



Escuela de  
Ingeniería y Arquitectura  
**Universidad** Zaragoza



**Universidad**  
Zaragoza

# TRABAJO FIN DE GRADO

CÁLCULO Y ANÁLISIS DE UNA CAJA DE CAMBIOS DE  
DOBLE EMBRAGUE DE 6 VELOCIDADES

CALCULATION AND ANALYSIS OF A 6-SPEED DUAL-  
CLUTCH GEARBOX

VOLUMEN I: **MEMORIA**

AUTOR:

**PABLO JAREÑO CIHUELA**

DIRECTORES:

**JAVIER OSCAR ABAD BLASCO**

**PAULA MARÍA CANALÍS MARTÍNEZ**

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA.

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA.

SEPTIEMBRE 2020.



## AGRADECIMIENTOS

El presente proyecto queda dedicado a todas las personas que me han apoyado o ayudado en algún momento durante la carrera universitaria.

Agradezco en primer lugar la ayuda brindada por los profesores Javier Abad y Paula Canalís, quienes han tomado la función de dirección y codirección del proyecto respectivamente y me han ido guiando con las explicaciones y correcciones pertinentes, las cuales han sido clave para la consecución del presente trabajo, siempre con un trato cordial, amable y con rapidez pese a la extraña y desafortunada situación de pandemia vivida en los meses precedentes.

Por otro lado también agradecer el apoyo y compañía de mis compañeros de clase, muchos de ellos ya grandes amigos, que han sido muy importantes, ayudando y amenizando momentos de estudio, biblioteca o clases.

Por último me gustaría hacer un especial agradecimiento a la labor de mi familia, en especial a mis padres, hermanos y abuelos a los que tanto recuerdo. Todos ellos me han apoyado decisivamente, dedicándome todo su tiempo, un gran esfuerzo y sus recursos con tal de educarme y formarme lo mejor posible, no solo en el ámbito profesional, sino también para afrontar la vida, a pesar de los momentos difíciles que en ocasiones hemos tenido que afrontar.



# ÍNDICE DE MEMORIA

<b>RESUMEN .....</b>	<b>1</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>1</b>
<b>HERRAMIENTAS UTILIZADAS.....</b>	<b>2</b>
<b>MOTIVACIÓN Y CONTEXTO .....</b>	<b>3</b>
<b>1. ANTECEDENTES: VEHÍCULO ELEGIDO.....</b>	<b>5</b>
<b>2. ANÁLISIS PRESTACIONAL Y COMPARACIÓN .....</b>	<b>8</b>
2.1. RECOGIDA DE DATOS DEL VEHÍCULO. ....	8
2.2. FUERZAS RESISTENTES.....	8
2.2.1. CURVA DE RESISTENCIA AL AVANCE.....	8
2.3. CÁLCULO DE LA VELOCIDAD MÁXIMA.....	9
2.4. CÁLCULO DE LAS RELACIONES DE TRANSMISIÓN. ....	10
2.5. LIMITACIONES EN LA ACELERACIÓN.....	12
2.6. ACELERACIÓN Y TIEMPOS DE RECUPERACIÓN .....	13
2.7. RESUMEN DE PRESTACIONES.....	15
<b>3. DIMENSIONAMIENTO DE LOS ENGRANAJES.....</b>	<b>16</b>
3.1. CÁLCULO A FLEXIÓN.....	16
3.2. CÁLCULO A DESGASTE .....	18
<b>4. CÁLCULO Y DIMENSIONAMIENTO DE LOS EJES.....</b>	<b>20</b>
4.1. CARGAS GENERADAS EN LA TRANSMISIÓN .....	20
4.2. CÁLCULO RESISTENTE.....	22
4.2.1. EJE SECUNDARIO .....	23
4.2.2. EJE PRIMARIO EXTERIOR (HUECO) .....	26
4.2.3. EJE PRIMARIO INTERIOR (MACIZO) .....	26
4.3.4. CÁLCULO DE TENSIONES EN LOS EJES .....	27
4.4. CÁLCULO A FATIGA.....	29
<b>5. SELECCIÓN DE RODAMIENTOS .....</b>	<b>32</b>
<b>6. MODELADO Y SIMULACIÓN.....</b>	<b>34</b>
6.1. MODELADO DE LOS ENGRANAJES.....	34
6.1.1. MAGNITUDES FUNDAMENTALES. ....	34
6.1.2. PERFIL DE LOS DIENTES.....	36
6.2. MODELADO DE LOS EJES. ....	38
6.3. ENSAMBLAJE DEL MODELO. ....	39
6.4. SIMULACIÓN .....	40
<b>7. CONCLUSIONES .....</b>	<b>45</b>



<b>8. APOORTE DEL PROYECTO AL AUTOR.....</b>	<b>45</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>46</b>

## RESUMEN

El presente trabajo recoge el proceso básico de diseño de los ejes y engranajes de una caja de cambios de doble embrague de 6 velocidades, analizando las mejoras que proporciona contar con este tipo de caja de cambios en el vehículo.

Se partirá de los datos de un vehículo que será seleccionado previamente, y a partir de ese momento se irá siguiendo un proceso que nos lleve hasta el dimensionamiento correcto del mecanismo, para después modelarlo en un programa CAD y poder realizar un análisis estructural del mismo por elementos finitos.

Este proceso comentando anteriormente sigue una clara estructura, dividiéndose en las siguientes fases o apartados:

- Búsqueda y recopilación de información.
- Definición de las relaciones de transmisión de los engranajes y análisis prestacional.
- Dimensionamiento de los engranajes.
- Determinación de las solicitaciones que generan los engranajes
- Dimensionamiento de los ejes.
- Selección de rodamientos.
- Análisis con programa CAD (SOLIDWOKS).

## ABSTRACT

The present work includes the basic design process of the shafts and gears for a 6-speed double clutch gearbox, analyzing the improvements provided by having this type of gearbox in the vehicle.

We will start from the data of a vehicle that will be previously selected, and from that moment on, a process will be followed until we can get the correct sizing of the mechanism, to later model it in a CAD program and be able to carry out a structural analysis of it by finite elements.

This process, commented above, follows a clear structure, divided into the following phases or sections:

- Search and collection of information.
- Definition of gear transmission ratios and performance analysis.
- Sizing of the gears.
- Determination of the stresses generated by the gears
- Sizing of the axes.
- Selection of bearings.
- Analysis with CAD program (SOLIDWOKS).



## HERRAMIENTAS UTILIZADAS

Hoy en día los programas informáticos suponen un gran soporte al ingeniero, ofreciéndole grandes posibilidades de cálculo y simulación a una relativa mayor rapidez, y a su vez también una mayor comodidad. Estos factores resultan decisivos para el uso de estos programas informáticos. En este trabajo también se hará uso de ellos, ya que facilitarán la resolución del mismo realizando los distintos tipos de cálculos pertinentes, así como obtener gráficos y figuras representativas, además de simulaciones.

En concreto los programas usados y el uso que se les dará es el siguiente:

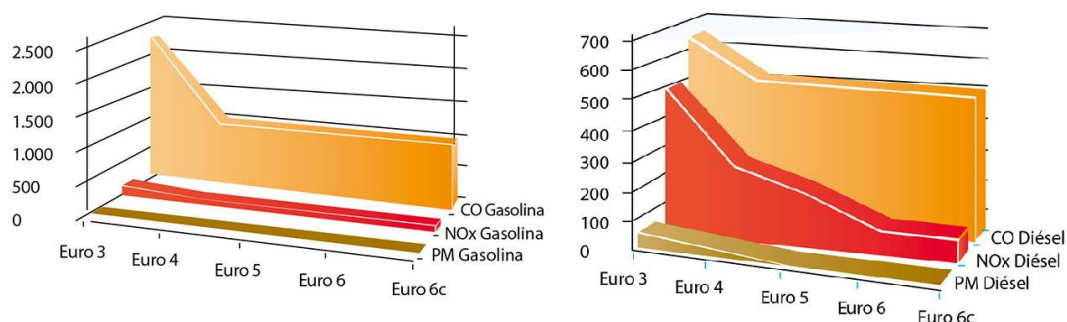
- Microsoft Office Excel, que es una programa que cuenta con una hoja de cálculo, herramientas gráficas y tablas y es el estándar de la industria para las hojas de cálculo. Se usará para realizar todo tipo de operaciones y cálculos de resultados.
- Mefi. Este programa realiza el análisis estático (elástico-lineal), por el método de elementos finitos, de problemas de elasticidad, y mediante análisis matricial, de estructuras planas articuladas o rígidas. El programa MEFI emplea un modelo definido mediante la geometría (puntos, líneas, áreas y volúmenes), los materiales, las propiedades, los elementos, los desplazamientos impuestos y las cargas. Este programa se utilizará para obtener los diagramas de esfuerzos de los ejes.
- SolidWorks, un software CAD (diseño asistido por computadora), que permite modelar piezas y conjuntos y extraer de ellos tanto planos técnicos como otro tipo de información necesaria para la producción. Con este programa se modelará en 3D todas las piezas que se han diseñado, para después ensamblarlas y simular el funcionamiento del mecanismo.

## MOTIVACIÓN Y CONTEXTO

En la historia de la evolución tecnológica industrial, pocos sectores han desarrollado la determinante importancia del sector automovilístico. Este no solo ha contribuido esencialmente al diseño fabricación y constante mejora de vehículos, sino que también ha sido un gran ejemplo para otros sectores industriales al desarrollar nuevas técnicas y sistemas de producción industrial y reinterpretar la cadena de suministros.

Además se trata de uno de los sectores económicos más importantes del mundo por ingresos, dada la creciente importancia de los medios de transporte en los últimos cien años, y la cantidad de puestos de trabajo que genera, y todo ello sin incluir a las compañías dedicadas al mantenimiento de automóviles y a la industria petroquímica.

En vista del progresivo calentamiento global y la necesidad de reducir las emisiones de CO<sub>2</sub>, están surgiendo grandes presiones por parte de las autoridades hacia los fabricantes de automóviles para un mayor cuidado del medio ambiente. Por ejemplo la Comisión Europea pondrá multas multimillonarias a finales de 2020 a los fabricantes que sobrepasen las emisiones de 95g/km de CO<sub>2</sub> las que les harán pagar 95 € por gramo de más y unidad vendida. Para mediados de 2019 solo Tesla y Smart con 89,8 g/km alcanzaban el reto, los demás fabricantes superan el límite. En la figura 1 puede verse como las sucesivas normativas europeas han obligado a los fabricantes a reducir notablemente las emisiones contaminantes así como las emisiones de CO<sub>2</sub>.



*Figura 1. Normativas anticontaminación europeas.*

Por ello los fabricantes han hecho un gran avance en la electrificación del parque automovilístico mundial. Pero hoy en día los motores de combustión interna (MCI) son los principales sistemas de propulsión en el transporte terrestre, resultando imposible su reemplazo como planta motriz en la mayoría de los vehículos en las próximas décadas. Esta afirmación se cumple incluso considerando el crecimiento de los vehículos eléctricos e híbridos enchufables. Los argumentos a favor de esta postura tienen en cuenta la creciente demanda de transporte; el fuerte desarrollo de MCI más limpios y eficientes; la disponibilidad de combustibles fósiles a buenos precios y la alta densidad energética que presentan dichos combustibles convencionales. En conjunto, parece haber suficientes argumentos para apoyar la viabilidad a medio-largo plazo de los MCI como planta propulsora predominante para el transporte terrestre mundial.

La industria del automóvil ha reaccionado con fuerza para mejorar la eficiencia de los sistemas que portan sus vehículos con motores de combustión interna, no solo con el fin de cumplir con las leyes sobre emisiones de gases, sino también para conquistar a los



clientes, pues la gente empieza a demandar vehículos "verdes" pero que a la vez combinen esto con alto rendimiento y comodidad. Las cajas de cambios de doble embrague se han considerado un factor clave para mejorar la eficiencia de los vehículos, minimizando su masa y el tamaño, y aun así mejorando la comodidad de la conducción y el rendimiento.

El empleo de transmisiones de doble embrague (DCT) ha sido visto por los fabricantes de automóviles como una alternativa esencial para satisfacer requisitos tan divergentes como la eficiencia de combustible, la deportividad, la comodidad, el peso, el atractivo para el conductor y también los costes. En consecuencia, el mercado europeo es el campo más prometedor para la proliferación de DCT, como resultado de la legislación restringida con respecto a las emisiones de CO<sub>2</sub>, además de la preferencia general del cliente por vehículos de alto rendimiento que provean una buena experiencia de conducción.

Este proyecto se desarrolla en vista de esta situación de mayor interés por parte de los fabricantes y clientes en este tipo de cajas de cambio, además del interés por parte del autor en este tipo de cajas de cambio debido a su mayor rapidez de cambio de marchas, su corte deportivo y la conservación de la esencia de las transmisiones manuales.



## 1. ANTECEDENTES: VEHÍCULO ELEGIDO.

El vehículo que se ha escogido para desarrollar este proyecto es un Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI de 280 CV del año 2007, un automóvil de corte deportivo derivado de los coches de rallyes de Subaru que obtuvieron 47 victorias en el WRC, tres campeonatos del mundo de pilotos y otros tres de constructores, así como cuatro victorias en las 24 Horas de Nürburgring y un récord de vuelta para sedanes en el mismo trazado en 2017.



*Figura 2. Subaru Impreza WRC2007.*

Estos automóviles fueron los responsables de que en la actualidad el mundo vea a esta marca como el gran fabricante de automóviles que es, haciendo alcanzar la fama a la división STI, nacida para promover la identidad de la marca orientada al rendimiento. Tras estos éxitos se impulsaron los modelos de calle de estos coches, bajo la denominación WRX STI. El vehículo analizado puede verse en la figura 3.



*Figura 3. Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI de 280 CV (2007).*

En las siguientes figuras se detallan algunas de sus características principales, muchas de ellas imprescindibles para realizar este trabajo.

Dimensiones, peso, capacidades		
Tipo de Carrocería		Turismo
Número de puertas		4
Longitud		4.465 mm
Anchura		1.740 mm
Altura		1.440 mm
Batalla		2.540 mm
Vía delantera		1.490 mm
Vía trasera		1.495 mm
Coefficiente Cx		<b>0.33</b>
Superficie frontal		No disponible
Factor de resistencia		No disponible
Peso		1.455 kg

Figura 4. Dimensiones y peso del vehículo.

Motor de Combustión		
Propósito		Impulsar el vehículo
Combustible		Gasolina
Potencia máxima		280 CV / 206 kW
Revoluciones potencia máxima		5.600 rpm
Par máximo		392 Nm
Revoluciones par máximo		4.000 rpm
Situación		Delantero longitudinal
Número de cilindros		4
Disposición de los cilindros		Boxer
Material del bloque		Aluminio
Material de la culata		Aluminio
Diámetro		99,5 mm
Carrera		79 mm
Cilindrada		2.457 cm³
Relación de compresión		8,2 a 1
Distribución		
Válvulas por cilindro		4
Tipo de distribución		Dos árboles de levas en cada culata
Alimentación		
		Inyección Indirecta. Turbo. Intercooler

Figura 5. Motorización del vehículo.

Transmisión		
Tracción		Total
Caja de cambios		Manual
Número de velocidades		6
Tipo de mando		No disponible
Tipo de Embrague		No disponible
Tipo de mecanismo		No disponible
Desarrollos (km/h cada 1.000 rpm)		
1ª		8,2
2ª		13,3
3ª		19,6
4ª		26,2
5ª		33,4
6ª		42,1
Marcha atrás		8,4

Figura 6. Características de la transmisión del vehículo.



Chasis	
Estructura suspensión delantera	Tipo McPherson
Muelle suspensión delantera	Resorte helicoidal
Estructura suspensión trasera	Tipo McPherson
Muelle suspensión trasera	Resorte helicoidal
Barra estabilizadora delantera	Sí
Barra estabilizadora trasera	No
Tipo de frenos delanteros	Disco ventilado
Diámetro de frenos delanteros	No disponible
Tipo de frenos traseros	Disco ventilado
Diámetro de frenos traseros	No disponible
Dirección	
Tipo	Cremallera
Tipo de asistencia	No disponible
Asistencia en función de la velocidad	No
Desmultiplicación en función de la velocidad	No
Desmultiplicación no lineal	No
Desmultiplicación de la dirección	No disponible
Dirección a las cuatro ruedas	No
Diámetro de giro entre bordillos	11,6 m
Diámetro de giro entre paredes	No disponible
Vueltas de volante entre topes	No disponible
Neumáticos delanteros	225/45 R17 90W
Neumáticos traseros	225/45 R17 90W
Llantas delanteras	8 x 17
Llantas Traseras	8 x 17

*Figura 7. Características del chasis del vehículo.*

## 2. ANÁLISIS PRESTACIONAL Y COMPARACIÓN

En este apartado se desarrolló un análisis con el cual se valoró y comparó las prestaciones del vehículo con una configuración de caja de cambios de doble embrague frente a la configuración original de transmisión manual que trae el vehículo de serie. Las prestaciones dependen en gran medida del diseño de los elementos de la transmisión, es por ello que se ajustaron los parámetros que intervienen en la transmisión con el fin de optimizar las prestaciones del vehículo.

### 2.1. RECOGIDA DE DATOS DEL VEHÍCULO.

Para poder hacer un análisis de las prestaciones que va a ofrecer el vehículo, será necesario conocer las curvas par y potencia que ofrece el motor que lleva instalado. La figura 8 representa estas curvas.

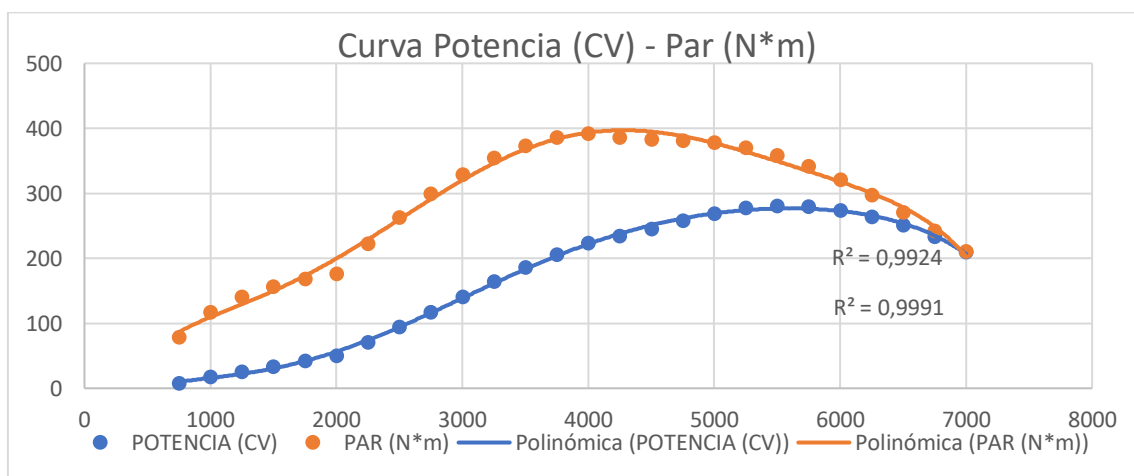


Figura 8. Curvas de par y potencia del motor del Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI.

### 2.2. FUERZAS RESISTENTES

Para que el vehículo pueda moverse deberá vencer una serie de fuerzas resistentes. Estas fuerzas resistentes son principalmente tres, la resistencia aerodinámica, la resistencia a la rodadura y la resistencia en pendiente. Cada una de ellas se detalla en el “Anexo II: Análisis prestacional”.

#### 2.2.1. CURVA DE RESISTENCIA AL AVANCE.

La resistencia total que se deberá vencer para poder desplazar un vehículo a velocidad constante es la suma de las tres resistencias anteriores, aparte de otros fenómenos puntuales como piedras, baches en la carretera, etc. De tal modo la resistencia total de un vehículo viene dada por la siguiente expresión:

$$R_T = \frac{1}{2} C_x * \rho_{aire} * A_{efec} * V^2 + \mu_r \cdot W_{veh} + W_{veh} \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (1)$$

Se remite al “Anexo II: Análisis prestacional” para observar todos los resultados y cálculos con los que se obtuvieron las fuerzas resistentes.

Representando gráficamente la resistencia total obtenida frente a la velocidad lineal de marcha del vehículo se obtuvo la curva de resistencia al avance, en la figura 9.

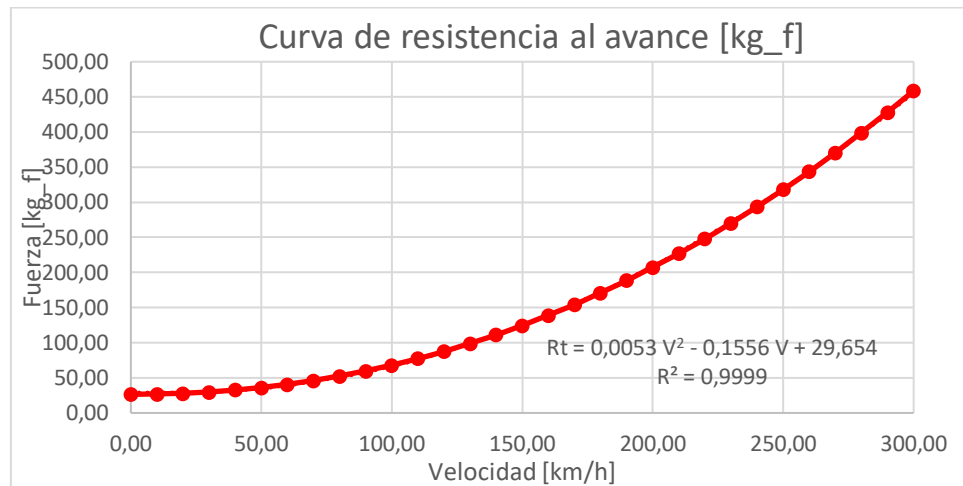


Figura 9. Curva de resistencia al avance.

Esta curva fue ajustada a una función cuadrática con la ayuda del programa Excel y la expresión que la define es la siguiente:

$$R_T = 0.0053 V^2 - 0.1556 V + 29.654 \quad (2)$$

Se puede concluir que a bajas velocidades la resistencia predominante es la de rodadura, pero a medida que la velocidad aumenta, empieza a crecer con mayor rapidez la aerodinámica, pues depende cuadráticamente de la velocidad, haciéndose esta la predominante.

### 2.3. CÁLCULO DE LA VELOCIDAD MÁXIMA.

La fuerza motriz que desarrolla el motor en una determinada velocidad de marcha  $V$  en m/s viene dada por la ecuación (3).

$$F_m [kgf] = \frac{P_m [CV] \cdot 75 \cdot \eta_t}{V [m/s]} \quad (3)$$

La velocidad máxima que el vehículo puede mantener en llano sin capacidad de aceleración es aquella que se consigue en condiciones de máxima potencia del motor, es decir, a  $n_2$  revoluciones por minuto de giro del motor, cuando toda la fuerza motriz se emplea para igualar las fuerzas de oposición al movimiento.

$$F_m - R_T = 0 \rightarrow F_m = R_T \quad (4)$$

La velocidad punta del vehículo se deseó alcanzar en llano en la última velocidad, la sexta, y sin considerar las revoluciones a las que el motor tiene una caída de potencia, es decir, las de después del régimen de máxima potencia a  $n_2 = 5500 \text{ rpm}$ .

$$\frac{3.6 \cdot P_m [CV] \cdot 75 \cdot \eta_t}{V_{m\acute{a}x} \left[ \frac{km}{h} \right]} = (0.0053 V_{m\acute{a}x}^2 - 0.1556 V_{m\acute{a}x} + 29.654)$$

La velocidad máxima resultante que puede alcanzar el Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI por limitaciones de su motor es de  $V_{m\acute{a}x} = 238.7 \text{ km/h}$ .

## 2.4. CÁLCULO DE LAS RELACIONES DE TRANSMISIÓN.

Se fijó en primer lugar la relación de transmisión del diferencial en  $r_f = 3.73$ , un valor típico utilizado en estos mecanismos. Para ajustar las relaciones de transmisión se partió de los datos de los desarrollos del vehículo original, cuando el motor se encuentra girando a 1000 rpm, que se encuentran en la figura 6.

La expresión (5) relaciona parámetros de la transmisión y el motor con la velocidad de marcha. Con ella se pudieron obtener las relaciones de transmisión.

$$V = \frac{n_m}{r_i \cdot r_f} \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{60} \rightarrow r_i = \frac{n_m [\text{rpm}] \cdot 2 \cdot \pi \cdot R [\text{m}]}{V \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cdot r_f \cdot 60} \quad (5)$$

En esta expresión sus parámetros significan lo siguiente:

$n_m$	Velocidad angular de giro del motor, en rpm.
$R$	Radio del neumático, en m.
$r_f$	Relacion de transmisión del diferencial.
$r_i$	Relacion de transmisión de la marcha i.

Las relaciones de transmisión obtenidas para estos desarrollos son las de la tabla 1.

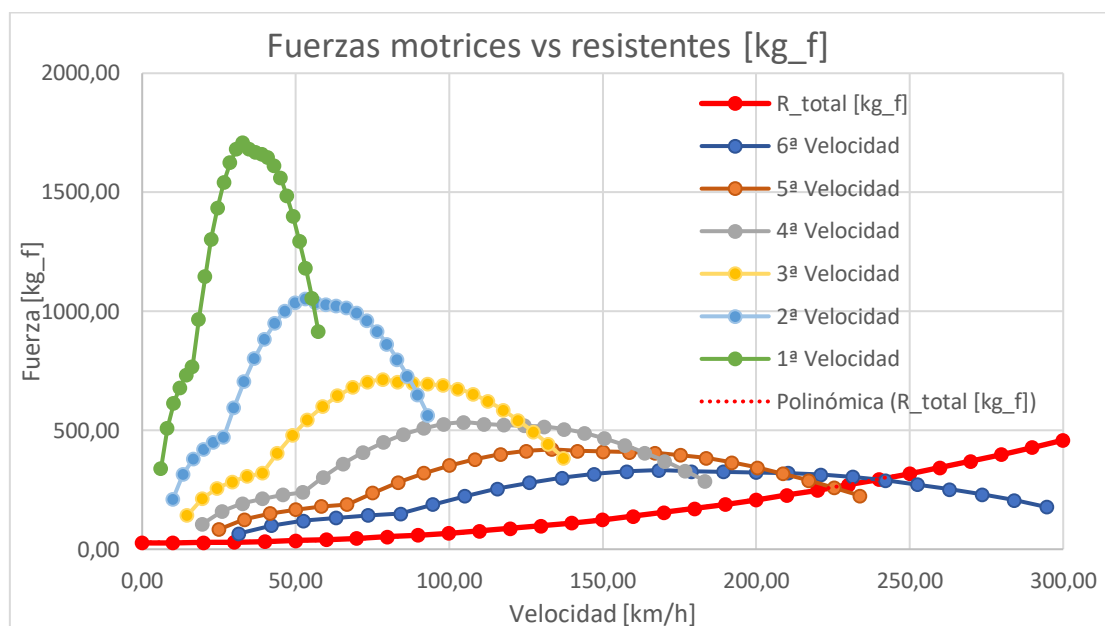
RELACIONES DE TRANSMISION	
6ª	0,761386035
5ª	0,95971114
4ª	1,223448552
3ª	1,635426126
2ª	2,410101659
1ª	3,909067325

Tabla 1. Relaciones de transmisión teóricas.

La fuerza que son capaces de ejercer las ruedas motrices, dependiendo del motor que se disponga y de las relaciones de transmisión es la dada por la siguiente expresión:

$$F_m = \frac{M_m \cdot r_i \cdot r_f \cdot \eta_t}{R} \quad (6)$$

Para cada uno de los saltos de revoluciones de la curva de par de los que se disponen datos y para las seis velocidades, se calculó la fuerza motriz mediante la expresión (6), además de la velocidad de desplazamiento del vehículo para esos mismos puntos. Representando gráficamente estos resultados de fuerzas motrices frente a velocidad de marcha se obtuvieron las curvas de fuerza motriz, en la figura 10 en la que también se incluye la curva de fuerzas resistentes. En el “Anexo II: Análisis prestacional” se encuentran todos los cálculos realizados.



*Figura 10. Curvas de fuerza motriz.*

En estas curvas se puede observar que con marchas bajas la fuerza que es capaz de transmitir el motor a las ruedas es mayor, pero el vehículo no tiene la capacidad de desplazarse a tan altas velocidades como en marchas más altas. Las velocidades punta en cada marcha se manifiestan en el final de las curvas de fuerza motriz siempre y cuando el vehículo tenga fuerza de sobra para vencer las fuerzas resistentes, es decir, cuando la curva de fuerzas motrices queda situada en su totalidad por encima de la curva de resistencia total. Esta situación ocurre para las cuatro primeras marchas, tal y como se ve en la figura 10.

Cuando la curva de fuerzas motrices corta a la curva de fuerzas resistentes, esto significa que a partir de ese momento, el motor no es capaz de transmitir la fuerza suficiente a las ruedas para poder vencer las fuerzas resistentes, de tal manera que el vehículo empezaría a perder velocidad a partir de ese instante, a pesar de seguir subiendo de vueltas el motor. Esta situación ocurre en el vehículo analizado en las dos últimas marchas, donde una parte de las curvas de fuerzas motrices en estas marchas queda por debajo de la curva de resistencia total, y por tanto en esas marchas, la velocidad máxima se produce justo en el punto de corte entre la curva de fuerza motriz y la curva de fuerzas resistentes.

Son de especial interés también las curvas de dientes de sierra, las cuales representan las revoluciones del motor en cada marcha frente a la velocidad del vehículo. Estas curvas permiten ver a simple vista el ajuste de las relaciones de transmisión y apreciar cuan corta o larga es una marcha y cuáles son las velocidades máximas que se podrían alcanzar con esas relaciones. En la figura 11 pueden verse las curvas obtenidas, con límite en las revoluciones de corte de inyección del motor



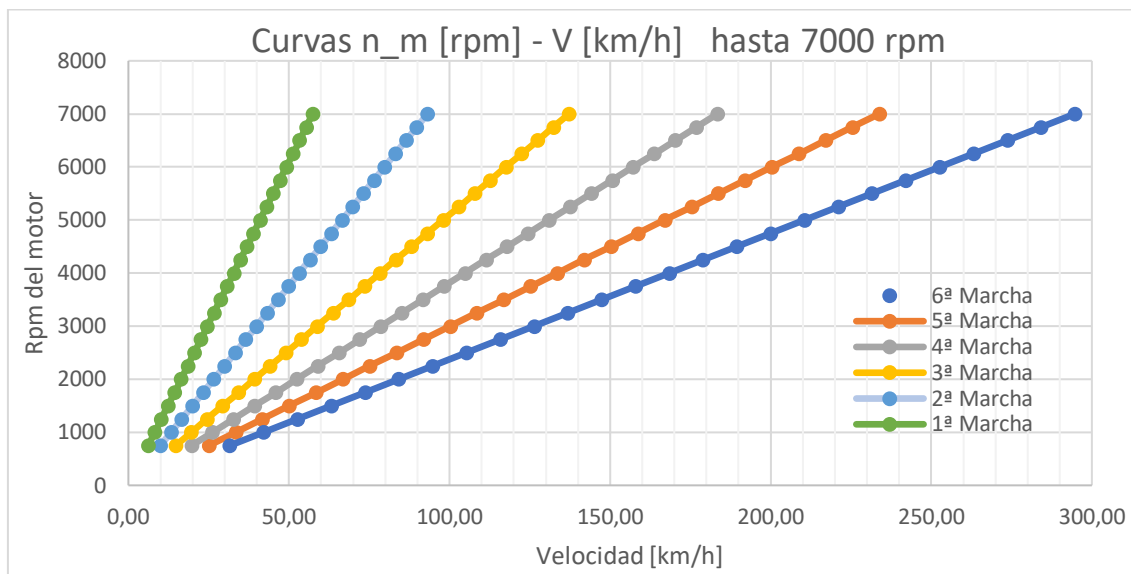


Figura 11. Curvas dientes de sierra hasta revoluciones de corte de inyección.

Como se puede observar en la figura 11, la velocidad es lineal y creciente con el número de revoluciones del motor. Se hace notar que con la relación de la sexta velocidad se podrían alcanzar velocidades cercanas a los 300 km/h, sin embargo cabe recordar que como hemos visto hace un momento, el motor no dispone de la potencia necesaria para llevar a cabo esta tarea, ya que las fuerzas resistentes se hacen mayores que las fuerzas motrices a partir de la velocidad máxima de 238.7 km/h. Es por ello que esta marcha es demasiado larga, y sirve para “desahogar” al vehículo a altas velocidades, bajando de revoluciones al motor y consiguiendo así un gran ahorro de combustible.

## 2.5. LIMITACIONES EN LA ACELERACIÓN.

Asumiendo que el motor es suficientemente potente, la aceleración del vehículo puede llegar a verse comprometida por otros motivos. Se puede establecer que la máxima fuerza que son capaces de transmitir los neumáticos al suelo viene dada por la expresión (7).

$$F_{m,m\acute{a}x} = F_{m,d,m\acute{a}x} + F_{m,t,m\acute{a}x} = \mu_a \cdot (N_d + N_t) = \mu_a \cdot W_{veh} \quad (7)$$

El coeficiente de adherencia  $\mu_a$  se tomó de la figura 12 para un asfalto medio, seco y con neumáticos nuevos como  $\mu_a = 0.8$

Tabla 6.1. Coeficientes de adherencia  $\mu_a$  (N/N)

Naturaleza y estado de la carretera		Neumáticos	
Naturaleza	Estado	Nuevos	Viejos
Asfalto de grava gruesa	seco	0,9	0,9
	mojado	0,7	0,5
Asfalto medio	seco	0,8	0,8
	mojado	0,65	0,55
Asfalto compacto	seco	0,6	0,6
	mojado	0,65	0,3
Hormigón compacto	seco	1,0	1,0
	mojado	0,7	0,5
Asfalto	fangoso	0,15	0,10
	helado	< 0,10	< 0,10

Figura 12. Coeficientes de adherencia.



Esta limitación demuestra que la máxima fuerza que podrían transmitir los neumáticos es de  $F_{m,máx} = 1176 \text{ kgf}$ .

Ello hace que en la primera marcha, para un rango de revoluciones del motor, comprendidas entre las 2750 rpm y las 6500 rpm, no se pueda transmitir toda la fuerza que proporciona el motor, produciéndose así un truncamiento de la curva de fuerza motriz de la primera velocidad, tal y como se ve en la figura 13.

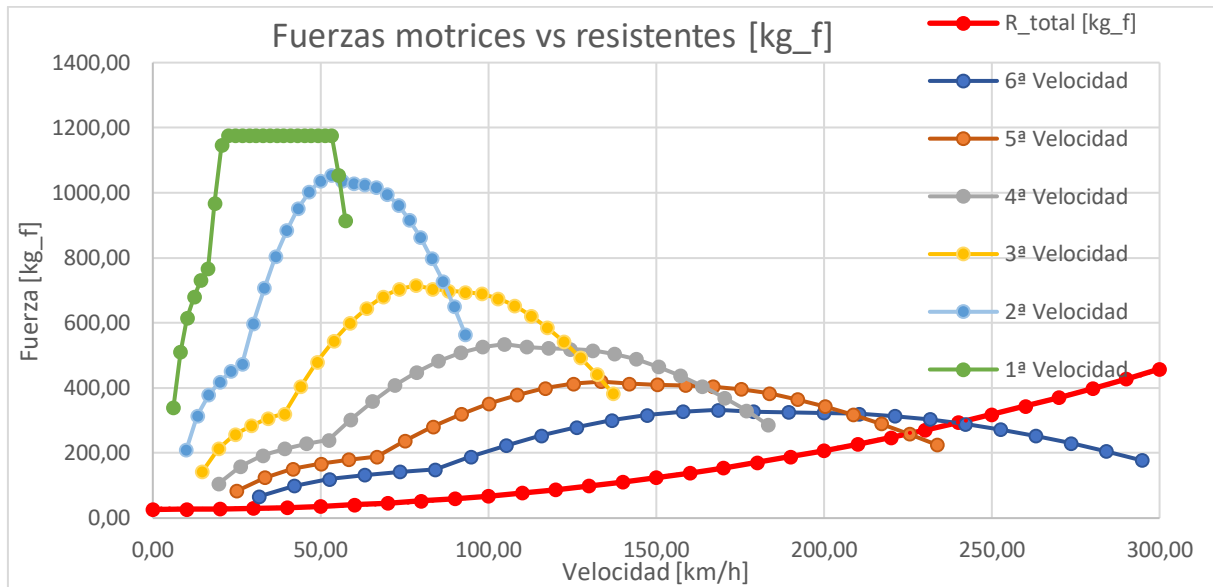


Figura 13. Limitaciones en aceleración y fuerza motriz máxima transmisible: curvas de fuerza motriz.

## 2.6. ACELERACIÓN Y TIEMPOS DE RECUPERACIÓN

La aceleración de un vehículo para una velocidad dada depende de su capacidad de aceleración. La capacidad de aceleración  $C_a$  es la diferencia entre las fuerzas motrices que proporciona el motor del vehículo y las fuerzas resistentes.

$$C_a = F_m - R_t \quad (8)$$

Considerando los elementos con movimiento de rotación presentes en la cadena de transmisión, que producen una resistencia a las variaciones de aceleración debido a su propia inercia, la aceleración  $\gamma$  del vehículo se expresará mediante la siguiente expresión:

$$\gamma = \frac{F_m - R_t}{m_v \cdot (1 + \varepsilon_i)} \quad (9)$$

Los parámetros que intervienen la expresión (9) significan lo siguiente:

$\gamma$	<i>Aceleración del vehículo en <math>m/s^2</math></i>
$m_v$	<i>Masa del vehículo en kg</i>
$\varepsilon_i$	<i>Factor de corrección de la masa por inercias de rotación</i>

Chudakov proporciona una correlación empírica que puede utilizarse para tractores y maquinaria pesada, pero que también es útil como aproximación al vehículo analizado, y que toma el siguiente valor en función de las relaciones de transmisión de la caja de cambios:

$$1 + \varepsilon_i = 1.04 + 0.05 \cdot r_i^2 \quad (10)$$

El tiempo de recuperación  $t$  necesario para pasar desde una velocidad inicial  $V_i$  hasta una velocidad final  $V_f$ , considerando exclusivamente las posibilidades del motor viene dado por la expresión (11).

$$t = \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{\gamma} = \frac{(V_f - V_i)}{\gamma} \quad (11)$$

Dadas las altas prestaciones del vehículo con su configuración original se ha considerado válido suponer que el tiempo utilizado en el embragado, para el cual el vehículo alcanza la velocidad mínima de avance sin calarse es de 0.5 s, tras lo cual el motor ya se encuentra a 2000 rpm. El cambio de marchas no es instantáneo para ninguna de las cajas de cambios analizadas, manual y de doble embrague, ya que al realizar esta operación se debe desembragar el vehículo. No obstante el mecanismo de la caja de doble embrague permite un cambio entre marchas mucho más rápido que el de una caja manual, por lo que se ha estimado un tiempo entre cambio de marchas de 0.3 s para la caja de cambios de doble embrague, mientras que para la caja manual se ha estimado un tiempo de 0.8 s.

Se remite al “Anexo II: Análisis prestacional” para ver las tablas que han permitido el cálculo de los tiempos de recuperación para distintos casos.

La figura 14 muestra un gráfico Velocidad-Tiempo donde se comparan los resultados obtenidos en la aceleración de 0-100-200 km/h, apreciándose las diferencias de tiempo entre ambas configuraciones en cada instante. En esta gráfica se ve claramente que la configuración de la caja de cambios de doble embrague consigue recuperar más rápidamente la velocidad.

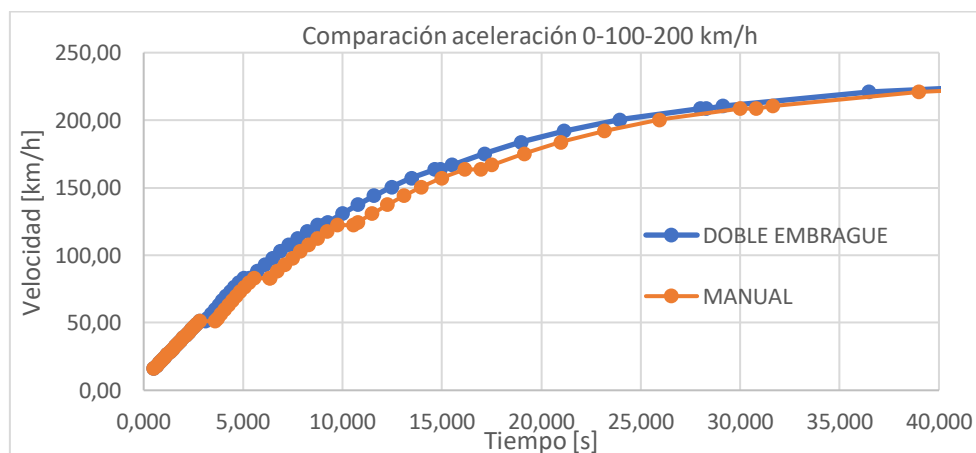


Figura 14. Comparación de aceleración 0-100-200 km/h entre caja de cambios manual y doble embrague.

## 2.7. RESUMEN DE PRESTACIONES

En la tabla 2 se muestra a modo de resumen un recopilatorio con todos los tiempos de recuperación y aceleraciones obtenidos en este análisis, también se ha añadido una columna que cuantifica la mejora en prestaciones que supone la caja de cambios de doble embrague. Esta tabla nos permite hacer una comparación entre las dos configuraciones de la cadena de transmisión analizadas, además de justificar la instalación de una caja de cambios de doble embrague sobre el Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI, que originalmente monta de serie una caja de cambios manual.

DOBLE EMBRAGUE vs MANUAL: COMPARACIÓN DE ACELERACIÓN Y TIEMPOS DE RECUPERACIÓN			
Recuperación [km/h]	DOBLE EMBRAGUE	MANUAL	MEJORA [%]
0 a 100	6,6	7,6	15,15
0 a 200	23,9	26	8,79
60 a 90 (3ª vel)	2,3	2,3	-
60 a 90 (4ª vel)	3,7	3,7	-
60 a 90 (5ª vel)	7,3	7,3	-
60 a 100 (3ª vel)	3,2	3,2	-
60 a 100 (4ª vel)	4,6	4,6	-
60 a 100 (5ª vel)	8,8	8,8	-
80 a 100 (4ª vel)	2,1	2,1	-
80 a 100 (5ª vel)	3,6	3,6	-
80 a 100 (6ª vel)	7,8	7,8	-
80 a 120 (mínimo tiempo) (3ª vel)	3,3	3,3	-
80 a 120 (4ª vel)	4,3	4,3	-
80 a 120 (5ª vel)	6,6	6,6	-
80 a 120 (6ª vel)	13,4	13,4	-
80 a 150 (mínimo tiempo)	7,4	7,9	6,76
80 a 150 (4ª vel)	8	8	-
80 a 150 (5ª vel)	11	11	-
80 a 150 (6ª vel)	19,5	19,5	-
80 a 180 (mínimo tiempo)	13,2	14,2	7,58
80 a 180 (4ª vel)	15	15	-
80 a 180 (5ª vel)	16,4	16,4	-
80 a 180 (6ª vel)	28	28	-

*Tabla 2. Resumen de prestaciones y mejora.*

### 3. DIMENSIONAMIENTO DE LOS ENGRANAJES

En este apartado se desarrolló el cálculo a través del cual se pudo dimensionar los engranajes de la transmisión, cumpliendo con los requisitos establecidos durante el análisis prestacional.

Se utilizarán engranajes cilíndricos de dientes helicoidales, ya que presentan una serie de ventajas frente a los engranajes de dientes rectos, algunas de ellas son:

- Proporcionan una transmisión más suave y silenciosa, por ello se utilizan sustituyendo a los engranajes de dientes rectos cuando las velocidades tangenciales superan los 5 m/s.
- Permiten transmitir cargas más elevadas para una misma anchura, ya que en éstos engrana más de un diente a la vez.
- Además presentan un rendimiento similar a los de dientes rectos cuando la transmisión se realiza entre ejes paralelos como es el caso.

#### 3.1. CÁLCULO A FLEXIÓN

Las hipótesis iniciales para realizar el cálculo son las siguientes:

- Toda la carga se encuentra aplicada sobre un único diente, esto representa la situación más desfavorable para el diente.
- El empuje sobre el diente se produce a lo largo de la generatriz de contacto que es inclinada. La resultante de dicho empuje no actúa en la cabeza del diente, sino hacia el centro, a aproximadamente 2/3 de su altura.
- Este tipo de engranajes se calcula según el módulo normal o de tallado.

La expresión que permite calcular el módulo normal  $M_n$  para que el diente no falle a flexión conociendo el par a transmitir es la siguiente:

$$M_n = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos(\mu)}{1.5}} \quad (12)$$

Donde:

$M_{tc}$	<i>Par torsor corregido en [N · mm]</i>
$\delta$	<i>Coefficiente de rigidez</i>
$Z$	<i>Número de dientes</i>
$y$	<i>Factor de forma del diente o coeficiente de Lewis]</i>
$\sigma_{adm}$	<i>Tensión admisible del material en [MPa]</i>
$\mu$	<i>Ángulo de inclinación del diente en [°]</i>

El método de cálculo consistió en la elección de los diferentes parámetros de esta ecuación para después calcular la tensión admisible mínima necesaria del material para evitar el fallo por flexión. Se elegirá un material y se compararán sus características con las obtenidas en el diseño. El engranaje no fallará por flexión si la tensión de fluencia del material es mayor que la tensión mínima admisible calculada que puede soportar el

material. Se remite al “Anexo III: Cálculo de los engranajes” para ver las tablas que contienen los resultados intermedios y el procedimiento de cálculo de manera detallada.

Algunos de los parámetros geométricos del engranajes, se han fijado en los siguientes valores: un ángulo de inclinación del diente de  $\mu = 30^\circ$ , un ángulo de presión del diente de  $\alpha = 20^\circ$  y un módulo normal  $M_n = 4$ . También se eligió un coeficiente de rigidez  $\delta = 25$  al ser una caja reductora.

El número de dientes que deberían tener los engranajes teniendo en cuenta las relaciones de transmisión obtenidas, las cuales se han aproximado a un valor real que es factible de obtener con la combinación de dientes elegida, se muestra en la tabla 4. También fue clave a la hora de elegir el número de dientes las condiciones de interferencia, que determinaron el número mínimo de dientes del piñón de la primera velocidad.

RELACIONES DE TRANSMISIÓN	RELACIONES REALES
1ª	3,909
2ª	2,410
3ª	1,635
4ª	1,223
5ª	0,960
6ª	0,761

Tabla 3. Relaciones de transmisión teóricas y reales.

DIENTES DE LOS ENGRANAJES												LEYENDA
1ª velocidad	2ª velocidad	3ª velocidad	4ª velocidad	5ª velocidad	6ª velocidad	EJE PRIMARIO						EJE SECUNDARIO
Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12	Dientes
13	51	19	45	24	40	29	35	33	31	36	28	[mm]
Dp_1	Dp_2	Dp_3	Dp_4	Dp_5	Dp_6	Dp_7	Dp_8	Dp_9	Dp_11	Dp_11	Dp_12	Dist_Ejes [mm]
60,04	235,56	87,76	207,85	110,85	184,75	133,95	161,66	152,42	143,18	166,28	129,33	
147,80	147,80	147,80	147,80	147,80	147,80	147,80	147,80	147,80	147,80	147,80	147,80	

Tabla 4. Número de dientes y diámetros primitivos en mm de los engranajes

El cálculo a flexión arrojó que las tensiones que se producen en los engranajes, y por tanto, las tensiones mínimas admisibles para el material del que tendrán que estar formados estos, son las de la tabla 5.

$\sigma_{adm}$ [MPa]											
$\sigma_{adm1}$	$\sigma_{adm2}$	$\sigma_{adm3}$	$\sigma_{adm4}$	$\sigma_{adm5}$	$\sigma_{adm6}$	$\sigma_{adm7}$	$\sigma_{adm8}$	$\sigma_{adm9}$	$\sigma_{adm10}$	$\sigma_{adm11}$	$\sigma_{adm12}$
112,97	82,90	70,84	58,80	53,44	48,11	42,54	41,02	36,72	37,18	33,46	35,11

Tabla 5. Tensiones generadas en los engranajes.

Los resultados obtenidos fueron coherentes dado que en cada pareja de engranajes la mayor tensión resulta en el engranaje que tiene un menor número de dientes (piñón), y además las mayores tensiones se dan para las primeras velocidades, donde el par a transmitir es mayor.

Por tanto fue necesario escoger un material cuya tensión de fluencia sea mayor que 113 MPa.

Finalmente se calculará la anchura mínima necesaria en los engranajes. Cuanto mayor es el ángulo de la hélice para una determinada anchura de cara, mayor es el solape o recubrimiento del diente, y más gradual es la transferencia de carga. Para que la ventaja del recubrimiento de engrane del diente sea importante, la anchura de la cara  $b$  debe ser

$$b \geq 1.15 \cdot P_a \quad (13)$$

Siendo  $P_a$  el paso axial del engranaje, que es la distancia que existe entre los ejes de dos dientes consecutivos medida sobre el cilindro primitivo y en sentido axial. Este se calcula como:

$$P_a = \frac{\pi \cdot M_c}{\operatorname{tg} \mu} = \frac{\pi \cdot M_n / \cos \mu}{\operatorname{tg} \mu} = 25.13 \text{ mm} \quad (14)$$

Y por tanto la anchura mínima de los engranajes habrá de ser:

$$b \geq 2 \cdot \frac{\pi \cdot M_n / \cos \mu}{\operatorname{tg} \mu} = 1.15 \cdot \frac{\pi \cdot 4 / \cos 30}{\operatorname{tg} 30} = 28.90 \text{ mm} \quad (15)$$

### 3.2. CÁLCULO A DESGASTE

Los flancos de los dientes de los engranajes se hallan sometidos a fricción, y a la vez, a una considerable presión para poder transmitir los pares de giro. Esa fricción hace que dichos flancos sufran desgaste con el tiempo al igual que ocurre con cualquier otro componente de máquinas que deslice sobre otro.

Se va a abordar el cálculo a desgaste para resistir un tiempo determinado en horas. Podrá observarse que para una duración razonable en horas, en el cálculo a desgaste se obtiene un tamaño de diente mayor respecto al calculado en flexión.

Cuando las relaciones de transmisión son elevadas, y al igual que ocurre en la flexión, el mayor desgaste lo sufre el piñón o rueda de menor número de dientes y en el pie del diente.

La expresión que permite calcular el módulo normal  $M_n$  para que el diente no falle a desgaste si se conoce el par a transmitir es la siguiente:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos^3(\mu)}{K_r \cdot \operatorname{sen}(2\alpha)} \cdot \frac{1 + r_i}{r_i}} \quad (16)$$

$M_{tc}$

*Par torsor corregido.*

$r_i$

*Relación de transmisión de la marcha  $i$ .*

$\alpha$

*Ángulo de presión del diente.*

$\mu$

*Ángulo de inclinación del diente.*

$K_r$

*Coeficiente de presión de rodadura*

El valor límite del coeficiente de presión de rodadura  $K_{r,adm}$  se calculó en función de las condiciones de trabajo (duración en horas y revoluciones por minuto) y de las propiedades del material (dureza Brinell y módulo elástico o de Young en MPa):

$$K_{r,adm} = 0.677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} \quad (17)$$

En la ecuación (17),  $W$  representa los millones de vueltas del engranaje, o número de veces que se produce el contacto entre dientes, que se calcula de la siguiente manera:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \quad (18)$$

Con estas ecuaciones se pudo obtener la dureza mínima necesaria por los engranajes para que resistieran las hipótesis de duración supuestas en el “Anexo III: Cálculo de los engranajes”.

	DUREZA MÍNIMA NECESARIA [HRC]											
	HRC _1	HRC _2	HRC _3	HRC _4	HRC _5	HRC _6	HRC _7	HRC _8	HRC _9	HRC 10	HRC 11	HRC 12
HIPÓTESIS 1: PAR MÁX	59	31	45	30	39	30	34	31	32	33	30	35
HIPÓTESIS 2: POT MÁX	59	32	43	28	34	25	28	24	22	23	17	23

*Tabla 6. Dureza mínimas necesarias en HRC.*

El mayor valor de dureza necesario se produjo con la hipótesis de potencia máxima en el piñón de la primera velocidad. Se escogió un material con una dureza superior a esta y una tensión admisible superior a la calculada para evitar el fallo por flexión (113 MPa), un F-156, que se trata de un acero de cementación al Cr-Ni-Mo duro. Sus características se muestran en la tabla 7.

F-156	
Tipo de acero – Tratamiento	Acero al Cr-Ni-Mo duro
Resistencia a tracción $R_m$ [kp/mm <sup>2</sup> ]	120
Dureza	60 HRC
$\sigma_{adm}$ [kp/mm <sup>2</sup> ]	42
E [Gpa]	210

*Tabla 7. Material elegido.*

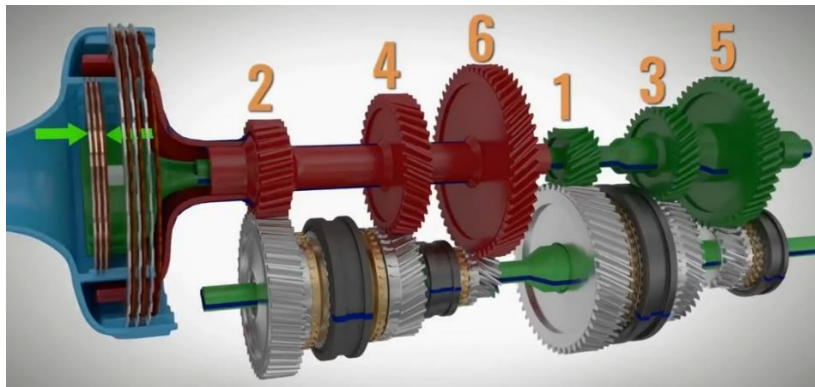
Se remite de nuevo al “Anexo III: Cálculo de los engranajes” para ver las tablas que contienen los resultados intermedios y el procedimiento del cálculo a desgaste de manera detallada.



## 4. CÁLCULO Y DIMENSIONAMIENTO DE LOS EJES

En este apartado se hallaron las solicitaciones que generan los engranajes, para después obtener los diagramas de esfuerzos de los ejes, los cuales permitieron localizar las zonas más solicitadas de los tres ejes que conforman la transmisión de doble embrague, dos de los cuales, el eje primario de las marchas impares y el eje secundario, serán ejes macizos; mientras que el restante, el primario de las marchas pares, será un eje hueco. Con los diagramas de esfuerzos se pudieron calcular las tensiones en los ejes en cada sección, dimensionándolos correctamente para evitar el fallo por resistencia y por fatiga.

La configuración de la caja de cambios y la disposición de los engranajes que se utilizará es la de la figura 15.



*Figura 15. Configuración analizada de caja de cambios de doble embrague y disposición de engranajes.*

### 4.1. CARGAS GENERADAS EN LA TRANSMISIÓN

Para dimensionar los ejes es necesario conocer las cargas que actúan sobre ellos. Estas cargas son generadas por el par que produce el motor y en los engranajes debido a su propia geometría.

En los engranajes cilíndricos helicoidales la carga total  $F_n$  sobre el diente, es normal al perfil de este, y se encuentra localizada sobre la circunferencia primitiva, como se puede observar en la figura 16. Debido a que el diente tiene una determinada inclinación respecto al eje longitudinal del engranaje se generan tres tipos de cargas diferentes en este tipo de transmisiones, estas son las cargas tangenciales  $T$ , que son las motrices que imprimen el movimiento, las cargas radiales  $V$  y las cargas axiales  $A$ . Su dirección puede observarse en la figura 16, mientras que su sentido vendrá determinado por el sentido de inclinación del dentado y por el sentido de giro del eje.



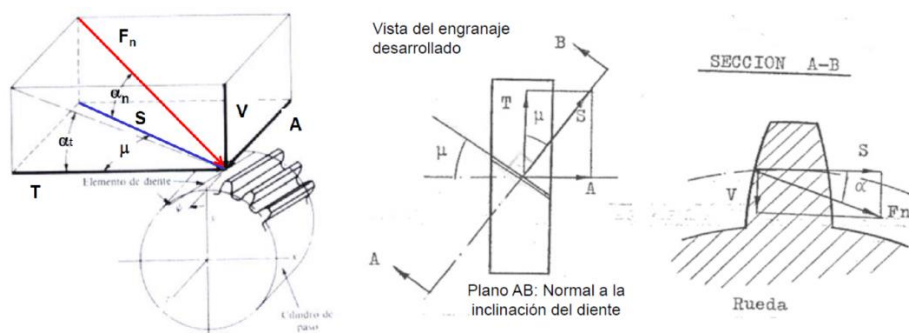


Figura 16. Esquema de cargas generadas en engranajes cilíndricos helicoidales.

Estas cargas se calculan proyectando la fuerza normal  $F_n$  en las tres direcciones cartesianas, sus expresiones son las siguientes:

$$T = \frac{2 \cdot M_t}{D_p} \quad (19)$$

$$A = T \cdot \tan \mu \quad (20)$$

$$V = \frac{T}{\cos \mu} \tan \alpha \quad (21)$$

Donde:

$T$  Fuerza tangencial

$A$  Fuerza axial

$V$  Fuerza radial

Con los datos de diseño obtenidos durante el dimensionamiento de los engranajes se calcularon estas cargas generadas en la transmisión, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

FUERZAS EN LOS ENGRANAJES [N]											
FUERZAS TANGENCIALES (T) [N]											
T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_10	T_11	T_12
13057,00	13057,00	8933,74	8933,74	7072,54	7072,54	5853,14	5853,14	5143,67	5143,67	4715,03	4715,03
FUERZAS AXIALES (A) [N]											
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_10	A_11	A_12
7538,46	7538,46	5157,89	5157,89	4083,33	4083,33	3379,31	3379,31	2969,70	2969,70	2722,22	2722,22
FUERZAS RADIALES (V) [N]											
V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_10	V_11	V_12
5487,55	5487,55	3754,64	3754,64	2972,42	2972,42	2459,94	2459,94	2161,76	2161,76	1981,62	1981,62

Tabla 8. Cargas generadas en los engranajes en N.

La carga tangencial  $T$  produce en el eje torsión respecto al eje X y flexión respecto al plano XZ, según los ejes de la figura 17. La carga radial  $V$  produce flexión en un plano

perpendicular al anterior, el XY según la figura 17, y la carga axial  $A$  produce por una parte flexión en el mismo plano que la carga radial  $V$ , y por otra compresión o tracción.

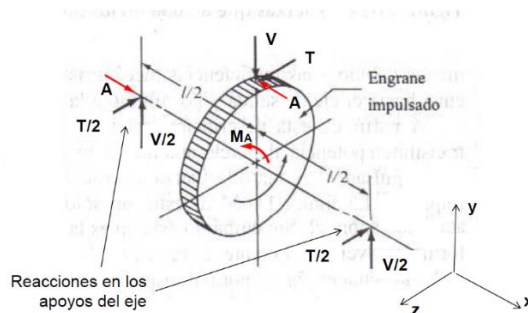


Figura 17. Tipos de esfuerzos sobre los ejes según el tipo de carga.

Como se ha comentado, la flexión producida por la carga axial  $A$  genera un par de giro sobre el eje, dado que la fuerza axial se encuentra aplicada en el diámetro primitivo del engranaje y no en el centro del eje. Para analizar los esfuerzos trasladaremos esta fuerza axial al centro del eje, y para que siga siendo equivalente se añadirá un momento puntual en el punto en el que se encuentra el engranaje. Entonces, este momento puntual se calculará como:

$$M_A = A \cdot \frac{D_p}{2} \quad (22)$$

Estos momentos puntuales se muestran en  $N \cdot mm$  en la tabla 9.

MOMENTOS DEBIDOS A EMPUJE AXIAL ( $M_A$ ) [ $N \cdot mm$ ]					
$M_A_1$	$M_A_2$	$M_A_3$	$M_A_4$	$M_A_5$	$M_A_6$
226321,31	887875,89	226321,31	536024,14	226321,31	377202,18
$M_A_7$	$M_A_8$	$M_A_9$	$M_A_{10}$	$M_A_{11}$	$M_A_{12}$
226321,31	273146,40	226321,31	212604,86	226321,31	176027,68

Tabla 9. Momentos puntuales equivalentes debidos a empuje axial.

## 4.2. CÁLCULO RESISTENTE

Una vez halladas todas las fuerzas que se generan en la transmisión se pudo proceder a calcular los diagramas de esfuerzos permitieron identificar la sección más desfavorable del eje, calcular las tensiones producidas en esas secciones y con ello obtener las especificaciones mínimas necesarias del material en el que deberá fabricarse el eje.

El procedimiento de cálculo seguido fue el de fijar un diámetro para el eje y calcular las tensiones que se producen en el punto más desfavorable de la sección más desfavorable. Esto se hizo con las 6 velocidades que posee la transmisión, para así determinar el caso que produce unas mayores tensiones sobre el eje y con ello poder elegir un material que según la teoría de cortante máximo y con un coeficiente de seguridad de  $C_s = 2$  produzca unas tensiones inferiores a las que se dan en los ejes.

La obtención de los diagramas de esfuerzos se realizó con el programa de elementos finitos MEFI. Se mostrará únicamente los diagramas de esfuerzos de la sección más desfavorable del eje secundario, que se produce con la primera velocidad engranada. Para

poder visualizar el resto de ellos se remite al “Anexo IV: 4.2. Cálculo resistente”. Las unidades de los valores mostrados en los diagramas de esfuerzos son  $N$  para los esfuerzos axiales y cortantes y los momentos flectores y torsores en  $N \cdot mm$ .

#### 4.2.1. EJE SECUNDARIO

En el eje secundario se pusieron tres apoyos con el objetivo de reducir la flexión sobre el eje, dos de los cuales, el final y el intermedio son capaces de absorber las cargas axiales y radiales, mientras que el apoyo inicial solo será capaz de absorber carga radial.

La longitud del eje se calculó como una distancia entre centros de engranajes que se fijó en 100 mm, a excepción de la distancia entre los engranajes de la sexta y la primera marcha que se fijaron en 120 mm para dejar más espacio al rodamiento que va en esa posición. Estas distancias se escogieron en ese preciso valor para dejar un espacio necesario entre los engranajes que permitiera colocar los sincronizadores, el rodamiento intermedio del eje secundario y el rodamiento final del eje primario exterior que porta las marchas pares, ya que la anchura mínima de los engranajes ha de ser de 28.90 mm, calculada anteriormente. A estas distancias entre centros de engranajes se le sumaron las dos distancias que existen desde el centro del primer y último engranaje que hay en los ejes al centro de los rodamientos de los extremos, los cuales constituyen los apoyos. Esta última distancia de la que se ha hablado se fijó en 60 mm para dejar un hueco, ya que la mitad del engranaje ha de ocupar unos 14.45 mm. Finalmente fue necesario dejar un espacio en el eje donde se pudiera incorporar la conexión de salida hacia el grupo cónico, este espacio se fijó en 100 mm. Con ello, la longitud para el eje secundario fue de 740 mm. En la siguiente figura se muestra un esquema con las cotas del eje secundario:

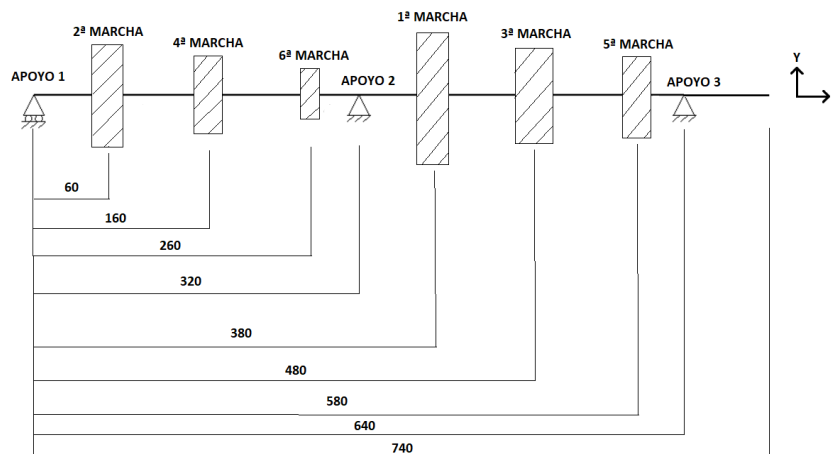


Figura 18. Cotas del eje secundario.

#### DIAGRAMAS DE ESFUERZOS.

##### PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la primera velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 7538.46 \text{ N} \\ V = 5487.55 \text{ N} \end{cases} \rightarrow F_{res} = 9324.25 \text{ N}$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante  $F_{res}$  calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 19.

Además como se ha dicho previamente, al trasladar la fuerza axial al centro del eje se produce un momento puntual calculado en la tabla 9, y cuyo valor es  $M_A = 887875.89 \text{ N} \cdot \text{mm}$ .

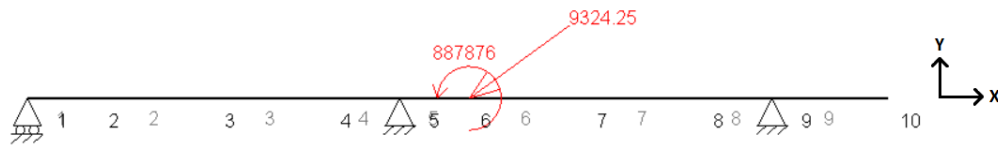


Figura 19. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

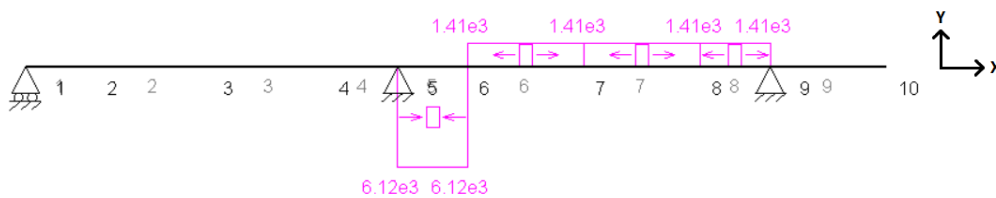


Figura 20. Diagrama de esfuerzos axiales en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

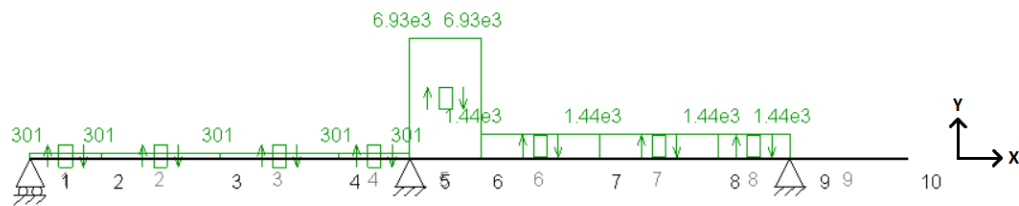


Figura 21. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

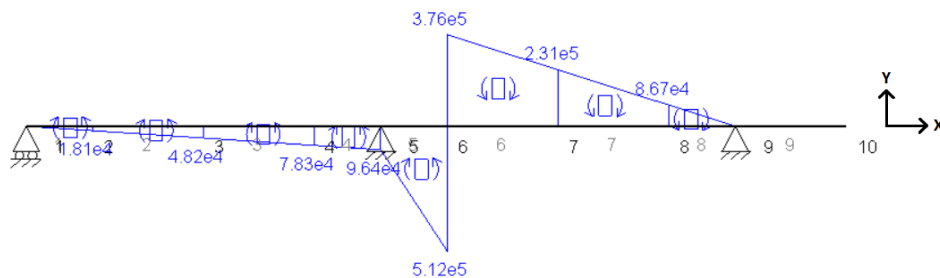


Figura 22. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

## PLANO XZ

Cuando la primera velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es:

$$T = 13057 \text{ N}$$



Figura 23. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

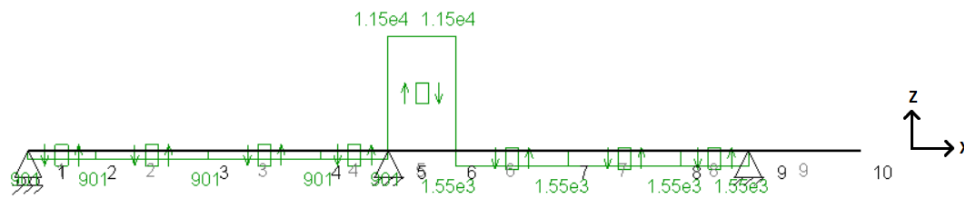


Figura 24. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

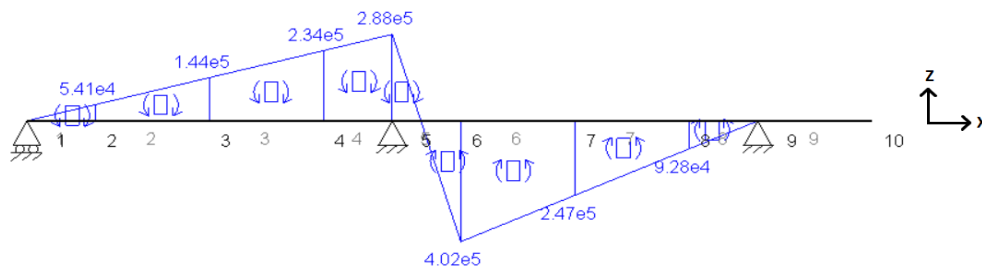


Figura 25. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

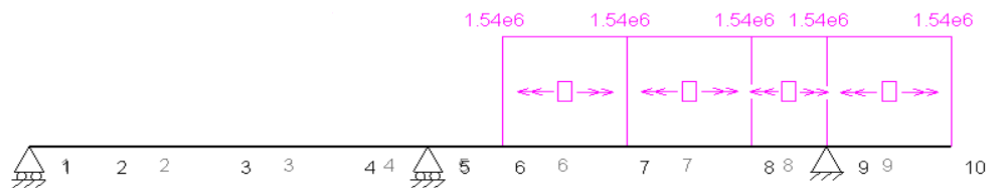


Figura 26. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

Se puede concluir que la sección 6, donde se encuentra el engranaje de la primera velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{cases} N = 6120 \text{ N} & M_{f,xy} = 512000 \text{ N} \cdot \text{mm} \\ M_t = 1540000 \text{ N} \cdot \text{mm} & M_{f,xz} = 402000 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{cases}$$

#### 4.2.2. EJE PRIMARIO EXTERIOR (HUECO)

El eje primario exterior es un eje hueco concéntrico con el eje primario interior, que porta las marchas pares. En él se pusieron dos apoyos. El apoyo inicial tolera cargas tanto radiales como axiales, mientras que el apoyo final absorbe únicamente esfuerzos radiales.

Las dimensiones de este eje se definieron en conjunción con las ya establecidas en el eje secundario, dado que los engranajes tienen que estar colocados en las posiciones exactas para que puedan engranar con los del eje secundario.

De esta manera las distancias entre engranajes siguieron siendo de 100 mm, aunque para la colocación del engranaje de la sexta velocidad se tuvo en cuenta que tiene que estar separado 120 mm del engranaje de la primera velocidad del eje primario hueco.

El primer apoyo de este eje se situó 60 mm por delante del piñón de la primera velocidad y el último 60 mm por detrás del engranaje de la sexta velocidad.

Además se dejaron 150 mm extra en la parte inicial del eje, los cuales serán necesarios para realizar la conexión con el embrague.

En la figura 27 se puede visualizar fácilmente y de una manera clara las cotas que se han explicado con anterioridad y que compondrán el eje primario interior que porta las marchas impares.

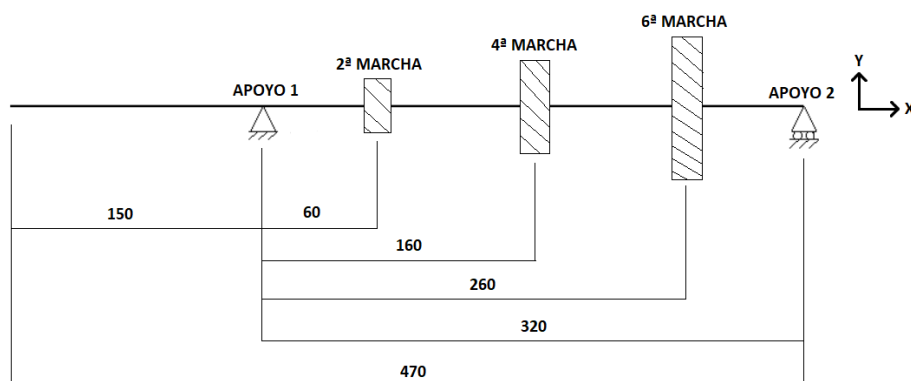


Figura 27. Esquema de cotas del eje primario exterior.

#### 4.2.3. EJE PRIMARIO INTERIOR (MACIZO)

El eje primario interior es un eje macizo que porta las marchas impares. En él se pusieron tres apoyos con el objetivo de reducir la flexión del eje. El apoyo inicial y el intermedio permiten absorber únicamente esfuerzos radiales, mientras que el apoyo final puede manejar cargas tanto radiales como axiales.

Las distancias entre engranajes seguirán siendo de 100 mm, aunque para la colocación del engranaje de la primera velocidad se tendrá en cuenta que tiene que estar separado 120 mm del engranaje de la sexta velocidad del eje primario hueco.

El primer apoyo de este eje estará situado 40 mm por delante del apoyo del eje primario hueco que porta las marchas pares, para así dejar espacio para la colocación del rodamiento. El segundo apoyo se encontrará a 300 mm del anterior, estando justo debajo

de la sexta velocidad. El último apoyo estará situado a 60 mm del centro del engranaje de la quinta velocidad, última rueda que compone este eje.

Por último se han dejado 150 mm extra en la parte inicial del eje, los cuales serán necesarios para realizar la conexión con el embrague. Además los 40 mm que se han dejado desde el primer apoyo del eje primario impar al primer apoyo del eje primario par permitirán que la zona de conexión a embrague de este eje interior sobresalga respecto a la del otro eje exterior a este.

En la figura 28 se pueden visualizar las cotas del el eje primario interior.

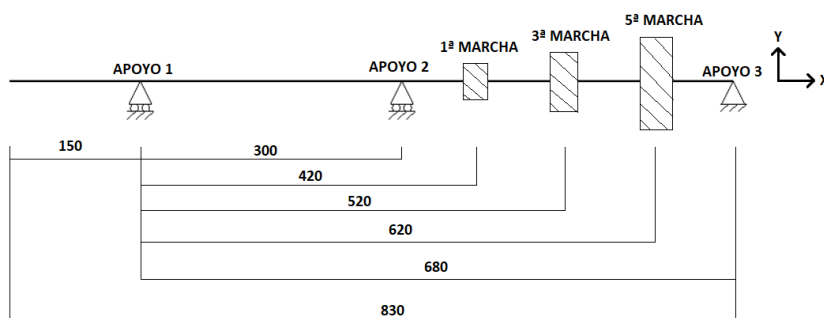


Figura 28. Cotas del eje primario interior.

#### 4.3.4. CÁLCULO DE TENSIONES EN LOS EJES

Una vez conocidos todos los diagramas de esfuerzos del eje secundario, se pasó a identificar la sección más desfavorable con cada una de las marchas engranadas. Las mayores tensiones son debidas al momento flector, aunque no hay que dejar de lado las tensiones que produce el esfuerzo axil y el momento torsor ya que también pueden ser considerables. Por ello las secciones donde se produzca mayor flector o axil serán susceptibles de ser la más desfavorable.

Se calculó en el punto más desfavorable de la sección, el punto Q, donde se suma el efecto de las tensiones normales producidas por el axil y el flector, esto se produce en el diámetro exterior de la sección, como se puede observar en la figura 29. Además en el diámetro exterior también se producen las máximas tensiones de torsión, mientras que la tensión de cortadura en el punto más desfavorable de la sección, el diámetro exterior, es nula.

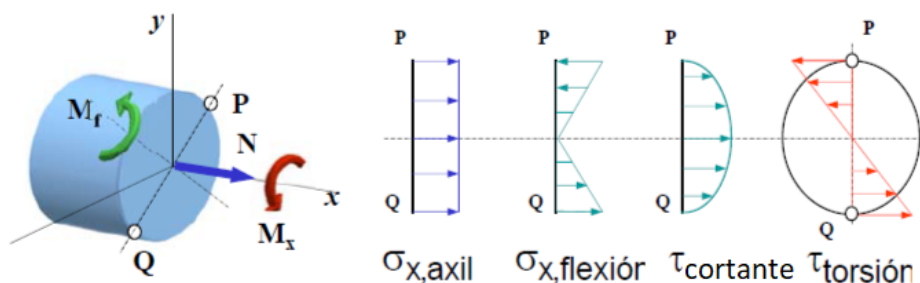


Figura 29. Estado de tensiones de los ejes.

El cálculo de tensiones se hizo bajo la teoría de cortante máximo, que establece que el valor máximo de las tensiones cortantes se calcula según la ecuación (23):

$$\tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \quad (23)$$

$\sigma_x$  Tensión normal máxima en la sección.

$\tau_{xy}$  Tensión cortante máxima en la sección.

La tensión cortante máxima admisible que es capaz de soportar el material se calcula con la ecuación (24):

$$\tau_{m\acute{a}x,adm} = \frac{\sigma_F}{2 \cdot C_s} \quad (24)$$

$\sigma_F$  Tensión de fluencia del material.

$C_s$  Coeficiente de seguridad.

Igualando las ecuaciones (23) y (24) se obtuvo el valor mínimo de la tensión de fluencia que ha de tener el material del eje para cumplir con un coeficiente de seguridad que se ha fijado en  $C_s = 2$ .

Los diámetros fijados para los ejes fueron:

- Eje primario interior  $\rightarrow \phi = 40 \text{ mm}$
- Eje primario exterior  $\rightarrow \phi_{ext} = 80 \text{ mm}$  y  $\phi_{int} = 70 \text{ mm}$
- Eje secundario  $\rightarrow \phi = 45 \text{ mm}$

Se calculó bajo la hipótesis de par máximo que puede proporcionar el motor, ya que son las condiciones más desfavorables a las que se puede enfrentar la transmisión. El par motor máximo es de  $392 \text{ N} \cdot \text{m}$  a  $4000 \text{ rpm}$ . El procedimiento completo para calcular las tensiones y los resultados intermedios se encuentran en el Anexo IV: 4.2. Cálculo resistente”

Las tablas 10, 11 y 12 muestran las tensiones obtenidas en las secciones en las que se sitúan los engranajes, así como la mínima tensión de fluencia necesaria en el material de los ejes para resistir estas tensiones con un  $C_s = 2$ .

EJE PRIMARIO INTERIOR (MARCHAS IMPARES)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
$\tau_{\text{max}}$ [MPa]	77,32	61,23	39,44
$C_s$	2,00	2,00	2,00
$\sigma_{\text{fluencia}}$ [MPa]	309,28	244,90	157,77

Tabla 10. Tensiones en el eje primario interior.

EJE PRIMARIO EXTERIOR (MARCHAS PARES)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
$\tau_{\text{max}}$ [MPa]	18,47	17,65	12,11
$C_s$	2,00	2,00	2,00
$\sigma_{\text{fluencia}}$ [MPa]	73,89	70,61	48,46

Tabla 11. Tensiones en el eje primario exterior.



EJE SECUNDARIO						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
$\tau_{\max}$ [MPa]	94,10	59,90	49,65	38,73	28,67	21,62
Cs	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
$\sigma$ fluencia [MPa]	376,40	239,61	198,58	154,91	114,69	86,47

Tabla 12. Cálculo de tensiones en el eje secundario.

La situación donde se produjeron unas mayores tensiones fue con la primera velocidad engranada en el eje secundario, con  $\tau_{\max} = 94.10 \text{ MPa}$ . Ello hace que el material que deba tener este eje deba ser el de mayor calidad con al menos una tensión de fluencia de  $\sigma_F = 376.40 \text{ MPa}$ .

En los otros ejes las mayores tensiones desarrolladas son:

- Para el eje primario interior las mayores tensiones también se dan para la primera velocidad engranada. La tensión de fluencia necesaria en el material para este eje fue de  $\sigma_F \geq 309.28 \text{ MPa}$ .
- Para el eje primario exterior las mayores tensiones se dan para la segunda velocidad engranada. La tensión de fluencia necesaria en el material para este eje fue de  $\sigma_F \geq 73.89 \text{ MPa}$ .

Visto que las necesidades de material en los distintos ejes son diferentes, se escogieron materiales diferentes con el fin de abaratar el precio de compra de estas materias primas.

Los materiales fueron extraídos de un catálogo de fabricante de aceros, del que se tomaron los peores datos posibles para una mayor seguridad. Recortes de este catálogo se encuentran en el “Anexo IV: 4.2 Cálculo resistente”

Para el eje primario interior y el secundario se escogió un acero aleado AISI/SAE 4340 en estado redondo para después poder ser mecanizado, con una tensión de fluencia de:

$$\sigma_F = 60 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} = 588 \text{ MPa}$$

Para el eje primario exterior se escogerá un acero al carbono AISI/SAE 1020 en forma de redondo para después poder ser mecanizado. Este acero presenta una tensión de fluencia de:

$$\sigma_F = 27 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} = 264.6 \text{ MPa}$$

#### 4.4. CÁLCULO A FATIGA

El ciclo de fatiga que se produce en los ejes viene determinado por la variación de las tensiones entre el punto P y Q según la figura 29. Las máximas tensiones que se dan en el ciclo son las que existen en el punto Q, donde la tensión normal debida a momento flector y a axil tienen el mismo sentido y por tanto suman sus contribuciones, mientras que en el punto P tienen signos distintos, y por tanto la tensión es menor.

El cálculo a fatiga se realizó utilizando el método de ajuste logarítmico-logarítmico o lineal-logarítmico, con el cual se obtuvo el número de ciclos hasta la rotura de la pieza

según la ecuación (25). Se remite al “Anexo IV: 4.3. Cálculo a fatiga” para consultar el procedimiento y los resultados intermedios necesarios para calcular la vida de los ejes.

$$\sigma_a = A \cdot (2N)^B \rightarrow VIDA = 2N = \left( \frac{S_e^{eq}}{A} \right)^{\frac{1}{B}} \quad (25)$$

Donde

$\sigma_a$  Tensión alternante o amplitud de tensión.

$2N$  Número de ciclos hasta la rotura.

Los ejes fueron calculados según el criterio de vida infinita ( $10^7$  ciclos), requiriendo que estos tengan un coeficiente de seguridad mínimo de al menos  $C_s = 1.5$ . Los resultados arrojados en primera instancia para los diámetros anteriormente propuestos no resultaron favorables en algunas de las secciones, es por ello que se aumentó el diámetro de los ejes, consiguiendo así reducir las tensiones que se producían en ellos. Además para evitar sobredimensionamientos en algunas zonas de los ejes, se optó finalmente por que estos tuvieran distintos diámetros en las diferentes secciones. El ajuste de los diámetros se hizo iterativamente una hoja Excel que se programó. Los valores de estos se encuentran en las tablas 13, 14 y 15.

EJE SECUNDARIO (CÁLCULO RESISTENTE)(En las secciones de cada engranaje)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
D, $\Phi_{ext}$ [mm]	60	55	50	45	45	45

Tabla 13. Diámetros en eje secundario tras optimización.

EJE PRIMARIO INTERIOR (MARCHAS IMPARES)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
D, $\Phi_{ext}$ [mm]	50	45	40

Tabla 14. Diámetros en eje primario interior tras optimización.

EJE PRIMARIO EXTERIOR (MARCHAS PARES)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
D, $\Phi_{ext}$ [mm]	75	80	75
d, $\Phi_{int}$ [mm]	65	70	70

Tabla 15. Diámetros en eje primario exterior tras optimización.

El número de ciclos que pueden dar los ejes hasta su fallo por fatiga y los coeficientes de seguridad a fatiga, se encuentran en las tablas 16, 17 y 18.

VIDA (EJE SECUNDARIO)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
VIDA [Nº Ciclos]	37159 358	153594 4916	2759690533 981710	7160867 2380	711594534266163 00000000	9731440 97739
Cs, fatiga	1,79	3,28	33,63	6,10	531,32	9,30

Tabla 16. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario tras la optimización.

VIDA (EJE PRIMARIO INTERIOR)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
VIDA [Nº Ciclos]	41511072	61118171894	9933997590
Cs, fatiga	1,81	2,99	2,35

Tabla 17. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje primario interior tras la optimización.

VIDA (EJE PRIMARIO EXTERIOR)(SECCIÓN ENGRANAJE 6ª)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
VIDA [Nº Ciclos]	13773486251873	1163327360088	32454111
Cs, fatiga	8,84	6,37	1,59

Tabla 18. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje primario exterior tras la optimización.

Se recalcularon también los coeficientes de seguridad a resistencia de los ejes con las nuevas dimensiones de los ejes. Estos se muestran en las tablas 19, 20 y 21.

EJE SECUNDARIO (CÁLCULO RESISTENTE)(En las secciones de cada engranaje)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
D, $\Phi_{ext}$ [mm]	60	55	50	45	45	45
Cs	7,39	8,93	8,12	7,59	10,25	13,60

Tabla 19. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje secundario tras optimización.

EJE PRIMARIO INTERIOR (MARCHAS IMPARES)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
D, $\Phi_{ext}$ [mm]	50	45	40
Cs	7,36	6,82	7,45

Tabla 20. Coeficientes de seguridad a resistencia en el eje primario interior tras optimización.

EJE PRIMARIO EXTERIOR (MARCHAS PARES)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
D, $\Phi_{ext}$ [mm]	75	80	75
d, $\Phi_{int}$ [mm]	65	70	70
Cs	9,27	11,10	7,77

Tabla 21. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje primario exterior tras optimización.

Estos coeficientes de seguridad a resistencia son un poco altos, pero esto es necesario si se quiere que los ejes aguanten a vida infinita en fatiga con un  $C_s = 1.5$ .

## 5. SELECCIÓN DE RODAMIENTOS

El proceso de selección de los rodamientos y los cálculos pertinentes se han desarrollado en el “Anexo V: Selección de rodamientos”.

Para escoger los rodamientos en cuestión se han de saber las cargas que estos han de absorber. Estas se tomaron de los diagramas de esfuerzos en las secciones de los apoyos.

Los rodamientos han de soportar las fuerzas axiales  $F_a$  y radiales  $F_r$  a las que están sometidos. Las fuerzas axiales son las mismas que los esfuerzos axiales "A" de los diagramas de esfuerzos, mientras que la fuerzas radiales son las resultantes de los esfuerzos cortantes "V" en los dos planos analizados, XY y XZ.

$$F_r = \sqrt{V_y^2 + V_z^2} \quad (26)$$

La carga dinámica "C" admisible en cada rodamiento es la carga que permite el rodamiento para una sollicitación puramente radial o axial, normalmente en la práctica sobre un rodamiento actúan simultáneamente cargas radiales y axiales combinadas dando lugar a una resultante que puede tener una dirección cualquiera. Es preciso entonces determinar una carga equivalente "P" que produzca el mismo efecto que esas cargas combinadas en cualquier dirección.

Esta carga equivalente "P" se calculó según la siguiente ecuación:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a \quad (27)$$

Donde X e Y son los coeficientes radial y axial del rodamiento respectivamente. Para cargas puramente radiales, es decir,  $F_a = 0$ , el coeficiente radial X será la unidad, mientras que el coeficiente axial Y será nulo y por tanto resultará  $P = F_r$ . Para cargas puramente axiales ocurrirá lo contrario, resultando  $P = F_a$ .

Es necesario determinar la vida del rodamiento en millones de vueltas, ello se hizo con la ecuación (28).

$$L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \quad (28)$$

Donde

$L_h$

*Duración en horas del funcionamiento*

$n$

*Velocidad angular del rodamiento en rpm*

Se estimó previamente una duración de los rodamientos de unas 3000 horas tal y como se hizo en el apartado de cálculo de los engranajes a 4000 rpm. Con ello queda que los millones de vueltas que tendrán que dar los rodamientos es de  $L = 720$  Millones de vueltas.

Con la duración en millones de vueltas y la carga equivalente se pudo hallar la capacidad de carga necesaria en el rodamiento mediante la ecuación (29), sabiendo que el factor a



toma el valor  $a = 3$  para rodamientos radiales y axiales de bolas y  $a = 10/3$  para rodamientos radiales y axiales de rodillos.

$$C = P \cdot L^{1/a} \quad (29)$$

Siguiendo este proceso, que se detalla en el “Anexo V: Selección de rodamientos”, se seleccionaron los siguientes rodamientos de los catálogos de los fabricantes FAG y SKF:

Para el eje primario interior:

- APOYO 1: Rodamiento rígido de bolas FAG 6010.
- APOYO 2: Rodamiento de agujas NK 50/25 TN.
- APOYO 3: Rodamiento FAG 22310E.

Para el eje primario exterior:

- APOYO 1: Rodamiento de rodillos oscilantes FAG 21315E.TPVB.
- APOYO 2: Rodamiento rígido de bolas FAG 6215.

Para el eje secundario:

- APOYO 1: Rodamiento rígido de bolas FAG 6311.
- APOYO 2: Rodamiento oscilante de rodillos FAG 22312E.
- APOYO 3: Rodamiento rígido de bolas FAG 6410.

## 6. MODELADO Y SIMULACIÓN

El objetivo de este apartado fue el de crear un modelo en un programa CAD, en este proyecto el programa utilizado será SolidWorks. Con este modelo será posible el cálculo de los engranajes, comprobando los resultados previos, y asegurándonos así de la validez de estos. Además también será posible la extracción de planos de las diferentes piezas diseñadas.

Las piezas que se van a dibujar en SolidWorks son los doce engranajes que componen las seis velocidades de la caja de cambios, así como los tres ejes que los alojan.

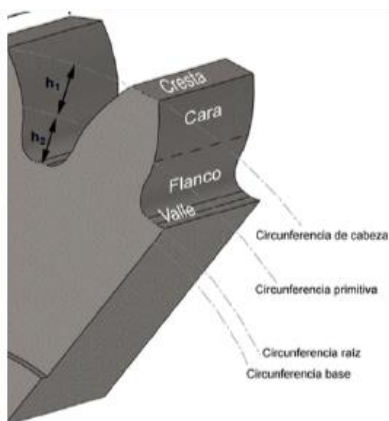
Los pasos intermedios, así como los resultados intermedios se encuentran en el “Anexo VI: Modelado y Simulación”.

### 6.1. MODELADO DE LOS ENGRANAJES.

#### 6.1.1. MAGNITUDES FUNDAMENTALES.

Para poder dibujar los engranajes en el programa SolidWorks fue necesario definir previamente algunas de las magnitudes fundamentales de los engranajes y de las cuales no se había hablado todavía, estas son:

- Diámetro primitivo: es el diámetro de la circunferencia primitiva. Con respecto a él se determinan todas las características que definen los diferentes elementos de los dientes de un engranaje.
- Diámetro exterior: diámetro que forma la circunferencia de cabeza del diente.
- Diámetro interior: diámetro de la circunferencia del pie o raíz del diente.



*Figura 30. Magnitudes fundamentales del engranaje: Diámetros fundamentales de un engranaje.*

Estas magnitudes se pueden observar en la figura 30. De esta misma figura se puede observar que tanto el diámetro interior como el exterior se obtienen a través del diámetro primitivo según las magnitudes  $h_1$  y  $h_2$ . Estas se conocen como addendum y dedendum respectivamente, y su valor es el siguiente:

$$h_1 = M \quad (30)$$

$$h_2 = 1.25 \cdot M \quad (31)$$

Los diámetros interiores y exteriores de los engranajes son por tanto:

$$D_e = D_p + 2 h_1 \quad (32)$$

$$D_i = D_p - 2 h_2 \quad (33)$$

Con estas ecuaciones se calcularon los distintos diámetros de los 12 engranajes, dado que el módulo (constante para todos los engranajes) y los diámetros primitivos ya fueron definidos en el apartado del cálculo de los engranajes.

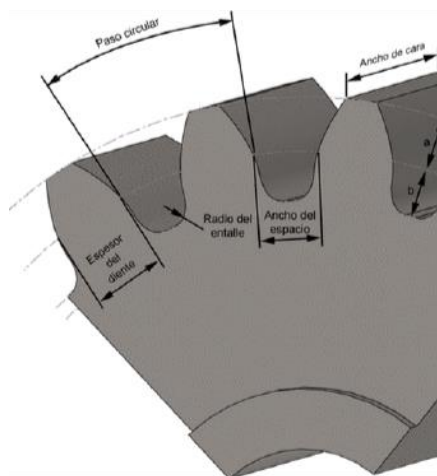
Otra magnitud fundamental es el paso circunferencial, necesario para calcular el espesor del diente. Este se calcula según la ecuación (34).

$$P_c = \pi \cdot M_c = \pi \cdot \frac{D_p}{Z} = \pi \cdot 4.62 = 14.51 \text{ mm} \quad (34)$$

Teóricamente si los dientes fuesen contruidos con la geometría perfecta, el espesor de diente y el ancho de espacio medidos en la circunferencia primitiva deberían coincidir en un valor igual a la mitad del paso circunferencial, pero en la práctica esto no es posible. Por ello y para evitar el fenómeno del acunamiento se corrigen estas medidas, el valor del espesor del diente se toma un poco menor a la mitad del paso circunferencial y el del ancho de espacio se toma un poco mayor, en concreto sus dimensiones se calculan como:

$$e_1 = \frac{39}{80} \cdot P_c = 7.07 \text{ mm} \quad (35)$$

$$e_2 = \frac{41}{80} \cdot P_c = 7.44 \text{ mm} \quad (36)$$



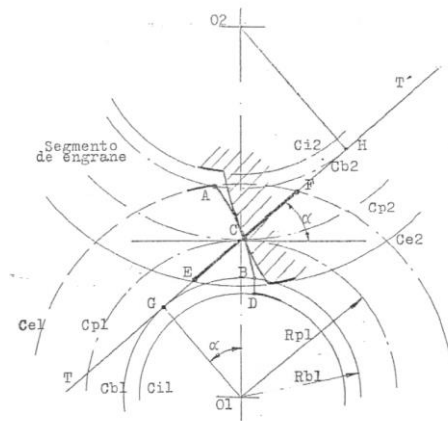
*Figura 31. Magnitudes fundamentales del engranaje: Paso circular, espesor de diente y ancho de espacio.*

### 6.1.2. PERFIL DE LOS DIENTES.

Los engranajes se pueden generar con dos perfiles geométricos que se engendran de forma diferente, estos son el perfil evolvente y el cicloidal. En este caso se utilizó el perfil evolvente ya que presenta algunas ventajas frente al cicloidal, algunas de ellas son:

- Desgaste uniforme en todo el diente.
- Una rueda cualquiera puede engranar con todas aquellas que posean mismo módulo o paso circular y mismo ángulo de presión.
- La distancia entre ejes puede variarse ligeramente, mientras que con el perfil cicloidal ha de ser precisa.
- El tallado de los dientes es más simple.

En los engranajes de perfil evolvente una recta genera el perfil del diente al apoyarse sin deslizar sobre una circunferencia. Esta circunferencia se conoce como circunferencia base y tiene un radio inferior a la circunferencia primitiva. Un perfil evolvente puede observarse en la figura 32 a modo de ejemplo.



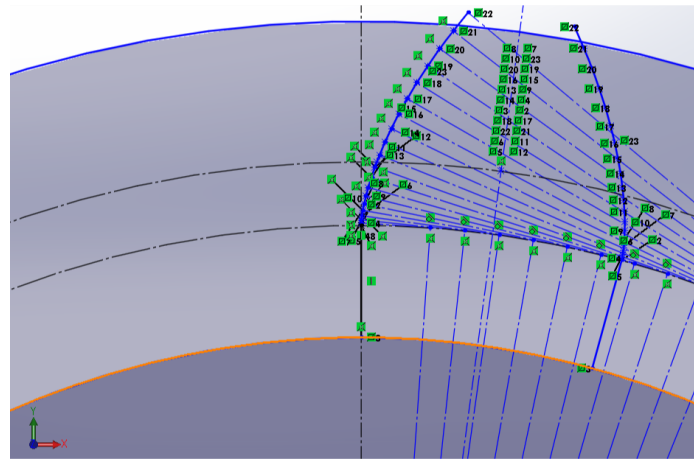
*Figura 32. Perfil evolvente tipo.*

El diámetro de la circunferencia base se calculó como el diámetro primitivo por el coseno del ángulo de presión:

$$D_b = D_p \cdot \cos \alpha \quad (37)$$

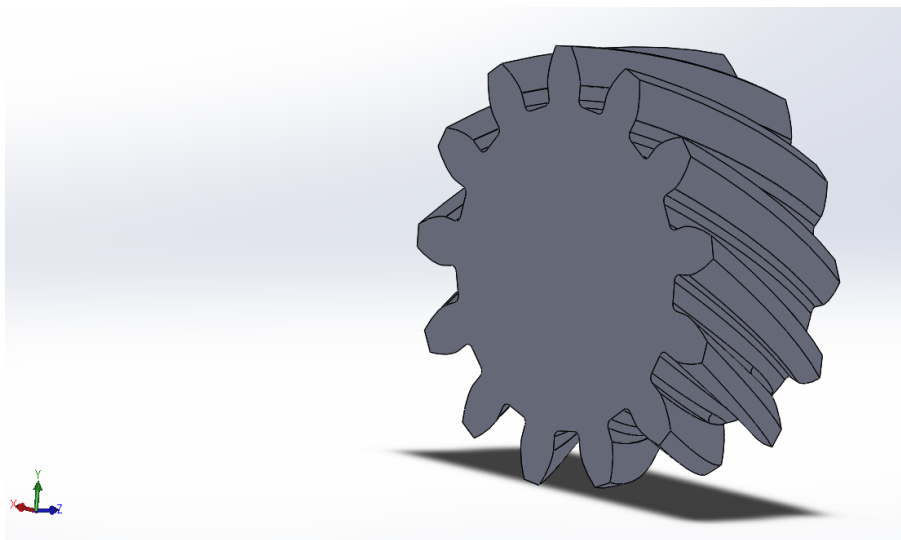
La línea de engrane es el lugar geométrico de todos los puntos donde se produce el contacto entre los flancos de los dientes del piñón y la rueda. Con los diámetros base calculados se pudo empezar a construir el perfil del diente. Este se generó a través de unas rectas tangentes a la circunferencia base, de longitud igual a la del arco de la circunferencia base resultante para cada uno de los ángulos que se escogieron para generar el perfil del diente. El perfil del diente que se obtuvo es el de la figura 33.





*Figura 33. Perfil del diente.*

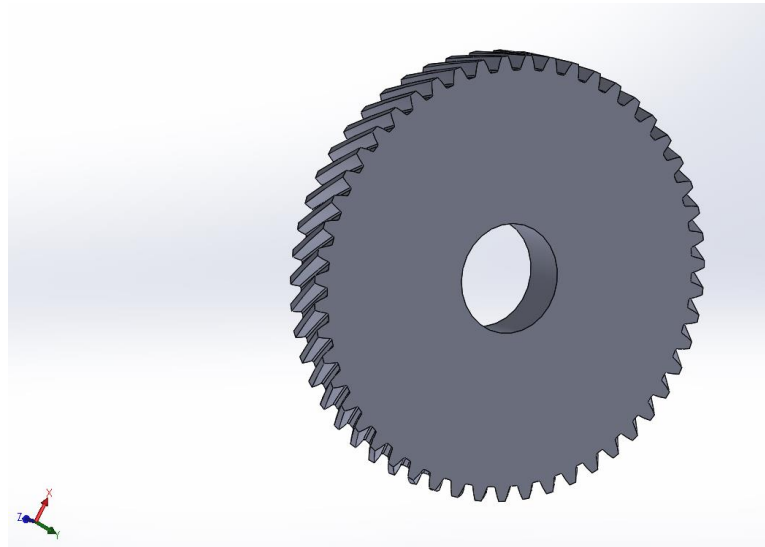
Tras las distintas operaciones realizadas en SOLIDWORKS, que se detallan en el “Anexo VI: Modelado y Simulación”, se obtuvo el modelo del engranaje de la primera velocidad perteneciente al eje primario interior y que puede observarse en la figura 34. Repitiendo estas operaciones se obtuvieron los demás engranajes.



*Figura 34. Resultado del modelado de un engranaje helicoidal.*

En este engranaje en particular, el de la primera velocidad, no hizo falta realizar un agujero donde se pueda alojar el eje primario interior, debido a que el engranaje irá tallado en el propio eje primario interior.

Otros engranajes modelados no hará falta que vayan mecanizados sobre el eje. Es por esto que será necesario realizarles un agujero donde se pueda alojar el eje. En la figura 35 se muestra uno de los engranajes en los que se ha realizado esto, en particular el de la primera velocidad del eje secundario.

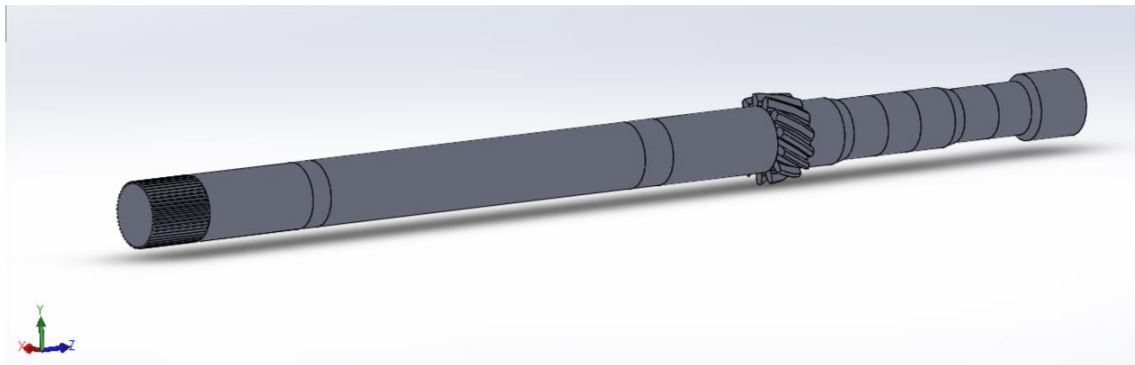


*Figura 35. Engranaje de la primera velocidad del eje secundario.*

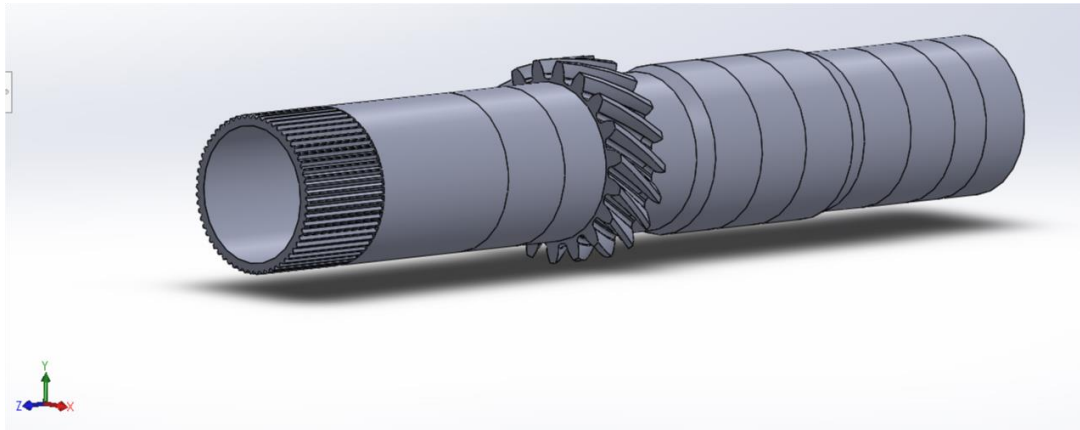
## 6.2. MODELADO DE LOS EJES.

Como se ha comentado previamente, el engranaje de la primera velocidad necesitará ir tallado en el eje primario interior, conformando todo una sola pieza. Lo mismo ocurrió con el engranaje de la segunda velocidad del eje primario exterior. Respetando las medidas anteriormente definidas y con algunas consideraciones que se presentan en el “Anexo VI: Modelado y Simulación” se consiguió modelar los ejes. El proceso seguido se puede consultar en este mismo anexo.

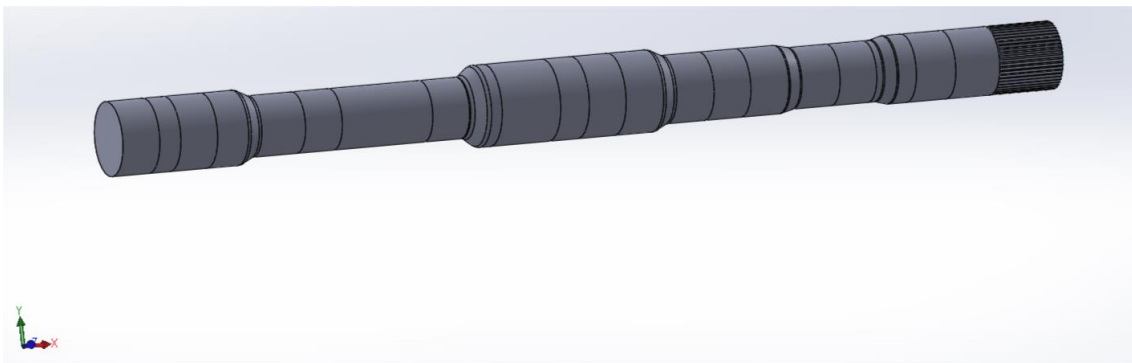
A estas piezas se les añadió un dentado en el extremo de ellas, necesario para poder anclarse al embrague, además también se delimitaron las zonas donde van situados los demás engranajes y los rodamientos mediante unas líneas de partición. Los ejes dibujados en 3D pueden observarse en las figuras venideras.



*Figura 36. Modelo del eje primario interior.*



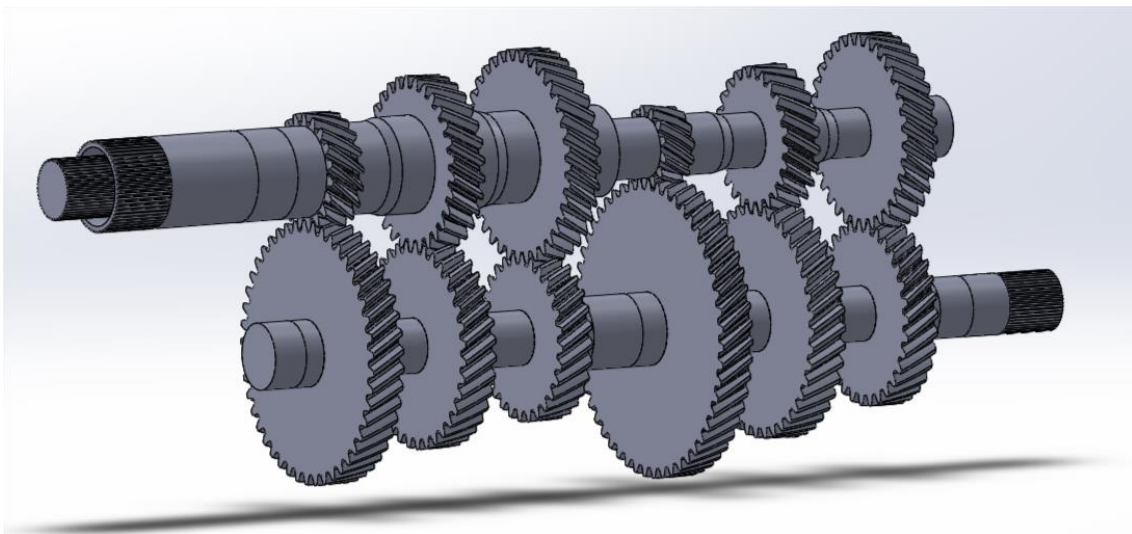
*Figura 37. Modelo del eje primario exterior.*



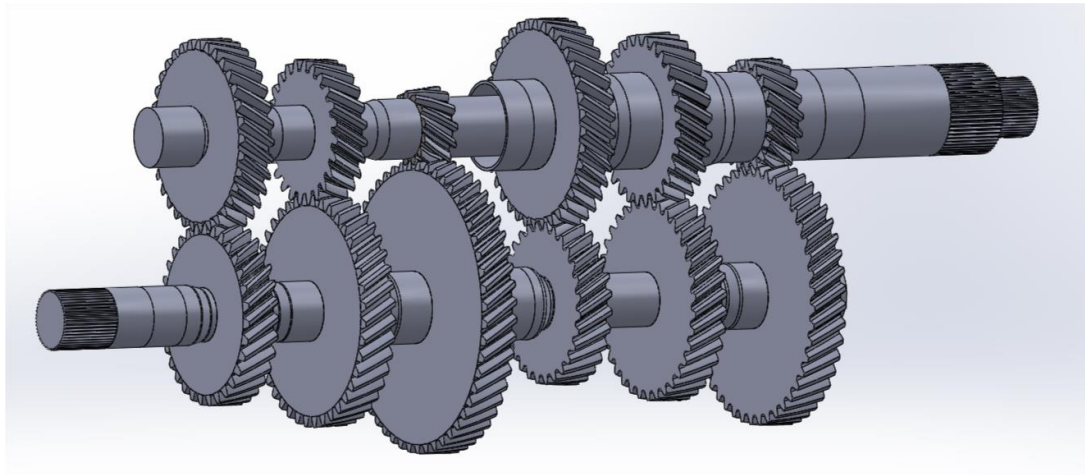
*Figura 38. Modelo del eje secundario.*

### 6.3. ENSAMBLAJE DEL MODELO.

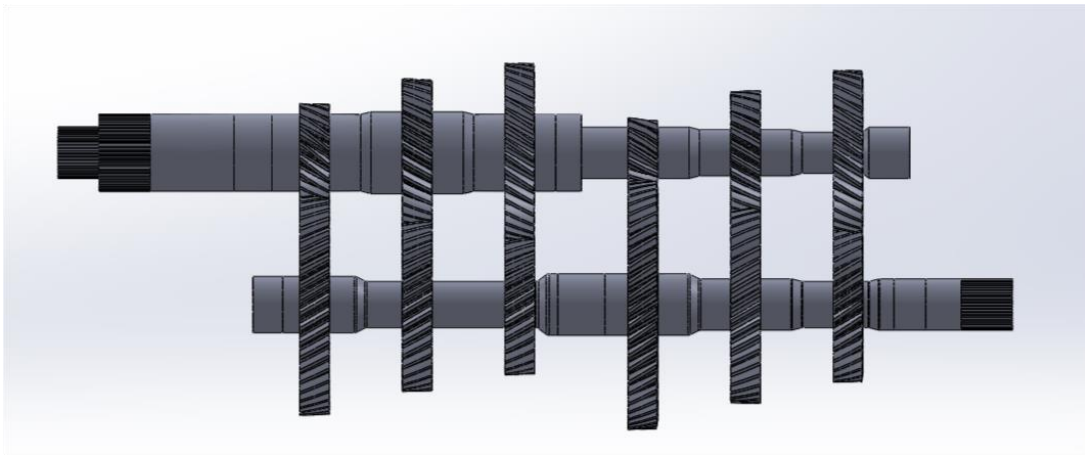
Un archivo de ensamblaje nos permite el montaje de un modelo compuesto por varias piezas. En las siguientes figuras se muestra el ensamblaje de las distintas piezas que componen la transmisión a través de distintas vistas. De nuevo se apela al “Anexo VI: Modelado y Simulación” para seguir el proceso de colocación de las piezas en su correcta posición.



*Figura 39. Vista delantera del ensamblaje en perspectiva.*



*Figura 40. Vista trasera del ensamblaje en perspectiva.*

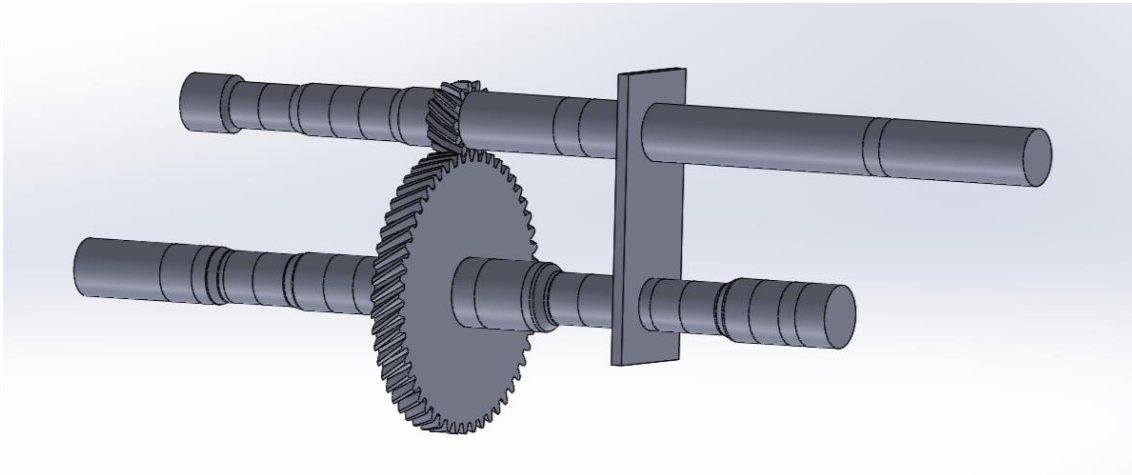


*Figura 41. Vista lateral del ensamblaje.*

## 6.4. SIMULACIÓN

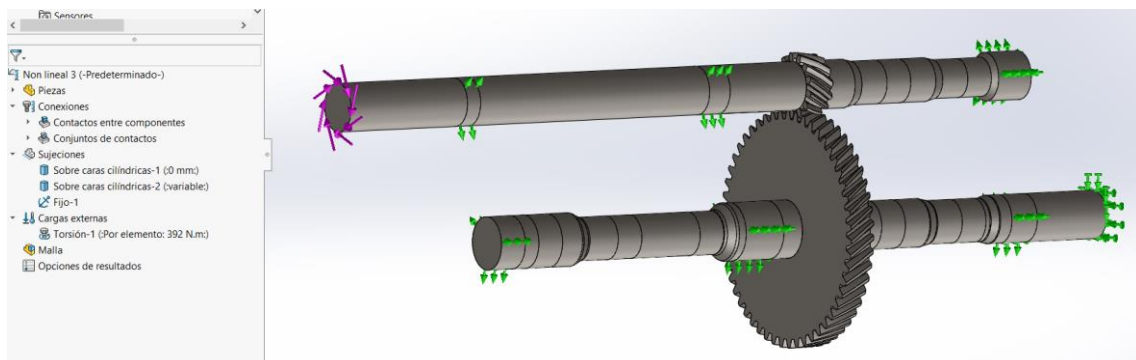
El objetivo de esta parte es la simulación del funcionamiento del conjunto, así como la comprobación de las tensiones generadas en los engranajes, de tal manera que se pueda visualizar como se distribuyen estas a lo largo de los engranajes y ejes. Debido al alto coste computacional y tiempo que supone la simulación de todo el modelo creado previamente con el ensamblaje, solamente se analizó el contacto entre una pareja de engranajes, la de la primera velocidad, dado que esta supone las condiciones de marcha más desfavorables.

Se creó un nuevo modelo siguiendo el procedimiento explicado al crear el ensamblaje, solo que aquí los ejes portan únicamente la pareja de engranajes de la primera velocidad. La figura 42 muestra el nuevo modelo creado para realizar la simulación.



*Figura 42. Modelo creado para simulación.*

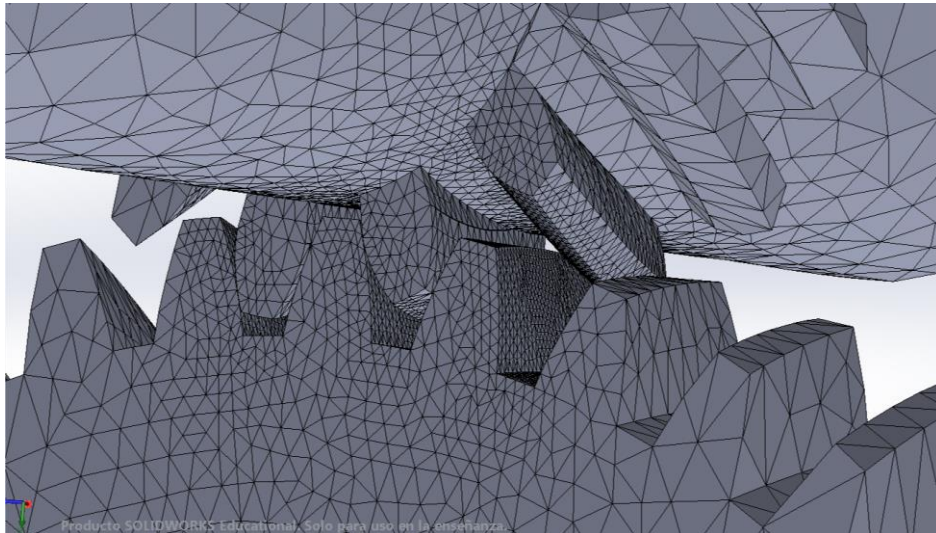
Para poder obtener los resultados de este modelo, fue necesario definir el material de cada una de las piezas, establecer las conexiones entre ellas, las sujeciones en las zonas definidas para los apoyos y aplicar la carga de torsión, la cual se definió mediante una curva temporal que aplica el par máximo que es capaz de dar el motor. El modelo preparado para crear la malla se puede ver en la figura 43. Las operaciones realizadas para conseguirlo se pueden consultar en el “Anexo VI: Modelado y Simulación”.



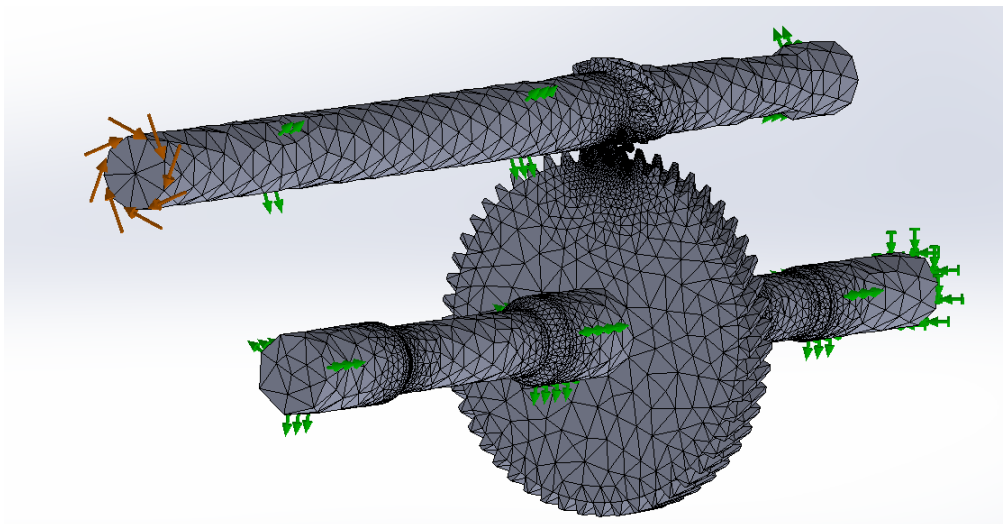
*Figura 43. Modelo con carga de torsión.*

Se ha considerado de especial interés mostrar en este texto la malla utilizada. Las limitaciones en coste computacional y tiempo de cálculo que podría requerir la utilización de una malla fina han sido claves para la creación de la misma. De este modo, se aplicó una malla basada en curvatura de tamaño intermedio-grueso en la mayor parte del modelo, donde no se requiere de tanta precisión en los resultados. En zonas conflictivas, como puede ser la del contacto entre los engranajes se aplicó un control de mallado, el cual permitió afinar el tamaño de la malla en una determinada zona del modelo, en este caso en los dientes de los engranajes. La malla resultante utilizada para la resolución del modelo puede apreciarse en las figuras 44 y 45.





*Figura 44. Control de mallado en los dientes de los engranajes.*



*Figura 45. Mallado del modelo.*

Los resultados arrojados al ejecutar el modelo se muestran en las siguientes figuras:

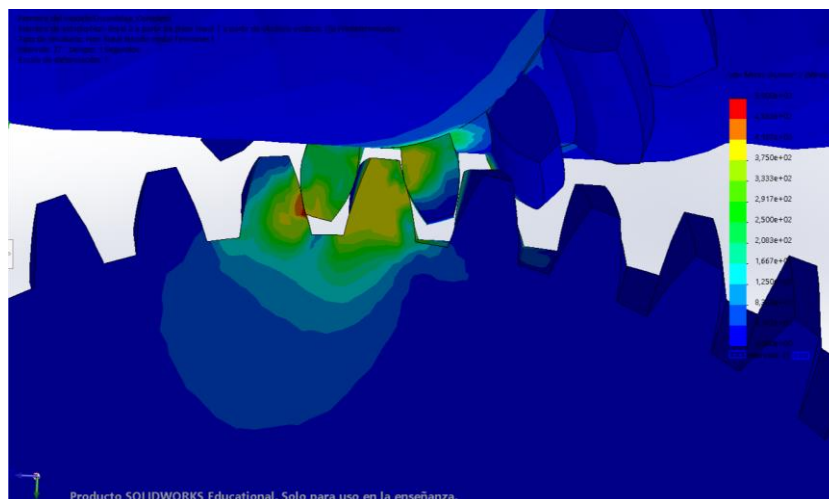


Figura 46. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad  
(1).

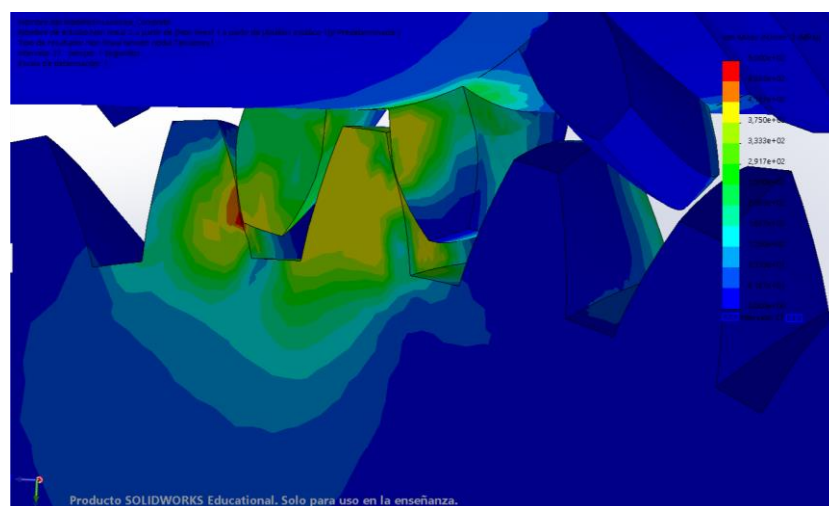


Figura 47. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad  
(2).

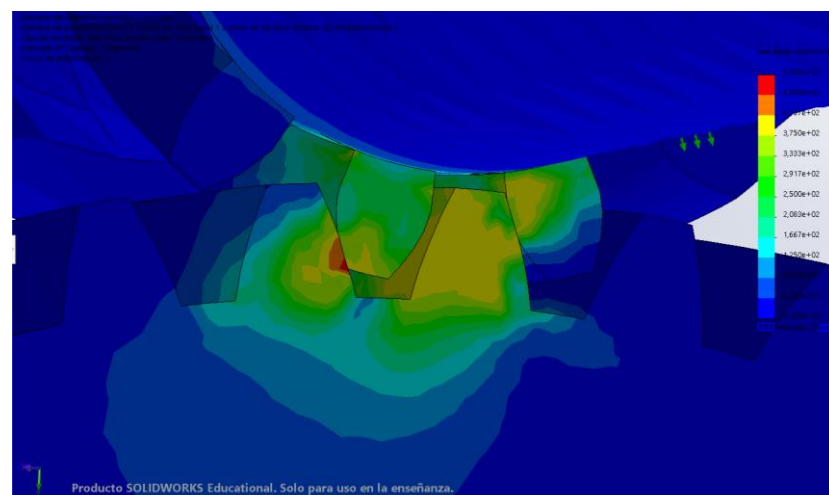


Figura 48. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad  
(3).

La dificultad de simular correctamente el contacto, así como las limitaciones de malla por coste computacional impidieron obtener las tensiones de contacto o de Hertz esperadas que se calcularon al dimensionar los engranajes.

No obstante de estos resultados se pueden extraer algunas conclusiones importantes, como por ejemplo que tal y como habíamos comentado previamente, la carga se divide entre varios dientes al tratarse de engranajes helicoidales. Se comprueba a su vez que las zonas con mayores solicitaciones son aquellas en las que se produce el contacto entre los dientes.

Otra observación interesante es, como se mencionó en el cálculo resistente de los engranajes, que el comportamiento de los dientes frente a las solicitaciones es análogo al de una viga empotrada en voladizo. Además en alguna de las capturas aportadas, se puede ver el comportamiento típico de los dientes helicoidales, donde la carga se va repartiendo a lo largo de la anchura del diente, gradualmente conforme se produce el contacto.

También se aporta la figura 49, que muestra el mapa de tensiones en el modelo completo, pudiéndose así observar estas en los ejes y engranajes. En los ejes los resultados obtenidos sí que son acordes con los esperados y obtenidos en el apartado del dimensionamiento de los mismo. Todas las secciones resisten adecuadamente, si bien se observa que las mayores tensiones de Von Mises aparecen en las zonas con un menor diámetro.

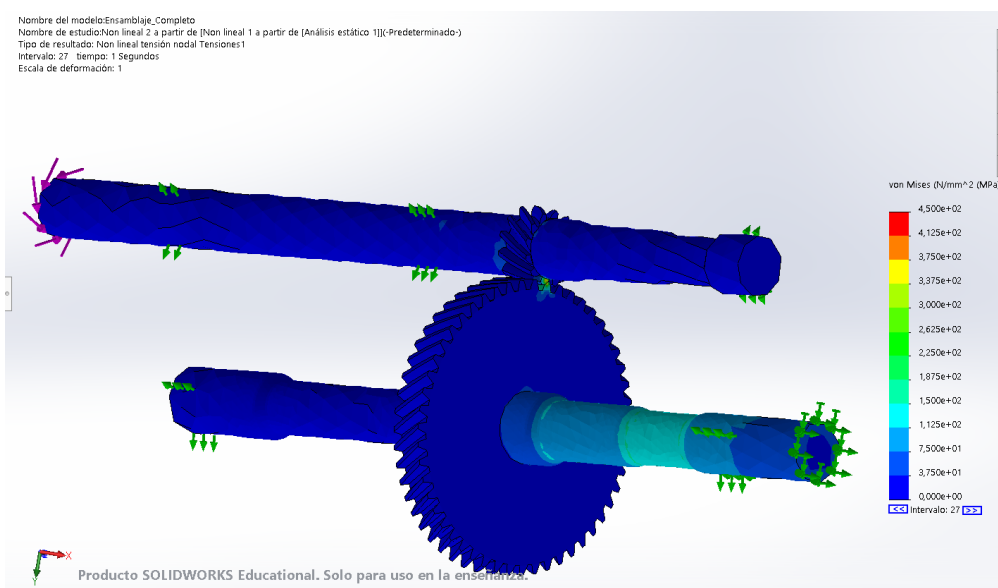


Figura 49. Mapa de tensiones del modelo.



## 7. CONCLUSIONES

Este proyecto ha establecido en primer lugar un análisis que ha permitido valorar las prestaciones del vehículo con dos configuraciones de cajas de cambios, una manual y otra de doble embrague, pudiendo compararlas entre sí para cuantificar las mejoras que supone el cambio de la configuración original que trae el vehículo de serie (manual) a una configuración de caja de doble embrague. Esta cuantificación de las mejoras producidas en las prestaciones del vehículo con la caja de cambios de doble embrague ha permitido asimismo justificar el resto del proyecto, en el cual se desarrolla el dimensionamiento de algunos elementos que componen una caja de cambios, en particular, engranajes, ejes y rodamientos.

Tras el análisis de prestaciones se siguió una metodología de diseño que permitió obtener las dimensiones de los engranajes, así como los distintos parámetros de ellos y el material del que se componen. Seguidamente se obtuvieron los esfuerzos que estos producen sobre la transmisión por su propia geometría, los cuales se usaron como dato de partida para calcular las tensiones que se generan en los ejes y así poder dimensionarlos correctamente para evitar los fallos a resistencia y a fatiga de los mismos.

Después de dimensionar ejes y engranajes se eligieron los rodamientos necesarios para poder anclar los ejes a la carcasa que los portaría. Para ello se analizaron los esfuerzos que deben absorber estos rodamientos, calculando con ellos la capacidad de carga dinámica que debían aguantar y seleccionándolos de unos catálogos de fabricante con su diámetro y esta capacidad de carga.

Por último se dibujaron las piezas en un programa de diseño asistido por ordenador (CAD), donde se pudo comprobar la cinemática del mecanismo y simular su funcionamiento, extrayendo algunas consideraciones importantes que probaban otras afirmaciones hechas en los apartados anteriores.

## 8. APOORTE DEL PROYECTO AL AUTOR

La realización de este trabajo me ha servido de gran ayuda para reforzar algunos conocimientos, así como desarrollar otros nuevos. Pero la aportación que más cabe resaltar es la de realizar un proyecto más extenso y cercano a lo que podría llegar a desarrollarse dentro de una empresa en la industria, preparándome para esta situación.

No ha sido un camino corto ni sencillo dado que en ocasiones han aparecido problemas a los que se ha tenido que buscar una solución para poder continuar con el proyecto. El esfuerzo y tiempo dedicados, así como la ayuda de mis profesores, han sido factor clave para resolverlos.

Puedo afirmar que este trabajo ha dado la última y gran puntada para terminar mi formación como ingeniero, pudiendo así acceder al mercado laboral.



## BIBLIOGRAFÍA

1. **Baselga, Santiago.** *Cálculo de la cadena de transmisión y de las prestaciones del automóvil – Volumen I.*
2. —. *Cálculo de la cadena de transmisión y de las prestaciones del automóvil – Volumen II.*
3. —. *Manual teórico sobre reformas de vehículos.*
4. **Gillespie, Thomas D.** *Fundamentals of Vehicle Dynamics.*
5. **Nicolás, Antonio Serrano.** *Cálculo y selección de elementos de máquinas.*
6. **Faires, Virgil Moring.** *“Diseño de Elementos de Máquinas”.*
7. **Avilés, Rafael.** *Análisis de fatiga en máquinas.*
8. Catálogo de fabricante de rodamientos FAG.
9. Catálogo de fabricante de rodamientos SKF.
10. Association, American Gear Manufacturers. AGMA.
11. **Canalís Martínez, Paula y Malón Litago, Hugo.** Curso de "Cálculo y selección de elementos de máquinas".
12. **Ríos Jordana, Ricardo y Vilellas Malo, Anselmo Javier.** Curso de “Materiales Industriales Avanzados”.
13. **Gorostaga, Gorka.** Curso de "Teoría de Fatiga en Industria".
14. *An integrated overview inside the advances and problematic regarding the design of bearings employed on the release system of modern Dual Clutch Transmissions.* Peres Batalha, Tiago, Arima, Gilson y Lourenço Pereira, Joao Bosco.
15. *Los motores de combustión contra la crisis climática.* Ramon Serrano, Jose, Payri, Raul y Bernardo.
16. *Dual Clutch Transmissions - Lessons Learned and Future Potential.* Matthes, Bernd.
17. *Design Methodology for a Compact Dual Clutch Transmission (DCT).* Razzacki, Syed T.
18. *Development of a New Wet Dual Clutch Transmission Transmission and Driveline.* Jiang, Chao, y otros.
19. Zeperfs. <http://www.zeperfs.com/es/fiche1334-subaru-impreza-wrx-sti.htm>. [En línea]
20. Coches.net. [https://www.coches.net/fichas\\_tecnicas/subaru/impreza/berlina/4-puertas/se\\_gx\\_20r\\_160cv\\_gasolina/8873/52209220060901/](https://www.coches.net/fichas_tecnicas/subaru/impreza/berlina/4-puertas/se_gx_20r_160cv_gasolina/8873/52209220060901/). [En línea]
21. km77. <https://www.km77.com/coches/subaru/impreza/2006/4-puertas/wrx/impreza-sedan-25-wrx-sti/datos>. [En línea]
22. Puromotores. <https://www.puromotores.com/13108194/cual-es-el-efecto-de-pasar-de-eje-trasero-259-a-un-373>. [En línea]
23. Cemausa. <https://www.cemausa.com/docs/DUREZA.pdf>. [En línea]



24. Montilla, Jhonatan.

[https://www.youtube.com/watch?v=g9OkewhR8\\_U&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9\\_Cn55wtNIMxl1&index=5&t=218s](https://www.youtube.com/watch?v=g9OkewhR8_U&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9_Cn55wtNIMxl1&index=5&t=218s). [En línea]

25. Schwenke, Thomas.

[https://www.youtube.com/watch?v=6WJgKPaJ7ow&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9\\_Cn55wtNIMxl1&index=2](https://www.youtube.com/watch?v=6WJgKPaJ7ow&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9_Cn55wtNIMxl1&index=2). [En línea]

26. Alfonsín, Guillermo García. -

[https://www.youtube.com/watch?v=79NGNhNyCPw&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9\\_Cn55wtNIMxl1&index=3](https://www.youtube.com/watch?v=79NGNhNyCPw&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9_Cn55wtNIMxl1&index=3). [En línea]

27. Aceros Otero. [http://www.acerosotero.cl/pdf/catalogo\\_aceros\\_otero\\_2019.pdf](http://www.acerosotero.cl/pdf/catalogo_aceros_otero_2019.pdf). [En línea]

28. SOLIDWORKS Youtube.

<https://www.youtube.com/watch?v=ml72gkURbSY&feature=youtu.be>. [En línea]

29. Intelligy. <https://intelligy.com/simulation/analisis-no-lineal/>. [En línea]

30. CAD AVSHMEIP.

[https://www.youtube.com/watch?v=BeevVBfFoKo&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9\\_Cn55wtNIMxl1&index=15&t=0s](https://www.youtube.com/watch?v=BeevVBfFoKo&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9_Cn55wtNIMxl1&index=15&t=0s). [En línea]

31. 3DPERU Youtube.

[https://www.youtube.com/watch?v=F1XDzdzW4pE&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9\\_Cn55wtNIMxl1&index=11](https://www.youtube.com/watch?v=F1XDzdzW4pE&list=PLiW00zdP7Bch2yBu9du9_Cn55wtNIMxl1&index=11). [En línea]

32. CAD CAM TUTORIAL Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=Xook6U7amIM>. [En línea]

33. Wikipedia. [https://es.wikipedia.org/wiki/Industria\\_automotriz](https://es.wikipedia.org/wiki/Industria_automotriz). [En línea]

34. PERIODISMO DEL MOTOR. <https://periodismodelmotor.com/como-funciona-caja-cambios-doble-embrague/38900/>. [En línea]

35. MOTORPASIÓN. <https://www.motorpasion.com/tecnologia/breve-historia-de-la-transmision-de-doble-embrague#comments>. [En línea]

36. Autonocion. <https://www.autonocion.com/subaru-sti-modelos-historia/>. [En línea]