

# Trabajo Fin de Grado

## Magisterio en Educación Primaria

Propuesta didáctica para la enseñanza de geometría  
basada en el juego Quién es quién

Didactical proposal for geometry teaching based on the  
Guess Who game

**Autor/es**

Sara Celma Tarragual

**Director/es**

Pablo Beltrán Pellicer

FACULTAD DE EDUCACIÓN

2020

## ÍNDICE

<b>RESUMEN.....</b>	<b>3</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN .....</b>	<b>5</b>
<b>2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>6</b>
2.1. Definición de juego. ....	6
2.2. Clasificación de juegos según diversos autores. ....	9
2.3. El uso del juego para la enseñanza de las matemáticas en el marco escolar. ....	11
2.4. La enseñanza y aprendizaje de la geometría en el marco escolar. ....	14
2.5. Teoría del razonamiento geométrico de Van Hiele.....	16
<b>3. PROPUESTA DIDÁCTICA .....</b>	<b>22</b>
3.1. Descripción de la propuesta didáctica. ....	22
3.2. Método de diseño del juego .....	25
3.3. Análisis del juego.....	34
3.4. Secuenciación didáctica .....	47
<b>4. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL.....</b>	<b>49</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>52</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>54</b>

## **RESUMEN**

El presente trabajo de fin de grado versa sobre la utilización de los juegos educativos como recurso didáctico en las aulas. Concretamente, se centra en el uso de los mismos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y más particularmente, de la Geometría.

Para comenzar, se expone una breve revisión bibliográfica acerca del campo de estudio escogido, describiendo la evolución del término “juego” en base a las definiciones de diferentes autores, sus clasificaciones más relevantes, y las ventajas e inconveniente de su uso en el marco escolar. Además, también se analiza la enseñanza-aprendizaje de la geometría en las escuelas, y se describe la teoría del modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele en la que se sustenta la propuesta.

A continuación, se describe la propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje de contenidos geométricos. Dicha propuesta consiste en el diseño y la elaboración de un juego educativo matemático basado en el juego Quién es quién. Además, se propone una secuencia de actividades para su adecuada implementación en el aula.

## **PALABRAS CLAVE**

Juegos educativos matemáticos, geometría, lenguaje matemático, aprendizaje basado en juegos, niveles de Van Hiele, educación primaria.

## **ABSTRACT**

The present dissertation aims to illustrate the implementation of game-based learning as an educational resource. Specifically, this thesis focuses on the approach of the aforementioned methodology to the teaching of Mathematics –particularly to the teaching of Geometry.

The document begins with an analysis of the evolution of the term “game” based on the definitions given by different authors, as well as the most relevant classifications, and the advantages and disadvantages of the game becoming part of the learning process in school contexts. Furthermore, this research comprises a study on the learning-teaching process of Geometry in Primary schools, and a description of the Van Hiele’s levels of geometric thinking theory to support a new pedagogical proposal.

Consequently, to achieve more significant learning outcomes, a didactical mathematical game based on Guess Who game has been designed and developed to address the teaching and learning process of some geometrical contents. Likewise, a sequencing of educational activities is recommended for an adequate implementation in the classroom at a primary school level.

## **KEYWORDS**

Mathematical educative games, Geometry, mathematical language, game-based learning, Van Hiele’s levels, Primary Education.

## **1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN**

Este trabajo está enfocado al estudio de los juegos educativos y su interés como herramienta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos referidos al área de matemáticas.

La asignatura de matemáticas es considerada por muchos estudiantes una asignatura ardua y compleja, quizás debido a su grado de abstracción. Por lo general, se trata de una materia en la que los alumnos muestran y arrastran ciertas dificultades a lo largo de sus etapas de formación académica. Los recurrentes fracasos o las múltiples dificultades en torno a las cuestiones matemáticas generan actitudes o sentimientos negativos tales como el rechazo, la aversión y/o la desmotivación hacia esta área, que influyen directamente en el rendimiento académico.

Entre las diferentes causas que pueden provocar que los alumnos adopten estas actitudes negativas, cobra gran relevancia la impartición de la materia mediante métodos de enseñanza inadecuados.

Tradicionalmente, las matemáticas han sido impartidas desde un enfoque superficial, primando la memorización de conceptos y técnicas sobre la comprensión. Esto ha dado lugar a que los estudiantes conciban este campo de estudio desde una perspectiva mecánica, y que se generen creencias tales como que las matemáticas no siempre tienen sentido, saber matemáticas implica resolver los problemas con rapidez y exactitud, solo existe una forma correcta de resolver los problemas, lo que se estudia no tiene relación o no es de utilidad en la vida cotidiana, etc.

Con el fin de hacer frente a las dificultades y a la desmotivación que estas acarrearán, así como desmentir las creencias, los docentes debemos apostar por implementar en las aulas metodologías y recursos que primen la comprensión frente a la memorización, y con las que los alumnos se sientan motivados y partícipes del aprendizaje.

Entre la multitud de recursos que están al alcance de los docentes se encuentra el objeto de estudio de este trabajo, los juegos educativos. Su uso en el aula como herramienta didáctica y parte del proceso de enseñanza-aprendizaje, consigue aumentar la

motivación y la participación del alumnado, así como ayudar a la comprensión de las matemáticas dotándolas de su carácter útil e interesante.

## **2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1. Definición de juego**

El juego y la acción de jugar puede llevarse a cabo en multitud de ámbitos tales como la educación, el deporte, las dinámicas de grupo o como simple pasatiempo. En su utilización prima uno o varios valores según el fin que se trate de alcanzar mediante el uso del mismo (pedagógico, recreativo, socializador...). Debido a que el presente trabajo versa sobre el juego, parece adecuado realizar una primera aproximación a dicho término y su definición.

A lo largo del tiempo, han sido varios los autores que han tratado de dar una explicación lo más precisa y ajustada posible a lo que el término “juego” hace referencia. La idea de juego ha ido evolucionando a la par que lo ha hecho la sociedad, y es por ello que con el tiempo ha ido adquiriendo connotaciones diferentes.

Partiendo del origen del término, desde el punto de vista etimológico, la palabra “juego” proviene del léxico latín “iocus” o “lodus”, y hace referencia a una broma o chiste, algo que resulta jocoso, gracioso o divertido.

En la década de los cincuenta, el pedagogo Piaget (1956) postula que el juego es indispensable para el desarrollo integral del niño (cognitivo, social, emocional y motor). Según él, representa el instrumento a través del cual el sujeto interacciona con el entorno y comprende y asimila la realidad (física y social). A medida que el niño se desarrolla pasa por diferentes estadios evolutivos en los que predomina, entre otras cosas, una forma determinada de juego en cada uno de ellos. Así pues, diferencia tres tipos de juego: En primer lugar, el *juego funcional* o *de ejercicio* (hasta los 2 años). En segundo lugar, el *juego simbólico*, que aparece a partir de los dos años hasta los seis o siete, y es el más representativo de la infancia. A través de él los niños simulan situaciones, objetos y personajes que no están presentes en el momento. Por último, el *juego de reglas* (a partir de los 6 años), cuando el niño comienza a asumir y aceptar que

existen unas normas que rigen el orden del juego y que es necesario cumplirlas por todos los participantes.

En la misma línea, Vygotsky (1924) afirma que el juego no es solo un rasgo predominante de la infancia, sino que se trata de un factor básico y esencial para el desarrollo humano. Según este autor, a través del juego se crea una zona de desarrollo próximo que es óptima para que se produzcan aprendizajes significativos. No obstante, Vygotsky destaca que el origen y naturaleza del juego es de tipo social y cultural, pues surge como necesidad de tener contacto con los demás.

Huizinga (1949) citado en Bishop (1998), en su clásico libro *Homo Ludens* y desde una perspectiva antropológica, considera el juego en términos de espíritu de competición, como un impulso social y que se extiende a todas las etapas de la vida como un fermento cultural. Así pues, según Huizinga, jugar es una forma particular de la actividad social constituida por unas reglas y en la que los participantes se convierten en jugadores.

En 1972, Lalande considera el juego como una actividad organizada según un sistema de reglas las cuales definen el éxito o el fracaso en el mismo. Posteriormente, Brousseau (1997) asume que el término “juego” puede referirse tanto a actividades físicas como mentales. No obstante, para quien las lleva a cabo, su finalidad no es otra que el placer que dichas actividades provocan (González, Molina, & Sánchez, 2014).

Aportando mayor rigurosidad, Bright, Harvey y Wheeler (1985) revisan definiciones anteriores y las completan construyendo una definición muy precisa recogida en Gairín (1990):

1. Se juega de forma libre, es decir, voluntaria.
2. Supone para los jugadores un desafío contra una tarea (en el caso de los solitarios) o contra un oponente o varios (bipersonales y multipersonales).
3. El juego tiene un orden y es controlado por un conjunto definido de reglas. Estas reglas abarcan todas las maneras de jugar al juego.
4. El juego representa una situación arbitraria delimitada en espacio y tiempo desde la actividad de la vida real.

5. Socialmente las situaciones de los juegos son consideradas como de mínima importancia.
6. El juego tiene una clara delimitación en el espacio y en el tiempo. El estado exacto alcanzado durante el juego no es conocido a priori al comienzo del juego.
7. Un juego termina después de un número finito de movimientos en el espacio-tiempo.

Actualmente, en el diccionario de la Real Academia Española, la entrada de dicha palabra contiene diferentes acepciones, y entre ellas destacan: 1. “Acción y efecto de jugar por entretenimiento” y 2. “Ejercicio recreativo o de competición sometido a reglas, y en el cual se gane o se pierde” (Real Academia Española, 2014).

Como se observa, el término “juego” es muy abstracto para tener una única definición concisa que abarque todos los conceptos que la podrían definir. Por ello, cuando se hace uso de dicha palabra se hace alusión a multitud de tipologías de juegos existentes. De todos ellos, el presente trabajo hace referencia a los denominados juegos educativos, es decir, tareas o actividades que recogen las características anteriores que las identifican como juego y, además, persiguen un objetivo principal instructivo o educativo. Más concretamente, se centra en aquellos juegos educativos cuyos objetivos se corresponden con algunos de los propósitos perseguidos en la educación matemática, también conocidos como “Juegos Educativos Matemáticos” (Gairín, 1990).

A la hora de dar una definición de Juegos Educativos Matemáticos, Gardner (1983) citado en Corbalán (1994), señala que los juegos matemáticos son matemáticas – no importa de qué tipo –, en los que destaca un fuerte componente lúdico. No obstante, puntualiza que esto aclara poco, pues las ideas “juego”, “recreación” y “lúdico” son aproximadamente sinónimas.

Los autores Edo, Baeza, Deulofeu y Badillo (2008) entienden que el juego matemático es una actividad colectiva basada en reglas fijas asumidas por todos los participantes. Dichas reglas establecen tanto los objetivos para el conjunto de jugadores como los objetivos específicos de cada uno de los participantes, los cuales deben buscar las estrategias para bloquear y/o ganar al resto de participantes. Sin embargo, esta



definición incide en que se trata de una actividad colectiva, es decir, relativa a un grupo de personas, olvidando los juegos que tienen lugar de forma individual o también llamados solitarios.

Por su parte, de forma más precisa e incluyendo esta modalidad de juego, Oldfield (1991) entiende los juegos educativos matemáticos de la siguiente manera:

1. La actividad involucra o bien un desafío contra una tarea o uno o más componentes o bien una tarea común que debe abordarse solo o, más comúnmente, en conjunción con otros.
2. La actividad se rige por un conjunto de reglas las cuales la estructuran.
3. La actividad normalmente tiene un final distinto.
4. La actividad tiene objetivos matemáticos y cognitivos específicos.

## **2.2. Clasificación de juegos según diversos autores**

Como se observa, existen muchas dificultades para encontrar una definición unívoca de “juego” puesto que encontramos muchas y cada una de ellas se refieren a diferentes aspectos o sentidos del mismo. De igual forma, tampoco existe unanimidad en lo que a la clasificación de juegos se refiere, sino que se admiten diversas clasificaciones según el criterio que se considere.

Bishop (1998) expone la clasificación realizada por Roth (1902), quien diferencia siete clases de juegos partiendo del estudio que llevo a cabo con unas sociedades aborígenes. No obstante, afirmó que esta clasificación existe en todas las culturas y, según su naturaleza, los juegos pueden ser: imaginativos, realistas, imitativos, discriminativos, competitivos, propulsivos o de placer.

Sin embargo, desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, es conveniente destacar otros autores que realizan una clasificación de los Juegos Educativos Matemáticos teniendo en cuenta diferentes aspectos de los mismos.

Por un lado, Kirkby (1992) los clasifica según el objetivo matemático que ayudan a alcanzar a través de su práctica. La clasificación expone los siguientes tipos de juegos:

1. *Language learning games (L games)*. Tienen como objetivo aprender a utilizar el lenguaje y el vocabulario matemático.
2. *Notation usage games (N games)*. Se basan, principalmente, en el uso de la notación decimal.
3. *Factual knowledge games (F games)*. Persiguen que el alumno aprenda o bien datos memorísticos o arbitrarios, o bien datos que necesitan ser recordados o repetidos hasta aprenderlos adecuadamente.
4. *Skill development games (Sk games)*. Permiten desarrollar las habilidades o destrezas matemáticas. Este desarrollo se mejora a través de la práctica.
5. *Conceptual understanding games (C games)*. Tienen como objetivo ampliar el grado de entendimiento de algunos conceptos matemáticos.
6. *Strategy games (St games)*. Su práctica permite desarrollar y mejorar el planteamiento de estrategias matemáticas.
7. *Games of composite type*. En este último apartado se incluyen los juegos matemáticos que son una combinación de dos o más de los descritos anteriormente.

Por otro lado, la clasificación más general y más difundida en torno al ámbito escolar la expone Corbalán (1994), y distingue dos grandes categorías de juegos de acuerdo con el contenido matemático de los mismos, él o los temas a que hacen referencia y él o los procedimientos que intentan desarrollar.

- **Juegos de conocimiento.** Este primer grupo recoge los juegos que persiguen la comprensión de conceptos o de algún tópico habitual. Estos juegos exigen que los jugadores utilicen conceptos o algoritmos matemáticos incluidos en los programas de matemáticas. En cuanto al tópico o tópicos a los que se refieren los juegos de conocimiento se dividen en tres apartados fundamentales: juegos numéricos, juegos de geometría y juegos de probabilidad.
- **Juegos de estrategia.** Los juegos recogidos en este grupo se centran en la adquisición de métodos de resolución de problemas. Su práctica demanda poner en práctica habilidades, razonamientos o destrezas directamente relacionadas

con el modo en el que proceden las Matemáticas. A su vez, los juegos de estrategias se subdividen en:

- Personales o solitarios: el jugador se enfrenta a un desafío y tiene que encontrar la forma de resolverlo.
- Multipersonales: entre los que destacan los bipersonales (2 personas).

Según este autor, también podemos clasificar los juegos en función del lugar que estos ocupan en el proceso de enseñanza-aprendizaje y su utilización de forma previa, paralela o posterior a la adquisición de un concepto o un procedimiento (Corbalán, 1994). Así pues, según el momento de aplicación el juego puede ser:

- Pre-instruccional: a través de este tipo de juegos, el alumnado puede descubrir un concepto o establecer la justificación de un algoritmo. El juego como vehículo para el aprendizaje.
- Co-instruccional: el juego es utilizado por el profesor como recurso para complementar la enseñanza de un determinado bloque temático. En este caso, el juego acompaña a otros recursos de aprendizaje.
- Post-instruccional: mediante la utilización de este tipo de juegos se consigue reforzar lo que ya ha sido aprendido. Por tanto, el juego es útil para consolidar el aprendizaje.

Cabe puntualizar que la adscripción de un juego en concreto a una u otra de estas clases no es rígida. Es decir, un mismo juego puede ser introducido en dos, o incluso en los tres momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje.

### **2.3. El uso del juego para la enseñanza de las matemáticas en el marco escolar**

Desde siempre, la asignatura de matemáticas ha sido considerada a ojos del alumnado una material ardua y difícil. Esto conlleva, en muchas ocasiones, una actitud negativa de rechazo y/o abandono hacia el aprendizaje de las mismas. Como es de esperar, esta reacción emocional negativa afecta al aprendizaje de los alumnos, y hay estudios que demuestran esta correlación entre la actitud y el rendimiento académico. La importancia de la influencia de las actitudes en el aprendizaje de las matemáticas es,

entre otras cuestiones, lo que lleva a indagar recursos que incidan positivamente en la actitud y, en consecuencia, en un adecuado rendimiento (Mato & Torre, 2009).

Debido a esto, a lo largo de los años, se han llevado a cabo estudios e investigaciones acerca de los métodos y los recursos a través de los cuales poder facilitar y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Entre la multitud de recursos y herramientas propuestas destaca la implementación de juegos educativos en el aula.

La metodología tradicional, caracterizada principalmente por el magistrocentrismo, el enciclopedismo, el verbalismo y la pasividad del educando, rechazaba completamente el uso de los juegos como recurso pedagógico porque no lo consideraba con carácter formativo, sino que se dejaba para el tiempo de ocio.

Afortunadamente, la escuela ha ido dejando a un lado esta pedagogía, y con ello la idea de que el juego tiene como único fin el entretenimiento. Gracias a las aportaciones de diferentes investigadores que respaldan el gran potencial de los juegos educativos, las nuevas pedagogías promueven su uso dentro del aula como medio de educación, desarrollo y aprendizaje. Además, Bishop (1998) puntualiza:

Los educadores en matemáticas han descubierto mediante su experiencia, que han apoyado con investigaciones teóricas, que jugar puede ser una parte integrante del aprendizaje. Esto ha hecho del acto de jugar y de la idea de juego una actividad de enseñanza y aprendizaje mucho más extendida de lo que había sido anteriormente (p.21)

Los juegos tienen un fuerte carácter recreativo indiscutible que, por lo general, produce gran expectación e interés al inicio debido a su novedad (Gairín, 1990). Asimismo, los alumnos se encuentran más activos mentalmente cuando juegan que cuando trabajan con fichas de ejercicios, papel y lápiz, lo que confirma la fuerza motivadora del mismo como instrumento metodológico de enseñanza (Edo et al., 2008). Este aumento de la motivación se ve traducido en una mejora en la actitud, incremento del interés y un aumento de la autoestima y la autoconfianza, entre otros.

Olfield (1991) agrega que, además del significativo papel motivacional que desempeña el juego junto con la emoción, la participación y actitud positiva que conlleva, algunos juegos son valiosos para fomentar habilidades (sociales, atencionales, comunicativas, memorísticas, etc.), y reforzar y desarrollar el conocimiento matemático, puesto que

necesitan resolverse acudiendo a diferentes ramas de la Matemática (Gairín, 1990). Así pues, dependiendo del objetivo del juego matemático planteado, este puede presentar diversas potencialidades: estimular la discusión matemática, aprender y desarrollar la comprensión de conceptos, desarrollar la clasificación y la seriación, así como la ubicación espacial, incidir en el desarrollo del lenguaje matemático y adquirir o mejorar habilidades matemáticas y estrategias de resolución de problemas.

En este contexto cabe destacar el trabajo de Thomas Butler (1983), quien a raíz de resultados obtenidos en su estudio proporciona una información más precisa sobre la efectividad del juego educativo en la enseñanza. Este autor concluyó que, a través de los mismos, los estudiantes adquieren, al menos, iguales conocimientos y destrezas que las que obtendrían en otras situaciones de aprendizaje. Además, la información es aprendida con mayor rapidez que con otras metodologías, aunque en lo que a cantidad aprendida se refiere es similar. Su estudio también sostiene que los estudiantes de bajo rendimiento académico comúnmente mejoran su interés y, con ello, su desempeño. Además, fomentan los procesos de socialización, incluyendo el fomento de amistades interraciales y de grupos no cohesionados.

A manera de síntesis, Ernest (1986) sugiere cuatro grandes ejes que sustentan y argumentan la incorporación de los juegos en la enseñanza:

- Motivación, comportamiento y actitudes del estudiante.
- Desarrollo de estrategias de solución de problemas.
- Reforzamiento de habilidades.
- Construcción de conocimientos.

No obstante, para que estas indudables ventajas que comporta su introducción en el aula surtan efecto, su implementación como estrategia de enseñanza - aprendizaje debe realizarse de forma conveniente, precedida por un ejercicio de reflexión y preparación que dé garantías para la consecución del objetivo u objetivos propuestos.

Tampoco debemos olvidar que a la hora de introducir los juegos en el aula se pueden presentar una serie de problemas o inconvenientes. Gairín y Fernández (2010) y Corbalán (1994) destacan inconvenientes económicos (falta de recursos y materiales), topográficos, por el número de alumnos, psicológicos, sociales o institucionales (por

ejemplo, la presión que ejercen los programas de estudio o rechazo de la comunidad educativa) así como la falta de conocimiento o preparación del profesorado respecto al juego y su explotación, entre otros.

#### **2.4. La enseñanza y aprendizaje de la geometría en el marco escolar**

A menudo, es común oír hablar de la importancia que tienen las matemáticas en nuestra vida cotidiana. Dentro de esta referencia a las matemáticas, no debemos olvidar un campo de estudio muy importante, la Geometría. La Geometría ha sido una parte fundamental de la cultura del hombre y podemos observar su aparición en multitud de contextos tanto de manera directa como indirecta.

En la actualidad, vivimos rodeados de cuerpos y figuras geométricas, y conocemos el entorno relacionando los objetos con figuras geométricas que tienen un fin concreto (mesa, ventana, pelota, campo de fútbol, señal de tráfico, etc.). El vocabulario y el conocimiento geométrico hacen posible una mejor interpretación y una descripción más ajustada del mundo que nos rodea, aumenta la posibilidad de comunicar y expresar con mayor precisión información del entorno en el que nos desenvolvemos y nos permite integrarnos y abordar satisfactoriamente problemas o situaciones de la vida cotidiana.

Por todo ello, se deduce la importancia de llevar a cabo la enseñanza de la Geometría en las escuelas y, por lo tanto, el destacado papel que esta ocupa en el currículo de Educación Primaria. Prueba de ello es el Currículo Oficial de Aragón, recogido en la Orden de 16 de junio de 2014 y publicado en el Boletín Oficial de Aragón (BOA), que se organiza en cinco bloques de contenido, siendo el cuarto de ellos dedicado íntegramente a los contenidos de Geometría.

No obstante, esta notable consideración dista mucho de la realidad de la práctica escolar, y la enseñanza-aprendizaje de esta disciplina se ve afectada en diferentes aspectos. Por una lado, como exponen Vargas y Gamboa (2013), hay autores que señalan que el auge de las Matemáticas modernas en la década de los setenta provocó que los contenidos geométricos pasasen a segundo término en el ámbito escolar, priorizando los contenidos aritméticos y quedando estos relegados al final de las programaciones anuales de estudio. Como consecuencia, son contenidos que se ven

afectados por la premura del tiempo y no se invierte en ellos el tiempo suficiente o, incluso, no llegan a darse en su totalidad.

Por otro lado, como se expone en Corberán et al. (1994), existe una tendencia a desarrollar la enseñanza de la geometría de una forma tradicional, donde el libro de texto es el único recurso utilizado y predomina la clase magistral en detrimento de la comprensión de los estudiantes. Se trata de una enseñanza con gran énfasis en la memorización de definiciones, propiedades y/o formulas y su aplicación, sin considerar que en esta disciplina en la que hay un importante soporte gráfico y visual, el aprendizaje está muy condicionado por el uso de objetos físicos, diversidad de ejemplificaciones o manipulaciones.

En este contexto surge uno de los principales obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría. La tendencia a utilizar una didáctica tradicional conlleva, en la mayoría de los casos, llevar a cabo una enseñanza ostensiva. Es decir, una enseñanza donde el maestro presenta directamente los contenidos geométricos apoyándose en la observación de una realidad sensible o representación, presuponiendo que el estudiante es capaz de apropiarse de dicho contenido y extender su aplicación a otras situaciones (García & Olga, 2008). Los autores Barrantes y Zapata (2015) afirman que las representaciones gráficas mostradas sobre las figuras suelen ser generalizadas y estereotipadas, las cuales crean esquemas e imágenes mentales estándar y pobres que se alejan de la verdadera definición de los conceptos.

A continuación se describen los tipos de errores más comunes derivados de este obstáculo de la Geometría señalados por Barrantes y Zapata (2015):

- Errores de reconocimiento de formas geométricas: las imágenes estereotipadas muestran como elementos esenciales de la figura aspectos que son puramente circunstanciales tales como la orientación de la figura o sus dimensiones y que los alumnos asumen como determinantes. Debido a esto, no reconocen objetos que responden a la definición si no están cercanos al ejemplo prototípico.

- Errores de construcción de formas geométricas: de la misma manera que no reconocen determinadas representaciones de las formas geométricas, tampoco las dibujan.
- Errores de razonamiento geométrico: como se expone anteriormente, la enseñanza de la Geometría, y sobretodo en las primeras etapas, está fuertemente ligada a la presentación visual de las formas geométricas. Puesto que esta presentación se hace recurriendo a formas típicas (formas estereotipadas), los niños sacan conclusiones erróneas.

Estos errores son causados, en su mayoría, por la utilización exclusiva del libro de texto y la no utilización de otros recursos o materiales que permitan ampliar el esquema conceptual del alumno (Barrantes & Zapata, 2015). Para solventar este problema es necesario enriquecer las imágenes conceptuales mentales es necesario trabajarla y explorarla de diferentes maneras (posición, material, color, tamaño, textura, etc.), conservando sus características esenciales y propiciar situaciones que funcionalicen el concepto. Su detección y corrección durante los cursos de Educación Primaria es primordial para impedir que perduren durante toda la formación académica.

## **2.5. Teoría del razonamiento geométrico de Van Hiele**

En las últimas décadas han sido muchos los autores que han realizado estudios entorno al campo de la didáctica y se han divulgado sus teorías formuladas. Haciendo referencia al área de las Matemáticas, y más concretamente a la rama de la geometría, destaca por ser clásico el modelo de razonamiento de Van Hiele.

Vargas y Gamboa (2013), de acuerdo con Crowly (1987) y Jaime (1993), exponen que dicha teoría de enseñanza y aprendizaje fue diseñada por dos profesores holandeses de Matemáticas de enseñanza secundaria, Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof.

El modelo de razonamiento geométrico que los Van Hiele (1986) explica cómo, en el proceso de aprendizaje de la geometría, el razonamiento geométrico de los estudiantes transcurre por una serie de niveles evolucionando desde niveles elementales de reconocimiento e identificación de las figuras geométricas hasta el desarrollo de razonamientos deductivos (García & Olga, 2008). Exactamente, el modelo categoriza el



conocimiento escalonadamente en cinco niveles de razonamiento, secuenciales y ordenados (Vargas & Gamboa, 2013).

A continuación, tomando como referencia las obras de los autores Fouz y de Donosti (2005), Corberán et al. (1994), Jaime y Gutiérrez (1993) y Vargas y Gamboa (2013), además de Van Hiele (1986), se describen de forma ordenada las principales características desde la perspectiva del aprendizaje del estudiante.

- **Nivel 1 (Reconocimiento o visualización):** el individuo reconoce las figuras geométricas por su forma como un todo, no diferencia partes ni componentes. No es capaz de reconocer o explicar las propiedades determinantes de la figura, no es capaz de generalizar y reconoce cada figura como un objeto independiente a otras de la misma clase. Sus descripciones son visuales (incluyendo atributos no irrelevantes como la forma, el tamaño o la posición) y las compara con elementos familiares de su entorno. El sujeto tiene un vocabulario matemático básico que le permite nombrar algunas figuras; no obstante, utiliza términos de uso común para hablar sobre ellas.
- **Nivel 2 (Análisis):** el sujeto reconoce y analiza los elementos y las propiedades matemáticas de las figuras geométricas; no obstante, percibe cada propiedad como independiente de las otras y no establece relaciones entre ellas. Por lo tanto, no realiza clasificaciones a partir de las relaciones entre propiedades. La definición de un concepto consiste en el recitado de una lista exhaustiva de propiedades, pero en la que puede haber omisiones de características necesarias y redundancias.
- **Nivel 3 (Ordenación o clasificación):** el alumno determina las figuras por sus propiedades y las describe de manera formal, es decir, establece las condiciones necesarias y las condiciones suficientes que deben cumplir las figuras geométricas; esto conlleva comprender lo que es una definición matemática y sus requisitos. Realiza clasificaciones lógicas pues reconoce cómo unas propiedades derivan de otras, establecen relaciones entre ellas y las consecuencias de estas relaciones. Es capaz de entender y seguir demostraciones, pero no comprende su estructura. Es decir, en este nivel el alumno comprende los sucesivos pasos de un razonamiento

lógico formal pero no es capaz de asimilarlo en su globalidad. Por este motivo, no capta la naturaleza axiomática de la Geometría.

- **Nivel 4 (Deducción formal):** el individuo ya realiza deducciones y demostraciones lógicas y formales, pues entiende su necesidad como único medio para justificar la veracidad de una proposición planteada. En este nivel entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas (significado y uso de axiomas, definiciones, teoremas, términos, etc.). Consigue la aceptación de la posibilidad de demostrar un resultado mediante diferentes formas de demostración o a partir de premisas distintas.
- **Nivel 5: (Rigor):** en este último escalón, el sujeto conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y puede analizarlos y compararlos permitiendo comparar diferentes geometrías. Quien alcanza este nivel, alcanza el más alto nivel de rigor matemático, y consigue captar y trabajar la Geometría de forma abstracta.

En lo que a este modelo se refiere, es preciso destacar varias propiedades que lo identifican y permiten comprenderlo mejor. En primer lugar, se trata de un modelo secuencial, jerarquizado y recursivo, es decir, los niveles tienen un orden que no se puede alterar y el éxito en un nivel depende del grado de asimilación que el sujeto tenga de estrategias de los niveles precedentes (Vargas & Gamboa, 2013). En segundo lugar, una característica muy relevante es la especificidad del lenguaje, pues la progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático (Fouz, Fernando & de Donosti, 2005). La capacidad de razonamiento no solo se refleja en la forma de resolver los problemas propuestos, sino también en la forma de expresión y utilización de un vocabulario determinado. Por último, la continuidad; a partir de investigaciones posteriores al planteamiento del modelo y la línea en la que ha evolucionado, se considera que el paso de un nivel a otro se realiza de manera gradual y no repentinamente (Corberán et al., 1994).

Además de esta perspectiva descriptiva, este modelo también es reconocido por definir una línea instructiva o de actuación. Es decir, proporciona pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en y entre los diferentes niveles de razonamiento geométrico.

Estas pautas propuestas por los Van Hiele reciben el nombre de “fases de aprendizaje” y buscan guiar al docente en el diseño y organización de las experiencias de aprendizaje adecuadas para el progreso del estudiante. Las fases no pertenecen a un determinado nivel, sino que en cada nivel la instrucción comienza con actividades de la primera fase y continúa con actividades de las siguientes fases. Al completar esta secuencia de las 5 fases, el sujeto debe haber alcanzado el nivel de razonamiento siguiente (Jaime & Gutiérrez, 1993).

En base a las obras de los autores Corberán et al. (1994), Fouz y de Donosti (2005) y Jaime (1993), las fases de aprendizaje correspondientes al modelo de Van Hiele son:

- **Fase 1: Información:** es la fase de toma de contacto del objeto de estudio y tiene una doble finalidad. Por un lado, que el profesor identifique los conocimientos previos y el nivel de razonamiento de sus alumnos en relación con lo que se va a trabajar. Por el otro, que los alumnos reciban información sobre el campo de estudio que van a iniciar.
- **Fase 2: Orientación dirigida:** en esta fase es primordial el papel del profesor y su capacidad didáctica. El docente debe seleccionar y secuenciar adecuadamente las actividades para guiar a los alumnos a que descubran, comprendan, asimilen y apliquen el conocimiento que es motivo de aprendizaje en este nivel. Es una fase fundamental en el aprendizaje, pues a través de estas actividades se construyen los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente y que suponen la base del nivel superior.
- **Fase 3: Explicación (Explicitación):** la principal finalidad de esta fase es que se produzca interacción o intercambio de ideas y experiencias a través del diálogo entre los alumnos (regularidades observadas, métodos de resolución, puntos de vista divergentes, etc.). El objetivo a conseguir es que los estudiantes terminen de aprender e interioricen el lenguaje matemático propio del nivel correspondiente. La actuación del profesor se reduce en cuanto a transmisión de nuevos contenidos y se centra en corregir al alumnado. Las situaciones de interacción obligan a los alumnos a ordenar las ideas y analizarlas para expresarlas adecuadamente.

- **Fase 4: Orientación libre:** en esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los alumnos deben aplicar los conocimientos y el lenguaje que acaban de adquirir a situaciones nuevas y diferentes. Son actividades abiertas, con varias vías de resolución o varias soluciones. La intervención del profesor en la resolución es mínima, dejando a los alumnos explorar.
- **Fase 5: Integración:** el objetivo de esta fase es organizar los contenidos que han sido aprendidos. El profesor debe proponer actividades que permitan al alumno conseguir una visión global y construir e integrar una red interna de relaciones entre los conocimientos adquiridos en este nivel y los que el estudiante ya tenía anteriormente.

A lo largo de los primeros cursos de la etapa de Educación Primaria, los alumnos se ubican en el primer nivel de conocimiento geométrico según el modelo de razonamiento de los Van Hiele. No obstante, en los últimos cursos se debería iniciar el paso al segundo nivel, el cual se conseguirá alcanzar totalmente en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO).

Así pues, la Educación Primaria supone la etapa de aprendizaje en la que se construye la base y los cimientos de los aprendizajes geométricos posteriores. Por este motivo, es fundamental que el docente reflexione y tome conciencia de su adecuada enseñanza, que considere el hecho de que va mucho más allá de la simple transmisión de términos geométricos e introduzca herramientas y recursos que permiten enriquecer el aprendizaje de los alumnos (García & Olga, 2008).

El modelo de razonamiento geométrico de los Van Hiele hace gran hincapié en la estrecha relación entre el lenguaje y el desarrollo del razonamiento geométrico. En esta teoría de enseñanza y aprendizaje el lenguaje juega un papel muy decisivo como promotor del paso de un nivel de razonamiento al siguiente. A cada nivel le corresponde un lenguaje propio, entendiendo por ello no solo las palabras o construcciones gramaticales empleadas, sino también el significado que se les da (Chamorro, 2005). Este lenguaje propio de cada nivel es el que provoca la incompreensión entre dos

personas que empleen lenguajes de distinto nivel (Jaime & Gutiérrez, 1993). Por este motivo, el aprendizaje y utilización del vocabulario geométrico debe considerarse un objetivo específico y preferente en enseñanza-aprendizaje de la geometría.

Para propiciar la mejora y el desarrollo del uso del lenguaje propio de la disciplina, se deben favorecer situaciones didácticas de comunicación en el aula (a través de recursos didácticos como, por ejemplo, los juegos) que ayuden a afianzar el vocabulario propio de cada nivel, perfeccionar la forma de expresión para una mejor comprensión y aprender de sus errores.

En estas situaciones deben primar, principalmente, dos tipos de acciones descritas por Chamorro (2005):

- **Describir:** comunicar la información geométrica necesaria que permita identificar, reproducir o representar un objeto concreto. La descripción puede tener como objetivo identificar el objeto entre varios, reproducir su figura o construirlo, lo que hará variar las características y exigencias de la descripción necesaria para realizar con éxito la tarea. No hay por tanto una única descripción del objeto, y esta descripción suele estar estrechamente ligada a usos y convenciones sociales o del grupo, por lo que este tipo de actividades proporciona la ocasión para fijar y distinguir la terminología geométrica de la convencional.
- **Construir:** se trata de reconstruir el objeto partiendo de una descripción del mismo. Una situación de comunicación a la que el alumno no le asociase un modelo de acción eficaz para construir el objeto descrito, estaría inacabada.

Estas situaciones de comunicación suponen una negociación constante entre la percepción de la figura material, la figura representada y la figura construida de acuerdo con las informaciones que se reciben. Además, requiere utilizar un código lingüístico basado en un lenguaje matemático común, que tenga sentido para todos los participantes de la comunicación con el fin de comprenderse adecuadamente (Chamorro, 2005).

### 3. PROPUESTA DIDÁCTICA

#### 3.1. Descripción de la propuesta didáctica

El presente trabajo se centra en el diseño de un juego para la enseñanza-aprendizaje de contenidos referidos al área de las matemáticas, y más particularmente de la rama de la geometría. Concretamente, a través de él se pretende trabajar las propiedades y los criterios de clasificación de las figuras geométricas planas.

La propuesta consiste en la adaptación del juego de mesa Quién es quién (*Guess who?* en su idioma original), enfocado a trabajar los contenidos geométricos ya mencionados. Este clásico juego fue concebido y fabricado por primera vez por Milton Bradley en el año 1988, y desde entonces es conocido y distribuido en multitud de países del mundo. Mientras que el objetivo del juego original es ser el primer jugador en adivinar, a través de preguntas, el personaje escogido por el oponente, en esta adaptación en lugar de un personaje hay que identificar la figura geométrica plana del rival.

Debido a que la propuesta es una adaptación, la esencia del juego no se modifica. Por lo que el desarrollo del Quién es quién geométrico se rige por la misma dinámica y las mismas reglas que el juego original.

Así pues, en primer lugar, cada jugador debe disponer de un tablero idéntico que contiene 16 imágenes de figuras geométricas planas. El juego empieza cuando cada jugador selecciona una tarjeta al azar de una pila de tarjetas separada que contiene las 16 imágenes del tablero de forma individual. Por turnos, cada jugador realiza una pregunta cuya respuesta debe ser contestada por el oponente únicamente con “sí” o “no” según su tarjeta, y en base a ello se descartan los objetos matemáticos que dejan de ser candidatos a la tarjeta desconocida del oponente. El juego finaliza cuando uno de los jugadores se queda con una única imagen candidata en el tablero.

Desde el punto de vista teórico, en relación a la tipología del juego y en base a las definiciones expuestas en el marco teórico de este trabajo, se puede afirmar que la propuesta realizada se corresponde con lo que Gairín (1990) denomina Juego Educativo Matemático (JEM). Esto es debido a que a través de su aplicación se pretende la

instrucción y/o aprendizaje de un contenido que forma parte de la educación matemática.

Asimismo, ateniéndonos a la clasificación de juegos más reconocida en torno al ámbito escolar según su contenido matemático, el juego propuesto no se puede encasillar únicamente en una de las dos categorías, puesto que combina estrategia y conocimiento.

Por un lado, como se expone anteriormente, la categoría “juegos de estrategia” recoge aquellos que se centran en la adquisición de estrategias para la resolución de problemas. En este tipo de juegos, los jugadores son los encargados de descubrir la estrategia que resultará más adecuada en cada caso para vencer al oponente. Claro ejemplo de juego de estrategia es el ajedrez, juego de piezas cuyo objetivo es derrocar al oponente mediante movimientos estratégicos de las mismas, las cuales están sujetas a diferentes normas o reglas.

Así pues, como todos los juegos en los que no interviene el azar y que finalizan en un número finito de jugadas, el juego Quién es quién también dispone de una estrategia ganadora. Es decir, una forma de jugar que, con una probabilidad más alta respecto a otras estrategias, asegura a quien la pone en práctica ganar la partida (o no perder en el caso de los juegos en los que se permite el empate).

En este caso, la estrategia ganadora viene determinada por dos variables dependientes: las preguntas que se realizan y la cantidad de tarjetas candidatas que la respuesta permite descartar. La idea principal se sustenta en reducir las posibles opciones en el menor número de preguntas posibles. En base a cálculos matemáticos y probabilidades, la mejor estrategia es conseguir en la medida de lo posible dividir el tablero a la mitad en cada pregunta que se formule. Puesto que el tablero está formado por 16 tarjetas, esta estrategia garantiza la victoria en, a lo sumo, cinco turnos.

Por añadidura, esta categoría se subdivide en dos grupos según el número de jugadores necesarios, siendo este juego perteneciente al subgrupo de los multipersonales, es decir, más de una persona. En concreto es de tipo bipersonal, puesto que en él se enfrentan dos personas o contrincantes.

Por otro lado, se encuentran los denominados “Juegos de conocimiento”, aquellos que tienen como finalidad la comprensión o afianzamiento de conceptos o tópicos matemáticos que se encuentran en los programas del área de matemáticas. Por ejemplo, uno de los más conocidos juegos de conocimiento es el clásico “Tangram”, el cual consiste en construir siluetas de figuras utilizando siete piezas geométricas dadas sin solaparlas. A través de él se pueden trabajar conceptos de la geometría plana tales como las figuras geométricas, el perímetro o el área, entre otros.

En el caso del juego propuesto, a pesar de que la forma más adecuada de jugar es escogiendo una estrategia de juego como se ha comentado, también se puede llevar a cabo sin la misma, es decir, realizando preguntas en base a características de las figuras que se muestran en el tablero sin reflexionar en la cantidad de descartes que permiten realizar.

A través de su implementación se persigue trabajar contenidos matemáticos-geométricos referidos a las propiedades y criterios de clasificación de las figuras geométricas planas, así como la denominación concreta de algunas de ellas.

El juego está pensado principalmente para alumnado de Educación Primaria, por lo que el nivel de clasificación de las figuras que se ha tenido en cuenta para el diseño es el reflejado a lo largo de los cursos en el currículo de educación primaria.

Además de todo esto, es preciso destacar la gran relevancia que cobra la utilización del lenguaje matemático en el desarrollo del juego. La dinámica del juego exige mantener una comunicación constante entre los jugadores basada en el intercambio de preguntas y respuestas. Además, el Quién es quién geométrico persigue que las preguntas que se formulen sean de contenido matemático-geométrico, y para ello los jugadores utilicen el lenguaje y un vocabulario especializado.

Partiendo de la teoría explicativa de los Van Hiele, el lenguaje es un aspecto primordial en el aprendizaje de la geometría, y decisivo en la promoción de un nivel a otro de razonamiento. Cada nivel se caracteriza por un lenguaje propio referido tanto a las palabras o construcciones gramaticales que se utilizan, como al significado que alberga cada una de ellas. El juego pone de manifiesto la necesidad de que ambos jugadores



formulen las preguntas y las interpreten utilizando una expresión y vocabulario apropiados y comprensible para ambos jugadores, pues de lo contrario surgirán dificultades de entendimiento y se verá afectado el desarrollo del mismo.

A través de la situación didáctica de comunicación que genera el juego se favorece la integración y afianzamiento del vocabulario propio, el perfeccionamiento de la forma de expresión para conseguir una mejor comprensión, y se consigue un aprendizaje basado en la resolución de problemas.

Por otra parte, la propuesta expuesta en este trabajo, además de ser un juego matemático que tiene como finalidad el aprendizaje por parte de los alumnos, también supone un recurso o herramienta de gran ayuda desde la perspectiva del maestro. Los diferentes tableros creados y las preguntas que formulen los alumnos en el desarrollo del juego, van a posibilitar la ubicación del alumnado en el nivel de razonamiento geométrico que le corresponda. Esto es, según el tipo de preguntas que realice el alumno, así como los conocimientos geométricos y el lenguaje manifestados a la hora de expresarse, se podrá identificar el nivel de razonamiento geométrico según a las características expuestas por Van Hiele que se ajuste. En base a ello, el maestro podrá reflexionar y poner en marcha la secuencia de actividades pertinente para promover adecuadamente el progreso entre los diferentes niveles de razonamiento.

### **3.2. Método de diseño del juego**

En este apartado del trabajo se exponen los recursos materiales necesarios para poder llevar a cabo el juego, y se detalla el proceso y método de elaboración seguidos para realizar el diseño y la creación del mismo.

En cuanto a los materiales necesarios para poder llevar a cabo el juego, es necesario un tablero duplicado (es decir, dos tableros idénticos, uno para cada jugador) y una forma o método para marcar los descartes que se van realizando en cada turno de partida. Además, también se requiere contar con tarjetas individuales de cada una de las imágenes que aparecen en el tablero, con el fin de formar el montón del cual cada jugador saca al azar la tarjeta que debe identificar el oponente.

Según el formato en el que se presente el tablero, la forma de ocultar los descartes puede variar ajustándose a las posibilidades que este ofrezca. Por ejemplo, en caso de que el tablero se presente en papel o cartulina, se puede hacer uso de pequeñas piezas de cartulina u otro material para tapar las tarjetas desechadas. Si además el tablero se plastifica, en lugar de colocar piezas, se pueden utilizar rotuladores borrables para tachar las imágenes descartadas. O si se desea, de forma más similar a la realidad, se puede crear una estructura de pestañas plegables y despleables que permitan mostrar u ocultar las tarjetas como en el juego original.

El tablero de juego es el recurso principal y más importante del juego, pues las imágenes que en él aparecen determinan el tipo de preguntas que formulan los jugadores y el contenido de las mismas. Así pues, para enfocar el juego al trabajo de contenidos de índole matemática-geométrica, se han diseñado cuatro tableros a partir de figuras geométricas planas, y se han incluido algunas variaciones de los mismos para ofrecer diferentes posibilidades que serán analizadas más adelante.

A la hora de plantear y diseñar los recursos materiales para adaptar un juego, resulta imprescindible llevar a cabo un análisis de los aspectos que presenta el juego original y que son determinantes para que el buen desarrollo del mismo. En el caso del juego Quién es quién, se deben tener en cuenta algunos requisitos que debe presentar el tablero a razón de las reglas del juego y de la estrategia ganadora. A continuación, se exponen los requisitos que se han tenido en cuenta en todo momento para la elaboración de los diferentes tableros:

- REQ. 1: *El tablero debe permitir realizar divisiones entre las imágenes de objetos que lo componen.* Por lo tanto, las diferentes figuras geométricas planas que se muestren en ellos deben mostrar semejanzas y diferencias según diversos aspectos para permitir la realización de divisiones entre las mismas.
- REQ. 2: *Algunas de las clasificaciones posibles entre los objetos del tablero deben permitir la continua división del tablero en mitades.* Esto proporciona al juego la existencia de una estrategia ganadora que eleva ampliamente la posibilidad de ganar la partida al jugador que la identifica.

Adicionalmente, cuando se trata de un juego con fines educativos, se deben tener presentes cuales son los objetivos didácticos que se quieren alcanzar y los contenidos que se quieren trabajar a través de su utilización; el alumnado a quien va dirigido, pues en función de ello varía el nivel de los contenidos; y por último, las posibles limitaciones o explotaciones en su posterior implementación.

Como se menciona anteriormente, esta propuesta de juego se orienta a alumnado que se encuentra cursando la etapa de Educación Primaria. Esto no implica que sólo pueda ser utilizado a este nivel, sino que los conocimientos matemáticos-geométricos que se instan a poner en juego y el nivel de los mismos están recogidos en el currículo de Educación Primaria. En concreto, estos contenidos matemáticos escogidos pertenecen al Bloque 4 “Geometría” y hacen referencia a las propiedades y criterios de clasificación de las figuras geométricas planas atendiendo al número y longitud de los lados (triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono...; regular o irregular), a los tipos de ángulos que las forman (cóncava o convexa), clasificación de cuadriláteros según el paralelismo de sus lados (paralelogramos, trapecios y trapezoides), y clasificación de triángulos según la longitud de sus lados (equilátero, isósceles y escaleno) y ángulos (rectángulo, acutángulo y obtusángulo).

En cuanto a los objetivos didácticos en los que se pretende incidir a través de la implementación de este juego en el aula son:

- Clasificar figuras geométricas planas en base a diferentes criterios de clasificación.
- Reconocer y nombrar figuras geométricas planas.
- Utilizar un lenguaje matemático apropiado al nivel.

Por todo ello, y para una idónea elaboración reflexionada de los tableros, ha sido necesario establecer un método o plan de diseño. Este proceso de diseño planteado ha sido el mismo para la elaboración de cada uno de ellos, por lo que a continuación se detallan los pasos generales seguidos, apoyando la explicación con la ejemplificación concreta del proceso seguido para elaborar uno de los cuatro tableros con el fin de facilitar su comprensión.

En primer lugar, se elabora una tabla con un número de filas equivalente a la cantidad de tarjetas o imágenes que vayan a componer el tablero final, y se enumera cada una de ellas comenzando por el número 1. En este caso, la tabla se compone de 16 filas, pues el tablero final va a contener 16 imágenes. A continuación, se añade una columna por cada característica o dicotomía que se cree conveniente incluir, y que a la hora de jugar va a constituir un criterio de diferenciación entre las figuras. En este punto es donde se eligen e incluyen los contenidos geométricos que se quieren trabajar. Además, si se considera oportuno, se pueden incluir características no geométricas y muy visuales que también permitan diferenciar fácilmente unas figuras de otras. Seguidamente, una vez realizada la tabla de control y escogidas las características principales que diferenciarán a unas figuras de otras, se elige estratégicamente que imágenes van a contener cada característica y cuáles no. Como en el caso del Quién es quién geométrico se pretende crear la necesidad de poner en juego conocimientos geométricos, vamos a diseñar el tablero de manera que la estrategia ganadora sea haciendo uso de los mismos. En otras palabras, que las preguntas que permitan dividir el tablero en continuas mitades sean aquellas referidas a contenido matemático, mientras que las preguntas sobre características anecdóticas o irrelevantes desde el punto de vista geométrico dividan el tablero de forma muy desigual.

Tabla 1. *Ejemplo tabla de control de los elementos de un tablero.*

N.º DE TARJETA	CONVEXO	HASTA 6 LADOS	REGULAR	COLOR	TRAMA
1		✓		✓	✓
2		✓			
3	✓	✓	✓	✓	
4		✓			✓
5	✓		✓		✓
6					
7	✓		✓	✓	
8				✓	✓
9	✓	✓	✓		✓
10				✓	
11	✓	✓			
12		✓		✓	✓
13	✓				
14	✓	✓			
15					
16	✓				✓

Por ejemplo, la selección que se ha realizado en la anterior tabla supone que la clasificación cóncavo o convexo dividirá en dos mitades el total de figuras del tablero.

Después, cada una de esas mitades se puede dividir a la mitad en función de su número de lados (hasta 6 lados, o más de 6 lados). Y así sucesivamente.

Finalmente, se elabora el tablero de juego con las 16 imágenes correspondientes. Para ello, se realiza una tabla de forma cuadrada compuesta por 4 filas y 4 columnas (en total, 16 celdas) y se enumera cada una de las celdas con un número desde el 1 hasta el 16. Por último, se escogen las figuras geométricas planas que va a parecer en el tablero teniendo en cuenta que cada una debe cumplir los requisitos correspondientes a su número que aparecen en la tabla. Por ejemplo:


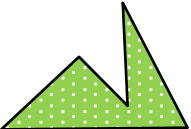
N.º DE TARJETA	CONDICIONES MARCADAS EN LA TABLA	FIGURA GEOMÉTRICA PLANA
<b>3</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Convexa</li> <li>- Hasta 6 lados (3, 4, 5 o 6)</li> <li>- Regular</li> <li>- Color de relleno</li> <li>- Sin trama de relleno</li> </ul>	
<b>12</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cóncava</li> <li>- Hasta 6 lados (3, 4, 5 o 6)</li> <li>- Irregular (puesto que es cóncava)</li> <li>- Color de relleno</li> <li>- Trama de relleno</li> </ul>	

Figura 1. Tabla de recogida de características para la elección de los elementos.

Una vez añadidas las 16 figuras geométricas planas en el tablero, el resultado con el ejemplo realizado es el siguiente:

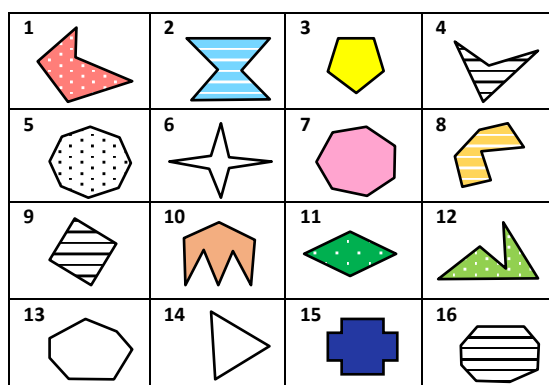


Figura 2. Ejemplo de tablero.

Así pues, mediante este método de diseño establecido para llevar a cabo la elaboración de un tablero, para esta propuesta se han construido un total de 4 tableros diferentes. Cada uno de ellos ha sido elaborado teniendo en cuenta unas características o criterios de clasificación diferentes, con el fin de que a través de su implementación en el aula se trabajen todos los contenidos mencionados anteriormente.

A continuación, se exponen los cuatro tableros creados junto a la tabla de control correspondiente a cada uno de ellos:

Tabla 2. *Tabla de control de cada elemento del tablero número 1.*

	CUADRILÁTERO	ESTEREOTIPADO	COLOR	TRAMA
1		✓		✓
2	✓	✓	✓	
3	✓	✓	✓	✓
4	✓			✓
5		✓	✓	✓
6			✓	
7		✓	✓	✓
8				
9				✓
10		✓	✓	
11	✓	✓		
12		✓	✓	✓
13	✓	✓		✓
14	✓			
15	✓			✓
16	✓		✓	✓

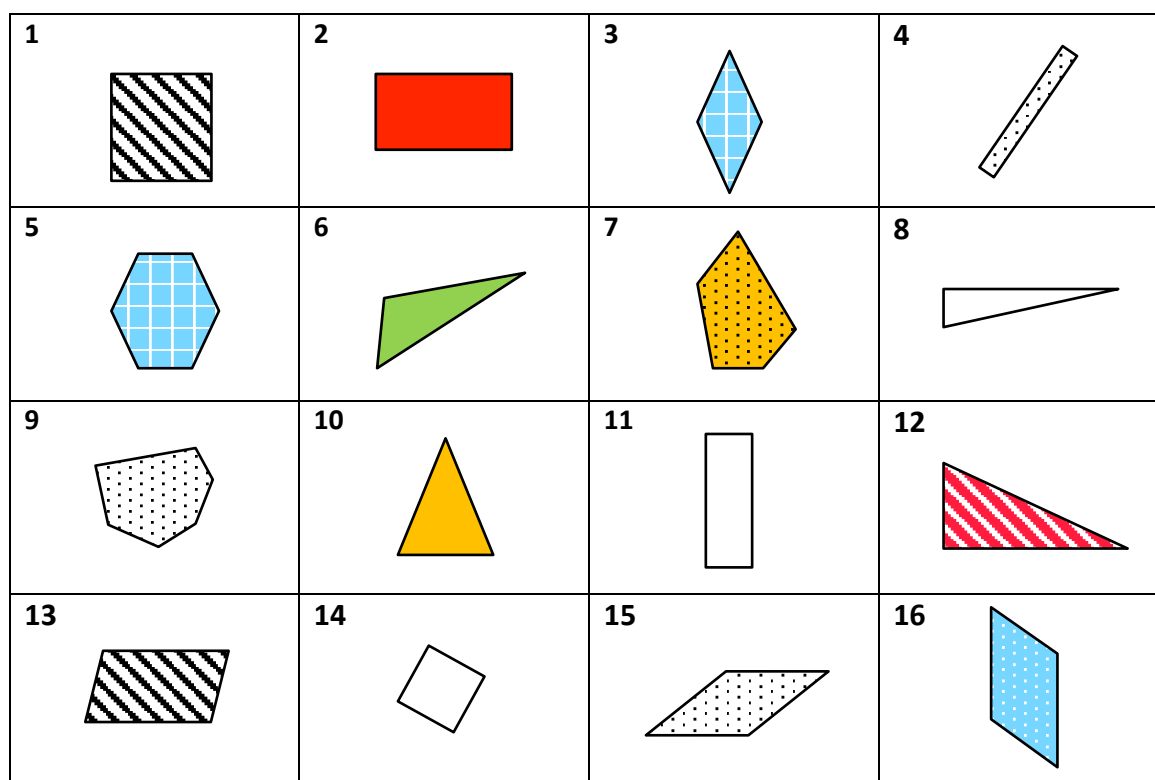


Figura 3. Tablero de juego número 1.

Tabla 3. *Tabla de control de cada elemento del tablero número 2.*

	CONVEXO	HASTA 6 LADOS	REGULAR	COLOR	TRAMA
1		✓		✓	✓
2		✓			
3	✓	✓	✓	✓	
4		✓			✓
5	✓		✓		✓
6					
7	✓		✓	✓	
8				✓	✓
9	✓	✓	✓		✓
10				✓	
11	✓	✓			
12		✓		✓	✓
13	✓				
14	✓	✓			
15					
16	✓				✓

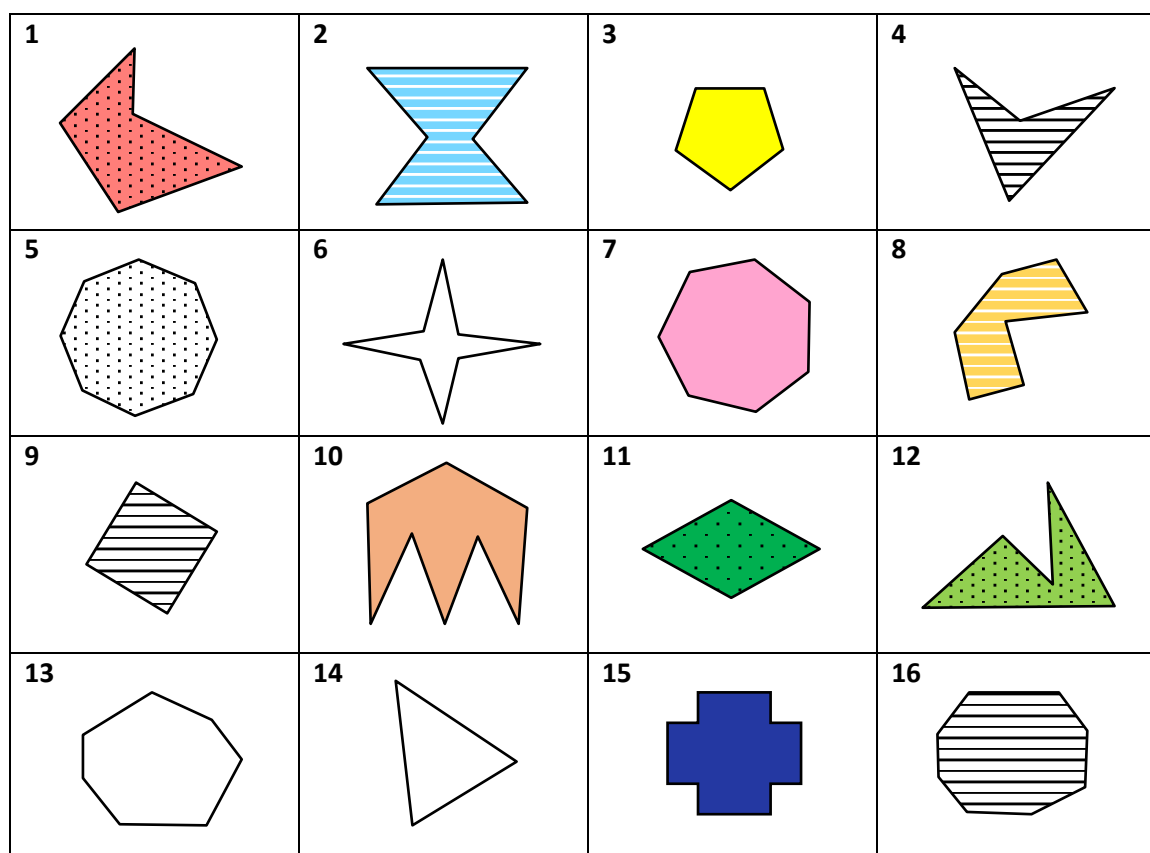


Figura 4. Tablero de juego número 2.

Tabla 4. *Tabla de control de cada elemento del tablero número 3.*

	CUADRILÁTEROS	PARALELOGRAMO	TRIÁNGULO	REGULAR	COLOR	TRAMA
1	✓	✓		✓	✓	
2	✓	✓				✓
3	✓	✓			✓	✓
4	✓	✓				
5	✓					
6	✓				✓	✓
7	✓				✓	
8	✓				✓	
9			✓	✓		
10			✓		✓	✓
11			✓			
12			✓			
13				✓	✓	✓
14						
15					✓	
16				✓	✓	✓

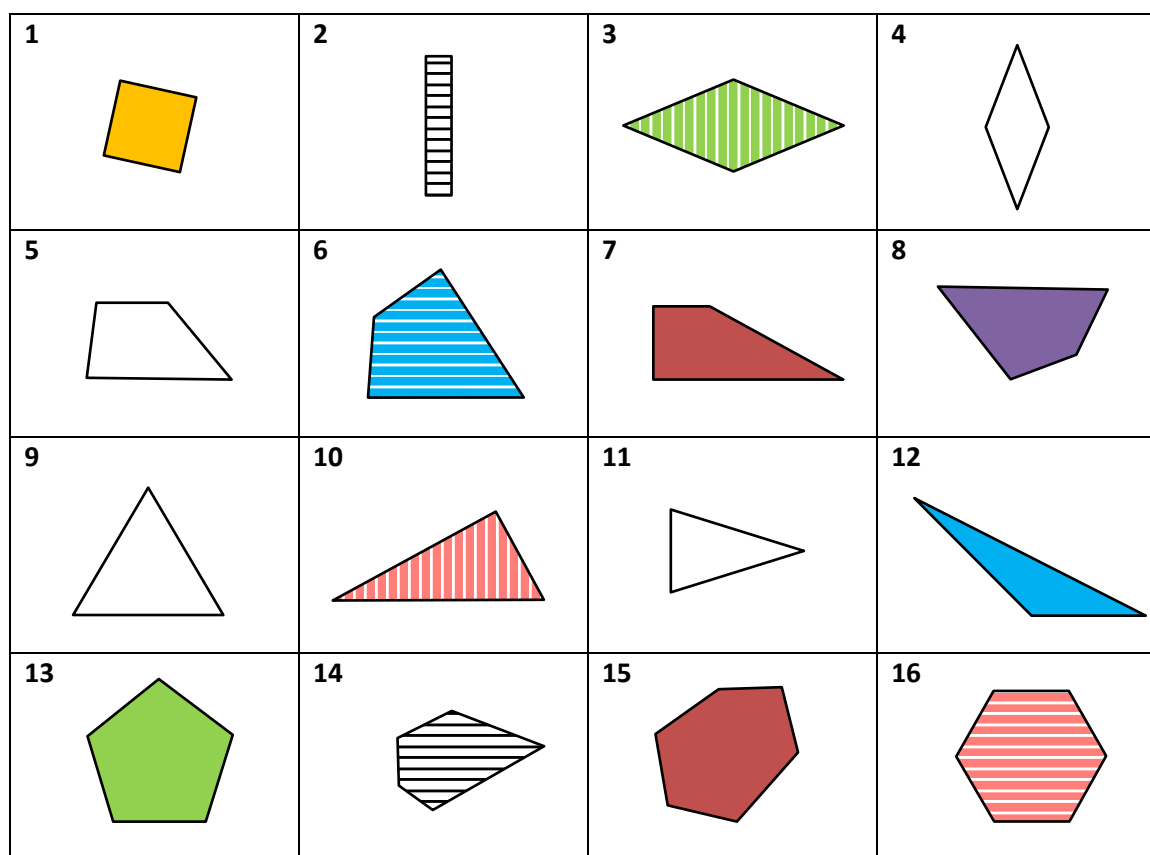


Figura 5. Tablero de juego número 3.



Tabla 5. *Tabla de control de cada elemento del tablero número 4.*

	PARALELOGRAMO	TRAPECIO	TRAPEZOIDE	TRAMA	COLOR
1	✓			✓	
2	✓				✓
3	✓			✓	
4		✓		✓	✓
5			✓		
6	✓				✓
7	✓				
8		✓		✓	
9	✓				✓
10			✓		
11			✓		✓
12	✓				
13			✓		
14	✓			✓	
15		✓		✓	
16		✓		✓	✓

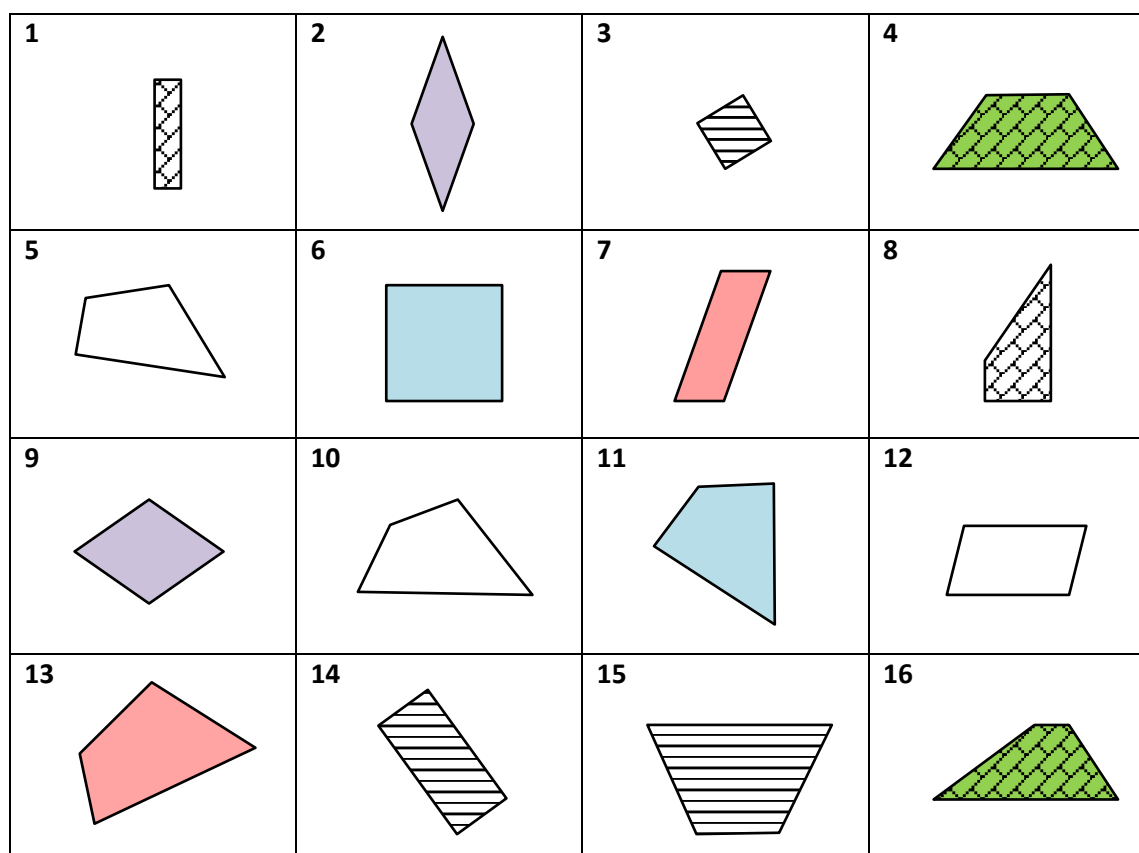


Figura 6. *Tablero de juego número 4.*

### 3.3. Análisis del juego

En lo que respecta al uso del juego para la didáctica y el aprendizaje de las matemáticas, y particularmente de la geometría, resulta imprescindible conocer y considerar cuales son las potencialidades que este ofrece a la hora de ser implementado en el aula. Por ello, en este apartado se analizan y describen cada uno de los cuatro tableros diseñados, tanto desde el punto de vista del aprendizaje de los alumnos, como desde la perspectiva del maestro.

Esto es, además de los aprendizajes geométricos que se pueden desarrollar a través de cada uno de los tableros, en el análisis también se señala de qué forma abordaría el juego y los tipos de preguntas referidas al contenido geométrico qué formularía un alumno dependiendo de su nivel de razonamiento geométrico (referencias a los niveles 1 y 2, pues son los correspondientes a educación primaria). En base a ello, el profesor puede ubicar a sus alumnos en un nivel de razonamiento u otro.

Además, con el fin de proporcionar un recurso lo más provechoso posible, se han diseñado nuevos tableros a partir de realizar modificaciones en los tableros principales, influyendo directamente en las preguntas y el desarrollo del juego.

En la figura 7 se muestran las miniaturas del total de 12 tableros que han sido diseñados y, en las páginas siguientes, se procede a describir y analizar cada uno de ellos.

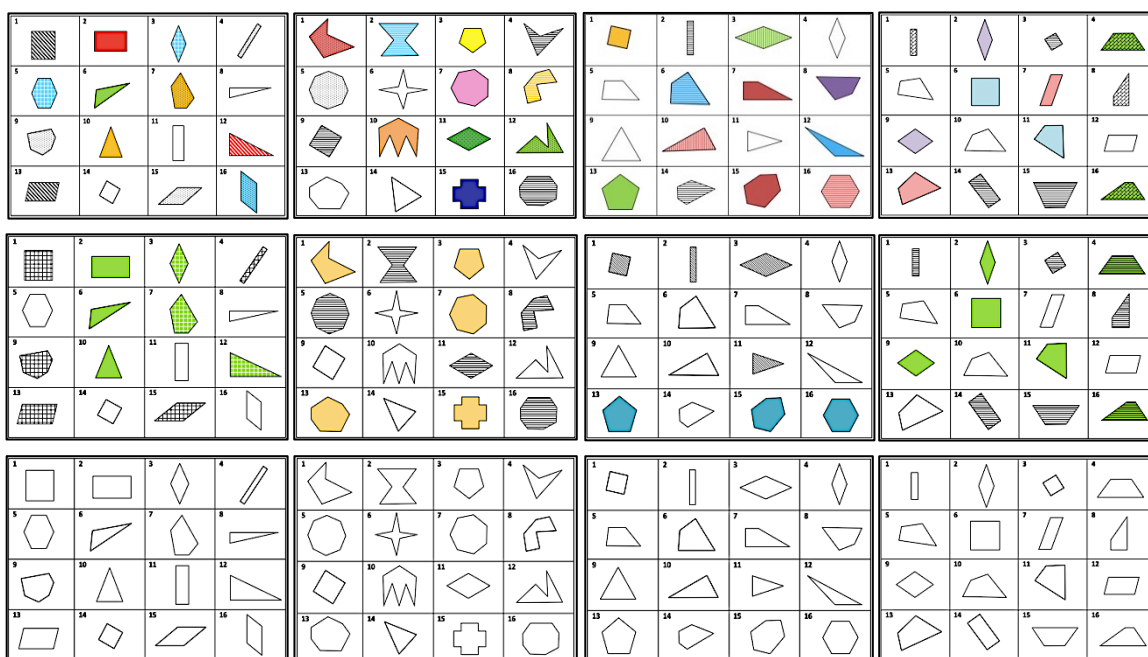



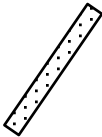
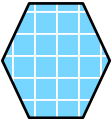
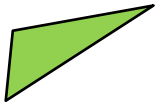
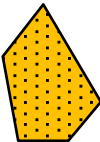
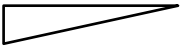
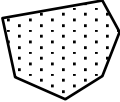





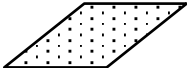
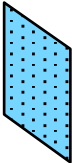


Figura 7. Miniaturas de los tableros diseñados.

- TABLERO N.º 1

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	16 

En relación a los contenidos geométricos que se pretenden poner en juego, el presente tablero se centra en la clasificación de los polígonos en base al número de lados que los forman, destacando entre ellos los polígonos cuadriláteros. A través del mismo también se pretende trabajar el reconocimiento y la designación de figuras concretas (cuadrado, triángulo, rectángulo, etc.). Además, las figuras se encuentran expuestas tanto de forma estereotipada como no estereotipada, buscando incidir en las imágenes mentales de los conceptos geométricos que tiene el alumnado. La variedad de presentaciones de una misma figura permite formar una imagen conceptual mental correcta, que permita discriminar sin errores los ejemplos de ese concepto y destacar sólo las propiedades que son relevantes.

Como se observa, en el tablero también se han incluido algunas características anecdóticas o irrelevantes desde el punto de vista geométrico. En este caso, se observan diferentes colores sólidos y/o diferentes tramas de relleno en algunas figuras. Estas características permiten realizar preguntas que, aunque no con carácter matemático, realizan divisiones entre las figuras del tablero. Más aún, contar con diferentes muestras de color y trama ofrece la posibilidad de realizar diferenciaciones entre las figuras

coloreadas y/o entramadas y, por lo tanto, mayor número de divisiones. De esta forma se facilita la identificación de la tarjeta del oponente haciendo alusión a aspectos físicos de nulo interés geométrico.

Por ejemplo, un jugador podría preguntar si la figura está coloreada (lo cual, independientemente de la respuesta, le permitiría descartar aproximadamente la mitad de las figuras); o de forma más particular plantear si es de un color concreto (lo cual no resultaría muy efectivo a no ser que el jugador preguntase azarosamente a la primera el color de la figura que tiene el contrincante). De la misma forma se podría plantear si la figura tiene trama o, de forma más particular, si contiene puntos, cuadros o rayas.

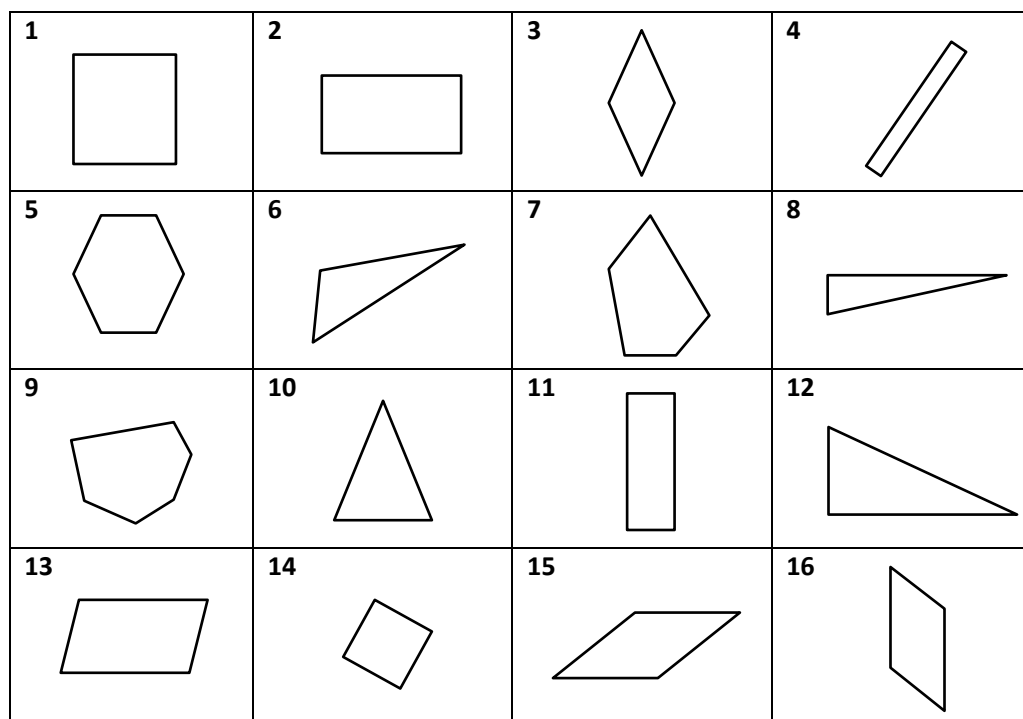
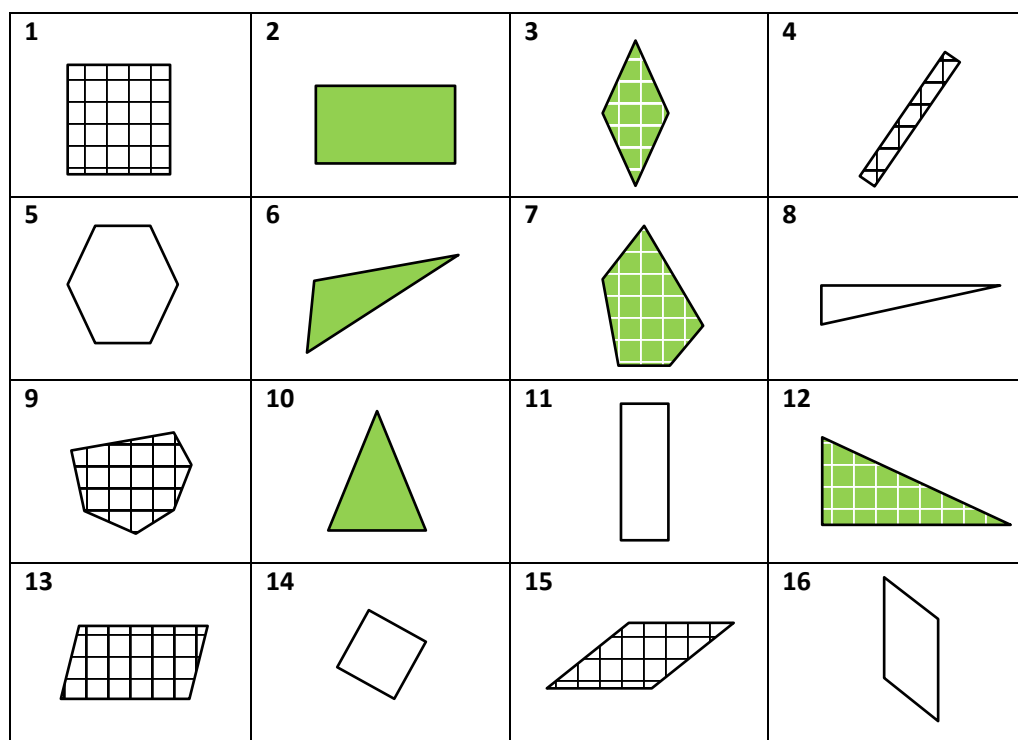
En cuanto a la identificación del nivel de razonamiento geométrico en el que se ubican los jugadores, en base al modelo teórico de los Van Hiele los alumnos que se encuentran en el nivel 1 de razonamiento (reconocimiento o visualización) perciben las figuras geométricas de manera global, y no reconocen explícitamente los componentes que las forman ni sus propiedades. Debido a esto, un jugador que se encuentre en el nivel 1 no será capaz de realizar clasificaciones en base a componentes de la figura como, en este caso, los lados de las mismas. Como consecuencia, optará por realizar las clasificaciones y divisiones del tablero en base a semejanzas o diferencias físicas globales tales como el color sólido, la trama, el tamaño, figuras redondeadas, etc.

En este nivel de razonamiento es bastante común tener un concepto muy estereotipado de las figuras, por lo que no es de extrañar que los alumnos consideren como figuras diferentes los rectángulos de las tarjetas 2, 4 y 11. Asimismo, se refieren a algunas figuras por su semejanza física con objetos conocidos y cercanos a ellos (¿Se parece a una puerta?, ¿Se parece a un palo?, etc.).

En cuanto a los estudiantes que hayan alcanzado un nivel 2 (análisis), es probable que en un primer momento opten por realizar divisiones del tablero según las características físicas anecdóticas como el color y la trama, pues resulta lo más llamativo a primera vista. No obstante, a diferencia del nivel anterior, en este nivel de razonamiento comprenden que las figuras geométricas están formadas por diferentes elementos y están dotadas de propiedades. Así pues, ya son capaces de realizar clasificaciones en base a diferentes criterios como, por ejemplo, el número de lados. Asimismo, reconocen

y nombran adecuadamente polígonos que pertenecen a una misma familia (cuadrados, rectángulos, rombos...), llegando a identificar aquellos presentados de forma no estereotipada si se ha trabajado en clase este aspecto.

- Variantes del tablero:

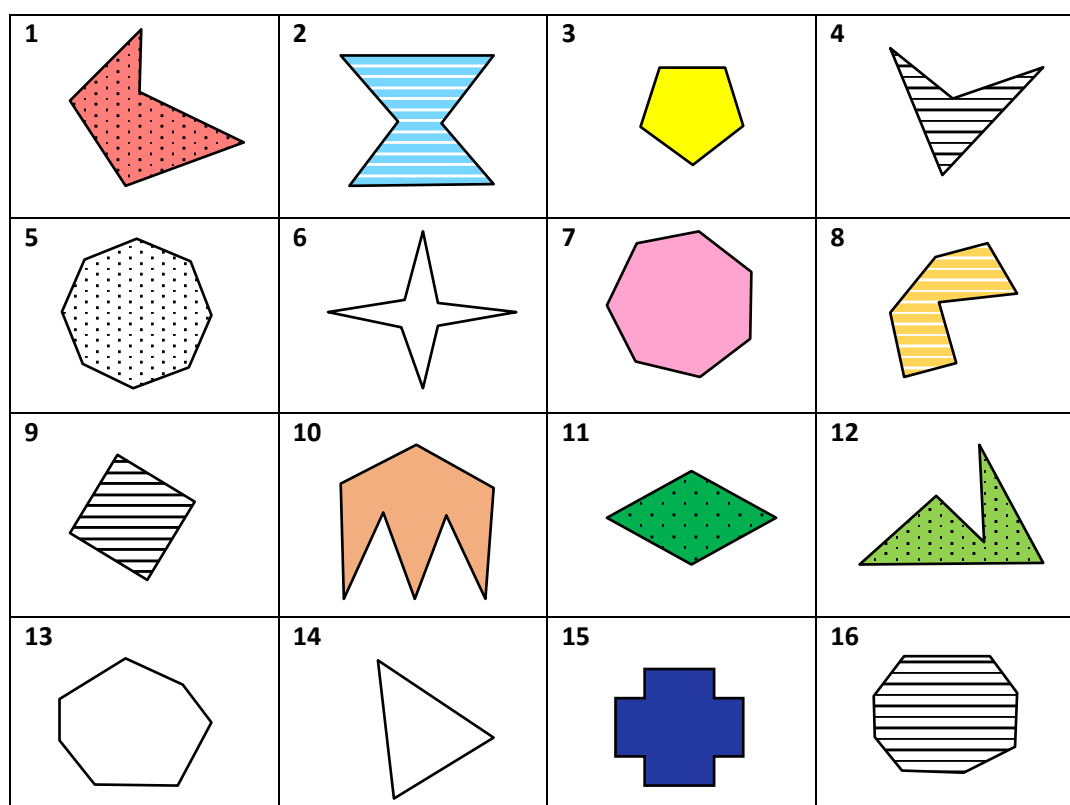


Como se puede observar, estos tableros contienen las mismas figuras geométricas planas que el anterior, por lo que los contenidos matemáticos a trabajar siguen siendo los mismos. No obstante, hay variaciones en cuanto a las características anecdóticas.

En la primera variación del tablero tanto el color sólido como la trama de relleno se han reducido a una única muestra. Por este motivo, se reducen también las diferencias entre las figuras en base a atributos físicos anecdóticos, lo que dificulta o imposibilita la identificación de la figura del oponente únicamente a través de estas características. Otra variación del tablero es la posibilidad de presentarlo eliminando completamente todas las características accesorias; así pues, no hay atributos físicos anecdóticos que permitan realizar divisiones entre ellas.

Así pues, aunque en diferente medida, mediante la introducción de estas variaciones en el tablero principal se consigue promover la necesidad de que los jugadores recurran a los contenidos y el vocabulario matemáticos como estrategia de juego para poder identificar la figura del contrincante.

- TABLERO N.º 2



El segundo tablero está enfocado a trabajar la clasificación de las figuras planas poligonales en función del número de lados (triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono, heptágono, octógono, etc.), y en función de los ángulos que las forman: figuras cóncavas o convexas. Además de estas clasificaciones, entre los polígonos convexos se presenta la clasificación según sus lados y ángulos, polígonos regulares e irregulares. De igual forma que en el tablero anterior, se presentan las figuras geométricas de forma estereotipada y no estereotipada, permitiendo al alumnado familiarizarse con las diferentes formas de representación de un concepto y enriqueciendo así la imagen conceptual mental.

En cuanto a las características físicas irrelevantes desde el punto de vista matemático, el tablero cuenta igualmente con color sólido de relleno y trama en algunas figuras. Como ya ha sido señalado, la diversidad en el color y las formas permite realizar un mayor número de divisiones entre las figuras basándonos exclusivamente en estas características accesorias.

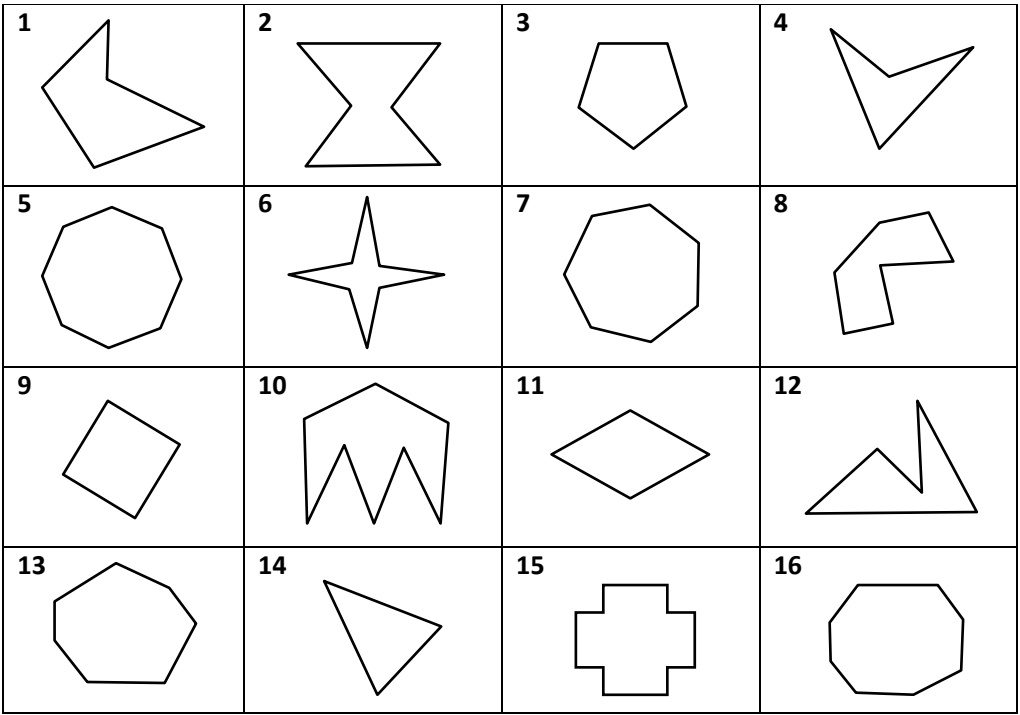
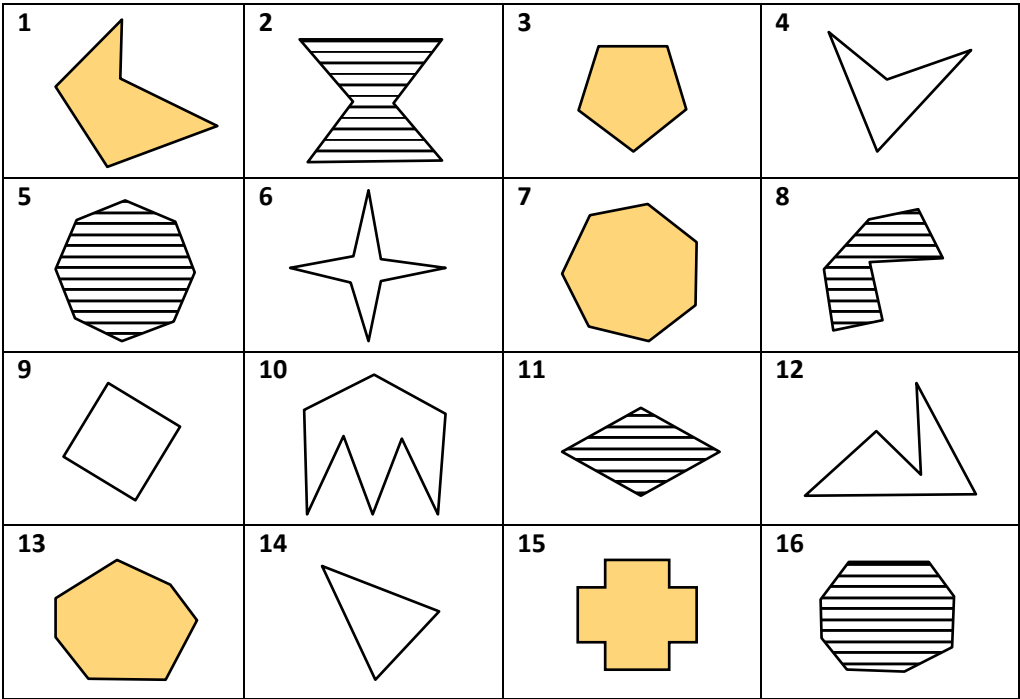
En lo que respecta al nivel de razonamiento expresado, el alumno que se ubica en el nivel 1 recurrirá a formular preguntas orientadas, principalmente, a las características anecdóticas observables de las figuras. Puesto que un alumno en este nivel todavía no percibe que las figuras están formadas por elementos ni sus propiedades, no será capaz de realizar divisiones del tablero en base a ello (por ejemplo, no clasificará las figuras según sus ángulos).

Por otro lado, debido a que la mayoría de las figuras son poco comunes o aparecen de forma no estereotipada, con gran probabilidad un jugador que este en un nivel 1 de razonamiento se referirá a algunas figuras por su semejanza con objetivos conocidos y utilizando un vocabulario informal (¿Se parece a una montaña?, ¿Tiene forma de estrella?, ¿Es como una corona?, etc.). Además, a pesar de que conozcan el nombre de algunas figuras concretas como el triángulo, el cuadrado, o el rombo, es probable que no los identifique en el tablero debido a la forma en la que se presentan.

Un alumno que ha alcanzado el nivel 2 será capaz de clasificar las figuras en base a elementos que las componen como los lados y los ángulos, puesto que alcanzado este nivel ya se reconocen. También se caracteriza por la identificación de las propiedades

de las figuras tales como la regularidad. Además, puede tenerlos en cuenta para hacer preguntas tales como: ¿La figura está apoyada sobre un lado?, ¿Está apoyada sobre un vértice? También mencionará figuras tales como pentágono o hexágono regular e identificará en el tablero el triángulo y el cuadrado (siempre que se haya trabajado sobre la creación de una adecuada imagen mental del concepto).



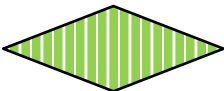

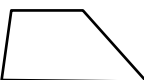
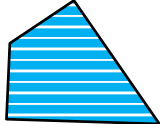

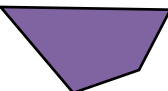
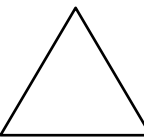
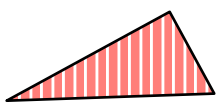
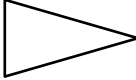

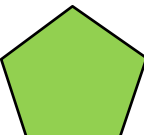
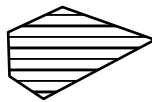
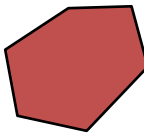
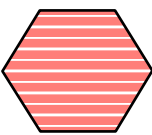
- Variantes del tablero:





Nuevamente se presentan las mismas variaciones que en el tablero anterior. En el primero, las muestras de características anecdóticas se han reducido a un único color y una única trama, lo que impide realizar diferenciaciones entre los colores de las figuras coloreadas o la forma que presentan las figuras con trama. El segundo de ellos, presenta las figuras geométricas sin colores ni trama, careciendo de cualquier característica irrelevante. Por esta razón, los jugadores están limitados a utilizar y formular preguntas en base a las características matemáticas-geométricas que las diferencian.

- TABLERO N.º 3

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	16 

Por un lado, respecto al contenido matemático del tablero, este integra la clasificación de los polígonos según varios aspectos. Según el número de lados, centrándose en los polígonos cuadriláteros y los triángulos. Dentro de los cuadriláteros, se pretende introducir su clasificación según el paralelismo de sus lados: paralelogramos y no paralelogramos. En cuanto a los triángulos, aparecen los tres tipos de triángulos según la longitud de los lados y según los ángulos, para trabajar así dichas clasificaciones. De forma análoga a los anteriores, las figuras son presentadas teniendo en cuenta el tópico de la estereotipación y la creación de una imagen conceptual lo más ajustada posible a los conceptos.

Por otro lado, en relación a la inclusión de características físicas complementarias, este tablero incluye de nuevo colores sólidos y trama. Mientras que la diversidad de colores se sigue manteniendo, la forma de trama se reduce a una sola, las rayas. No obstante, aunque no de forma tan evidente, si hay diferencia entre las figuras entramadas según la orientación de las rayas (verticales y horizontales).

No se debe olvidar que, aunque los tableros muestren características anecdóticas a través de las cuales se pueden hacer diferenciaciones entre las figuras, y con las que en una última estancia se puede identificar la figura del oponente, la estrategia ganadora y que va a garantizar la victoria en menor número de jugadas es la de realizar preguntas basadas en contenidos matemáticos-geométricos, ya que permiten dividir el tablero en aproximadamente mitades constantemente.

Con respecto a los tipos de preguntas según el nivel de razonamiento del alumnado, un alumno que se halle en el nivel 1 mostrará preferencia por hacer comparaciones o alusiones a figuras basándose sólo en su apariencia y en atributos físicos irrelevantes como el color, la forma, la trama o semejanza con otro objeto. En este nivel ya se conocen los nombres de algunas figuras concretas, por lo que se podrá referir a ellas por su nombre (¿es un triángulo?, ¿es un cuadrado?), siempre y cuando las consiga identificar ya que algunas de ellas son ejemplos presentados de forma no estereotipada.



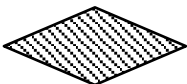

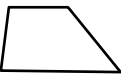
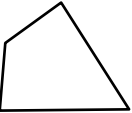
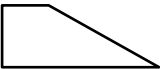

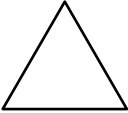
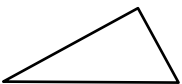

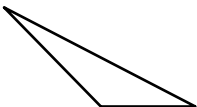
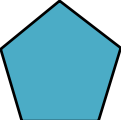
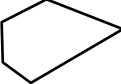
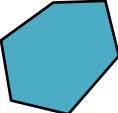
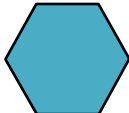
Probablemente no hará referencia a las clasificaciones de triángulos o de cuadriláteros, ya que en este nivel no suelen reconocer explícitamente las partes y, por consiguiente, todavía no han trabajado dichas clasificaciones.



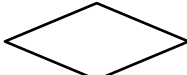

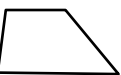
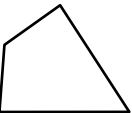
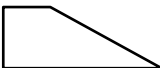

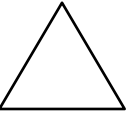
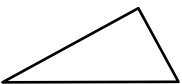
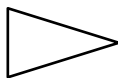
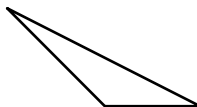
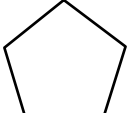
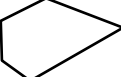

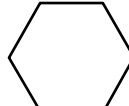
Sin embargo, el alumnado que si haya alcanzado el segundo nivel de razonamiento podrá clasificar los polígonos según el número de lados que tengan, los triángulos en base a la longitud de los lados y ángulos, e incluso, clasificar los cuadriláteros en base al paralelismo de sus lados. Además, las imágenes conceptuales mentales tienden a mejorar, por lo que aumenta la capacidad de discriminación de los conceptos sea cual sea su representación.

Sin embargo, en este nivel las propiedades de las figuras son independientes entre sí y no se relacionan unas propiedades con otras (por ejemplo, no comprenden que la

igualdad de los ángulos opuestos implica el paralelismo de los lados). Por esta razón, no llevan a cabo clasificaciones lógicas desde la perspectiva inclusiva y esto se ve reflejado en el significado que albergan algunos términos en cada nivel. A modo de ejemplo, si un jugador de nivel 2 realiza una pregunta referida a los triángulos isósceles, en dicho concepto no se hace referencia implícita a los triángulos equiláteros, puesto que los triángulos equiláteros y los triángulos isósceles son entendidos como familias de triángulos diferentes.


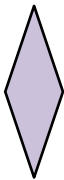


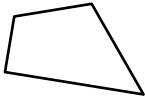

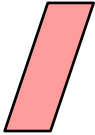

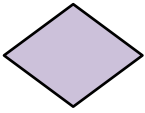

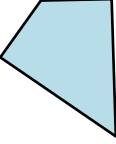
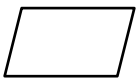
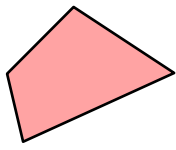
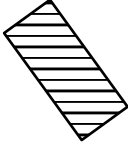
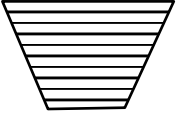

- Variantes del tablero:

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	16 

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	16 

Las variantes del este tablero principal vuelven a ser similares a las presentadas en los anteriores. En primer lugar, el tablero muestra color sólido y las rayas como única forma de trama. El segundo de los tableros no presenta ninguna característica física añadida, por lo que si se lleva a cabo el juego con este tablero los jugadores solamente pueden recurrir a la aplicación de los conocimientos matemáticos de los que disponga.

- TABLERO N.º 4

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	16 

Como una variante del tablero anterior, se crea este cuarto y último tablero, el cual se centra exclusivamente en los polígonos cuadriláteros. En cuanto a los contenidos matemáticos, este tablero se focaliza en trabajar la clasificación y denominación concreta de dichos polígonos. Primeramente, se ha tenido en cuenta su clasificación según el paralelismo de sus lados, es decir, cuadriláteros paralelogramos y no paralelogramos, pues el tablero se encuentra dividido en dos mitades en base a este aspecto. Además, en cuanto a los no paralelogramos, estos también se han dividido en dos mitades según sean trapecios o trapezoides. Asimismo, si se considera oportuno, a través de este tablero es posible trabajar la clasificación inclusiva de los polígonos paralelogramos.

Del mismo modo que todos los anteriores, también se ha tenido en cuenta este tablero para incidir en la correcta construcción de imágenes conceptuales geométricas en la mente de los estudiantes. Además, presenta como características accesorias el color sólido y trama de relleno, contando con diferentes muestras de colores y de tramas facilitando la división del tablero en base a características irrelevantes desde los aspectos geométricos que nos conciernen.

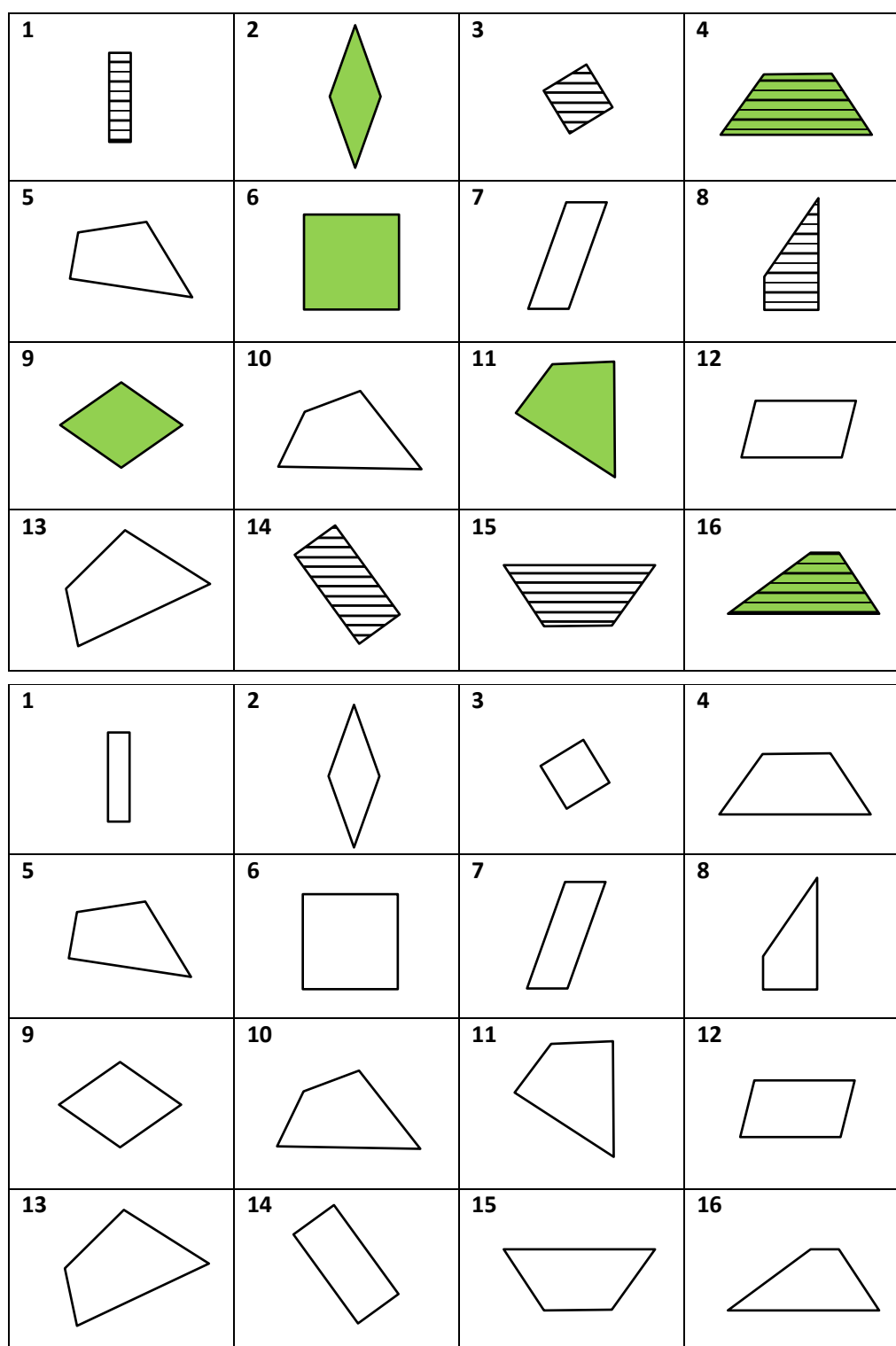
En el caso de que participen en el juego alumnos con un nivel de razonamiento de reconocimiento o visualización (nivel 1), resaltarán mayormente las características no geométricas como el color, la trama o el tamaño a la hora de realizar diferenciaciones entre las figuras. Debido a que no reconocen todavía los elementos que componen las figuras ni sus relaciones, no debemos esperar preguntas que hagan alusión al paralelismo de los lados, ángulos rectos, vértices, etc.

Además, la red de conocimientos de estos alumnos está formada por una serie de nombres de figuras (cuadrado, rombo, rectángulo...) sin apenas relación entre ellas, y una serie de imágenes conceptuales visuales relacionadas con dichos nombres. Debido a esto, los alumnos si serán capaces de referirse a algunas figuras por su nombre, siempre y cuando la hayan trabajado, y su concepto mental les permita identificarlas.

Los alumnos que se encuentren en un nivel inmediatamente superior, nivel 2 de razonamiento geométrico, si conocerán y podrán realizar la clasificación de los cuadriláteros según el paralelismo de sus lados (paralelogramos – trapecios – trapezoides). No obstante, esta clasificación tendrá lugar por partición, no por inclusión, puesto que en este nivel todavía no relacionan entre sí las propiedades que presentan las figuras, y eso hace que no pueda clasificar adecuadamente las familias de polígonos. Así pues, un alumno de este nivel utilizará los conceptos rectángulos, rombo y cuadrado para referirse a tres clases diferentes de familias de figuras.

Por lo demás, un alumno de nivel 2 conocerá el nombre de las diferentes figuras que se muestran en el tablero (rectángulo, romboide, trapecio, trapezoide, etc.). Sin embargo, su identificación dependerá de la riqueza del concepto, lo cual está supeditado a la variedad de figuras que el niño haya observado y manipulado.

- Variantes del tablero:



Por último, se exponen las dos variantes del tablero en las cuales se modifican únicamente las características accesorias que muestra el tablero principal. En el primero de ellos se reducen a una única muestra; y en el segundo se presentan las figuras en blanco y negro, es decir, sin características anecdóticas. Como ya se ha expuesto

anteriormente, a medida que disminuye la cantidad de características físicas anecdóticas, aumenta la necesidad de aplicar conocimientos geométricos como estrategia de juego para conseguir identificar la figura del contrincante.

### **3.4. Secuenciación didáctica**

El uso de juegos como herramienta para la enseñanza-aprendizaje, por lo general, supone contar con una estrategia que suscita el interés del alumnado y puede aprovecharse como recurso metodológico para trabajar diferentes contenidos en el aula.

No obstante, para que su implementación tenga una repercusión positiva, no sólo en cuanto a motivación e interés, sino como herramienta didáctica, es preciso conocer su potencial didáctico, así como llevar a cabo un ejercicio de reflexión para que su inclusión en la secuencia didáctica asegure conseguir los objetivos deseados.

A continuación, se expone un ejemplo de cómo se podría incluir dicho juego en una secuencia de actividades. Esta propuesta se va a realizar teniendo en cuenta las “fases de aprendizaje” expuestas por Van Hiele, pues suponen pautas para conseguir una correcta graduación y organización de las actividades a realizar por los estudiantes.

En primer lugar, antes de llevar a cabo el juego como tal, sería conveniente comenzar con una actividad de exploración del material. Esta actividad de exploración correspondería a la fase 2: Orientación dirigida según las “fases de aprendizaje” del modelo de Van Hiele. En esta fase los estudiantes deben poder explorar el campo de estudio por medio de la indagación y la manipulación de los materiales.

Para ello, una posible actividad podría consistir en entregar a los alumnos las figuras o tarjetas que aparecen en uno de los tableros de manera individual, es decir, entregarles las 16 tarjetas recortadas del tablero original. A continuación, en grupos reducidos, los alumnos deben plantear posibles clasificaciones o divisiones de las figuras geométricas que tienen en base a criterios que ellos consideren. De esta forma surgirán clasificaciones en base a si están coloreadas o no, su color sólido concreto, la trama, el número de lados, el tipo de figura, etc. Esta tarea de clasificación libre se puede realizar repetidas veces, cambiando las tarjetas que manipulan los alumnos reduciendo cada vez

la cantidad de características anecdóticas que presenten las figuras (es decir, recurriendo a las variantes de los tableros principales). De esta forma, poco a poco se van reduciendo las posibilidades de diferenciar las figuras geométricas de acuerdo a características físicas irrelevantes e instando a que surjan clasificaciones en base a criterios geométricos (número de lados, ángulos que las forman, tipos de triángulos, paralelismo de los lados, etc.).

El objetivo principal es que los alumnos, de forma guiada, vayan descubriendo y aprendiendo los contenidos matemáticos que se pretenden como los diferentes criterios de clasificación o nombres concretos de figuras. Indudablemente, los alumnos por si solos no serían capaces de realizar un aprendizaje eficaz, es por ello que la actividad estará guiada por el profesor para conseguir los objetivos deseados.

Al mismo tiempo que se realiza esta tarea de exploración, se debe poner en marcha la tercera fase de aprendizaje, fase de explicitación. Los integrantes de un mismo grupo y los diferentes grupos, deben interactuar para exponer cómo han resuelto las diferentes tareas, ver las clasificaciones que han surgido, comparar sus ideas, hacer una puesta en común, debatir cuando haya diferencia de opiniones, etc.

El objetivo principal de esta fase es que se produzca diálogo, que los alumnos aprendan a expresarse con el lenguaje y el vocabulario adecuados. Al mismo tiempo, se produce un enriquecimiento de la red de relaciones cognitivas.

Una vez conocidos y aprendidos los contenidos y el nuevo vocabulario, se realiza una actividad en la que los alumnos deban aplicar los conocimientos y el lenguaje que acaban de adquirir, pero en un contexto más abierto y menos guiado. Este tipo de actividades suponen la fase 4 (orientación libre), y en ella se deben proponer tareas con varias formas de resolución, donde el estudiante deba razonar y combinar los conocimientos adquiridos anteriormente. Es pues, en este momento, en el que se introduce nuestra propuesta de juego. De igual forma que con las tarjetas, podemos comenzar planteando el juego con los tableros principales, los cuales contienen características anecdóticas. A medida que los alumnos vayan comprendiendo la dinámica del juego, se pueden ir introduciendo los tableros con menor carga de



características accesorias y mayor necesidad de recurrir a conocimientos geométricos para su resolución.

#### **4. CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL**

En este apartado voy a exponer las conclusiones o valoraciones a las que he llegado a lo largo del desarrollo de este trabajo.

En cuanto al objetivo principal de la realización del mismo, desde un primer momento ha sido dar a conocer los juegos educativos matemáticos como herramienta didáctica, y promover su implementación en las aulas dejando atrás los aprendizajes memorísticos y mecánicos.

Entre las múltiples posibilidades a la hora de enfocar el trabajo, decidí optar por la elaboración de un juego educativo matemático para trabajar contenidos geométricos por dos razones principales. En primer lugar, consideré satisfactorio dedicar el tiempo y el esfuerzo al estudio y la elaboración de un material didáctico que fuese de utilidad en mi futura práctica docente, y en la de otros. En segundo lugar, dentro del área de las matemáticas, pienso que la rama de la geometría es una de las que más rechazo genera en los estudiantes, quizás debido a los obstáculos y las dificultades que surgen cuando su enseñanza se lleva a cabo de forma inadecuada.

En lo que a la enseñanza-aprendizaje de la geometría se refiere, los métodos de enseñanza de enfoque tradicional y los libros de texto, por lo general, se apoyan en actividades y tareas de solución cerrada en los que hay que aplicar los contenidos de forma mecánica. Además, como exponen Barrantes y Zapata (2015) suelen presentar estilos generalizados sobre las figuras y conceptos geométricos que provocan que los estudiantes se creen esquemas mentales erróneos, y todo ello dificulta que el alumno desarrolle un pensamiento abierto y divergente.

Para hacer frente a esta percepción, se requiere el uso de nuevas metodologías didácticas y recursos innovadores como el que se plantea en este trabajo. A través del material diseñado y de la secuenciación de actividades propuesta, se consigue trabajar el contenido y el lenguaje referido a los criterios de clasificación de las figuras

geométricas de forma más abierta y dinámica. Además, tiene en cuenta algunos obstáculos ya mencionados, y organiza las actividades en base a la teoría didáctica de Van Hiele para favorecer el desarrollo del razonamiento geométrico del alumnado. Así pues, es una herramienta didáctica que contribuye a una mejor adquisición de los conceptos, y fomenta el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Tampoco se pueden obviar los beneficios que aportan al grupo-clase a nivel de socialización y comunicación.

Por otro lado, y en relación a la primera razón expuesta, en el documento se expone el método o plan de diseño seguido, así como los aspectos a tener en cuenta para la correcta elaboración de un tablero de juego. Esto facilita que otras personas puedan elaborar nuevos tableros diferentes a los expuestos, y explorar las posibilidades del juego para trabajar otros contenidos. Por ejemplo, tableros que incluyan figuras geométricas compuestas, objetos reales que integren figuras geométricas (puertas, ventanas, esculturas, etc.); o tableros dedicados al aprendizaje de otros contenidos como los poliedros, las fracciones o posiciones relativas de rectas.

Desafortunadamente, la propuesta didáctica planteada carece de la fase de experimentación o pilotaje que desde un primer momento se iba a llevar a cabo. Si la situación lo hubiese permitido, me hubiera gustado poder realizar una prueba piloto en la que poner en práctica la propuesta para considerar los aspectos positivos y negativos del material con el fin de mejorarlo. El desarrollo y los resultados de un ensayo experimental proporcionarían el *feedback* necesario para valorar su eficacia y viabilidad práctica en cuanto al logro de los objetivos que se pretenden, no solo respecto al aprendizaje de contenidos y utilización de lenguaje, sino también al aumento de la motivación y la participación del alumnado.

En relación al material diseñado, cabe destacar que la plataforma virtual *Desmos* ofrece un juego muy similar denominado Polygraph. Este recurso online ofrece posibilidades como, por ejemplo, que las preguntas que realicen los alumnos queden registradas, o que la profesora pueda visualizar desde su ordenador todas las partidas que estén llevando a cabo los alumnos y ayudarles. Además, la plataforma pone a disposición de los usuarios algunos tableros preestablecidos para trabajar diferentes contenidos

matemáticos. No obstante, también ofrece la posibilidad de que el usuario pueda crear nuevos tableros que se ajusten al contenido que se quiere trabajar con los alumnos.

Por último, el mensaje que me gustaría transmitir es que la educación, del mismo modo que la sociedad, también debe evolucionar y mejorar. Hoy en día, tenemos a nuestro alcance nuevas metodologías y recursos innovadores que se pueden llevar a las aulas para llevar a cabo la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de forma abierta y dinámica, fomentando el desarrollo del pensamiento lógico-matemático desde los primeros años de aprendizaje. Con ello, podremos contribuir a cambiar la perspectiva que la mayoría de los alumnos tienen sobre esta materia.


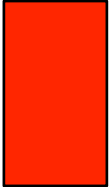
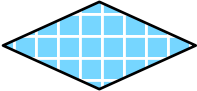
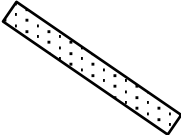
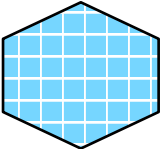
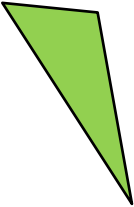
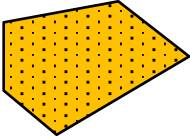
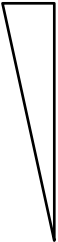
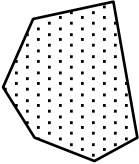
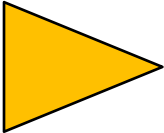



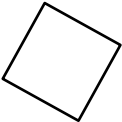
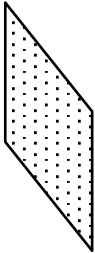
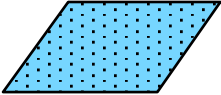
## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

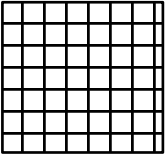
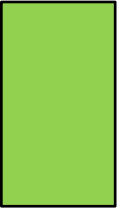
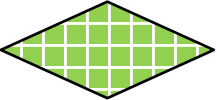
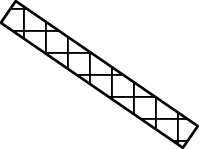
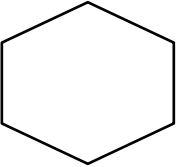
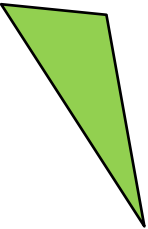
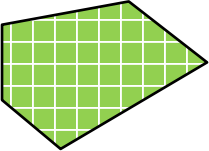
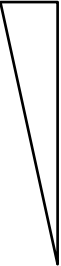
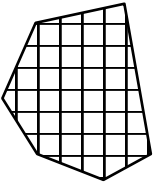
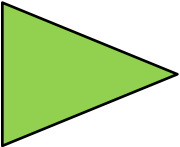

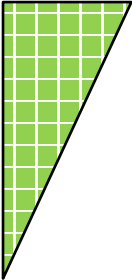
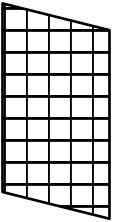
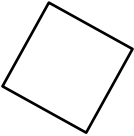
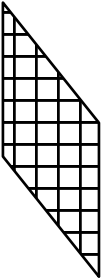

- Barrantes, M., & Zapata, M. A. (2015). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto. Revista de Educación*, 27(1), 55–71.
- Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en educación matemática. *Uno. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 18, 9–19.
- Bright, G. W., Harvey, J. G., & Wheeler, M. M. (1985). Learning and Mathematics Games. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 1, i-189.
- Chamorro, M. del C. (2005). Matemáticas para la cabeza y las manos: la enseñanza de la geometría en la educación primaria. *Departamento de Las Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid*, 1–21.
- Corbalán, F. (1994). *Juegos Matemáticos para Secundaria y Bachillerato*. Madrid: Síntesis.
- Corberán, R. C. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele* (Vol. 95). Ministerio de Educación.
- Edo, M., Baeza, M., Deulofeu, J., & Badillo, E. (2008). Estudio del paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 14, 61–75.
- Ernest, P. (1986). Games. A rationale for their use in the teaching of mathematics in school. *Mathematics in School*, 15(1), 2-5.
- Fouz, F. & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. *Un Paseo Por La Geometría*, 2, 67–82.
- Gairín Sallán, J. M. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de la matemáticas. *Educación*, 17, 105–118.
- García, S., & Olga, L. (2008). La enseñanza de la Geometría. *Materiales para apoyar la práctica educativa* (pp. 1–175). México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

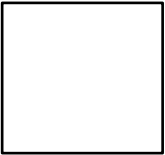

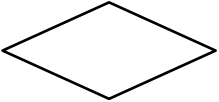
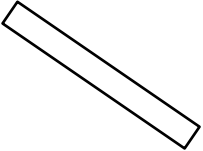
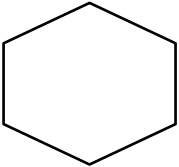
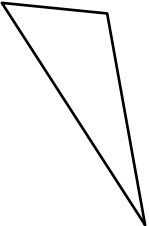
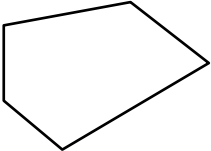
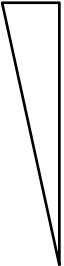
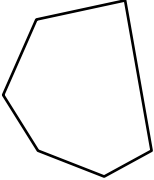
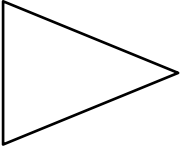
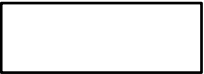
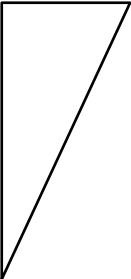

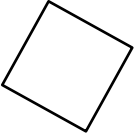
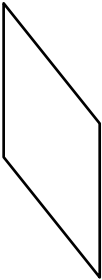

- González, A. G., Molina, J. G., & Sánchez, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, 26(3), 109–133.
- Jaime, A., & Gutiérrez, Á. (1993). Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano: la evaluación del nivel de razonamiento.
- Kirkby, D. (1992). *Games in the teaching of mathematics*. Cambridge: Cambridge University press.
- Mato, M., & de la Torre, E. (2009). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. *Pna*, 5, 197–208.
- Real Academia Española. (2014). *Diccionario de la lengua española*. 23ª Ed.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: a theory of mathematics education*. Academic Pr.
- Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74–94.

**ANEXOS**

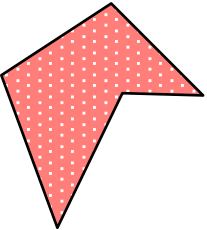
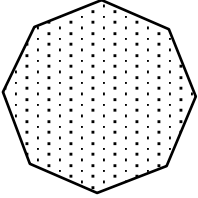
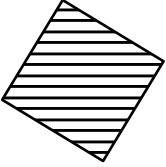
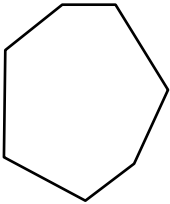

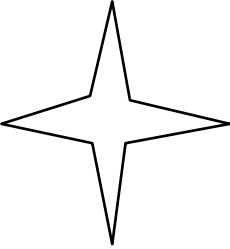
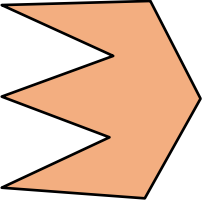
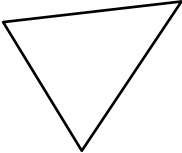
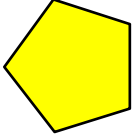
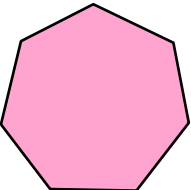
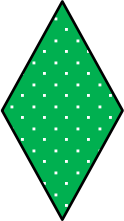
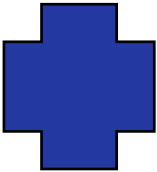
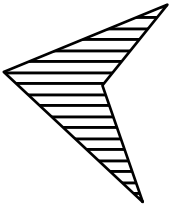

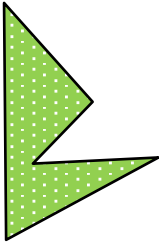
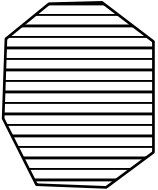
*Tableros diseñados para la propuesta*

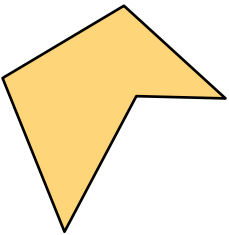
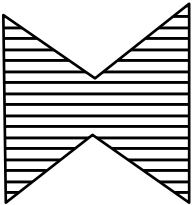
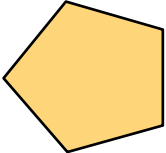
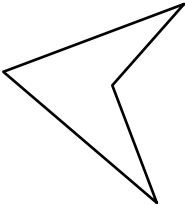
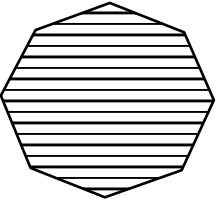
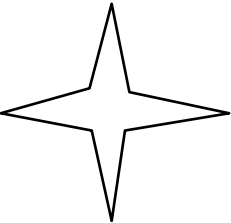
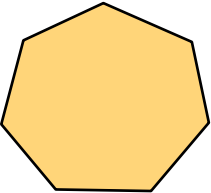
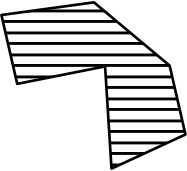
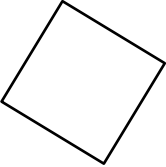
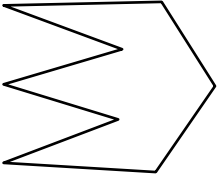
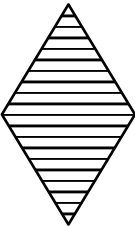
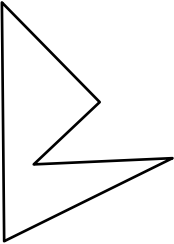
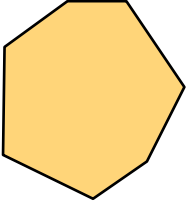
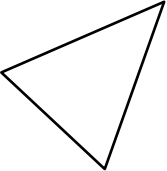
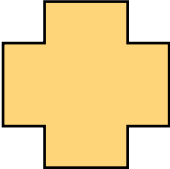
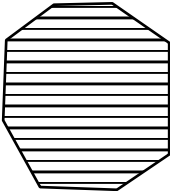
<div>1</div> 	<div>2</div> 	<div>3</div> 	<div>4</div> 
<div>5</div> 	<div>6</div> 	<div>7</div> 	<div>8</div> 
<div>9</div> 	<div>10</div> 	<div>11</div> 	<div>12</div> 
<div>13</div> 	<div>14</div> 	<div>15</div> 	<div>16</div> 

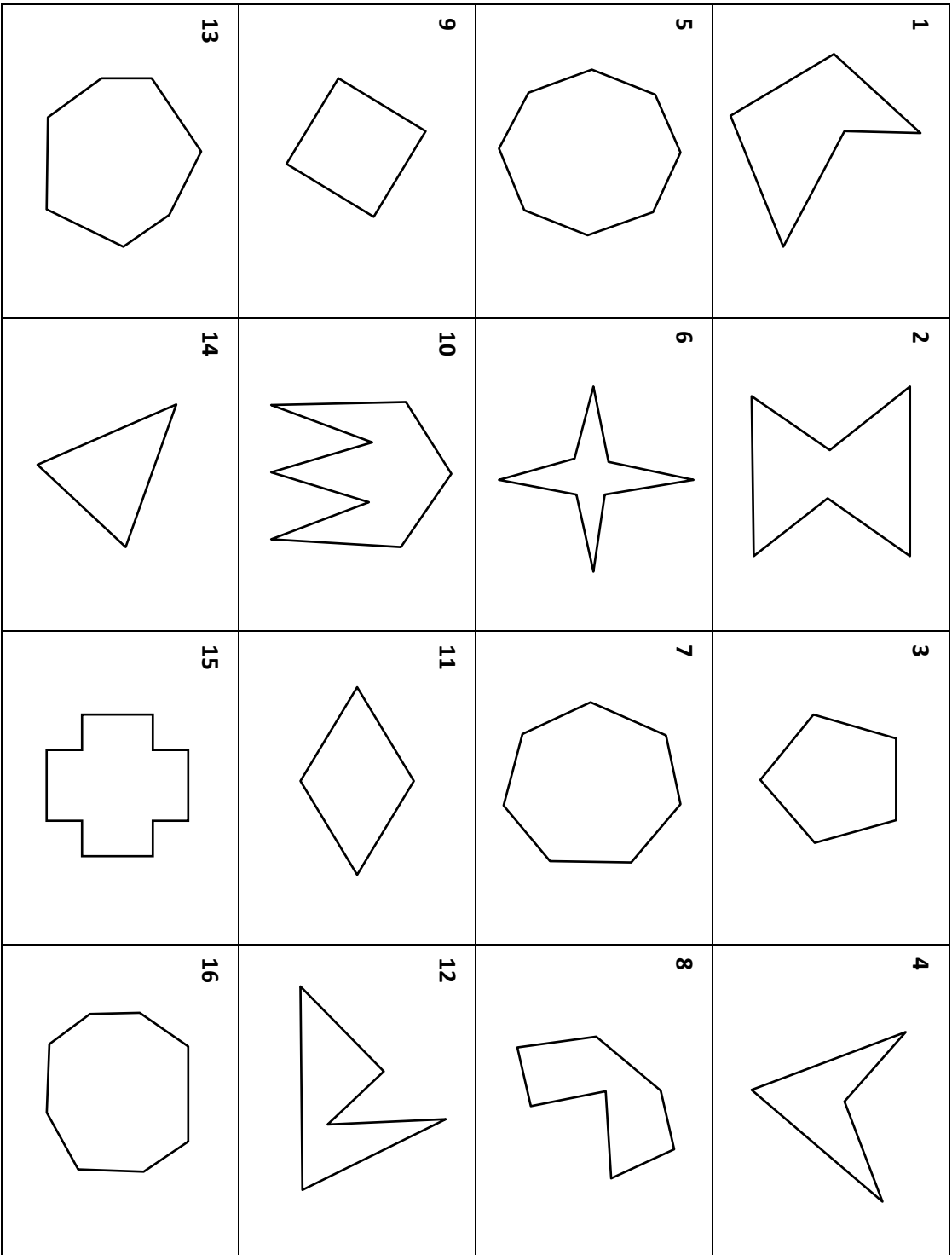
1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	

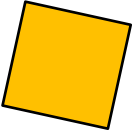
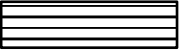
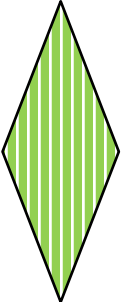
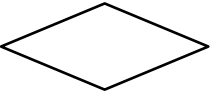
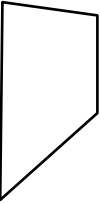
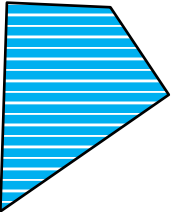

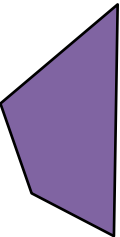
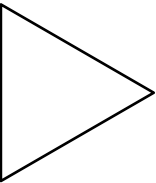
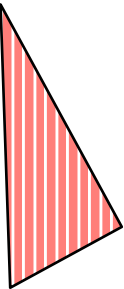
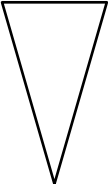
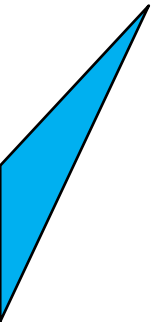
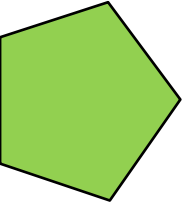
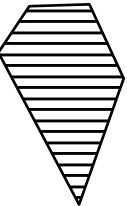
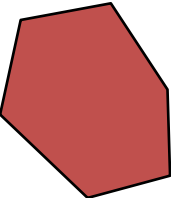
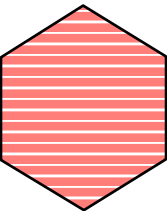
1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	

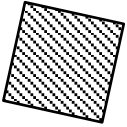

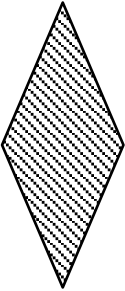
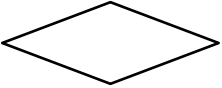
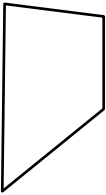
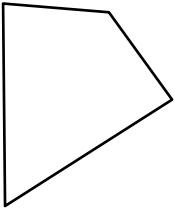
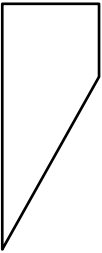
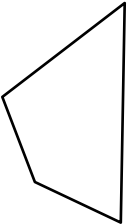
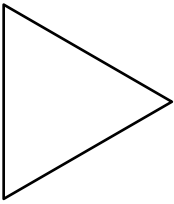
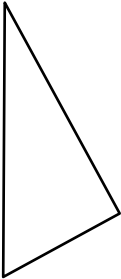
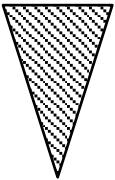
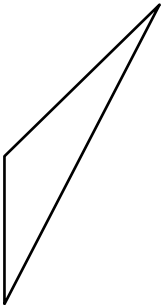
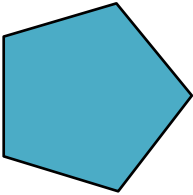
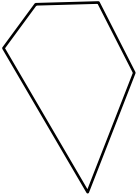
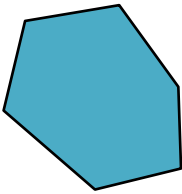
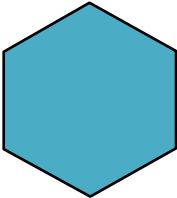


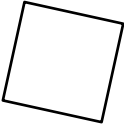

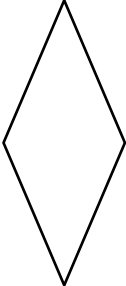
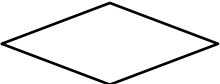
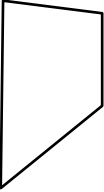
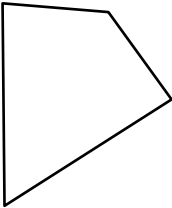
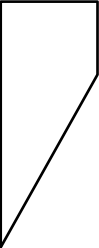
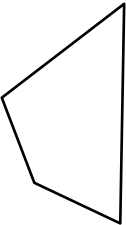
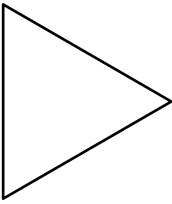
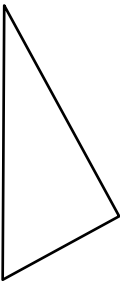
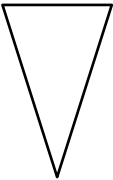
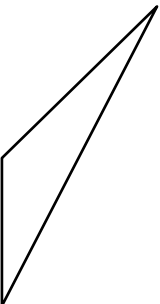
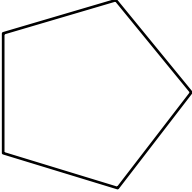
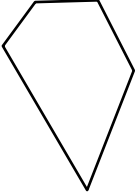
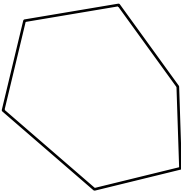
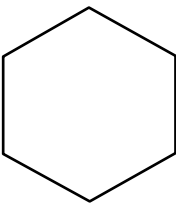
1		5		9		13	
2		6		10		14	
3		7		11		15	
4		8		12		16	


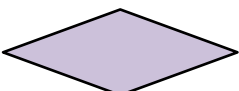

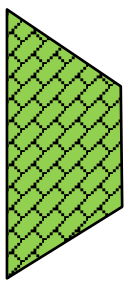
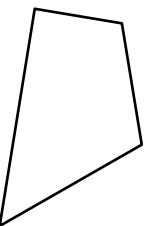
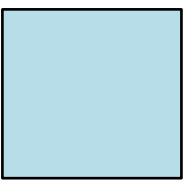
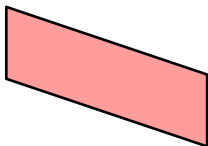
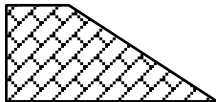
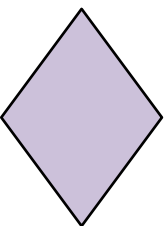
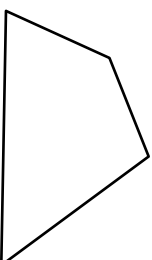
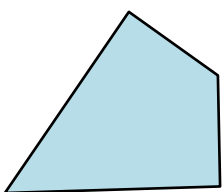
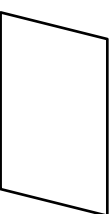
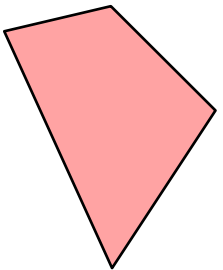
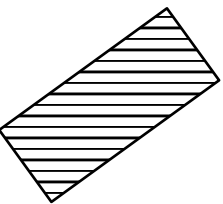
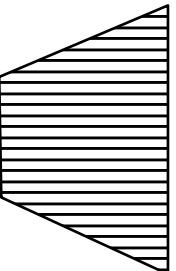
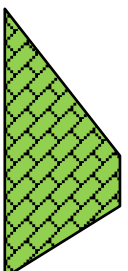
1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	


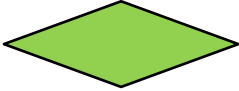
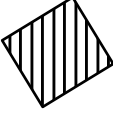
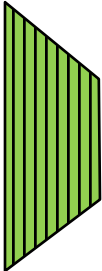
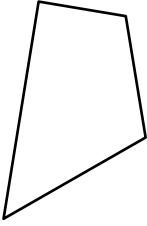

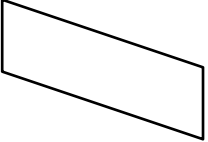
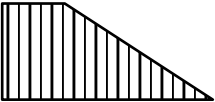
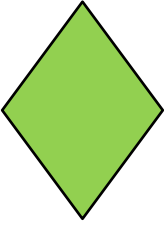
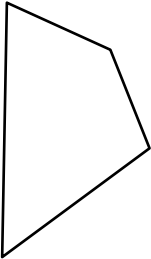
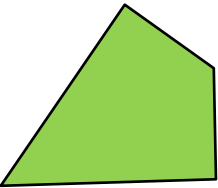

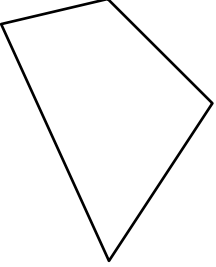
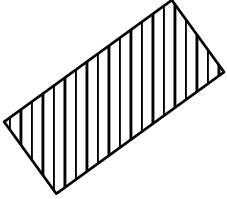
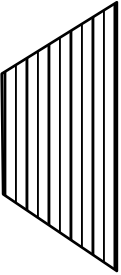
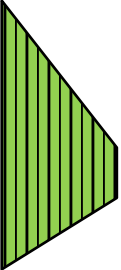


1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	

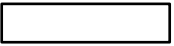
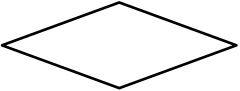
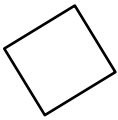
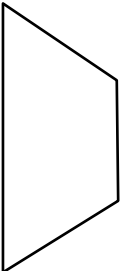
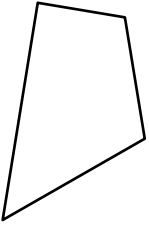

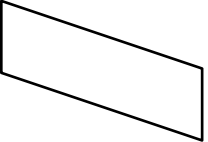
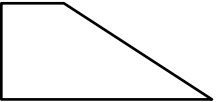
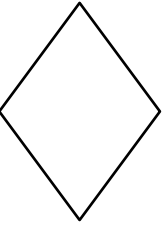
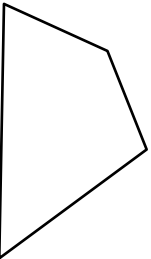
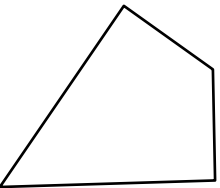
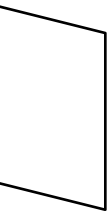
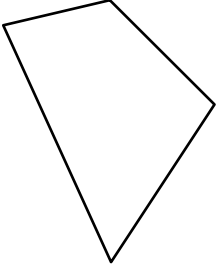
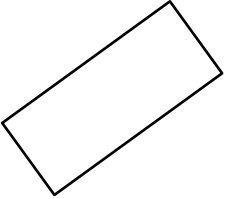
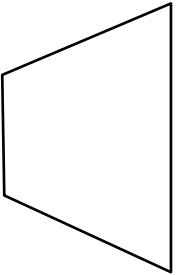
1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	

1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	

1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	

1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	



1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	