas características.

En el sistema a regularizar por el volante de inercia estará compuesto por un par motor, que hará que aumente la velocidad del sistema con un momento de torsión determinado, y un momento resistente, que absorberá energía del volante y hará que pierda velocidad.

En la *Figura 1* se representan en la parte izquierda el momento motor (M_m), en el centro la inercia del sistema (I) y en la derecha el momento resistente (M_r).

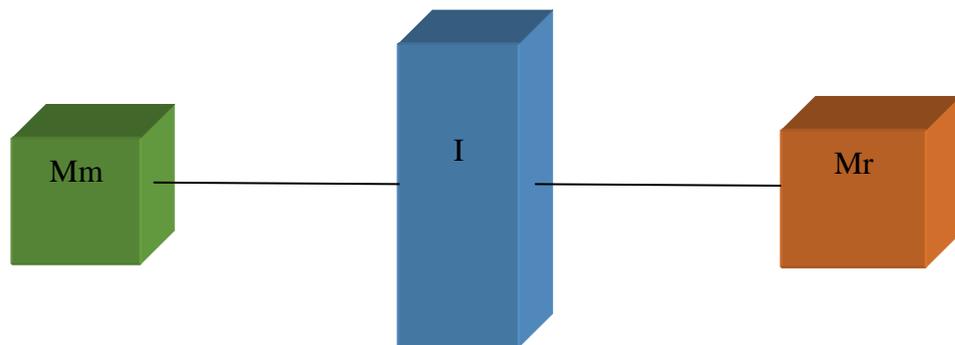


Figura 1. Descripción del sistema.

5. CASO ESPECÍFICO

Sabiendo cuáles son las partes del sistema a diseñar, se detallan las propiedades de carácter general que tendrá el sistema.

La propuesta principal es realizar un sistema que provea al alumno de un banco en el que realizar prácticas de manera sencilla, sin implicarlo en el funcionamiento del mismo. Con esta prioridad se comienza a realizar el diseño de cada parte desde lo más general hacia lo más específico.

Se ha optado por realizar un sistema versátil y cómodo, donde el alumno pueda experimentar con diferentes mediciones y pudiendo cambiar cuando convenga algunos parámetros.

Quedando definido el sistema en tres partes: Momento motor, momento resistente y el volante de inercia.

5.1 Momento motor

Para generar el par motor se decidió diseñar un motor mecánico, utilizando la actuación de la gravedad y una masa colgada de un hilo para poder obtener un momento motor constante. Con este sistema es posible intercambiar distintas masas, lo que permite, de una manera fácil y visual, distintos pares motrices.

El inconveniente principal asociado a esta solución es que la masa colgante influye en la inercia total del sistema.

El hilo iría enrollado en un tambor de radio R asociado a un eje de manera que al caer la masa m por el efecto de la gravedad se produce un momento motor determinado.

De esta manera el momento motor quedaría definido:

$$M_m = m \cdot g \cdot R$$

Ecuación 1. Momento motor

Siendo:

- M_m : momento motor.
- m : masa que cuelga de un hilo.
- g : gravedad.
- R : radio del tambor donde va enrollado el hilo.

5.2 Momento resistente

El momento resistente es el par que se opone al par del motor, es decir, que dificulta el giro del sistema. Se ha diseñado de manera que se diferencia en tres partes muy significativas:

- **Rozamiento:** el rozamiento forma parte del momento resistente y se mantiene constante a lo largo del tiempo para un sistema invariable. Se podría representar con la letra K (cte).
- **Excentricidad:** que en el sistema haya una excentricidad provoca que se produzcan fluctuaciones de velocidad que se podrán reducir con el volante de manera que se pueda comparar el efecto antes y después de su aparición. Este apartado depende únicamente de una constante multiplicada por la posición angular. Se podría representar como $A \cdot \cos(\Theta)$, siendo A la constante y Θ la posición angular.
- **Freno aerodinámico:** se ha elegido un freno que vaya aumentando el par resistente conforme vaya aumentando la velocidad angular, es decir, que únicamente dependa del aumento de velocidad y que su objetivo sea reducir la aceleración hasta llegar a una velocidad límite, la cual permanecerá aproximadamente constante hasta el final del experimento. Se podría representar como $c \cdot w$, siendo c la constante de frenado y w la velocidad angular.

Con los tres apartados completados y parametrizados se podría obtener la ecuación del momento resistente que no sería más que la suma de cada una de sus partes:

$$M_r = K + A \cdot \cos(\Theta) + c \cdot w$$

Ecuación 2. Momento resistente

5.3 Inercia del sistema

El volante de inercia es la parte más versátil de todas y dependerá específicamente del diseño que se va a realizar ya que tratará de compensar la inercia que le falte al sistema con la suya propia. En este apartado se le proporcionará al alumno diferentes tipos de volantes que tendrá que analizar y comparar con otros en función de las variables anteriores. Así jugará con los parámetros que relaciona la inercia con el sistema para reproducir lo estudiado en la teoría. La inercia del sistema tendrá una parte constante y una parte variable. La parte constante pertenece a la inercia del sistema fijo y la parte variable corresponde a los distintos volantes de inercia y a los distintos pesos suspendidos con los que se llevará a cabo la práctica. La inercia total del sistema, reducida al eje motor, se representará como I_s , la inercia del volante como I_v y la de la masa colgante vendrá dada por $m \cdot R^2$. La inercia total será la suma de las mencionadas y se representará con la letra I .

5.4 Definición del sistema

Este apartado se puede concluir con la conexión de las ecuaciones por separado en una sola ecuación que define el sistema que se ha diseñado con un sumatorio de momentos:

$$M_m - M_r = I \cdot \alpha$$

Ecuación 3. Definición del sistema.

Siendo α la aceleración angular del sistema,

$$M_r = K + A \cdot \cos(\Theta) + c \cdot w,$$

$$M_m = m \cdot g \cdot R.$$

En la siguiente figura se puede observar un ejemplo de cómo actuaría la velocidad y la aceleración angular para unos parámetros tomados en forma de ejemplo.

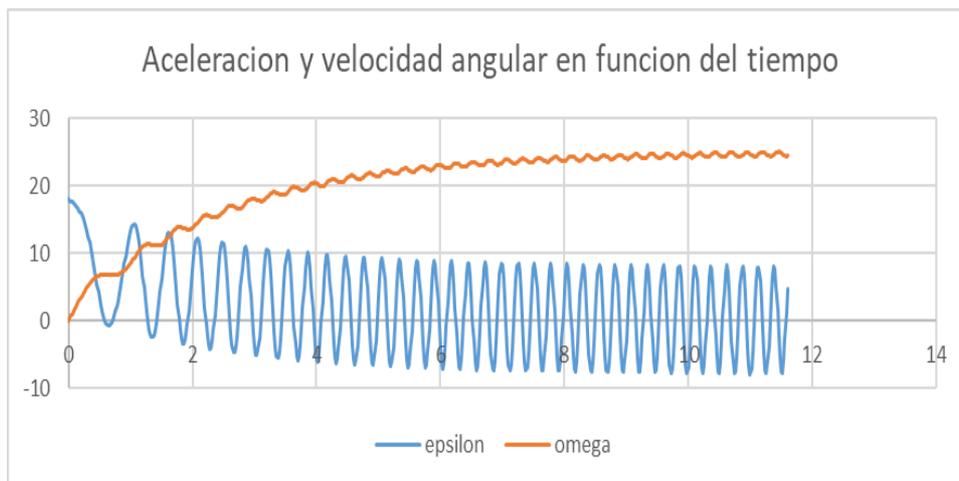


Figura 2. Velocidad y aceleraciones angulares de un sistema con volante de inercia.

Se observa la fluctuación de la velocidad debido a la excentricidad y cómo tiende a hacerse constante hasta llegar a la velocidad límite prevista.

6. PARTES DEL SISTEMA MECÁNICO

El sistema mecánico va a constar de diferentes elementos con sus respectivas especificaciones. En la siguiente figura se podrá observar el conjunto de todos los elementos conectados, pero se explicarán las limitaciones, la toma de decisiones, parámetros y definiciones de cada uno de los elementos escogidos.

En los pasos previos al diseño final se dibujó un boceto con el sistema y las medidas en función de los cálculos previos para llegar a una serie de especificaciones que marcarían un rango donde elegir los parámetros del sistema.

Para poder resolver la problemática de conectar el momento motor con las partes del momento resistente de manera sencilla se optó por escoger dos engranajes. La rueda grande (rueda lenta) correspondería al par motor, que se conecta mediante un eje con tambor a la masa. La otra rueda sería la rueda pequeña (rueda rápida) que giraría a la misma velocidad que el freno aerodinámico (el cual se conectaría en el mismo eje que la rueda rápida). Se ha decidido conectar el sistema así debido a que el momento resistente que aplica el freno depende de la velocidad angular y se apreciará la actuación del freno de una forma más evidente.

En los siguientes apartados se va a realizar una descripción de cada uno de los elementos del sistema, así como las especificaciones y el motivo por el que se han elegido los valores de los parámetros del elemento.

6.1 Motor

Los parámetros del motor, como se ha explicado anteriormente, son la masa y el radio del tambor donde va enrollado el hilo.

6.1.1 Masa

El rango de valores que se ha escogido para la masa que vamos a dejar caer para provocar el momento motor ha sido de **entre 0,5 y 1 kg**. Estos valores son por seguridad, ya que la elección de unos pesos mayores puede provocar daños tanto materiales como personales.

6.1.2 Tambor

El tambor es el elemento cilíndrico conectado a uno de los ejes cuya función es soportar la masa colgante a partir de un hilo y que provocará un par motor constante al dejarla caer. Es importante la elección del radio del tambor porque determinará el momento motor del sistema y en función del momento motor se realizarán los cálculos de los demás elementos.

Especificaciones:

- Radio: 25 mm.
- Longitud: 30 mm

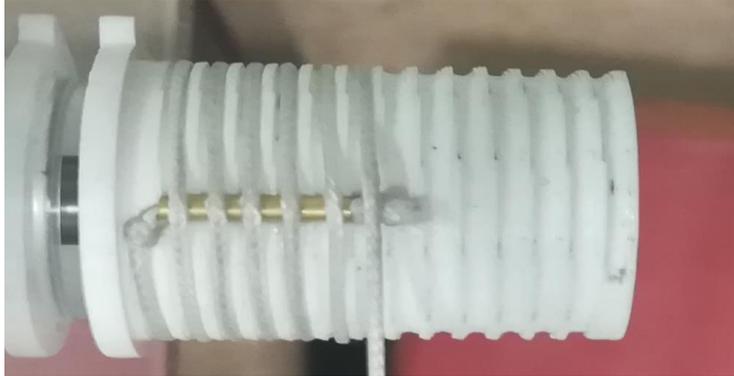


Ilustración 1. Tambor con hilo y excentricidad.

Para evitar que el hilo pueda llegar a pegar tirones del eje, el hilo queda libre al final del recorrido.

6.1.3 Altura de caída

No es un parámetro del motor, pero saber desde qué altura se dejará caer es importante para determinar en qué rango de velocidades nos vamos a mover y qué límites de velocidades máximas tendremos.

La elección de la altura de caída está condicionada al lugar de la práctica. Esta práctica está planteada para realizarse en una mesa estándar de laboratorio, por lo que se estimó que la altura de caída sería 750 mm.

Para dicha altura se calcularon los valores máximos que alcanzaría el sistema (en caída libre):

- Tiempo de caída: 0.39103 segundos.
- Velocidad máxima lineal: 3.83 m/s.
- Velocidad máxima angular: 2930.492 rev/min.

Estos cálculos son estimaciones para entender en qué rango cinemático nos estamos moviendo.

6.2 Rodamientos

Antes del diseño de los ejes se ha comenzado por elegir los rodamientos. El motivo principal es la restricción por ser un elemento comercial. El hecho de encontrar un rodamiento de un tamaño específico en función de un eje es más difícil que directamente elegir un rodamiento que cumpliera con las características que se buscan y a partir de él elegir una barra del radio interior del rodamiento. Destacar que ni ejes ni rodamientos tienen unas solicitaciones destacables, su tamaño vendrá dado por la facilidad de mecanizado y no por las prestaciones mecánicas.

Teniendo en cuenta que el tambor es de 25 mm, se ha elegido un rodamiento con unas medidas inferiores siendo éste el límite.

El rodamiento escogido es el 608-ZZ. [2]



Detalles técnicos

Rodamientos de bolas / Radiales

Diámetro interior (mm)	Diámetro exterior (mm)	T (mm)	Peso (Kg)
8,000	22,000	7,000	0,010

Ilustración 2. Rodamiento.

Se han utilizado cuatro rodamientos de este tipo, dos por cada eje.

6.3 Ejes

El eje está determinado por los rodamientos y simplemente queda por especificar su longitud. Se necesitarán dos ejes para sostener el sistema.

- Diámetro: 8mm
- Longitud: 150 mm

6.4 Engranajes

6.4.1 Rueda grande

La rueda grande tiene las siguientes características:

- Diámetro exterior: 60 mm
- Diámetro interior: 8 mm
- Espesor: 6 mm
- Módulo: 2
- Número de dientes: 30 dientes

En las siguientes imágenes se puede observar el diseño de la rueda en Creo Parametric.

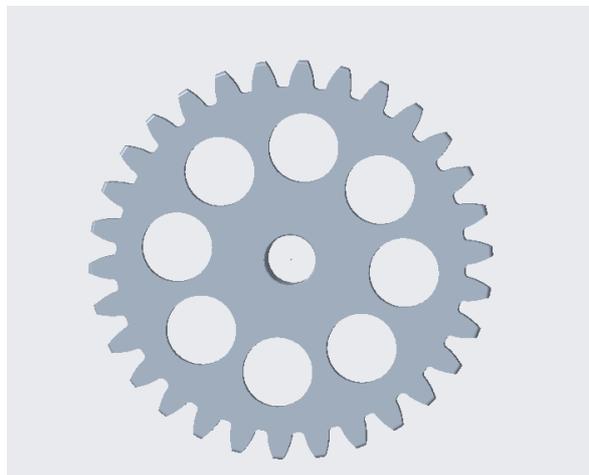


Ilustración 3. Rueda grande vista frontal

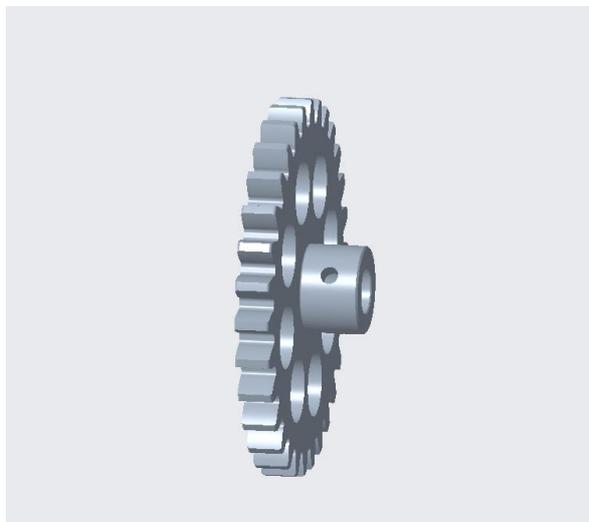


Ilustración 4. Rueda grande vista lateral.

6.4.2 Rueda pequeña

La rueda pequeña tiene las siguientes características:

- Diámetro exterior: 30 mm
- Diámetro interior: 8 mm
- Espesor: 6 mm
- Módulo: 2
- Número de dientes: 15 dientes

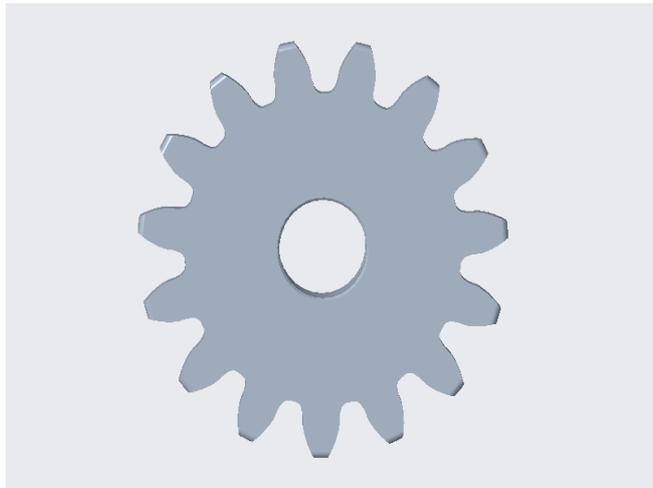


Ilustración 5. Rueda pequeña vista frontal.

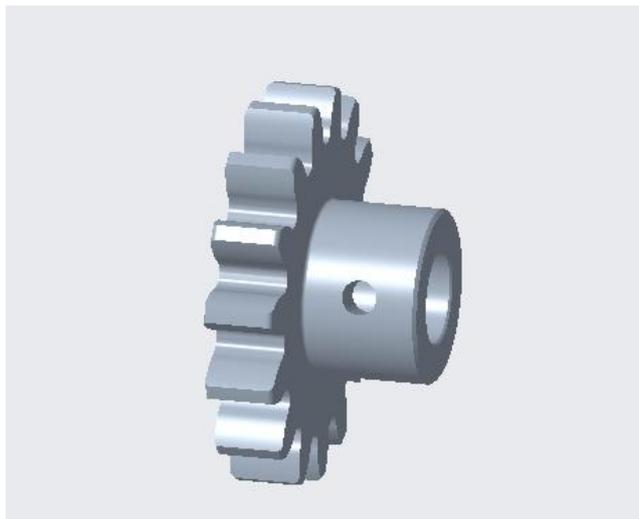


Ilustración 5. Rueda pequeña vista lateral.

Con estas características de los engranajes conseguiremos una relación de transmisión de 2, lo que significa que tendremos en la rueda rápida (pequeña) el doble de velocidad que en la lenta.

Además, como se puede observar en las imágenes, las ruedas dentadas tienen un agujero para poder conectar el eje con las ruedas con un prisionero y poder transmitir el movimiento.

La rueda grande tiene unos agujeros para poder insertar la masa excéntrica.

6.5 Masa excéntrica

La masa excéntrica tiene un peso de 12 gramos y se inserta en la rueda grande con un tornillo y una tuerca.



Ilustración 6. Masa excéntrica.

6.6 Freno aerodinámico

Este elemento ha sido el más problemático del diseño del sistema debido a que el interés principal reside en su coeficiente de fricción. Se propuso una placa metálica solidaria al eje de la rueda rápida de manera que si aumentaba la velocidad de giro también aumentaba el par resistente.

Ante la dificultad de realizar un cálculo teórico para este tipo de elemento, se opta por su caracterización experimental.

Las características geométricas del freno son las siguientes:

- Altura: 50 mm
- Anchura: 80 mm
- Espesor: 2 mm



Ilustración 7. Freno

6.7 Volante de inercia

Se probarán con distintos volantes para determinar cuál es el efecto producido en el sistema. Los distintos volantes tendrán variación en la **masa** y el **radio**, por lo tanto, en la inercia del sistema.

7. SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE INFORMACIÓN

Para poder analizar el efecto que produce el volante de inercia se necesita medir principalmente la velocidad instantánea del sistema. Para ello es necesario un tacómetro, que será utilizado para medir la velocidad de rotación.

Para fabricar el tacómetro se ha utilizado Arduino, una plataforma de software y hardware libres para el desarrollo de proyectos relacionados con la electrónica. Se ha decidido optar por esta solución debido a la sencillez a la hora de programar y el bajo coste de sus productos. [3]

7.1 Partes del tacómetro

Arduino Nano: es una pequeña placa de circuito impreso, completa, basada en el microcontrolador ATmega328 y fácilmente insertable en una placa protoboard.

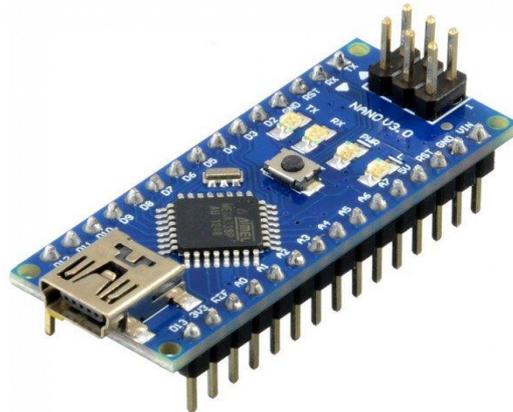


Ilustración 8. Placa de Arduino nano.

Sensor óptico de medición de velocidad: Antes de comentar el sensor escogido, es necesario hacer hincapié en los experimentos previos realizados. El primer ensayo se realizó con un sensor de efecto Hall, cuyo trabajo es detectar un campo magnético y transmitir la información como entrada al programa que se escribió. La prueba consistía en sujetar un imán al final de una de las ruedas y el sensor detectaba el paso del imán por cada vuelta. El resultado final no fue el esperado debido a la poca precisión con la que medía los pulsos así que se decidió realizar el tacómetro con otro sensor.

El sensor escogido fue un sensor óptico de barrera al que se le acopló una rueda ranurada con la intención de poder medir los pulsos en menos intervalo de tiempo, es decir, para tener una precisión de medida mayor. Los sensores ópticos basan su funcionamiento en la emisión de un haz de luz que es interrumpido o reflejado por el objeto a detectar. La rueda ranurada se encarga de interrumpir con su movimiento de rotación cada vez que pasa por la pared y vuelve a dejar pasar la luz cuando la ranura

está en la zona de paso. El resultado con respecto al primer experimento es que la precisión que se puede alcanzar es mucho mayor.



Ilustración 9. Sensor óptico.

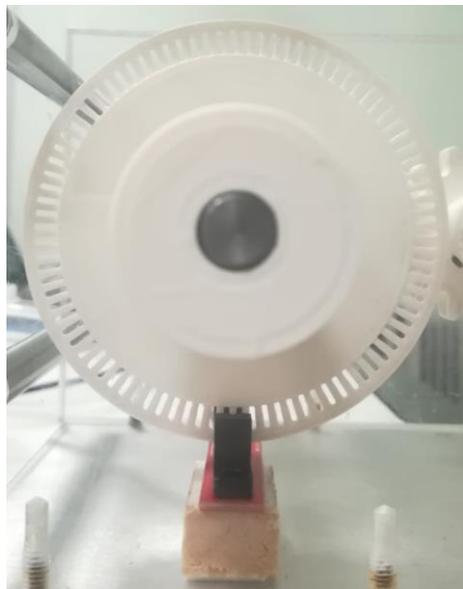


Ilustración 10. Rueda ranurada.

7.2 Programa

El principal problema que ha surgido a la hora de programar ha sido el tiempo tan corto en el que se realiza experimento, por lo que se han intentado utilizar las instrucciones de programa que minimizan el tiempo de respuesta y así poder medir de manera más precisa.

La idea consiste en contar el tiempo cada vez que el sensor detecta un pulso. Se devuelve el valor del tiempo entre pulsos para hacer las cuentas pertinentes en el sistema de representación de información.

8. SISTEMA DE REPRESENTACIÓN DE INFORMACIÓN

El sistema de representación de la información se realiza en Processing que es un software libre de un lenguaje sencillo utilizado en el contexto de las artes visuales. En este proyecto ha sido utilizado básicamente por dos motivos: la estética (debido a que permite una amplia cantidad de posibilidades de representación gráfica) y el tiempo de ejecución. [4]

Como se explicó anteriormente, se ha intentado minimizar los tiempos de ejecución del programa de adquisición de datos. Por ello se han realizado los cálculos requeridos para la representación gráfica en este programa.

Se tiene como entrada del sistema de adquisición el tiempo entre cada pulso. Con esos datos y sabiendo que el ángulo que hay entre cada pulso es 4 grados debido a que la rueda tiene 90 ranuras se pueden realizar todos los cálculos. Se representa la velocidad y la aceleración del sistema con respecto al tiempo.

9. PLANTEAMIENTO DE SESIÓN PRÁCTICA

9.1 Caracterización del sistema

Para poder estudiar el efecto que provoca el volante se necesitará caracterizar el sistema sobre el que se realizará la práctica. El objetivo de esta primera parte es calcular cuál es la inercia y el momento resistente del sistema que serán constantes durante toda la sesión.

El sistema lleva asociado un freno, pero durante la caracterización de la inercia y del par resistente no se va a utilizar.

La primera toma de datos se realizará para una masa que decida el alumno y la ecuación que define el sistema quedaría de la siguiente forma:

$$m_1 * g * R = (I_s + m_1 * R^2) * \alpha_1 + Mr$$

Ecuación 4. Primera prueba

- m_1 : masa colgante del primer experimento.
- R : radio del tambor.
- α_1 : aceleración angular del primer experimento.
- I_s : inercia del sistema desconocida.
- Mr : momento resistente fijo del sistema.

La segunda toma de datos se realizará para una masa diferente a la anterior que también decida el alumno y la ecuación que define el sistema quedaría de la siguiente forma:

$$m_2 * g * R = (I_s + m_2 * R^2) * \alpha_2 + M_r$$

Ecuación 5. Segunda prueba

- m_2 : masa colgante del segundo experimento.
- R : radio del tambor.
- α_2 : aceleración angular del segundo experimento.
- I_s : inercia del sistema desconocida.
- M_r : momento resistente fijo del sistema desconocido.

Los datos de las aceleraciones angulares se tomarán del sistema de medida y para este caso será constante.

Una vez se hayan realizado los dos experimentos se obtienen dos ecuaciones con dos incógnitas y despejando de las dos ecuaciones:

$$(m_2 - m_1) * g * R = (I_s + m_2 * R^2) * \alpha_2 - (I_s + m_1 * R^2) * \alpha_1$$

Ecuación 6. Ecuación dependiente de la inercia

De la ecuación anterior se calcula la inercia del sistema y además con este dato se puede calcular el momento resistente.

$$M_r = m_2 * g * R - (I_s + m_2 * R^2) * \alpha$$

Ecuación 7. Ecuación momento resistente

Estos dos valores se mantendrán constantes durante todo el experimento.

9.2 Efecto del volante sin freno

El siguiente experimento se realiza con dos volantes de inercia diferentes escogidos por el alumno.

El primer paso es calcular la inercia de los volantes que se van a utilizar:

- I_{v1} :
- I_{v2} :

Se inserta la inercia de cada uno en la ecuación del sistema:

$$m_1 * g * R = (I_v + I_s) + m_1 * R^2 * \alpha_1 + M_r$$

Ecuación 8. Inercia del volante en la ecuación.

Una vez calculado cómo afecta el volante de inercia a la aceleración del sistema se comprueban los resultados realizando el experimento con cada uno de los volantes escogidos por el alumno.

9.3 Caracterización del freno

Cuando se haya comprobado cuál es el efecto del volante se le añadirá el freno que provocará el aumento del par resistente en función de la velocidad.

La caracterización del freno se basa únicamente en el cálculo de su coeficiente de fricción. Para ello se necesita volver a realizar el experimento, pero esta vez con el freno asociado al sistema. En este caso la ecuación que tendríamos que aplicar:

$$m_1 * g * R = (I_s + m_1 * R^2) * \alpha_1 + M_r + M_f(w)$$

Ecuación 9. Momento resistente del freno en ecuación.

Se tendrá que realizar el experimento y medir de nuevo la aceleración angular, pero esta vez se comparará con respecto a la velocidad angular y la función resultante definirá el momento resistente del freno.

9.4 Efecto del volante con freno

De la misma forma que el experimento anterior el alumno escoge dos volantes de inercia.

El primer paso es calcular la inercia de los volantes que se van a utilizar:

- I_{v1} :
- I_{v2} :

Se inserta la inercia de cada uno en la ecuación del sistema:

$$m_1 * g * R = (I_v + I_s + m_1 * R^2) * \alpha_1 + M_r + M_f(w)$$

Ecuación 10. Inercia del volante en la ecuación.

Una vez calculado cómo afecta el volante de inercia a la aceleración del sistema se comprueban los resultados realizando el experimento con cada uno de los volantes escogidos por el alumno. También es interesante que el alumno observe cuál ha sido el efecto del freno en el sistema y que observe la tendencia a una velocidad límite.

9.5 Efecto del volante con masa excéntrica.

Como último experimento es interesante para el alumno observar cómo se comporta el sistema ante inestabilidades con y sin volante de inercia y determinar las ventajas y desventajas en ambos casos.

Para insertar la inestabilidad en el sistema se coloca una masa excéntrica en la rueda dentada de mayor diámetro. Ésta provoca un momento motor que no es constante y que depende de la posición:

$$M_m = m_1 * g * R - m_{ex} * r_{ex}^2 * \cos(\Theta)$$

Ecuación 11. Ecuación del momento motor con masa excéntrica

Siendo:

- m_{ex} : masa excéntrica.
- r_{ex} : distancia entre el centro de la rueda y el centro de la masa excéntrica.
- Θ : posición angular.

Y la definición del sistema completo quedaría:

$$M_m = (I_s + I_v + m_1 * R^2 + m_{ex} * r_{ex}^2) * \alpha_1 + M_r + M_f(w)$$

Ecuación 12. Ecuación del sistema con masa excéntrica

El primer experimento se realizará sin volante de inercia, por lo que $I_v=0$. Tras la prueba se le pedirá al alumno que analice y observe cómo se comporta el sistema con respecto a los anteriores y que entienda el efecto de la masa excéntrica.

El segundo experimento se realizará con un volante de inercia elegido por el alumno. Calculará de la inercia del volante y la insertará en la ecuación del sistema con masa excéntrica.

Una vez se hayan realizado los dos experimentos anteriores se le pedirá que saque conclusiones sobre cómo se comporta el sistema con y sin volante analizando las fluctuaciones de velocidad y que explique por qué es más rápido un sistema que otro.

10. CONCLUSIONES

Se ha realizado el diseño y construcción de un banco docente para volantes de inercia. Este banco cumple con los requisitos de simplicidad, flexibilidad, precio y tamaño.

Se ha diseñado y construido un tacómetro que permite determinar la velocidad angular de uno de los ejes del banco con la suficiente resolución.

Se ha diseñado una práctica docente, basada en la aplicación del banco construido, que permite la demostración de las nociones teóricas de los volantes de inercia.

En lo personal con este trabajo he conseguido aprender diferentes lenguajes de programación y a interrelacionar diferentes materias estudiadas durante la carrera.

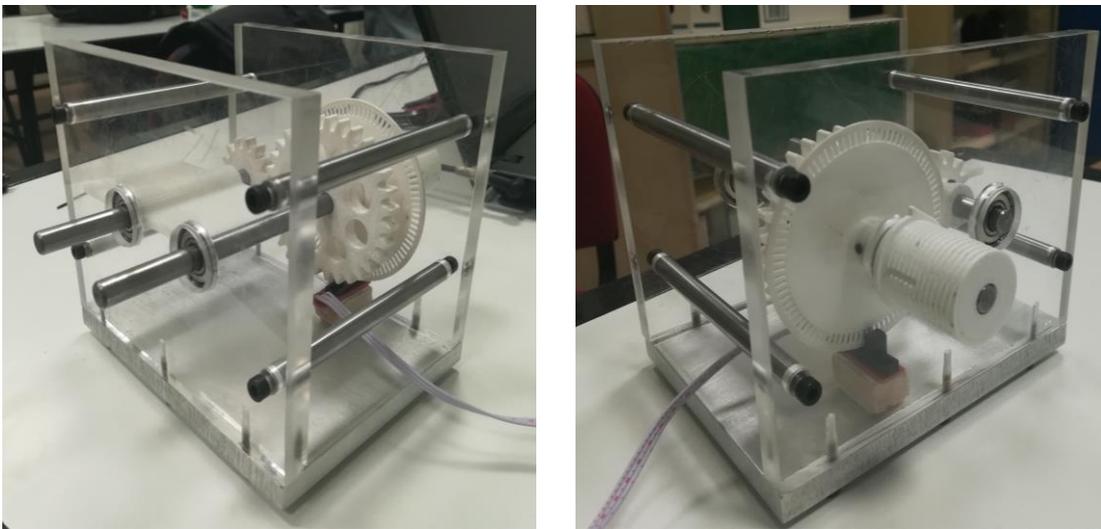


Ilustración 11. Parte trasera y delantera del sistema.



Ilustración 12. Sistema con masa colgando.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] 6.2.2.- Volante de inercia. (n.d.)
https://www.edu.xunta.gal/centros/espazoAbalar/aulavirtual2/pluginfile.php/296/mod_resource/content/1/10_paquetes/Paquetes_web/5_mecanismos/622_volante_de_inercia.html
- [2] Rodamiento 608 ZZ/C3, detalles técnicos | Fersa Bearings. (n.d.).
https://www.fersa.com/es/especificaciones-tecnicas/608_ZZ/C3
- [3] Arduino - Home. (n.d.). <https://www.arduino.cc/>
- [4] Processing.org. (n.d.). Retrieved November 22, 2019, from <https://processing.org/>