Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza

Universidad Zaragoza 1542

TRABAJO FIN DE GRADO

CÁLCULO Y ANÁLISIS DE UNA CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE DE 6 VELOCIDADES

CALCULATION AND ANALYSIS OF A 6-SPEED DUAL-CLUTCH GEARBOX

VOLUMEN II: **ANEXOS**

AUTOR:

PABLO JAREÑO CIHUELA

DIRECTORES:

JAVIER OSCAR ABAD BLASCO

PAULA MARÍA CANALÍS MARTÍNEZ

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA.

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA.

SEPTIEMBRE 2020.

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO I: CAMBIO DE DOBLE EMBRAGUE 1
1. CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE 1
1.1. BREVE HISTORIA. 1
1.2. ARQUITECTURA Y FUNCIONAMIENTO 3
1.3. CARACTERÍSTICAS Y MEJORAS PRINCIPALES. 8
ANEXO II: ANÁLISIS PRESTACIONAL. 11
2.1. RECOGIDA DE DATOS DEL VEHÍCULO. 11
2.2. FUERZAS RESISTENTES 14
2.2.1 RESISTENCIA AERODINÁMICA O DRAG. 14
2.2.2 RESISTENCIA A LA RODADURA. 16
2.2.3. RESISTENCIA EN PENDIENTE. 19
2.2.4. CURVA DE RESISTENCIA AL AVANCE. 19
2.3. CÁLCULO DE LA VELOCIDAD MÁXIMA. 21
2.4. CÁLCULO DE LAS RELACIONES DE TRANSMISIÓN. 23
2.5 LIMITACIONES EN LA ACELERACIÓN. 28
2.6. ACELERACIÓN Y TIEMPOS DE RECUPERACIÓN 30
2.6.1. ACELERACIÓN 0-100-200 KM/H. 31
2.6.2. RECUPERACIÓN 80-120-150-180 KM/H. 34
2.6.3. RECUPERACIÓN 80-100-120-150-180 KM/H en 4ª, 5ª y 6ª VELOCIDAD. 36
2.6.4. RECUPERACIÓN 60-90-100 KM/H en 3ª, 4ª y 5ª VELOCIDAD. 38
2.7. RESUMEN DE PRESTACIONES 39
ANEXO III: CÁLCULO DE LOS ENGRANAJES 40
3.1. CÁLCULO PARA EVITAR FALLO POR FLEXIÓN 40
3.2. CÁLCULO A DESGASTE 49
ANEXO IV: DIMENSIONAMIENTO DE LOS EJES. 52
4.1. CARGAS GENERADAS EN LA TRANSMISIÓN 52
4.2. CÁLCULO RESISTENTE. 55
4.2.1. EJE SECUNDARIO 55
4.2.2. EJE PRIMARIO EXTERIOR (HUECO) 71
4.2.3. EJE PRIMARIO INTERIOR (MACIZO) 79
4.2.4. CÁLCULO DE TENSIONES EN LOS EJES 87
4.3. CÁLCULO A FATIGA 94
4.3.1. FACTORES CORRECTORES DE LÍMITES DE FATIGA. 96
4.3.2. CÁLCULO DE TENSIONES DEL CICLO. 102

4.3.3. CÁLCULO DE LA VIDA DE LOS EJES. 111
ANEXO V: SELECCIÓN DE RODAMIENTOS. 115
5.1. EJE SECUNDARIO 115
5.1.1. RODAMIENTO APOYO 1 115
5.1.2. RODAMIENTO APOYO 2 117
5.1.3. RODAMIENTO APOYO 3 119
5.2. EJE PRIMARIO INTERIOR 122
5.2.1. RODAMIENTO APOYO 1 122
5.2.2. RODAMIENTO APOYO 2 123
5.2.3. RODAMIENTO APOYO 3 125
5.3. EJE PRIMARIO EXTERIOR 127
5.3.1. RODAMIENTO APOYO 1 127
5.3.2. RODAMIENTO APOYO 2 128
ANEXO VI: MODELADO Y SIMULACIÓN. 130
6.1. MODELADO DE LOS ENGRANAJES 130
6.1.1. MAGNITUDES FUNDAMENTALES. 130
6.1.2. PERFIL DE LOS DIENTES. 132
6.2. MODELADO DE LOS EJES. 146
6.2.1. EJE PRIMARIO INTERIOR. 146
6.2.2. EJE PRIMARIO EXTERIOR. 150
6.2.3. EJE SECUNDARIO. 152
6.3. ENSAMBLAJE DEL MODELO. 153
6.4. SIMULACIÓN 160
HOJAS EXCEL 171
PRESTACIONES 171
DIMENSIONAMIENTO DE LOS ENGRANAJES 172
CÁLCULO RESISTENTE DE LOS EJES 173
CÁLCULO A FATIGA DE LOS EJES 174
SELECCIÓN DE RODAMIENTOS 175
ÍNDICE DE FIGURAS 176
ÍNDICE DE TABLAS. 184

ANEXO I: CAMBIO DE DOBLE EMBRAGUE

1. CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE

1.1. BREVE HISTORIA.

Nos tenemos que ir muy atrás, hasta antes de la Segunda Guerra Mundial, cuando un tal Adolphe Kégresse empezó a diseñar la transmisión de doble embrague en 1935, después de trabajar en Citroën. Adolphe no llegó a construir ningún prototipo funcional de su invento, la muerte le sobreviene en 1943. Si hubiese querido hacerlo se habría topado con un gran problema: es necesaria una gestión automatizada del cambio, y eso era sencillamente imposible en aquella época.

La idea se recupera en los años 80 y se prueban prototipos en Ford Fiesta, Ford Ranger y el Peugeot 205. Al avanzar la microinformática, se pudo reducir considerablemente la electrónica de control con una patente de 1981. Porsche continua su desarrollo.

Los alemanes estrenan la Porsche Doppelkupplungsgetriebe (PDK en siglas) en los Porsche 956 y Porsche 962 que compitieron en Le Mans a partir de 1983. Otro viejo conocido acabó montando una caja Porsche, el Audi Sport Quattro S1 que dictó su ley en el grupo B de rallyes en los 80. Las mejoras de rendimiento a través de la eliminación de la interrupción del flujo de par durante el cambio de marchas, y los impresionantemente cortos tiempos de cambio entre marchas fueron ampliamente demostradas a través del superior rendimiento en estos coches de carreras.

Figura 1. Porsche 956.

Se consiguieron reducir más los componentes electrónicos de control, pero hubo que esperar todavía unos años para ver eso en un coche de calle. En 2003 aparecieron dos modelos, genéticamente muy relacionados, el Volkswagen Golf IV R32 DSG y el Audi TT 3.2 quattro DSG. Ambos tenían motor transversal V6 y tracción total mediante embragues Haldex y equipaban una caja de cambios automática de doble embrague, la DQ250 del Grupo VAG, con seis velocidades y dos embragues bañados en aceite, de colocación transversal, que soportaba hasta 350 Nm. Pesaba 93 kg. Fue el Volkswagen Golf R32 el que la estrenó bajo la denominación DSG y a los pocos meses le siguió el Audi TT 3.2 con la denominación S tronic. Desde entonces, más de dos millones de coches han salido de las factorías del grupo VW-Audi con este tipo de caja de cambios.

Figura 2. Caja de cambios automática de doble embrague DQ250.

En 2005, todo el potencial del concepto DCT se hizo visible cuando una transmisión de doble embrague de gama alta de siete velocidades salió al mercado. Fue instalada longitudinalmente en el tren motriz con AWD al vehículo de producción más rápido en ese momento, el Bugatti Veyron, con el motor más potente del mercado, con 1111 HP.

En 2008 apareció la primera caja DSG de siete velocidades, también fruto de VAG, la DQ200. Es más ligera, 70 kg, pero también resiste mucho menos par, 250 Nm. Esta caja utiliza embragues en seco, en vez de bañados en aceite. También estrenan la primera DSG longitudinal, la DL501 de siete velocidades, embragues bañados en aceite, que soporta 600 Nm.

Estas primeras versiones ya aportaban considerables ventajas, como reducción en el tiempo de aceleración al no "perder" tiempo entre cambios, y reducían bastante el consumo homologado, a veces hasta bajando el homologado para cambio manual. La oferta de modelos compatibles con DSG comienza a dispararse. En 2008 ya habían fabricado un millón de cajas.

El cambio automático, tradicionalmente apestado por el automovilista europeo, tenía una merecida fama. Los convertidores de par eran lentos, aumentaban el consumo y cambiaban mucho el tacto de la conducción.

Más fabricantes se pusieron las pilas, y empezaron a aparecer más transmisiones de este tipo: Powershift (Ford/Volvo), TCT (Fiat, Alfa Romeo), DCT (Mercedes-Benz), PDK (Porsche), DKG (BMW), EDC (Renault), etc. Es sin duda el Grupo VAG el que ofrece más libertad de elección entre manual y automático gracias a las transmisiones DSG.

Por razones de marketing, en Audi las transmisiones se llaman S tronic en vez de DSG, pero funcionan de la misma forma. En los gasolina es más frecuente ver las cajas con embragues en seco, los bañados en aceite se usan en motores con mucho par. Ahorran más combustible los que van en seco, al haber menos pérdidas por bombeo de aceite.

Hoy en día prácticamente toda la gama del grupo alemán puede montar el cambio DSG. La razón no es otra que la creciente demanda de los usuarios hacia este tipo de transmisión, y el interés de los fabricantes en conseguir vehículos más eficientes y deportivos.

1.2. ARQUITECTURA Y FUNCIONAMIENTO

Estructuralmente, la eficiencia de las transmisiones manuales, en torno al 96%, es sensiblemente mejor en comparación con la eficiencia de las transmisiones automáticas de engranaje planetarios, que típicamente está en el rango de 85% -90%.

Las transmisiones de doble embrague (DCT) aúnan los beneficios de ambas transmisiones, proporcionando la comodidad de las transmisiones automáticas, pero ofrecen significativamente mejor rendimiento y eficiencia total que ellas, acercándose e incluso superando la eficiencia de las transmisiones manuales.

Estas transmisiones están basadas en las transmisiones manuales. A diferencia de una caja de cambios manual, en una DCT intervienen dos embragues, que están vinculados cada uno a un eje de entrada o primario. El accionamiento del cambio y los embragues es controlado a través de un módulo mecatrónico que integra los elementos electrónicos e hidráulicos. No hay pedal de embrague para el conductor. Como en una caja de cambios tipo Tiptronic, el conductor puede iniciar el cambio de marcha manualmente o dejar la palanca de cambios en la posición D (Drive), donde la caja se vuelve completamente automática (orientado a la comodidad, cambiando a más bajas revoluciones del motor), o S (Sequential, orientado al rendimiento, produciéndose el cambio a velocidades de giro del motor más altas).

Los dos embragues garantizan que los cambios se realicen en un tiempo extremadamente pequeño. Cuando la electrónica detecta que el cambio de marchas es inminente, un embrague se desacopla mientras que el otro se activa, ambos en unos pocos centésimas de segundo. Esto es posible porque la transmisión siempre preselecciona la siguiente marcha que se utilizará.

Los embragues húmedos se utilizan en aplicaciones con par motor superiores a 300 Nm. El mayor par resistente del embrague, combinado con mayores pérdidas por el batido del baño de aceite afectan desfavorablemente a la eficiencia y calidad del cambio en las transmisiones de embrague húmedo. Los embragues secos se utilizan para aplicaciones de trabajo ligero y tienen significativamente menores pérdidas por batido resultando más eficientes las transmisiones con doble embrague seco que las que llevan doble embrague húmedo.

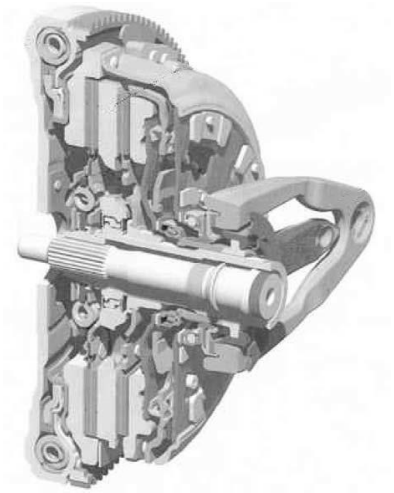


Figura 3. Embrague doble seco del Grupo Schaeffler.

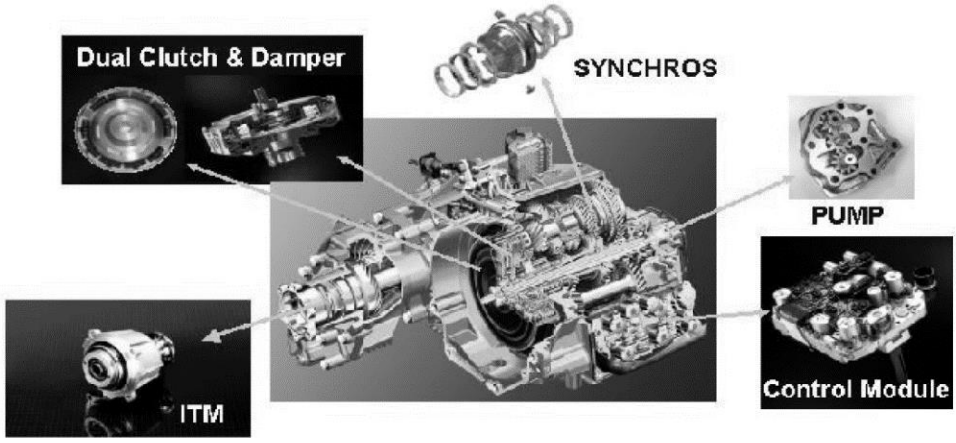


Figura 4. Transmisión de doble embrague y transmisión DualTronic TM con módulos AWD

Un eje de transmisión de dos piezas conforma el corazón de las transmisiones de doble embrague. Normalmente, el eje exterior es hueco, dejando espacio para albergar anidado dentro de él un eje interior. Cada eje está conectado a un embrague independiente y alimenta un conjunto específico de engranajes. La figura 4 muestra un esquema de esta configuración.

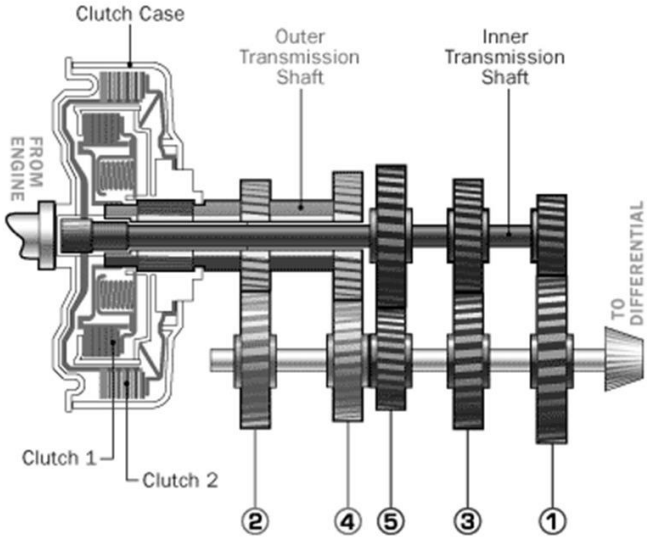


Figura 5. Diseño esquemático de una caja de cambios de doble embrague húmedo de 5 velocidades.

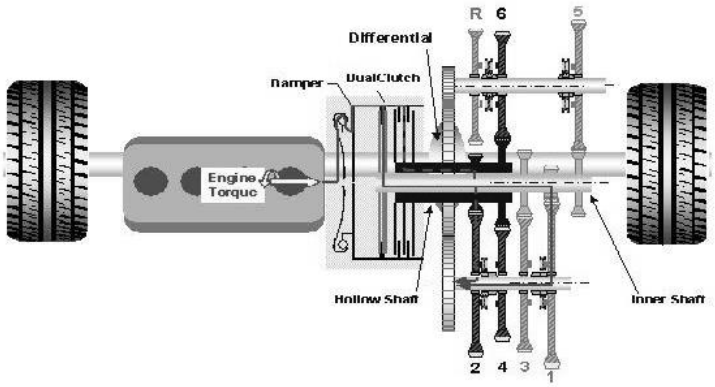


Figura 6. Esquema de una caja de cambios de doble embrague húmedo de 6 velocidades

En la figura 6 se puede ver otro esquema simplificado de una DCT de 6 velocidades. En esta configuración los dos embragues están vinculados cada uno a un distinto "input" o eje primario. El embrague 1 está vinculado a través del eje macizo interior con los engranajes de las velocidades impares 1ª, 3ª y 5ª. El embrague 2 está conectado a través del eje primario exterior, que es hueco, con las marchas de las velocidades pares, 2ª, 4ª, 6ª y la marcha atrás. El eje de entrada del motor está conectado a través de un amortiguador con las placas exteriores de ambos embragues. Al arrancar el motor, la primera marcha está acoplada. Como el embrague 1 está abierto no hay transferencia de par a las ruedas. Cuando este se cierra las placas exteriores del embrague 1 empiezan a deslizar con las placas internas y se empieza a transferir suavemente el par motor a través del eje macizo, engranaje y sincronizadores de la primera marcha hacia el diferencial y finalmente las ruedas. En paralelo la segunda marcha ya está preseleccionada, lo cual puede hacerse, ya que el embrague 2 está abierto y no hay transferencia de par en ese momento. Al cambiar de primera a segunda marcha, se asegura el empuje del vehículo hacia adelante ya que el embrague 1 se desacopla a la misma velocidad y progresión a la que se acopla el embrague 2. Cuando el embrague 2 está completamente acoplado, la tercera puede ser preseleccionada, ya que ahora el embrague 1 está abierto y no transmite par, y así sucesivamente con las demás marchas.

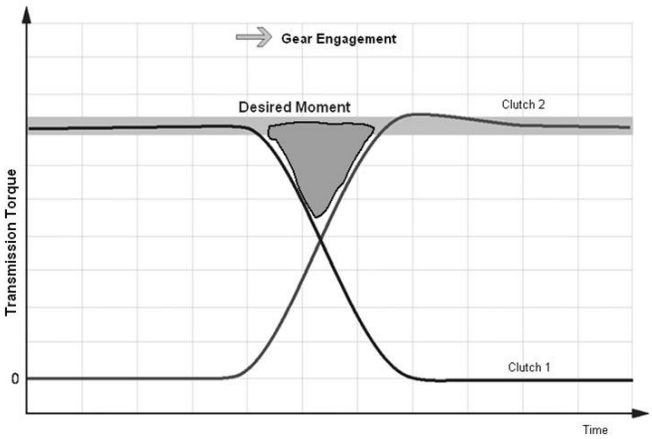


Figura 7. Transmisión de par al subir de marcha.

El conductor siente sólo el cambio de embrague a embrague. Para cambios rápidos el siguiente engranaje que está vinculado a la apertura el embrague generalmente está preseleccionado. Preseleccionar el engranaje correcto está asegurado a través de complejos algoritmos implementados en el software de control de la transmisión, que ajusta el patrón de cambio y la velocidad de cambio al comportamiento de los conductores individuales. Como por diseño, las velocidades diferenciales máximas en una transmisión de doble embrague son más pequeños que en las transmisiones automáticas de engranajes planetarios (AT) comparables, estos cambios son más fáciles de manejar y se pueden hacer más rápido o con mayor o al menos igual comodidad que en los tradicionales cajas automáticas.

Mediante un sencillo software de control se puede cambiar la sensación de conducción desde un "feeling" más deportivo hasta uno de alta comodidad permitiendo así una rentable adaptación del vehículo a diferentes mercados, cliente preferencias y vehículos.

Una configuración distinta de las cajas de cambios de doble embrague es la que se compone de dos o tres ejes de salida o secundarios, que llevan los engranajes de salida y sincronizadores, además de los dos ejes de entrada concéntricos de los que ya se ha hablado previamente. Esta configuración permite en gran medida disminuir la longitud de la caja de cambios, a costa de aumentar su anchura, si bien se consigue una mayor compacidad. En la figura 8 se puede ver este tipo de configuración.

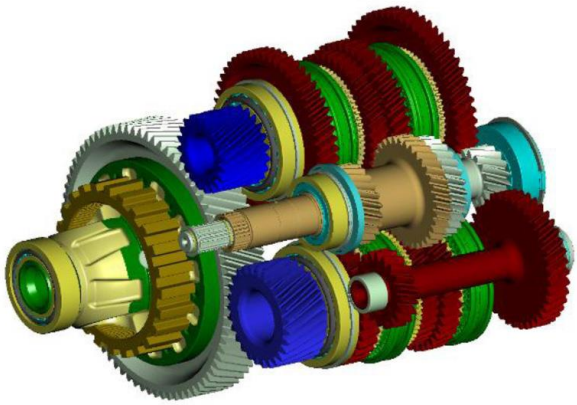


Figura 8. Transmisión de doble embrague con doble eje secundario.

En la arquitectura de la transmisión manual, aumentar el número de marchas, supone aumentar proporcionalmente la longitud total de la transmisión, lo que deriva en problemas de empaquetamiento y espacio.

Sin embargo, este no es un problema que afecte a las transmisión de doble embrague, ya que la longitud total de las DCT se puede compactar, como ya hemos visto, con el uso de varios ejes de salida. Pero además estas configuraciones permiten otra manera de compactar en gran medida la caja de cambios, la dependencia. Esto consiste en diseñar los juegos de engranajes de manera que dos engranajes de los ejes de salida, y por tanto dos velocidades distintas, dependan de un único engranaje de entrada para ser impulsados. Esta metodología reduce efectivamente el número de engranajes en los ejes primarios o de entrada en un número igual al de las dependencias presentes, resultando ello en una importante reducción del peso, la inercia y los costes, aumentando a su vez la eficiencia.

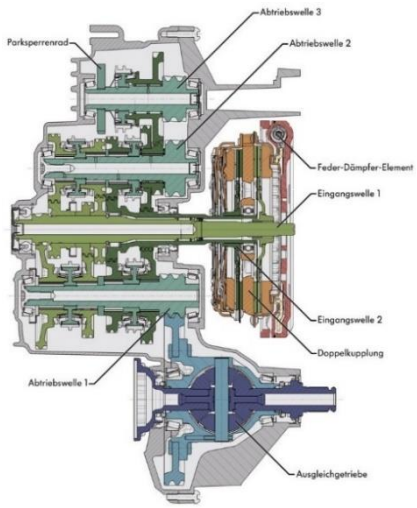


Figura 9. Transmisión de doble embrague de seis velocidades y doble dependencia.

No obstante las dependencias presentan desafíos de diseño para determinar y cumplir con todos los parámetros interrelacionados como las distancias entre centros de ejes, la velocidad de los engranajes, las relaciones de transmisión final y diámetros primitivos de los engranajes.

Como ejemplo, la figura 10 muestra una disposición de ejes y engranaje con doble dependencia en la que los engranajes de salida de la tercera y quinta velocidad tienen un engranaje de entrada común y los engranajes de salida de la cuarta y sexta velocidad tienen otro engranaje de entrada común

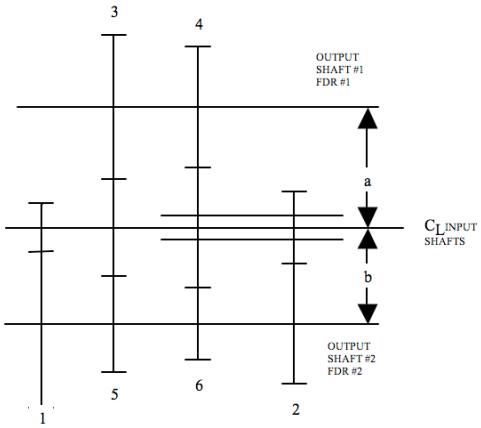


Figura 10. Ejemplo de una disposición de ejes y engranajes con doble dependencia en transmisión de doble embrague de seis velocidades.

1.3. CARACTERÍSTICAS Y MEJORAS PRINCIPALES.

Con hasta un 15% más de eficiencia en el consumo de combustible en comparación con los transmisiones automáticas de engranajes planetarios (AT), las DCT son las primeras transmisiones automáticas en proporcionar mejores valores que las transmisiones manuales. Una mayor velocidad máxima, y lo que es más importante en la conducción diaria, una mejor aceleración en comparación con las transmisiones automáticas de engranajes planetarios y las CVT son beneficios adicionales para las DCT. La figura 11 muestra un análisis comparativo entre las transmisiones automáticas de engranajes planetarios (AT) y las transmisiones de doble embrague (DCT) en lo que a eficiencia y confort se refiere.

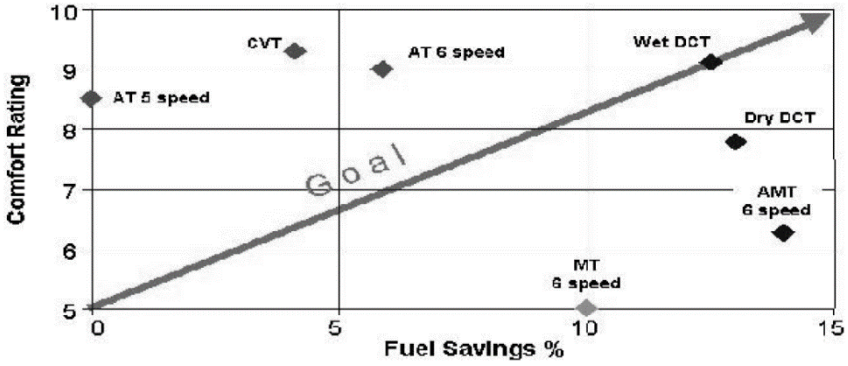


Figura 11. Comparación para transmisiones automáticas: Eficiencia de combustible frente a confort.

Las transmisiones de doble embrague también son las primeras transmisiones automáticas adecuadas para motores diésel de alto par y motores de gasolina de altas revoluciones por igual.

El cambio rápido y preciso es la ventaja clave de los sistemas de doble embrague sobre el automático convencional por engranajes epicicloidales. Con una DCT, no hay una interrupción perceptible en la fuerza de tracción y por lo tanto no hay sacudidas durante cambios de marcha. La figura 12 muestra los efectos de esta no interrupción de la fuerza motriz, en la que se aprecian las mejoras de rendimiento de un VW Golf R32 equipado con una transmisión de doble embrague húmedo DCT, frente al mismo vehículo equipado con una transmisión manual.

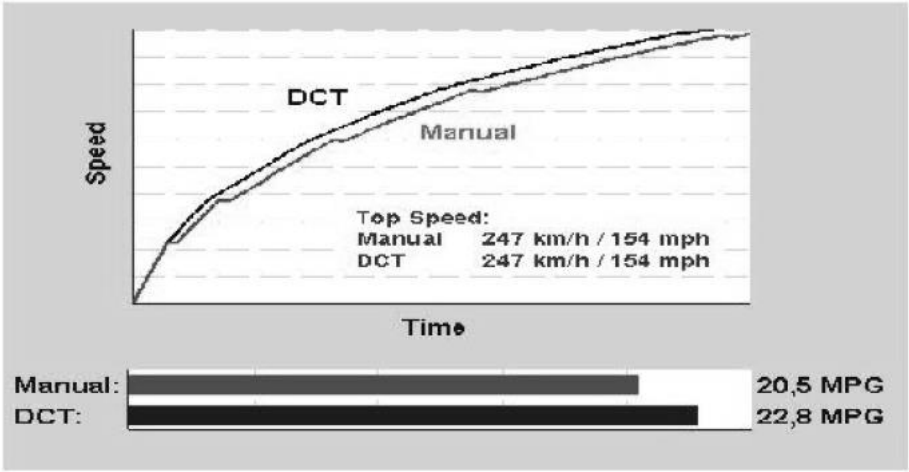


Figura 12. Rendimiento de la transmisión de doble embrague frente al de la transmisión manual en un VW Golf R32.

Como hemos comentado anteriormente, las cajas de cambios de doble embrague emplean solenoides, actuadores neumáticos o hidráulicos para cambiar de marcha. A pesar de que el cambio de marchas está controlado por una computadora, el conductor aún puede controlar el momento de cambiar de marcha, lo que trae una gran ventaja sobre las transmisiones automáticas en cuanto a la experiencia de conducción. La preselección del siguiente engranaje, además de la rápida respuesta de los solenoides y actuadores neumáticos, posibilitan cambios de sólo unos pocos milisegundos, por lo que una vez que la potencia fluye del motor a la transmisión casi no se interrumpe durante los cambios ascendentes, aumentando radicalmente la eficiencia en el consumo de combustible y reduciendo así la emisión de gases de efecto invernadero y contaminantes.

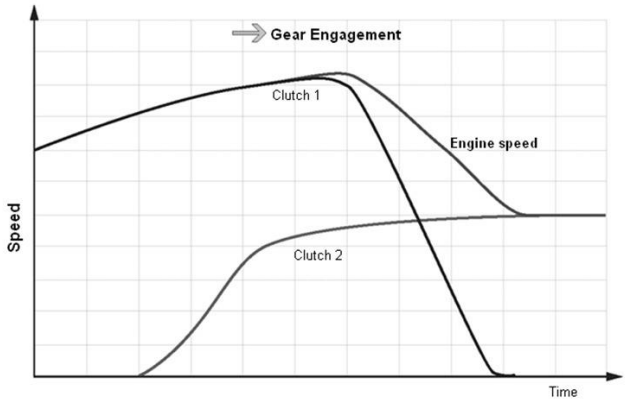


Figura 13. Esquema del cambio ascendente de una caja DCT.

A pesar de que la primera generación de DCT se había desarrollado con embragues húmedos, debido a la reducción de precio, peso y tamaño, la generación más avanzada de DCT ha pasado a utilizar embragues secos combinados con un sistema de 7 velocidades. Este cambio da como resultado una gran cantidad de beneficios, todos conduciendo a una mejora adicional en la eficiencia. La figura 14, muestra de forma esquemática la evolución de las emisiones de CO_2 a lo largo del desarrollo de los sistemas DCT, mientras que la figura 15 muestra la reducción emisiones de CO_2 que se ha conseguido a lo largo del ciclo de vida de las DCT.

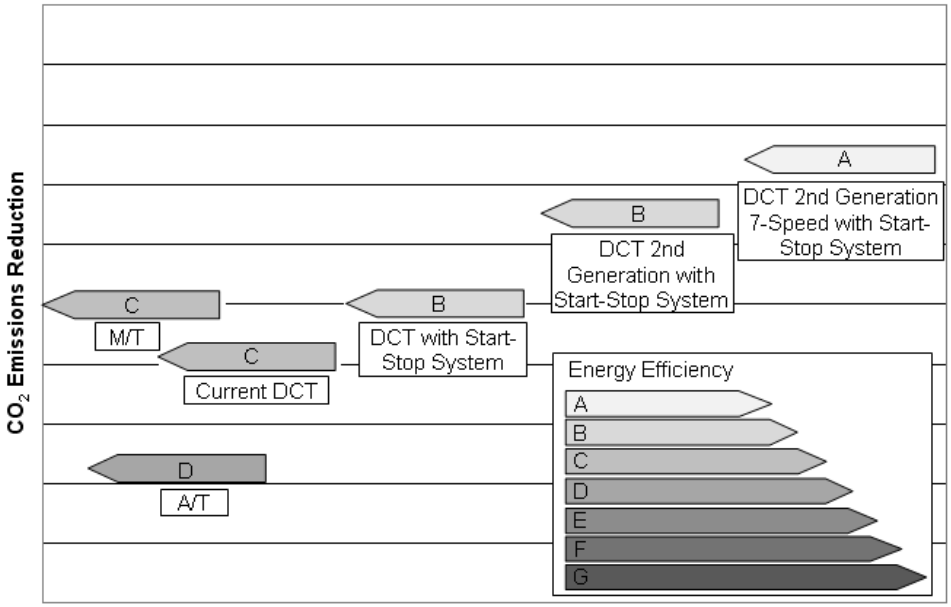


Figura 14. Estimación de los efectos sobre las emisiones de CO_2 en las sucesivas evoluciones de las DCT.

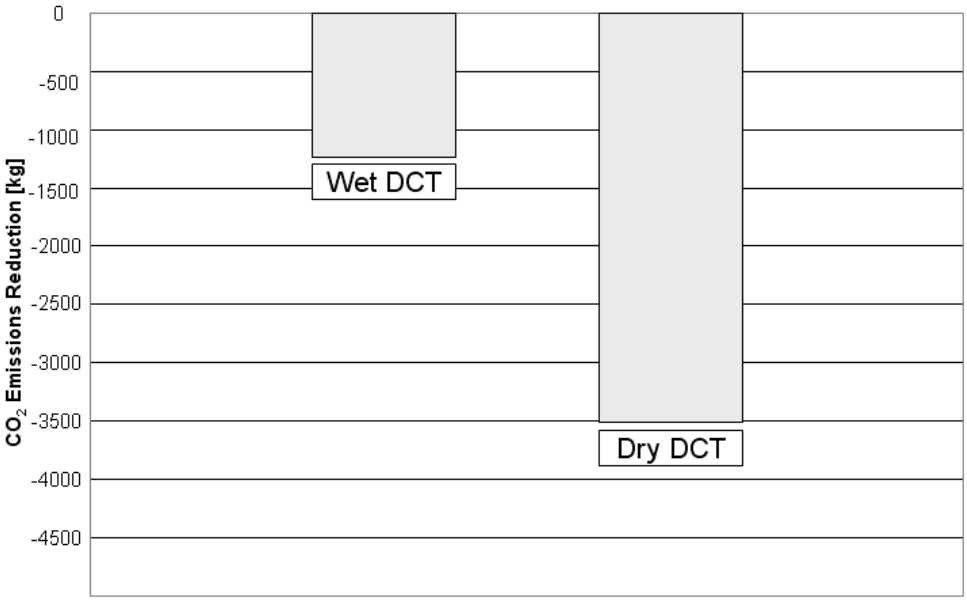


Figura 15. Emisiones de CO2 a lo largo del ciclo de vida.

ANEXO II: ANÁLISIS PRESTACIONAL.

En este apartado se desarrolla un análisis con el cual se podrán valorar las prestaciones del vehículo con la nueva configuración de caja de cambios de doble embrague con respecto a la configuración original. Las prestaciones dependen en gran medida del diseño de los elementos de la transmisión, es por ello que se ajustarán los parámetros que intervienen en la transmisión con el fin de optimizar las prestaciones del vehículo.

2.1. RECOGIDA DE DATOS DEL VEHÍCULO.

Como se ha comentado previamente, el vehículo escogido es un Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI de 280 CV del año 2007, el cual puede verse en la figuras 16, 17 y 18 en distintas perspectivas.

Figura 16. Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI 280CV.

Figura 17. Vista lateral de Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI.

Figura 18. Vista trasera de Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI.

La primera tarea fue la de recabar información del vehículo. Para poder hacer un análisis de las prestaciones que va a ofrecer el vehículo es necesario conocer las curvas par y potencia que ofrece el motor que lleva instalado el vehículo. Las figuras 19 y 20 representan estas curvas, mientras que en la tabla 1 se puede consultar el par y potencia del motor en cada uno de los puntos del gráfico, que va en saltos de 250 rpm.

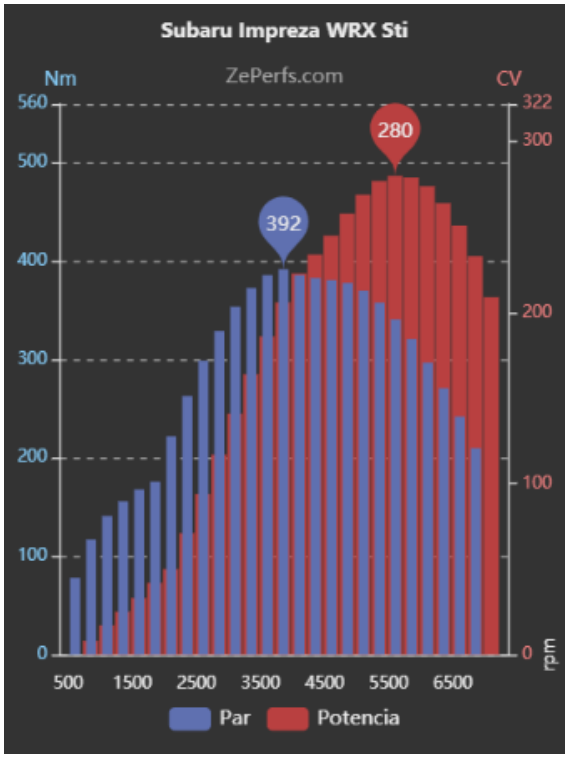


Figura 19. Curvas de par y potencia del motor del Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI.

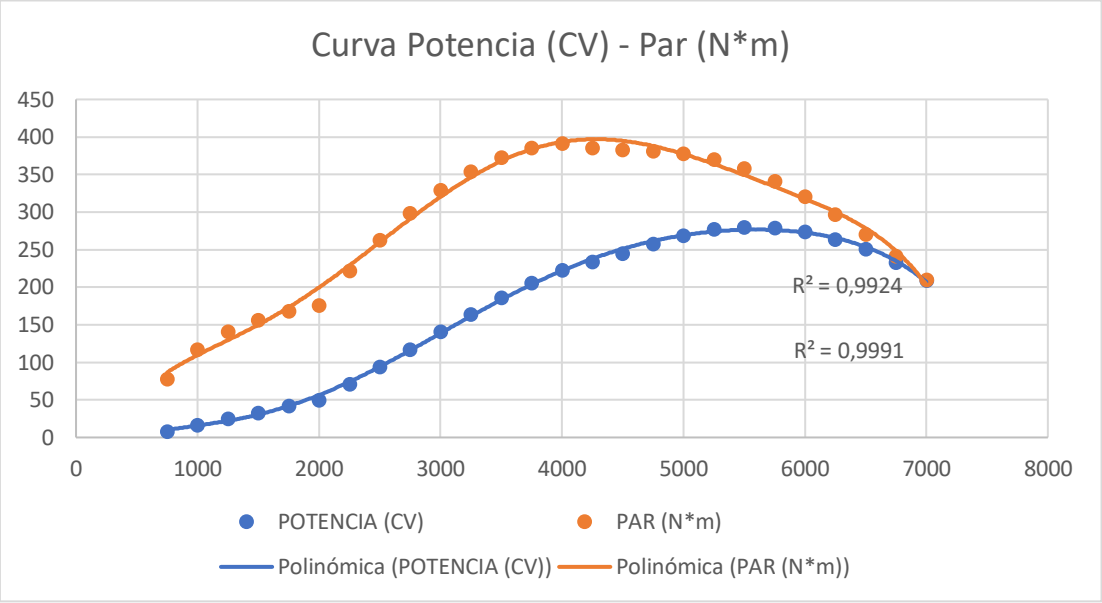


Figura 20. Curvas de par y potencia del motor del Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI.

CURVAS DE PAR Y POTENCIA DEL MOTOR (WRX STI 280 CV 2007)			
RPM	POTENCIA (CV)	POTENCIA (kW)	PAR (N*m)
750	8	5,9	78
1000	17	12,5	117
1250	25	18,4	141
1500	33	24,3	156
1750	42	30,9	168
2000	50	36,8	176
2250	71	52,2	222
2500	94	69,1	263
2750	117	86,1	299
3000	141	103,7	329
3250	164	120,6	354
3500	186	136,8	373
3750	206	151,5	386
4000	223	164,0	392
4250	234	172,1	386
4500	245	180,2	383
4750	258	189,8	381
5000	269	197,8	378
5250	277	203,7	370
5500	280	205,9	358
5750	279	205,2	341
6000	274	201,5	321
6250	264	194,2	297
6500	251	184,6	271
6750	233	171,4	242
7000	209	153,7	210

Tabla 1. Valores de par y potencia del motor a distintas velocidades de giro.

Otros datos que serán necesarios más adelante como las dimensiones del vehículo, masa y coeficiente de resistencia aerodinámico fueron extraídos de diversos portales web especializados en coches de calle. La tabla 2 muestra algunos de estos datos.

VEHÍCULO	SUBARU IMPREZA SE WRX 2.5T STI 280CV
DATOS DEL VEHÍCULO	
Masa [kg]	1470
Diámetro llanta [mm]	431,8
Diámetro neumático [mm]	634,3
Radio neumático [m]	0,32
Cx	0,33
Anchura [m]	1,74
Altura [m]	1,44

Tabla 2. Datos del vehículo.

El cálculo del diámetro del neumático se hizo con las especificaciones del vehículo en relación a las ruedas. Los neumáticos que monta el Subaru Impreza SE WRX STI son de las siguientes medidas: 225/45 R17 90W. Ello supone una llanta de 17 pulgadas y por tanto un diámetro de llanta de 431,8 mm. A este diámetro se le suma la altura del flanco del neumático, la cual viene expresada en porcentaje con el segundo número, que se halla inmediatamente después de la barra en la designación de los neumáticos. De tal manera, el diámetro exterior del neumático se calcula como el diámetro de la llanta más dos veces el flanco del neumático (45% de 225 mm).

$$D_{neumático} = 431.8 + 2 \cdot \frac{45}{100} \cdot 225 = 634.3\ mm$$

Algunos de estos datos ya nos permitirán calcular las fuerzas resistentes que tendrá que vencer el vehículo.

2.2. FUERZAS RESISTENTES

Para que el vehículo pueda moverse debe vencer una serie de fuerzas resistentes. Estas fueras resistentes son principalmente tres, la resistencia aerodinámica, la resistencia a la rodadura y la resistencia en pendiente. A continuación se profundiza más en ellas.

2.2.1 RESISTENCIA AERODINÁMICA O DRAG.

La aerodinámica tiene un gran impacto en los actuales coches de calle, debido su gran contribución en las cargas que un vehículo debe afrontar. Además también juegan un importante papel en el consumo de combustible y en el manejo del vehículo.

Como resultado de la interacción del aire con el vehículo, se generan unas fuerzas y momentos. La más relevante para este análisis es la que se produce en la dirección del movimiento, conocida como resistencia aerodinámica o “drag”. La resistencia aerodinámica es la más grande e importante de las fuerzas que tiene que vencer el vehículo a altas velocidades, ya que como se verá a continuación esta crece exponencialmente con el cuadrado de la velocidad de avance.

Los factores que afectan a la resistencia aerodinámica son la forma del vehículo, el área enfrentada al movimiento, la densidad del aire y la velocidad de marcha. La ecuación (1) resume todos estos factores y nos permite calcular la resistencia aerodinámica.

$$R_{aero} = \frac{1}{2}\, C_x * \rho_{aire} * A_{efec} * V^2 \tag{1}$$

En esta ecuación sus parámetros representan lo

C_x	$Coeficiente\ de\ penetración\ aerodinámica.$
ρ_{aire}	$Densidad\ del\ aire$
A_{efec}	$Superficie\ frontal\ efectiva$
V	$Velocidad\ de\ marcha$

Con las unidades en el Sistema Internacional, obtendríamos la resistencia aerodinámica en N. En el presente estudio se referirán las fuerzas resistentes y motrices en kg fuerza, de tal manera que simplemente dividiendo el valor de la resistencia aerodinámica entre la constante de gravedad $g = 9.8\frac{m}{s^2}$, se obtendría esta fuerza resistente en kgf.

El valor del coeficiente de penetración aerodinámica es propio de cada vehículo, pues depende exclusivamente de la forma de este, y su valoración se realiza experimentalmente en un túnel de viento. El C_x del Subaru Impreza SE WRX STI es de 0.33.

La densidad del aire en unas condiciones atmosféricas cualquiera de presión P y temperatura T se calcula como:

$$\rho_{aire} = \frac{P}{R * (T + 273.15)} \tag{2}$$

Suponiendo que las condiciones bajo las que opera el vehículo son las condiciones normales, la densidad del aire es la siguiente:

$$P = P_{atm} = 101300\ Pa\ ;\ T_{aire} = 25\ ºC\ ; R_{aire} = 287\frac{J}{kg * K}\ \rightarrow$$

$$\rho_{aire} = \frac{101300}{287 * (25 + 273.15)} = 1.184\frac{kg}{m^3}$$

La superficie frontal efectiva puede considerarse como el 85 % de la superficie total del rectángulo en el cual se encuentra inscrito el vehículo, incluidas las ruedas. Este rectángulo por tanto, viene definido por las dimensiones de altura H_t y anchura W_t del vehículo.

$$A_{efec} = 0.85 * H_t * W_t = 0.85 * 1.44\ m * 1.74\ m = 2.13\ m^2 \tag{3}$$

Una vez definidos los parámetros que nos permiten calcular la resistencia aerodinámica, se procedió a calcular esta fuerza resistente para diferentes velocidades de marcha del vehículo. La tabla 3 muestra sus valores.

VELOCIDAD [km/h]	VELOCIDAD [m/s]	R_aero [N]	R_aero [kg_f]
0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	2,78	3,21	0,33
20,00	5,56	12,84	1,31
30,00	8,33	28,89	2,94
40,00	11,11	51,36	5,24
50,00	13,89	80,25	8,18
60,00	16,67	115,56	11,78
70,00	19,44	157,29	16,03
80,00	22,22	205,44	20,94
90,00	25,00	260,01	26,50
100,00	27,78	321,00	32,72
110,00	30,56	388,41	39,59
120,00	33,33	462,24	47,12
130,00	36,11	542,49	55,30
140,00	38,89	629,16	64,13
150,00	41,67	722,25	73,62
160,00	44,44	821,75	83,77
170,00	47,22	927,68	94,57
180,00	50,00	1040,03	106,02
190,00	52,78	1158,80	118,12
200,00	55,56	1283,99	130,89
210,00	58,33	1415,60	144,30
220,00	61,11	1553,63	158,37
230,00	63,89	1698,08	173,10
240,00	66,67	1848,95	188,48
250,00	69,44	2006,24	204,51
260,00	72,22	2169,95	221,20
270,00	75,00	2340,08	238,54
280,00	77,78	2516,62	256,54
290,00	80,56	2699,59	275,19
300,00	83,33	2888,98	294,49

Tabla 3. Resistencia aerodinámica para distintas velocidades.

2.2.2 RESISTENCIA A LA RODADURA.

Otra de las fuerzas resistentes es la resistencia a la rodadura. Esta fuerza surge como resultado de las deformaciones que sufre el neumático, estas deformaciones provocan que el contacto entre el neumático y el suelo no sea puntual y por tanto aparezcan estas fuerzas de rodadura.

Mientras que otras fuerzas resistentes actúan únicamente bajo unas condiciones específicas, la resistencia a la rodadura se origina desde el momento en que las ruedas empiezan a girar. A bajas velocidades en pavimento duro, la resistencia a la rodadura se convierte en la fuerza resistente dominante, ya que solo es a partir de los 80 – 90 km/h que la resistencia aerodinámica iguala a la resistencia a la rodadura.

Considerando el vehículo como un conjunto, la resistencia a la rodadura total es la suma de la resistencia en las ruedas delanteras y las traseras.

$$R_{rod} = R_{rod,d} + R_{rod,t} = \mu_r \cdot (N_d + N_t) = \mu_r \cdot W_{veh} \tag{4}$$

En la ecuación (4) W_{veh} representa el peso del vehículo; mientras que μ_r es el coeficiente de resistencia a la rodadura, un factor adimensional que expresa las complicadas propiedades físicas de los neumáticos y el suelo.

Para cálculos teóricos se usa el peso dinámico del vehículo, incluyendo los efectos de la aceleración, de un posible remolque, o de las componentes aportadas por la aerodinámica. Sin embargo para hacer estimaciones del desempeño de un vehículo esto complica los cálculos, sin ofrecer una significativa mejora en la precisión de los mismos. Por ello la ecuación (4) es válida en este análisis.

No resulta sencillo obtener el valor del coeficiente de resistencia a la rodadura ya que depende de un gran número de parámetros, por ello, la manera de determinarlo es a través de curvas experimentales y fórmulas empíricas. Algunos de los factores más importantes de los que depende este coeficiente son:

- La velocidad lineal de marcha.
- La naturaleza y condiciones del suelo.
- La presión de inflado de los neumáticos.
- La carga soportada por la rueda.
- La huella de contacto.
- La estructura y calidad del caucho del neumático.
- La temperatura del neumático.

Para su determinación se hizo uso de una fórmula empírica en la que este coeficiente depende únicamente de la velocidad de marcha y la presión de inflado de los neumáticos, y no considera la influencia del resto de parámetros.

$$\mu_r = \mu_{ro'} + K\,(\frac{V}{100})^{2.5} \tag{5}$$

Los parámetros $\mu_{ro'}$ y K dependen de la presión de inflado del neumático y pueden extraerse de la figura 21 si se supone una presión de inflado de 2.2 bares. La tabla 4 muestra estos valores.

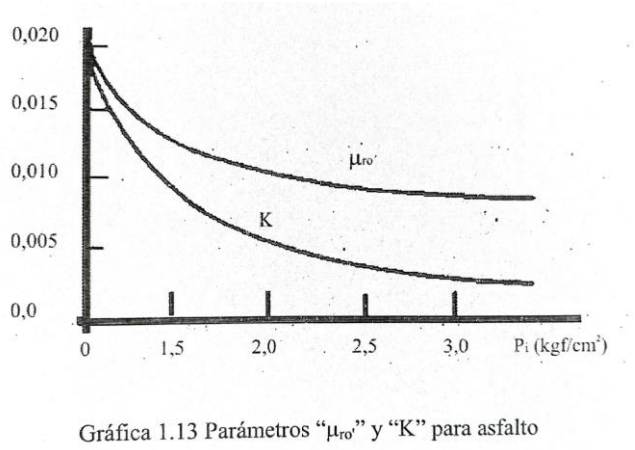


Figura 21. Parámetros "μ_{ro}" y "K" para asfalto.

Terreno	
μ_ro (Asfalto medio)	0,01
K (P_inflado = 2,2 bar)	0,006

Tabla 4. Valor de parámetros "μ_{ro}" y "K" para asfalto.

Con ello ya se pudo calcular los coeficientes de resistencia a la rodadura y las propias resistencias a la rodadura para distintas velocidades según muestra la tabla 5.

VELOCIDAD [km/h]	μ_r (V, Pi)	R_rod [N]	R_rod [kg_f]
0,00	0,01	259,57	26,46
10,00	0,01	259,85	26,49
20,00	0,01	261,12	26,62
30,00	0,018	263,84	26,89
40,00	0,019	268,33	27,35
50,00	0,019	274,87	28,02
60,00	0,020	283,70	28,92
70,00	0,020	295,04	30,08
80,00	0,021	309,10	31,51
90,00	0,023	326,06	33,24
100,00	0,024	346,10	35,28
110,00	0,026	369,38	37,65
120,00	0,027	396,06	40,37
130,00	0,030	426,30	43,46
140,00	0,032	460,23	46,91
150,00	0,035	498,01	50,77
160,00	0,037	539,75	55,02
170,00	0,041	585,60	59,69
180,00	0,044	635,69	64,80
190,00	0,048	690,12	70,35
200,00	0,052	749,03	76,35
210,00	0,056	812,52	82,83
220,00	0,061	880,72	89,78
230,00	0,066	953,73	97,22

240,00	0,072	1031,66	105,16
250,00	0,077	1114,61	113,62
260,00	0,083	1202,70	122,60
270,00	0,090	1296,02	132,11
280,00	0,097	1394,67	142,17
290,00	0,104	1498,75	152,78
300,00	0,112	1608,35	163,95

Tabla 5. Resistencias a la rodadura para distintas velocidades.

2.2.3. RESISTENCIA EN PENDIENTE.

Esta fuerza es provocada por la componente del peso del vehículo paralela al plano del suelo, cuando el vehículo se está desplazando por un terreno con una determinada inclinación α con respecto a la horizontal. Si el vehículo se encuentra ascendiendo una determinada rampa esta fuerza se opone al movimiento del vehículo, y por tanto constituye una de las tres fuerzas resistentes fundamentales. En el caso de que la inclinación fuese en sentido contrario y el vehículo se encontrarse descendiendo esta componente sería favorable al avance del mismo, y facilitaría al vehículo su avance.

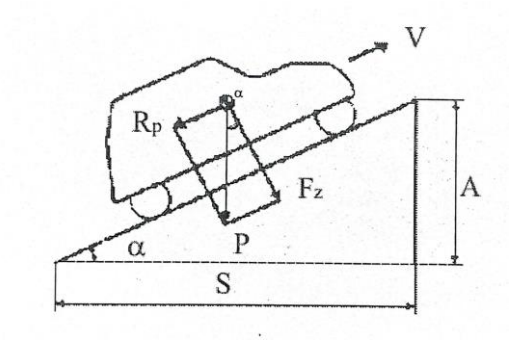


Figura 22. Solicitaciones sobre un vehículo en rampa.

Con relaciones trigonométricas y el modelo de un vehículo ascendiendo una rampa, como el de la figura 22, se puede deducir fácilmente la fuerza de resistencia en pendiente:

$$R_p = W_{veh} \cdot \text{sen}\ (\alpha) \tag{6}$$

Este análisis se desarrolló con el vehículo avanzando en llano, con lo que esta fuerza fue nula, dado que el seno de cero grados es nulo asimismo.

2.2.4. CURVA DE RESISTENCIA AL AVANCE.

La resistencia total que se deberá vencer para poder desplazar un vehículo a velocidad constante será es la suma de las tres resistencias definidas anteriormente, aparte de otros fenómenos puntuales como piedras, baches en la carretera, etc. De tal modo la resistencia total de un vehículo viene dada por la expresión (7).

$$R_T = \frac{1}{2}\, C_x * \rho_{aire} * A_{efec} * V^2 + \mu_r \cdot W_{veh} + W_{veh} \cdot \text{sen}\,(\alpha) \qquad (7)$$

Sumando las resistencias calculadas previamente para cada velocidad se obtiene la resistencia total en cada uno de los saltos de velocidad analizados. La tabla 6 nos muestra los resultados obtenidos tanto en Newton como en kilogramos fuerza.

VELOCIDAD [km/h]	R_total [N]	R_total [kg_f]
0,00	259,57	26,46
10,00	263,06	26,82
20,00	273,96	27,93
30,00	292,73	29,84
40,00	319,69	32,59
50,00	355,12	36,20
60,00	399,26	40,70
70,00	452,33	46,11
80,00	514,54	52,45
90,00	586,07	59,74
100,00	667,09	68,00
110,00	757,78	77,25
120,00	858,30	87,49
130,00	968,78	98,75
140,00	1089,39	111,05
150,00	1220,25	124,39
160,00	1361,51	138,79
170,00	1513,29	154,26
180,00	1675,72	170,82
190,00	1848,92	188,47
200,00	2033,02	207,24
210,00	2228,12	227,13
220,00	2434,35	248,15
230,00	2651,81	270,32
240,00	2880,61	293,64
250,00	3120,85	318,13
260,00	3372,65	343,80
270,00	3636,09	370,65
280,00	3911,29	398,70
290,00	4198,34	427,97
300,00	4497,33	458,44

Tabla 6. Resistencia total al avance para distintas velocidades.

Representando gráficamente la resistencia total obtenida frente a la velocidad lineal de marcha del vehículo, se obtuvo la curva de resistencia al avance.

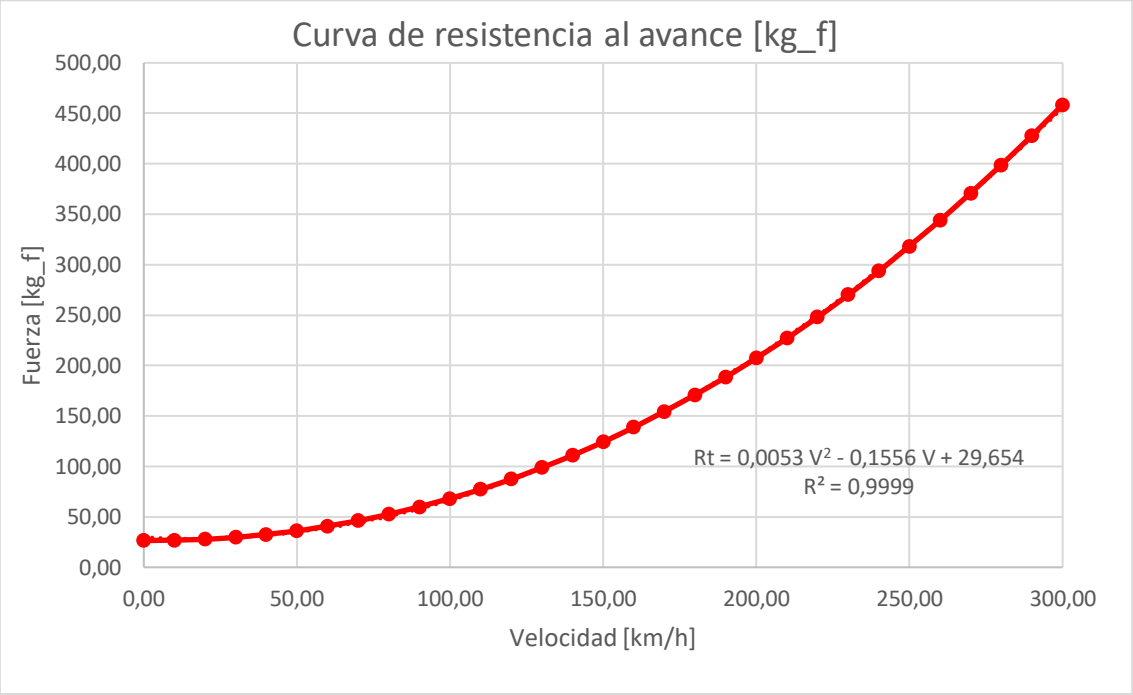


Figura 23. Curva de resistencia al avance.

Esta curva se ajustó a una función cuadrática con la ayuda del programa Excel, consiguiéndose una gran bondad en el ajuste con un factor $R^2 = 0.9999$, muy próximo a la unidad. Esta función se utilizará posteriormente y la expresión de la curva obtenida es la de la ecuación (8).

$$R_T = 0.0053\,V^2 - 0.1556\,V + 29.654 \tag{8}$$

De esta curva se puede concluir que a bajas velocidades la resistencia predominante es la de rodadura, pero a medida que la velocidad aumenta, empieza a crecer con mayor rapidez la aerodinámica, haciéndose esta la predominante.

2.3. CÁLCULO DE LA VELOCIDAD MÁXIMA.

A continuación se procedió a calcular una de la prestaciones que definen al vehículo, la velocidad punta del mismo.

La velocidad máxima que el vehículo podría mantener en llano sin capacidad de aceleración es aquella que se consigue en condiciones de máxima potencia del motor, es decir, a n_2 revoluciones por minuto de giro del motor, cuando toda la fuerza motriz se emplea para igualar las fuerzas de oposición al movimiento.

$$F_m - R_T = 0 \rightarrow F_m = R_T \tag{9}$$

La velocidad punta del vehículo se deseó alcanzar en llano en la última velocidad, la sexta, y sin considerar las revoluciones a las que el motor tiene una caída de potencia, es decir, las de después del régimen de máxima potencia a $n_2 = 5500\ rpm$.

La potencia del motor P_m en CV que permite transmitir una fuerza motriz F_m en kgf a las ruedas en una determinada velocidad de marcha V en m/s viene dada por la ecuación (10).

$$735 * P_m[CV] = \frac{9.8 * F_m[kgf] * V[m/s]}{\eta_t} \rightarrow P_m = \frac{F_m * V}{75 * \eta_t} \qquad (10)$$

En esta expresión η_t representa el rendimiento de la cadena de transmisión, que se puede estimar mediante la expresión:

$$\eta_t = \eta_{cc} * \eta_{dif} * \eta_{art} \qquad (11)$$

- Rendimiento medio en la caja de cambios: $\eta_{cc} \approx 96\ \%$

- Rendimiento medio en el grupo fijo y diferencial: $\eta_{dif} \approx 98\ \%$

- Rendimiento medio de las articulaciones: $\eta_{art} \approx 99\ \%$

Aplicando la expresión (11) se obtiene un rendimiento para la cadena de transmisión de:

$$\eta_t = 0.931 = 93.1\ \%$$

Despejando de la expresión (10) se obtiene que la fuerza motriz que desarrolla el motor es por tanto:

$$F_m\ [kgf] = \frac{P_m[CV] * 75 * \eta_t}{V\ [m/s]} \qquad (12)$$

Para hallar la velocidad máxima, se igualó la fuerza motriz con la ecuación de la curva de resistencia total, obtenida previamente con el ajuste en Excel.

$$F_m\ [kg_f] = R_{total}\ [kg_f] \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{P_m[CV] * 75 * \eta_t}{V_{máx} \frac{\left[\frac{km}{h}\right]}{3.6}} = \left(0{,}0053\ V_{máx}{}^2 - 0{,}1556\ V_{máx} + 29{,}654\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow V_{máx} = 238.7\ km/h$$

La velocidad máxima resultante que puede alcanzar el Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI por limitaciones de su motor es de $V_{máx} = 238.7\ km/h$.

2.4. CÁLCULO DE LAS RELACIONES DE TRANSMISIÓN.

Ahora nos centraremos en determinar las relaciones de transmisión del vehículo.

Se fijó en primer lugar la relación de transmisión del diferencial en $r_f = 3.73$, un valor típico utilizado en estos mecanismos. Un conjunto de engranajes 3,73 a 1 tiene 41 dientes en el engranaje y 11 en el piñón.

Para ajustar las relaciones de transmisión se partió de los datos de los desarrollos del vehículo original, estos datos reflejan la velocidad del vehículo cuando el motor se encuentra girando a 1000 rpm, y son los de la tabla 7.

VELOCIDAD (km/h) A 1000 RPM	
6ª	42,1
5ª	33,4
4ª	26,2
3ª	19,6
2ª	13,3
1ª	8,2

Tabla 7. Desarrollos del vehículo original.

La expresión (13) relaciona parámetros de la transmisión y el motor con la velocidad de marcha, y nos permitirá obtener las relaciones de transmisión.

$$V = \frac{n_m}{r_i * r_f} \frac{2 * \pi * R}{60} \rightarrow r_i = \frac{n_m[rpm]}{V\left[\frac{m}{s}\right] * r_f} \frac{2 * \pi * R[m]}{60} \qquad (13)$$

En esta expresión sus parámetros significan lo siguiente:

n_m $\quad$ $Velocidad\ angular\ de\ giro\ del\ motor, en\ rpm.$

R $\quad$ $Radio\ del\ neumático, en\ m.$

r_f $\quad$ $Relacion\ de\ transmisión\ del\ diferencial.$

r_i $\quad$ $Relacion\ de\ transmisión\ de\ la\ marcha\ i.$

Las relaciones de transmisión obtenidas para estos desarrollos y con los datos anteriores son las de la tabla 8.

RELACIONES DE TRANSMISION	
6ª	0,761386035
5ª	0,95971114
4ª	1,223448552
3ª	1,635426126
2ª	2,410101659
1ª	3,909067325

Tabla 8. Relaciones de transmisión teóricas.

Una vez obtenidas las relaciones de transmisión se comenzó con el análisis de prestaciones del vehículo, pues ya se estaba en disposición de calcular las fuerzas motrices que puede desarrollar el vehículo en cada marcha y en cada velocidad.

La fuerza que son capaces de ejercer las ruedas motrices, dependiendo del motor que se disponga y de las relaciones de transmisión es la dada por la expresión (14).

$$F_m = \frac{M_m \cdot r_i \cdot r_f \cdot \eta_t}{R} \tag{14}$$

Para cada uno de los saltos de revoluciones de la curva de par de los que se disponen datos y para las seis velocidades, se calculó la fuerza motriz en la tabla 9 mediante la expresión (14). Dado que el análisis se realizó en unidades de kilogramos fuerza, únicamente se mostrarán estos resultados en dicha unidad.

	FUERZAS MOTRICES [kg_f]					
RPM	Fm_1 [kg_f]	Fm_2 [kg_f]	Fm_3 [kg_f]	Fm_4 [kg_f]	Fm_5 [kg_f]	Fm_6 [kg_f]
750	339,96	209,60	142,23	106,40	83,46	66,22
1000	509,94	314,40	213,34	159,60	125,19	99,32
1250	614,54	378,89	257,10	192,34	150,88	119,70
1500	679,92	419,20	284,46	212,80	166,93	132,43
1750	732,22	451,44	306,34	229,17	179,77	142,62
2000	767,09	472,94	320,92	240,08	188,33	149,41
2250	967,57	596,55	404,80	302,83	237,55	188,46
2500	1146,27	706,72	479,56	358,76	281,42	223,26
2750	1303,17	803,46	545,21	407,86	319,94	253,82
3000	1433,93	884,08	599,91	448,79	352,04	279,29
3250	1542,89	951,25	645,49	482,89	378,79	300,52
3500	1625,70	1002,31	680,14	508,81	399,12	316,64
3750	1682,36	1037,24	703,84	526,54	413,03	327,68
4000	1708,51	1053,37	714,78	534,72	419,45	332,77
4250	1682,36	1037,24	703,84	526,54	413,03	327,68
4500	1669,28	1029,18	698,37	522,45	409,82	325,13
4750	1660,57	1023,81	694,73	519,72	407,68	323,44
5000	1647,49	1015,75	689,26	515,63	404,47	320,89
5250	1612,62	994,25	674,67	504,71	395,91	314,10
5500	1560,32	962,00	652,79	488,35	383,07	303,91
5750	1486,23	916,32	621,79	465,16	364,88	289,48
6000	1399,06	862,58	585,32	437,87	343,48	272,50
6250	1294,46	798,09	541,56	405,14	317,80	252,13
6500	1181,14	728,22	494,15	369,67	289,98	230,06
6750	1054,74	650,29	441,27	330,11	258,95	205,44
7000	915,27	564,30	382,92	286,46	224,71	178,27

Tabla 9. Fuerzas motrices en las ruedas en distintas marchas y revoluciones.

Con el fin de representar gráficamente estos resultados, también fue necesario calcular la velocidad de desplazamiento del vehículo con cada una de las marchas engranadas, y con

los diferentes saltos de revoluciones. Para ello se usó la expresión (13). Los resultados obtenidos figuran en la tabla 10.

	VELOCIDADES EN CADA MARCHA					
RPM	V_1 [km/h]	V_2 [km/h]	V_3 [km/h]	V_4 [km/h]	V_5 [km/h]	V_6 [km/h]
750	6,15	9,98	14,70	19,65	25,05	31,58
1000	8,20	13,30	19,60	26,20	33,40	42,10
1250	10,25	16,63	24,50	32,75	41,75	52,63
1500	12,30	19,95	29,40	39,30	50,10	63,15
1750	14,35	23,28	34,30	45,85	58,45	73,68
2000	16,40	26,60	39,20	52,40	66,80	84,20
2250	18,45	29,93	44,10	58,95	75,15	94,73
2500	20,50	33,25	49,00	65,50	83,50	105,25
2750	22,55	36,58	53,90	72,05	91,85	115,78
3000	24,60	39,90	58,80	78,60	100,20	126,30
3250	26,65	43,23	63,70	85,15	108,55	136,83
3500	28,70	46,55	68,60	91,70	116,90	147,35
3750	30,75	49,88	73,50	98,25	125,25	157,88
4000	32,80	53,20	78,40	104,80	133,60	168,40
4250	34,85	56,53	83,30	111,35	141,95	178,93
4500	36,90	59,85	88,20	117,90	150,30	189,45
4750	38,95	63,18	93,10	124,45	158,65	199,98
5000	41,00	66,50	98,00	131,00	167,00	210,50
5250	43,05	69,83	102,90	137,55	175,35	221,03
5500	45,10	73,15	107,80	144,10	183,70	231,55
5750	47,15	76,48	112,70	150,65	192,05	242,08
6000	49,20	79,80	117,60	157,20	200,40	252,60
6250	51,25	83,13	122,50	163,75	208,75	263,13
6500	53,30	86,45	127,40	170,30	217,10	273,65
6750	55,35	89,78	132,30	176,85	225,45	284,18
7000	57,40	93,10	137,20	183,40	233,80	294,70

Tabla 10. Velocidades lineales en distintas marchas y revoluciones.

Si se representan gráficamente estos resultados de fuerzas motrices frente a la velocidad de marcha se obtienen las curvas de fuerza motriz, que son las de la figura 24, en la que también se incluye la curva de fuerzas resistentes.

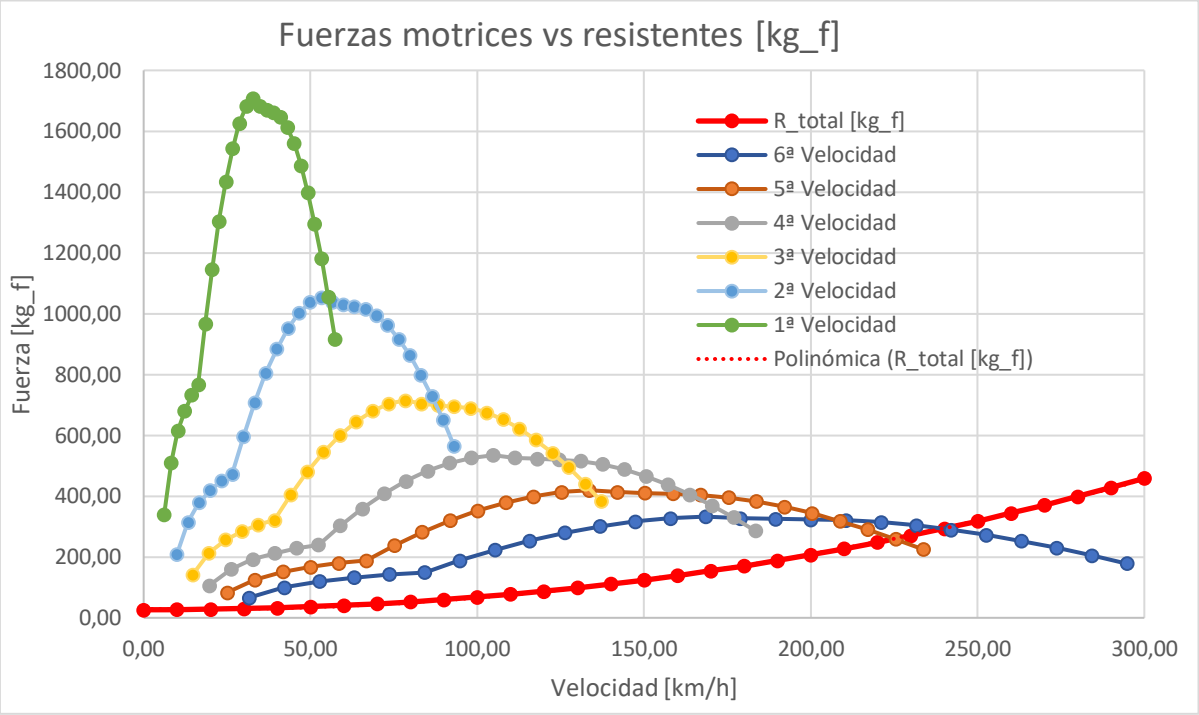


Figura 24. Curvas de fuerza motriz.

En estas curvas se puede observar que con marchas bajas la fuerza que es capaz de transmitir el motor a las ruedas es mayor, pero el vehículo no tiene la capacidad de desplazarse a tan altas velocidades como en marchas más altas. Las velocidades punta en cada marcha se manifiestan en el final de las curvas de fuerza motriz siempre y cuando el vehículo tenga fuerza de sobra para vencer las fuerzas resistentes, es decir, cuando la curva de fuerzas motrices queda situada en su totalidad por encima de la curva de resistencia total. Esta situación ocurre para las cuatro primeras marchas, tal y como se ve en la figura 24.

Cuando la curva de fuerzas motrices corta a la curva de fuerzas resistentes, esto significa que a partir de ese momento, el motor no es capaz de transmitir la fuerza suficiente a las ruedas para poder vencer a las fuerzas resistentes, de tal manera que el vehículo empezaría a perder velocidad a partir de ese instante, a pesar de seguir subiendo de vueltas el motor. Esto se manifiesta físicamente en que la velocidad máxima que conseguiría en vehículo en esta situación, no se produciría en el corte de inyección del motor, sino antes. Esta situación ocurre en el vehículo analizado en las dos últimas marchas, donde una parte de las curvas de fuerzas motrices en estas marchas queda por debajo de la curva de resistencia total, y por tanto en esas marchas, la velocidad máxima se produce justo en el punto de corte entre la curva de fuerza motriz y la curva de fuerzas resistentes.

Son de especial interés también las curvas de dientes de sierra, las cuales representan las revoluciones del motor en cada marcha frente a la velocidad del vehículo. Estas curvas permiten ver a simple vista el ajuste de las relaciones de transmisión y apreciar cuan corta o larga es una marcha y cuáles son las velocidades máximas que se podrían alcanzar con esas relaciones. En las figuras 25 y 26 pueden verse las curvas obtenidas en dos casos, con límite en las revoluciones de corte de inyección del motor, como con límite en las revoluciones de potencia máxima respectivamente.

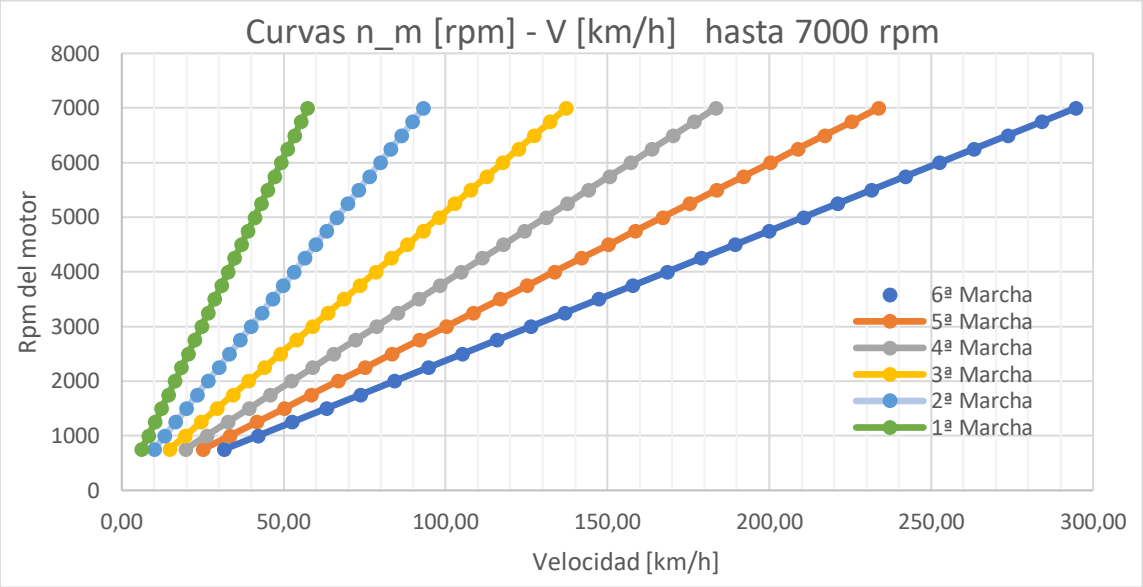


Figura 25. Curvas dientes de sierra hasta revoluciones de corte de inyección.

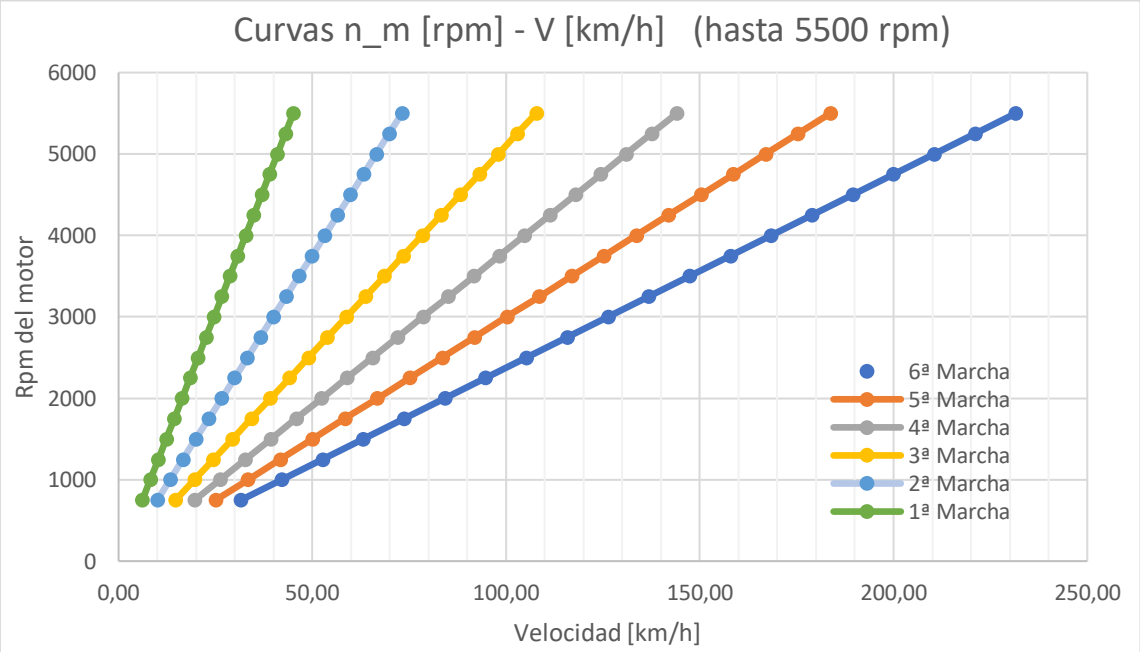


Figura 26. Curvas dientes de sierra hasta revoluciones de máxima potencia.

Como se puede observar, la velocidad es lineal y creciente con el número de revoluciones del motor. Las líneas obtenidas representan la zona útil de cambio de una marcha a otra, de modo que considerando que el cambio se realiza a cambio constante, las revoluciones de giro del motor nunca pueden caer por debajo de las revoluciones de calado, ya que en otro caso la potencia suministrada por el motor sería insuficiente para vencer las resistencias totales a las que se ve sometido y se pararía. Para alcanzar la velocidad mínima de arranque en cada marcha, se debe actuar sobre el embrague para que no se produzca el calado.

En la figura 25 se hace notar que con la relación de la sexta velocidad se podrían alcanzar velocidades cercanas a los 300 km/h, sin embargo cabe recordar que como hemos visto

hace un momento, el motor no dispone de la potencia necesaria para llevar a cabo esta tarea, ya que las fuerzas resistentes se hacen mayores que las fuerzas motrices a partir de la velocidad máxima de 238.7 km/h. Es por ello que esta marcha es demasiado larga, y sirve para "desahogar" al vehículo a altas velocidades, bajando de revoluciones al motor y consiguiendo así un gran ahorro de combustible.

2.5 LIMITACIONES EN LA ACELERACIÓN.

Asumiendo que el motor es suficientemente potente, la aceleración del vehículo puede llegar a verse comprometida por otros motivos. Hasta este momento no se había tenido en cuenta la limitación de tracción que viene impuesta por el contacto neumático-suelo. Esta limitación de tracción es originada por la máxima fuerza que pueden transmitir los neumáticos al suelo sin que se produzca deslizamiento, y esta fuerza es directamente proporcional a la componente normal al suelo y al coeficiente de adherencia.

Asumiendo la misma simplificación que en el caso de la resistencia a la rodadura, se puede establecer que la máxima fuerza que son capaces de trasmitir los neumáticos al suelo viene dada por la expresión (15).

$$F_{m,máx} = F_{m,d,máx} + F_{m,t,máx} = \mu_a \cdot (N_d + N_t) = \mu_a \cdot W_{veh} \tag{15}$$

El coeficiente de adherencia se tomó de la figura 27 para un asfalto medio, seco y con neumáticos nuevos como $\mu_a = 0.8$

Tabla 6.1. Coeficientes de adherencia μa (N/N)

Naturaleza y estado de la carretera		Neumáticos	
Naturaleza	Estado	Nuevos	Viejos
Asfalto de grava gruesa	seco	0,9	0,9
	mojado	0,7	0,5
Asfalto medio	seco	0,8	0,8
	mojado	0,65	0,55
Asfalto compacto	seco	0,6	0,6
	mojado	0,65	0,3
Hormigón compacto	seco	1,0	1,0
	mojado	0,7	0,5
Asfalto	fangoso	0,15	0,10
	helado	< 0,10	< 0,10

Figura 27. Coeficientes de adherencia.

Esta limitación demuestra que la máxima fuerza que podrían transmitir los neumáticos es de $F_{m,máx} = 1176\ kgf$.

Ello hace que en la primera marcha, para un rango de revoluciones del motor, comprendidas entre las 2750 rpm y las 6500 rpm, no se pueda transmitir toda la fuerza que proporciona el motor, como se ve en la tabla 11, produciéndose así un truncamiento de la curva de fuerza motriz de la primera velocidad, tal y como se ve en la figura 28.

LIMITACIONES EN ACELERACIÓN						
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm_motor [kg_f]	Fm_max [kg_f]	Fm,trans [kg_f]	R_total [kg_f]
1	750	6,15	339,96	1176	339,96	26,59
1	1000	8,20	509,94	1176	509,94	26,70
1	1250	10,25	614,54	1176	614,54	26,83
1	1500	12,30	679,92	1176	679,92	27,00
1	1750	14,35	732,22	1176	732,22	27,20
1	2000	16,40	767,09	1176	767,09	27,44
1	2250	18,45	967,57	1176	967,57	27,70
1	2500	20,50	1146,27	1176	1146,27	28,00
1	2750	22,55	1303,17	1176	1176,00	28,34
1	3000	24,60	1433,93	1176	1176,00	28,70
1	3250	26,65	1542,89	1176	1176,00	29,11
1	3500	28,70	1625,70	1176	1176,00	29,54
1	3750	30,75	1682,36	1176	1176,00	30,02
1	4000	32,80	1708,51	1176	1176,00	30,52
1	4250	34,85	1682,36	1176	1176,00	31,07
1	4500	36,90	1669,28	1176	1176,00	31,64
1	4750	38,95	1660,57	1176	1176,00	32,26
1	5000	41,00	1647,49	1176	1176,00	32,91
1	5250	43,05	1612,62	1176	1176,00	33,60
1	5500	45,10	1560,32	1176	1176,00	34,32
1	5750	47,15	1486,23	1176	1176,00	35,08
1	6000	49,20	1399,06	1176	1176,00	35,88
1	6250	51,25	1294,46	1176	1176,00	36,71
1	6500	53,30	1181,14	1176	1176,00	37,59
1	6750	55,35	1054,74	1176	1054,74	38,49
1	7000	57,40	915,27	1176	915,27	39,44

Tabla 11. Limitaciones en aceleración y fuerza motriz máxima transmisible.

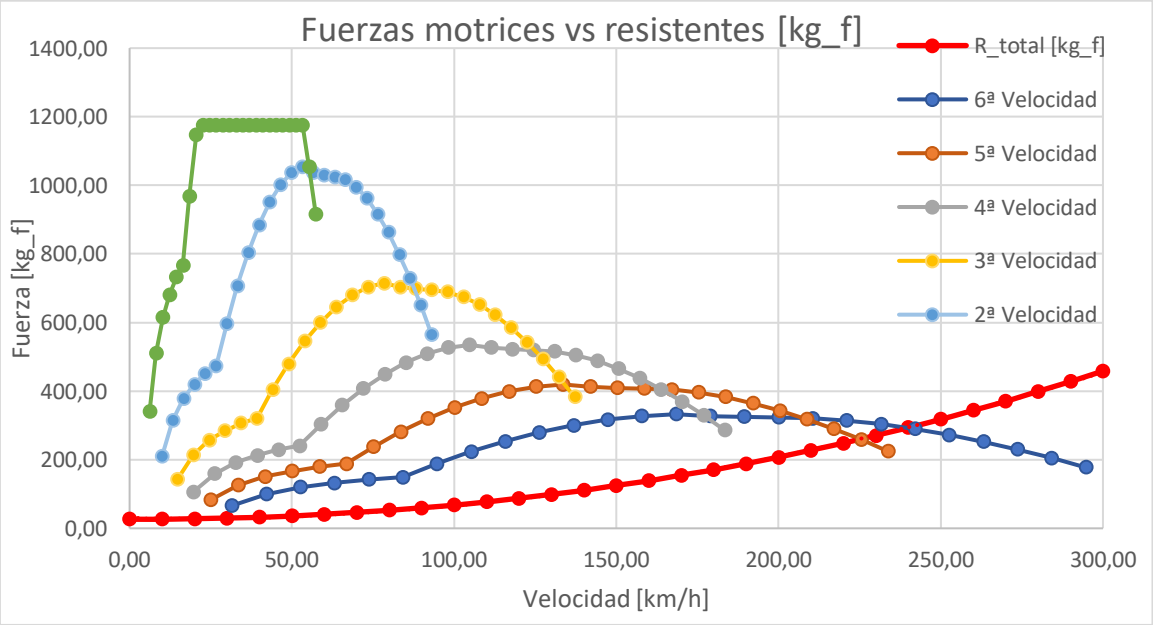


Figura 28. Limitaciones en aceleración y fuerza motriz máxima transmisible: curvas de fuerza motriz.

2.6. ACELERACIÓN Y TIEMPOS DE RECUPERACIÓN

La aceleración de un vehículo para una velocidad dada depende de su capacidad de aceleración. La capacidad de aceleración C_a es la diferencia entre las fuerzas motrices que proporciona el motor del vehículo y las fuerzas resistentes.

$$C_a = F_m - R_t \tag{16}$$

Considerando los elementos con movimiento de rotación presentes en la cadena de transmisión, que producen una resistencia a las variaciones de aceleración debido a su propia inercia, la aceleración γ del vehículo se expresa mediante la expresión (17).

$$\gamma = \frac{F_m - R_t}{m_v \cdot (1 + \varepsilon_i)} \tag{17}$$

Los parámetros que intervienen en esta expresión significan lo siguiente:

γ	$Aceleración\ del\ vehículo\ en\ m/s^2$
m_v	$Masa\ del\ vehículo\ en\ kg$
ε_i	$Factor\ de\ corrección\ de\ la\ masa\ por\ inercias\ de\ rotación$

Chudakov proporciona una correlación empírica que puede utilizarse para tractores y maquinaria pesada, pero que también es útil como aproximación al vehículo analizado, y que toma el siguiente valor en función de las relaciones de transmisión de la caja de cambios:

$$1 + \varepsilon_i = 1.04 + 0.05 \cdot r_i^2 \tag{18}$$

La tabla 12 muestra los valores de estos factores correctores en conjunción con las relaciones de transmisión de la caja de cambios ajustadas previamente.

	1+ε
6ª	1,06898543
5ª	1,08605227
4ª	1,11484132
3ª	1,17373093
2ª	1,3304295
1ª	1,80404037

Tabla 12. Factor de corrección de la masa por las inercias de rotación.

El tiempo de recuperación t necesario para pasar desde una velocidad inicial V_i hasta una velocidad final V_f, considerando exclusivamente las posibilidades del motor viene dado por la expresión (19).

$$t = \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{\gamma} = \frac{(V_f - V_i)}{\gamma} \tag{19}$$

Dadas las altas prestaciones del vehículo con su configuración original se consideró válido suponer que el tiempo utilizado en el embragado, para el cual el vehículo alcanza la velocidad mínima de avance sin calarse es de 0.5 s, tras lo cual el motor ya se encuentra a 2000 rpm.

El cambio de marchas no es instantáneo para ninguna de las cajas de cambios analizadas, manual y de doble embrague, ya que al realizar esta operación se debe desembragar el vehículo. No obstante el mecanismo de la caja de doble embrague permite un cambio entre marchas mucho más rápido que el de una caja manual, por lo que se ha estimado un tiempo entre cambio de marchas de 0.3 s para la caja de cambios de doble embrague, mientras que para la caja manual se ha estimado un tiempo de 0.8 s.

A continuación se presentan unas tablas que permitieron el cálculo de los tiempos de recuperación para distintos casos de diferencia de velocidades analizados gracias a las ecuaciones anteriores.

2.6.1. ACELERACIÓN 0-100-200 KM/H.

La tabla 13 muestra los tiempos de aceleración de 0 a 100 y a 200 km/h mínimos conseguidos con la caja de doble embrague, mientras que la tabla 14 muestra estos resultados para la caja manual que lleva equipada de serie el vehículo. En estas tablas el momento del cambio de marcha se produce en las filas resaltadas en rojo.

CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE: ACELERACIÓN 0-100-200 km/h								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
1	2000	16,40	767,09	27,44	7255,96	2,74	0,208	0,500
1	2250	18,45	967,57	27,70	9220,14	3,48	0,164	0,664
1	2500	20,50	1146,27	28,00	10970,20	4,14	0,138	0,801
1	2750	22,55	1176,00	28,34	11258,58	4,25	0,134	0,936
1	3000	24,60	1176,00	28,70	11254,96	4,24	0,134	1,070
1	3250	26,65	1176,00	29,11	11251,02	4,24	0,134	1,204
1	3500	28,70	1176,00	29,54	11246,73	4,24	0,134	1,338
1	3750	30,75	1176,00	30,02	11242,10	4,24	0,134	1,473
1	4000	32,80	1176,00	30,52	11237,12	4,24	0,134	1,607
1	4250	34,85	1176,00	31,07	11231,80	4,24	0,134	1,741
1	4500	36,90	1176,00	31,64	11226,12	4,23	0,135	1,876
1	4750	38,95	1176,00	32,26	11220,10	4,23	0,135	2,011
1	5000	41,00	1176,00	32,91	11213,71	4,23	0,135	2,145
1	5250	43,05	1176,00	33,60	11206,98	4,23	0,135	2,280
1	5500	45,10	1176,00	34,32	11199,88	4,22	0,135	2,415
1	5750	47,15	1176,00	35,08	11192,42	4,22	0,135	2,550
1	6000	49,20	1176,00	35,88	11184,59	4,22	0,135	2,685
1	6250	51,25	1176,00	36,71	11176,41	4,21	0,135	2,820
1	6250	51,25					0,300	3,120
2	4000	53,20	1053,37	37,54	9965,24	5,10	0,106	3,226
2	4250	56,53	1037,24	39,03	9792,44	5,01	0,184	3,411
2	4500	59,85	1029,18	40,63	9697,74	4,96	0,186	3,597
2	4750	63,18	1023,81	42,32	9628,42	4,92	0,188	3,784
2	5000	66,50	1015,75	44,11	9531,74	4,87	0,190	3,974
2	5250	69,83	994,25	46,01	9302,26	4,76	0,194	4,168

2	5500	73,15	962,00	48,01	8966,32	4,58	0,201	4,370
2	5750	76,48	916,32	50,11	8497,55	4,34	0,213	4,582
2	6000	79,80	862,58	52,31	7948,69	4,06	0,227	4,809
2	6250	83,13	798,09	54,63	7293,34	3,73	0,248	5,057
2	6250	83,13					0,300	5,357
3	4250	83,30	703,84	54,75	6367,60	3,69	0,013	5,370
3	4500	88,20	698,37	58,36	6278,55	3,64	0,374	5,744
3	4750	93,10	694,73	62,20	6205,11	3,60	0,378	6,123
3	5000	98,00	689,26	66,27	6111,48	3,54	0,384	6,507
3	5250	102,90	674,67	70,58	5926,11	3,43	0,396	6,903
3	5500	107,80	652,79	75,13	5666,85	3,28	0,414	7,318
3	5750	112,70	621,79	79,91	5315,81	3,08	0,442	7,760
3	6000	117,60	585,32	84,94	4908,73	2,85	0,478	8,238
3	6250	122,50	541,56	90,21	4427,71	2,57	0,530	8,768
3	6250	122,50					0,300	9,068
4	4750	124,45	519,72	92,38	4192,22	2,56	0,212	9,280
4	5000	131,00	515,63	99,94	4077,91	2,49	0,731	10,011
4	5250	137,55	504,71	107,94	3892,35	2,38	0,766	10,777
4	5500	144,10	488,35	116,39	3648,87	2,23	0,817	11,595
4	5750	150,65	465,16	125,29	3334,06	2,03	0,894	12,489
4	6000	157,20	437,87	134,65	2974,64	1,82	1,002	13,491
4	6250	163,75	405,14	144,46	2557,19	1,56	1,166	14,657
4	6250	163,75					0,300	14,957
5	5000	167,00	404,47	149,50	2501,25	1,57	0,576	15,533
5	5250	175,35	395,91	162,98	2285,05	1,43	1,621	17,154
5	5500	183,70	383,07	177,22	2019,40	1,26	1,834	18,988
5	5750	192,05	364,88	192,23	1693,73	1,06	2,186	21,174
5	6000	200,40	343,48	208,01	1328,94	0,83	2,786	23,960
5	6250	208,75	317,80	224,58	914,50	0,57	4,049	28,010
5	6250	208,75					0,300	28,310

Tabla 13. CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE: Aceleración 0-100-200 km/h.

Con la caja de cambios de doble embrague se consigue una aceleración de 0 a 100 km/h en 6.6 s y de 0 a 200 km/h en 23.9 s.

CAJA DE CAMBIOS MANUAL: ACELERACIÓN 0-100-200 km/h								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
1	2000	16,40	767,09	27,44	7255,96	2,74	0,208	0,500
1	2250	18,45	967,57	27,70	9220,14	3,48	0,164	0,664
1	2500	20,50	1146,27	28,00	10970,20	4,14	0,138	0,801
1	2750	22,55	1176,00	28,34	11258,58	4,25	0,134	0,936
1	3000	24,60	1176,00	28,70	11254,96	4,24	0,134	1,070
1	3250	26,65	1176,00	29,11	11251,02	4,24	0,134	1,204
1	3500	28,70	1176,00	29,54	11246,73	4,24	0,134	1,338
1	3750	30,75	1176,00	30,02	11242,10	4,24	0,134	1,473
1	4000	32,80	1176,00	30,52	11237,12	4,24	0,134	1,607
1	4250	34,85	1176,00	31,07	11231,80	4,24	0,134	1,741
1	4500	36,90	1176,00	31,64	11226,12	4,23	0,135	1,876

1	4750	38,95	1176,00	32,26	11220,10	4,23	0,135	2,011
1	5000	41,00	1176,00	32,91	11213,71	4,23	0,135	2,145
1	5250	43,05	1176,00	33,60	11206,98	4,23	0,135	2,280
1	5500	45,10	1176,00	34,32	11199,88	4,22	0,135	2,415
1	5750	47,15	1176,00	35,08	11192,42	4,22	0,135	2,550
1	6000	49,20	1176,00	35,88	11184,59	4,22	0,135	2,685
1	6250	51,25	1176,00	36,71	11176,41	4,21	0,135	2,820
1	6250	51,25					0,800	3,620
2	4000	53,20	1053,37	37,54	9965,24	5,10	0,106	3,726
2	4250	56,53	1037,24	39,03	9792,44	5,01	0,184	3,911
2	4500	59,85	1029,18	40,63	9697,74	4,96	0,186	4,097
2	4750	63,18	1023,81	42,32	9628,42	4,92	0,188	4,284
2	5000	66,50	1015,75	44,11	9531,74	4,87	0,190	4,474
2	5250	69,83	994,25	46,01	9302,26	4,76	0,194	4,668
2	5500	73,15	962,00	48,01	8966,32	4,58	0,201	4,870
2	5750	76,48	916,32	50,11	8497,55	4,34	0,213	5,082
2	6000	79,80	862,58	52,31	7948,69	4,06	0,227	5,309
2	6250	83,13	798,09	54,63	7293,34	3,73	0,248	5,557
2	6250	83,13					0,800	6,357
3	4250	83,30	703,84	54,75	6367,60	3,69	0,013	6,370
3	4500	88,20	698,37	58,36	6278,55	3,64	0,374	6,744
3	4750	93,10	694,73	62,20	6205,11	3,60	0,378	7,123
3	5000	98,00	689,26	66,27	6111,48	3,54	0,384	7,507
3	5250	102,90	674,67	70,58	5926,11	3,43	0,396	7,903
3	5500	107,80	652,79	75,13	5666,85	3,28	0,414	8,318
3	5750	112,70	621,79	79,91	5315,81	3,08	0,442	8,760
3	6000	117,60	585,32	84,94	4908,73	2,85	0,478	9,238
3	6250	122,50	541,56	90,21	4427,71	2,57	0,530	9,768
3	6250	122,50					0,800	10,568
4	4750	124,45	519,72	92,38	4192,22	2,56	0,212	10,780
4	5000	131,00	515,63	99,94	4077,91	2,49	0,731	11,511
4	5250	137,55	504,71	107,94	3892,35	2,38	0,766	12,277
4	5500	144,10	488,35	116,39	3648,87	2,23	0,817	13,095
4	5750	150,65	465,16	125,29	3334,06	2,03	0,894	13,989
4	6000	157,20	437,87	134,65	2974,64	1,82	1,002	14,991
4	6250	163,75	405,14	144,46	2557,19	1,56	1,166	16,157
4	6250	163,75					0,800	16,957
5	5000	167,00	404,47	149,50	2501,25	1,57	0,576	17,533
5	5250	175,35	395,91	162,98	2285,05	1,43	1,621	19,154
5	5500	183,70	383,07	177,22	2019,40	1,26	1,834	20,988
5	5750	192,05	364,88	192,23	1693,73	1,06	2,186	23,174
5	6000	200,40	343,48	208,01	1328,94	0,83	2,786	25,960
5	6250	208,75	317,80	224,58	914,50	0,57	4,049	30,010
5	6250	208,75					0,800	30,810

Tabla 14. CAJA DE CAMBIOS MANUAL: Aceleración 0-100-200 km/h.

Con la caja de cambios manual se consigue una aceleración de 0 a 100 km/h en 7.6 s y de 0 a 200 km/h en 26 s.

Si se comparan gráficamente estos resultados en unas curvas Velocidad-Tiempo se pueden apreciar las diferencias de tiempo entre ambas configuraciones en cada instante. La figura 29 es esta representación, y en ella se ve claramente que la configuración de la caja de cambios de doble embrague consigue recuperar más rápidamente la velocidad.

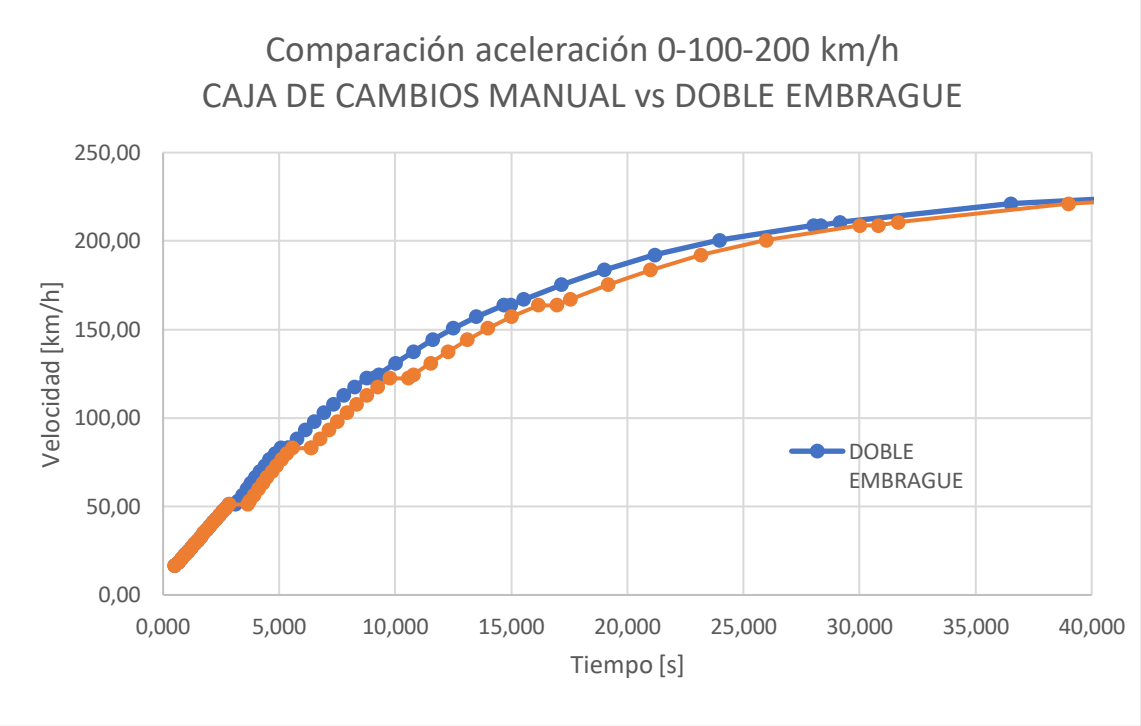


Figura 29. Comparación de aceleración 0-100-200 km/h entre caja de cambios manual y doble embrague.

2.6.2. RECUPERACIÓN 80-120-150-180 KM/H.

La tabla 15 muestra los tiempos de recuperación de 80-120-150-180 km/h mínimos conseguidos con la caja de doble embrague, mientras que la tabla 16 muestra estos resultados para la caja manual que lleva equipada de serie el vehículo.

CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE: RECUPERACIÓN 80-120-150-180 km/h								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
3	4000	78,40	714,78	51,37	6508,07	3,77	0,361	0,000
3	4250	83,30	703,84	54,75	6367,60	3,69	0,369	0,369
3	4500	88,20	698,37	58,36	6278,55	3,64	0,374	0,743
3	4750	93,10	694,73	62,20	6205,11	3,60	0,378	1,121
3	5000	98,00	689,26	66,27	6111,48	3,54	0,384	1,506
3	5250	102,90	674,67	70,58	5926,11	3,43	0,396	1,902
3	5500	107,80	652,79	75,13	5666,85	3,28	0,414	2,316
3	5750	112,70	621,79	79,91	5315,81	3,08	0,442	2,758
3	6000	117,60	585,32	84,94	4908,73	2,85	0,478	3,236
3	6250	122,50	541,56	90,21	4427,71	2,57	0,530	3,767
3	6250	122,50					0,300	4,067
4	4750	124,45	519,72	92,38	4192,22	2,56	0,212	4,279
4	5000	131,00	515,63	99,94	4077,91	2,49	0,731	5,010
4	5250	137,55	504,71	107,94	3892,35	2,38	0,766	5,776

4	5500	144,10	488,35	116,39	3648,87	2,23	0,817	6,593
4	5750	150,65	465,16	125,29	3334,06	2,03	0,894	7,487
4	6000	157,20	437,87	134,65	2974,64	1,82	1,002	8,490
4	6250	163,75	405,14	144,46	2557,19	1,56	1,166	9,656
4	6250	163,75					0,300	9,956
5	5000	167,00	404,47	149,50	2501,25	1,57	0,576	10,532
5	5250	175,35	395,91	162,98	2285,05	1,43	1,621	12,153
5	5500	183,70	383,07	177,22	2019,40	1,26	1,834	13,986

Tabla 15. CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE: Tiempos de recuperación de 80-120-150-180 km/h.

Con la caja de cambios de doble embrague se consigue una recuperación de 80 a 120 km/h en 3.3 s, de 80 a 150 km/h en 7.4 s y de 80 a 180 km/h en 13.2 s.

CAJA DE CAMBIOS MANUAL: RECUPERACIÓN 80-120-150-180 km/h								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
3	4000	78,40	714,78	51,37	6508,07	3,77	0,361	0,000
3	4250	83,30	703,84	54,75	6367,60	3,69	0,369	0,369
3	4500	88,20	698,37	58,36	6278,55	3,64	0,374	0,743
3	4750	93,10	694,73	62,20	6205,11	3,60	0,378	1,121
3	5000	98,00	689,26	66,27	6111,48	3,54	0,384	1,506
3	5250	102,90	674,67	70,58	5926,11	3,43	0,396	1,902
3	5500	107,80	652,79	75,13	5666,85	3,28	0,414	2,316
3	5750	112,70	621,79	79,91	5315,81	3,08	0,442	2,758
3	6000	117,60	585,32	84,94	4908,73	2,85	0,478	3,236
3	6250	122,50	541,56	90,21	4427,71	2,57	0,530	3,767
3	6250	122,50					0,800	4,567
4	4750	124,45	519,72	92,38	4192,22	2,56	0,212	4,779
4	5000	131,00	515,63	99,94	4077,91	2,49	0,731	5,510
4	5250	137,55	504,71	107,94	3892,35	2,38	0,766	6,276
4	5500	144,10	488,35	116,39	3648,87	2,23	0,817	7,093
4	5750	150,65	465,16	125,29	3334,06	2,03	0,894	7,987
4	6000	157,20	437,87	134,65	2974,64	1,82	1,002	8,990
4	6250	163,75	405,14	144,46	2557,19	1,56	1,166	10,156
4	6250	163,75					0,800	10,956
5	5000	167,00	404,47	149,50	2501,25	1,57	0,576	11,532
5	5250	175,35	395,91	162,98	2285,05	1,43	1,621	13,153
5	5500	183,70	383,07	177,22	2019,40	1,26	1,834	14,986

Tabla 16. CAJA DE CAMBIOS MANUAL: Tiempos de recuperación de 80-120-150-180 km/h.

Con la caja de cambios de doble embrague se consigue una recuperación de 80 a 120 km/h en 3.3 s, de 80 a 150 km/h en 7.9 s y de 80 a 180 km/h en 14.2 s.

A continuación se presentan varios casos de tiempos de recuperación de distintas velocidades en una misma marcha, de tal manera que al no haber cambio de marchas estas tablas son válidas para ambos tipos de cajas de cambios y se adjuntan por el mero análisis prestacional y no tanto por comparativa de ambos tipos de cajas.

La figura 30 muestra la gráfica Velocidad-Tiempo, donde de nuevo se aprecia la mayor rapidez en recuperar la velocidad consignada por parte de la caja de cambios de doble embrague.

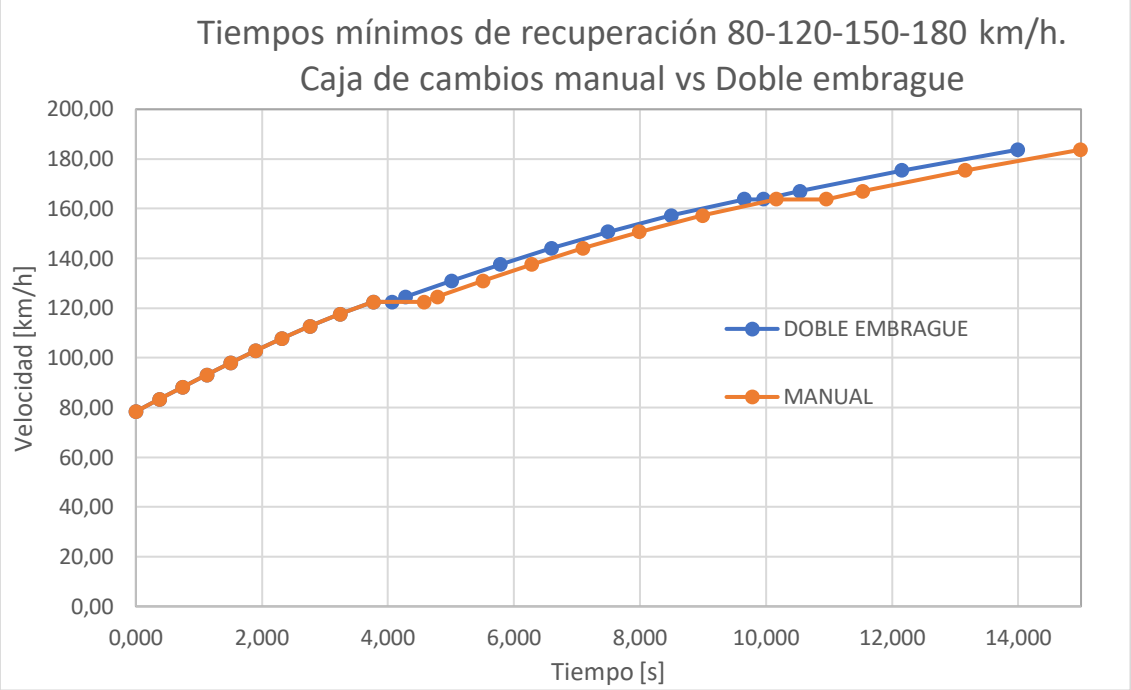


Figura 30. Comparación de tiempos de recuperación de 80-120-150-180 km/h entre caja de cambios manual y doble embrague.

2.6.3. RECUPERACIÓN 80-100-120-150-180 KM/H en 4ª, 5ª y 6ª VELOCIDAD.

Las tablas 17, 18 y 19 muestran los tiempos de recuperación mínimos de 80-100-120-150-180 km/h en 4ª, 5ª y 6ª velocidad respectivamente para ambos tipos de caja de cambios.

RECUPERACIÓN 80-100-120-150-180 EN 4ª VELOCIDAD								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
4	3000	78,60	448,79	51,51	3897,32	2,38	0,765	0,000
4	3250	85,15	482,89	56,09	4186,94	2,55	0,712	0,712
4	3500	91,70	508,81	61,08	4392,22	2,68	0,679	1,391
4	3750	98,25	526,54	66,49	4513,13	2,75	0,661	2,052
4	4000	104,80	534,72	72,31	4536,23	2,77	0,657	2,709
4	4250	111,35	526,54	78,57	4394,58	2,68	0,679	3,388
4	4500	117,90	522,45	85,26	4288,84	2,62	0,695	4,083
4	4750	124,45	519,72	92,38	4192,22	2,56	0,711	4,794
4	5000	131,00	515,63	99,94	4077,91	2,49	0,731	5,525
4	5250	137,55	504,71	107,94	3892,35	2,38	0,766	6,291
4	5500	144,10	488,35	116,39	3648,87	2,23	0,817	7,108
4	5750	150,65	465,16	125,29	3334,06	2,03	0,894	8,003
4	6000	157,20	437,87	134,65	2974,64	1,82	1,002	9,005
4	6250	163,75	405,14	144,46	2557,19	1,56	1,166	10,171

4	6500	170,30	369,67	154,74	2108,45	1,29	1,414	11,585
4	6750	176,85	330,11	165,48	1614,99	0,99	1,846	13,432
4	7000	183,40	286,46	176,70	1076,77	0,66	2,769	16,201

Tabla 17. Tiempos de recuperación de 80-100-120-150-180 km/h en 4ª velocidad.

Los tiempos de recuperación resultantes en 4ª marcha fueron de 80 a 100 km/h en 2.1 s de 80 a 120 km/h en 4.3 s de 80 a 150 km/h en 8 s y de 80 a 180 km/h en 15 s.

RECUPERACIÓN 80-100-120-150-180 EN 5ª VELOCIDAD								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
5	2500	83,50	281,42	54,89	2222,22	1,39	1,666	0,833
5	2750	91,85	319,94	61,20	2538,28	1,59	1,459	2,292
5	3000	100,20	352,04	68,18	2784,72	1,74	1,330	3,622
5	3250	108,55	378,79	75,84	2971,93	1,86	1,246	4,868
5	3500	116,90	399,12	84,21	3089,32	1,94	1,199	6,066
5	3750	125,25	413,03	93,28	3136,82	1,96	1,180	7,247
5	4000	133,60	419,45	103,06	3103,82	1,94	1,193	8,440
5	4250	141,95	413,03	113,57	2937,77	1,84	1,260	9,700
5	4500	150,30	409,82	124,80	2796,04	1,75	1,324	11,025
5	4750	158,65	407,68	136,78	2657,55	1,66	1,393	12,418
5	5000	167,00	404,47	149,50	2501,25	1,57	1,480	13,899
5	5250	175,35	395,91	162,98	2285,05	1,43	1,621	15,519
5	5500	183,70	383,07	177,22	2019,40	1,26	1,834	17,353

Tabla 18. Tiempos de recuperación de 80-100-120-150-180 km/h en 5ª velocidad.

Los tiempos de recuperación resultantes en 5ª marcha fueron de 80 a 100 km/h en 3.6 s de 80 a 120 km/h en 6.6 s de 80 a 150 km/h en 11 s y de 80 a 180 km/h en 16.4 s.

RECUPERACIÓN 80-100-120-150-180 EN 6ª VELOCIDAD								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
6	2000	84,20	149,41	55,40	922,26	0,59	4,981	2,491
6	2250	94,73	188,46	63,52	1225,62	0,78	3,748	6,239
6	2500	105,25	223,26	72,73	1476,73	0,94	3,111	9,350
6	2750	115,78	253,82	83,04	1675,40	1,07	2,742	12,092
6	3000	126,30	279,29	94,47	1813,13	1,15	2,534	14,626
6	3250	136,83	300,52	107,03	1898,06	1,21	2,420	17,047
6	3500	147,35	316,64	120,75	1921,72	1,22	2,391	19,437
6	3750	157,88	327,68	135,64	1883,93	1,20	2,439	21,876
6	4000	168,40	332,77	151,71	1776,22	1,13	2,586	24,462
6	4250	178,93	327,68	168,99	1556,80	0,99	2,951	27,414
6	4500	189,45	325,13	187,47	1350,44	0,86	3,402	30,816

Tabla 19. Tiempos de recuperación de 80-100-120-150-180 km/h en 6ª velocidad.

Los tiempos de recuperación resultantes en 6ª marcha fueron de 80 a 100 km/h en 7.8 s de 80 a 120 km/h en 13.4 s de 80 a 150 km/h en 19.5 s y de 80 a 180 km/h en 28 s.

2.6.4. RECUPERACIÓN 60-90-100 KM/H en 3ª, 4ª y 5ª VELOCIDAD.

Las tabla 20, 21 y 22 muestran los tiempos de recuperación mínimos de 60-90-100km/h en 3ª, 4ª y 5ª velocidad respectivamente para ambos tipos de caja de cambios.

RECUPERACIÓN 60-90-100 EN 3ª VELOCIDAD								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
3	3000	58,80	599,91	40,11	5491,61	3,18	0,428	0,000
3	3250	63,70	645,49	42,59	5914,45	3,43	0,397	0,397
3	3500	68,60	680,14	45,30	6227,81	3,61	0,377	0,774
3	3750	73,50	703,84	48,22	6431,65	3,73	0,365	1,139
3	4000	78,40	714,78	51,37	6508,07	3,77	0,361	1,500
3	4250	83,30	703,84	54,75	6367,60	3,69	0,369	1,869
3	4500	88,20	698,37	58,36	6278,55	3,64	0,374	2,243
3	4750	93,10	694,73	62,20	6205,11	3,60	0,378	2,621
3	5000	98,00	689,26	66,27	6111,48	3,54	0,384	3,006
3	5250	102,90	674,67	70,58	5926,11	3,43	0,396	3,402

Tabla 20. Tiempos de recuperación de 60-90-100 en 3ª velocidad.

Los tiempos de recuperación resultantes en 3ª marcha fueron de 60 a 90 km/h en 2.3 s y de 60 a 100 km/h en 3.2 s.

RECUPERACIÓN 60-90-100 EN 4ª VELOCIDAD								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
4	2250	58,95	302,83	40,18	2576,54	1,57	1,157	0,000
4	2500	65,50	358,76	43,56	3092,07	1,89	0,964	0,964
4	2750	72,05	407,86	47,33	3536,81	2,16	0,843	1,807
4	3000	78,60	448,79	51,51	3897,32	2,38	0,765	2,572
4	3250	85,15	482,89	56,09	4186,94	2,55	0,712	3,285
4	3500	91,70	508,81	61,08	4392,22	2,68	0,679	3,963
4	3750	98,25	526,54	66,49	4513,13	2,75	0,661	4,624

Tabla 21. Tiempos de recuperación de 60-90-100 en 4ª velocidad.

Los tiempos de recuperación resultantes en 4ª marcha fueron de 60 a 90 km/h en 3.7 s y de 60 a 100 km/h en 4.6 s.

RECUPERACIÓN 60-90-100 EN 5ª VELOCIDAD								
Marcha	RPM	Velocidad [km/h]	Fm [kg_f]	R_total [kg_f]	C_acel [N]	γ [m/s2]	dt (s)	t [s]
5	1750	58,45	179,77	39,94	1371,67	0,86	2,700	0,000
5	2000	66,80	188,33	44,28	1413,12	0,89	2,620	2,620
5	2250	75,15	237,55	49,26	1847,13	1,16	2,005	4,625
5	2500	83,50	281,42	54,89	2222,22	1,39	1,666	6,292
5	2750	91,85	319,94	61,20	2538,28	1,59	1,459	7,750
5	3000	100,20	352,04	68,18	2784,72	1,74	1,330	9,080

Tabla 22. Tiempos de recuperación de 60-90-100 en 5ª velocidad.

Los tiempos de recuperación resultantes en 4ª marcha fueron de 60 a 90 km/h en 7.3 s y de 60 a 100 km/h en 8.8 s.

2.7. RESUMEN DE PRESTACIONES

En la tabla 23 se muestra a modo de resumen un recopilatorio con todos los tiempos de recuperación y aceleraciones obtenidos en el anterior análisis, también se ha añadido una columna que cuantifica la mejora en prestaciones que supone la caja de cambios de doble embrague. Esta tabla nos permite hacer una comparación entre las dos configuraciones de la cadena de transmisión analizadas, además de justificar con las mejoras de rendimiento conseguidas la instalación de una caja de cambios de doble embrague sobre el Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI, que originalmente monta de serie una caja de cambios manual.

DOBLE EMBRAGUE vs MANUAL: COMPARACIÓN DE ACELERACIÓN Y TIEMPOS DE RECUPERACIÓN			
Recuperacion [km/h]	DOBLE EMBRAGUE	MANUAL	MEJORA [%]
0 a 100	6,6	7,6	15,15
0 a 200	23,9	26	8,79
60 a 90 (3ª vel)	2,3	2,3	-
60 a 90 (4ª vel)	3,7	3,7	-
60 a 90 (5ª vel)	7,3	7,3	-
60 a 100 (3ª vel)	3,2	3,2	-
60 a 100 (4ª vel)	4,6	4,6	-
60 a 100 (5ª vel)	8,8	8,8	-
80 a 100 (4ª vel)	2,1	2,1	-
80 a 100 (5ª vel)	3,6	3,6	-
80 a 100 (6ª vel)	7,8	7,8	-
80 a 120 (mínimo tiempo) (3ª vel)	3,3	3,3	-
80 a 120 (4ª vel)	4,3	4,3	-
80 a 120 (5ª vel)	6,6	6,6	-
80 a 120 (6ª vel)	13,4	13,4	-
80 a 150 (mínimo tiempo)	7,4	7,9	6,76
80 a 150 (4ª vel)	8	8	-
80 a 150 (5ª vel)	11	11	-
80 a 150 (6ª vel)	19,5	19,5	-
80 a 180 (mínimo tiempo)	13,2	14,2	7,58
80 a 180 (4ª vel)	15	15	-
80 a 180 (5ª vel)	16,4	16,4	-
80 a 180 (6ª vel)	28	28	-

Tabla 23. Resumen de prestaciones y mejora.

ANEXO III: CÁLCULO DE LOS ENGRANAJES

Se utilizaron engranajes cilíndricos de dientes helicoidales, ya que presentan una serie de ventajas frente a los engranajes de dientes rectos, algunas de ellas son:

- Proporcionan una transmisión más suave y silenciosa, por ello se utilizan sustituyendo a los engranajes de dientes rectos cuando las velocidades tangenciales superan los 5 m/s.
- Permiten transmitir cargas más elevadas para una misma anchura, ya que en éstos engrana más de un diente a la vez.
- Además presentan un rendimiento similar a los de dientes rectos cuando la transmisión se realiza entre ejes paralelos como es el caso.

3.1. CÁLCULO PARA EVITAR FALLO POR FLEXIÓN

Al engranar dos ruedas dentadas suele ocurrir que se encuentran engranando a la vez más de un diente, pero como también es previsible que lo haga uno sólo de cada rueda, es conveniente atribuir toda la carga a un solo diente del piñón y al correspondiente de la rueda. Las hipótesis iniciales para realizar el cálculo son las siguientes:

- Toda la carga se encuentra aplicada sobre un único diente, esto representa la situación más desfavorable para el diente.
- El empuje sobre el diente se produce a lo largo de la generatriz de contacto que es inclinada. La resultante de dicho empuje no actúa en la cabeza del diente, sino hacia el centro, a aproximadamente 2/3 de su altura.
- Este tipo de engranajes se calcula según el módulo normal o de tallado.

A continuación se presenta la expresión (20) que permite calcular el módulo normal M_n para que el diente no falle a flexión conociendo el par a transmitir:

$$M_n = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}} \cdot \frac{\cos(\mu)}{1.5}} \qquad (20)$$

Donde:

M_{tc}	$Par\ torsor\ corregido\ en\ [N \cdot mm]$
δ	$Coeficiente\ de\ rigidez$
Z	$Número\ de\ dientes$
y	$Factor\ de\ forma\ del\ diente\ o\ coeficiente\ de\ Lewis]$
σ_{adm}	$Tensión\ admisible\ del\ material\ en\ [MPa]$
μ	$Ángulo\ de\ inclinación\ del\ diente\ en\ [º]$

El método de cálculo consistió en la elección de los diferentes parámetros de esta ecuación para después calcular la tensión admisible mínima necesaria del material para evitar el fallo por flexión. Se elige un material y se comparan sus características con las obtenidas en el diseño. El engranaje no fallará por flexión si la tensión de fluencia del material es mayor que la tensión mínima admisible calculada que puede soportar el material.

En primer lugar se eligieron algunos parámetros geométricos de los engranajes. Se tomó un ángulo de inclinación del diente de $\mu = 30º$, un ángulo de presión del siente de $\alpha = 20º$ y un módulo normal $M_n = 4$. También se eligió de la tabla 24 el coeficiente de rigidez $\delta = 25$ al ser una caja reductora.

COEFICIENTE DE RIGIDEZ	
Tipo de montaje	Coeficiente δ
Engranajes sobre ejes robustos, soportados por rodamientos o cojinetes apoyados sobre soportes rígidos.	Hasta 30
Engranajes con buen asiento en cajas reductoras o de velocidad en general.	Hasta 25
Engranajes sobre apoyos ordinarios.	Hasta 15

Tabla 24. Coeficiente de rigidez δ.

Este último parámetro fija el máximo valor de la anchura del diente en relación al módulo.

$$\delta = \frac{b}{M} \rightarrow b_{max} = \delta \cdot M = 25 \cdot 4 = 100\ mm \tag{21}$$

Así al haber elegido los valores mostrados de módulo normal y coeficiente de rigidez, nos queda que la máxima anchura que podrían tener los engranajes es de 100 mm.

Después se propuso el número de dientes que deberían tener los engranajes teniendo en cuenta las relaciones de transmisión obtenidas, estas se aproximaron a un valor real que es factible obtener con la combinación de dientes elegida.

Pero a la hora de hacer la elección del número de dientes hay que tener en cuenta que para ciertas combinaciones de números de dientes en un par de engranajes, existe el fenómeno de la interferencia entre los dientes en el piñón y el filete o la raíz de los dientes en la rueda. Obviamente, esto no se puede tolerar porque los engranajes simplemente no llegarían a engranan. La probabilidad de que ocurra interferencia es mayor cuando un piñón pequeño acciona un engranaje grande.

La AGMA compiló una tabla (207.05) que da el número mínimo de dientes que se pueden fresar en un engranaje helicoidal sin que se presente rebaje. Estos valores aparecen en la tabla 25 en función del ángulo de hélice $\Psi(\mu)$ y el ángulo de presión $\varphi_n\ (\alpha)$ para dientes de profundidad total.

	ϕn		
ψ	14½º	20º	25º
0º engranajes rectos	32	18	12
5º	32	17	12
10º	31	17	11
15º	29	16	11
20º	27	15	10
23º	26	14	10
25º	25	14	9
30º	22	12	8
35º	19	10	7
40º	15	9	6
45º	12	7	5

Tabla 6.10. *Número mínimo de dientes para engranajes helicoidales sin que se presente socavación o rebaje*

Tabla 25. Número mínimo de dientes para evitar interferencia en engranajes helicoidales.

De esta tabla podemos extraer que se evitará la interferencia cuando el número de dientes del piñón sea mayor que 12, ya que el ángulo de inclinación del diente o ángulo de hélice es de $\mu = 30º$ y el ángulo de presión es de $\alpha = 20º$.

Es por ello que en los piñones de todas las velocidades se escogió un número de dientes mayor que 12.

Antes de elegir definitivamente el número de dientes de los engranajes, se ha de tener en cuenta también que la distancia entre ejes de las distintas parejas de engranajes ha de ser la misma, ya que como las parejas de engranajes van montados sobre dos ejes, esta distancia se debe conservar para que se pueda efectuar correctamente el engrane entre las diferentes parejas de engranajes. La distancia entre centros de los ejes se puede expresar como:

$$D_{ejes} = \frac{D_{p,piñon} + D_{p,rueda}}{2} = \frac{M_c \cdot \left(Z_{piñon} + Z_{rueda}\right)}{2} = \frac{M_n \cdot \left(Z_{piñon} + Z_{rueda}\right)}{2 \cdot cos\ (\mu)} \tag{22}$$

Dado que se fijó el módulo normal y el ángulo de hélice en un mismo valor para todos los engranajes, la distancia entre ejes viene determinada por el número de dientes de cada pareja de engranajes. Así la suma de los dientes de cada pareja de engranajes debe ser la misma si efectivamente se quiere conservar la distancia entre ejes. Por tanto se tienen sendos sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas para hallar el número de dientes necesario en cada pareja de engranajes.

$$i = \frac{Z_{eje\ primario}}{Z_{eje\ secundario}} \tag{23}$$

$$Z_{eje\ primario} + Z_{eje\ secundario} = Z_{total} \tag{24}$$

Debido a la condición de interferencia eligió para el piñón de la primera velocidad 13 dientes. La relación de transmisión de la primera velocidad (3.9) fija el tamaño de la rueda, la cual contará finalmente con 51. Con esto ya se sabe que la suma del número de dientes de los dos engranajes ha de ser 64. A continuación con estas dos ecuaciones comentadas previamente, las relaciones de transmisión teóricas conocidas y la suma del número de dientes, se pudo calcular el número de dientes necesario para cumplir las relaciones de trasmisión de manera aproximada, las condiciones de interferencia y la condición de igual distancia entre ejes. Las figuras 31 y 32 muestran unas capturas del programa EES usado para resolver estos sistemas de manera rápida, así como los resultados obtenidos.

DATOS

$M_n = 4$

$Z_1 = 13$

$Z_2 = 51$

RELACIONES DE TRANSMISIÓN

$i_1 = \frac{Z_2}{Z_1}$

$i_2 = 2{,}4$

$i_2 = \frac{Z_4}{Z_3}$

$i_3 = 1{,}635$

$i_3 = \frac{Z_6}{Z_5}$

$i_4 = 1{,}22$

$i_4 = \frac{Z_8}{Z_7}$

$i_5 = 0{,}96$

$i_5 = \frac{Z_{10}}{Z_9}$

$i_6 = 0{,}76$

$i_6 = \frac{Z_{12}}{Z_{11}}$

DISTANCIA ENTRE EJES

$D_{ejes} = M_n \cdot \left[\frac{Z_1 + Z_2}{2 \cdot \cos(30)}\right]$ mm

$Z_1 + Z_2 = Z_{cte}$

$Z_3 + Z_4 = Z_{cte}$

$Z_5 + Z_6 = Z_{cte}$

$Z_7 + Z_8 = Z_{cte}$

$Z_9 + Z_{10} = Z_{cte}$

$Z_{11} + Z_{12} = Z_{cte}$

Figura 31.Cálculo de número de dientes.

Unit Settings: SI C kPa kJ mass deg

$D_{ejes} = 147{,}8$ [mm]	$i_1 = 3{,}923$	$i_2 = 2{,}4$	$i_3 = 1{,}635$	$i_4 = 1{,}22$	$i_5 = 0{,}96$	$i_6 = 0{,}76$	$M_n = 4$
$Z_2 = 51$	$Z_3 = 18{,}82$	$Z_4 = 45{,}18$	$Z_5 = 24{,}29$	$Z_6 = 39{,}71$	$Z_7 = 28{,}83$	$Z_8 = 35{,}17$	$Z_9 = 32{,}65$
$Z_1 = 13$	$Z_{10} = 31{,}35$	$Z_{11} = 36{,}36$	$Z_{12} = 27{,}64$	$Z_{cte} = 64$			

Figura 32. Resultados número de dientes.

Aproximando los números de dientes obtenidos a un número entero (uno de los engranajes de la pareja al alza y el otro a la baja) se obtuvieron los valores buscados.

Además se puede obtener la distancia entre ejes usando la ecuación (25).

$$D_{ejes} = \frac{M_n \cdot (Z_{piñon} + Z_{rueda})}{2 \cdot cos\,(\mu)} = \frac{4 \cdot (64)}{2 \cdot cos\,(30)} = 147.80\,mm \qquad (25)$$

Seguidamente se muestran los valores de las relaciones de transmisión reales obtenidas, el número de dientes propuesto para cada pareja de engranajes y sus respectivos diámetros primitivos en mm en las tablas 26 y 27.

RELACIONES DE TRANSMISIÓN		RELACIONES REALES
1ª	3,909	3,923
2ª	2,410	2,368
3ª	1,635	1,667
4ª	1,223	1,207
5ª	0,960	0,939
6ª	0,761	0,778

Tabla 26. Relaciones de transmisión teóricas y reales.

DIENTES DE LOS ENGRANAJES												LEYENDA
1ª velocidad		2ª velocidad		3ª velocidad		4ª velocidad		5ª velocidad		6ª velocidad		EJE PRIMARIO
Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12	EJE SECUNDARIO
13	51	19	45	24	40	29	35	33	31	36	28	Dientes
Dp_1	Dp_2	Dp_3	Dp_4	Dp_5	Dp_6	Dp_7	Dp_8	Dp_9	Dp_11	Dp_11	Dp_12	mm
60,04	235,56	87,76	207,85	110,85	184,75	133,95	161,66	152,42	143,18	166,28	129,33	
147,80		147,80		147,80		147,80		147,80		147,80		D_Ejes

Tabla 27. Número de dientes y diámetros primitivos en mm de los engranajes

Una vez obtenido el número de dientes de los engranajes ya se puede calcular el factor de forma del diente o factor de Lewis. Para obtener este factor se utilizan las mismas tablas que en el caso de engranajes cilíndricos rectos, sin embargo es necesario hacer una corrección para poder entrar en la tabla, de manera que no se entra con el número de dientes reales, sino que se hace con el número de dientes ficticios, los cuales se obtienen en función del número de dientes reales y el ángulo de inclinación de estos. Así el número de dientes ficticios se calcula con la siguiente expresión:

$$Z' = \frac{Z}{cos^3\mu} \tag{26}$$

El número de dientes ficticios se muestra a continuación:

Nº DE DIENTES FICTICIO											
1ª velocidad		2ª velocidad		3ª velocidad		4ª velocidad		5ª velocidad		6ª velocidad	
Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12
20,01	78,52	29,25	69,28	36,95	61,58	44,65	53,89	50,81	47,73	55,43	43,11

Tabla 28. Número de dientes ficticio.

Las tablas para el cálculo del factor de forma o coeficiente de Lewis son las siguientes:

FACTOR DE FORMA DEL DIENTE "y"							
Nº de dientes	Altura normal 20º	Altura normal 14,5º o 15º	Diente corto 20º	Nº de dientes	Altura normal 20º	Altura normal 14,5º o 15º	Diente corto 20º
10	0,064	0,056	0,083	25	0,108	0,097	0,133
11	0,072	0,061	0,092	27	0,111	0,099	0,136
12	0,078	0,067	0,099	30	0,114	0,101	0,139
13	0,083	0,071	0,103	34	0,118	0,104	0,142
14	0,088	0,075	0,108	38	0,122	0,106	0,145
15	0,092	0,078	0,111	43	0,126	0,108	0,147
16	0,094	0,081	0,115	50	0,130	0,110	0,151
17	0,096	0,084	0,117	60	0,134	0,113	0,154
18	0,098	0,086	0,120	75	0,138	0,115	0,158
19	0,100	0,088	0,123	100	0,142	0,117	0,161
20	0,102	0,090	0,125	150	0,146	0,119	0,165
21	0,104	0,092	0,127	300	0,150	0,122	0,170
23	0,106	0,094	0,130	Cremallera	0,154	0,124	0,175

Fig. 11.2.3. Factor de forma del diente.

Tabla 29. Factor de corrección de forma del diente o factor de Lewis.

Interpolando con los valores del número de dientes ficticio y con un ángulo de presión de 20º se obtuvieron los factores de corrección de Lewis de la tabla 30.

FACTOR DE LEWIS (DE TABLAS CEM INTERPOLANDO)											
y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_10	y_11	y_12
0,1020	0,1390	0,1133	0,1365	0,1210	0,1344	0,1269	0,1316	0,1303	0,1287	0,1322	0,1260

Tabla 30. Resultados factor de Lewis.

En este momento sólo falta por determinar el par torsor corregido M_{tc}, este se calcula como:

$$M_{tc} = K_v \cdot f_s \cdot M_t \tag{27}$$

Donde:

K_v $\quad$ *Factor de corrección por esfuerzos dinámicos*
f_s $\quad$ *Factor de corrección por tipo de servicio*
M_t $\quad$ *Par torsor en los engranajes*

El factor de servicio f_s se estima de la figura 33:

FACTOR DE SERVICIO	
Tipo de máquina	Factor f_s
Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.	De 1,00 a 1,25
Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc.	De 1,25 a 1,50
Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.	De 1,50 a 2,00

Figura 33. Factor de servicio fs.

Se escogió un valor para el factor de servicio de $f_s = 1.5$ dado que los engranajes de una caja de cambios están sometidos a cargas con choque medio, además se cogió el valor más alto del rango proporcionado por la tabla para tener una mayor seguridad.

El factor de esfuerzos dinámicos K_v se puede estimar a partir de la velocidad tangencial de la circunferencia primitiva y de la calidad del engranaje con la figura 34.

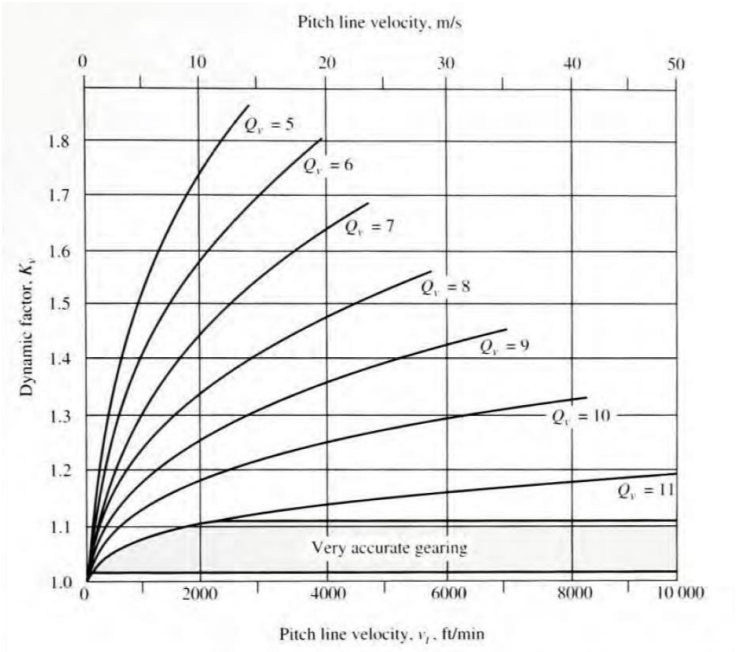


Figura 34. Factor de esfuerzos dinámicos Kv.

La calidad necesaria en el engranaje se extrae de la figura 35, donde se puede observar que para una transmisión de automóvil la calidad de los engranajes está entre 10 y 11, elegiremos una nivel de calidad de $Q_v = 11$.

TABLE 9–2 Recommended AGMA quality numbers

Application	Quality number	Application	Quality number
Cement mixer drum drive	3–5	Small power drill	7–9
Cement kiln	5–6	Clothes washing machine	8–10
Steel mill drives	5–6	Printing press	9–11
Grain harvester	5–7	Computing mechanism	10–11
Cranes	5–7	Automotive transmission	10–11
Punch press	5–7	Radar antenna drive	10–12
Mining conveyor	5–7	Marine propulsion drive	10–12
Paper-box-making machine	6–8	Aircraft engine drive	10–13
Gas meter mechanism	7–9	Gyroscope	12–14

Machine tool drives and drives for other high-quality mechanical systems

Pitch line speed (fpm)	Quality number	Pitch line speed (m/s)
0–800	6–8	0–4
800–2000	8–10	4–11
2000–4000	10–12	11–22
Over 4000	12–14	Over 22

Figura 35. Calidades recomendadas en los engranajes.

A continuación se calculó la velocidad tangencial del circulo primitivo en [m/s] como:

$$V = \omega_{eng} \cdot \frac{D_p}{2} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n \cdot \frac{M_n \cdot Z}{2 \cdot 1000 \cdot \cos(\mu)} \tag{28}$$

Donde:

n	*Revoluciones de giro del engranaje en rpm.*
M_n	*Módulo normal del engranaje*
Z	*Número de dientes del engranaje*
μ	*Ángulo de hélice*

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

VELOCIDADES TANGENCIALES ENGRANAJES [m/s]											
V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12
12,58	12,58	18,38	18,38	23,22	23,22	28,05	28,05	31,92	31,92	34,82	34,82

Tabla 31. Velocidades tangenciales del círculo primitivo en los engranajes.

Como es de esperar, cada pareja de engranajes lleva la misma velocidad tangencial, dado que en el contacto entre los dientes la velocidad es la misma.

Con esto ya se puede tomar el factor de esfuerzos dinámicos de la figura 34. Los valores obtenidos fueron los de la tabla 32.

FACTOR DE ESFUERZOS DINÁMICOS (Kv) (Engranajes de calidad Qv=11)											
Kv_1	Kv_2	Kv_3	Kv_4	Kv_5	Kv_6	Kv_7	Kv_8	Kv_9	Kv_10	Kv_11	Kv_12
1,11	1,11	1,13	1,13	1,15	1,15	1,16	1,16	1,17	1,17	1,18	1,18

Tabla 32. Factor de esfuerzos dinámicos.

Ahora ya es posible calcular el par torsor corregido M_{tc}, pero en primer lugar es de notable importancia comentar que se calculó el diente a flexión bajo la hipótesis de par máximo, situación donde el engranaje estará sometido a las mayores solicitaciones. El par máximo que desarrolla el motor son 392 Nm a 4000 rpm. Con ello se ha calculado el par torsor corregido bajo la hipótesis mencionada mediante la ecuación (27). Los resultados de este par torsor corregido se hallan en la tabla 33.

		PAR TORSOR CORREGIDO											
		Mtc_1	Mtc_2	Mtc_3	Mtc_4	Mtc_5	Mtc_6	Mtc_7	Mtc_8	Mtc_9	Mtc_10	Mtc_11	Mtc_12
HIPOTESIS 1: PAR MÁX	[N*m]	652,68	2560,51385	664,44	1573,67368	676,2	1127	682,08	823,2	687,96	646,265455	693,84	539,653333
	[N*mm]	652680	2560513,85	664440	1573673,68	676200	1127000	682080	823200	687960	646265,455	693840	539653,333
HIPÓTESIS 2: POT MÁX	[N*m]	596,07	2338,42846	606,81	1437,18158	617,55	1029,25	622,92	751,8	628,29	590,211818	633,66	492,846667
	[N*mm]	596070	2338428,46	606810	1437181,58	617550	1029250	622920	751800	628290	590211,818	633660	492846,667

Tabla 33. Par torsor corregido (Hipótesis máximo par y máxima potencia).

La tabla 34 contiene las tensiones que se producen en los engranajes, y por tanto, las mínimas tensiones admisibles para el material del que tendrán que estar formados los engranajes, calculadas con la ecuación (20).

σ_adm [MPa]											
σ_adm1	σ_adm2	σ_adm3	σ_adm4	σ_adm5	σ_adm6	σ_adm7	σ_adm8	σ_adm9	σ_adm10	σ_adm11	σ_adm12
112,97	82,90	70,84	58,80	53,44	48,11	42,54	41,02	36,72	37,18	33,46	35,11

Tabla 34. Tensiones generadas en los engranajes.

Los resultados obtenidos son coherentes dado que en cada pareja de engranajes la mayor tensión resulta en el engranaje que tiene un menor número de dientes (piñón), y además las mayores tensiones se dan para las primeras velocidades, donde el par a transmitir es mayor.

Por tanto es necesario escoger un material cuya tensión de fluencia sea mayor que 113 MPa.

Finalmente se calculó la anchura mínima necesaria en los engranajes. Cuanto mayor es el ángulo de la hélice para una determinada anchura de cara, mayor es el solape o recubrimiento del diente, y más gradual es la transferencia de carga. Para que la ventaja del recubrimiento de engrane del diente sea importante, la anchura de la cara b debe ser:

$$b \geq 1.15 \cdot P_a \tag{29}$$

Siendo P_a el paso axial del engranaje, que es la distancia que existe entre los ejes de dos dientes consecutivos medida sobre el cilindro primitivo y en sentido axial. Este se calcula según la ecuación (30).

$$P_a = \frac{\pi \cdot M_c}{tg\ \mu} = \frac{\pi \cdot {M_n}/{cos\mu}}{tg\ \mu} = 25.15\ mm \tag{30}$$

Y por tanto la anchura mínima habrá de ser:

$$b \geq 1.15 \cdot \frac{\pi \cdot {M_n}/{cos\mu}}{tg\ \mu} = 1.15 \cdot \frac{\pi \cdot {4}/{cos30}}{tg\ 30} = 28.90\ mm$$

3.2. CÁLCULO A DESGASTE

Los flancos de los dientes de los engranajes se hallan sometidos a fricción, y a la vez, a una considerable presión para poder transmitir los pares de giro. Esa fricción hace que dichos flancos sufran desgaste con el tiempo al igual que ocurre con cualquier otro componente de máquinas que deslice sobre otro.

Se abordó el cálculo a desgaste para resistir un tiempo determinado en horas. Podrá observarse que para una duración razonable en horas, en el cálculo a desgaste se obtiene un tamaño de diente mayor respecto al calculado en flexión.

Cuando las relaciones de transmisión son elevadas, y al igual que ocurre en la flexión, el mayor desgaste lo sufre el piñón o rueda de menor número de dientes y en el pie del diente.

Para reducir el desgaste de los dientes, la lubricación juega un papel esencial. El contacto ideal entre los dientes se produce cuando entre las superficies de los mismos se interpone una película de lubricante lo suficientemente resistente para impedir el contacto entre las superficies metálicas de los dientes. Cuando la lubricación falla, se origina entre las superficies un fenómeno que se llama picado del diente.

La expresión que permite calcular el módulo normal M_n para que el diente no falle a desgaste si se conoce el par a transmitir es la siguiente:

$$M_n = \sqrt[3]{\frac{1}{\delta \cdot Z^2} \cdot \frac{4 \cdot M_{tc} \cdot cos^3(\mu)}{K_r \cdot sen(2\alpha)} \cdot \frac{1+\mathrm{i}}{i}} \tag{31}$$

Donde:

M_{tc}	$Par\ torsor\ corregido\ en\ [N \cdot mm]$
δ	$Coeficiente\ de\ rigidez$
Z	$Número\ de\ dientes$
i	$Relación\ de\ transmisión\ de\ la\ velocidad$
α	$Ángulo\ de\ presión\ del\ diente$
μ	$Ángulo\ de\ inclinación\ del\ diente\ en\ [º]$
K_r	$Coeficiente\ de\ presión\ de\ rodadura$

El valor límite del coeficiente de presión de rodadura $K_{r,adm}$ se calcula en función de las condiciones de trabajo (duración en horas y revoluciones por minuto) y de las propiedades del material (dureza Brinell y módulo elástico en MPa), según la ecuación (32).

$$K_{r,adm} = 0.677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} \tag{32}$$

En esta ecuación W representa los millones de vueltas del engranaje, o número de veces que se produce el contacto entre dientes, y se calcula de la siguiente manera:

$$W = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \tag{33}$$

L_h $\quad$ $Duración\ en\ horas\ de\ funcionamiento$
n $\quad$ $Velocidad\ de\ giro\ del\ engranaje\ en\ [rpm]$

El proceso de cálculo que se siguió consiste en suponer unas condiciones de funcionamiento con una duración a unas determinadas revoluciones de giro del engranaje para dos hipótesis de funcionamiento diferentes. La primera de ellas fue suponer que la duración de la caja habrá de ser de 370000 km en el régimen de máximo par si el vehículo circula a 120 km/h, con lo cual la duración en horas de la caja de cambios sería $L_{h,MAX\ PAR} = \frac{370000}{120} = 3083.3\ h$, mientras que en la segunda hipótesis se supuso que si el vehículo circula a 120 km/h en condiciones de máxima potencia la caja de cambios durará 360000 km, y por tanto su duración en horas será de $L_{h,MAX\ POT} = \frac{360000}{120} = 3000\ h$.

Con estos datos de duración de funcionamiento y las revoluciones de operación a máximo par $n_1 = 4000\ rpm$ y a máxima potencia $n_2 = 5500\ rpm$ se calcularon los millones de vueltas que dan los engranajes, obteniéndose para las dos hipótesis:

Millones de vueltas	
W [PAR]	W [POT]
740	990

Tabla 35. Millones de vueltas.

En la tabla 36 se calculó a través de la ecuación (31) el valor del coeficiente de presión de rodadura con los datos proporcionados anteriormente obteniéndose los resultados para las dos hipótesis mencionadas anteriormente.

	COEFICIENTE DE PRESIÓN DE RODADURA											
	kr_1	kr_2	kr_3	kr_4	kr_5	kr_6	kr_7	kr_8	kr_9	kr_10	kr_11	kr_12
HIPOTESIS 1: PAR MÁX	12,24	3,12	6,61	2,79	4,75	2,85	3,75	3,10	3,29	3,51	3,09	3,97
HIPÓTESIS 2: POT MÁX	11,18	2,85	5,33	2,25	3,40	2,04	2,35	1,95	1,83	1,95	1,55	1,99

Tabla 36. Coeficientes de presión de rodadura.

Como se ha dicho con antelación se observa que el cálculo a desgaste es más crítico para el piñón dado que para un mismo número de revoluciones los dientes del piñón sufren más contactos que los de la rueda, siendo así mayor su coeficiente de presión de rodadura necesario para evitar el fallo a desgaste.

Igualando este coeficiente de presión de rodadura con el admisible se obtuvieron los valores de dureza superficial del material necesarios para evitar el fallo por desgaste.

$$K_r = K_{r,adm} \tag{34}$$

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

	DUREZA MÍNIMA NECESARIA [MPa]											
	HB_1	HB_2	HB_3	HB_4	HB_5	HB_6	HB_7	HB_8	HB_9	HB_10	HB_11	HB_12
HIP 1: PAR MÁX	5860,9	2959,0	4307,4	2798,9	3648,7	2826,3	3242,1	2951,2	3040,4	3136,9	2945,0	3339,4
HIP 2: POT MÁX	5879,4	2968,4	4058,8	2637,4	3241,5	2510,9	2694,3	2452,5	2377,9	2453,4	2189,0	2482,1

Tabla 37. Dureza mínima necesaria en MPa (N/mm^2).

Estos resultados también se muestran convertidos a dureza HRC.

	DUREZA MÍNIMA NECESARIA [HRC]											
	HRC_1	HRC_2	HRC_3	HRC_4	HRC_5	HRC_6	HRC_7	HRC_8	HRC_9	HRC_10	HRC_11	HRC_12
HIP 1: PAR MÁX	59	31	45	30	39	30	34	31	32	33	30	35
HIP 2: POT MÁX	59	32	43	28	34	25	28	24	22	23	17	23

Tabla 38. Dureza mínimas necesarias en HRC.

El mayor valor de dureza necesario se produce con la hipótesis de potencia máxima en el piñón de la primera velocidad, aunque con la conversión a dureza HRC se ve que todos los valores de dureza próximos entre sí corresponden a un mismo valor en HRC. De esta manera fue necesario escoger un material con una dureza superior a esta y una tensión admisible superior a la calculada para evitar el fallo por flexión (113 MPa), con lo cual se eligió finalmente un F-156, que se trata de un acero de cementación al Cr-Ni-Mo duro. Sus características se muestran en la tabla 39, cumpliendo ellas con las especificaciones necesarias.

F-156	
Tipo de acero – Tratamiento	Acero al Cr-Ni-Mo duro
Resistencia a tracción Rm [kp/mm2]	120
Dureza	60 HRC
σ_adm [kp/mm2]	42
E [Gpa]	210

Tabla 39. Material elegido.

ANEXO IV: DIMENSIONAMIENTO DE LOS EJES.

En este apartado se hallaron las solicitaciones que generan los engranajes, para después obtener los diagramas de esfuerzos de los ejes, los cuales permitirán localizar las zonas más solicitadas de los tres ejes que conforman la transmisión de doble embrague, dos de los cuales, el eje primario de las marchas impares y el eje secundario, serán ejes macizos; mientras que el restante, el primario de las marchas pares, será un eje hueco. Con los diagramas de esfuerzos podremos calcular las tensiones en los ejes en cada sección, dimensionándolos correctamente para evitar el fallo por resistencia y por fatiga.

La configuración de la caja de cambios y la disposición que se utilizó de los engranajes es la de la figura 36.

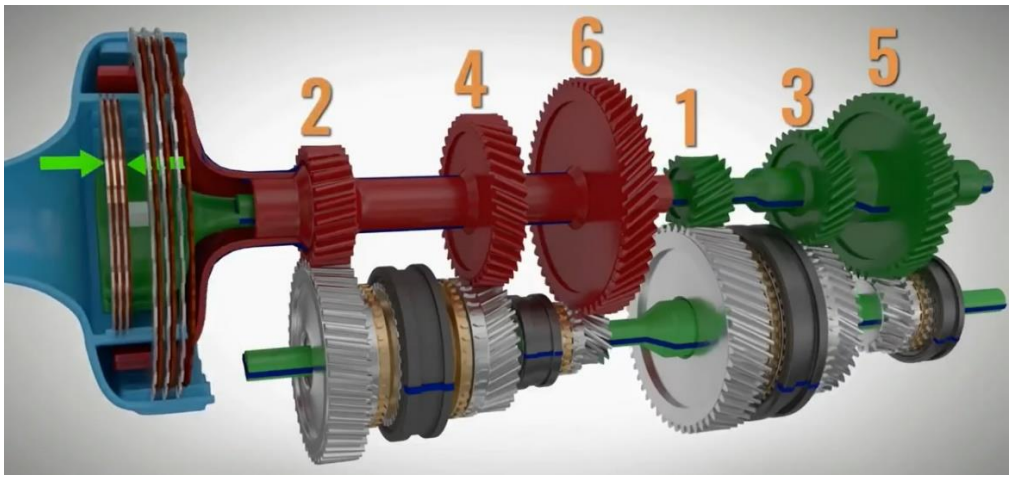


Figura 36. Configuración analizada de caja de cambios de doble embrague y disposición de engranajes.

4.1. CARGAS GENERADAS EN LA TRANSMISIÓN

Una vez dimensionados todos los engranajes de las transmisión se puede proceder a calcular las cargas generadas por los engranajes, las cuales dependen de la propia geometría de los mismos.

Para dimensionar los ejes es necesario conocer las cargas que actúan sobre ellos. Estas cargas son generadas en los engranajes debido al par que produce el motor.

En los engranajes cilíndricos helicoidales la carga total F_n sobre el diente, es normal al perfil de este, y se encuentra localizada sobre la circunferencia primitiva, como se puede observar en la figura 37.

Debido a que el diente tiene una determinada inclinación respecto al eje longitudinal del engranaje se generan tres tipos de cargas diferentes en este tipo de transmisiones, estas son las cargas tangenciales T, que son las motrices que imprimen el movimiento, las cargas radiales V y las cargas axiales A. Su dirección puede observarse en la figura 37, mientras que su sentido vendrá determinado por el sentido de inclinación del dentado y por el sentido de giro del eje.

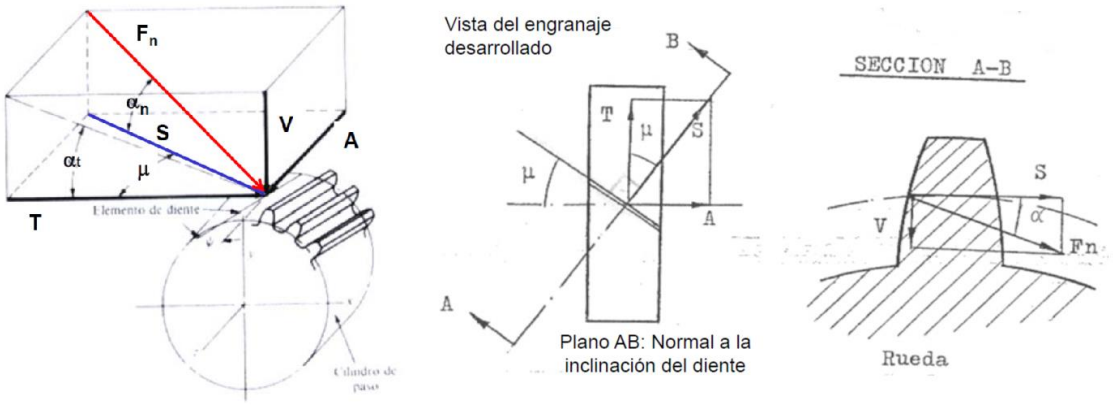


Figura 37. Esquema de cargas generadas en engranajes cilíndricos helicoidales.

Estas cargas se calculan proyectando la fuerza normal F_n en las tres direcciones cartesianas, sus expresiones son las siguientes:

$$T = \frac{2 \cdot M_t}{D_p} \tag{35}$$

$$A = T \cdot tg\ \mu \tag{36}$$

$$V = \frac{T}{cos\mu}\ tg\alpha \tag{37}$$

Los distintos parámetros de estas ecuaciones significan lo siguiente:

T	$Fuerza\ tangencial$
A	$Fuerza\ axial$
V	$Fuerza\ radial$
M_t	$Par\ torsor\ en\ el\ engranaje$
D_p	$Diámetro\ primitivo\ del\ engranaje$
α	$Ángulo\ de\ presión\ del\ diente$
μ	$Ángulo\ de\ hélice\ o\ de\ inclinación\ del\ diente$

Con los datos de diseño obtenidos durante el dimensionamiento de los engranajes se calcularon estas cargas generadas en la transmisión, los resultados se incluyen en la tabla 40.

FUERZAS EN LOS ENGRANAJES [N]											
FUERZAS TANGENCIALES (T) [N]											
T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_10	T_11	T_12
13057,00	13057,00	8933,74	8933,74	7072,54	7072,54	5853,14	5853,14	5143,67	5143,67	4715,03	4715,03
FUERZAS AXIALES (A) [N]											
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_10	A_11	A_12
7538,46	7538,46	5157,89	5157,89	4083,33	4083,33	3379,31	3379,31	2969,70	2969,70	2722,22	2722,22
FUERZAS RADIALES (V) [N]											
V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_10	V_11	V_12
5487,55	5487,55	3754,64	3754,64	2972,42	2972,42	2459,94	2459,94	2161,76	2161,76	1981,62	1981,62

Tabla 40. Cargas generadas en los engranajes en N.

La carga tangencial T produce en el eje torsión respecto al eje X y flexión respecto al plano XZ, según los ejes de la figura 38. La carga radial V produce flexión en un plano perpendicular al anterior, el XY según la figura 38, y la carga axial A produce por una parte flexión en el mismo plano que la carga radial V, y por otra compresión o tracción.

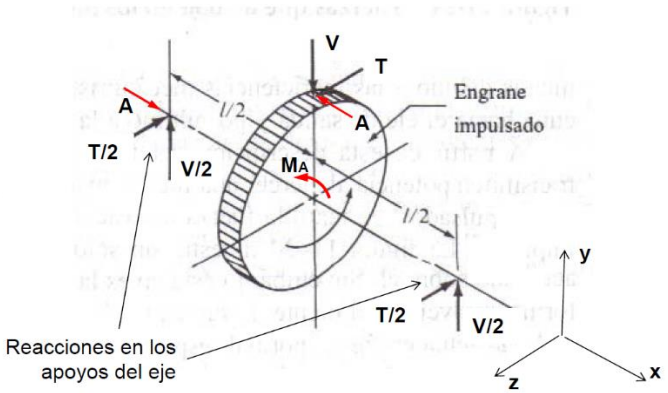


Figura 38. Tipos de esfuerzos sobre los ejes según el tipo de carga.

Como se ha comentado, la flexión producida por la carga axial A genera un par de giro sobre el eje, dado que la fuerza axial se encuentra aplicada en el diámetro primitivo del engranaje y no en el centro del eje. Para analizar los esfuerzos se trasladó esta fuerza axial al centro del eje, y para que siga siendo equivalente se añadió un momento puntual en el punto en el que se encuentra el engranaje. Entonces, este momento puntual se calculará como:

$$M_A = A \cdot \frac{D_p}{2} \tag{38}$$

Estos momentos puntuales se muestran en $N \cdot mm$ en la siguiente tabla:

MOMENTOS DEBIDOS A EMPUJE AXIAL (M_A) [N*mm]					
M_A_1	M_A_2	M_A_3	M_A_4	M_A_5	M_A_6
226321,31	887875,89	226321,31	536024,14	226321,31	377202,18
M_A_7	M_A_8	M_A_9	M_A_10	M_A_11	M_A_12
226321,31	273146,40	226321,31	212604,86	226321,31	176027,68

Tabla 41. Momentos puntuales equivalentes debidos a empuje axial.

4.2. CÁLCULO RESISTENTE.

Una vez halladas todas las fuerzas que se generan en la transmisión se puede proceder a calcular los diagramas de esfuerzos que permitirán identificar la sección más desfavorable del eje, calcular las tensiones producidas en esas secciones y con ello obtener las especificaciones mínimas necesarias del material en el que deberá fabricarse el eje.

En este apartado se calcularon los tres ejes que conforman la transmisión de doble embrague, dos de los cuales, el eje primario de las marchas impares y el eje secundario, serán ejes macizos; mientras que el restante, el primario de las marchas pares, será un eje hueco, como se ha explicado anteriormente.

El procedimiento de cálculo fue el de fijar un diámetro para el eje y calcular las tensiones que se producen en el punto más desfavorable de la sección más desfavorable. Esto se hizo con las 6 velocidades que posee la transmisión, para así determinar el caso que produce unas mayores tensiones sobre el eje y con ello poder elegir un material que según la teoría de cortante máximo y con un coeficiente de seguridad de $C_s = 2$ de lugar a tensiones inferiores a las que se dan en los ejes.

La obtención de los diagramas de esfuerzos se hizo con el programa de elementos finitos MEFI. Todos los diagramas de esfuerzos se mostrarán en N para los esfuerzos axiles y cortantes y en $N \cdot mm$ para los momentos flectores y torsores.

Al comienzo de cada uno de los apartados relativos al cálculo de los diagramas de esfuerzos en cada eje se mostrará una tabla donde se puede ver la correspondencia de los engranajes con cada punto en el programa MEFI, para conseguir una visualización más clara.

4.2.1. EJE SECUNDARIO

En el eje secundario se pusieron tres apoyos con el objetivo de reducir la flexión sobre el eje, dos de los cuales, el final y el intermedio son capaces de absorber las cargas axiales y radiales, mientras que el apoyo inicial solo es capaz de absorber carga radial.

La longitud del eje se calculó como una distancia entre centros de engranajes que se fijó en 100 mm a excepción de la distancia entre los engranajes de la sexta y la primera marcha que se ha aumentó a 120 mm para dejar más espacio para el rodamiento que va en esta posición. Estas distancias se tomaron en ese preciso valor para dejar un espacio necesario entre los engranajes para colocar los sincronizadores y el rodamiento intermedio del eje secundario y el rodamiento final del eje primario exterior que porta las marchas pares, ya que la anchura mínima de los engranajes ha de ser de 28.9 mm como se calculó anteriormente. A estas distancias entre centros de engranajes se le debieron sumar las dos distancias que existen desde el centro del primer y último engranaje que hay en los ejes al centro de los rodamientos de los extremos, los cuales constituyen los apoyos. Esta última distancia de la que se ha hablado se fijó en 60 mm para dejar un hueco, ya que la mitad del engranaje ha de ocupar unos 14.45 mm. Finalmente fue necesario dejar un espacio en el eje donde se pudiese incorporar la conexión de salida hacia el grupo cónico, este espacio se fijó en 100 mm. Con ello se obtuvo una longitud para el eje secundario de 740 mm. En la figura 39 se muestra un esquema con las cotas del eje secundario.

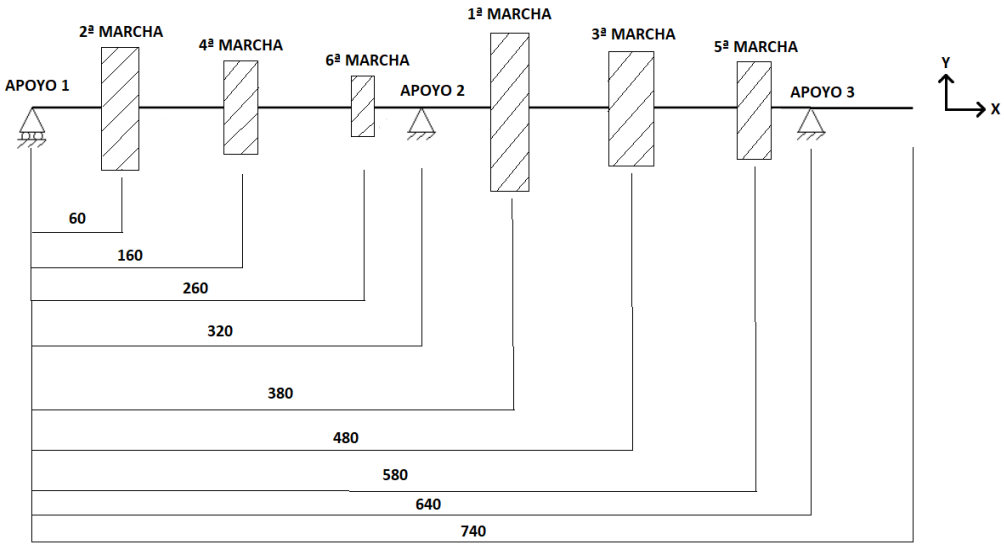


Figura 39. Cotas del eje secundario.

En el programa MEFI los engranajes están situados en unos puntos que se localizan a las distancia mostradas en la figura superior.

Para modelar en MEFI el momento producido por la fuerza axil, se procedió como se ha explicado anteriormente, calculando el momento puntual equivalente que supone esta fuerza según la ecuación (38), mientras que para modelar los momentos torsores, se introdujo en el punto correspondiente a la conexión al embrague del eje el par proporcionado por el motor en los ejes primarios. Para el eje secundario se introdujo en el punto correspondiente a la conexión con el grupo cónico el par que se proporciona a la salida de la caja de cambios según las relaciones de transmisión obtenidas. Este par a la salida de la caja de cambios se puede observar en la tabla 42.

MARCHA	MAX PAR PRIMARIO [N*mm]	RELACIONES REALES	MAX PAR SECUNDARIO [N*mm]
1ª	392000	3,92	1537846,15
2ª	392000	2,37	928421,05
3ª	392000	1,67	653333,33
4ª	392000	1,21	473103,45
5ª	392000	0,94	368242,42
6ª	392000	0,78	304888,89

*Tabla 42. Par a la entrada y salida de la caja de cambios en [N*mm].*

Como ya se tienen definidas las cotas en las que se sitúan los engranajes y los esfuerzos calculados, ya se pueden calcular los diagramas de esfuerzos.

En la tabla 43 se puede ver la correspondencia de los engranajes con cada punto en el programa MEFI

PUNTO	COORDENADA X	COORDENADA Y	ELEMENTO
1	0	0	Apoyo 1
2	60	0	Engranaje 2 velocidad
3	160	0	Engranaje 4 velocidad
4	260	0	Engranaje 6 velocidad
5	320	0	Apoyo 2
6	380	0	Engranaje 1 velocidad
7	480	0	Engranaje 3 velocidad
8	580	0	Engranaje 5 velocidad
9	640	0	Apoyo 3
10	740	0	Final eje

Tabla 43. Correspondencia de elementos con puntos en MEFI en eje secundario.

4.2.1.1. PRIMERA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la primera velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 7538.46\ N \\ V = 5487.55\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 9324.25\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 40.

Además como se ha dicho previamente, al trasladar la fuerza axial al centro del eje se produce un momento puntual calculado en la tabla 41, cuyo valor es $M_A = 887875.89\ N \cdot mm$

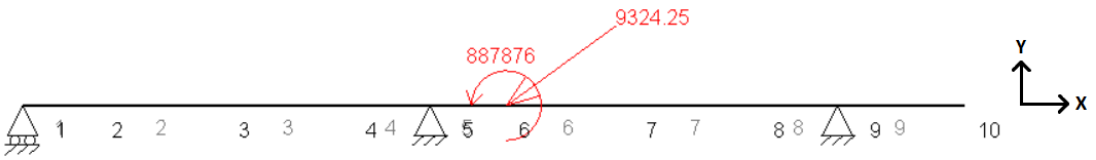


Figura 40. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

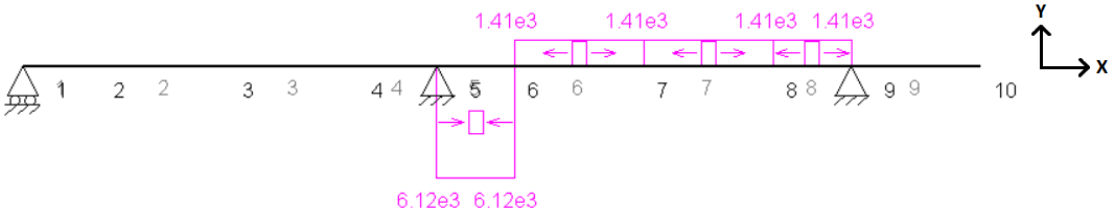


Figura 41. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

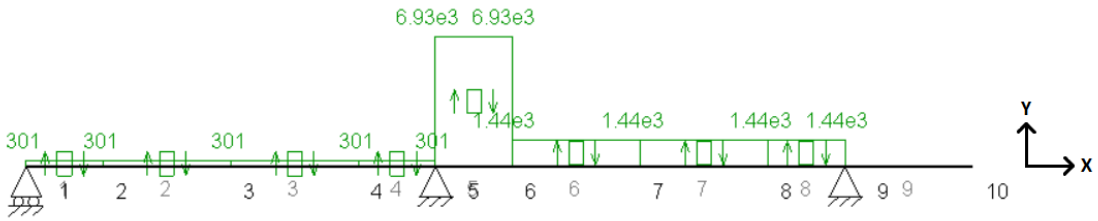


Figura 42. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

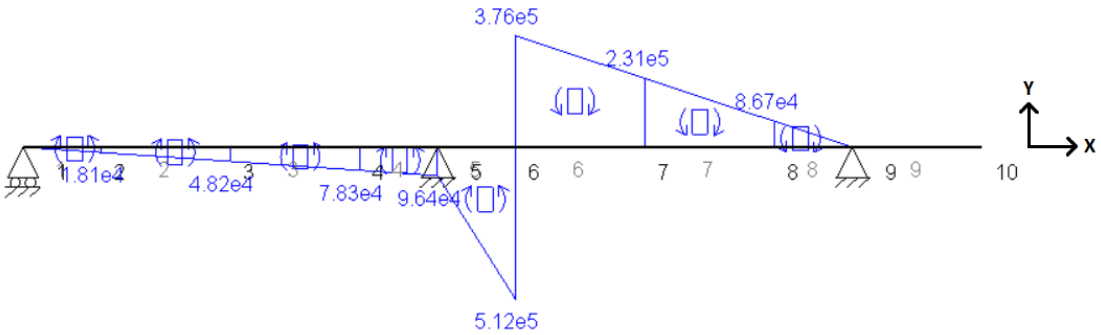


Figura 43. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

PLANO XZ

Cuando la primera velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es:

$$T = 13057\ N$$

Figura 44. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

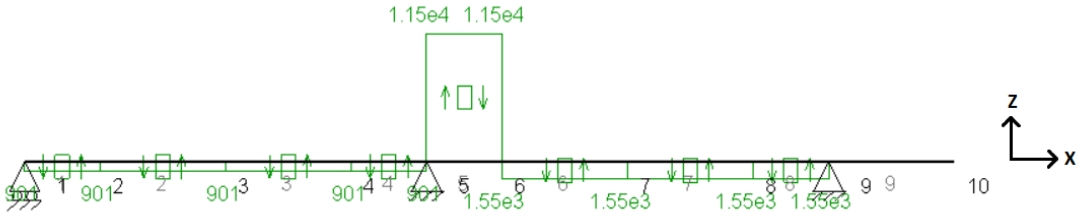


Figura 45 Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

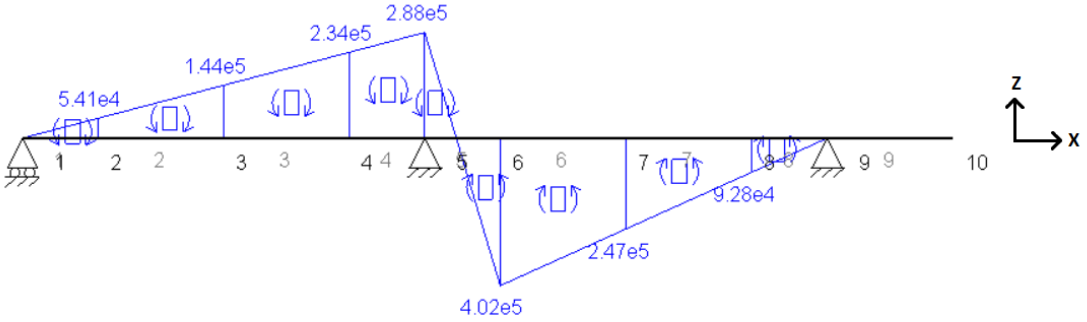


Figura 46. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

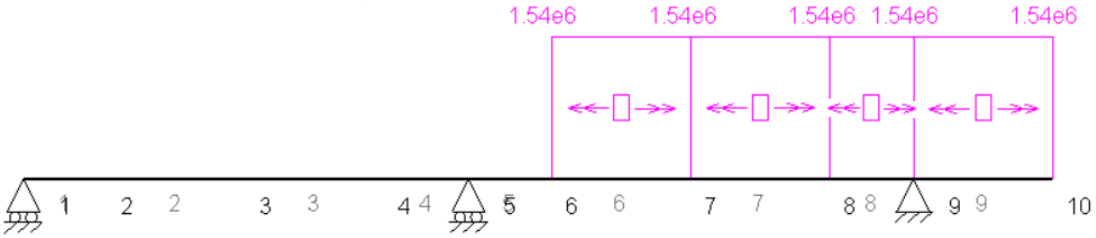


Figura 47. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la primera velocidad engranada.

Se puede concluir que la sección 6, donde se encuentra el engranaje de la primera velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 6120\ N & M_{f,xy} = 512000\ N \cdot mm \\ M_t = 1540000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 402000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.1.2. SEGUNDA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la segunda velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 5157.89\ N \\ V = 3754.64\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 6379.75\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 48.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 536024.14\ N \cdot mm$

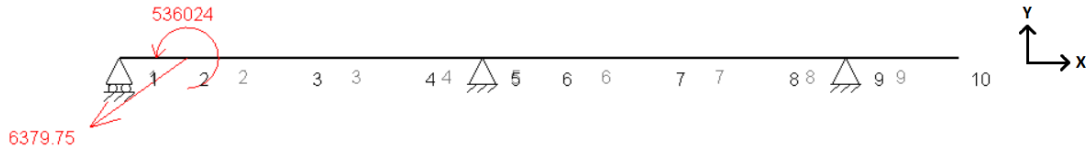


Figura 48. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la segunda velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

Figura 49. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la segunda velocidad engranada.

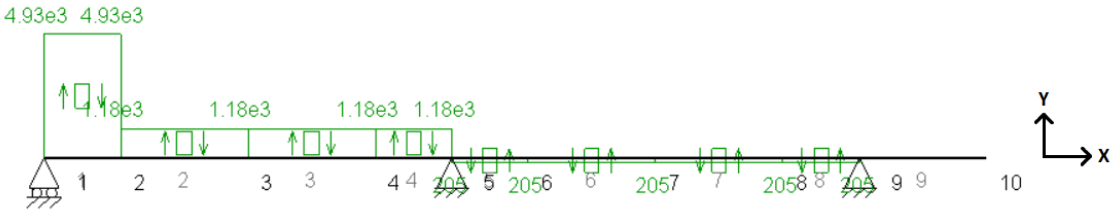


Figura 50. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la segunda velocidad engranada.

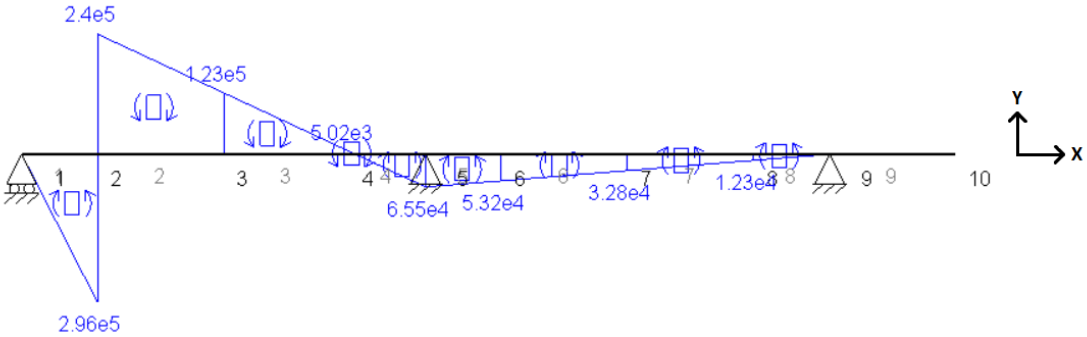


Figura 51. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la segunda velocidad engranada.

<u>PLANO XZ</u>

Cuando la segunda velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 8933.74\ N$$

Figura 52. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la segunda velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

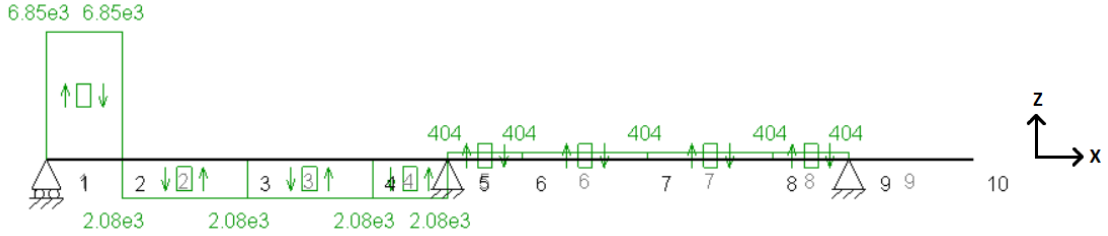


Figura 53. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la segunda velocidad engranada.

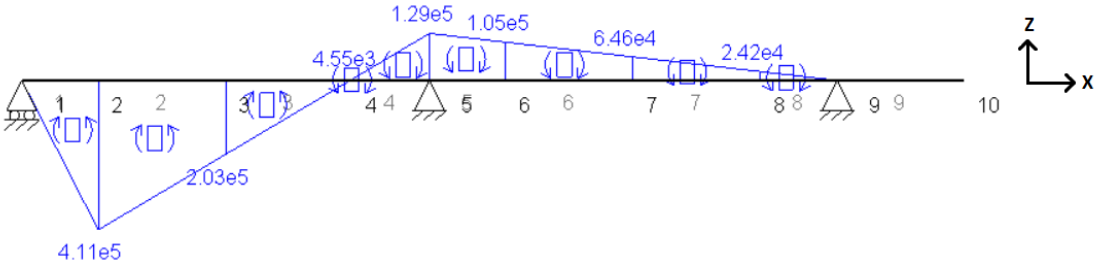


Figura 54. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la segunda velocidad engranada.

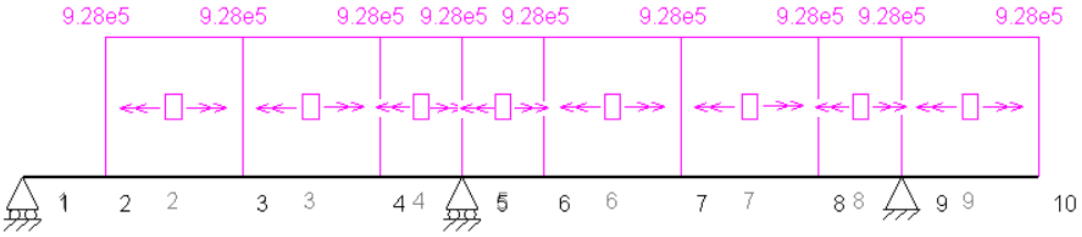


Figura 55. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la segunda velocidad engranada.

La sección 2, donde se encuentra el engranaje de la segunda velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 5160\ N & M_{f,xy} = 296000\ N \cdot mm \\ M_t = 928000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 411000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.1.3. TERCERA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la tercera velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 4083.33\ N \\ V = 2972.42\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 5050.63\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 56.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 377202.18\ N \cdot mm$

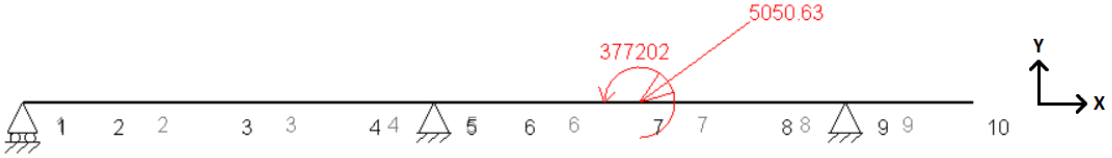


Figura 56. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la tercera velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

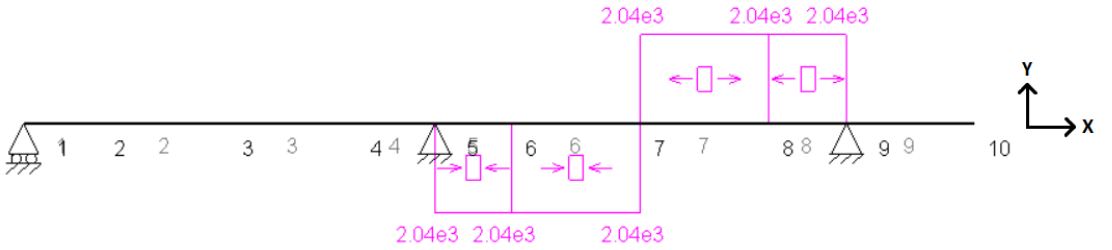


Figura 57. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la tercera velocidad engranada.

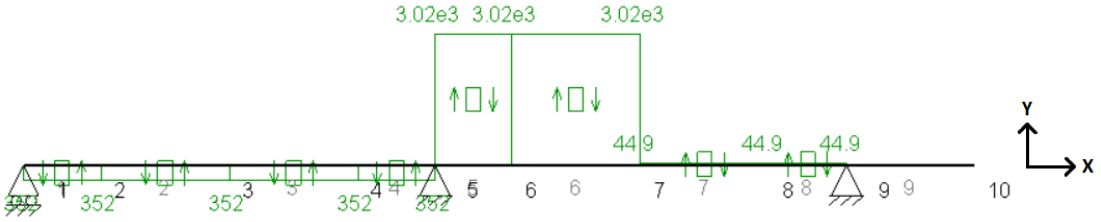


Figura 58. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la tercera velocidad engranada.

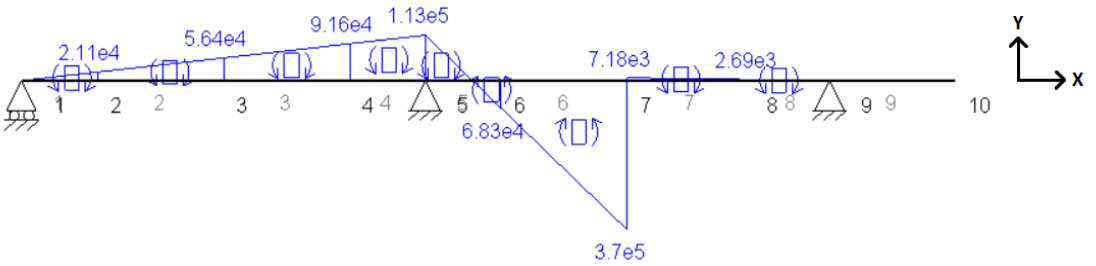


Figura 59. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la tercera velocidad engranada.

PLANO XZ

Cuando la tercera velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 7072.54\ N$$

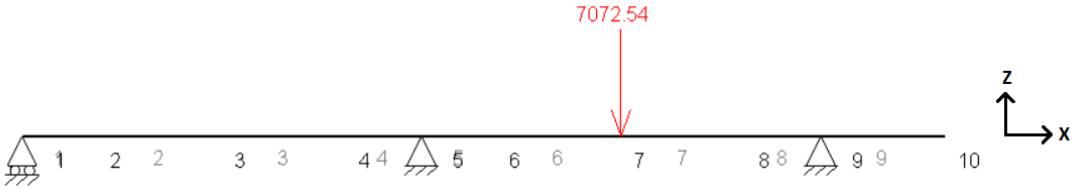


Figura 60. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la tercera velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

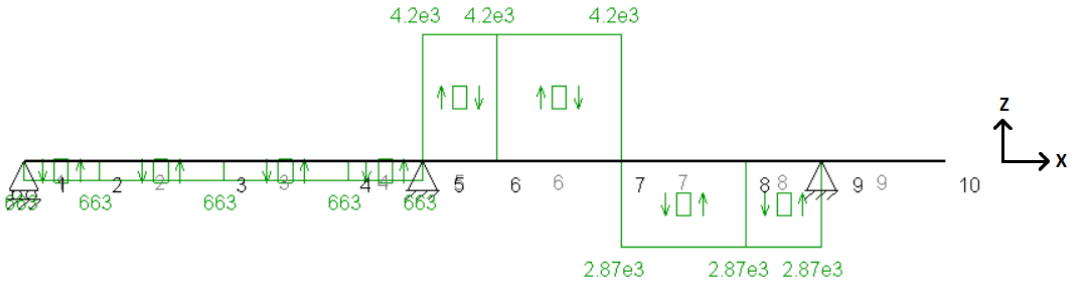


Figura 61. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la tercera velocidad engranada.

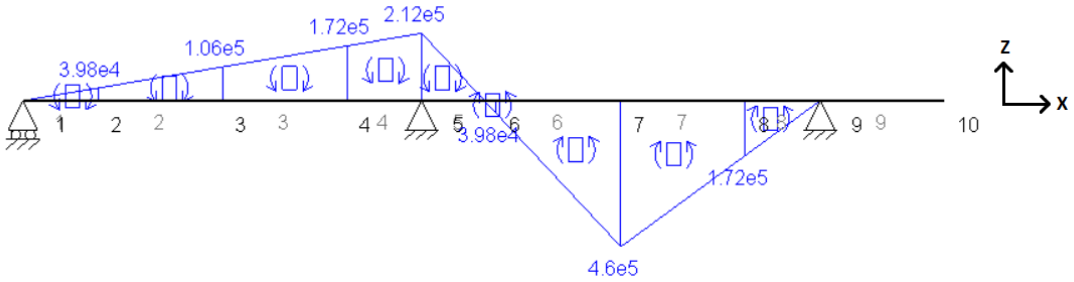


Figura 62. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la tercera velocidad engranada.

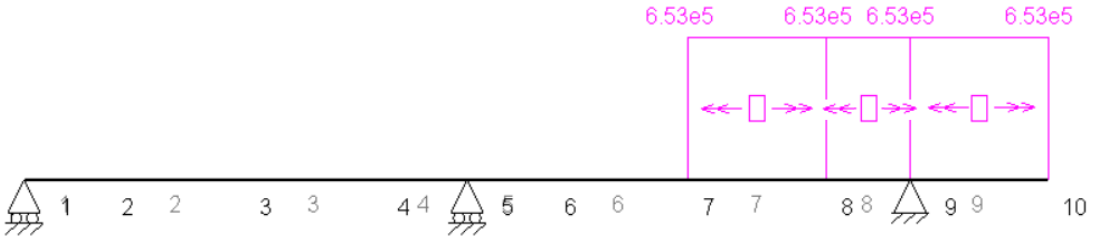


Figura 63. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la tercera velocidad engranada.

La sección 7, donde se encuentra el engranaje de la tercera velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 2040\ N & M_{f,xy} = 370000\ N \cdot mm \\ M_t = 653000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 460000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.1.4. CUARTA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la cuarta velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 3379.31\ N \\ V = 2459.94\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 4179.84\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 64.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 273146.40\ N \cdot mm$

Figura 64. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

Figura 65. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada.

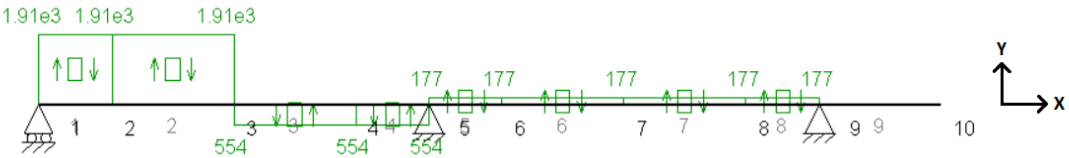


Figura 66. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada.

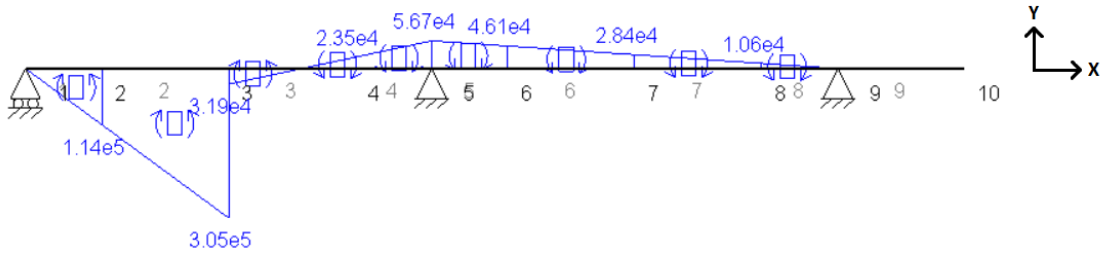


Figura 67. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada.

PLANO XY

Cuando la cuarta velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 5853.14\ N$$

Figura 68. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

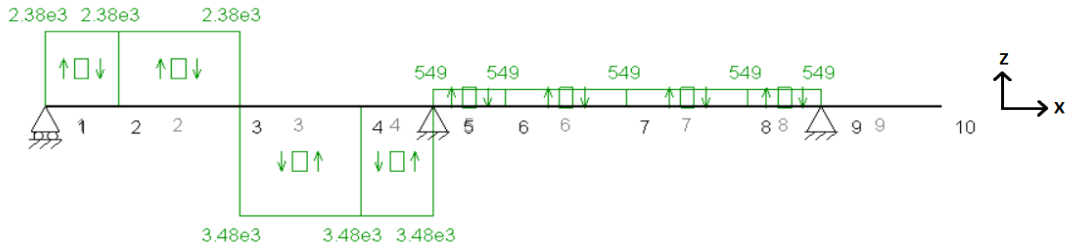


Figura 69. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada.

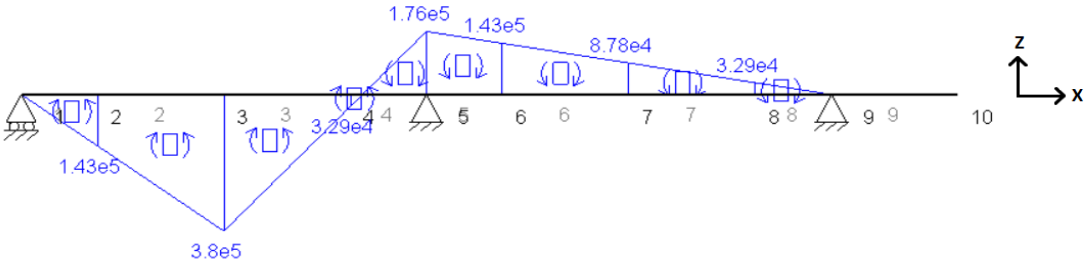


Figura 70. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada.

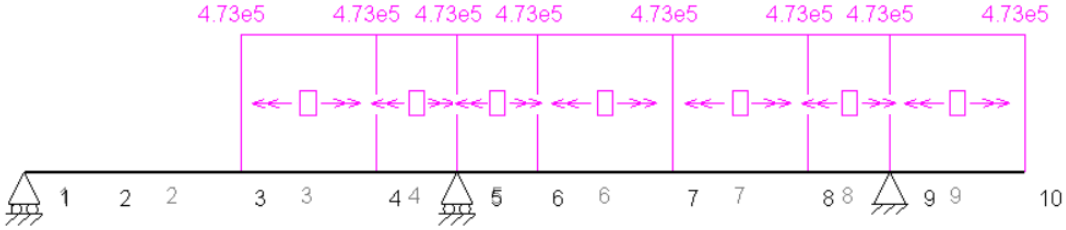


Figura 71. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada.

La sección 3, donde se encuentra el engranaje de la cuarta velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 3380\ N & M_{f,xy} = 305000\ N \cdot mm \\ M_t = 473000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 380000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.1.5. QUINTA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la quinta velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 2969.70\ N \\ V = 2161.76\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 3673.19\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 72.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 212604.86\ N \cdot mm$

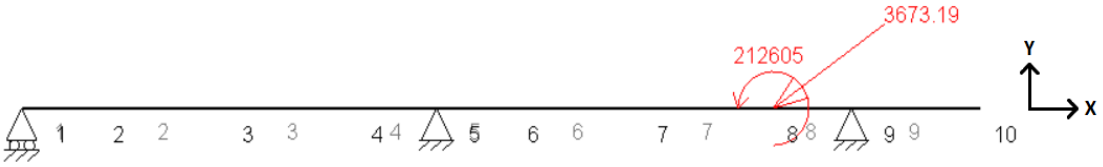


Figura 72. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la quinta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

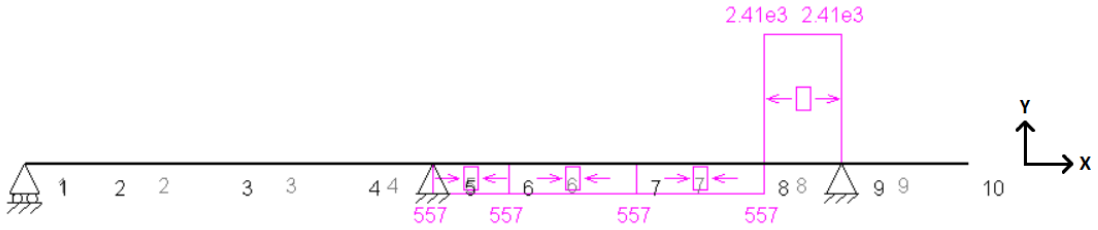


Figura 73. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la quinta velocidad engranada.

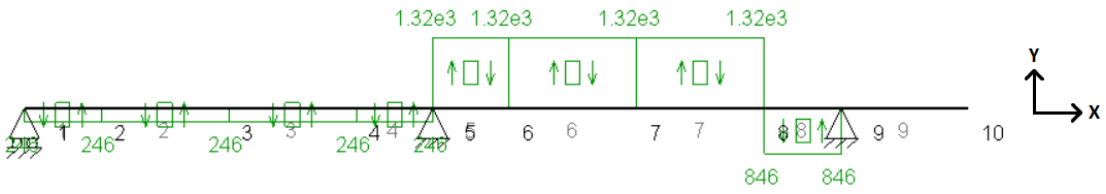


Figura 74. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la quinta velocidad engranada.

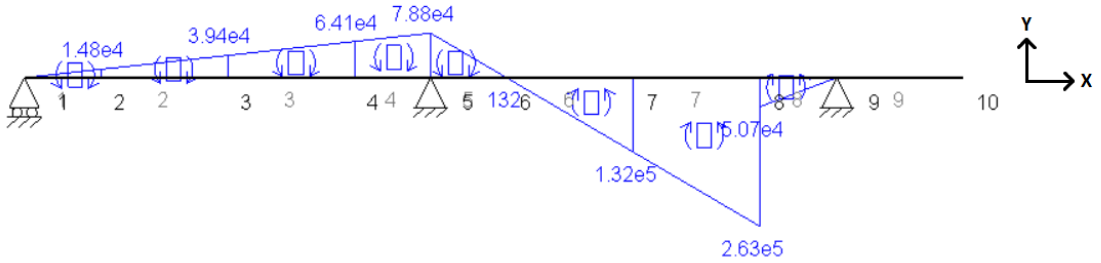


Figura 75. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la quinta velocidad engranada.

PLANO XZ

Cuando la quinta velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 5143.67\ N$$

Figura 76. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la quinta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

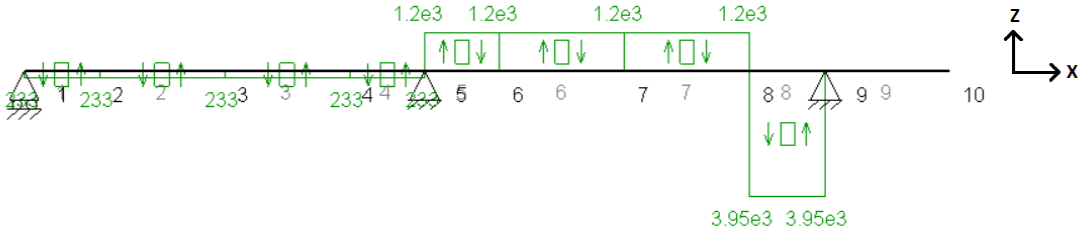


Figura 77. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la quinta velocidad engranada.

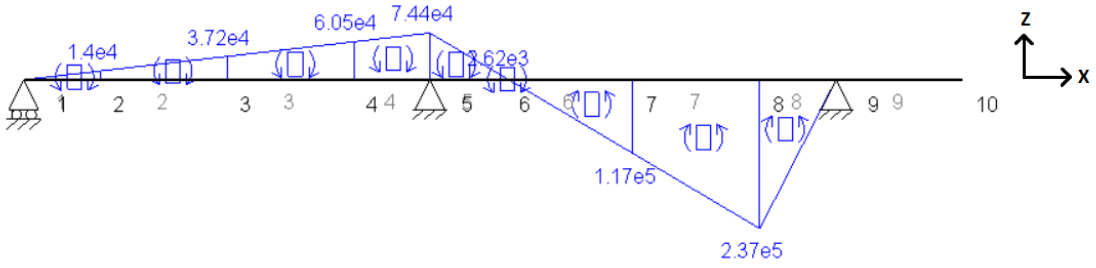


Figura 78. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la quinta velocidad engranada.

Figura 79. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la quinta velocidad engranada.

La sección 8, donde se encuentra el engranaje de la quinta velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 557\ N & M_{f,xy} = 263000\ N \cdot mm \\ M_t = 368000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 237000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.1.6. SEXTA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la sexta velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 2722.22\ N \\ V = 1981.62\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 3367.09\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 80.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 176027.68\ N \cdot mm$

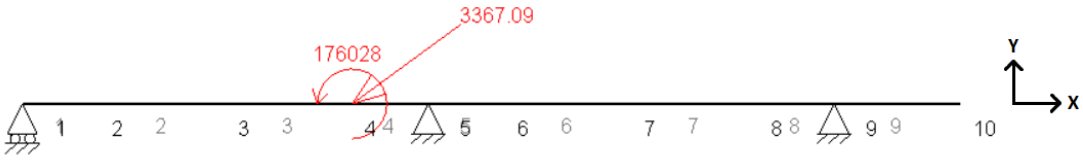


Figura 80. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la sexta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

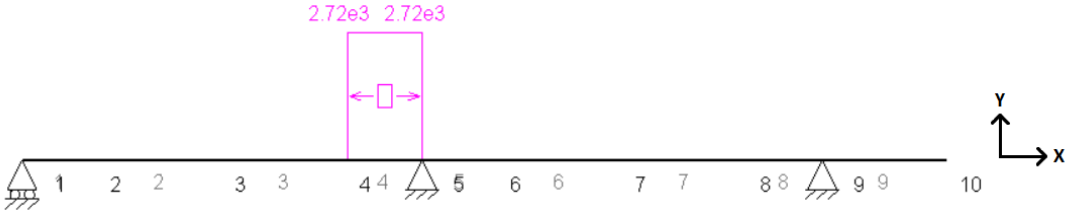


Figura 81. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la sexta velocidad engranada.

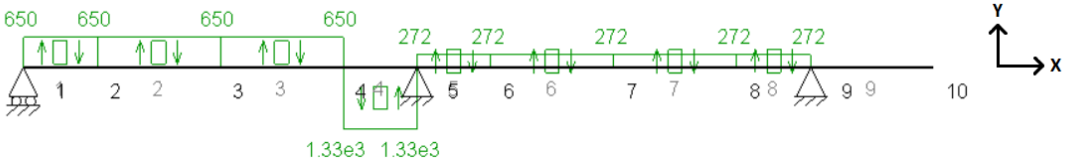


Figura 82. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la sexta velocidad engranada.

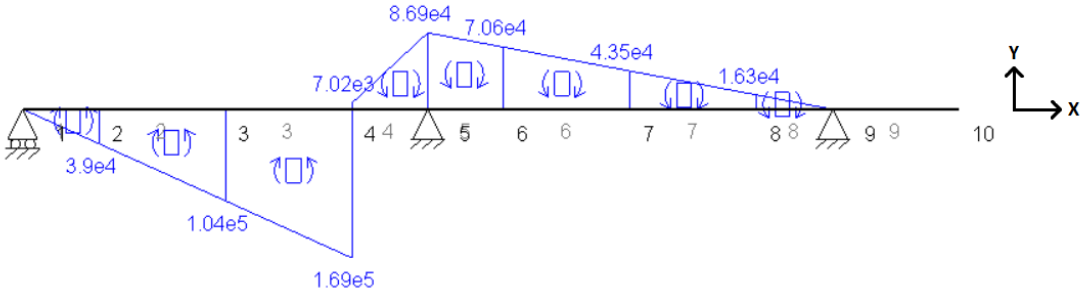


Figura 83. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la sexta velocidad engranada.

PLANO XZ

Cuando la sexta velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 8345.6\ N$$

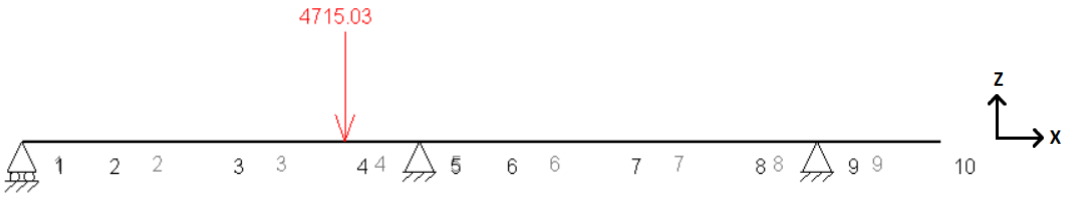


Figura 84. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la sexta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron los siguientes:

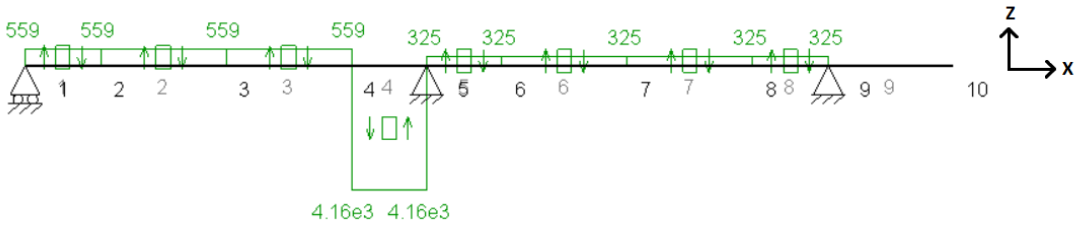


Figura 85. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la sexta velocidad engranada.

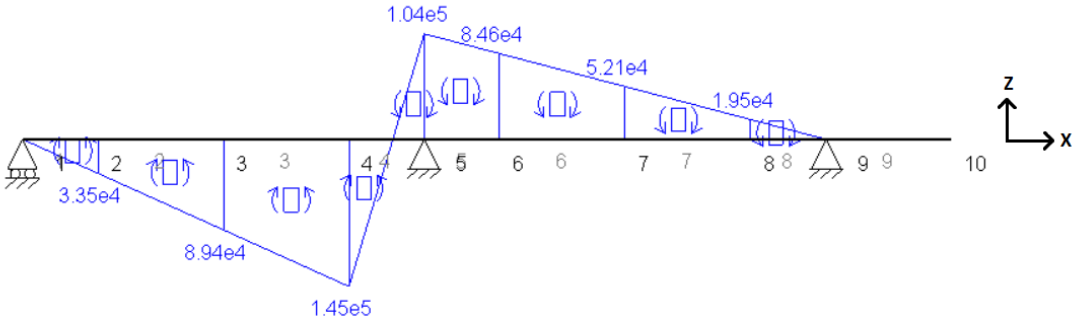


Figura 86. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la sexta velocidad engranada.

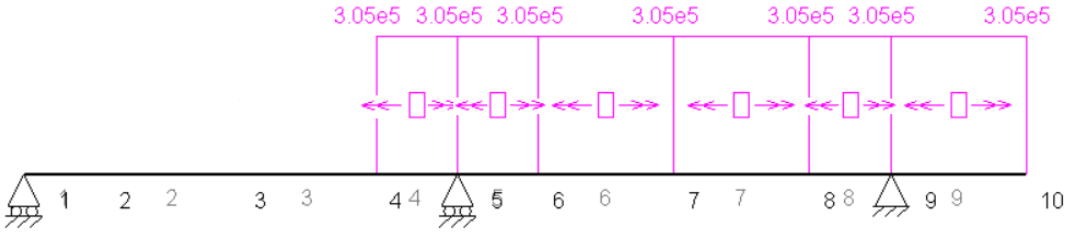


Figura 87. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la sexta velocidad engranada.

La sección 4, donde se encuentra el engranaje de la sexta velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 2720\ N & M_{f,xy} = 169000\ N \cdot mm \\ M_t = 305000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 145000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.2. EJE PRIMARIO EXTERIOR (HUECO)

El eje primario exterior es un eje hueco concéntrico con el eje primario interior, que porta las marchas pares. En él se colocaron dos apoyos. El apoyo inicial puede manejar cargas tanto radiales como axiales, mientras que el apoyo final puede absorber únicamente esfuerzos radiales.

Las dimensiones de este eje se definieron en conjunción con las ya establecidas en el eje secundario, dado que los engranajes tienen que estar colocados en las posiciones exactas para que puedan engranar con los del eje secundario.

De esta manera las distancias entre engranajes seguirán siendo de 100 mm, aunque para la colocación del engranaje de la sexta velocidad se tuvo en cuenta que tiene que estar separado 120 mm del engranaje de la primera velocidad del eje primario hueco.

El primer apoyo de este eje estará situado 60 mm por delante del piñón de la primera velocidad y el último 60 mm por detrás del engranaje de la sexta velocidad.

Además se dejaron 150 mm extra en la parte inicial del eje, los cuales serán necesarios para realizar la conexión con el embrague.

En la figura 88 se puede visualizar fácilmente y de una manera clara las cotas que se han explicado con anterioridad y que compondrán el eje primario interior que porta las marchas impares.

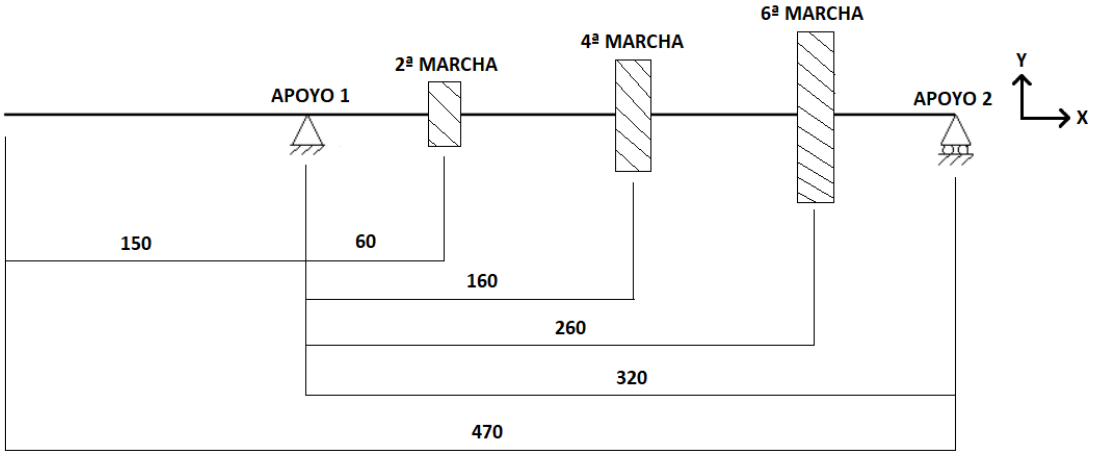


Figura 88. Esquema de cotas del eje primario exterior.

En el programa MEFI los engranajes se situaron en unos puntos que se localizan a las distancia mostradas en la figura 88.

Como ya se tienen definidas las cotas en las que se sitúan los engranajes y los esfuerzos calculados, ya se pueden calcular los diagramas de esfuerzos.

En la tabla 44 se puede ver la correspondencia de los engranajes con cada punto en el programa MEFI.

PUNTO	COORDENADA X	COORDENADA Y	ELEMENTO
1	-150	0	Conexión a embrague
2	0	0	Apoyo A
3	60	0	Engranaje 2 velocidad
4	160	0	Engranaje 4 velocidad
5	260	0	Engranaje 6 velocidad
6	320	0	Apoyo B

Tabla 44. Correspondencia de elementos del eje primario exterior con puntos en MEFI.

4.2.2.1. SEGUNDA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la segunda velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 5157.89\ N \\ V = 3754.64\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 6379.75\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 89.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 226321.31\ N \cdot mm$

Figura 89. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

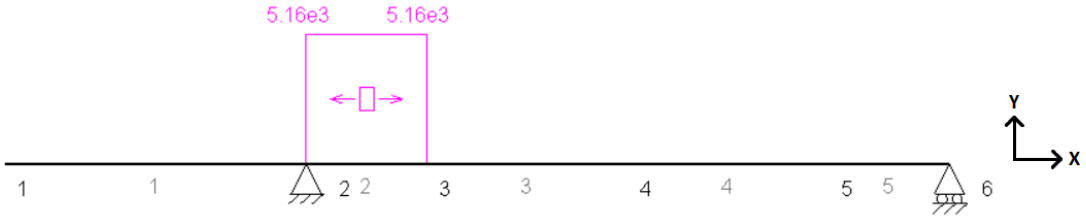


Figura 90. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada.

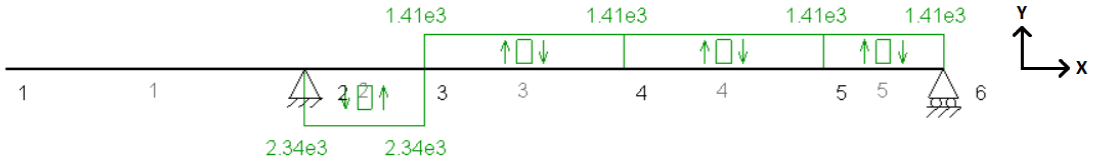


Figura 91. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada.

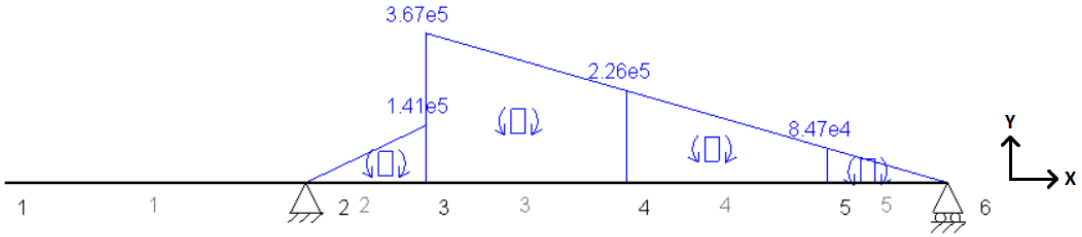


Figura 92. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada.

PLANO XZ

Cuando la segunda velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es:

$$T = 8933.74\ N$$

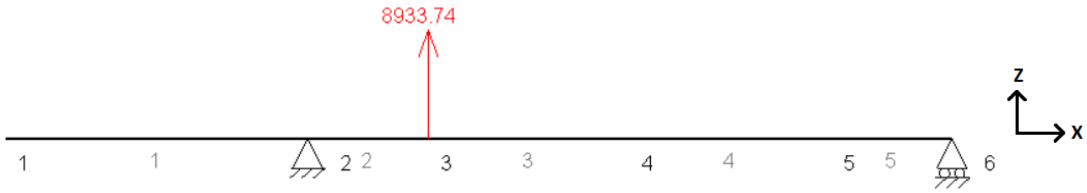


Figura 93. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

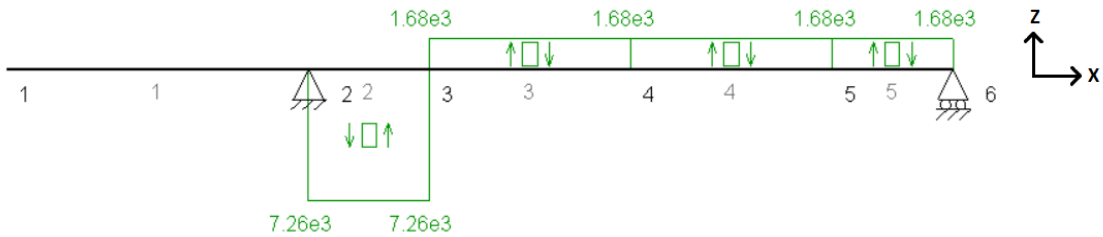


Figura 94. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada.

Figura 95. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada.

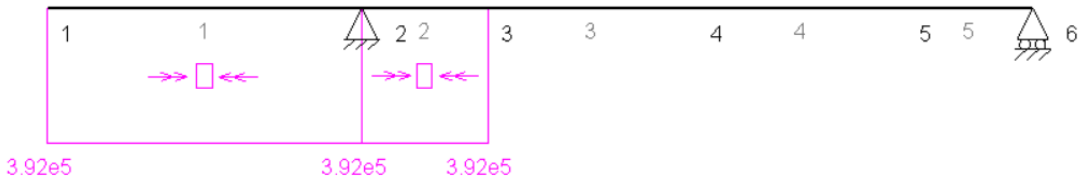


Figura 96. Diagrama de momentos torsores para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada.

Se concluye así que la sección 3, donde se encuentra el engranaje de la segunda velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 5160\ N & M_{f,xy} = 367000\ N \cdot mm \\ M_t = 392000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 436000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.2.2. CUARTA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la cuarta velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 3379.31\ N \\ V = 2459.94\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 4179.84\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 97.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 226321.31\ N \cdot mm$

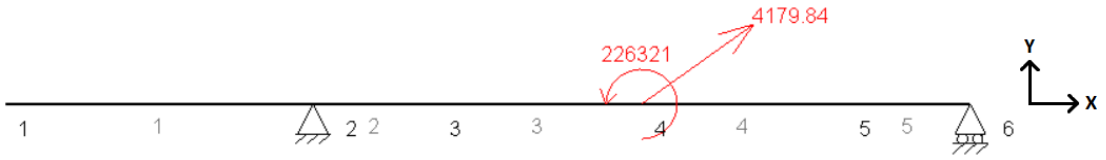


Figura 97. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

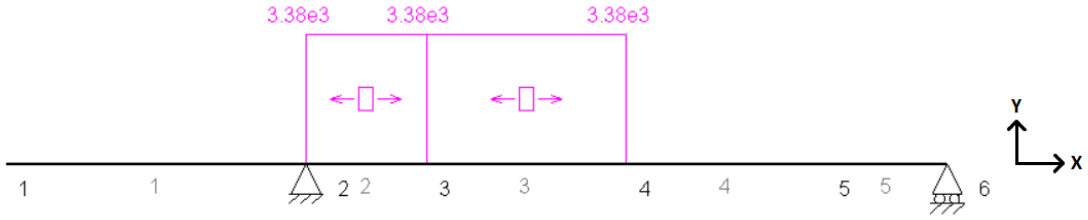


Figura 98. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada.

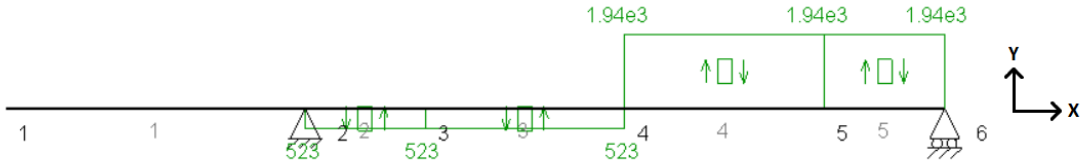


Figura 99. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada.

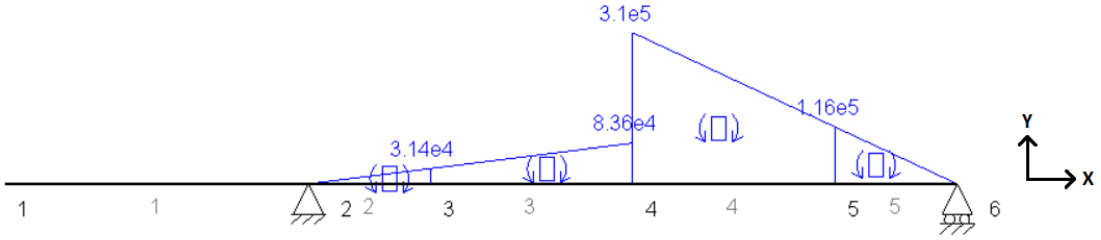


Figura 100. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada.

<u>PLANO XZ</u>

Cuando la cuarta velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 5853.14\ N$$

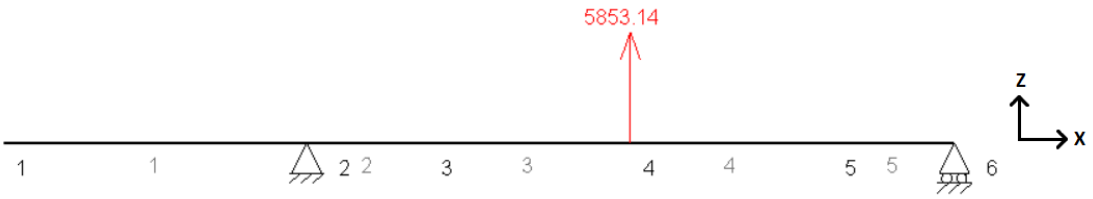


Figura 101. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

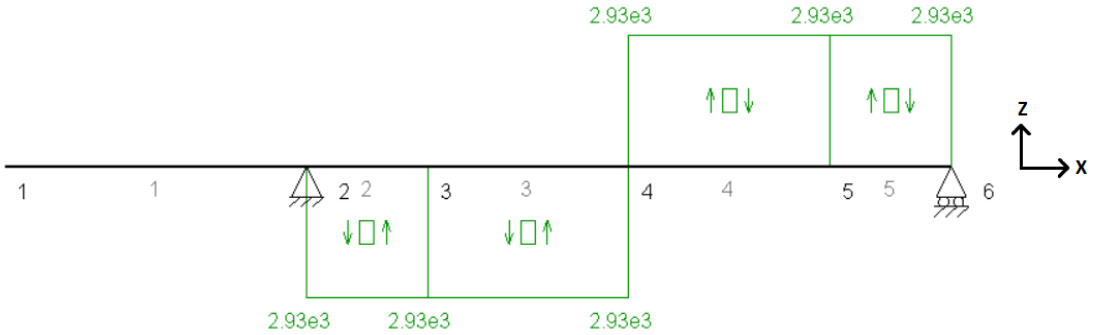


Figura 102. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada.

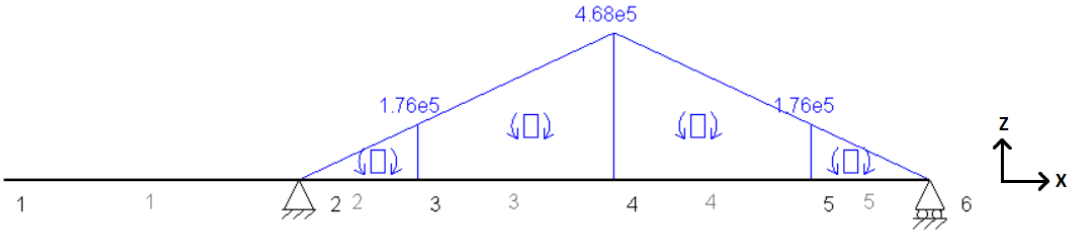


Figura 103. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada.

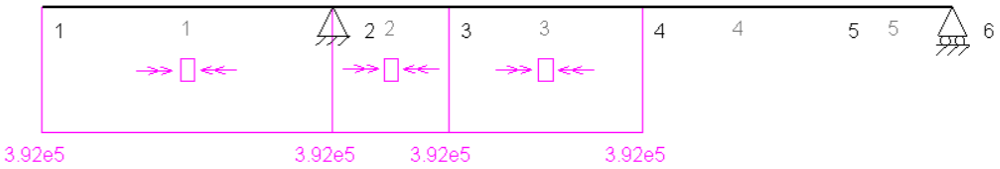


Figura 104. Diagrama de momentos torsores para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada.

Se concluye así que la sección 4, donde se encuentra el engranaje de la cuarta velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 3380\ N & M_{f,xy} = 310000\ N \cdot mm \\ M_t = 392000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 468000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.2.3. SEXTA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la sexta velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 2722.22\ N \\ V = 1981.62\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 3367.09\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 105.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 226321.31\ N \cdot mm$

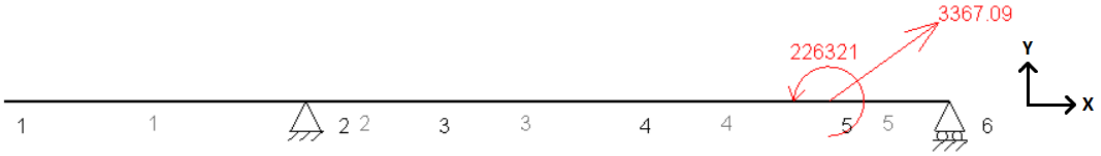


Figura 105. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

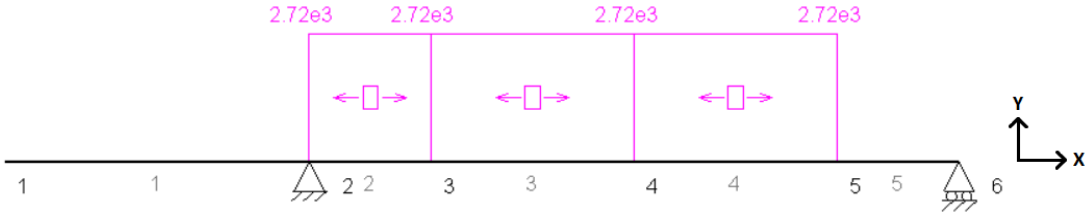


Figura 106. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada.

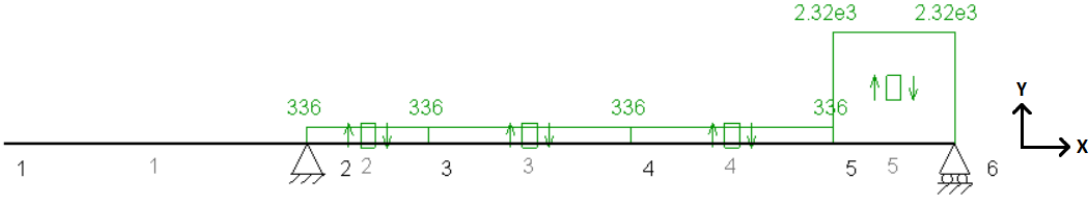


Figura 107. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada.

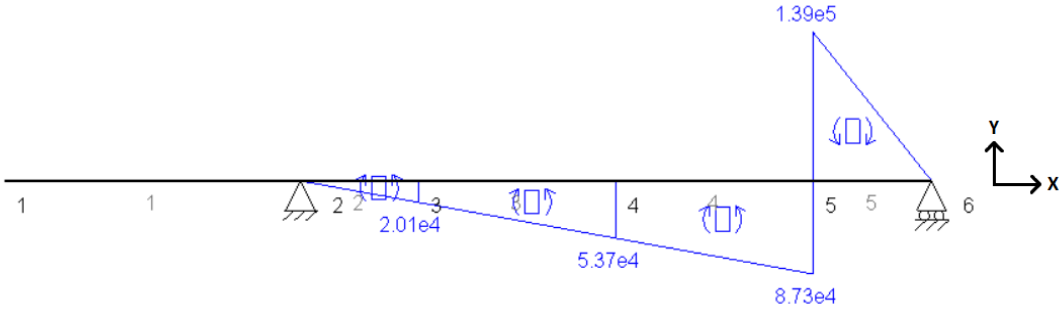


Figura 108. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada.

<u>PLANO XZ</u>

Cuando la sexta velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 4715.03\ N$$

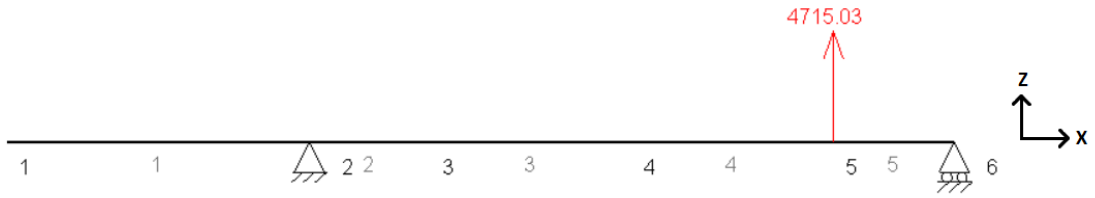


Figura 109. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

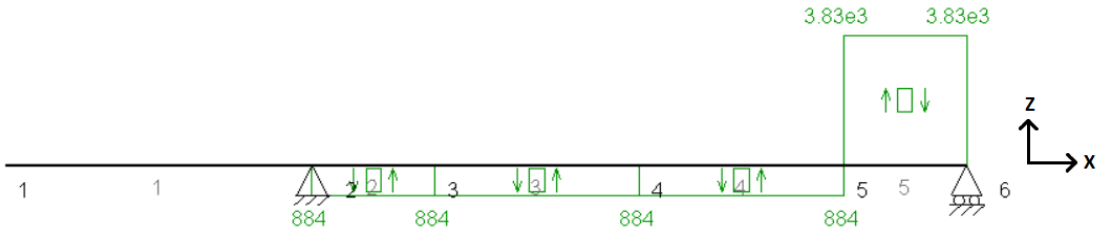


Figura 110. Diagram de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada.

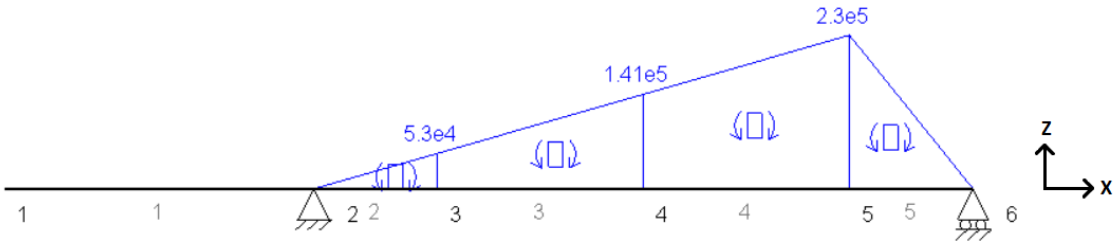


Figura 111. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada.

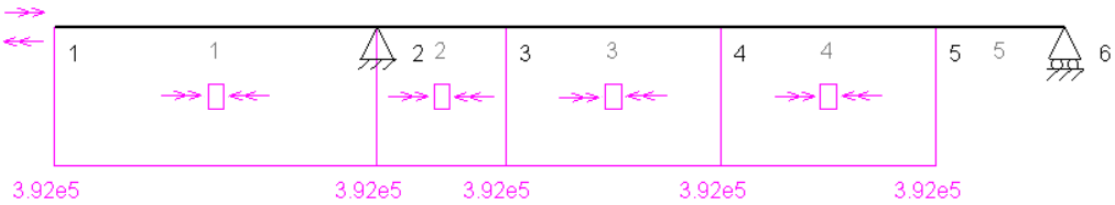


Figura 112. Diagrama de momentos torsores para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada.

Se concluye así que la sección 5, donde se encuentra el engranaje de la sexta velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 2720\ N & M_{f,xy} = 139000\ N \cdot mm \\ M_t = 392000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 230000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.3. EJE PRIMARIO INTERIOR (MACIZO)

El eje primario interior es un eje macizo que porta las marchas impares. En él se pusieron tres apoyos con el objetivo de reducir la flexión del eje. El apoyo inicial y el intermedio permiten absorber únicamente esfuerzos radiales, mientras que el apoyo final podrá manejar cargas tanto radiales como axiales.

Las dimensiones de este eje se definieron en conjunción con las ya establecidas en el eje secundario, dado que los engranajes tienen que estar colocados en las posiciones exactas para que puedan engranar con los del eje secundario.

De esta manera las distancias entre engranajes seguirán siendo de 100 mm, aunque para la colocación del engranaje de la primera velocidad se tendrá en cuenta que tiene que estar separado 120 mm del engranaje de la sexta velocidad del eje primario hueco.

El primer apoyo de este eje se situará 40 mm por delante del apoyo del eje primario hueco que porta las marchas pares, para así dejar espacio para la colocación del rodamiento. El segundo apoyo se encontrará a 300 mm del anterior, estando justo debajo de la sexta velocidad. El último apoyo estará situado a 60 mm del centro del engranaje de la quinta velocidad, última rueda que compone este eje.

Por último se han dejado 150 mm extra en la parte inicial del eje, los cuales serán necesarios para realizar la conexión con el embrague. Además los 40 mm que se dejaron desde el primer apoyo del eje primario impar al primer apoyo del eje primario par permitirán que la zona de conexión a embrague de este eje interior sobresalga respecto a la del otro eje exterior a este.

En la figura 113 se puede visualizar fácilmente y de una manera clara las cotas que se han explicado con anterioridad y que compondrán el eje primario interior que porta las marchas impares.

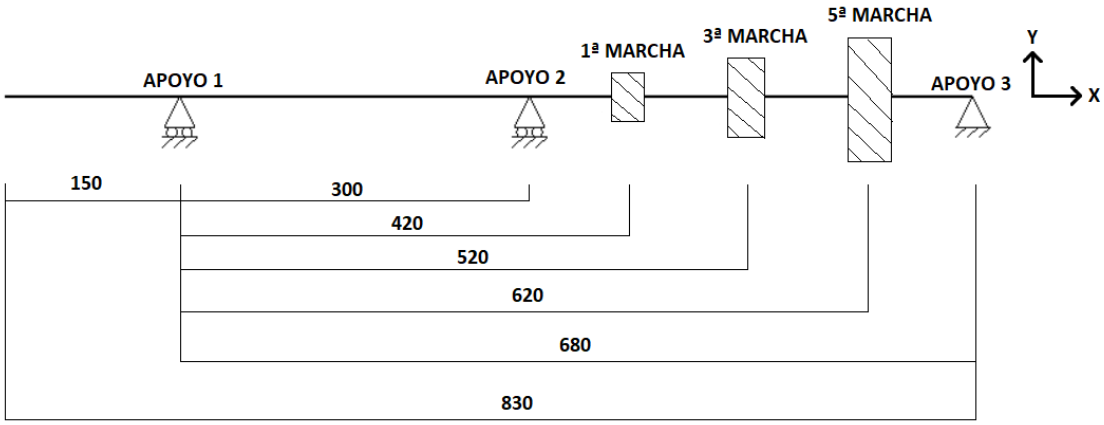


Figura 113. Cotas del eje primario interior.

En el programa MEFI los engranajes se situaron en unos puntos que se localizan a las distancia mostradas en la figura superior.

Como ya se tienen definidas las cotas en las que se sitúan los engranajes y los esfuerzos calculados, ya se pueden calcular los diagramas de esfuerzos.

En la tabla 45 se puede ver la correspondencia de los engranajes con cada punto en el programa MEFI.

PUNTO	COORDENADA X	COORDENADA Y	ELEMENTO
1	-150	0	Conexión a embrague
2	0	0	Apoyo 1
3	300	0	Apoyo 2
4	420	0	Engranaje 1 velocidad
5	520	0	Engranaje 3 velocidad
6	620	0	Engranaje 5 velocidad
7	680	0	Apoyo 3

Tabla 45. Correspondencia de elementos con puntos en MEFI en eje primario interior.

4.2.3.1. PRIMERA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la primera velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 7538.46\ N \\ V = 5487.55\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 9324.25\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 114.

Además como se ha dicho previamente, al trasladar la fuerza axial al centro del eje se produce un momento puntual calculado en la tabla 41 cuyo valor es $M_A = 376824.97\ N \cdot mm$

Figura 114. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario interior con la primera velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

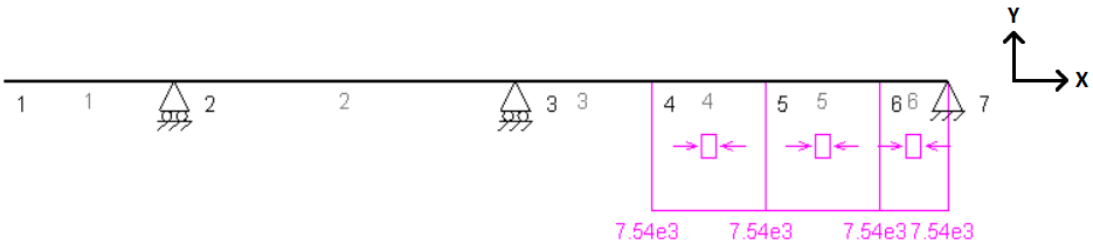


Figura 115. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario interior con la primera velocidad engranada.

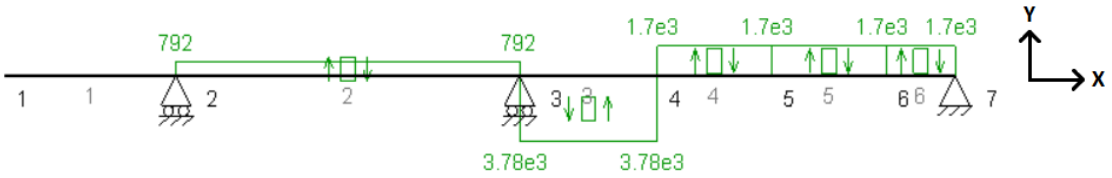


Figura 116. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario interior con la primera velocidad engranada.

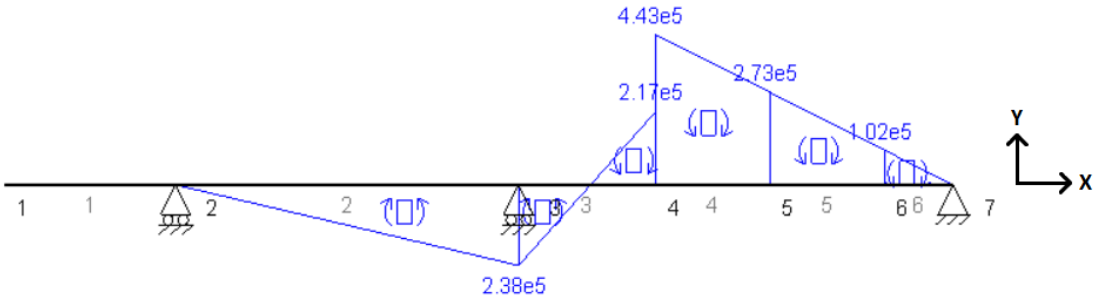


Figura 117. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario interior con la primera velocidad engranada.

PLANO XZ

Cuando la primera velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 13057\ N$$

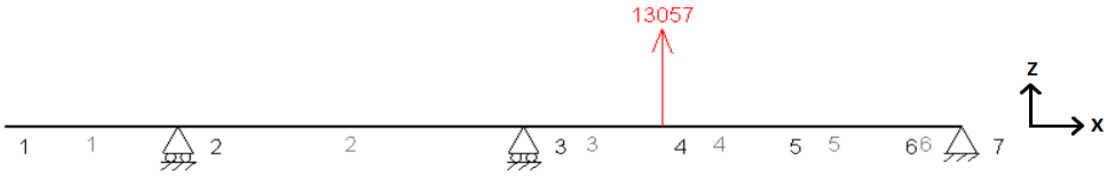


Figura 118. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario interior con la primera velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

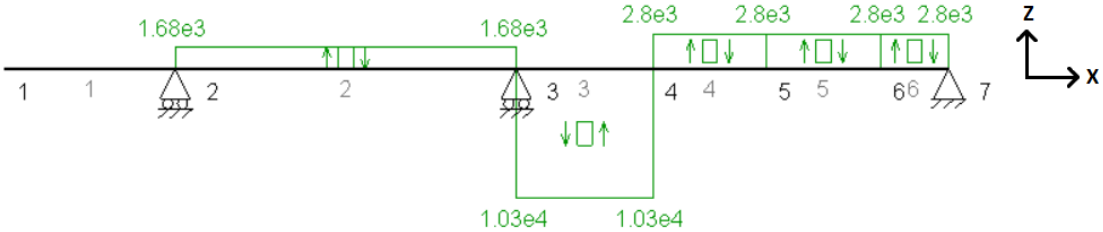


Figura 119. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario interior con la primera velocidad engranada.

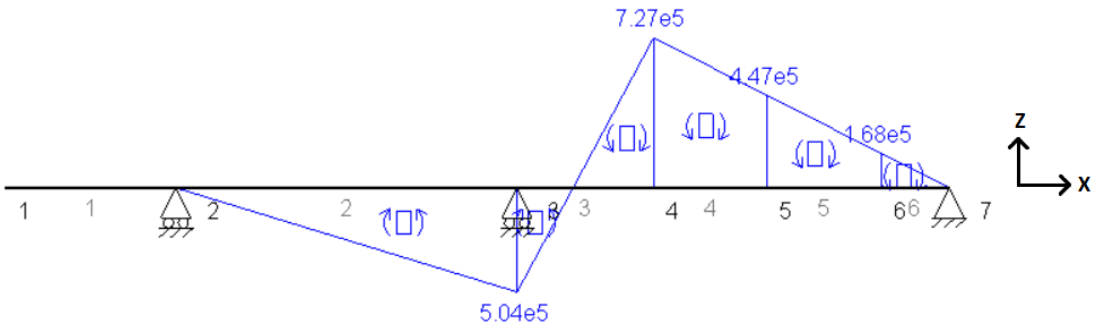


Figura 120. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario interior con la primera velocidad engranada.

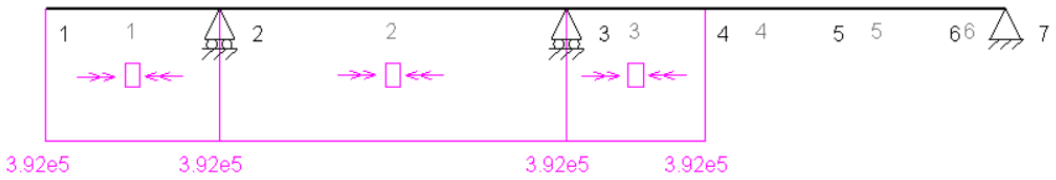


Figura 121. Diagrama de momentos torsores para el eje primario interior con la primera velocidad engranada.

Se concluye así que la sección 4, donde se encuentra el engranaje de la primera velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 7540\ N & M_{f,xy} = 443000\ N \cdot mm \\ M_t = 392000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 727000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.3.2. TERCERA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la tercera velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 4083.33\ N \\ V = 2972.42\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 5050.63\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 122.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 226321.31\ N \cdot mm$

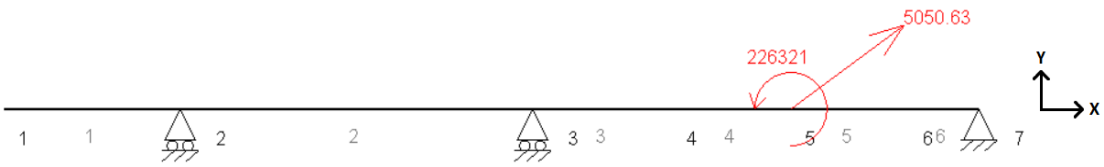


Figura 122. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

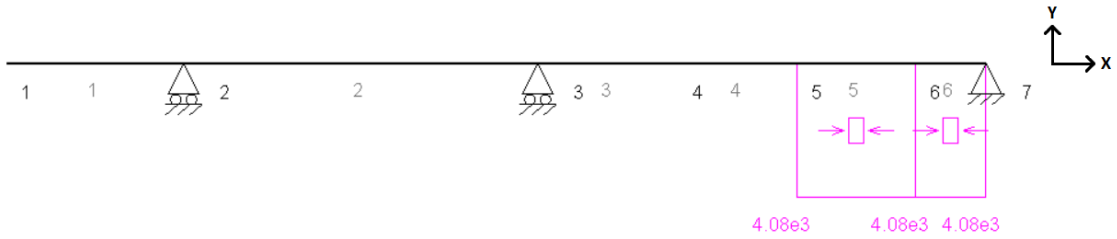


Figura 123. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada.

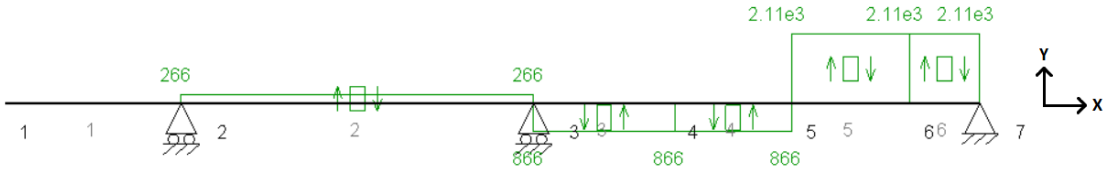


Figura 124. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada.

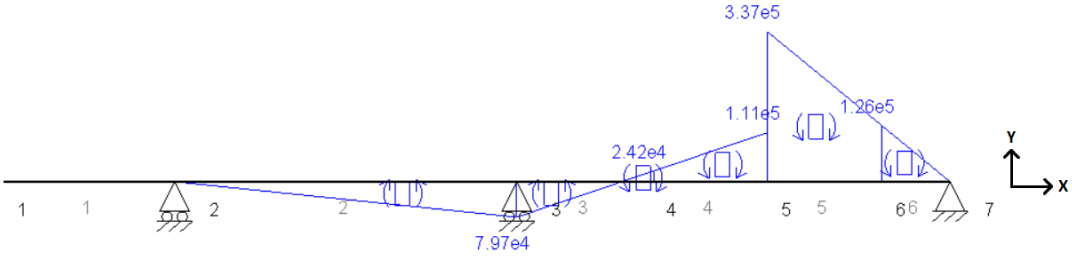


Figura 125. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada.

<u>PLANO XZ</u>

Cuando la tercera velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 7072.54\ N$$

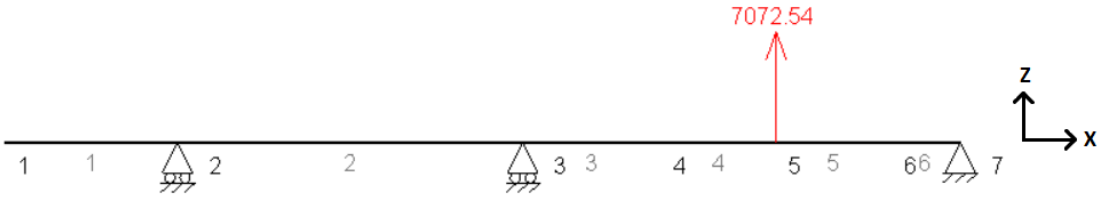


Figura 126. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

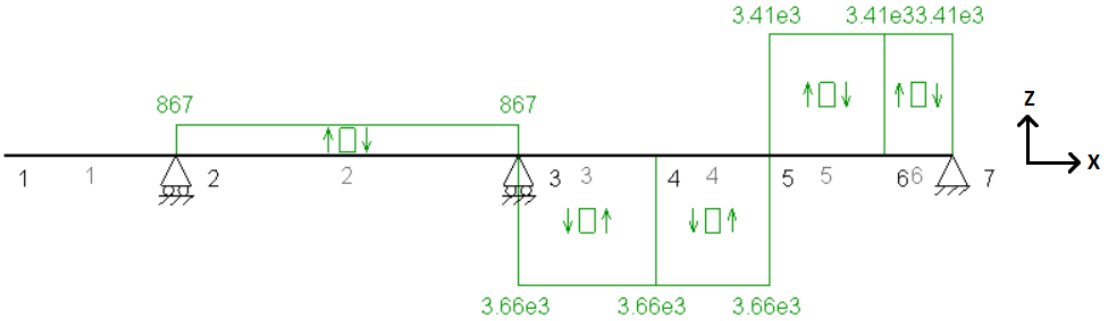


Figura 127. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada.

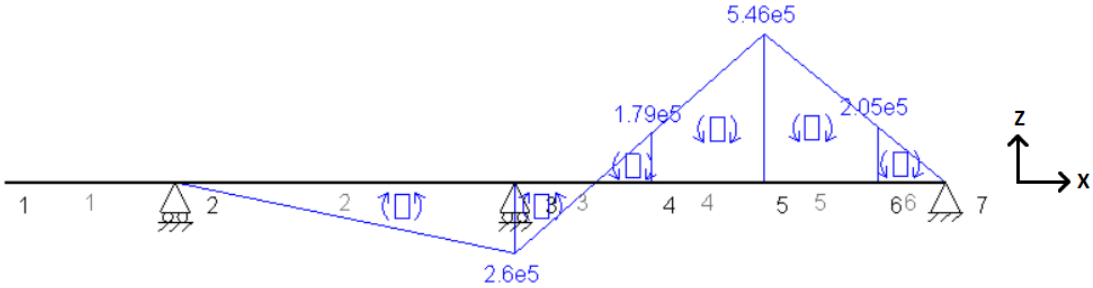


Figura 128. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada.

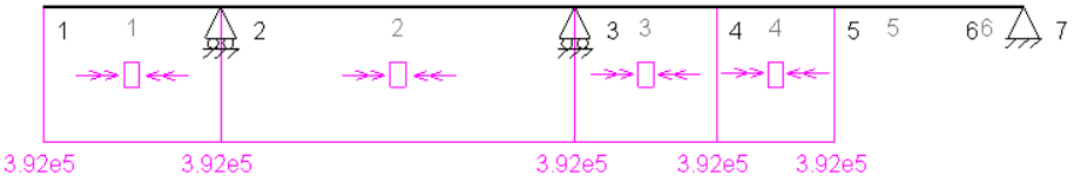


Figura 129. Diagrama de momentos torsores para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada.

Se concluye así que la sección 5, donde se encuentra el engranaje de la tercera velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 4080\ N & M_{f,xy} = 337000\ N \cdot mm \\ M_t = 392000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 546000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.3.3. QUINTA VELOCIDAD.

PLANO XY

Las fuerzas que actúan en el plano XY cuando la quinta velocidad está engranada son:

$$\begin{cases} A = 2979.7\ N \\ V = 2161.76\ N \end{cases} \rightarrow F_{res} = 3673.19\ N$$

Si se combinan la fuerza axial y radial dan lugar a la fuerza resultante F_{res} calculada anteriormente y que se puede observar en la figura 130.

El momento puntual calculado en la tabla 41 es $M_A = 226321\ N \cdot mm$.

Figura 130. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

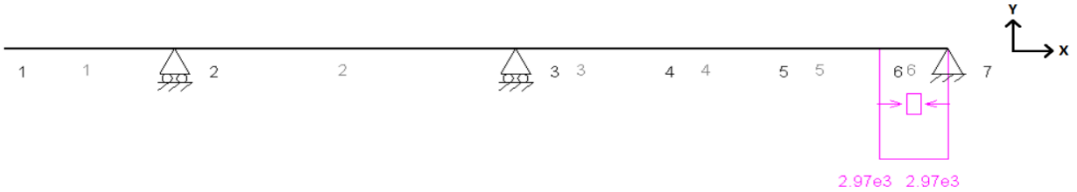


Figura 131. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada.

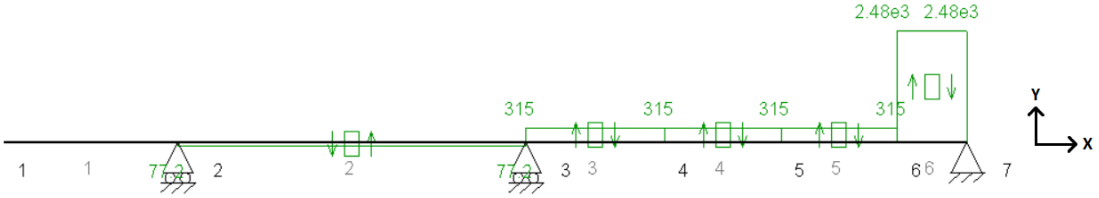


Figura 132. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada.

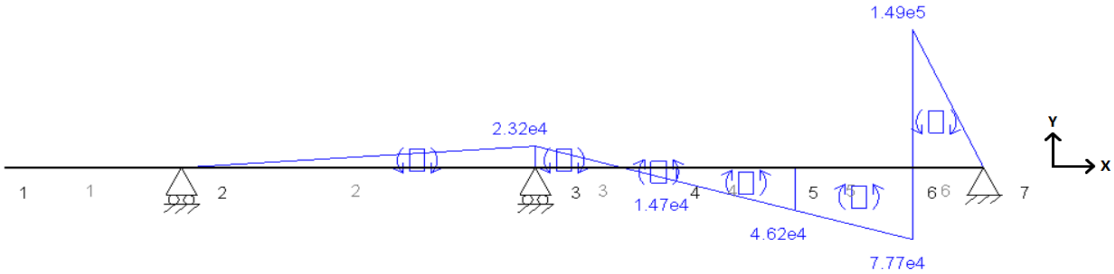


Figura 133. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada.

<u>PLANO XZ</u>

Cuando la quinta velocidad está engranada, en el plano XZ la única fuerza que actúa es

$$T = 5143.67\ N$$

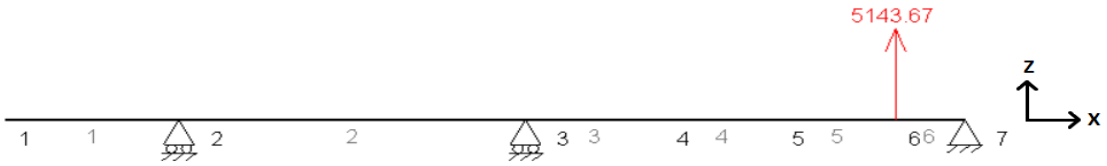


Figura 134. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos fueron:

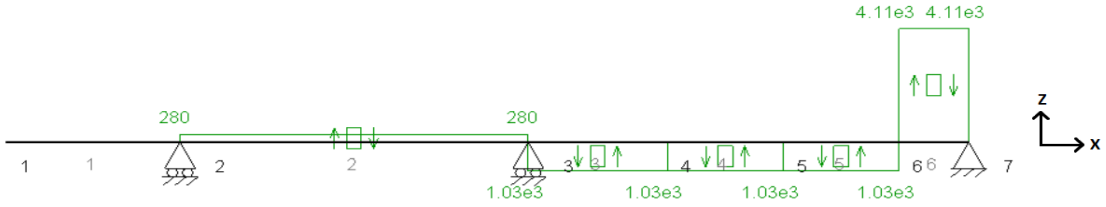


Figura 135. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada.

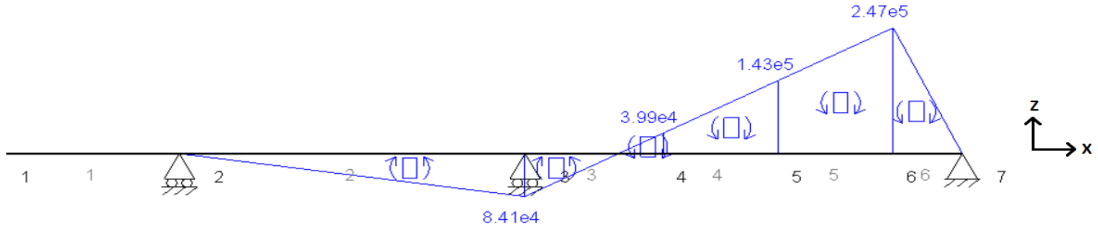


Figura 136. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada.

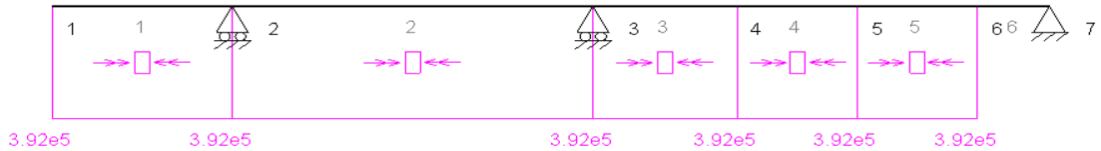


Figura 137. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada.

Se concluye así que la sección 6, donde se encuentra el engranaje de la quinta velocidad, es la más desfavorable, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en los dos planos. Los esfuerzos en esta sección son:

$$\begin{Bmatrix} N = 2970\ N & M_{f,xy} = 149000\ N \cdot mm \\ M_t = 392000\ N \cdot mm & M_{f,xz} = 247000\ N \cdot mm \end{Bmatrix}$$

4.2.4. CÁLCULO DE TENSIONES EN LOS EJES

Una vez conocidos todos los diagramas de esfuerzos del eje secundario, se pasa a identificar la sección más desfavorable con cada una de las marchas engranadas, las mayores tensiones son debidas al momento flector, aunque no hay que dejar de lado las tensiones que produce el esfuerzo axil y el momento torsor ya que también pueden ser considerables. Por ello las secciones donde se produzca mayor flector o axil serán susceptibles de ser la más desfavorable.

Además se está calculando en el punto más desfavorable de la sección, donde se suma el efecto de las tensiones normales producidas por el axil y el flector, esto se produce en el diámetro exterior de la sección, en el punto Q, como se puede observar en la figura 138. Además en el diámetro exterior también se producen las máximas tensiones de torsión, mientras que la tensión de cortadura en el punto más desfavorable de la sección, el diámetro exterior, es nula.

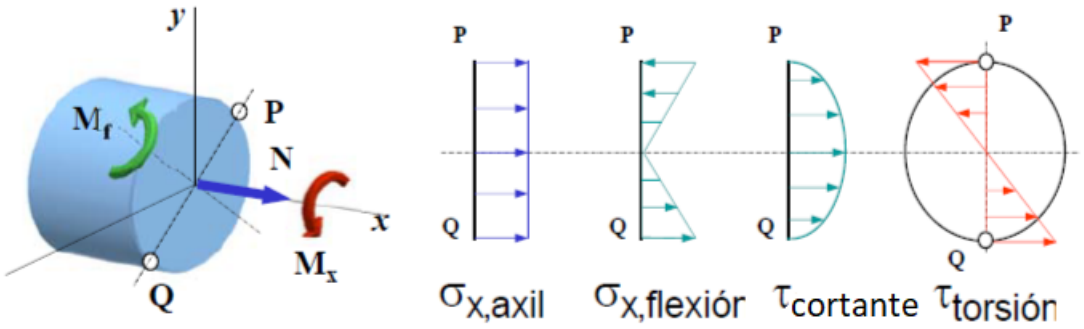


Figura 138. Estado de tensiones de los ejes.

Según la teoría de cortante máximo, el valor máximo de las tensiones cortantes se calcula como:

$$\tau_{máx} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \left(\tau_{xy}\right)^2} \tag{39}$$

Donde

σ_x	$Tensión\ normal\ máxima\ en\ la\ sección$
τ_{xy}	$Tensión\ cortante\ máxima\ en\ la\ sección$

Para calcular la tensión normal σ_x hay que sumar la tensión normal producida por el esfuerzo axil σ_A con la tensión normal producida por el momento flector σ_f.

$$\sigma_x = \sigma_{x,A} + \sigma_{x,f} \tag{40}$$

Para calcular la tensión normal debida a flector hay que tener en cuenta que al haber flexión en dos planos, el XZ y XY, será necesario calcular el momento flector equivalente en la sección analizada. Esto se hace con la ecuación (41).

$$M_r = \sqrt{M_{f,xy}^2 + M_{f,xz}^2} \tag{41}$$

La tensión normal provocada por flexión se calcula en función del momento flector M_f, la inercia de la sección I_z y el punto (y) de la sección en el que se quiere conocer la tensión según la ecuación (42).

$$\sigma_{x,f} = \frac{M_f}{I_z}\, y \tag{42}$$

La inercia de una sección circular respecto al eje z es $I_z = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64}$, donde D es el diámetro exterior y d el diámetro interior.

El valor máximo de las tensiones se produce en $y = \frac{D}{2}$, se puede definir el módulo resistente a flexión como:

$$W_f = \frac{I_z}{y_{máx}} = \frac{I_z}{D/2} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} \tag{43}$$

Si se trata de una sección maciza, es decir $d = 0$, el módulo resistente a flexión resulta

$$W_f = \frac{\pi \cdot D^3}{32} \tag{44}$$

Por tanto las tensiones normales de flexión se pueden expresar del siguiente modo:

$$\sigma_{x,f} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{M_f}{\frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}} = \frac{32 \cdot D \cdot M_f}{\pi \cdot (D^4 - d^4)} \tag{45}$$

Particularizando para una sección maciza:

$$\sigma_{x,f} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{M_f}{\pi \cdot D^3 / 32} = \frac{32\, M_f}{\pi \cdot D^3} \tag{46}$$

La tensión normal debida a axil se calcula en función del esfuerzo axil N y del área A de la sección con la expresión

$$\sigma_{x,A} = \frac{N}{A} \tag{47}$$

La tensión cortante debida a torsión depende del momento torsor, el momento polar de inercia y el punto de la sección donde se calcula (y).

El momento polar de inercia de una sección circular se calcula como $I_o = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32}$, donde D es el diámetro exterior y d el diámetro interior.

El valor de las tensiones cortantes es máximo en el diámetro exterior de la sección $y = \frac{D}{2}$, con lo que el módulo resistente a torsión se calcula mediante la expresión (48).

$$W_o = \frac{I_0}{y_{máx}} = \frac{\frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32}}{D/2} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16\,D} \tag{48}$$

Y particularizando para una sección maciza:

$$W_o = \frac{I_0}{y_{máx}} = \frac{I_z}{D/2} = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \tag{49}$$

Por tanto la tensión cortante por torsión se calcula del siguiente modo:

$$\tau_{xy} = \frac{M_f}{I_o}\ y = \frac{M_f}{W_o} \rightarrow \tau_{xy} = \frac{M_f}{\frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16\,D}} \rightarrow \tau_{xy} = \frac{16 \cdot D \cdot M_f}{\pi \cdot (D^4 - d^4)} \tag{50}$$

Con lo que se tiene para una sección maciza:

$$\tau_{xy} = \frac{M_f}{W_o} \rightarrow \tau_{xy} = \frac{M_f}{\frac{\pi \cdot D^3}{16}} = \frac{16\,M_f}{\pi \cdot D^3} \tag{51}$$

Ahora ya se está en disposición de calcular la tensión cortante máxima que se va a producir mediante la ecuación (39).

Por último solo falta conocer la tensión cortante máxima admisible que es capaz de soportar el material, esta se calcula con la ecuación:

$$\tau_{máx,adm} = \frac{\sigma_F}{2 \cdot C_s} \tag{52}$$

σ_F	$Tensión\ de\ fluencia\ del\ material$
C_s	$Coeficiente\ de\ seguridad$

Igualando las ecuaciones (39) y (52) se obtuvo el valor mínimo de la tensión de fluencia que ha de tener el material del eje para cumplir con un coeficiente de seguridad que se ha fijó en $C_s = 2$.

Los diámetros que propuestos para los ejes fueron:

- Eje primario interior → $\emptyset = 40\ mm$
- Eje primario exterior → $\emptyset_{ext} = 80\ mm\ \ y\ \ \emptyset_{int} = 70\ mm$
- Eje secundario → $\emptyset = 45\ mm$

Se calculó bajo la hipótesis de par máximo que puede proporcionar el motor, ya que estas condiciones suponen las más desfavorables a las que se puede enfrentar la transmisión. El par motor máximo es de $392\ N \cdot m$ a $4000\ rpm$.

Las tablas 46, 47 y 48 contienen los resultados obtenidos para los diferentes pasos que se han seguido en este procedimiento y de forma final la tensión de fluencia necesaria para cada uno de los tres ejes que conforman la caja de cambios.

EJE PRIMARIO INTERIOR (MARCHAS IMPARES)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
Mf_xy [N*mm]	443000,00	337000,00	149000,00
Mf_xz [N*mm]	727000,00	546000,00	247000,00
Mf_r [N*mm]	851338,95	641626,84	288461,44
N [N]	7540,00	4080,00	2970,00
Mt (eje 1) [N*mm]	392000	392000	392000
Area [mm^2]	1256,64	1256,64	1256,64
Wf [mm^3]	6283,19	6283,19	6283,19
Wo [mm^3]	12566,37	12566,37	12566,37
σ_f [MPa]	135,49	102,12	45,91
σ_N [MPa]	6,00	3,25	2,36
σ_x [MPa]	141,49	105,36	48,27
τ_xy [MPa]	31,19	31,19	31,19
τ_max [MPa]	77,32	61,23	39,44
Cs	2,00	2,00	2,00
σ_fluencia [MPa]	309,28	244,90	157,77

Tabla 46. Cálculo de tensiones en el eje primario interior.

EJE PRIMARIO EXTERIOR (MARCHAS PARES)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
Mf_xy [N*mm]	367000	310000	139000
Mf_xz [N*mm]	436000	468000	230000
Mf_r [N*mm]	569899,11	561359,07	268739,65
N [N]	5160	3380	2720
Mt (eje 1) [N*mm]	392000	392000	392000
Area [mm^2]	1178,10	1178,10	1178,10
Wf [mm^3]	20800,78	20800,78	20800,78
Wo [mm^3]	41601,56	41601,56	41601,56
σ_f [MPa]	27,40	26,99	12,92
σ_N [MPa]	4,38	2,87	2,31
σ_x [MPa]	31,78	29,86	15,23
τ_xy [MPa]	9,42	9,42	9,42
τ_max [MPa]	18,47	17,65	12,11
Cs	2,00	2,00	2,00
σ_fluencia [MPa]	73,89	70,61	48,46

Tabla 47. Cálculo de tensiones en el eje primario exterior.

EJE SECUNDARIO						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
Mf_xy [N*mm]	512000,00	296000,00	370000,00	305000,00	263000,00	169000,00
Mf_xz [N*mm]	402000,00	411000,00	460000,00	380000,00	237000,00	145000,00
Mf_r [N*mm]	650959,29	506494,82	590338,89	487262,76	354031,07	222679,14
N [N]	6120,00	5160,00	2040,00	3380,00	557,00	2720,00
Mt (eje 1) [N*mm]	392000	392000	392000	392000	392000	392000
Rel trans i	3,923	2,368	1,667	1,207	0,939	0,778
Mt (eje 2)	1537846,15	928421,05	653333,33	473103,45	368242,42	304888,89
Area [mm^2]	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43
Wf [mm^3]	8946,18	8946,18	8946,18	8946,18	8946,18	8946,18
Wo [mm^3]	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35
σ_f [MPa]	72,76	56,62	65,99	54,47	39,57	24,89
σ_N [MPa]	3,85	3,24	1,28	2,13	0,35	1,71
σ_x [MPa]	76,61	59,86	67,27	56,59	39,92	26,60
τ_xy [MPa]	85,95	51,89	36,51	26,44	20,58	17,04
τ_max [MPa]	94,10	59,90	49,65	38,73	28,67	21,62
Cs	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
σ_fluencia [MPa]	376,40	239,61	198,58	154,91	114,69	86,47

Tabla 48. Cálculo de tensiones en el eje secundario.

Como se puede observar en estas tablas, la situación donde se producen unas mayores tensiones es con la primera velocidad engranada en el eje secundario, con $\tau_{máx} = 94.10\ MPa$. Ello hace que el material que deba tener este eje deba ser el de mayor calidad con al menos una tensión de fluencia de $\sigma_F = 376.40\ MPa$.

Si miramos a los otros ejes las mayores tensiones desarrolladas son:

- Para el eje primario interior las mayores tensiones también se dan para la primera velocidad engranada. Los resultados obtenidos en la tabla 46 muestran que la tensión de fluencia necesaria en el material para este eje habrá de ser de $\sigma_F \geq 309.28\ MPa$.
- Para el eje primario exterior las mayores tensiones también se dan para la primera velocidad engranada. Los resultados obtenidos en la tabla 47 muestran que la tensión de fluencia necesaria en el material para este eje habrá de ser de $\sigma_F \geq 73.89\ MPa$.

Dado que las necesidades de material en los distintos ejes son diferentes, se escogieron también materiales diferentes con el fin de abaratar el precio de compra de estas materias primas.

Para el eje primario interior y el secundario se escogió un acero aleado AISI/SAE 4340 en estado redondo para después poder ser mecanizado, con una tensión de fluencia de:

$$\sigma_F = 60\frac{kg}{mm^2} = 588\ MPa$$

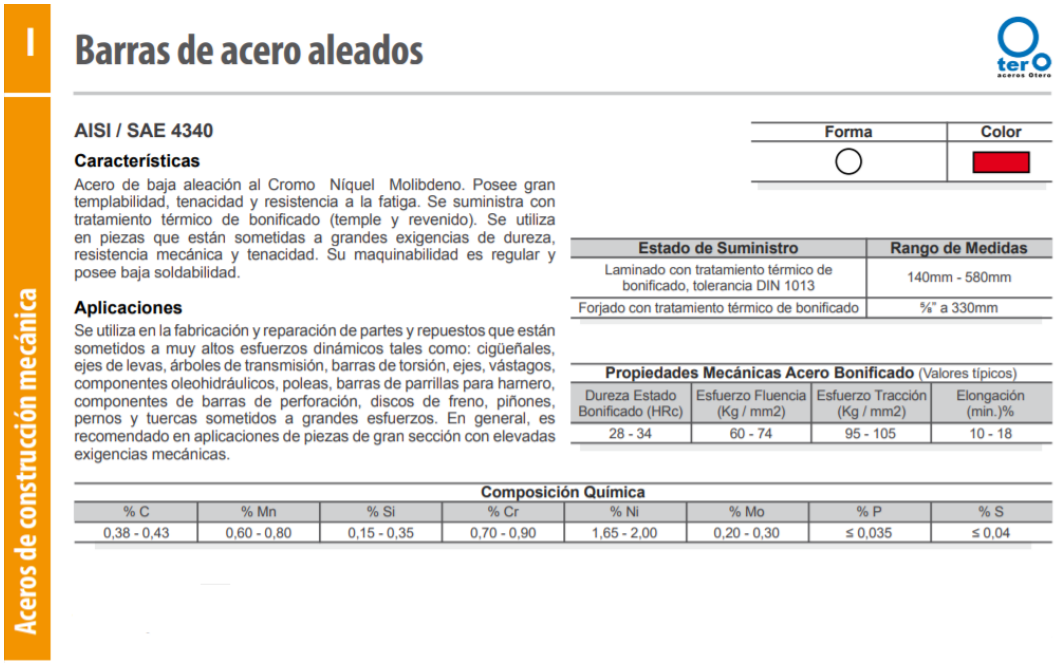
Este dato ha sido extraído de un catálogo de fabricante de aceros, del que se tomarán los peores datos posibles para una mayor seguridad. En la figura 139 se puede ver una imagen

extraída de este catálogo del acero seleccionado. En ella se pueden observar también diferentes características de este acero como:

- La resistencia a la tracción → $R_m = 95\frac{kg}{mm^2} = 931\ MPa.$
- La dureza → $28\ HRC.$
- La composición química.

Con ello el coeficiente de seguridad para estos dos ejes queda:

- Para el eje secundario → $C_s = \frac{\sigma_F}{2\cdot\tau_{max}} = \frac{588}{2\cdot 94.10} = 3.12$
- Para el eje primario interior → $C_s = \frac{\sigma_F}{2\cdot\tau_{max}} = \frac{588}{2\cdot 77.32} = 3.8$



I

Aceros de construcción mecánica

Barras de acero aleados

AISI / SAE 4340

Características

Acero de baja aleación al Cromo Níquel Molibdeno. Posee gran templabilidad, tenacidad y resistencia a la fatiga. Se suministra con tratamiento térmico de bonificado (temple y revenido). Se utiliza en piezas que están sometidas a grandes exigencias de dureza, resistencia mecánica y tenacidad. Su maquinabilidad es regular y posee baja soldabilidad.

Aplicaciones

Se utiliza en la fabricación y reparación de partes y repuestos que están sometidos a muy altos esfuerzos dinámicos tales como: cigüeñales, ejes de levas, árboles de transmisión, barras de torsión, ejes, vástagos, componentes oleohidráulicos, poleas, barras de parrillas para harnero, componentes de barras de perforación, discos de freno, piñones, pernos y tuercas sometidos a grandes esfuerzos. En general, es recomendado en aplicaciones de piezas de gran sección con elevadas exigencias mecánicas.

Forma	Color
○	

Estado de Suministro	Rango de Medidas
Laminado con tratamiento térmico de bonificado, tolerancia DIN 1013	140mm - 580mm
Forjado con tratamiento térmico de bonificado	⅝" a 330mm

Propiedades Mecánicas Acero Bonificado (Valores típicos)

Dureza Estado Bonificado (HRc)	Esfuerzo Fluencia (Kg / mm2)	Esfuerzo Tracción (Kg / mm2)	Elongación (min.)%
28 - 34	60 - 74	95 - 105	10 - 18

Composición Química

% C	% Mn	% Si	% Cr	% Ni	% Mo	% P	% S
0,38 - 0,43	0,60 - 0,80	0,15 - 0,35	0,70 - 0,90	1,65 - 2,00	0,20 - 0,30	≤ 0,035	≤ 0,04

Figura 139. Material para los ejes primario interior y secundario

Para el eje primario exterior se escogió un acero al carbono AISI/SAE 1020 en forma de redondo para después poder ser mecanizado. Este acero presenta una tensión de fluencia de:

$$\sigma_F = 27\frac{kg}{mm^2} = 264.6\ MPa$$

Este dato también ha sido extraído del catálogo anterior. Se facilita la imagen del acero escogido en la figura 140. En ella se pueden observar también diferentes características de este acero como:

- La resistencia a la tracción → $R_m = 40\frac{kg}{mm^2} = 392\ MPa.$
- La dureza → $110\ HB.$
- La composición química.

Con ello el coeficiente de seguridad para este eje queda:

- Para el eje primario exterior → $C_s = \frac{\sigma_F}{2 \cdot \tau_{max}} = \frac{264.6}{2 \cdot 18.47} = 7.16$

I

Aceros de construcción mecánica

Barras de acero carbono

ter O aceros Otero

AISI / SAE 1020

Formas	Color
○ □ ⬡	

Características

Acero de bajo contenido de carbono, de fácil mecanizado y buena soldabilidad. De baja dureza para usos convencionales de baja exigencia.

Aplicaciones

Bases de matrices, soportes, engranajes, flanges, pernos de anclaje, ejes, cadenas, bujes, tornillería corriente y pasadores de baja resistencia.

Composición Química				
% C	% Mn	% Si	% P	% S
0,18 - 0,23	0,30 - 0,60	0,15 - 0,35	≤ 0,04	≤ 0,05

Estado de Suministro	Rango de Medidas
Forjado	230mm - 600mm
Laminado con tolerancia DIN 1013	½" a 310mm
Trefilado con tolerancia ISO 286-2 h11.	6mm a 65mm

Propiedades Mecánicas Acero Laminado (Valores típicos)			
Dureza (HB)	Esfuerzo Fluencia (min.) (Kg / mm2)	Esfuerzo Tracción (min.) (Kg / mm2)	Elongación (min.)%
110 - 130	27	40 - 45	20

Figura 140. Material para el eje primario exterior.

4.3. CÁLCULO A FATIGA

La fatiga es el proceso de cambio estructural permanente, progresivo y localizado que ocurre en un material sujeto a tensiones y deformaciones variables en algún punto o puntos y que produce grietas que crecen con las solicitaciones cíclicas hasta llegar a la fractura completa tras un número suficiente de fluctuaciones (ASTM).

Es por ello que un material sometido a cargas repetitivas o fluctuantes fallará a una tensión mucho más baja que la que sería necesaria frente a una solicitación constante en el tiempo.

El ciclo de fatiga que se produce en los ejes viene determinado por la variación de las tensiones entre el punto P y Q según la figura 141, donde las máximas tensiones que se dan en el ciclo son las que existen en el punto Q, donde la tensión normal debida a momento flector y a axil tienen el mismo sentido y por tanto suman sus contribuciones, mientras que en el punto P tienen signos distintos, y por tanto la tensión en valor absoluto será menor.

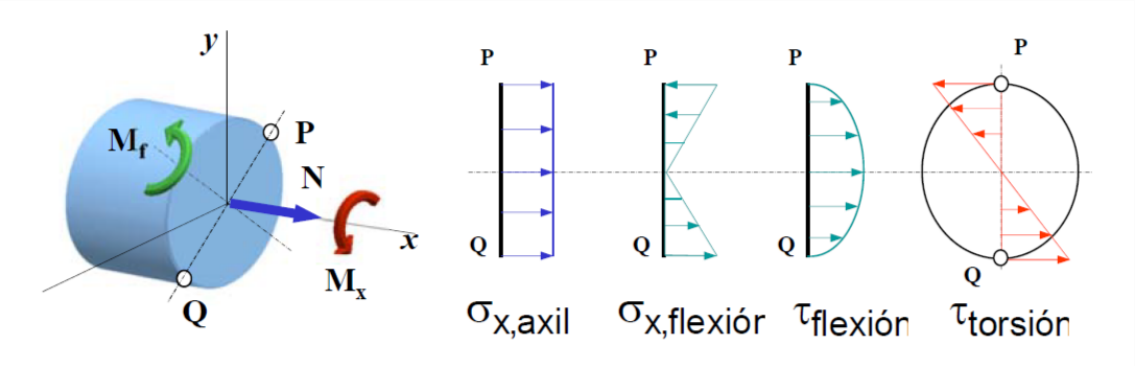


Figura 141. Estado de tensiones y ciclo de fatiga en los ejes.

El cálculo a fatiga se realizó utilizando el método de ajuste logarítmico-logarítmico o lineal-logarítmico, con el cual se obtuvo el número de ciclos hasta la rotura de la pieza según la ecuación (53).

$$\sigma_a = A \cdot (2N)^B \tag{53}$$

Donde

σ_a	$Tensión\ alternante\ o\ amplitud\ de\ tensión$
$2N$	$Número\ de\ ciclos\ hasta\ la\ rotura$

Los parámetros A y B se calcularon según las ecuaciones (54) y (55).

$$A = \frac{(S_{10^3})^2}{S_e} \tag{54}$$

$$B = \frac{log\left(\frac{S_e}{S_{10^3}}\right)}{3} \tag{55}$$

S_e $\quad$ $Límite\ de\ fatiga\ del\ material\ de\ la\ pieza$
S_{10^3} $\quad$ $Límite\ de\ fatiga\ del\ material\ de\ la\ pieza\ a\ los\ 10^3 ciclos$

La información fundamental y necesaria en este tipo de diseño son las curvas S-N, que expresan la relación entre la amplitud de la tensión y el número de ciclos a rotura. Estas curvas se obtienen mediante ensayos, los cuales se hacen con probetas cilíndricas macizas, con superficie pulida, y en máquinas en las que la probeta es sometida a flexión rotatoria, estos límites de fatiga para las probetas los indicaremos en la notación empleada con un apostrofe "prima". En este tipo de ensayo, el material sufre ciclos de tensión tracción-compresión, con tensión media nula. Por tanto, la definición del ciclo de fatiga viene definido por la amplitud del ciclo de tensión.

En el caso de los aceros se observa que por debajo de un valor de tensión, la vida se hace infinita. Este valor de tensión se llama Límite de Fatiga, S'_e. En el caso de los aceros, el Límite de Fatiga es la mitad de la Resistencia a la Tracción R_m, hasta valores de esta propiedad inferiores a 1400 MPa. Por encima de este valor, el Límite de Fatiga se toma constante e igual a 700 MPa.

$$\begin{cases} S'_e = 0.5 \cdot R_m \ \ (R_m \leq 1400\ MPa) \\ S'_e = 700\ MPa \ \ (R_m > 1400\ MPa) \end{cases} \tag{56}$$

Los materiales escogidos para los ejes según el cálculo estático eran:

- Para el eje primario interior y el secundario: AISI/SAE 4340 con $R_m = 931\ MPa$.
- Para el eje primario exterior: AISI/SAE 1020 con $R_m = 392\ MPa$.

Con ello los límites de fatiga de estos materiales quedaron:

$$\begin{cases} AISI\ 4340 \ \rightarrow \ S'_e = 0.5 \cdot 931 = 465.5\ MPa \\ AISI\ 1020 \ \rightarrow \ S'_e = 0.5 \cdot 392 = 196\ MPa \end{cases}$$

El límite de fatiga de la probeta cuando el fallo se produce a los 10^3 ciclos, S'_{10^3}, se estima como un 90 % del valor de la resistencia a tracción del material usado.

$$S'_{10^3} = 0.9 \cdot R_m \tag{57}$$

Para los dos materiales utilizados este límite de fatiga a mil ciclos tomó los valores:

$$\begin{cases} AISI\ 4340 \ \rightarrow S'_{10^3} = 0.9 \cdot 931 = 837.9\ MPa \\ AISI\ 1020 \ \rightarrow S'_{10^3} = 0.9 \cdot 392 = 352.8\ MPa \end{cases}$$

EJE	Rm Material [MPa]	S'e [MPa]	S'_10^3 [MPa]
PRIMARIO INTERIOR	931	465,5	837,9
PRIMARIO EXTERIOR	392	196	352,8
SECUNDARIO	931	465,5	837,9

Tabla 49. Límites de fatiga de las probetas.

Los datos de la curva S-N no son directamente trasladables a piezas reales debido a que las condiciones de operación de la pieza son diferentes a las de la probeta en el ensayo. La presencia de tensiones medias no nulas, la presencia de entallas y concentradores de tensión geométricos, los acabados superficiales, las tensiones residuales, los estados de

tensión diferentes, la presencia de medios agresivos, el tamaño de la pieza, etc., son factores que modifican el valor del Límite de Fatiga a aplicar en el diseño del componente real. Estas condiciones de operación reales que difieren de las condiciones en las que se ensayan las probetas hace necesario convertir el límite de fatiga obtenido en las condiciones de ensayo al límite de fatiga aplicable en otras condiciones de operación según unos determinados coeficientes correctores de estas condiciones. Estos coeficientes son los siguientes:

- Factor de superficie, K_a.
- Factor de tamaño, K_b.
- Factor de confiabilidad, K_c.
- Factor de temperatura, K_d.
- Factor de efectos varios , K_e.
- Factor de concentradores de esfuerzos, K_f.

A continuación se procede a calcular estos factores correctores del límite de fatiga de alto ciclo.

4.3.1. FACTORES CORRECTORES DE LÍMITES DE FATIGA.

FACTOR DE SUPERFICIE - K_a.

Las grietas de fatiga se suelen generar en las superficies de las piezas, por lo que el estado superficial afecta de forma importante al comportamiento ante este mecanismo de daño. Además conviene decir que el efecto de la superficie es tanto más acusado cuanto más resistente sea el material considerado, es decir, K_a no solo depende del acabado superficial, sino también de la resistencia a tracción del material. A mayor resistencia, menor tiende a ser el factor de superficie, ya que los aceros más resistentes tienden a ser más sensibles a los efectos de concentración de esfuerzos producidos por las imperfecciones de la superficie.

Es por esto que uno de los aspectos superficiales que influyen de forma importante en el límite de fatiga es la rugosidad superficial.

El factor de superficie K_a puede obtenerse mediante la ecuación (58).

$$K_a = a \cdot R_m^b \tag{58}$$

De donde a y b pueden obtenerse de la figura 142.

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	−0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	−0.265
Laminado en caliente	57.70	−0.718
Forjado	272.00	−0.995

Figura 142. Parámetros de obtención del factor de superficie.

Dado que los tres ejes van a ser obtenidos por mecanizado de un tocho cilíndrico, el valor de los factores a y b será:

$$a = 4.51\ MPa;\ \ b = -0.265$$

Y por tanto el factor de superficie ya se puede calcular mediante la ecuación (58) para los dos materiales utilizados.

$$\begin{cases} AISI\ 4340 \rightarrow\ \ K_a = 4.51 \cdot 931^{-0.265} = 0.7369 \\ AISI\ 1020 \rightarrow\ \ K_a = 4.51 \cdot 392^{-0.265} = 0.9267 \end{cases}$$

FACTOR DE TAMAÑO - K_b.

Cuanto mayor es el volumen de material, el límite de fatiga decrece; por este motivo, el tamaño del componente es un factor influyente en el límite de fatiga. La razón está en que con un mayor volumen o diámetro, existe un mayor volumen de material sujeto a tensiones superiores a una crítica, es decir, existe una mayor probabilidad de que exista un defecto en el volumen que soporta los mayores esfuerzos, aumentando por tanto la susceptibilidad a la fatiga.

Este factor se calcula en probetas circulares sometidas a flexión y torsión giratoria (como en nuestros ejes) mediante las ecuaciones de la figura 143.

$$K_b = 1, \quad \text{si } d_e \leq 8\,\text{mm}\,(0.3\text{in})$$
$$K_b = 1.189 d_e^{-0.097}, \quad \text{si } 8\,\text{mm} < d_e \leq 250\,\text{mm}$$
$$(K_b = 0.869 d_e^{-0.097}, \quad \text{si } 0.3\text{in} < d_e \leq 10\text{in})$$
$$K_b = 0.6, \quad \text{si } d_e > 250\,\text{mm}\,(10\text{in}),$$

d_e es el diámetro de la probeta sometida a flexión giratoria

Figura 143. Factor de tamaño K_b.

Como los diámetros propuestos para los ejes eran:

- Eje primario interior → $\emptyset = 40\ mm$
- Eje primario exterior → $\emptyset_{ext} = 80\ mm\ \ y\ \ \emptyset_{int} = 70\ mm$
- Eje secundario → $\emptyset = 45\ mm$

Estos diámetros se encuentran para los tres ejes en el cálculo estático dentro del rango $8\ mm < d_e \leq 250\ mm$, con lo que la ecuación de cálculo del factor K_b es:

$$K_b = 1.189 \cdot d_e^{-0.097} \tag{59}$$

Por tanto los factores de tamaño para los tres ejes son:

$$\begin{cases} Eje\ primario\ interior\ \rightarrow\ K_b = 1.189 \cdot 40^{-0.097} = 0.8313 \\ Eje\ primario\ exterior\ \rightarrow K_b = 1.189 \cdot 80^{-0.097} = 0.7773 \\ \quad Eje\ secundario\ \rightarrow K_b = 1.189 \cdot 45^{-0.097} = 0.8219 \end{cases}$$

En el caso del eje primario exterior, el cual es hueco, se ha cogido el diámetro exterior para tener una mayor seguridad, ya que de esta manera el factor K_b es mayor, y por tanto reduce en mayor medida el límite de fatiga.

FACTOR DE CONFIABILIDAD - K_c.

La mayoría de las curvas y datos obtenidos corresponden a la tendencia media que siguen los puntos de ensayo, la confiabilidad de estos datos es del 50 %.

El factor de confiabilidad K_c corrige la resistencia a fatiga de tal manera que se tenga una mayor probabilidad (y confiabilidad) de que la resistencia a la fatiga real de una pieza sea mayor o igual que el valor corregido. Este factor se puede extraer de la figura 144, pero antes elegiremos para nuestros ejes una confiabilidad del 99 %.

Confiabilidad (%)	50	90	99	99.9	99.99	99.999
K_c	1	0.897	0.814	0.753	0.702	0.659

Figura 144. Factor de confiabilidad K_c

Con lo que el factor de confiabilidad resultará ser para los tres ejes:

$$K_c = 0.814$$

FACTOR DE TEMPERATURA - K_d.

En la generalidad de las aleaciones metálicas, el aumento de la temperatura conduce a una pérdida de resistencia mecánica, y a una disminución del límite a fatiga.

Para tener en cuenta el efecto de reducción de resistencia a la fatiga , se utiliza el factor de temperatura. La siguiente ecuación empírica puede utilizarse para determinarlo:

$$\begin{cases} K_d = 1 \quad si \;\; T^{a} \leq 450^{o}C \\ K_d = 1 - (0.0058\,^{o}C^{-1}) \cdot (T^{a} - 450^{o}\,C) \;\; si \;\; 450^{o}C < T^{a} < 550\,^{o}C \end{cases} \qquad (60)$$

Como los ejes van a trabajar a temperaturas inferior a 450 ºC el factor de temperatura será

$$K_d = 1$$

FACTOR DE EFECTOS VARIOS - K_e.

Existen otros factores que modifican la resistencia a la fatiga de los materiales, como la corrosión, los esfuerzos residuales o los recubrimientos, etc. Todos los efectos no considerados por los otros factores son cuantificados por el factor K_e. En este caso no se analizarán estos fenómenos, por ello el factor de efectos varios se considerará la unidad.

$$K_e = 1$$

Se presenta una tabla resumen donde se pueden consultar todos los valores de los factores correctores comentados previamente.

EJE	Ka	Kb	Kc	Kd	Ke
PRIMARIO INTERIOR	0,7369	0,8313	0,814	1	1
PRIMARIO EXTERIOR	0,9267	0,7773	0,814	1	1
SECUNDARIO	0,7369	0,8219	0,814	1	1

Tabla 50. Factores correctores en los tres ejes.

Una vez que se tienen todos los factores correctores calculados, queda hacer la corrección de los límites de fatiga de alto ciclo y a 10^3 ciclos. Los resultados de esta corrección están en la tabla 3 y se calcularon mediante las ecuaciones (61) y (62).

$$S_e = \frac{K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S'_e}{K_f} \tag{61}$$

$$S_{10^3} = \frac{K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S'_{10^3}}{K_f} \tag{62}$$

En estas ecuaciones el factor de concentración de tensiones, del cual se hablará a continuación, habrá de tomarse como $K_f = 1$, ya que los ejes trabajan bajo un estado de tensiones multiaxial. Por ello la concentración de esfuerzos se tuvo en cuenta para corregir la tensión (mayorándola) generada por cada tipo de esfuerzo, en vez de para minorar los límites de fatiga. A partir de los valores de tensión obtenidos, se hallará una tensión de comparación que será empleada para el cálculo de vida a fatiga.

Una vez se tienen los límites de fatiga de alto y bajo ciclo, se puede proceder a calcular los parámetros A y B necesarios para hallar el número de ciclos que soporta la pieza bajo unas condiciones determinadas, estos parámetros se calculan mediante las ecuaciones (54) y (55).

EJE	Se	S_10^3	A	B
PRIMARIO INTERIOR	232,12	682,05	2004,12	-0,1560
PRIMARIO EXTERIOR	114,92	287,18	717,63	-0,1326
SECUNDARIO	229,49	682,05	2027,04	-0,1577

Tabla 51. Límites de fatiga de la pieza y parámetros A y B.

FACTOR DE CONCENTRADORES DE ESFUERZOS - K_f.

Los concentradores de esfuerzos son discontinuidades de las piezas, tales como chaveteros, agujeros, cambios de sección y ranuras, que producen un aumento localizado de los esfuerzos, haciendo que la distribución de las tensiones en la sección que contiene la entalla se modifique, concentrándose en la raíz de la misma.

El efecto de concentración de la tensión depende de la profundidad de la entalla y de su radio interior, además del tipo de carga al que se ve sometida la pieza.

Los rebajes que se necesiten hacer en los ejes para incorporar los diferentes elementos tendrán una profundidad de 2.5 mm, y se redondearán las aristas con un radio de 2 mm. De esta manera los diferentes diámetros rebajados de los tres ejes serán los siguientes:

- Eje primario interior → $\emptyset_{rebaje} = 35\ mm$
- Eje primario exterior → $\emptyset_{rebaje} = 75\ mm$
- Eje secundario → $\emptyset_{rebaje} = 40\ mm$

El factor de concentración de tensiones se calcula mediante la ecuación (63). Para tener en cuenta el efecto que tienen los tres tipos de cargas que se dan en los ejes (esfuerzos axiles, de torsión y de flexión) sobre los concentradores de tensiones, se procedió a calcular los valores del factor de concentración de tensiones K_f para los distintos tipos de carga y para los tres ejes.

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1) \tag{63}$$

El parámetro q es el índice de sensibilidad a la entalla, y se obtiene con la ecuación (64) y la figura 145.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} \tag{64}$$

S_u		$\sqrt{a}$			
		Carga axial y flexión		Torsión	
(ksi)	(MPa)	($in^{0.5}$)	($mm^{0.5}$)	($in^{0.5}$)	($mm^{0.5}$)
50	345	0.130	0.66	0.093	0.47
55	380	0.118	0.59	0.087	0.44
60	415	0.108	0.54	0.080	0.40
70	485	0.093	0.47	0.070	0.35
80	550	0.080	0.40	0.062	0.31
90	620	0.070	0.35	0.055	0.28
100	690	0.062	0.31	0.049	0.25
110	760	0.055	0.28	0.044	0.22
120	825	0.049	0.25	0.039	0.20
130	895	0.044	0.22	0.035	0.18
140	965	0.039	0.20	0.031	0.16
160	1100	0.031	0.16	0.024	0.12
180	1240	0.024	0.12	0.018	0.09
200	1380	0.018	0.09	0.013	0.07
220	1515	0.013	0.07	0.009	0.05
240	1655	0.009	0.05		

Figura 145. Parámetro $\sqrt{a}$.

El parámetro K_t es el coeficiente teórico de concentración de esfuerzos, este se puede obtener a partir de las figura 146, 147 y 148.

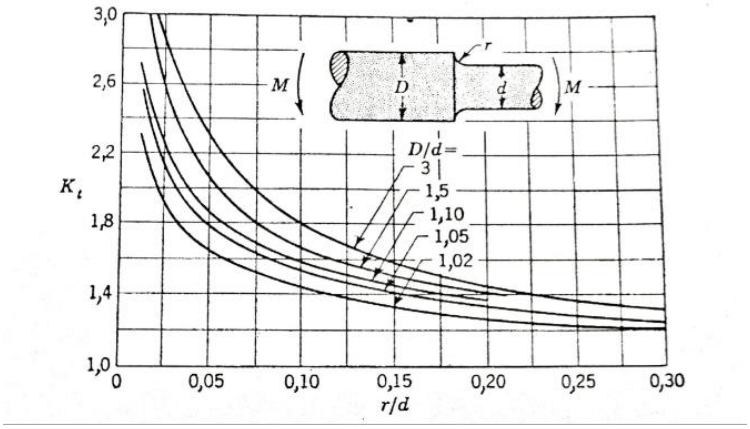


Figura 146. Coeficiente teórico de concentración de esfuerzos para esfuerzos de flexión.

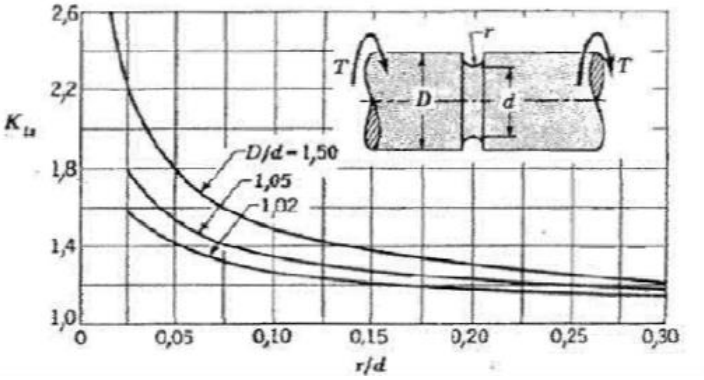


Figura 147. Coeficiente teórico de concentración de esfuerzos para esfuerzos de torsión.

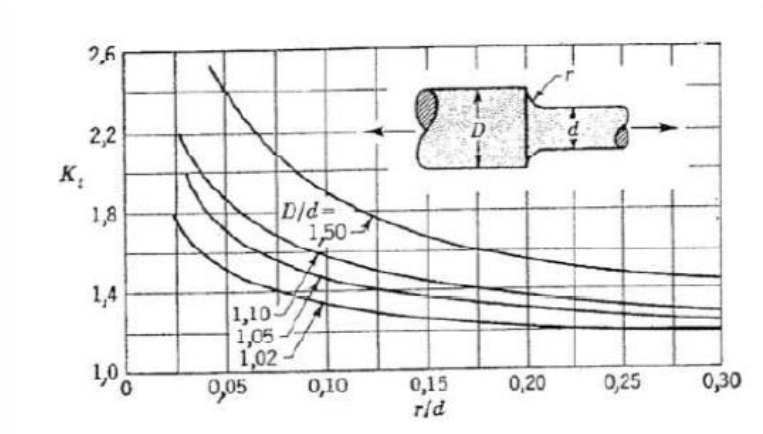


Figura 148. Coeficiente teórico de concentración de esfuerzos para esfuerzos axiles.

Los resultados obtenidos para el factor de concentración de tensiones y todos los valores intermedios hasta la obtención de este se muestran en las tablas 52, 53 y 54, cada una de ellas para un tipo de esfuerzo distinto.

TORSIÓN										
EJE	Rm Material [MPa]	D [mm]	d (rebaje) [mm]	D/d	r [mm]	r/d	Kt	raiz(a)	q	Kf
PRIM INTERIOR	931	40	35	1,14	2	0,057	1,6	0,17	0,89	1,54
PRIM EXTERIOR	392	80	75	1,07	2	0,027	1,8	0,426	0,77	1,61
SECUNDARIO	931	45	40	1,13	2	0,050	1,6	0,17	0,89	1,54

Tabla 52. Factor de concentración de tensiones K_f para esfuerzos de torsión.

AXIL										
EJE	Rm Material [MPa]	D [mm]	d (rebaje) [mm]	D/d	r [mm]	r/d	Kt	raiz(a)	q	Kf
PRIM INTERIOR	931	40	35	1,14	2	0,057	1,85	0,21	0,87	1,74
PRIM EXTERIOR	392	80	75	1,07	2	0,027	2	0,573	0,71	1,71
SECUNDARIO	931	45	40	1,13	2	0,050	1,88	0,21	0,87	1,77

Tabla 53. Factor de concentración de tensiones K_f para esfuerzos axiles.

FLEXIÓN										
EJE	Rm Material [MPa]	D [mm]	d (rebaje) [mm]	D/d	r [mm]	r/d	Kt	raiz(a)	q	Kf
PRIM INTERIOR	931	40	35	1,14	2	0,057	1,85	0,21	0,87	1,74
PRIM EXTERIOR	392	80	75	1,07	2	0,027	2,1	0,573	0,71	1,78
SECUNDARIO	931	45	40	1,13	2	0,050	1,9	0,21	0,87	1,78

Tabla 54. Factor de concentración de tensiones K_f para esfuerzos de flexión.

4.3.2. CÁLCULO DE TENSIONES DEL CICLO.

Una vez obtenidos los valores del factor de concentración de tensiones, se mayoraron las tensiones que se producen en los ejes para todas las velocidades, según las ecuaciones (65), (66) y (67).

- $Axil \rightarrow \sigma_{x,corregida}(N) = K_{f,N} \cdot \sigma_{x,nominal}$ (65)

- $Flexión \rightarrow \sigma_{x,corregida}(M_f) = K_{f,M_f} \cdot \sigma_{x,nominal}$ (66)

- $Torsión \rightarrow \tau_{xy,corregida}(M_t) = K_{f,M_t} \cdot \tau_{xy,nominal}$ (67)

Los valores de las tensiones nominales se extrajeron de los diagramas de esfuerzos que se obtuvieron en el apartado de cálculo estático. Se mostrarán únicamente los resultados obtenidos para las secciones más desfavorables a fatiga de los tres ejes, no obstante, se han comprobado en una hoja Excel todas las posibles secciones que pudieran ocasionar el fallo. Hay que tener en cuenta que el daño que se produce por fatiga en una misma sección puede estar provocado por los esfuerzos derivados de la actuación de cualquiera de las marchas de tal manera que fue necesario analizar sección por sección con los esfuerzos que provocan cada una de las seis marchas en esa sección. Las tablas 55, 56 y 57 incluyen los valores de los esfuerzos y tensiones producidos en las secciones más

desfavorables para cada uno de los ejes. En ellas los esfuerzos axiles de tracción están marcados en verde, mientras que los de compresión lo están en rojo.

En el caso del eje primario interior la sección más desfavorable es en la que se encuentra ubicado el engranaje de la primera velocidad.

EJE PRIMARIO INTERIOR (MARCHAS IMPARES)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
Mf_xy [N*mm]	443000	24200	14700
Mf_xz [N*mm]	727000	179000	39900
Mf_r [N*mm]	851338,95	180628,46	42521,76
N [N]	7540	0	0
Mt (eje 1) [N*mm]	392000	392000	392000
Area [mm^2]	1256,64	1256,64	1256,64
Wf [mm^3]	6283,19	6283,19	6283,19
Wo [mm^3]	12566,37	12566,37	12566,37
σ_f [MPa]	135,49	28,75	6,77
σ_N [MPa]	6,00	0,00	0,00
σ_x [MPa]	141,49	28,75	6,77
τ_xy [MPa]	31,19	31,19	31,19

Tabla 55. Esfuerzos y tensiones en la sección más desfavorable a fatiga del eje primario interior.

En el eje primario exterior la sección más desfavorable es en la que se encuentra ubicado el engranaje de la cuarta velocidad.

EJE PRIMARIO EXTERIOR (MARCHAS PARES)(SECCIÓN ENGRANAJE 4ª)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
Mf_xy [N*mm]	226000	310000	53700
Mf_xz [N*mm]	268000	468000	141000
Mf_r [N*mm]	350570,96	561359,07	150879,72
N [N]	0	3380	2720
Mt (eje 1) [N*mm]	0	392000	392000
Area [mm^2]	1178,10	1178,10	1178,10
Wf [mm^3]	20800,78	20800,78	20800,78
Wo [mm^3]	41601,56	41601,56	41601,56
σ_f [MPa]	16,85	26,99	7,25
σ_N [MPa]	0,00	2,87	2,31
σ_x [MPa]	16,85	29,86	9,56
τ_xy [MPa]	0,00	9,42	9,42

Tabla 56. Esfuerzos y tensiones en la sección más desfavorable a fatiga del eje primario exterior.

Para el eje secundario la sección más desfavorable es en la que se encuentra ubicado el engranaje de la primera velocidad.

EJE SECUNDARIO (SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
Mf_xy [N*mm]	512000	53200	68300	46100	132	70600
Mf_xz [N*mm]	402000	105000	39800	143000	2620	84600
Mf_r [N*mm]	650959,29	117708,28	79050,17	150247,16	2623,32	110188,57
N [N]	6120	0	2040	0	557	0
Mt (eje 1) [N*mm]	392000	392000	392000	392000	392000	392000
Rel trans i	3,923	2,368	1,667	1,207	0,939	0,778
Mt (eje 2)	1537816	928256	0	473144	0	304976
Area [mm^2]	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43
Wf [mm^3]	8946,18	8946,18	8946,18	8946,18	8946,18	8946,18
Wo [mm^3]	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35
σ_f [MPa]	72,76	13,16	8,84	16,79	0,29	12,32
σ_N [MPa]	3,85	0,00	1,28	0,00	0,35	0,00
σ_x [MPa]	76,61	13,16	10,12	16,79	0,64	12,32
τ_xy [MPa]	85,95	51,88	0,00	26,44	0,00	17,05

Tabla 57. Esfuerzos y tensiones en la sección más desfavorable a fatiga del eje secundario.

Una vez obtenidas las tensiones nominales, se procedió a corregirlas con los factores de concentración de tensiones como se ha comentado previamente. Las tablas 58, 59 y 60 contienen los resultados obtenidos. En estas tablas además se ha calculado la tensión que se produce en los dos puntos de la sección que conforman el ciclo de fatiga, de tal manera que en el punto uno la tensión normal del momento flector y el axil tienen el mismo signo (negativo) y por tanto suman sus contribuciones, mientras que en el punto 2 tienen signos distintos. Además es necesario tener en cuenta que en la sección donde se analiza existe un axil de compresión y por tanto llevará signo negativo.

		Tensiones corregidas con Kf			
		Velocidad	1ª	3ª	5ª
K_f_flex	1,74	σ_f [MPa]	235,76	50,02	11,78
K_f_axil	1,74	σ_N [MPa]	-10,44	0,00	0,00
PUNTO (1, ARRIBA)		σ_x [MPa]	-246,20	-50,02	-11,78
PUNTO (2, ABAJO)		σ_x [MPa]	225,32	50,02	11,78
K_f_tor	1,54	τ_xy [MPa]	48,04	48,04	48,04

Tabla 58. Tensiones corregidas con el factor de concentración de esfuerzos en el eje primario interior.

		Tensiones corregidas con Kf			
		Velocidad	2ª	4ª	6ª
K_f_flex	1,78	σ_f [MPa]	30,00	48,04	12,91
K_f_axil	1,71	σ_N [MPa]	0,00	4,91	3,95
PUNTO (1, ARRIBA)		σ_x [MPa]	30,00	52,94	16,86
PUNTO (2, ABAJO)		σ_x [MPa]	-30,00	-43,13	-8,96
K_f_tor	1,61	τ_xy [MPa]	0,00	15,17	15,17

Tabla 59. Tensiones corregidas con el factor de concentración de esfuerzos en el eje primario exterior.

		Tensiones corregidas con Kf						
		Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
K_f_flex	1,78	σ_f [MPa]	129,52	23,42	15,73	29,89	0,52	21,92
K_f_axil	1,77	σ_N [MPa]	-6,81	0,00	-2,27	0,00	-0,62	0,00
PUNTO (1, ARRIBA)		σ_x [MPa]	-136,33	-23,42	-18,00	-29,89	-1,14	-21,92
PUNTO (2, ABAJO)		σ_x [MPa]	122,71	23,42	13,46	29,89	-0,10	21,92
K_f_tor	1,54	τ_xy [MPa]	132,36	79,90	0,00	40,72	0,00	26,25

Tabla 60. Tensiones corregidas con el factor de concentración de esfuerzos en el eje secundario.

Una vez se calcularon las tensiones normales y tangenciales que conforman el ciclo, se pasó a determinar las tensiones principales según el círculo de Mohr con las ecuaciones (68), (69) y (70).

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{68}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{69}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{70}$$

Los resultados obtenidos para los dos puntos que definen el ciclo de fatiga, y en los tres ejes se encuentran en las tablas 61, 62 y 63.

	TENSIONES PRINCIPALES CÍRCULO DE MOHR			
	Velocidad	1ª	3ª	5ª
PUNTO 1	σ_1 [MPa]	9,04	29,15	42,51
	σ_2 [MPa]	-255,24	-79,17	-54,29
	τ_max [MPa]	132,14	54,16	48,40
PUNTO 2	σ_1 [MPa]	235,14	79,17	54,29
	σ_2 [MPa]	-9,81	-29,15	-42,51
	τ_max [MPa]	122,48	54,16	48,40

Tabla 61. Tensiones principales en la sección más desfavorable del eje primario interior.

	TENSIONES PRINCIPALES CÍRCULO DE MOHR			
	Velocidad	2ª	4ª	6ª
PUNTO 1	σ_1 [MPa]	30,00	56,98	25,79
	σ_2 [MPa]	0,00	-4,04	-8,93
	τ_max [MPa]	15,00	30,51	17,36
PUNTO 2	σ_1 [MPa]	0,00	4,80	11,34
	σ_2 [MPa]	-30,00	-47,93	-20,30
	τ_max [MPa]	15,00	26,37	15,82

Tabla 62. Tensiones principales en la sección más desfavorable del eje primario exterior.

	TENSIONES PRINCIPALES CÍRCULO DE MOHR						
	Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
PUNTO 1	σ_1 [MPa]	80,72	69,04	0,00	28,43	0,00	17,48
	σ_2 [MPa]	-217,05	-92,46	-18,00	-58,33	-1,14	-39,41
	τ_max [MPa]	148,88	80,75	9,00	43,38	0,57	28,45
PUNTO 2	σ_1 [MPa]	207,24	92,46	13,46	58,33	0,00	39,41
	σ_2 [MPa]	-84,53	-69,04	0,00	-28,43	-0,10	-17,48
	τ_max [MPa]	145,89	80,75	6,73	43,38	0,05	28,45

Tabla 63. Tensiones principales en la sección más desfavorable del eje secundario.

A continuación se determinaron las tensiones máximas y mínimas en el ciclo, las cuales coinciden con las tensiones principales, y posteriormente se halló el coeficiente de biaxialidad, $\alpha_{biaxialidad}$, como el cociente entre la tensión mínima y máxima que se produce en el ciclo.

$$\alpha_{biaxialidad} = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{71}$$

Este coeficiente permite discernir si el eje se encuentra en un situación de fatiga bajo tensiones uniaxiales alternas o por el contrario bajo tensiones biaxiales. El rango de valores del coeficiente de biaxialidad que marcan en qué situación de tensiones se encuentra el eje viene dado por las ecuaciones (72).

$$\begin{cases} -0.25 < \alpha_{biaxialidad} < 0.25 \ \rightarrow TENSIÓN\ UNIAXIAL \\ \alpha_{biaxialidad} < -0.25 \ \rightarrow TENSIÓN\ BIAXIAL \\ \alpha_{biaxialidad} > 0.25 \ \rightarrow TENSIÓN\ BIAXIAL \end{cases} \tag{72}$$

El siguiente paso fue calcular la tensión de comparación en los dos puntos del ciclo, mediante la cual podremos obtener la tensión media y alternante a la que se ven sometidos los ejes.

- Cuando el estado es de tensiones uniaxiales, la tensión de comparación se calcula en cada punto como la máxima tensión principal en valor absoluto.

$$\sigma_{comp} = MAX(|\sigma_{principal}|) \tag{73}$$

- Si el estado es de tensiones biaxiales, la tensión de comparación se calcula según la ecuación (74).

$$\sigma_{comp} = (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \frac{\sigma_{principal,max}}{|\sigma_{principal,max}|} \tag{74}$$

Los resultados obtenidos tanto para el factor de biaxialidad como para las tensiones de comparación son los de las tablas 64, 65 y 66.

	TENSIONES DE COMPARACIÓN (EJE PRIMARIO INTERIOR)			
	Velocidad	1ª	3ª	5ª
PUNTO 1	σ_max [MPa]	9,04	29,15	42,51
	σ_min [MPa]	-255,24	-79,17	-54,29
	α_biaxialidad	-0,04	-0,37	-0,78
	σ_comparacion [MPa]	-255,24	-108,32	-96,80
PUNTO 2	σ_max [MPa]	235,14	79,17	54,29
	σ_min [MPa]	-9,81	-29,15	-42,51
	α_biaxialidad	-0,04	-0,37	-0,78
	σ_comparacion [MPa]	235,14	108,32	96,80

Tabla 64. Índices de biaxialidad y tensiones de comparación en la sección más desfavorable del eje primario interior.

	TENSIONES DE COMPARACIÓN (EJE PRIMARIO EXTERIOR)			
	Velocidad	2ª	4ª	6ª
PUNTO 1	σ_max [MPa]	30,00	56,98	25,79
	σ_min [MPa]	0,00	-4,04	-8,93
	α_biaxialidad	0,00	-0,07	-0,35
	σ_comparacion [MPa]	30,00	56,98	25,79
PUNTO 2	σ_max [MPa]	0,00	4,80	11,34
	σ_min [MPa]	-30,00	-47,93	-20,30
	α_biaxialidad	0,00	-0,10	-0,56
	σ_comparacion [MPa]	-30,00	-47,93	-31,64

Tabla 65. Índices de biaxialidad y tensiones de comparación en la sección más desfavorable del eje primario exterior.

	TENSIONES DE COMPARACIÓN (EJE SECUNDARIO)						
	Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
PUNTO 1	σ_max [MPa]	80,72	69,04	0,00	28,43	0,00	17,48
	σ_min [MPa]	-217,05	-92,46	-18,00	-58,33	-1,14	-39,41
	α_biaxialidad	-0,37	-0,75	0,00	-0,49	0,00	-0,44
	σ_comparacion [MPa]	-297,76	-161,50	-18,00	-86,76	-1,14	-56,89
PUNTO 2	σ_max [MPa]	207,24	92,46	13,46	58,33	0,00	39,41
	σ_min [MPa]	-84,53	-69,04	0,00	-28,43	-0,10	-17,48
	α_biaxialidad	-0,41	-0,75	0,00	-0,49	0,00	-0,44
	σ_comparacion [MPa]	291,78	161,50	13,46	86,76	0,00	56,89

Tabla 66. Índices de biaxialidad y tensiones de comparación en la sección más desfavorable del eje secundario.

Teniendo las tensiones de comparación, ya se puede calcular la tensión media y alternante que produce el ciclo de fatiga según las ecuaciones (75) y (76) respectivamente. Las tensiones obtenidas se muestran para todas las marchas y los 3 ejes en la tablas 67, 68 y 69.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{máx} + \sigma_{mín}}{2} \tag{75}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{máx} - \sigma_{mín}}{2} \tag{76}$$

TENSIÓN MEDIA Y ALTERNANTE (EJE PRIM INTERIOR) (SECCIÓN ENG 1ª)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
σ_media [MPa]	-10,05	0,00	0,00
σ_alternante [MPa]	245,19	108,32	96,80

Tabla 67. Tensión media y alternante en la sección más desfavorable del eje primario interior.

TENSIÓN MEDIA Y ALTERNANTE (EJE PRIM EXTERIOR)(SECCIÓN ENG 4ª)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
σ_media [MPa]	0,00	4,52	-2,93
σ_alternante [MPa]	30,00	52,46	28,71

Tabla 68. Tensión media y alternante en la sección más desfavorable del eje primario exterior.

TENSIÓN MEDIA Y ALTERNANTE (EJE SECUNDARIO) (SECCIÓN ENG 1ª)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
σ_media [MPa]	-2,99	0,00	-2,27	0,00	-0,57	0,00
σ_alternante [MPa]	294,77	161,50	15,73	86,76	0,57	56,89

Tabla 69. Tensión media y alternante en la sección más desfavorable del eje secundario.

Como se puede observar en gran parte de las velocidades y ejes analizados se dan tensiones medias de compresión. En las piezas sometidas a fatiga, la zona sin fallos en compresión es apreciablemente superior a la de tracción, esto se debe a que la tensión última de compresión casi siempre es superior a la de tracción, pero sobre todo a que las grietas de fatiga se propagan más rápidamente con tensiones de tracción, puesto que las componentes de compresión reducen la tensión de tracción en el borde de grieta en incluso producen el cierre de la grieta si la tensión máxima en los ciclos de fatiga es de compresión. Es por esta razón que las componentes de tensión media negativas se tomarán como cero, quedando así un ciclo más desfavorable, con lo que el cálculo estará todavía más del lado de la seguridad. Para los casos en los que la tensión media es positiva, y obviamente distinta de cero, no es posible aplicar directamente la tensión alternante obtenida para conocer la vida de la pieza, es necesario hallar la tensión alternante equivalente por el criterio de Goodman. Este criterio establece que la pieza resistirá en el punto analizado si se cumple la ecuación (77).

$$\frac{\sigma_a}{S_e^{eq}} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} < 1 \qquad (77)$$

σ_a *Tensión alternante a la que está sometida la pieza.*
σ_m *Tensión media a la que está sometida la pieza.*
S_e^{eq} *Tensión alternante equivalente.*
S_{ut} *Resistencia última del material.*

La figura 149 muestra la representación del criterio de Goodman, en este tipo de graficas los casos de carga que se encuentren por debajo de la línea roja están en la zona segura, y por tanto resistirán un número infinito de ciclos sin fallar por fatiga. Por el contrario los

casos de carga que se sitúan por encima de dicha línea fallarán por fatiga tras un determinado número de ciclos.

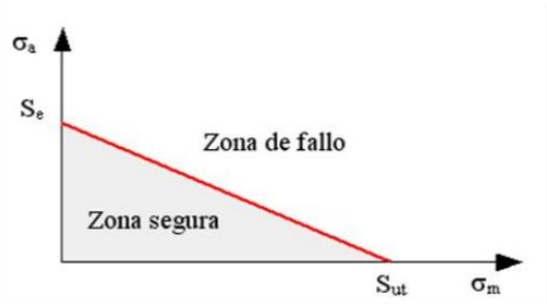


Figura 149. Criterio de Goodman.

La tensión alternante equivalente se halla despejando de la ecuación (77):

$$S_e^{eq} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \tag{78}$$

Como se puede observar en esta ecuación, este criterio se podría emplear también para los demás casos, aunque el resultado obtenido para la tensión alternante equivalente sería el mismo que la propia tensión alterna, ya que como se ha comentado previamente, las tensiones medias de compresión se toman igual a cero $\sigma_m = 0$, considerando así que estas no retrasan el fallo por fatiga.

Las tablas 70, 71 y 72 contienen los valores finales de tensión media y tensión alternante equivalente que se utilizarán para el cálculo a fatiga en los tres ejes.

TENSIÓN MEDIA Y ALTERNANTE EQ (EJE PRIM INTERIOR) (SECCIÓN ENG 1ª)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
σ_media [MPa]	0,00	0,00	0,00
Se_eq [MPa]	245,19	108,32	96,80

Tabla 70. Tensiones medias y alternantes equivalentes en la sección más desfavorable del eje primario interior.

TENSIÓN MEDIA Y ALTERNANTE EQ (EJE PRIM EXTERIOR)(SECCIÓN ENG 4ª)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
σ_media [MPa]	0,00	4,52	0,00
Se_eq [MPa]	30,00	53,07	28,71

Tabla 71. Tensiones medias y alternantes equivalentes en la sección más desfavorable del eje primario exterior.

TENSIÓN MEDIA Y ALTERNANTE EQ (EJE SECUNDARIO) (SECCIÓN ENG 1ª)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
σ_media [MPa]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Se_eq [MPa]	294,77	161,50	15,73	86,76	0,57	56,89

Tabla 72. Tensiones medias y alternantes equivalentes en la sección más desfavorable del eje secundario.

4.3.3. CÁLCULO DE LA VIDA DE LOS EJES.

Ahora se está en disposición de calcular el número de ciclos que aguantan los ejes en unas determinadas condiciones de operación hasta su fallo, sin más que despejar de la ecuación (53) y utilizar en ella la tensión alterna equivalente. La ecuación despejada es la (79).

$$2N = VIDA = \left(\frac{S_e^{eq}}{A}\right)^{\frac{1}{B}} \tag{79}$$

Los ejes fueron calculados según el criterio de vida infinita (10^7 ciclos), requiriendo que estos tengan un coeficiente de seguridad mínimo de $C_s = 1.5$. Los resultados se muestran en las tablas 73, 74 y 75.

VIDA (EJE SECUNDARIO)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
A	2027,03	2027,03	2027,03	2027,03	2027,03	2027,03
B	-0,1577	-0,1577	-0,1577	-0,1577	-0,1577	-0,1577
VIDA [Nº Ciclos]	204438	9285733	24128847144672	477698977	32777173531068400000000	6940614921
Cs, fatiga	0,78	1,42	14,59	2,65	401,97	4,03

Tabla 73. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario.

VIDA (EJE PRIMARIO INTERIOR)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
A	2004,00	2004,00	2004,00
B	-0,1560	-0,1326	-0,1326
VIDA [Nº Ciclos]	704171	3612523563	8437664429
Cs, fatiga	0,95	2,14	2,40

Tabla 74. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario.

VIDA (EJE PRIMARIO EXTERIOR)(SECCIÓN ENGRANAJE 2ª)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
A	717,64	717,64	717,64
B	-0,1326	-0,1326	-0,1326
VIDA [Nº Ciclos]	292625423,97	99002084399,59	91358594505,74
Cs, fatiga	2,12	4,60	4,55

Tabla 75. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en el eje primario exterior.

Como se puede ver, algunas de las secciones no cumplieron con las exigencias requeridas, es por ello que fue necesario aumentar el diámetro de los ejes, consiguiendo así reducir las tensiones que se producen en ellos para evitar el fallo a fatiga. Iterativamente con el programa Excel se consiguió evitar este problema aumentando los diámetros de los ejes a:

$$\begin{cases} EJE\ PRIMARIO\ INTERIOR \rightarrow \quad \emptyset = 50\ mm \\ EJE\ SECUNDARIO \rightarrow \quad \emptyset = 60\ mm \end{cases}$$

Se obtiene de nuevo el número de ciclos que podrían dar los ejes y los coeficientes de seguridad con estos nuevos diámetros. Los resultados se muestran en las tablas 76 y 77.

VIDA (EJE SECUNDARIO)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
A	2084,39	2084,39	2084,39	2084,39	2084,39	2084,39
B	-0,1617	-0,1617	-0,1617	-0,1617	-0,1617	-0,1617
VIDA [Nº Ciclos]	37159358	1535944916	2759690533981710	71608672380	792665197705928000000000	973144097739
Cs, fatiga	1,79	3,28	33,63	6,10	784,62	9,30

Tabla 76. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario tras redimensionamiento.

VIDA (EJE PRIMARIO INTERIOR)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
A	2047,85	2047,85	2047,85
B	-0,1592	-0,1326	-0,1326
VIDA [Nº Ciclos]	41511072	663058273362	1548685596127
Cs, fatiga	1,81	4,10	4,58

Tabla 77. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje primario interior tras redimensionamiento.

Ahora en todos los casos los coeficientes de seguridad se encuentran por encima del mínimo exigido de $C_s = 1.5$. A continuación se ha comprobado también los coeficientes de seguridad a resistencia, los valores obtenidos fueron los siguientes:

EJE SECUNDARIO (CÁLCULO RESISTENTE)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
D, Φext [mm]	60	60	60	60	60	60
Cs	7,39	11,58	14,00	17,87	24,27	31,98

Tabla 78. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje secundario tras redimensionamiento.

EJE PRIMARIO INTERIOR (MARCHAS IMPARES)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
D, Φext [mm]	50	50	50
Cs	7,36	9,33	14,49

Tabla 79. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje primario interior tras redimensionamiento.

EJE PRIMARIO EXTERIOR (MARCHAS PARES)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
D, Φext [mm]	80	80	80
d, Φint [mm]	70	70	70
Cs	10,61	11,10	16,18

Tabla 80. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje primario exterior tras redimensionamiento.

Tanto la comprobación a fatiga como a resistencia muestran por los altos coeficientes de seguridad que los ejes están sobredimensionados en algunas de sus secciones, es por ello que se procedió a optimizar las secciones que se encuentran sobredimensionadas

reduciendo su diámetro. Los nuevos diámetros de los ejes han sido ajustados iterativamente con Excel y sus valores se muestran en las tablas 81, 82 y 83.

EJE SECUNDARIO (En las secciones de cada engranaje)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
D, Φext [mm]	60	55	50	45	45	45

Tabla 81. Diámetros en eje secundario tras optimización.

EJE PRIMARIO INTERIOR (MARCHAS IMPARES)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
D, Φext [mm]	50	45	40

Tabla 82. Diámetros en eje primario interior tras optimización.

EJE PRIMARIO EXTERIOR (MARCHAS PARES)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
D, Φext [mm]	75	80	75
d, Φint [mm]	65	70	70

Tabla 83. Diámetros en eje primario interior tras optimización.

Repitiendo el proceso hecho para los anteriores diámetros se obtuvo el nuevo número de ciclos que pueden dar los ejes hasta su fallo por fatiga y los nuevos coeficientes de seguridad a resistencia y fatiga, los cuales están mucho más ajustados, de tal manera que se ahorrará material en la fabricación de los ejes y por tanto peso al vehículo.

VIDA (EJE SECUNDARIO)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
VIDA [Nº Ciclos]	37159358	1535944916	2759690533981710	71608672380	711594534266163 00000000	9731440 97739
Cs, fatiga	1,79	3,28	33,63	6,10	531,32	9,30

Tabla 84. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario tras la optimización.

VIDA (EJE PRIMARIO INTERIOR)(SECCIÓN ENGRANAJE 1ª)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
VIDA [Nº Ciclos]	41511072	61118171894	9933997590
Cs, fatiga	1,81	2,99	2,35

Tabla 85. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje primario interior tras la optimización.

VIDA (EJE PRIMARIO EXTERIOR)(SECCIÓN ENGRANAJE 6ª)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
VIDA [Nº Ciclos]	13773486251873	1163327360088	32454111
Cs, fatiga	8,84	6,37	1,59

Tabla 86. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje primario exterior tras la optimización.

Por último se muestran los coeficientes de seguridad de los ejes para el cálculo resistente.

EJE SECUNDARIO (CÁLCULO RESISTENTE)(En las secciones de cada engranaje)						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
D, Φext [mm]	60	55	50	45	45	45
Cs	7,39	8,93	8,12	7,59	10,25	13,60

Tabla 87. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje secundario tras optimización.

EJE PRIMARIO INTERIOR (MARCHAS IMPARES)			
Velocidad	1ª	3ª	5ª
D, Φext [mm]	50	45	40
Cs	7,36	6,82	7,45

Tabla 88. Coeficientes de seguridad a resistencia en el eje primario interior tras optimización.

EJE PRIMARIO EXTERIOR (MARCHAS PARES)			
Velocidad	2ª	4ª	6ª
D, Φext [mm]	75	80	75
d, Φint [mm]	65	70	70
Cs	9,27	11,10	7,77

Tabla 89. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje primario exterior tras optimización.

Como se puede observar en las tablas 87, 88 y 89, los coeficientes de seguridad a resistencia siguen siendo un poco altos a pesar de que se han reducido considerablemente, pero esto es necesario si se quiere que los ejes aguanten a vida infinita en fatiga con un Cs =1.5.

ANEXO V: SELECCIÓN DE RODAMIENTOS.

5.1. EJE SECUNDARIO

La figura 150 muestra claramente la situación de los rodamientos en el eje secundario.

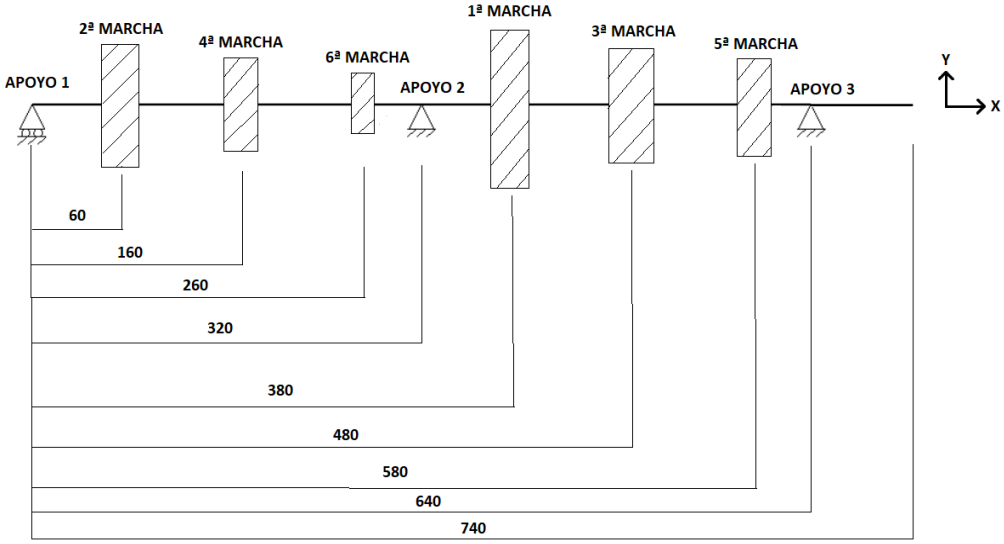


Figura 150. Situación de los rodamientos en el eje secundario.

5.1.1. RODAMIENTO APOYO 1

Las cargas que debe absorber el apoyo 1 las podemos extraer de los diagramas de esfuerzos obtenidos en el cálculo estático.

En este apartado denominaremos a las fuerzas axiales que han de soportar los rodamientos F_a, mientras que a las fuerzas radiales las designaremos por F_r.

Las fuerzas axiales son las mismas que los esfuerzos axiles "A" de los diagramas de esfuerzos, mientras que la fuerzas radiales son las resultantes de los esfuerzos cortantes "V" en los dos planos analizados.

El cálculo estático se hizo bajo las condiciones de máximo par (4000 rpm) ya que es la situación donde mayores cargas pueden aparecer, además estas máximas cargas en el apoyo 1 se produjeron con la segunda velocidad engranada y fueron:

$$\begin{Bmatrix} A = 0\ N \\ V_y = 4930\ N \\ V_z = 6850\ N \end{Bmatrix}$$

La fuerza radial se calcula como

$$F_r = \sqrt{V_y^2 + V_z^2} \tag{80}$$

La fuerza axial y radiales en el primer apoyo del eje secundario son por tanto las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} F_a = 0\ N \\ F_r = 8439.63\ N \end{Bmatrix}$$

La carga dinámica "C" admisible en cada rodamiento es la carga que permite el rodamiento para una solicitación puramente radial o axial, normalmente en la práctica sobre un rodamiento actúan simultáneamente cargas radiales y axiales combinadas dando lugar a una resultante que puede tener una dirección cualquiera. Es preciso entonces determinar una carga equivalente "P" que produzca el mismo efecto que esas cargas combinadas en cualquier dirección.

Esta carga equivalente "P" se calcula según la siguiente ecuación

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a \tag{81}$$

Donde X e Y son los coeficientes radial y axial del rodamiento respectivamente. Para cargas puramente radiales, es decir, $F_a = 0$, el coeficiente radial X será la unidad, mientras que el coeficiente axial Y será nulo y por tanto resultará $P = F_r$. Para cargas puramente axiales ocurrirá lo contrario, resultando $P = F_a$.

En este apoyo al haber sólo fuerza radial la carga equivalente P será igual a la fuerza radial

$$P = F_r = 8439.63\ N$$

A continuación será necesario determinar la vida del rodamiento en millones de vueltas, ello se hace con la ecuación (82).

$$L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \tag{82}$$

Donde

L_h	$Duración\ en\ horas\ del\ funcionamiento$
n	$Velocidad\ angular\ del\ rodamiento\ en\ rpm$

Se estimó previamente una duración de los rodamientos de unas 3000 horas tal y como se hizo en el apartado de cálculo de los engranajes a 4000 rpm.

Con ello queda que los millones de vueltas que habrán de dar los rodamientos es de

$$L = 720\ Millones\ de\ vueltas$$

Con la duración en millones de vueltas y la carga equivalente pudimos hallar la capacidad de carga necesaria en el rodamiento mediante la ecuación (83), sabiendo que el factor a toma el valor $a = 3$ para rodamientos radiales y axiales de bolas y $a = 10/3$ para rodamientos radiales y axiales de rodillos.

$$C = P \cdot L^{1/a} \tag{83}$$

El rodamiento del apoyo 1 del eje secundario necesitará por tanto una capacidad de carga mínima de:

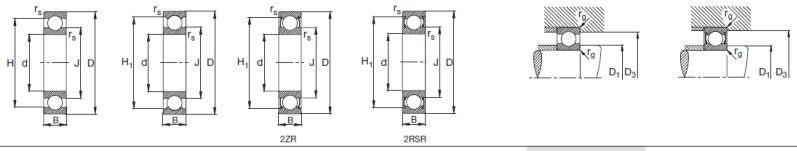
$$C = 75.64\ kN$$

Además en esa zona el diámetro del eje es de 55 mm, con lo que hubo que buscar un rodamiento con estas dos características. Se buscará en el catálogo de rodamientos del fabricante FAG.

En la figura 151 se muestra la selección del rodamiento, el cual será el FAG 6311 rígido de bolas con una capacidad de carga dinámica de 76.5 kN, superior a los 75.64 kN necesarios.

Rodamientos FAG rígidos de bolas
de una hilera

Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si $C_0/P_0 \geq 8$, ver Pág.41.



Eje	Dimensiones d mm	D	B	r_s min	H ~	H_1 ~	J ~	Peso ~ kg	Capacidad de carga dyn. C kN	stat. C_0	Velocidad límite min^{-1}	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares D_1 min mm	D_3 max	r_g max
50	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,466	36,5	24	18000	9500	**6210**	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,469	36,5	24	18000	9500	**S6210.W203B**	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,478	36,5	24	7500	9500	**6210.2ZR**	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,48	36,5	24	4800		**6210.2RSR**	57	83	1
	50	90	23	1,1	77,9	80	62	0,543	36,5	24	4800		**62210.2RSR**	57	83	1
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,1	62	38	14000	9500	**6310**	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,12	62	38	6000	9500	**6310.2ZR**	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,12	62	38	4000		**6310.2RSR**	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,11	62	38	4000		**S6310.2RSR.W203B**	61	99	2
	50	110	40	2	91,6	95,1	68	1,59	62	38	4000		**62310.2RSR**	61	99	2
	50	130	31	2,1	108,4	113,1	81,6	1,96	81,5	52	12000	9000	**6410**	64	116	2,1
55	55	90	11	0,6	78		67,1	0,266	19,3	16,3	18000	7000	**16011**	58,2	86,8	0,6
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,397	28,5	21,2	18000	9500	**6011**	61	84	1
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,403	28,5	21,2	18000	9500	**S6011.W203B**	61	84	1
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,408	28,5	21,2	7500	9500	**6011.2ZR**	61	84	1
	55	90	18	1,1	78,9	81,5	66,2	0,41	28,5	21,2	5000		**6011.2RSR**	61	84	1
	55	100	21	1,5	86,1	88,2	68,7	0,616	43	29	16000	8500	**6211**	64	91	1,5
	55	100	21	1,5	86,1	88,2	68,7	0,617	43	29	16000	8500	**S6211.W203B**	64	91	1,5
	55	100	21	1,5	86,1	88,2	68,7	0,632	43	29	6700	8500	**6211.2ZR**	64	91	1,5
	55	100	21	1,5	86,1	88,2	68,7	0,632	43	29	4300		**6211.2RSR**	64	91	1,5
	55	120	29	2	100,9	104,3	75,2	1,39	76,5	47,5	13000	9000	**6311**	66	109	2
	55	120	29	2	100,9	104,3	75,2	1,43	76,5	47,5	5000	8000	**S6311.W203B**	66	109	2
	55	120	29	2	100,9	104,3	75,2	1,43	76,5	47,5	3600		**6311.2RSR**	66	109	2
	55	140	33	2,1	117,5	122,2	88,6	1,38	93	60	11000	8500	**6411**	69	126	2,1

Figura 151. Selección del rodamiento del apoyo 1 del eje secundario.

5.1.2. RODAMIENTO APOYO 2

Las máximas cargas que soporta el segundo apoyo se producen con la primera velocidad engranada y son las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} A = 6120\ N \\ V_y = 6930\ N \\ V_z = 11500\ N \end{Bmatrix}$$

La fuerza axial y radiales en el primer apoyo del eje secundario son por tanto las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} F_a = 6120\ N \\ F_r = 13426.65\ N \end{Bmatrix}$$

Como ahora tenemos cargas radiales y axiales es necesario hallar los valores de los coeficientes X e Y, y ello se hace con la figura 152, calculando antes el cociente $\frac{F_a}{F_r}$.

$$\frac{F_a}{F_r} = 0.46$$

Como $\frac{F_a}{F_r} > e$ entramos por la segunda columna y obtenemos $X = 0.67$ e Y entre 2.7 y 3 para la serie 22, elegimos $Y = 2.9$ por ejemplo.

Coeficientes X e Y

Tipos de rodamientos	$\frac{F_a}{F_r} \leq e$		$\frac{F_a}{F_r} > e$		e
	X	Y	X	Y	
Rodamientos de rodillos a rótula					
23944—239/670	1	3,7	0,67	5,5	0,18
239/710—239/950		4		6	0,17
23024 C—23068 CA	1	2,9	0,67	4,4	0,23
23072 CA—230/500 CA		3,3		4,9	0,21
24024 C—24080 CA	1	2,3	0,67	3,5	0,29
24084 CA—240/500 CA		2,4		3,6	0,28
23120 C—23128 C	1	2,4	0,67	3,6	0,28
23130 C—231/500 CA		2,3		3,5	0,29
24122 C—24128 C	1	1,9	0,67	2,9	0,35
24130 C—24172 CA		1,8		2,7	0,37
24176 CA—241/500 CA		1,9		2,9	0,35
22205 C—22207 C	1	2,1	0,67	3,1	0,32
08 C— 09 C		2,5		3,7	0,27
10 C— 20 C		2,9		4,4	0,23
22 C— 44 C		2,6		3,9	0,26
48 — 64		2,4		3,6	0,28
23218 C—23220 C	1	2,2	0,67	3,3	0,31
22 C— 64 CA		2		3	0,34
21304—21305	1	2,8	0,67	4,2	0,24
06— 10		3,2		4,8	0,21
11— 19		3,4		5	0,2
20— 22		3,7		5,5	0,18
22308 C—22310 C	1	1,8	0,67	2,7	0,37
11 C— 15 C		1,9		2,9	0,35
16 C— 40 C		2		3	0,34
44 — 56		1,9		2,9	0,35

Figura 152. Coeficientes X e Y para rodamientos de rodillos a rótula.

A continuación calculamos la carga equivalente P

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0.67 \cdot 13426.65 + 2.9 \cdot 6120 = 26.74\ kN$$

Si se quiere que el rodamiento aguante también 720 millones de vueltas la capacidad de carga necesaria será de

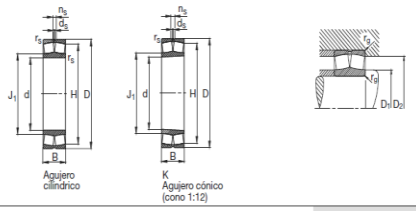
$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 26.74 \cdot 720^{1/\left(\frac{10}{3}\right)} = 192.5\ kN$$

Nótese que en este apoyo el factor a se ha tomado como $a = 10/3$ ya que se pondrá un rodamiento oscilante de rodillos, el cual soporta grandes cargas axiales en ambas direcciones.

A continuación preseleccionaríamos el rodamiento para un diámetro de 60 mm.

Rodamientos FAG oscilantes de rodillos
con agujero cilíndrico y cónico

Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si $C_0/P_0 \geq 8$, ver Pág.41.



Eje	Dimensiones d mm	D	B	r_s min	H ≈	J_1 ≈	n_s	d_s	Peso ≈ kg	Capacidad de carga · Factor din. C kN	e	$F_a/F_r \leq e$ Y	$F_a/F_r > e$ Y	estát. C_0 kN	Y_0	Velocidad límite min^{-1}	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares D_1 min mm	D_2 max	r_g max
55	55	100	25	1,5	89,8	67,3	4,8	3,2	0,85	120	0,23	2,92	4,35	146	2,86	8500	5600	22211E	64	91	1,5
	55	100	25	1,5	89,8	67,3	4,8	3,2	0,825	120	0,23	2,92	4,35	146	2,86	8500	5600	22211EK	64	91	1,5
	55	120	29	2	101,1	73			1,55	146	0,24	2,76	4,11	166	2,7	6000	5600	21311E.TVPB	66	109	2
	55	120	29	2	101,1	73			1,53	146	0,24	2,76	4,11	166	2,7	6000	5600	21311EK.TVPB	66	109	2
	55	120	43	2	101,4	68,9	6,5	3,2	2,27	224	0,36	1,89	2,81	255	1,84	5600	5600	22311E	66	109	2
	55	120	43	2	101,4	68,9	6,5	3,2	2,27	224	0,36	1,89	2,81	255	1,84	5600	5600	22311E.T41A	66	109	2
	55	120	43	2	101,4	68,9	6,5	3,2	2,22	224	0,36	1,89	2,81	255	1,84	5600	5600	22311EK	66	109	2
	55	120	43	2	101,4	68,9	6,5	3,2	2,22	224	0,36	1,89	2,81	255	1,84	5600	5600	22311EK.T41A	66	109	2
60	60	110	28	1,5	98,5	71,4	6,5	3,2	1,12	143	0,24	2,84	4,23	166	2,78	7500	5300	22212E	69	101	1,5
	60	110	28	1,5	98,5	71,4	6,5	3,2	1,09	143	0,24	2,84	4,23	166	2,78	7500	5300	22212EK	69	101	1,5
	60	130	31	2,1	109,8	79,4			1,93	166	0,24	2,87	4,27	193	2,8	5600	5300	21312E.TVPB	72	118	2,1
	60	130	31	2,1	109,8	79,4			1,9	166	0,24	2,87	4,27	193	2,8	5600	5300	21312EK.TVPB	72	118	2,1
	60	130	46	2,1	110,1	74,8	6,5	3,2	2,89	260	0,35	1,91	2,85	300	1,87	5000	5000	22312E	72	118	2,1
	60	130	46	2,1	110,1	74,8	6,5	3,2	2,89	260	0,35	1,91	2,85	300	1,87	5000	5000	22312E.T41A	72	118	2,1
	60	130	46	2,1	110,1	74,8	6,5	3,2	2,83	260	0,35	1,91	2,85	300	1,87	5000	5000	22312EK	72	118	2,1
	60	130	46	2,1	110,1	74,8	6,5	3,2	2,83	260	0,35	1,91	2,85	300	1,87	5000	5000	22312EK.T41A	72	118	2,1

Figura 153. Selección de rodamiento para el apoyo 2 del eje secundario.

Se escogió el rodamiento oscilante de rodillos 22312E, el cual presenta las siguientes características:

$$\begin{Bmatrix} C = 260\ kN \\ C_0 = 300\ kN \end{Bmatrix}$$

El catálogo nos da ya el valor en concreto del coeficiente Y a aplicar $Y = 2.85$ con ello la carga equivalente queda:

$$P = 26.44\ kN$$

Y con ello ya se puede calcular la capacidad de carga dinámica necesaria en el rodamiento, el resultado es de

$$C = 190.29\ kN$$

Y como el rodamiento elegido presenta una capacidad de carga dinámica de 260 kN mayores que los 179.66 kN necesarios, el rodamiento elegido sería correcto.

5.1.3. RODAMIENTO APOYO 3

Las máximas cargas que soporta el tercer apoyo se producen con la quinta velocidad engranada y son las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} A = 2410\ N \\ V_y = 846\ N \\ V_z = 3950\ N \end{Bmatrix}$$

La fuerza axial y radiales en el primer apoyo del eje secundario son por tanto las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} F_a = 2410\ N \\ F_r = 4039.58\ N \end{Bmatrix}$$

Al estar presentes cargas radiales y axiales es necesario hallar los valores de los coeficientes X e Y, mediante la figura 154, pero antes hay que calcular el cociente $\frac{F_a}{F_r}$.

$$\frac{F_a}{F_r} = 0.6$$

Como $\frac{F_a}{F_r} > e$ entramos por la segunda columna y obtenemos $X = 0.56$ e Y entre 1 y 2 para la, elegimos $Y = 1.8$ por ejemplo.

Coeficientes X e Y

Tipos de rodamientos	$\frac{F_a}{F_r} \leq e$		$\frac{F_a}{F_r} > e$		e
	X	Y	X	Y	
Rodamientos rígidos de bolas Series EL, R, 160, 60, 62, 63, 64					
$\frac{F_a}{C_0} = 0{,}025$				2	0,22
$= 0{,}04$				1,8	0,24
$= 0{,}07$				1,6	0,27
$= 0{,}13$	1	0	0,56	1,4	0,31
$= 0{,}25$				1,2	0,37
$= 0{,}5$				1	0,44

Figura 154. Coeficientes X e Y en rodamientos rígidos de bolas.

A continuación calculamos la carga equivalente P.

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0.56 \cdot 4039.58 + 1.8 \cdot 2410 = 6.6\ kN$$

Si se quiere que el rodamiento aguante también 720 millones de vueltas la capacidad de carga necesaria será de:

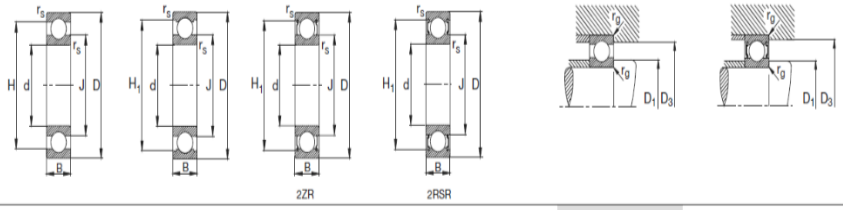
$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 6.6 \cdot 720^{\frac{1}{3}} = 59.16\ kN$$

Ahora el factor a se ha tomado como $a = 3$ ya que se pondrá un rodamiento rígido de bolas.

A continuación preseleccionaríamos el rodamiento para un diámetro de 50 mm y una capacidad de carga mínima de 59.16 kN.

Rodamientos FAG rígidos de bolas
de una hilera

Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si $C_0/P_0 \geq 8$, ver Pág.41.



Eje	Dimensiones d mm	D	B	r_s min	H ≈	H_1 ≈	J ≈	Peso ≈ kg	Capacidad de carga dyn. C kN	stat. C_0	Velocidad límite min^{-1}	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares D_1 min mm	D_3 max	r_g max
50	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,466	36,5	24	18000	9500	6210	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,469	36,5	24	18000	9500	S6210.W203B	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,478	36,5	24	7500	9500	6210.2ZR	57	83	1
	50	90	20	1,1	77,9	80	62	0,48	36,5	24	4800		6210.2RSR	57	83	1
	50	90	23	1,1	77,9	80	62	0,543	36,5	24	4800		62210.2RSR	57	83	1
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,1	62	38	14000	9500	6310	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,12	62	38	6000	9500	6310.2ZR	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,12	62	38	4000		6310.2RSR	61	99	2
	50	110	27	2	91,6	95,1	68	1,11	62	38	4000		S6310.2RSR.W203B	61	99	2
	50	110	40	2	91,6	95,1	68	1,59	62	38	4000		62310.2RSR	61	99	2
	50	130	31	2,1	108,4	113,1	81,6	1,96	81,5	52	12000	9000	6410	64	116	2,1

Figura 155. Selección de rodamiento para el apoyo 3 del eje secundario.

Se escogería el rodamiento rígido de bolas 6410 de la figura 155, el cual presenta las siguientes características:

$$\begin{Bmatrix} C = 81.5\ kN \\ C_0 = 52\ kN \end{Bmatrix}$$

Con la capacidad de carga estática C_0 podemos calcular el cociente $\frac{F_a}{C_0}$ y con ello volver a entrar en la figura 154 para hallar el verdadero valor del coeficiente Y.

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{2.41}{52} = 0.04$$

Volviendo a entrar en la figura 154 con $\frac{F_a}{C_0} = 0.04$ obtenemos $Y = 1.8$, que casualmente hemos usado antes, así que no hará faltar recalcular la carga equivalente P ya que saldría el mismo valor calculado, y por tanto la carga dinámica del rodamiento tampoco es necesaria recalcularla.

Se concluye así que como la carga dinámica del rodamiento rígido de bolas 6410 seleccionado (81.5 kN) es mayor que la mínima necesaria (77.27 kN), el rodamiento seleccionado es correcto.

5.2. EJE PRIMARIO INTERIOR

La figura 156 muestra claramente la situación de los rodamientos en el eje primario interior.

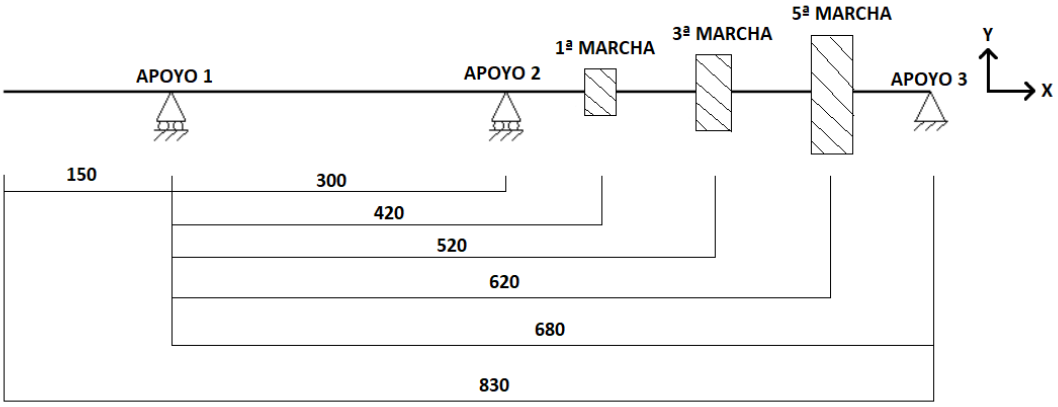


Figura 156. Situación de los rodamientos en el eje primario interior.

5.2.1. RODAMIENTO APOYO 1

Las máximas cargas que soporta el segundo apoyo del eje primario interior se producen con la primera velocidad engranada y son las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} A = 0\ N \\ V_y = 792\ N \\ V_z = 1680\ N \end{Bmatrix}$$

La fuerza axial y radiales en el primer apoyo del eje secundario son por tanto las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} F_a = 0\ N \\ F_r = 1857.33\ N \end{Bmatrix}$$

En este apoyo al haber sólo fuerza radial la carga equivalente P será igual a la fuerza radial

$$P = F_r = 1857.33\ N$$

Si se quiere que el rodamiento aguante también 720 millones de vueltas la capacidad de carga necesaria será de

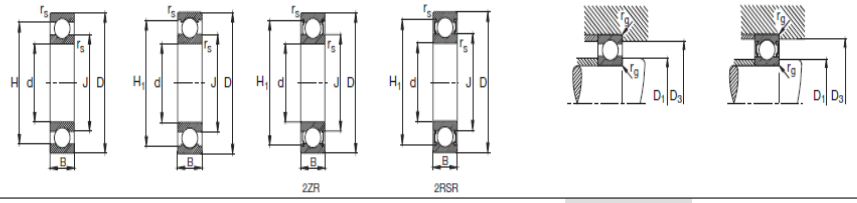
$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 1.86 \cdot 720^{\frac{1}{3}} = 16.65\ kN$$

El factor a se ha tomado como $a = 3$ ya que se pondrá un rodamiento rígido de bolas.

A continuación preseleccionaríamos de la figura 157 el rodamiento para un diámetro de 50 mm y una capacidad de carga mínima de 16.65 kN.

Rodamientos FAG rígidos de bolas
de una hilera

Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si $C_0/P_0 \geq 8$, ver Pág.41.



Eje	Dimensiones d mm	D	B	r_s min	H	H_1	J	Peso kg	Capacidad de carga dyn. C kN	stat. C_0	Velocidad límite min^{-1}	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares D_1 min mm	D_3 max	r_g max
50	50	80	10	0,6	70,5		60,1	0,181	16	13,2	20000	7500	16010	53,2	76,8	0,6
	50	80	16	1	70,1	72,9	59,8	0,272	20,8	15,6	20000	10000	6010	54,6	75,4	1
	50	80	16	1	70,1	72,9	59,8	0,26	[illegible]	[illegible]	20000	10000	[illegible]/203B	54,6	75,4	1
	50	80	16	1	70,1	72,9	59,8	0,282	20,8	15,6	8500	10000	6010.2ZR	54,6	75,4	1
	50	80	16	1	70,1	72,9	59,8	0,283	20,8	15,6	5600		6010.2RSR	54,6	75,4	1
	50	80	16	1	70,1	72,9	59,8	0,271	20,8	15,6	5600		S6010.2RSR.W203B	54,6	75,4	1

FAG | 162

Bajo demanda también son suministrables otras ejecuciones; no duden en contactarnos.

163 | FAG

Figura 157. Selección de rodamiento para el apoyo 3 del eje secundario.

Se escogerá el rodamiento rígido de bolas 6010 que tiene una capacidad de carga dinámica de $C = 20.8\ kN$ mayor que la capacidad de carga mínima que es de 16.65 kN.

5.2.2. RODAMIENTO APOYO 2

Las máximas cargas que soporta el segundo apoyo del eje primario interior se producen con la primera velocidad engranada y son las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} A = 0\ N \\ V_y = 3780\ N \\ V_z = 1030\ N \end{Bmatrix}$$

La fuerza axial y radiales en el primer apoyo del eje secundario son por tanto las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} F_a = 0\ N \\ F_r = 3917.82\ N \end{Bmatrix}$$

En este apoyo al haber sólo fuerza radial la carga equivalente P será igual a la fuerza radial

$$P = F_r = 3917.82\ N$$

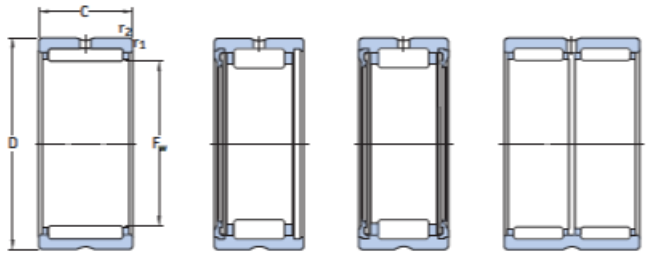
Si se quiere que el rodamiento aguante también 720 millones de vueltas la capacidad de carga necesaria será de

$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 3.92 \cdot 720^{1/\left(\frac{10}{3}\right)} = 28.2\ kN$$

En este apoyo el factor a se ha tomado como $a = 10/3$ ya que se pondrá un rodamiento de agujas el cual está constituido por rodillos.

A continuación seleccionaríamos el rodamiento para un diámetro de 50 mm y una capacidad de carga dinámica mínima de 28.2 kN.

6.3 Rodamientos de agujas con aros mecanizados con pestañas, sin aro interior
F_w **38 – 52** mm



NK(S) RNA 49 | RNA 49 ..RS | RNA 49 ..2RS | RNA 69

Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Velocidades nominales		Masa	Designación
			dinámica	estática		Velocidad de referencia	Velocidad límite		
F_w	D	C	C	C_0	P_u				
mm			kN		kN	r.p.m.		kg	–
38	48	20	25,5	49	6,1	11 000	12 000	0,079	NK 38/20
	48	30	37,4	80	10	11 000	12 000	0,12	NK 38/30
40	50	20	29,7	60	7,5	10 000	11 000	0,078	NK 40/20 TN
	50	30	38	83	10,4	10 000	11 000	0,13	NK 40/30
	52	20	30,8	51	6,3	10 000	11 000	0,089	RNA 49/32
	52	36	47,3	90	10,8	10 000	11 000	0,16	RNA 69/32
	55	22	38	57	7,1	9 500	11 000	0,13	NKS 40
42	52	20	27	53	6,55	9 500	11 000	0,086	NK 42/20
	52	30	39,1	86,5	10,8	9 500	11 000	0,13	NK 42/30
	55	20	31,9	54	6,7	9 500	11 000	0,11	RNA 4907
	55	20	27	43	5,3	–	4 800	0,11	RNA 4907 RS
	55	20	27	43	5,3	–	4 800	0,11	RNA 4907,2RS
	55	36	48,4	93	11,4	9 500	11 000	0,19	RNA 6907
43	53	20	27,5	55	6,8	9 500	11 000	0,086	NK 43/20
	53	30	40,2	90	11,2	9 500	11 000	0,13	NK 43/30
	58	22	39,1	61	7,5	9 000	10 000	0,14	NKS 43
45	55	20	31,4	65,5	8,3	9 000	10 000	0,085	NK 45/20 TN
	55	30	45,7	108	13,7	9 000	10 000	0,13	NK 45/30 TN
	60	22	40,2	64	8	8 500	10 000	0,15	NKS 45
47	57	20	29,2	61	7,65	8 500	10 000	0,095	NK 47/20
	57	30	41,8	98	12,5	8 500	10 000	0,14	NK 47/30
48	62	22	42,9	71	8,8	8 000	9 500	0,14	RNA 4908
	62	22	36,9	58,5	7,1	–	4 000	0,15	RNA 4908 RS
	62	22	36,9	58,5	7,1	–	4 000	0,15	RNA 4908,2RS
	62	40	67,1	125	15,3	8 000	9 500	0,26	RNA 6908
50	62	25	42,9	91,5	11,2	8 000	9 000	0,15	NK 50/25 TN
	[illegible]	35	[illegible]	137	17	8 000	9 000	0,21	[illegible]
	65	22	42,9	72	8,8	8 000	9 000	0,16	NKS 50

Figura 158. Tabla de selección de rodamientos de agujas.

El rodamiento se ha seleccionado de la figura 158, extraída del catálogo del fabricante de rodamientos SKF. Este ha sido el rodamiento de agujas NK 50/25 TN, con una capacidad de carga dinámica de 42.9 kN, mayor que los 28.2 kN necesarios; además este rodamiento posee un diámetro interior de 50 mm y uno exterior de 62 mm, con lo que será necesario proveer al eje primario exterior (70 mm de diámetro interior) de una pestaña o un rebaje en la zona de alojamiento del rodamiento, con el objetivo de que el rodamiento pueda apoyarse sobre este.

5.2.3. RODAMIENTO APOYO 3

Las máximas cargas que soporta el segundo apoyo se producen con la primera velocidad engranada y son las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} A = 7540\ N \\ V_y = 1700\ N \\ V_z = 2800\ N \end{Bmatrix}$$

La fuerza axial y radiales en el primer apoyo del eje secundario son por tanto las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} F_a = 7540\ N \\ F_r = 3275.67\ N \end{Bmatrix}$$

Como ahora tenemos cargas radiales y axiales es necesario hallar los valores de los coeficientes X e Y mediante la figura 152, pero antes hay que calcular el cociente $\frac{F_a}{F_r}$

$$\frac{F_a}{F_r} = 2.3$$

Como $\frac{F_a}{F_r} > e$ entramos por la segunda columna y obtenemos $X = 0.67$ e Y entre 2.7 y 3 para la serie 22, elegimos $Y = 2.9$ por ejemplo.

A continuación calculamos la carga equivalente P

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0.67 \cdot 3275.67 + 2.9 \cdot 7540 = 24.06\ kN$$

Si se quiere que el rodamiento aguante también 720 millones de vueltas la capacidad de carga dinámica necesaria será de

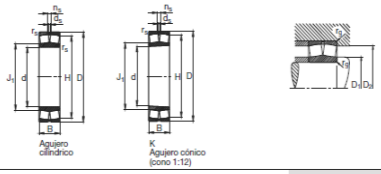
$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 24.06 \cdot 720^{1/\left(\frac{10}{3}\right)} = 173.18\ kN$$

Nótese que en este apoyo el factor a se ha tomado como $a = 10/3$ ya que se pondrá un rodamiento oscilante de rodillos, el cual soporta grandes cargas axiales en ambas direcciones.

A continuación preseleccionaríamos un rodamiento oscilante de rodillos, el cual permite absorber cargas axiales en ambas direcciones, para un diámetro de 40 mm y una capacidad de carga dinámica mínima de 173.18 kN.

Rodamientos FAG oscilantes de rodillos
con agujero cilíndrico y cónico

Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si $C_u/P_u \geq 8$, ver Pág. 41.



Eje	Dimensiones d mm	D	B	$r_{s\,min}$	H ≈	J_1 ≈	n_s	d_s	Peso ≈ kg	Capacidad de carga - Factor din. C kN	e	$F_a/F_r \leq e$ Y	$F_a/F_r > e$ Y	estát. C_0 kN	Y_0	Velocidad límite min⁻¹	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	D_1 min mm	D_2 max	r_g máx
20	20	52	15	1,1	43	28,9			0,16	34,5	0,3	2,25	3,34	33,5	2,2	15000	12000	**21304E.TVPB**	27	45	1
25	25	52	18	1	44,5	31,3	4,8	3,2	0,18	43	0,34	1,98	2,94	45	1,93	17000	11000	**22205E**	30,6	46,4	1
	25	52	18	1	44,5	31,3	4,8	3,2	0,175	43	0,34	1,98	2,94	45	1,93	17000	11000	**22205EK**	30,6	46,4	1
	25	62	17	1,1	51	35,2			0,254	42,5	0,28	2,43	3,61	40,5	2,37	13000	10000	**21305E.TVPB**	32	55	1
30	30	62	20	1	53,7	37,9	4,8	3,2	0,275	58,5	0,31	2,15	3,2	62	2,1	13000	9500	**22206E**	35,6	56,4	1
	30	62	20	1	53,7	37,9	4,8	3,2	0,269	58,5	0,31	2,15	3,2	62	2,1	13000	9500	**22206EK**	35,6	54,6	1
	30	72	19	1,1	59,9	41,5			0,386	62	0,27	2,49	3,71	63	2,43	10000	8500	**21306E.TVPB**	37	65	1
35	35	72	23	1,1	62,5	43,8	4,8	3,2	0,434	78	0,31	2,16	3,22	83	2,12	11000	8500	**22207E**	42	65	1
	35	72	23	1,1	62,5	43,8	4,8	3,2	0,425	78	0,31	2,16	3,22	83	2,12	11000	8500	**22207EK**	42	65	1
	35	80	21	1,5	66,5	47,4			0,503	71	0,26	2,55	3,8	73,5	2,5	9500	8000	**21307E.TVPB**	44	71	1,5
	35	80	21	1,5	66,5	47,4			0,496	71	0,26	2,55	3,8	73,5	2,5	9500	8000	**21307EK.TVPB**	44	71	1,5
40	40	80	23	1,1	70,3	48,6	4,8	3,2	0,526	88	0,28	2,41	3,59	95	2,35	10000	7500	**22208E**	47	73	1
	40	80	23	1,1	70,3	48,6	4,8	3,2	0,517	88	0,28	2,41	3,59	95	2,35	10000	7500	**22208EK**	47	73	1
	40	90	23	1,5	75,5	53,7			0,706	91,5	0,26	2,62	3,9	100	2,56	8000	7000	**21308E.TVPB**	49	81	1,5
	40	90	23	1,5	75,5	53,7			0,696	91,5	0,26	2,62	3,9	100	2,56	8000	7000	**21308EK.TVPB**	49	81	1,5
	40	90	33	1,5	76	52,4	4,8	3,2	1,05	129	0,36	1,86	2,77	143	1,82	7500	7000	**22308E**	49	81	1,5
	40	90	33	1,5	76	52,4	4,8	3,2	1,05	129	0,36	1,86	2,77	143	1,82	7500	7000	**22308E.T41A**	49	81	1,5
	40	90	33	1,5	76	52,4	4,8	3,2	1,03	129	0,36	1,86	2,77	143	1,82	7500	7000	**22308EK**	49	81	1,5
45	45	85	23	1,1	75,5	54,8	4,8	3,2	0,589	93	0,26	2,62	3,9	106	2,56	10000	6700	**22209E**	52	78	1
	45	85	23	1,1	75,5	54,8	4,8	3,2	0,577	93	0,26	2,62	3,9	106	2,56	10000	6700	**22209EK**	52	78	1
	45	100	25	1,5	84	60			0,947	108	0,26	2,62	3,9	120	2,56	7500	6700	**21309E.TVPB**	54	91	1,5
	45	100	25	1,5	84	60			0,934	108	0,26	2,62	3,9	120	2,56	7500	6700	**21309EK.TVPB**	54	91	1,5
	45	100	36	1,5	84,7	59	6,5	3,2	1,39	156	0,36	1,9	2,83	176	1,86	6700	6300	**22309E**	54	91	1,5
	45	100	36	1,5	84,7	59	6,5	3,2	1,39	156	0,36	1,9	2,83	176	1,86	6700	6300	**22309E.T41A**	54	91	1,5
	45	100	36	1,5	84,7	59	6,5	3,2	1,38	156	0,36	1,9	2,83	176	1,86	6700	6300	**22309EK**	54	91	1,5
50	50	90	23	1,1	80,8	59,8	4,8	3,2	0,622	98	0,24	2,81	4,19	114	2,75	9500	6000	**22210E**	57	83	1
	50	90	23	1,1	80,8	59,8	4,8	3,2	0,608	98	0,24	2,81	4,19	114	2,75	9500	6000	**22210EK**	57	83	1
	50	110	27	2	92,3	66,7			1,21	122	0,24	2,79	4,15	137	2,73	6700	6300	**21310E.TVPB**	61	99	2
	50	110	27	2	92,3	66,7			1,19	122	0,24	2,79	4,15	137	2,73	6700	6300	**21310EK.TVPB**	61	99	2
	50	110	40	2	92,5	63	6,5	3,2	1,9	190	0,36	1,86	2,77	216	1,82	6000	6000	**22310E**	61	99	2
	50	110	40	2	92,5	63	6,5	3,2	1,9	[illegible]	0,36	1,86	[illegible]	216	1,82	6000	6000	**22310E.T41A**	61	99	2
	50	110	40	2	92,5	63	6,5	3,2	1,86	190	0,36	1,86	2,77	216	1,82	6000	6000	**22310EK**	61	99	2

Figura 159. Selección de rodamiento para el apoyo 3 del eje primario interior.

Dado que para diámetros de 40 mm las capacidades de carga dinámica de los rodamientos son muy bajas en comparación a la que se necesita se ha optado por aumentar la sección del eje a 50 mm en la zona de alojamiento de este rodamiento, dado que para esos diámetros ya encontramos rodamientos con mayores capacidades de carga dinámica, como el que se ha preseleccionado, el rodamiento FAG 22310E, que posee una capacidad de carga dinámica de 190 kN, además el catálogo nos da el valor correspondiente del coeficiente axial $Y = 2.77$, con ello la carga equivalente queda:

$$P = 0.67 \cdot 3275.67 + \ 2.77 \cdot 7540 = 23.08\ kN$$

Y con ello y para la misma duración de 720 millones de vueltas se calcula la capacidad de carga dinámica necesaria en el rodamiento, el resultado es de

$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 23.08 \cdot 720^{1/\left(\frac{10}{3}\right)} = 166.13\ kN$$

Y como el rodamiento elegido presenta una capacidad de carga dinámica de 190 kN mayores que los 166.13 kN necesarios, el rodamiento elegido sería correcto.

5.3. EJE PRIMARIO EXTERIOR

La figura 160 muestra claramente la situación de los rodamientos en el eje primario exterior.

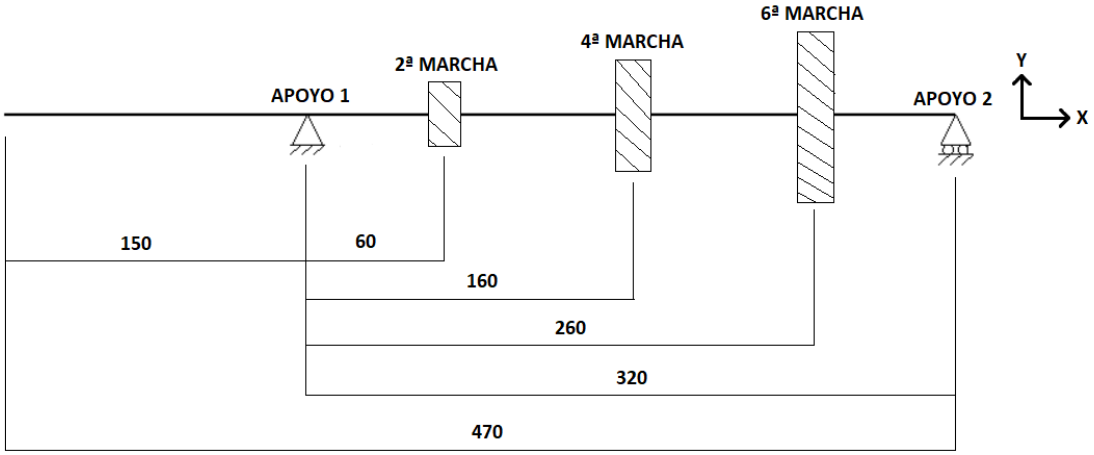


Figura 160. Situación de los rodamientos en el eje primario exterior.

5.3.1. RODAMIENTO APOYO 1

Las máximas cargas que soporta el segundo apoyo del eje primario exterior se producen con la segunda velocidad engranada y son las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} A = 5160\ N \\ V_y = 2340\ N \\ V_z = 7260\ N \end{Bmatrix}$$

Con ello la fuerza axial y radiales en el primer apoyo del eje secundario queda:

$$\begin{Bmatrix} F_a = 5160\ N \\ F_r = 7627.79\ N \end{Bmatrix}$$

Al haber cargas radiales y axiales calculamos el cociente $\frac{F_a}{F_r}$.

$$\frac{F_a}{F_r} = 0.68$$

Como $\frac{F_a}{F_r} > e$ entramos en la figura 152 por la segunda columna y obtenemos $X = 0.67$ e Y entre 2.7 y 3, elegimos $Y = 2.9$ por ejemplo.

A continuación calculamos la carga equivalente P

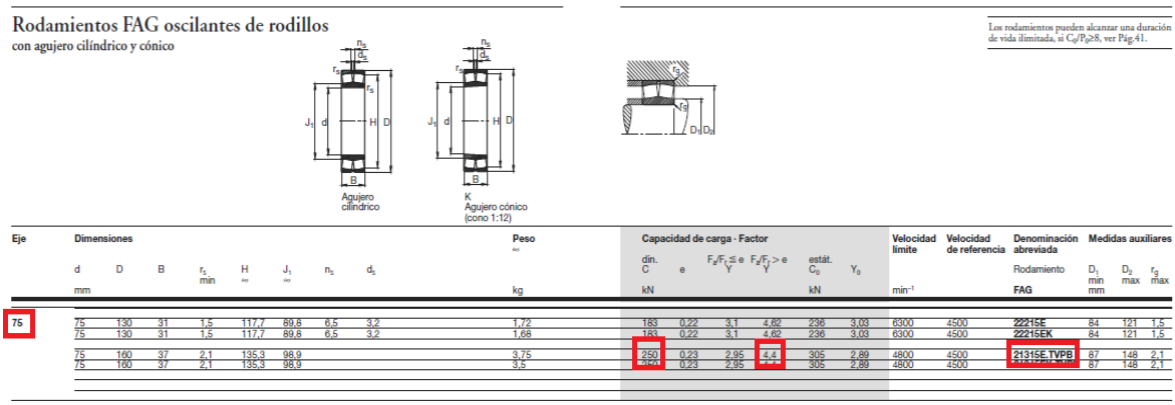
$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0.67 \cdot 7627.79 + 2.9 \cdot 5160 = 20.07\ kN$$

Si se quiere que el rodamiento aguante también 720 millones de vueltas la capacidad de carga dinámica necesaria será de

$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 20.07 \cdot 720^{1/\left(\frac{10}{3}\right)} = 144.49\ kN$$

Nótese que en este apoyo el factor a se ha tomado como $a = 10/3$ ya que se pondrá un rodamiento oscilante de rodillos, el cual soporta grandes cargas axiales en ambas direcciones.

A continuación preseleccionaríamos un rodamiento para un diámetro de 75 mm y una capacidad de carga dinámica mínima de 144.49 kN.



Rodamientos FAG oscilantes de rodillos
con agujero cilíndrico y cónico

Agujero cilíndrico
K Agujero cónico (cono 1:12)

Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si $C_0/P_0 \geq 8$, ver Pág.41.

Eje	Dimensiones d	D	B	$r_{s\,min}$	H	J_1	n_s	d_s	Peso	Capacidad de carga · Factor din. C	e	$F_a/F_r \leq e$ Y	$F_a/F_r > e$ Y	está. C_0	Y_0	Velocidad límite	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento	$D_{1\,min}$	$D_{2\,max}$	$r_{g\,max}$
	mm								kg	kN				kN		min^{-1}		FAG	mm		
75	75	130	31	1,5	117,7	89,8	6,5	3,2	1,72	183	0,22	3,1	4,62	236	3,03	6300	4500	22215E	84	121	1,5
	75	130	31	1,5	117,7	89,8	6,5	3,2	1,68	183	0,22	3,1	4,62	236	3,03	6300	4500	22215EK	84	121	1,5
	75	160	37	2,1	135,3	98,9			3,75	250	0,23	2,95	4,4	305	2,89	4800	4500	21315E.TVPB	87	148	2,1
	75	160	37	2,1	135,3	98,9			3,5	[illegible]	0,23	2,95	[illegible]	305	2,89	4800	4500	[illegible]	87	148	2,1

Figura 161. Selección de rodamiento para el apoyo 1 del eje primario exterior.

El rodamiento escogido fue el 21315E.TPVB de rodillos oscilantes, que tiene una $C = 250\ kN$, mayor que los 144 kN necesarios y el coeficiente axial es $Y = 4.4$, de tal manera que ya se puede calcular la carga equivalente P.

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0.67 \cdot 7627.79 + 4.67 \cdot 5160 = 27.81\ kN$$

Y con ello y para la misma duración de 720 millones de vueltas se calcula la capacidad de carga dinámica necesaria en el rodamiento, el resultado es de

$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 27.81 \cdot 720^{1/\left(\frac{10}{3}\right)} = 200.2\ kN$$

Y como el rodamiento elegido presenta una capacidad de carga dinámica de 200 kN mayores que los 210.23 kN necesarios, el rodamiento elegido sería correcto.

5.3.2. RODAMIENTO APOYO 2

Las máximas cargas que soporta el segundo apoyo del eje primario exterior se producen con la sexta velocidad engranada y son las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} A = 0\ N \\ V_y = 2320\ N \\ V_z = 3830\ N \end{Bmatrix}$$

La fuerza axial y radiales en el primer apoyo del eje secundario son por tanto las siguientes:

$$\begin{Bmatrix} F_a = 0\ N \\ F_r = 4477.87\ N \end{Bmatrix}$$

En este apoyo al haber sólo fuerza radial la carga equivalente P será igual a la fuerza radial.

$$P = F_r = 4477.87\ N$$

Si se quiere que el rodamiento aguante también 720 millones de vueltas la capacidad de carga necesaria será de:

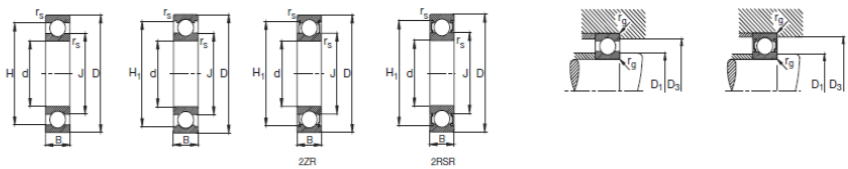
$$C = P \cdot L^{\frac{1}{a}} = 4.48 \cdot 720^{1/3} = 40.13\ kN$$

En este apoyo el factor a se ha tomado como $a = 3$ ya que se pondrá un rodamiento rígido de bolas.

A continuación seleccionaríamos el rodamiento para un diámetro de 75 mm y una capacidad de carga dinámica mínima de 40.13 kN.

Rodamientos FAG rígidos de bolas
de una hilera

Los rodamientos pueden alcanzar una duración de vida ilimitada, si $C_0/P_0 \geq 8$, ver Pág.41.



Eje	Dimensiones d mm	D	B	r_s min	H	H_1	J	Peso kg	Capacidad de carga dyn. C kN	stat. C_0	Velocidad límite min^{-1}	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares D_1 min mm	D_3 max	r_g max
75	75	115	13	0,6	101,2		88,7	0,463	28,5	27	13000	5600	16015	78,2	111,8	0,6
	75	115	20	1,1	102,6	105,3	88	0,654	39	33,5	13000	7000	6015	81	109	1
	75	115	20	1,1	102,6	105,3	88	0,676	39	33,5	5600	7000	6015.2ZR	81	109	1
	75	115	20	1,1	102,6	105,3	88	0,678	39	33,5	3800		6015.2RSR	81	109	1
	75	130	25	1,5	112,8	115,5	92,1	1,18	65,5	49	11000	6700	6215	84	121	1,5
	75	130	25	1,5	112,8	115,5	92,1	1,21	65,5	49	4800	6700	6215.2ZR	84	121	1,5
	75	130	25	1,5	112,8	115,5	92,1	1,22	65,5	49	3200		6215.2RSR	84	121	1,5
	75	160	37	2,1	133,2		101,8	3,18	114	76,5	9500	7000	6315	87	148	2,1
	75	160	37	2,1	133,2	137,2	101,4	3,23	114	76,5	4000	7000	6315.2ZR	87	148	2,1
	75	190	45	3	151,8		114,4	7	132	96,5	8500	6300	6415M	91	174	2,5

Figura 162. Selección de rodamiento para el apoyo 2 del eje primario exterior.

El rodamiento elegido sería el rígido de bolas 6215, que posee una capacidad de carga dinámica de 65.5 kN, mayores que los 40.13 kN necesarios.

ANEXO VI: MODELADO Y SIMULACIÓN.

El objetivo de este apartado es el de crear un modelo en un programa CAD, en este proyecto el programa utilizado será SolidWorks. Con este modelo se verá el funcionamiento del mecanismo, así como se posibilitará el cálculo de los engranajes, comprobando los resultados previos, y asegurándonos así de la validez de estos. Además también será posible la extracción de planos de las diferentes piezas diseñadas.

Las piezas que se van a dibujar en SolidWorks son los doce engranajes que componen las seis velocidades de la caja de cambios, así como los tres ejes que los alojan.

6.1. MODELADO DE LOS ENGRANAJES.

6.1.1. MAGNITUDES FUNDAMENTALES.

Para poder dibujar los engranajes en el programa SolidWorks fue necesario definir previamente algunas de las magnitudes fundamentales que componen los engranajes y de las cuales no habíamos hablado todavía, estas son:

- Diámetro primitivo: es el diámetro de la circunferencia primitiva. Con respecto a él se determinan todas las características que definen los diferentes elementos de los dientes de un engranaje.
- Diámetro exterior: diámetro que forma la circunferencia de cabeza del diente.
- Diámetro interior: diámetro de la circunferencia del pie o raíz del diente.

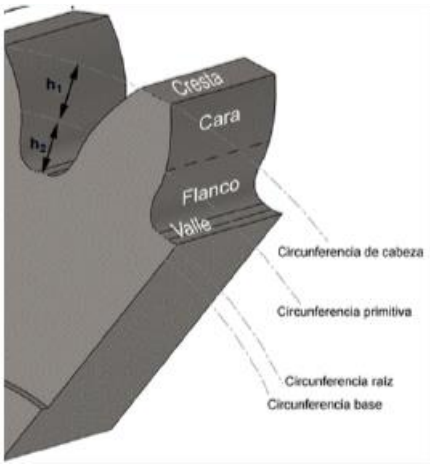


Figura 163. Magnitudes fundamentales del engranaje: Diámetros fundamentales de un engranaje.

Estas magnitudes se pueden observar en la figura 163. De esta misma figura se puede observar que tanto el diámetro interior como el interior se obtienen a través del diámetro primitivo según las magnitudes h_1 y h_2. Estas se conocen como addendum y dedendum respectivamente, las definiremos a continuación:

- Addendum o altura de la cabeza del diente, h_1. Es la distancia radial que está comprendida entre el diámetro primitivo y el diámetro exterior o de cabeza de diente.
  Su magnitud es igual al módulo del engranaje, es decir:

$$h_1 = M \tag{84}$$

- Dedendum o altura del pie del diente, h_2. Es la distancia radial que va desde el diámetro primitivo hasta el diámetro interior o circunferencia raíz del engranaje. Su valor es un 25 % mayor al valor del módulo. Es decir, se calcula del siguiente modo:

$$h_2 = 1.25 \cdot M \tag{85}$$

De esta manera se pueden deducir las ecuaciones necesarias para calcular los valores que han de tener los diámetros interiores y exteriores de los engranajes. Estas son las siguientes:

$$D_e = D_p + 2\,h_1 \tag{86}$$

$$D_i = D_p - 2\,h_2 \tag{87}$$

Con estas ecuaciones ya se pueden calcular los distintos diámetros de los 12 engranajes, dado que el módulo (constante para todos los engranajes) y los diámetros primitivos ya fueron definidos en el apartado del cálculo de los engranajes.

Los valores de estas magnitudes fundamentales se muestran en las tablas 90 y 91.

h2, dedemdum [mm]	5
h1, addemdum [mm]	4

Tabla 90. Addendum y dedendum.

	1 velocidad		2 velocidad		3 velocidad		4 velocidad		5 velocidad		6 velocidad	
	Eng 1	Eng 2	Eng 3	Eng 4	Eng 5	Eng 6	Eng 7	Eng 8	Eng 9	Eng 10	Eng 11	Eng 12
Dp [mm]	60,04	235,56	87,76	207,85	110,85	184,75	133,95	161,66	152,42	143,18	166,28	129,33
Di [mm]	50,04	225,56	77,76	197,85	100,85	174,75	123,95	151,66	142,42	133,18	156,28	119,33
De [mm]	68,04	243,56	95,76	215,85	118,85	192,75	141,95	169,66	160,42	151,18	174,28	137,33

Tabla 91. Diámetros primitivos, interiores y exteriores de los engranajes.

Otra de las magnitudes fundamentales que habremos de definir es el paso circunferencial, ya que nos hará falta para poder hallar el espesor del diente. Este se calcula según la ecuación (88).

$$P_c = \pi \cdot M_c = \pi \cdot \frac{D_p}{Z} = \pi \cdot 4.62 = 14.51\ mm \tag{88}$$

Una vez que se obtuvo el paso circunferencial ya se pudo calcular el espesor del diente (e_1) y el ancho de espacio entre dientes (e_2), estas magnitudes se pueden observar en la figura 164.

Teóricamente si los dientes fuesen construidos con la geometría perfecta, el espesor de diente y el ancho de espacio medidos en la circunferencia primitiva deberían coincidir en un valor igual a la mitad del paso circunferencial, pero en la práctica estos no es posible. Por ello y para evitar el fenómeno del acuñamiento se corrigen estas medidas, el valor del espesor del diente se toma un poco menor a la mitad del paso circunferencial y el del ancho de espacio se toma un poco mayor, en concreto sus dimensiones se calculan como:

$$e_1 = \frac{39}{80} \cdot P_c = 7.07\ mm \tag{89}$$

$$e_2 = \frac{41}{80} \cdot P_c = 7.44\ mm \tag{90}$$

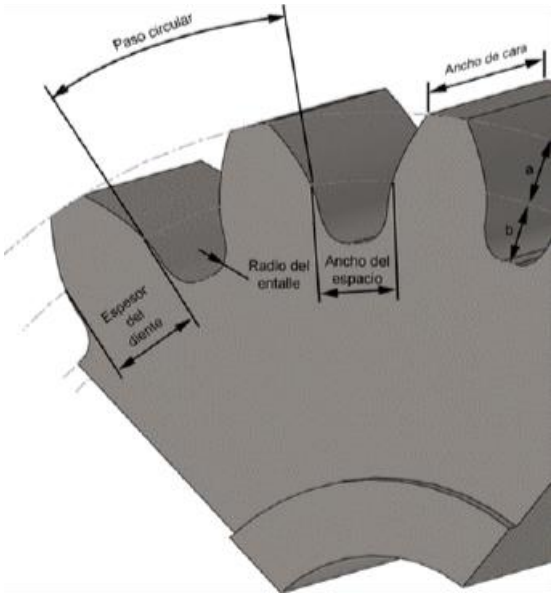


Figura 164. Magnitudes fundamentales del engranaje: Paso circular, espesor de diente y ancho de espacio.

6.1.2. PERFIL DE LOS DIENTES.

Los engranajes se pueden generar con dos perfiles geométricos que se engendran de forma diferente, estos son el perfil evolvente y el cicloidal. En este caso se utilizará el perfil evolvente ya que presenta algunas ventajas frente al cicloidal, algunas de ellas son:

- Desgaste uniforme en todo el diente.
- Una rueda cualquiera puede engranar con todas aquellas que posean mismo módulo o paso circular y mismo ángulo de presión.
- La distancia entre ejes puede variarse ligeramente, mientras que con el perfil cicloidal ha de ser precisa.
- El tallado de los dientes es más simple.

En los engranajes de perfil evolvente una recta genera el perfil del diente al apoyarse sin deslizar sobre una circunferencia. Esta circunferencia se conoce como circunferencia base

y tiene un radio inferior a la circunferencia primitiva. Un perfil evolvente puede observarse en la figura 165 a modo de ejemplo.

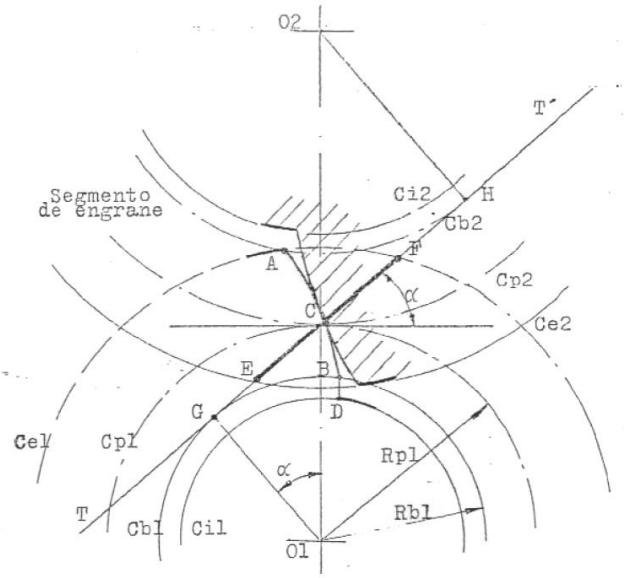


Figura 165. Perfil evolvente tipo.

El diámetro de la circunferencia base se calcula como el diámetro primitivo por el coseno del ángulo de presión:

$$D_b = D_p \cdot \cos \alpha \tag{91}$$

Teniendo en cuenta que el ángulo de presión que se eligió fue de 20º los diámetros base para los 12 engranajes vienen en la tabla 92.

	1 velocidad		2 velocidad		3 velocidad		4 velocidad		5 velocidad		6 velocidad	
	Eng 1	Eng 2	Eng 3	Eng 4	Eng 5	Eng 6	Eng 7	Eng 8	Eng 9	Eng 10	Eng 11	Eng 12
Dp [mm]	60,04	235,56	87,76	207,85	110,85	184,75	133,95	161,66	152,42	143,18	166,28	129,33
Db_i [mm]	56,42	221,35	82,46	195,31	104,17	173,61	125,87	151,91	143,23	134,55	156,25	121,53

Tabla 92. Diámetros base de los engranajes.

La línea de engrane es el lugar geométrico de todos los puntos donde se produce el contacto entre los flancos de los dientes del piñón y la rueda.

Con los diámetros base ya obtenidos se empezó a construir el perfil del diente. Este se generó a través de unas rectas tangentes a la circunferencia base, de longitud igual a la del arco de la circunferencia base resultante para cada uno de los ángulos escogidos con los que se va a generar el perfil del diente.

Se eligieron 23 ángulos diferentes que van desde los 4º a los 48º para construir el perfil del diente, de tal manera que los puntos resultantes de la línea de engrane quedaron lo suficientemente próximos para después unirlos y generar el perfil de manera precisa. Las longitudes de las rectas a partir de las que se genera la línea de engrane para el primer engranaje se muestran en la tabla 93.

	Angulo [º]	D_base [mm]	Long arco [mm]
ENG 1	48	56,42	23,63
	46	56,42	22,65
	44	56,42	21,66
	42	56,42	20,68
	40	56,42	19,70
	38	56,42	18,71
	36	56,42	17,73
	34	56,42	16,74
	32	56,42	15,76
	30	56,42	14,77
	28	56,42	13,79
	26	56,42	12,80
	24	56,42	11,82
	22	56,42	10,83
	20	56,42	9,85
	18	56,42	8,86
	16	56,42	7,88
	14	56,42	6,89
	12	56,42	5,91
	10	56,42	4,92
	8	56,42	3,94
	6	56,42	2,95
	4	56,42	1,97

Tabla 93. Longitudes de las rectas tangentes para generar la línea de engrane.

Ahora se pasará a explicar cada paso realizado sobre el programa SolidWorks para obtener los engranajes modelados en 3D. Se mostrará únicamente el proceso para el engranaje de la primera velocidad perteneciente al eje primario interior.

En primer lugar se extruye un cilindro con la anchura fijada en los engranajes, la cual fue 28.90 mm y con el diámetro interior obtenido previamente.

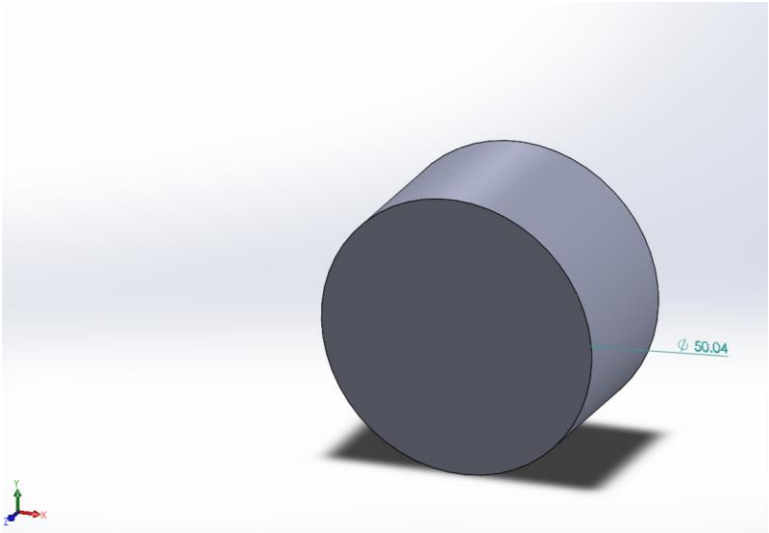


Figura 166. Extrusión de diámetro interior.

A continuación se hace un nuevo croquis sobre una de las caras de este cilindro obtenido y se crean cuatro circunferencias con los tres diámetros fundamentales y el diámetro base del engranaje. Para una mayor comodidad de dibujo se ocultará la operación anterior y se pasarán a geometría constructiva tanto el diámetro interior como el diámetro primitivo hasta tener que hacer uso de ellos. En la figura 167 se puede ver lo comentado en este párrafo.

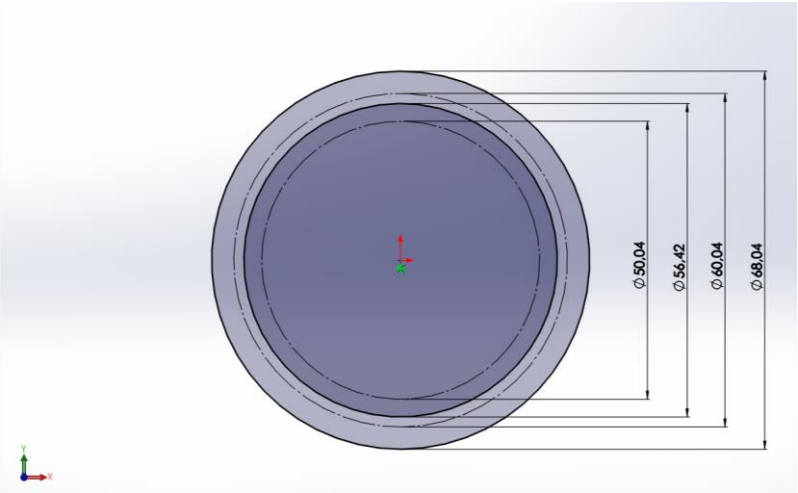


Figura 167. Creación de diámetros para obtener línea de engrane.

El siguiente paso será la colocación de unas líneas de referencia hasta el diámetro base, que servirán para poner el ángulo correctamente. La intersección de estas rectas con la circunferencia base generará un punto desde el cual se lanzará la recta tangente con la longitud del arco correspondiente en cada uno de los diferentes ángulos. Por comodidad estas líneas también se dejarán como geometría constructiva y son todas las similares a la resultada en naranja en la figura 168.

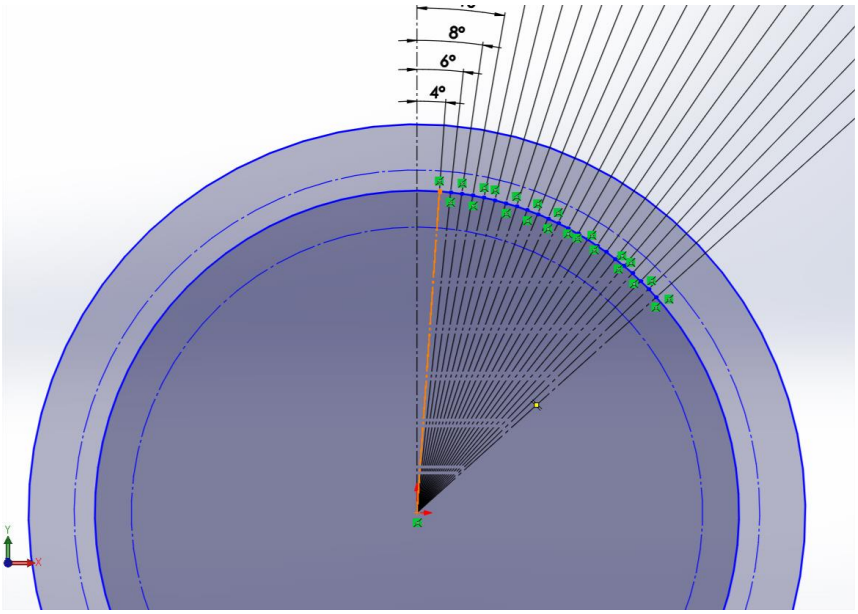


Figura 168. Rectas de referencia en diámetro base.

Como se puede observar en la figura 169, cada una de estas rectas han sido colocadas con la correcta angulación de 4º a 48º como se dijo anteriormente.

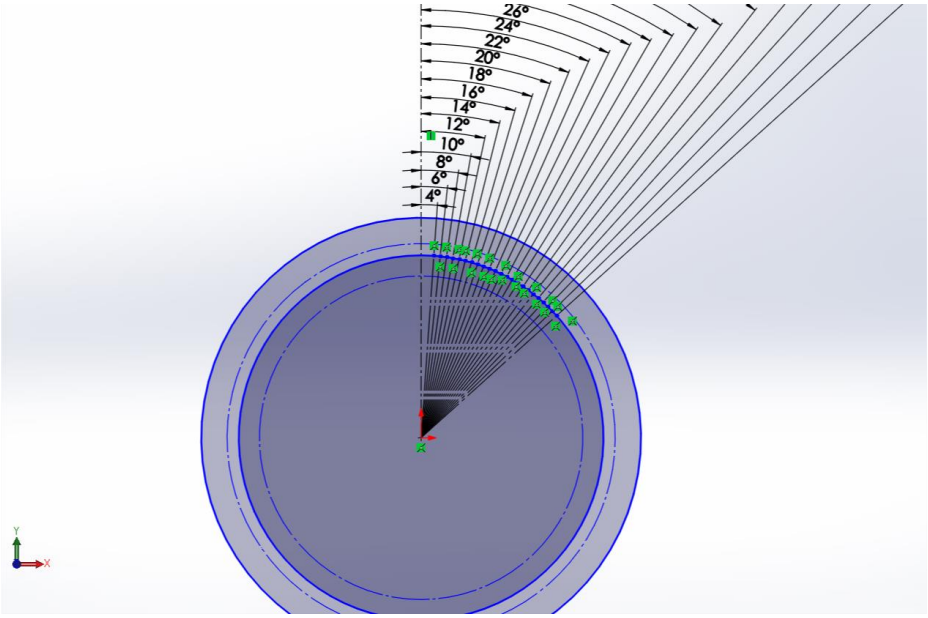


Figura 169. Inclinación de las rectas de referencia en diámetro base.

Una vez hecho esto, se trazarán unas rectas tangentes a la circunferencia base desde los puntos que se han definido en la intersección de las rectas de referencia con el diámetro base. La longitud de estas rectas será la misma a la del arco de la circunferencia base resultante para cada uno de los ángulos escogidos con los que se va a generar el perfil del diente, la cual se ha calculado en la tabla 93.

En la figura 170 se observa en el extremo de esta recta tangente el primer punto que definirá la línea de engrane. En la figura 171 se puede ver el mismo proceso repetido hasta un ángulo de 40º, ya que para ángulos mayores la línea de engrane ya sale por encima de la circunferencia de cabeza.

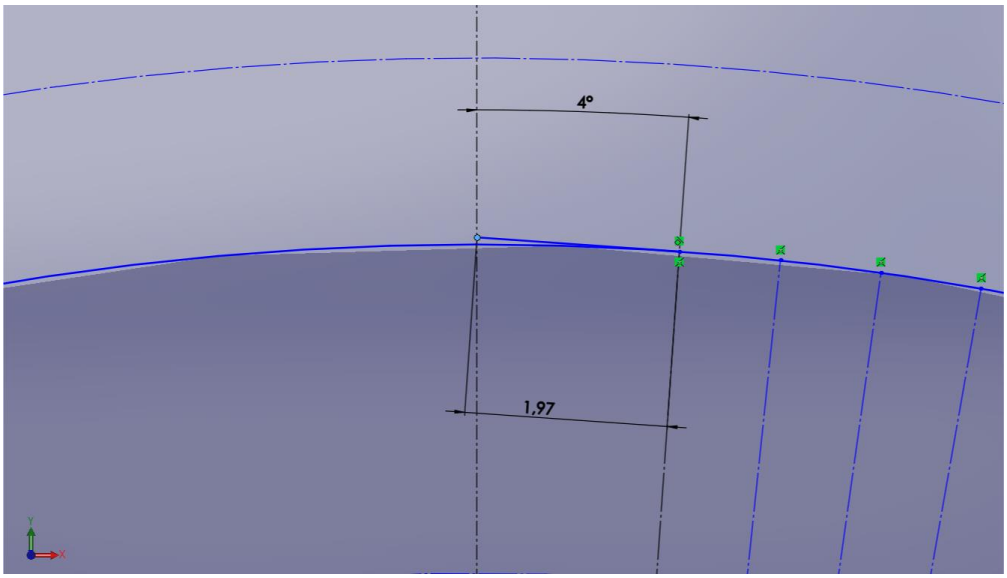


Figura 170. Generación del primer punto de la línea de engrane.

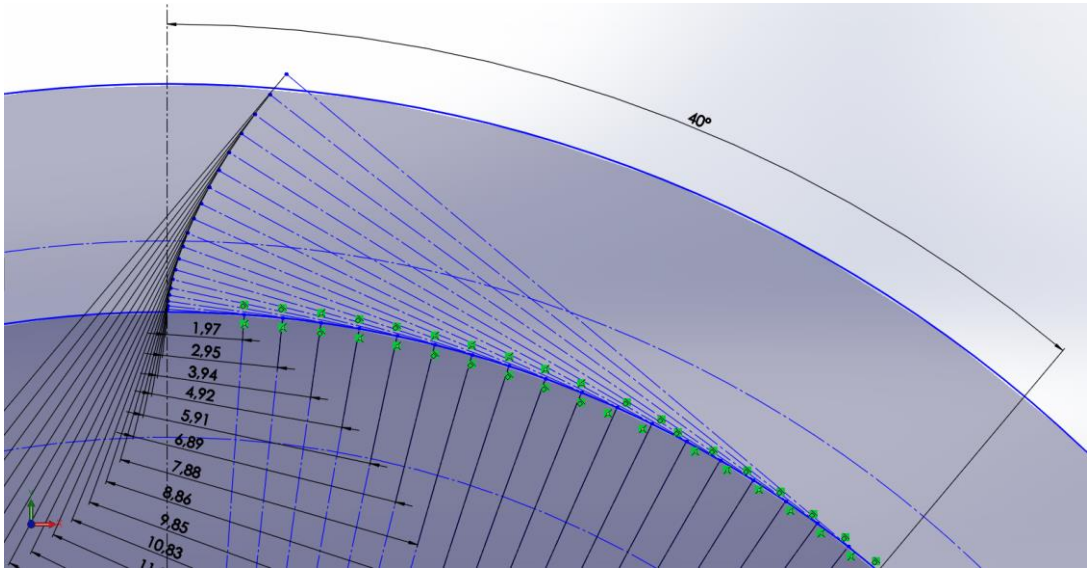


Figura 171. Generación de los puntos que forman la línea de engrane.

El punto que terminará el perfil del diente en el ángulo cero se obtendrá colocando un punto sobre la intersección del diámetro base y el eje vertical de referencia.

Una vez obtenidos los puntos de la línea de engrane será necesario cerrarlos con la opción "Spline", la cual nos genera una curva que se adapta a la trayectoria dada por varios puntos.

El tramo restante que va desde la circunferencia base a la circunferencia interior se hace recto radial, con lo cual ahora pasaremos la circunferencia interior a geometría normal y la circunferencia base a geometría constructiva. Esto se puede observar en la figura 172.

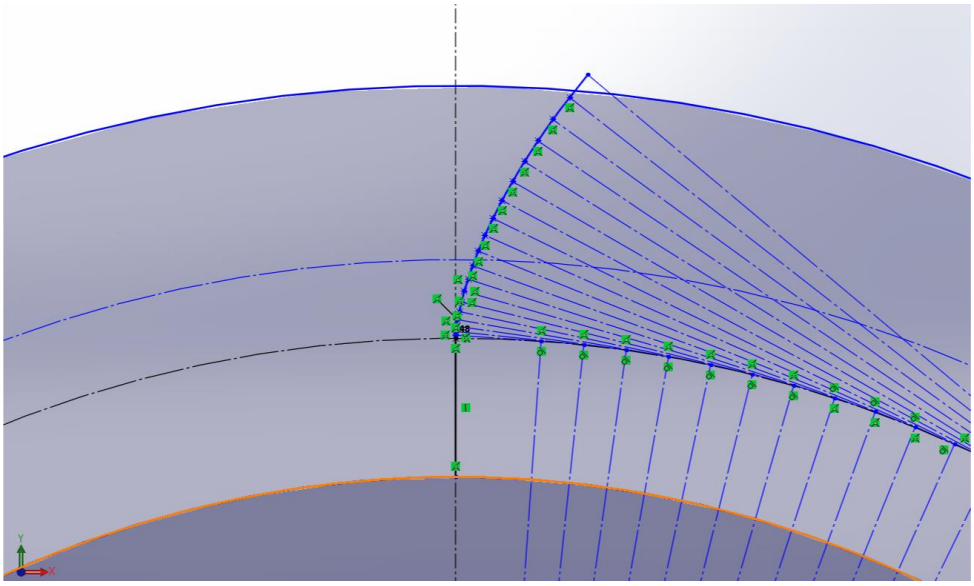


Figura 172. Perfil del diente adaptado por Spline.

Ahora que ya se tiene uno de los lados con el correcto perfil del diente dibujaremos el otro mediante una simetría de entidades.

Para dibujar el eje de simetría colocaremos un punto sobre el diámetro primitivo, el cual deberá estar fijado, y haremos la intersección de los tres objetos (Spline, diámetro primitivo y punto). Este proceso se muestra en la figura 173.

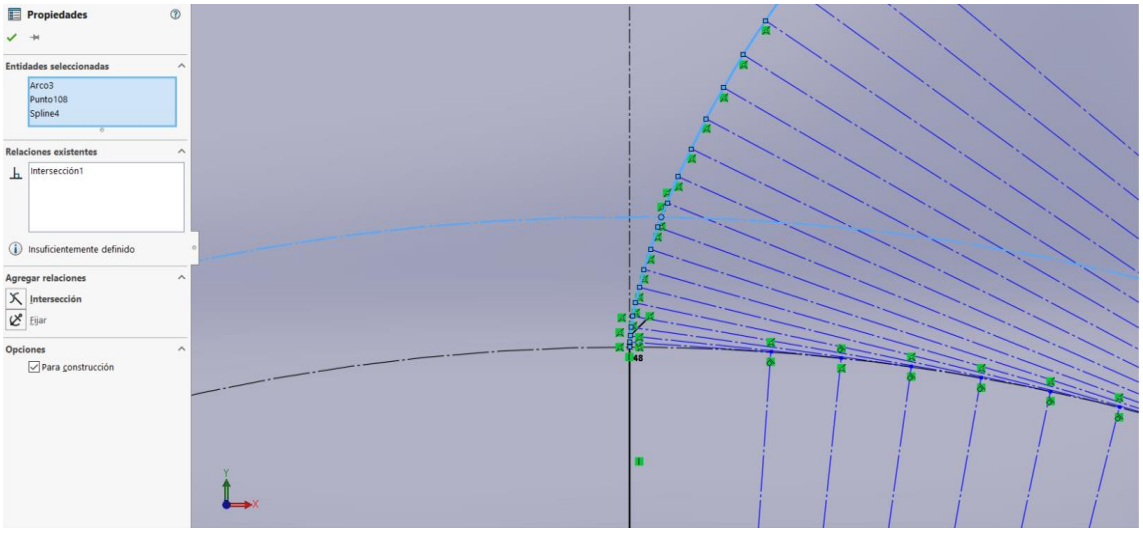


Figura 173. Colocación de punto de referencia sobre Spline y diámetro primitivo.

A continuación se colocará un punto coincidente con el diámetro primitivo a una distancia del punto anterior igual a la mitad de la anchura del engranaje, $\frac{e_1}{2} = \frac{7.07}{2} = 3.54\ mm$. En la figura 174 se puede visualizar.

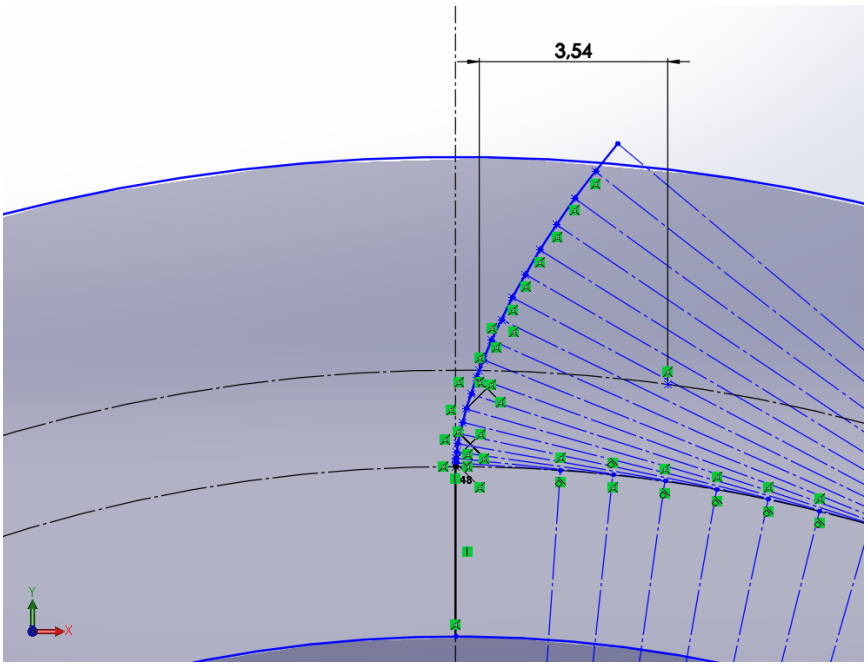


Figura 174. Colocación de punto de referencia para eje de simetría.

Tras este paso ya se puede dibujar el eje de simetría son más que unir el centro de la circunferencia con el punto obtenido. Este se trazará con geometría de referencia. En la figura 175 el eje de simetría ya ha sido creado.

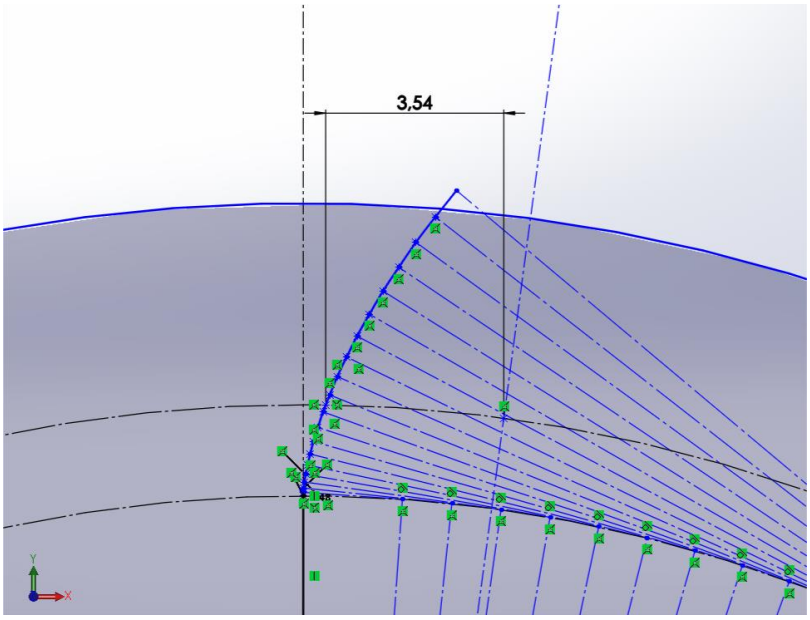


Figura 175. Creación de eje de simetría para el perfil del diente.

Utilizando la opción "Crear simetría de entidades" se obtendrá la línea de engrane para el lado contrario, como se ve en las figuras 176 y 177.

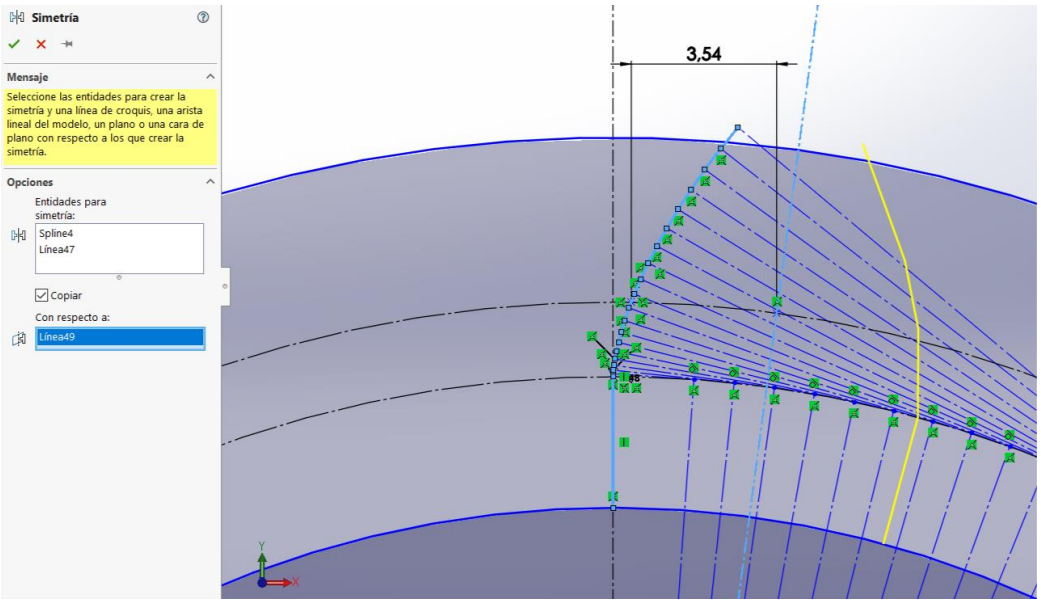


Figura 176. Proceso de simetría para línea de engrane.

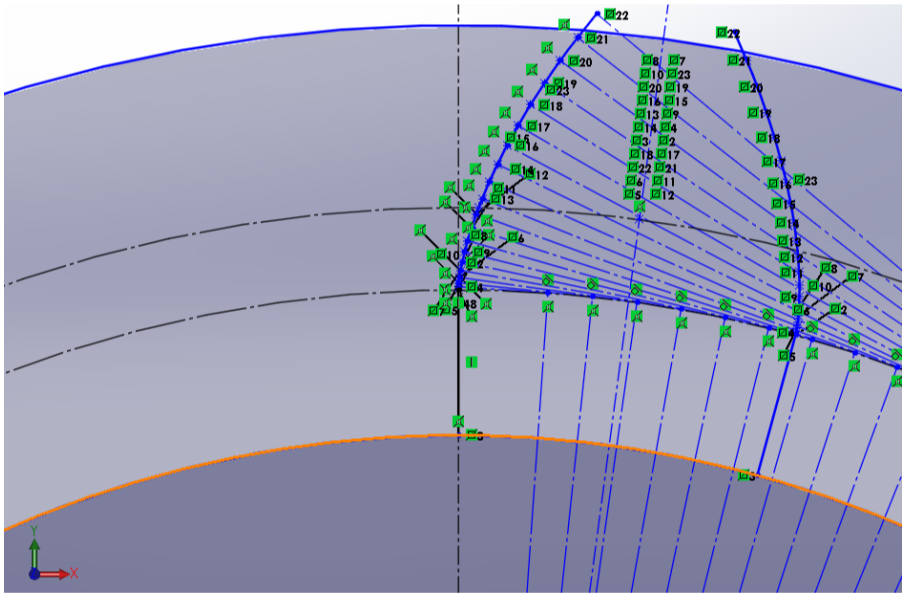


Figura 177. Simetría de la línea de engrane.

Para obtener el diente completo se recortarán las partes sobrantes, como la parte superior de las Splines, la zona exterior al diente de la circunferencia de cabeza y la zona interior al diente del diámetro interior. De tal manera ya queda definido el diente, como se ve en la figura 178.

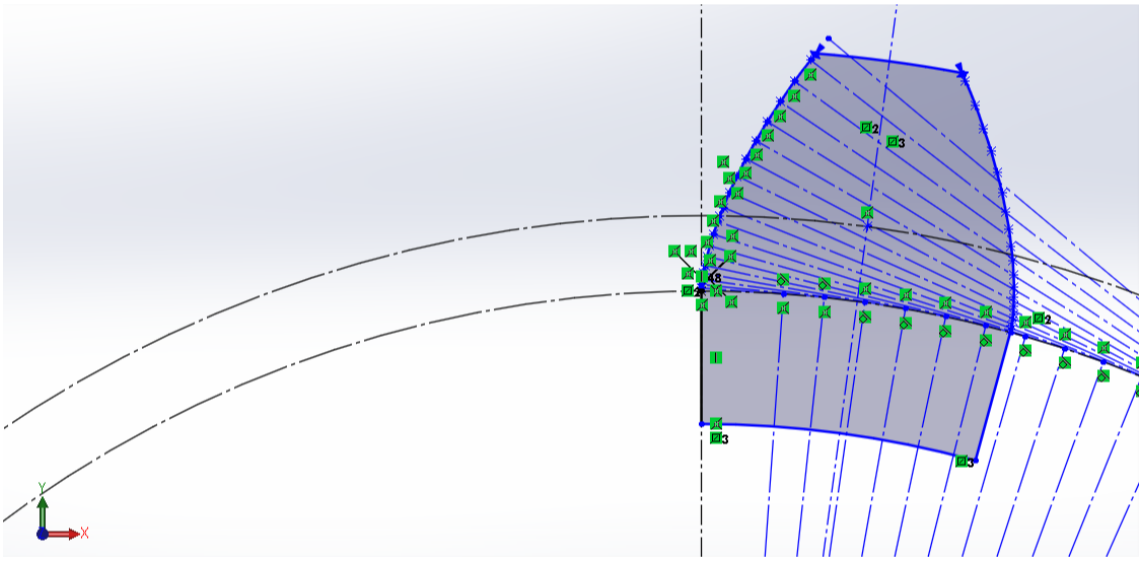


Figura 178. Perfil del diente.

Dado que los engranajes utilizados son helicoidales, no valdrá con realizar una extrusión del perfil, sino que será necesario realizar un barrido de este perfil a lo largo de una curva con la inclinación del ángulo de hélice, 30º en este caso.

Para conseguir esta curva nos habremos de situar en la planta del cilindro extruido previamente y dibujar sobre un nuevo croquis una recta con la inclinación del ángulo de hélice, exactamente como muestra la figura 179. Se dibujará la recta en el sentido correcto en el que vaya la inclinación de los dientes de los engranajes, respetando así los sentidos seleccionados en el apartado de cálculo de engranajes. Así pues, esta recta irá hacia la

derecha para los engranajes alojados en los ejes primarios, y hacia la izquierda en los engranajes alojados en el eje secundario.

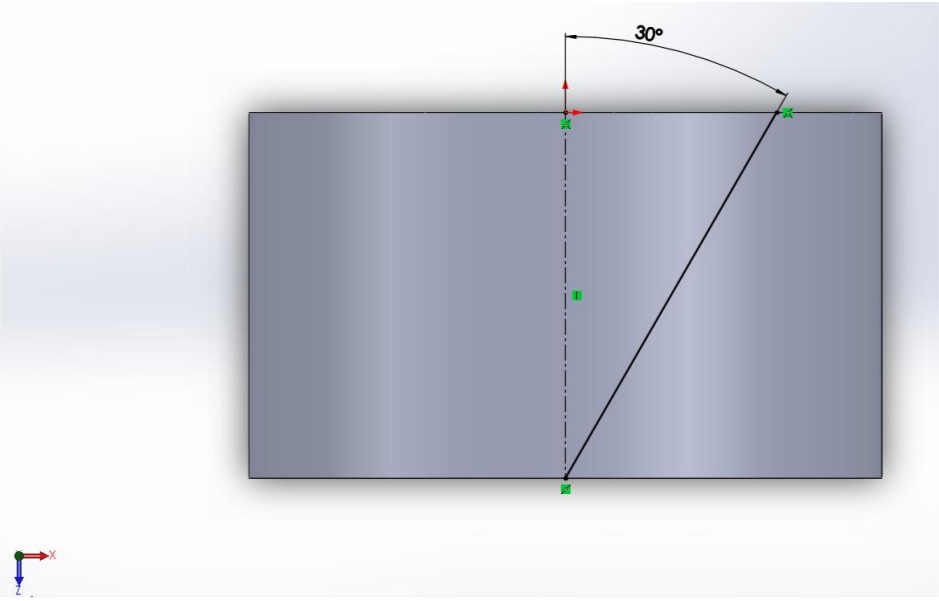


Figura 179. Croquis en planta con recta inclinada según ángulo de hélice.

Una vez hecho esto, se dibujará otro croquis sobre una de las caras circulares del cilindro con una semicircunferencia en la parte superior del cilindro de diámetro igual al diámetro interior. La función de este croquis será el servir de referencia para poder proyectar posteriormente sobre él la recta creada anteriormente. El resultado de dicho croquis es el de la figura 180.

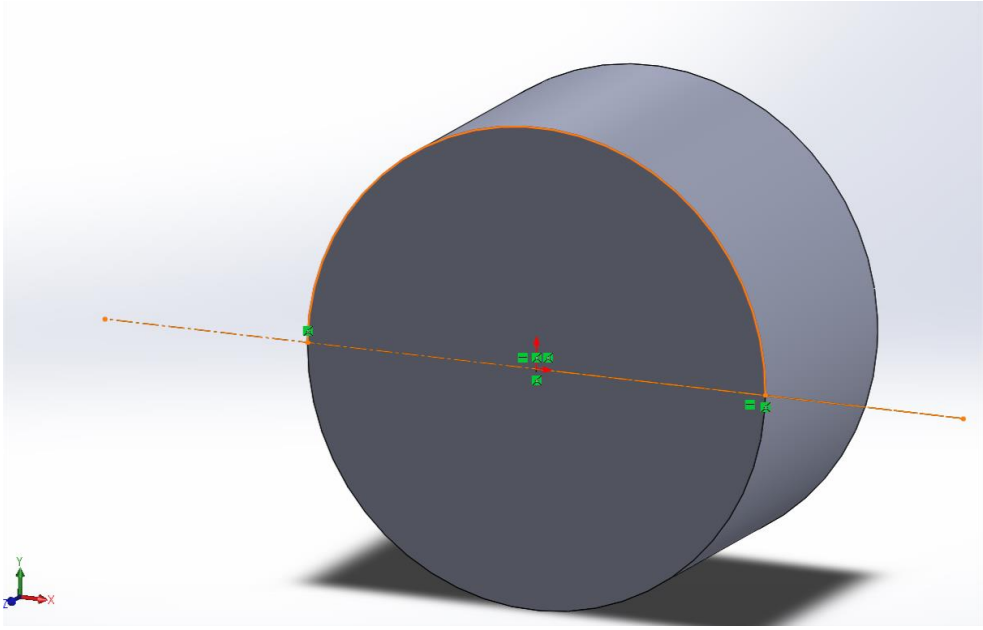


Figura 180. Croquis de referencia para proyección de recta.

Utilizando la opción "Proyectar Curva" de un croquis sobre otro, el programa nos genera la curva que habrá que usar para realizar el barrido.

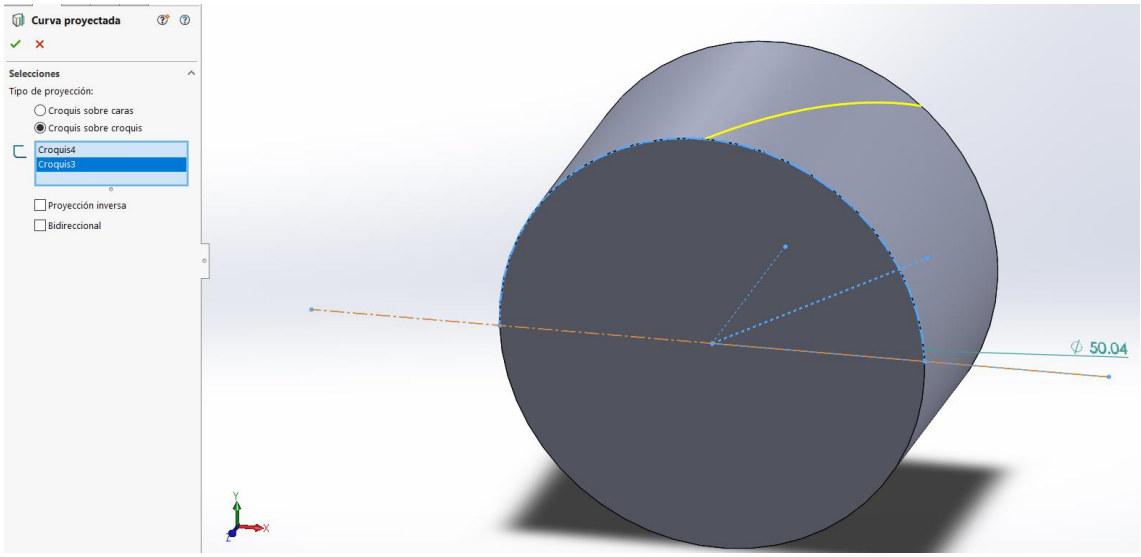


Figura 181. Curva proyectada para barrido.

Ahora ya se puede utilizar la orden "Saliente/Base barrido" y obtener el diente helicoidal, como se puede ver en las figuras 182 y 183.

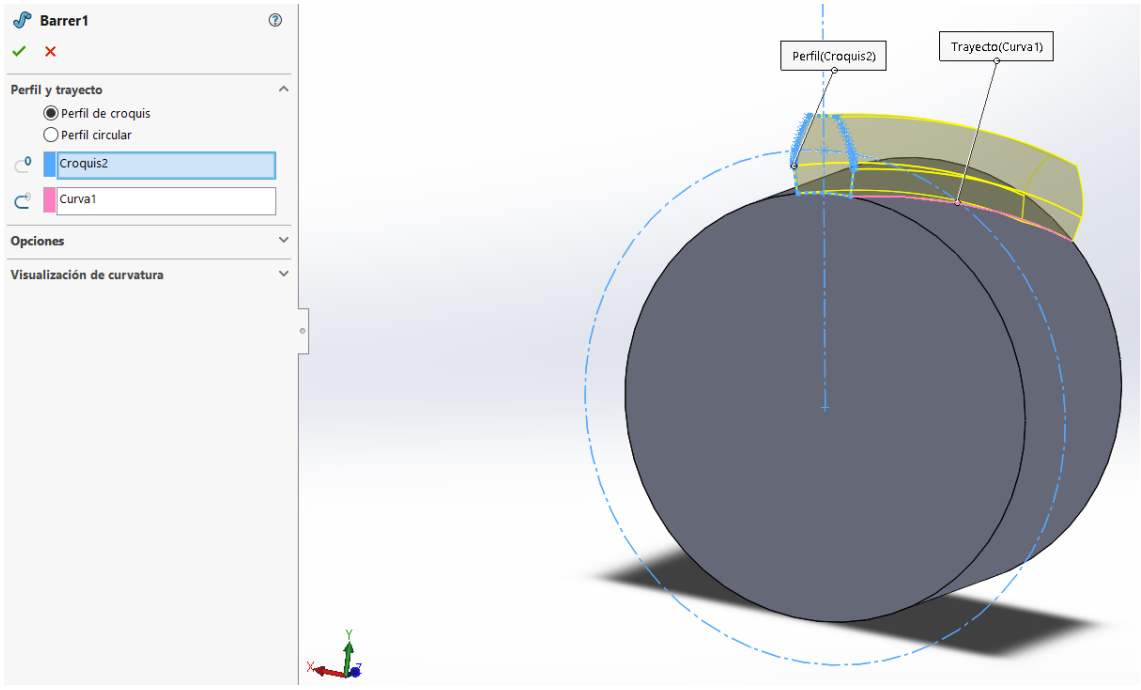


Figura 182. Barrido del perfil del diente.

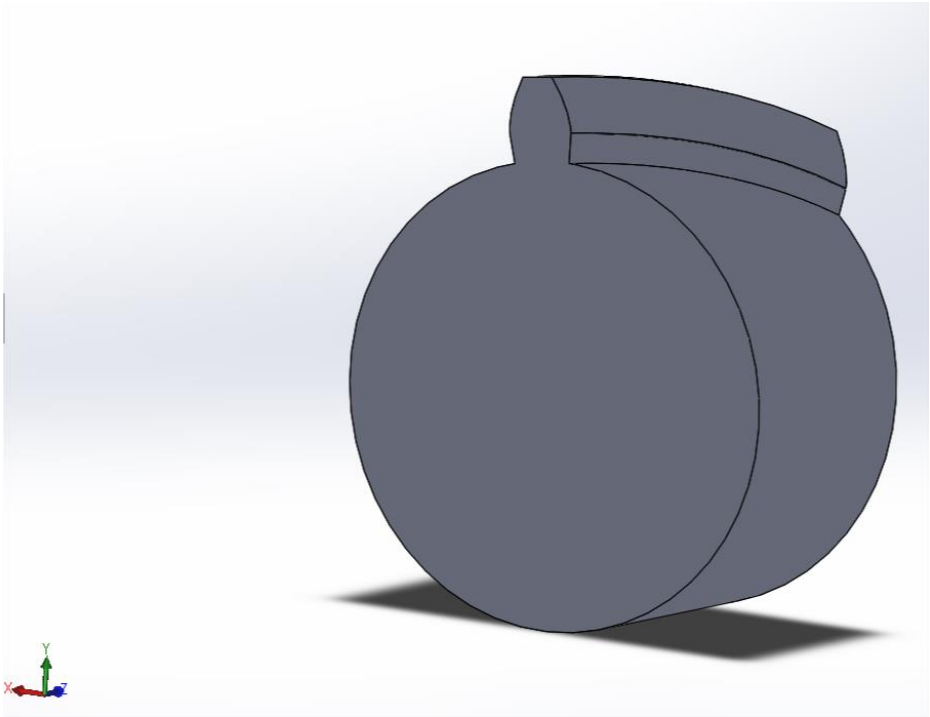


Figura 183. Diente helicoidal obtenido.

Se le realizará un redondeo de 1 mm a las aristas inferiores del engranaje para evitar la concentración de tensiones en esa zona, en la figura 184 se muestra esta operación.

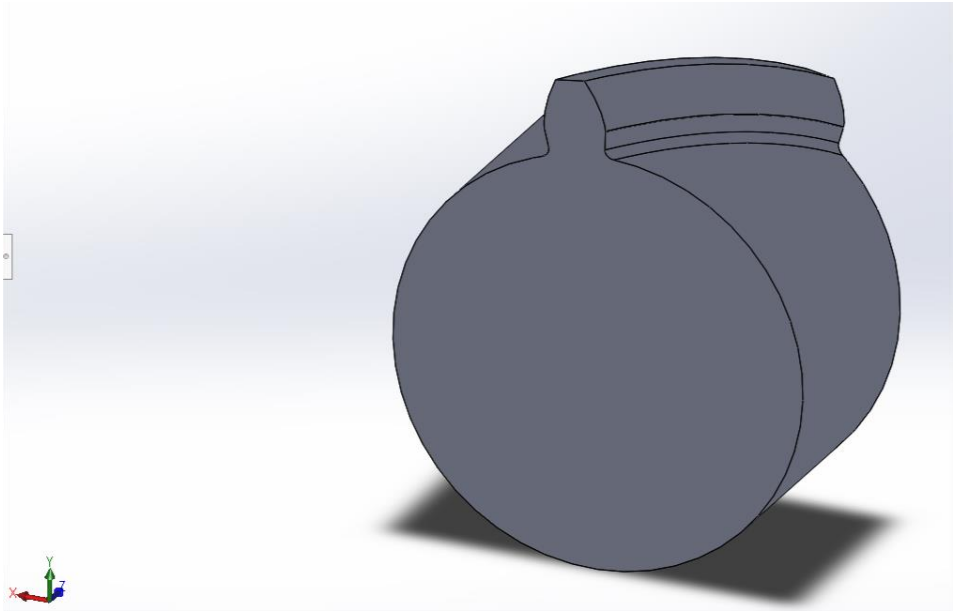


Figura 184. Redondeo en la base del diente.

Para conseguir los demás dientes solo tendremos que hacer uso de la opción "Matriz circular", en la figura 185 se muestra como se ha hecho uso de esta opción para conseguir los demás dientes.

Como dirección se coge el diámetro interior, se hace la matriz en los 360º y en este caso con 13 dientes ya que se trata del engranaje de la primera velocidad situado en el eje

primario interior. Por último se toman las operaciones a las que hay que realizar la matriz, estas son tanto el barrido como el redondeo.

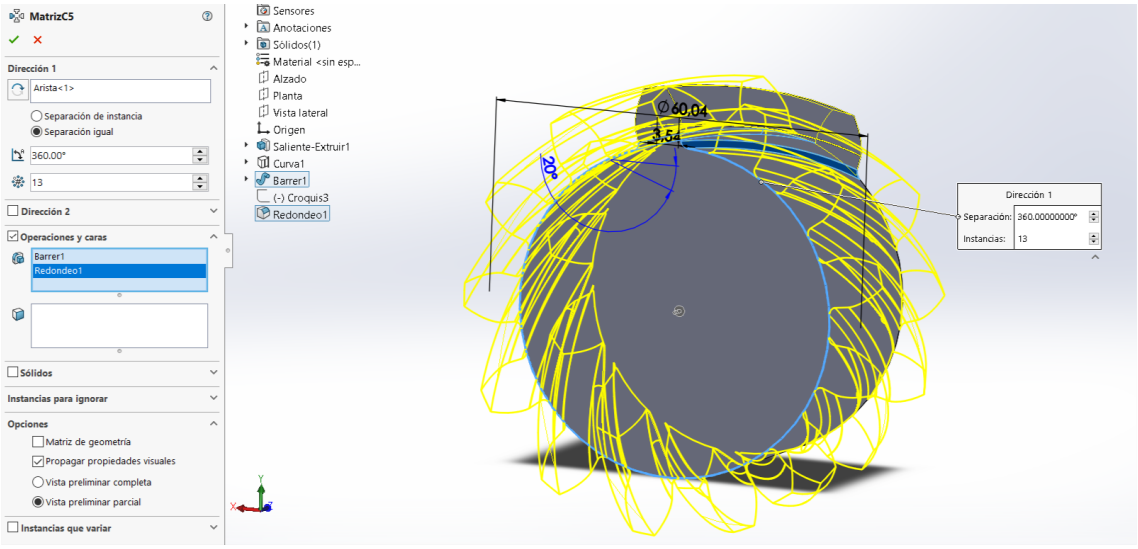


Figura 185. Proceso de matriz circular.

El resultado de la matriz circular es el que se ve en la figura 186, gracias a ella se han podido obtener todos los dientes del engranaje de una manera rápida y sencilla.

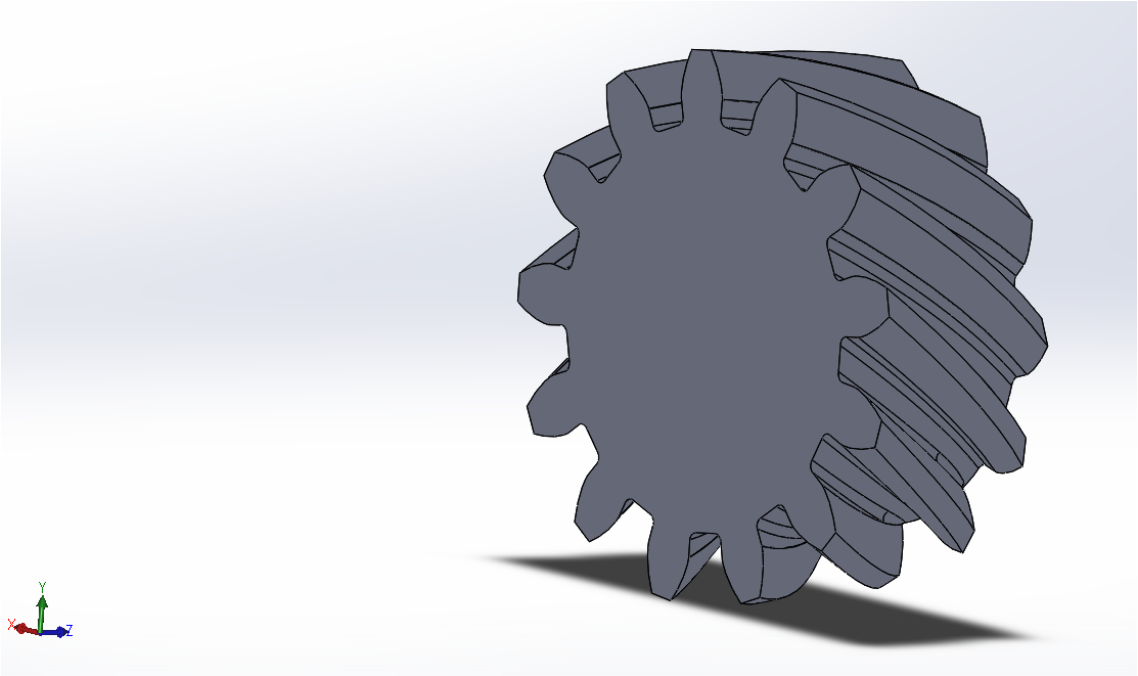


Figura 186. Resultado del modelado de un engranaje helicoidal.

En este engranaje en particular, el de la primera velocidad, no hará falta realizar un agujero donde se pueda alojar el eje primario interior, debido a que el engranaje irá tallado en el propio eje primario interior por motivos que se detallarán más adelante.

Otros engranajes modelados no hará falta que vayan mecanizados sobre el eje, ya que se podrán sujetar a él mediante otro tipo de uniones. Es por esto que será necesario realizarles un agujero donde se pueda alojar el eje. Este agujero se realizará sin más que

dibujar en unas de las caras de los engranajes una circunferencia del tamaño del eje en la sección en que vaya alojado el engranaje y utilizar la operación “Extruir corte”.

En la figura 187 se muestra uno de los engranajes en los que se realizó esto, en particular el de la primera velocidad del eje secundario.

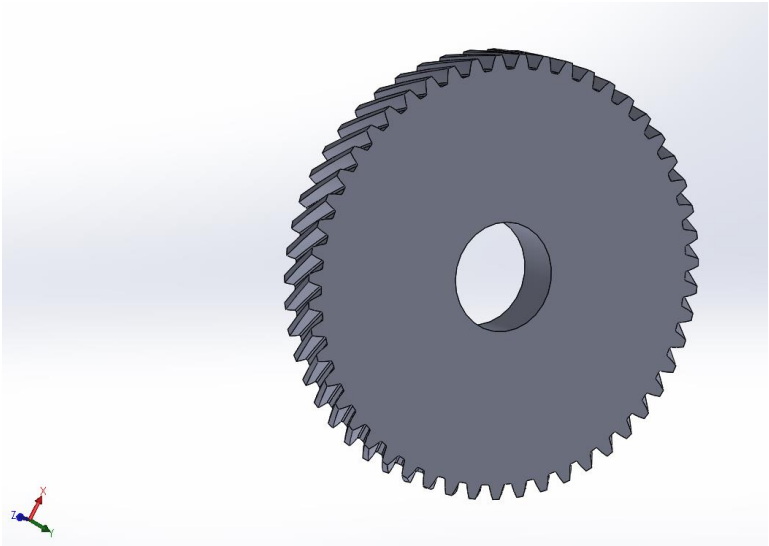


Figura 187. Engranaje de la primera velocidad del eje secundario.

Para conseguir los demás engranajes se seguirá el proceso aquí explicado, con las diferentes características de los doce engranajes.

6.2. MODELADO DE LOS EJES.

A la hora de realizar el modelado de los ejes se han de tener en cuenta las distancias definidas previamente durante el cálculo resistente y a fatiga. Es por ello que se hicieron previamente unos bocetos de forma manual en los que se cuadraron los diámetros en cada una de las secciones, así como las longitudes de las zonas con diferentes diámetros.

Para ello se tuvo en cuenta la anchura de los engranajes, la cual es de 28.90 mm, además de las anchuras de los rodamientos, las cuales se pueden consultar en las capturas sacadas de los catálogos de fabricante. Por último también hay que tener en cuenta una longitud horizontal para los cambios de sección, esta se fijará en 10 mm.

Es necesario que la suma de todas las longitudes consideradas que serán diferentes según la zona del eje en que nos encontremos conserve las distancias entre centros que se definieron con anterioridad.

6.2.1. EJE PRIMARIO INTERIOR.

Como se ha comentado previamente, el engranaje de la primera velocidad necesitará ir tallado en el eje primario interior, conformando todo una sola pieza. Esto es debido a que el diámetro interior de este engranaje es de 50.04 mm como muestra la tabla 91, mientras que la sección del eje que lo aloja tiene 50 mm de diámetro, necesarios para que el eje resista a fatiga. Este pequeño espacio de 0.4 mm no dejaría cabida a una unión convencional por chaveta, es por ello por lo que se ha tomado esta decisión.

Algunas de las medidas que se necesitaron fueron las anchuras de los rodamientos de este eje. Sus valores se extrajeron del catálogo del fabricante y son los siguientes:

- Rodamiento del apoyo 1: 16 mm.
- Rodamiento del apoyo 2: 25 mm.
- Rodamiento del apoyo 3: 40 mm.

El boceto previo a través del que se dibujó en 3D el eje es el de la figura 188.

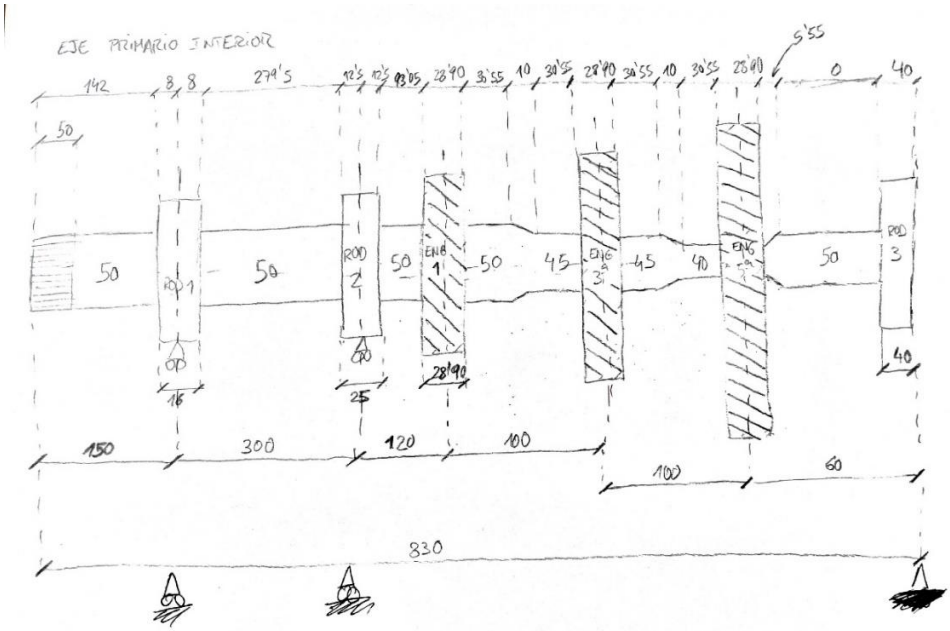


Figura 188. Boceto previo para eje primario interior.

Con todas las medidas ya definidas y partiendo del archivo CAD del engranaje de la primera velocidad de este eje se hizo una extrusión de una circunferencia de 50 mm de diámetro desde la cara delantera del engranaje con una longitud de 555.5 mm. Con ello se obtuvo la parte del eje de la izquierda del engranaje.

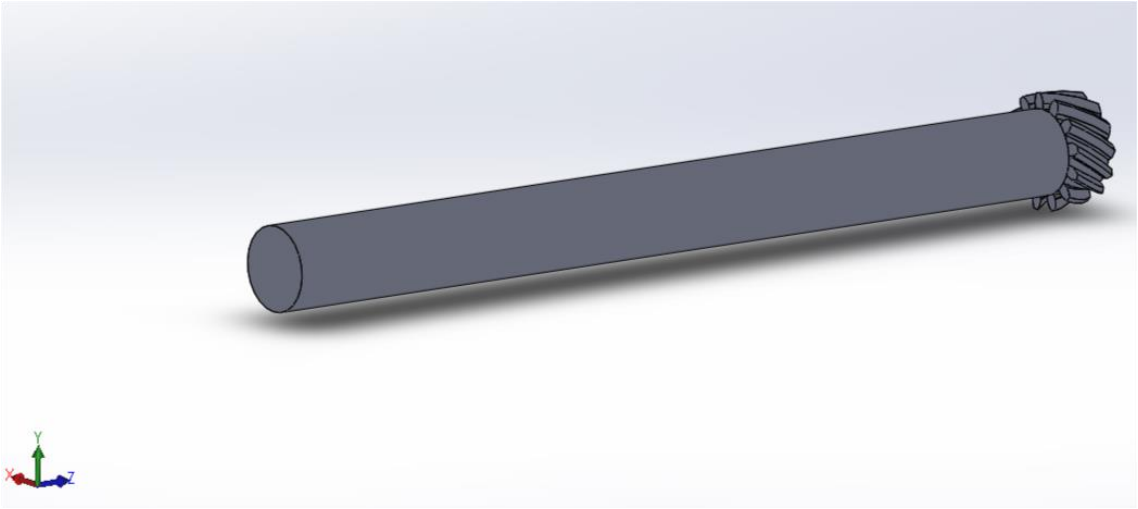


Figura 189. Eje primario interior tras extrusión.

Para la parte derecha se creó un croquis desde la cara trasera del engranaje con las medidas correspondientes hasta el centro de eje, y después se hizo una operación de revolución del perfil cerrado que se generó en torno al eje central.

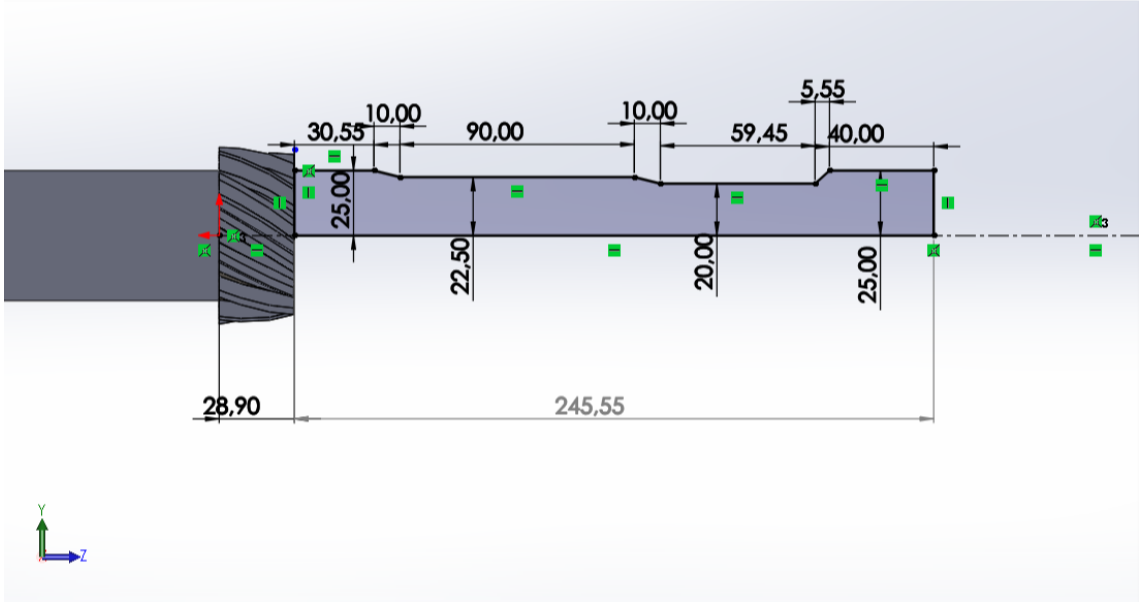


Figura 190. Croquis del eje primario interior para revolución.

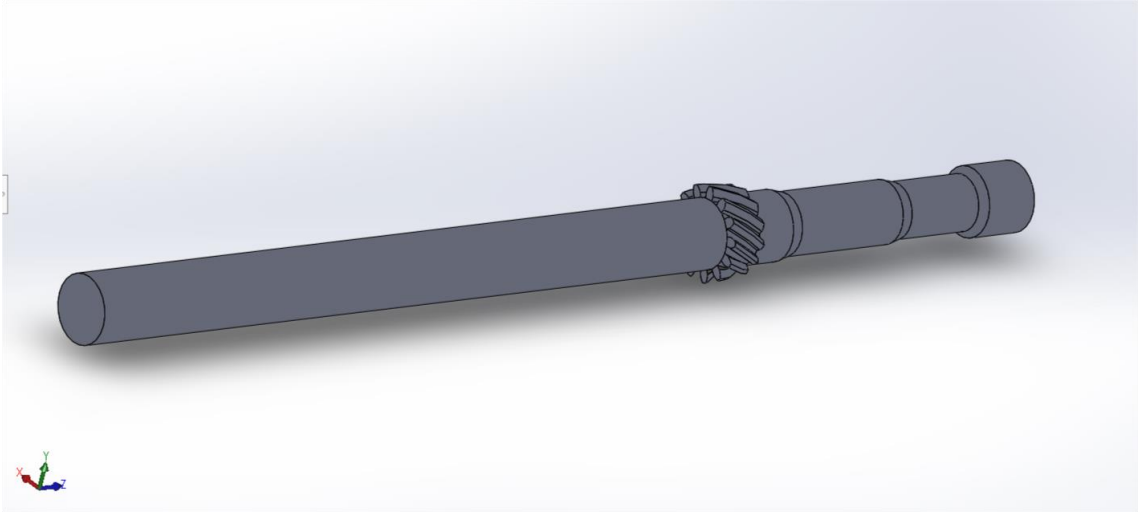


Figura 191. Resultado de la revolución en el eje primario interior.

Ahora faltaría definir las zonas donde deben ir colocados los rodamientos y los engranajes restantes. Para ello usaremos la opción que da SolidWorks de crear una línea de partición. Previamente a ella hay que crear unos planos por los que se realizará dicha partición. Estos planos se crean mediante la opción Insertar > Geometría de referencia > Plano.

En la figura 192 se ve las opciones que pide el programa para poder insertar un plano. Tendremos que introducirle la cara que tomará como referencia y a partir de la cual contará la distancia que le pongamos.

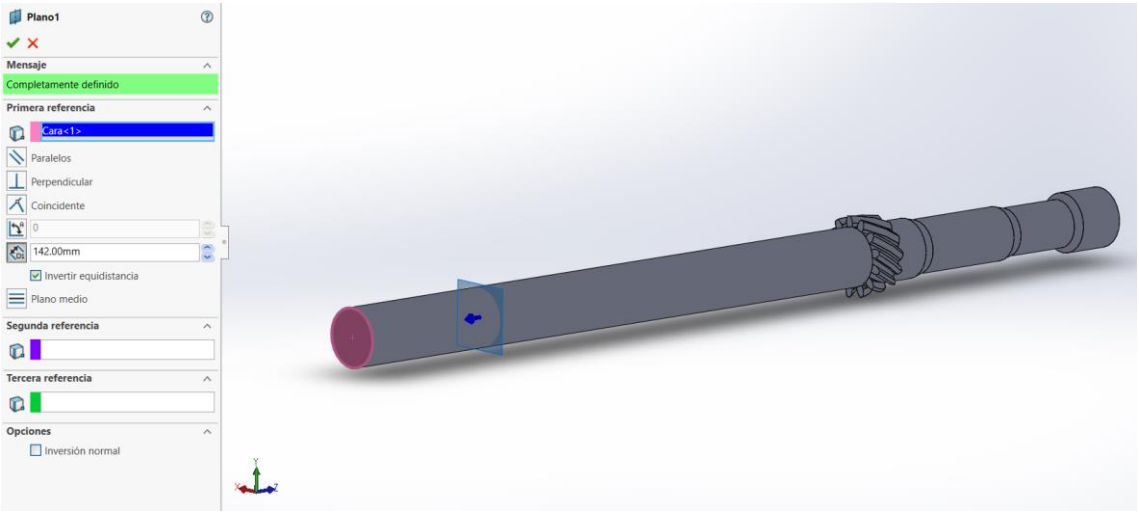


Figura 192. Proceso de inserción de planos.

La figura 192 se muestra únicamente el primer plano, el cual delimita la colocación del primer rodamiento; pero tomando las referencias y distancias adecuadas del boceto previo y repitiendo el proceso se obtendrán todos los planos que delimitan las distintas zonas del eje ocupadas por elementos. En la figura 193 se muestra el eje con todos los planos delimitadores.

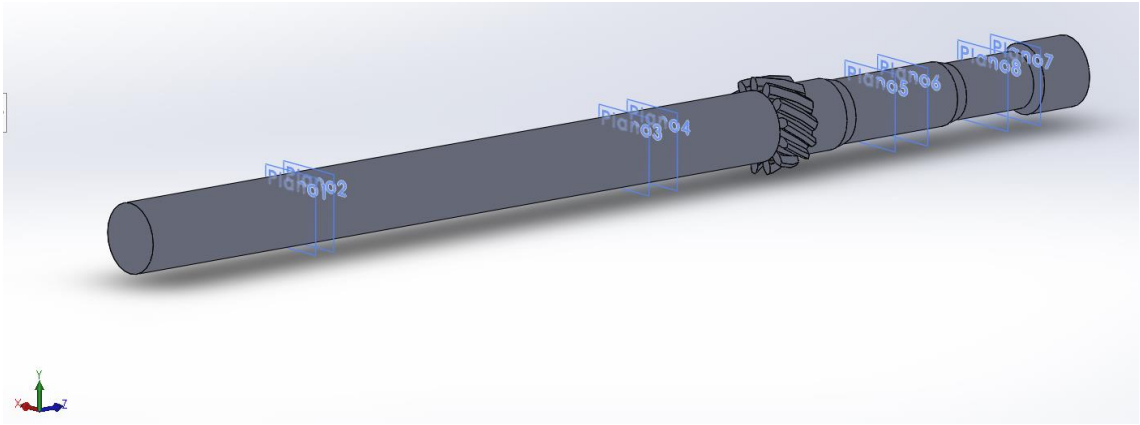


Figura 193. Planos delimitadores en eje primario interior.

Cuando se han obtenido los planos en su correcta posición es el momento de crear las líneas de partición, en la figura 194 se puede observar el proceso seguido. En primer lugar, se selecciona la herramienta "Línea de partición"; dentro de la ventana de esta opción se seleccionan los sólidos a partir y los planos de partición y gracias a la opción partición conseguimos delimitar las distintas zonas del eje como se ve en la figura 195.

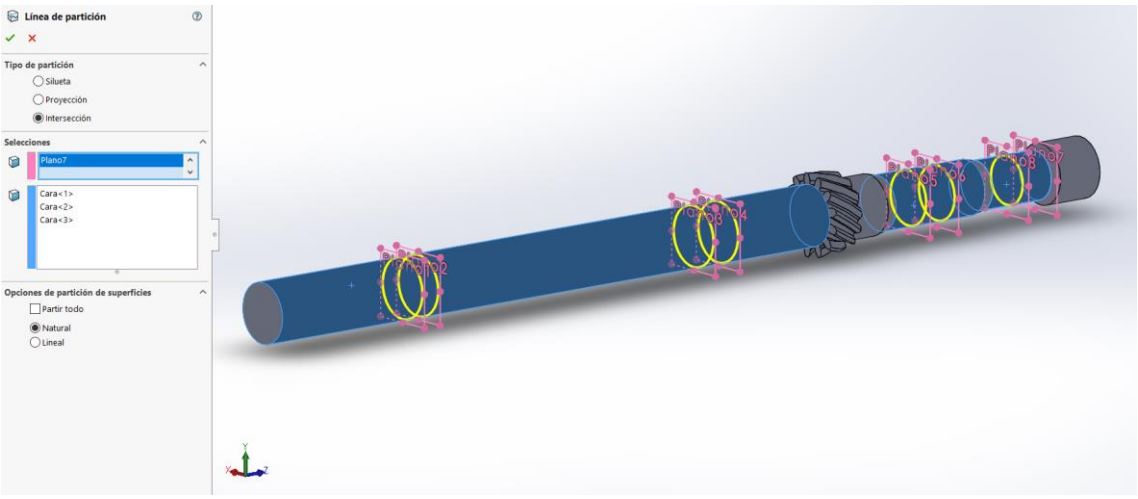


Figura 194. Proceso de creación de líneas de partición.

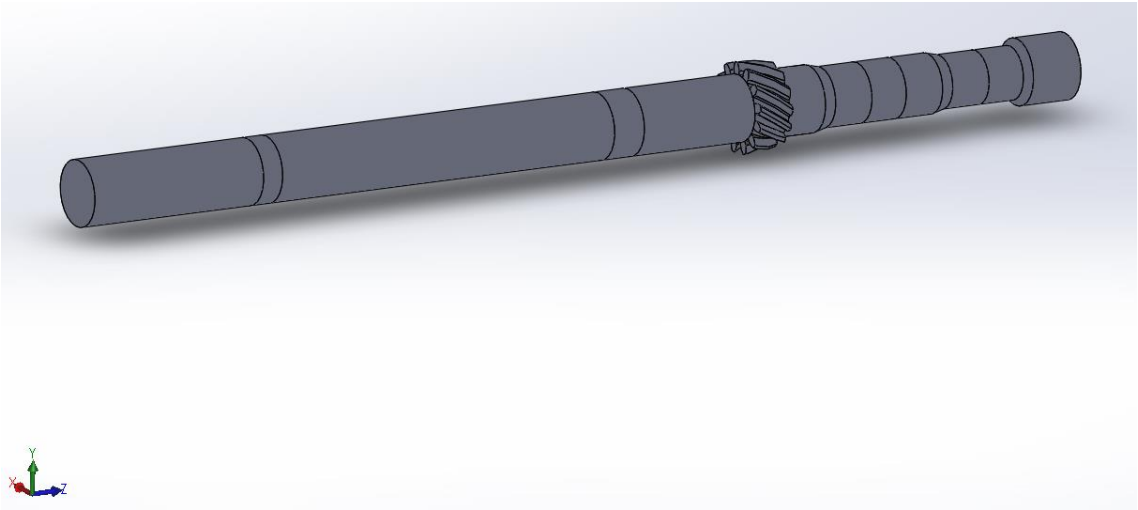


Figura 195. Eje primario interior con líneas de partición.

Las zonas de partición corresponden en orden de izquierda a derecha a el rodamiento del primer apoyo, el rodamiento del segundo apoyo, el engranaje de la tercera velocidad, el engranaje de la quinta velocidad, y por último el engranaje de la quinta velocidad.

Por último sólo queda añadir la zona de conexión al embrague en la parte delantera del eje, la cual se modelará por un pequeño estriado o dentado. El resultado final del eje primario interior se muestra en la figura 196.

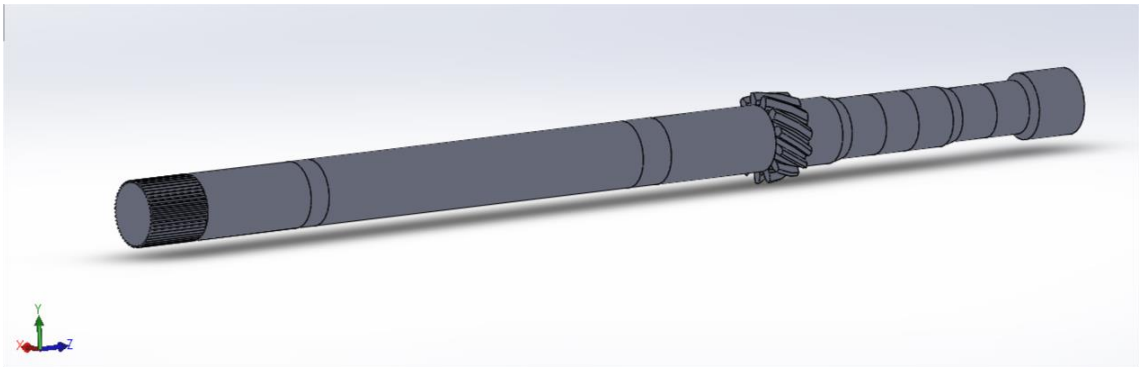


Figura 196. Modelo del eje primario interior.

6.2.2. EJE PRIMARIO EXTERIOR.

En este eje el engranaje de la segunda velocidad también tendrá que ir tallado en el propio eje, ya que el diámetro interior de este engranaje es de 77.76 mm como muestra la tabla 91, mientras que la sección del eje que lo aloja es de 75 mm de diámetro, por lo que tampoco se puede realizar una unión convencional.

Las medidas necesarias en este eje fueron las anchuras de los rodamientos, las cuales también se extrajeron del catálogo del fabricante y son las siguientes:

- Rodamiento del apoyo 1: 37 mm.
- Rodamiento del apoyo 2: 25 mm.

El boceto previo a través del que se dibujó en 3D el eje y que contiene las medidas a utilizar es el de la figura 197.

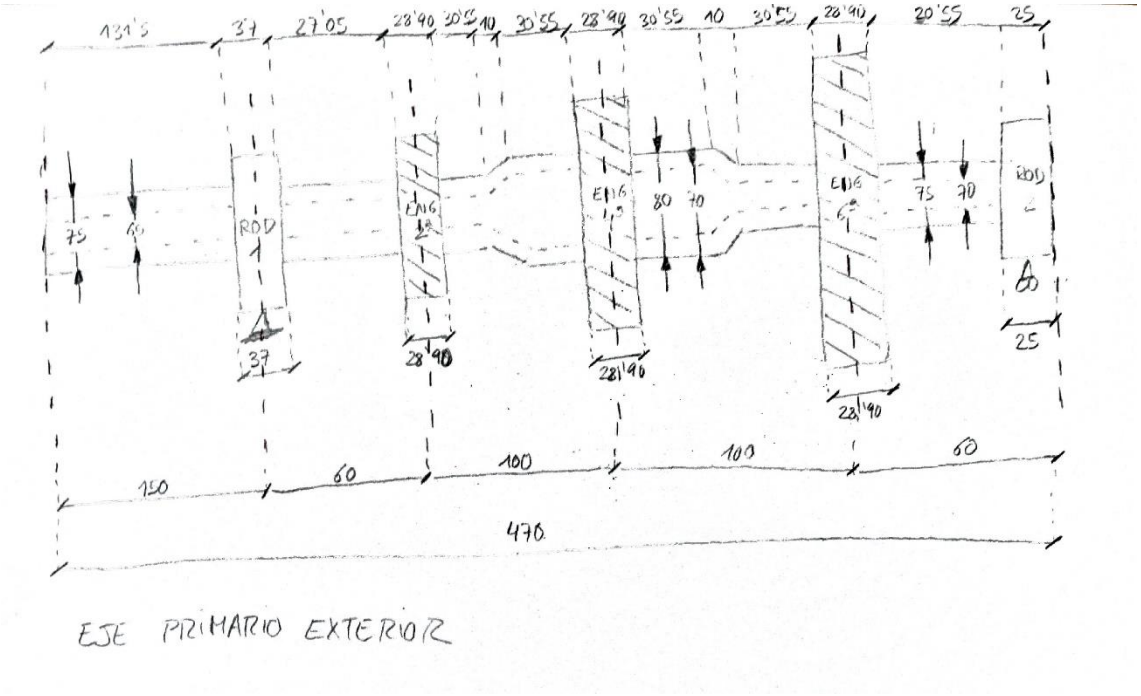


Figura 197. Boceto previo del eje primario exterior.

En este caso se hará todo el eje de una sola revolución, de manera similar a como se ha hecho con el eje primario interior, pero se omitirá la explicación dado que es igual a la anterior. Sí se muestra el croquis utilizado para hacer la revolución en la figura 198, así como el resultado final del eje con las líneas de partición ya hechas en la figura 199.

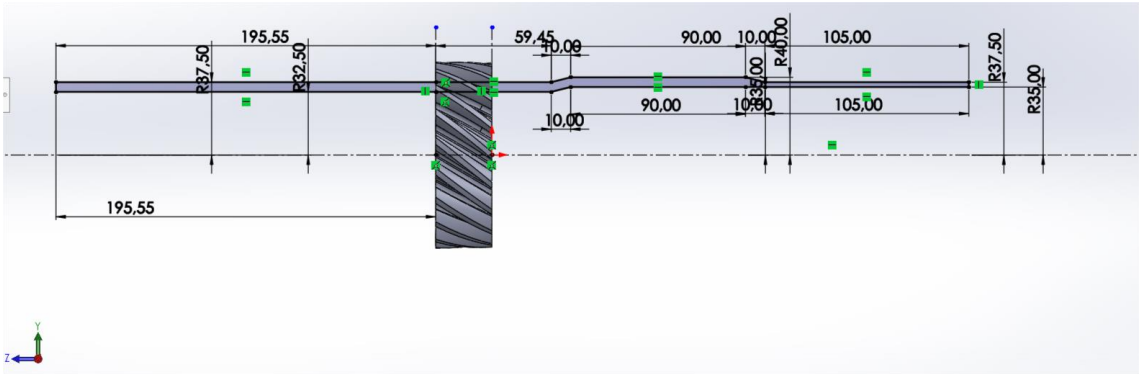


Figura 198. Croquis para revolución del eje primario exterior.

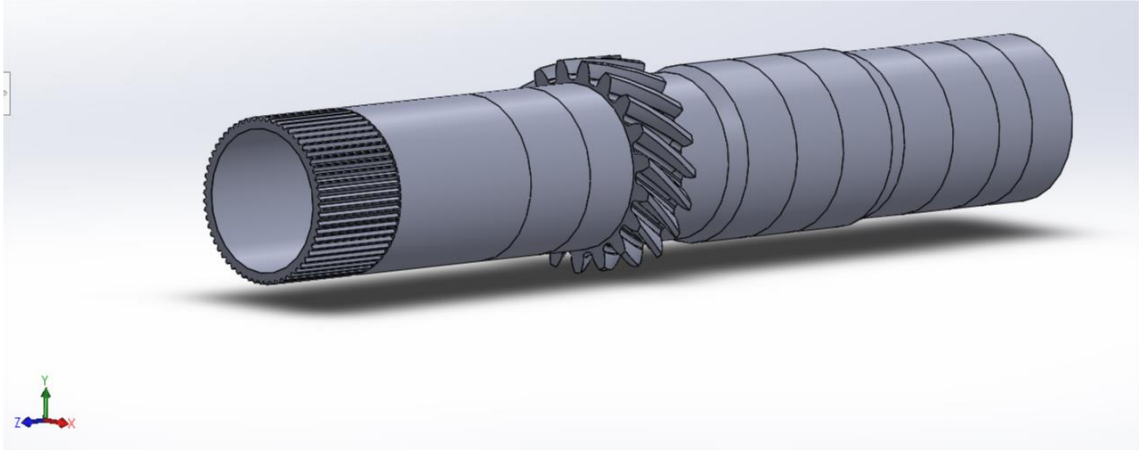


Figura 199. Modelo del eje primario exterior.

En este eje las zonas de partición corresponden en orden de izquierda a derecha a: el rodamiento del primer apoyo, el engranaje de la cuarta velocidad, el engranaje de la sexta velocidad y por último, el rodamiento del segundo apoyo.

6.2.3. EJE SECUNDARIO.

En el eje secundario no hay necesidades de que ningún engranaje vaya tallado en él, así que todos se le añadirán al realizar el ensamblaje.

Las medidas necesarias en este eje fueron las anchuras de los rodamientos, las cuales también se extrajeron del catálogo del fabricante y son las siguientes:

- Rodamiento del apoyo 1: 29 mm.
- Rodamiento del apoyo 2: 46 mm.
- Rodamiento del apoyo 3: 31 mm.

El boceto previo a través del que se dibujó en 3D el eje y que contiene las medidas a utilizar es el de la figura 200.

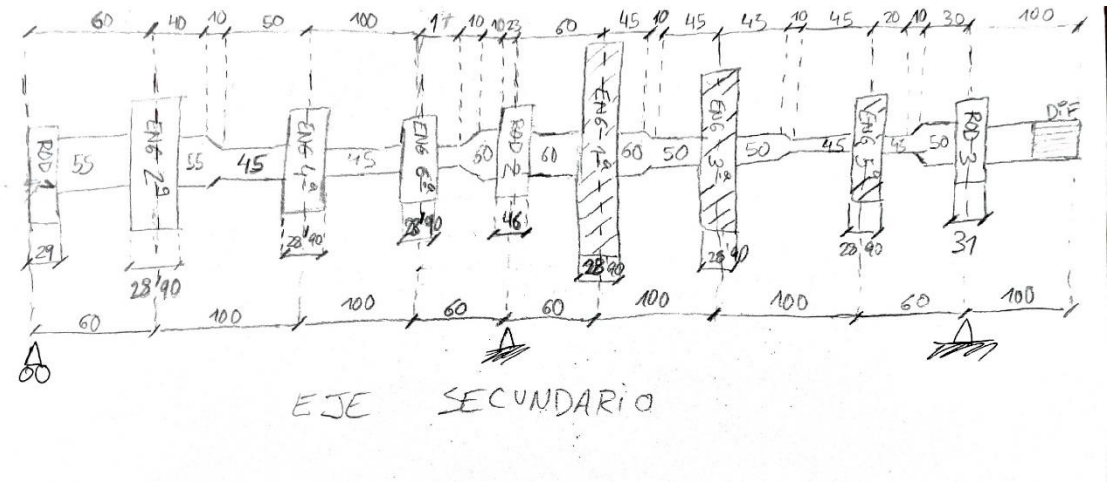


Figura 200. Boceto previo del eje secundario.

El eje secundario también se hará de una sola revolución. El croquis utilizado para hacer dicha operación se encuentra en la figura 201, y el resultado final del eje con las líneas de partición ya hechas en la figura 202. En este eje la zona de conexión al grupo cónico también se ha modelado como un estriado/dentado.

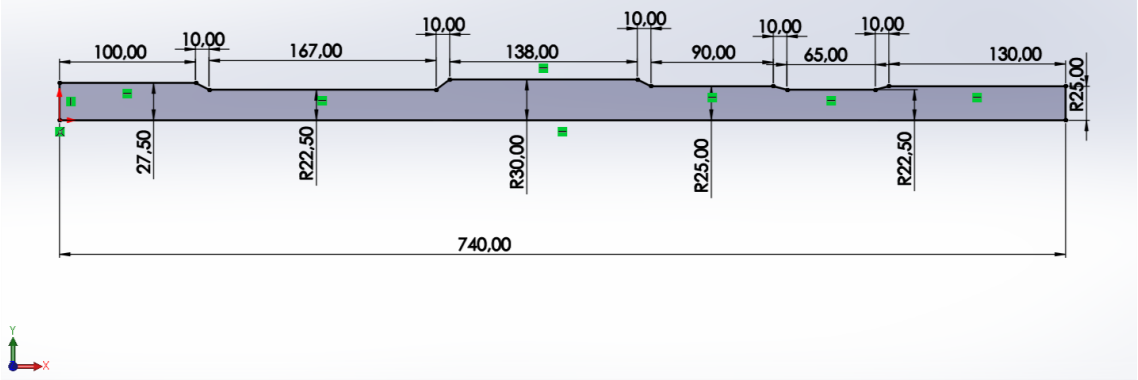


Figura 201. Croquis para revolución del eje secundario.

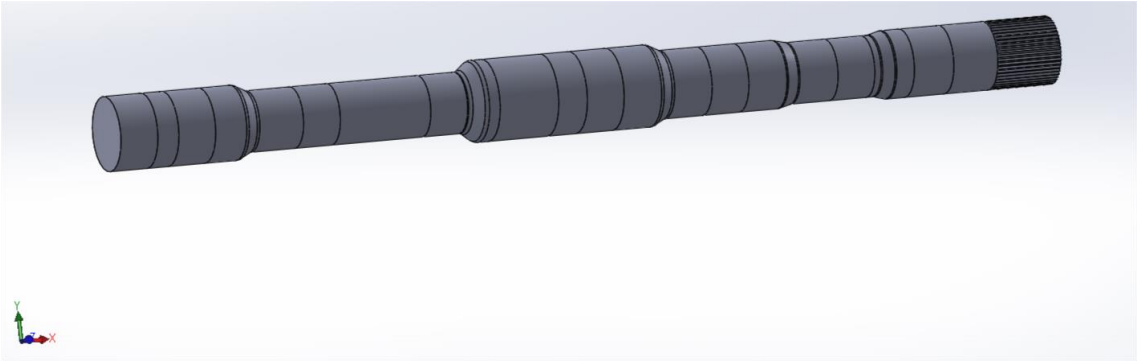


Figura 202. Modelo del eje secundario.

Las zonas de partición corresponden ahora en orden de izquierda a derecha a: el rodamiento del primer apoyo, el engranaje de la segunda velocidad, el engranaje de la cuarta velocidad, el engranaje de la sexta, el rodamiento del segundo apoyo, el engranaje de la primera velocidad, el engranaje de la tercera velocidad, el engranaje de la quinta velocidad y por último, el rodamiento del tercer apoyo.

6.3. ENSAMBLAJE DEL MODELO.

Un archivo de ensamblaje nos permite el montaje de un modelo compuesto por varias piezas.

Para conseguir colocar los ejes en su debida posición se ha diseñado una simple carcasa que además permitirá sujetarlos tras fijar esta carcasa. En la figura 203 se muestra esta pieza, en la cual se han hecho dos agujeros con las medidas de los ejes en la posición en la que va alojada la carcasa, además la distancia entre estos dos agujeros se ha tomado como 147.80 mm, la distancia entre ejes que se calculó en el apartado del dimensionamiento de los engranajes.

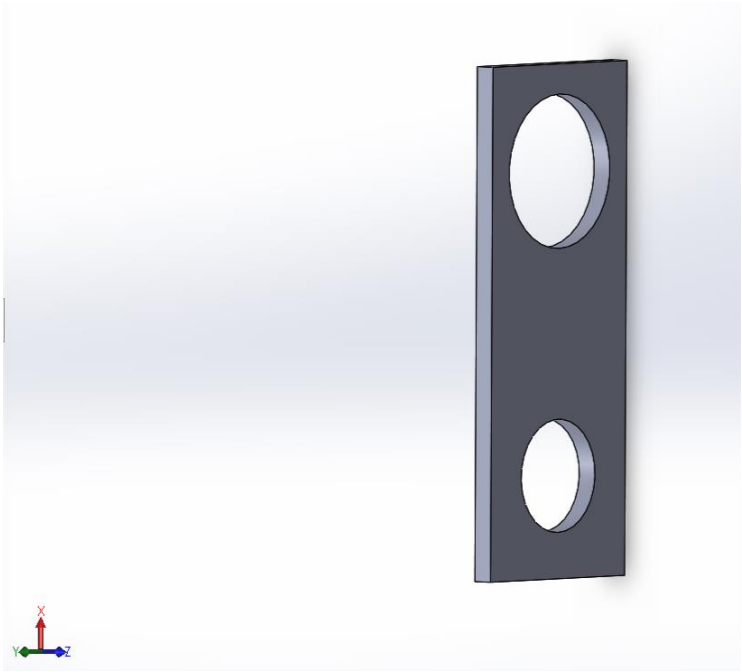


Figura 203. Carcasa para sujeción de los ejes.

Una vez finalizados los 12 engranajes, los tres ejes y la carcasa con la que los posicionaremos, se procede a juntar las piezas en su debida posición.

En primera instancia se insertarán al ensamblaje únicamente los tres ejes y la carcasa. Se intentarán poner las piezas en una posición aproximadamente correcta, aunque no es algo imprescindible, pues posteriormente las fijaremos y posicionaremos correctamente con relaciones de posición. La figura 204 es la situación donde las piezas han sido recién insertadas en el ensamblaje.

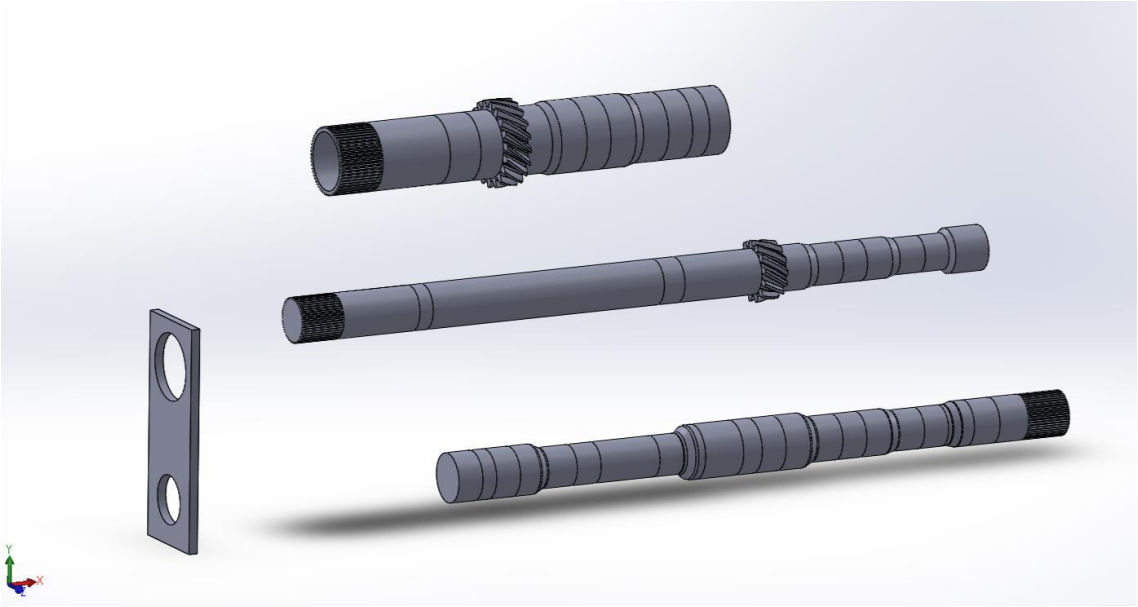


Figura 204. . Ejes y carcasa insertados en ensamblaje.

Para evitar que el modelo se esté desubicando continuamente de los ejes globales del ensamblaje, daremos una relación de posición de paralelismo entre el alzado del eje primario interior y el perfil del ensamblaje. En la figura 205 se aprecia esta operación.

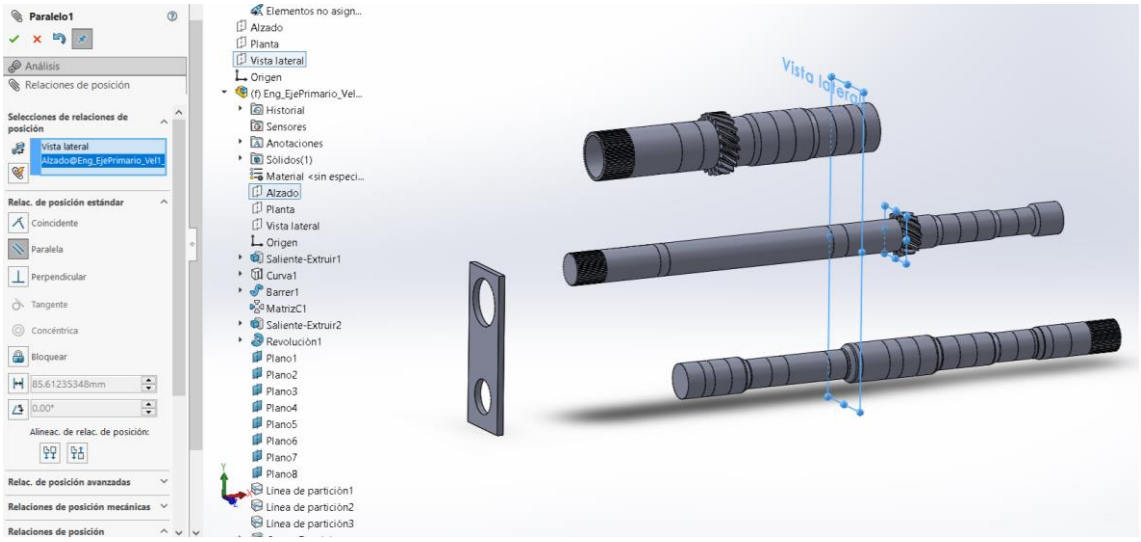


Figura 205. Relación de posición de paralelismo entre eje y ensamblaje.

A continuación podemos ir añadiendo los engranajes, y para evitar confusión en la colocación de los mismos, se irán posicionando nada más añadirlos. El posicionamiento de estos se hará con la relación de posición de coincidencia entre las caras de los engranajes y las líneas de partición hechas en los ejes, tal y como se ve en la figura 206, en la cual se coloca el engranaje de la primera velocidad sobre el eje secundario.

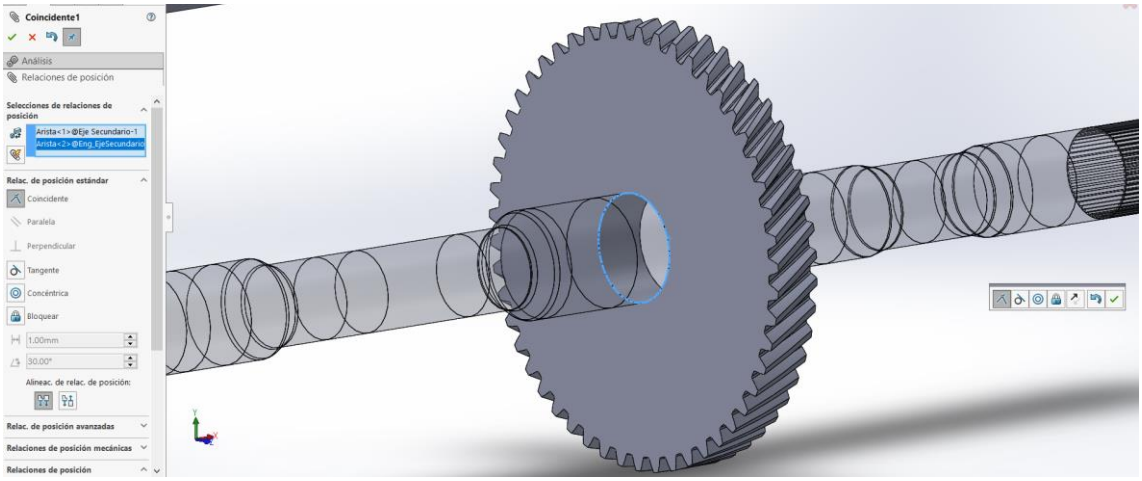


Figura 206. Relación de posición de coincidencia entre línea de partición y arista circular del engranaje.

El proceso para los demás engranajes es el mismo, teniendo cuidado de posicionarlos correctamente en el lugar que les corresponde. Por esta razón se omite el posicionamiento de cada uno de ellos y se muestra directamente en la figura 207 los ejes con todos los engranajes posicionados.

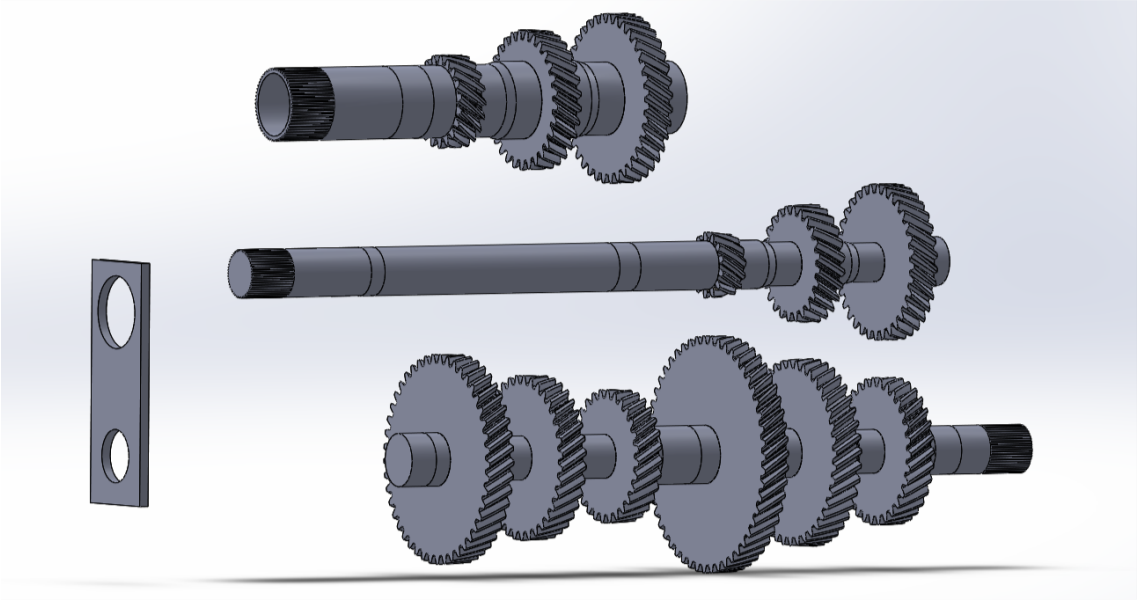


Figura 207. Engranajes posicionados sobre los ejes.

Seguidamente deberemos posicionar horizontalmente los engranajes, para ello bastará con exigir una relación de posición de coincidencia entre las caras de la misma pareja de engranajes. Lo haremos con la pareja de engranajes de la quinta velocidad para el posicionamiento entre eje primario interior – eje secundario, y con la pareja de la sexta velocidad para el posicionamiento eje primario exterior – eje secundario, aunque bien podría ser con cualquier otra pareja de ellos.

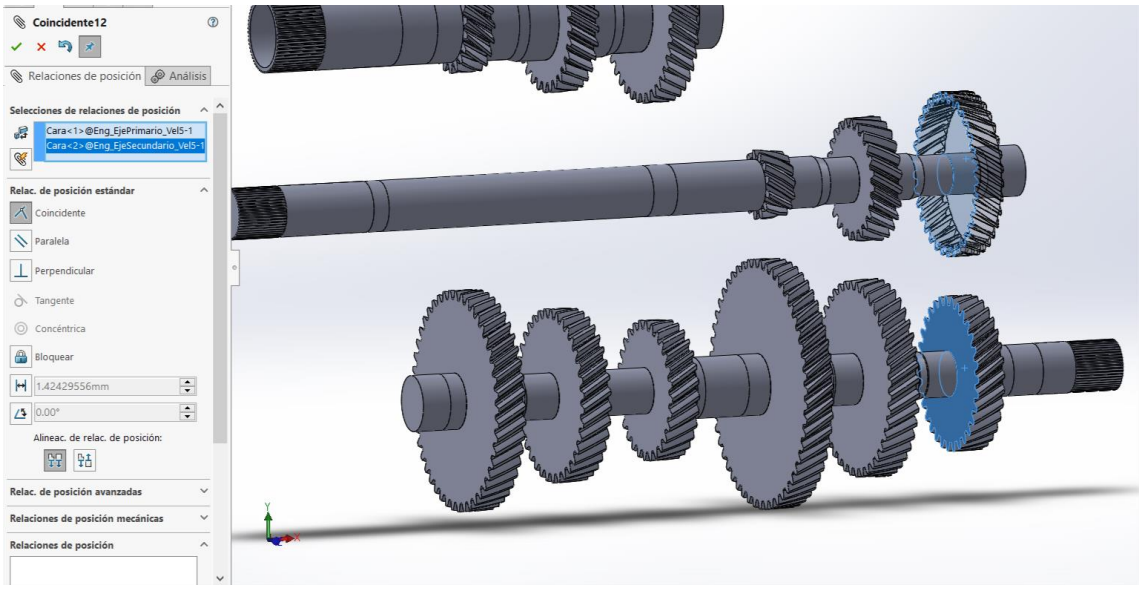


Figura 208. Relación de posición de coincidencia entre caras de engranajes de la misma pareja.

El siguiente paso será posicionar concéntricamente el eje primario interior y el eje primario exterior, de manera que el primero quede dentro del segundo. En la figura 209 se muestra la relación de posición de concentricidad usada, en la que se utilizó una de las líneas de partición del eje primario interior y la arista interior del eje primario exterior como entidades para hacer concéntricas.

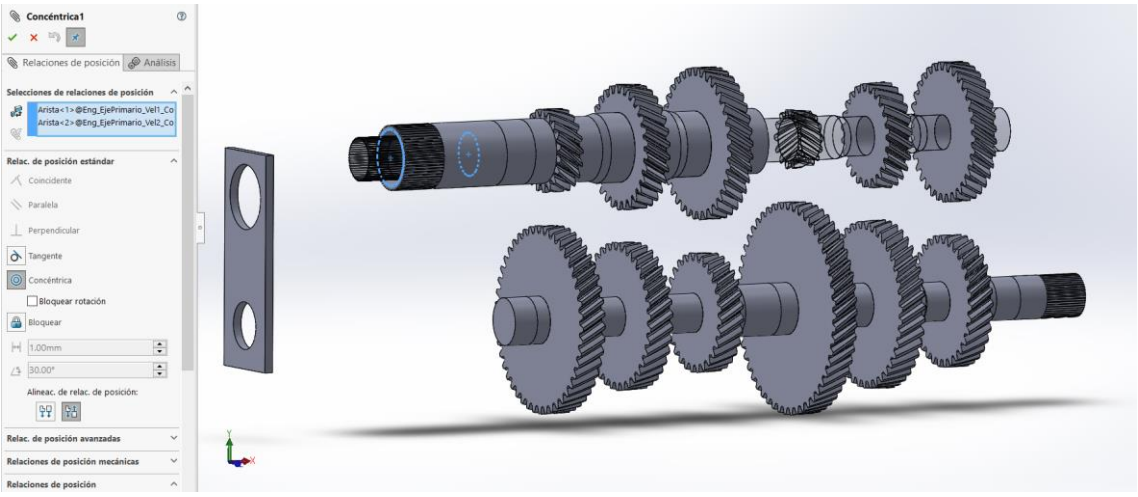


Figura 209. Relación de posición de concentricidad entre los ejes primarios interior y exterior.

Finalmente solo queda juntar los ejes hasta que tenga la distancia entre ejes correcta, esto lo haremos mediante la carcasa, que como ya se ha comentado, tiene ya hechos los agujeros a la distancia correcta. Esto significa que sin más que dar una relación de posición de concentricidad entre los agujeros realizados en la carcasa y los ejes, estos últimos ya quedarán correctamente posicionados. El resultado tras esta operación es el mostrado en la figura 210, en la cual solo faltaría reposicionar los engranajes con el cursor del ratón girándolos para evitar así que interfieran.

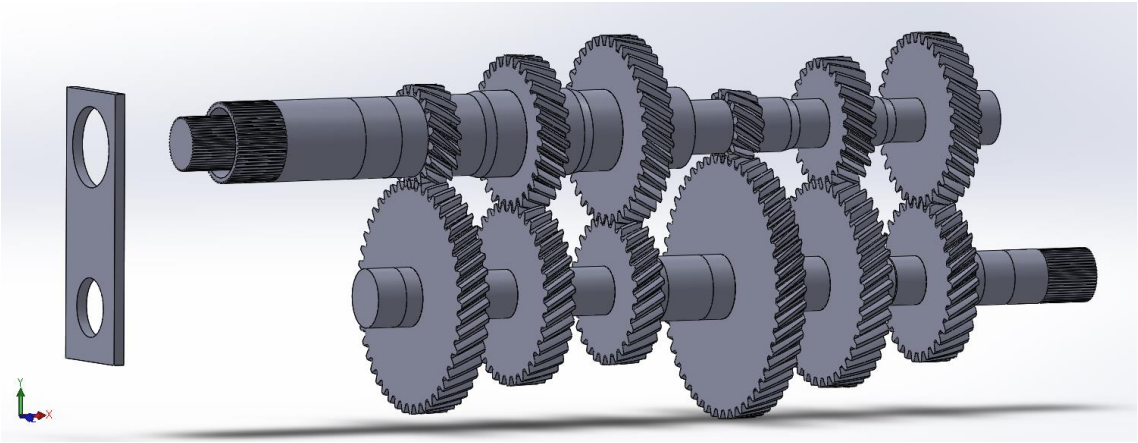


Figura 210. Posición correcta de los ejes.

Para poder colocar correctamente los engranajes previamente fijaremos la carcasa, y después ya podremos girar los engranajes hasta una posición de no interferencia, como se ve en la figura 211. Finalmente se ocultará la carcasa y ya podremos visualizar el modelo final ensamblado.

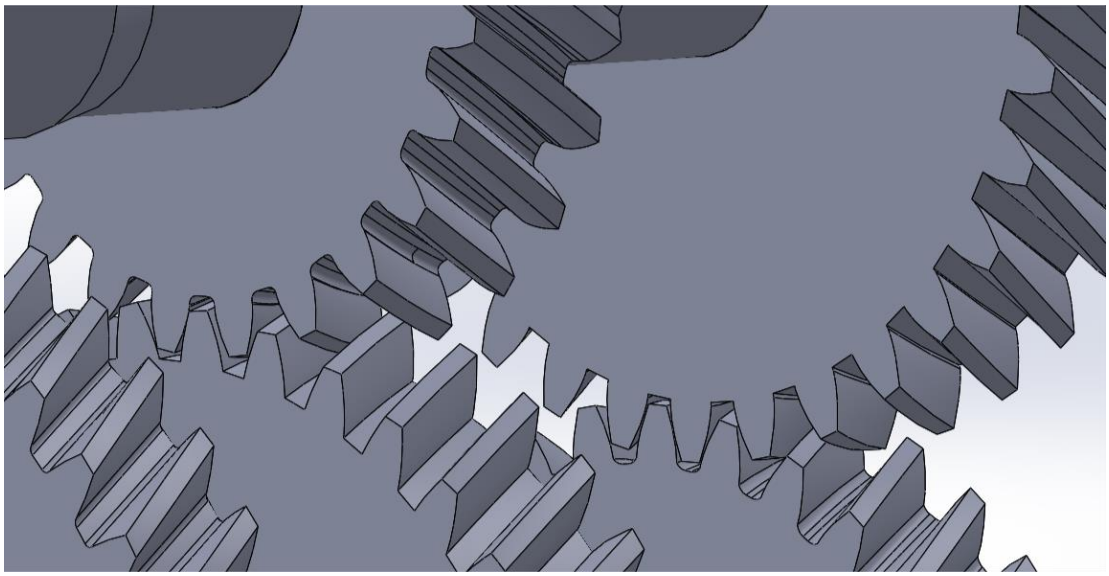


Figura 211. Posición de no interferencia entre los dientes.

En las siguientes figuras se muestra el ensamblaje final en distintas vistas.

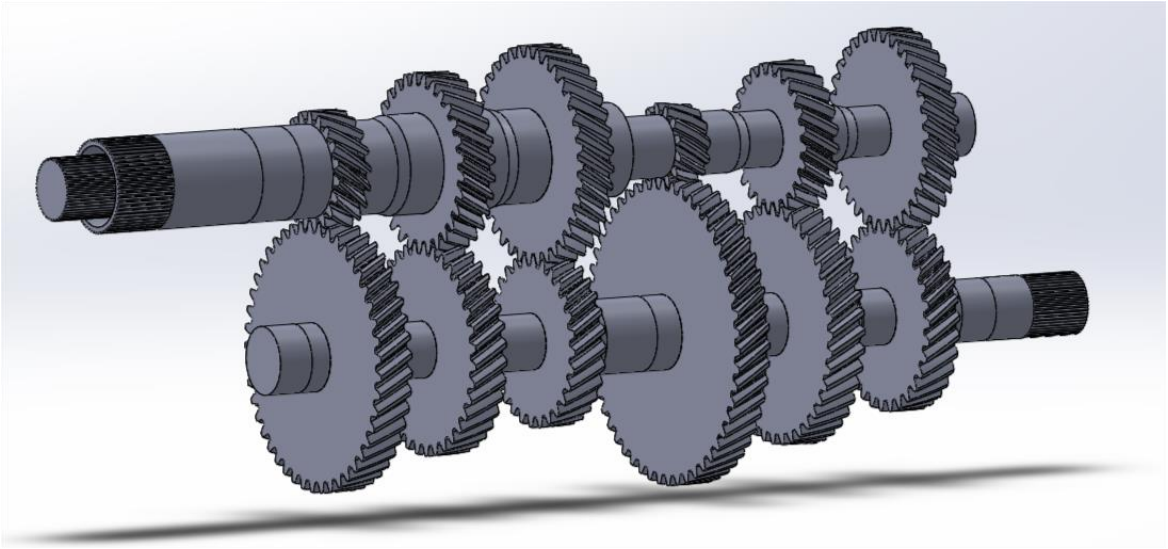


Figura 212. Vista delantera del ensamblaje en perspectiva.

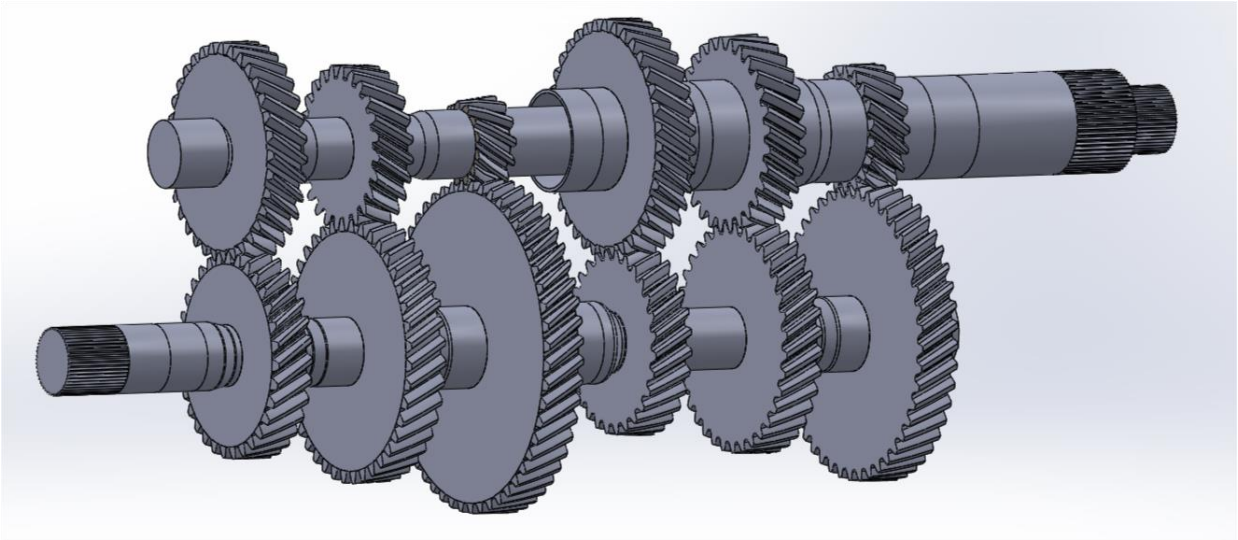


Figura 213. Vista trasera del ensamblaje en perspectiva.

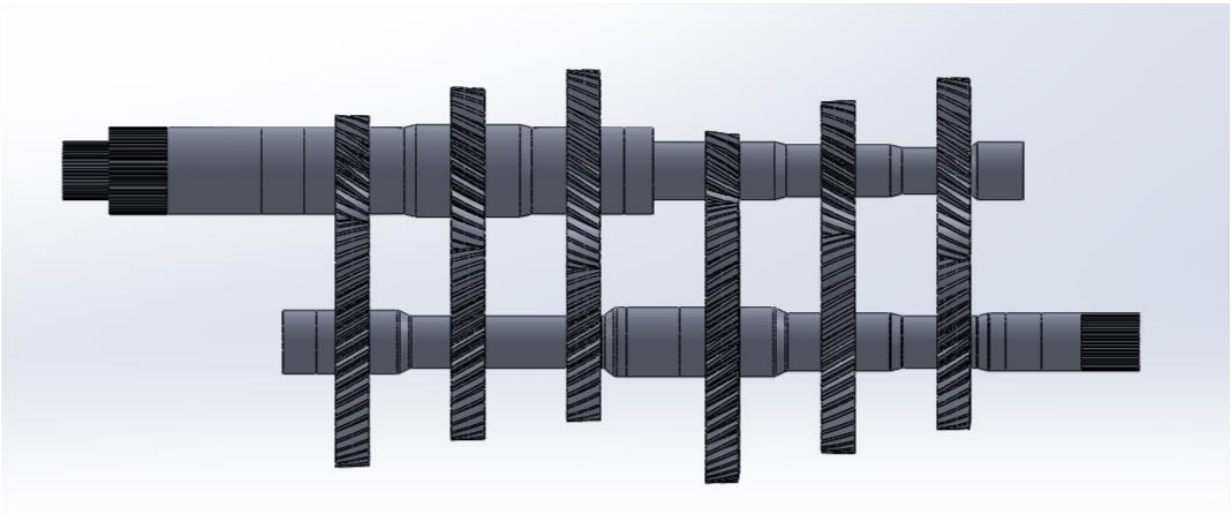


Figura 214. Vista lateral del ensamblaje.

6.4. SIMULACIÓN

El objetivo de esta parte es la simulación del funcionamiento del conjunto, así como la comprobación de las tensiones generadas en los engranajes, de tal manera que se pueda visualizar como se distribuyen estas a lo largo de los engranajes y ejes. Debido al alto coste computacional y tiempo que supone la simulación de todo el modelo creado previamente con el ensamblaje, solamente se va a analizar el contacto entre una pareja de engranajes, la de la primera velocidad, dado que esta supone las condiciones de marcha más desfavorables.

Para ello se deberá crear un nuevo modelo siguiendo el procedimiento explicado al crear el ensamblaje, solo que ahora los ejes deberán portar únicamente la pareja de engranajes de la primera velocidad. La figura 215 muestra el nuevo modelo creado para realizar la simulación.

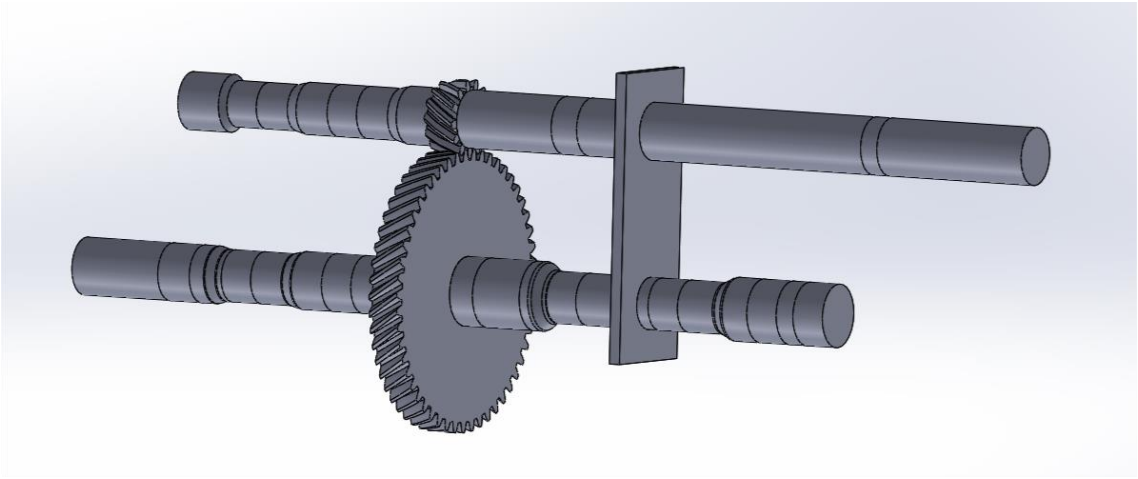


Figura 215. Modelo creado para simulación.

En este modelo la carcasa se ha fijado en los ejes, pero no es motivo de preocupación ya que después la excluiremos del análisis. También es importante connotar que se han omitido las zonas de conexión al embrague y grupo diferencial, ya que no son motivo de este análisis y ralentizarían en exceso la simulación.

Lo primero que hubo que hacer fue crear un nuevo estudio. Dentro de los diferentes estudios que nos proporciona el programa SolidWorks, se ha escogido un estudio no lineal, ya que un estudio lineal no es capaz de captar las grandes deformaciones elasto-plásticas que se producen en este modelo, y que dan lugar a que el contacto no sea sobre una línea o punto, sino que se produzca sobre una superficie, y por tanto las tensiones de contacto o de Hertz obtenidas no sean las correctas.

El análisis no lineal calcula las tensiones y deformaciones de los productos con condiciones de materiales y carga más generales para: cargas dinámicas (dependientes del tiempo), grandes deformaciones de componentes o materiales no lineales que superan el punto de elasticidad. Para ello, en el análisis no lineal se aplica la carga de poco a poco, actualizando los contactos, resultando así más preciso que un análisis estático lineal, el cual aplica la carga de una sola vez y no actualiza los contactos por tanto.

Una vez que se tiene iniciado el estudio aparece debajo del árbol de operaciones los requisitos del modelo necesarios para poder ejecutarlo, como se ve en la figura 216. Será por tanto necesario definir un material para cada una de las piezas, los contactos entre dichas piezas, las sujeciones o restricciones de movimiento, las cargas a las que se ven sometidas las piezas y por último la malla necesaria para la resolución del modelo por elementos finitos.

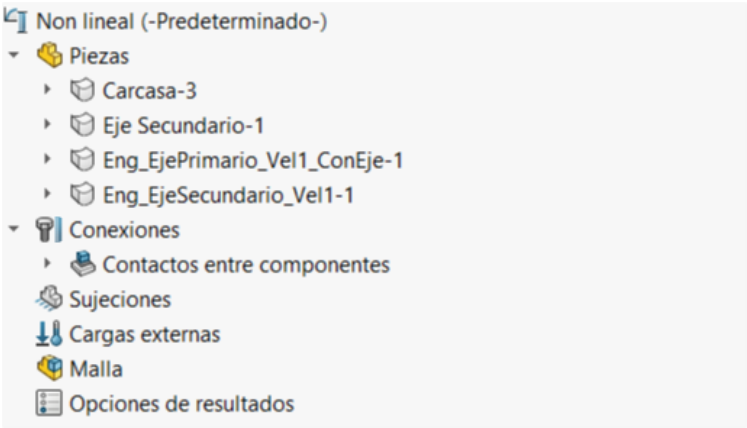


Figura 216. Requisitos de ejecución de modelo.

Empezaremos por aplicar los materiales correspondientes a las piezas. Dado que SolidWorks no dispone en su biblioteca de materiales los que hemos utilizado nosotros será necesario crearlos. Para el eje secundario se aplicará el acero AISI 4340 del que se habló en el apartado de dimensionamiento de los ejes. Para los dos engranajes se usará el correspondiente acero F-156. En el eje primario interior, dado que tiene que ir sólido con el piñón de la primera velocidad por los motivos expuestos con anterioridad se le aplicará también el acero F-156, de unas características peores que las del acero del que realmente se le asignó en el dimensionamiento de los ejes; así todo resultado que salga con ese eje será mejorado con su material correctamente asignado.

Las figuras 217 y 218 muestran las características de los materiales personalizados creados en SolidWorks, donde simplemente se cambiaron los valores del límite de tracción y el límite elástico.

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	205000	N/mm^2
Coeficiente de Poisson	0.32	N/D
Módulo cortante	80000	N/mm^2
Densidad de masa	7850	kg/m^3
Límite de tracción	931	N/mm^2
Límite de compresión		N/mm^2
Límite elástico	588	N/mm^2
Coeficiente de expansión térmica	1.23e-05	/K
Conductividad térmica	44.5	W/(m·K)

Figura 217. Propiedades del material AISI 4340.

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	205000	N/mm^2
Coeficiente de Poisson	0.32	N/D
Módulo cortante	80000	N/mm^2
Densidad de masa	7850	kg/m^3
Límite de tracción	1176	N/mm^2
Límite de compresión		N/mm^2
Límite elástico	411.6	N/mm^2
Coeficiente de expansión térmica	1.23e-05	/K
Conductividad térmica	44.5	W/(m·K)

Figura 218. Propiedades del material F-156, acero de cementación.

Para la carcasa, como ya hemos apuntado anteriormente, no será necesario proveerla con un material dado que la excluiremos del análisis, esto se hace clicando con el botón derecho sobre la pieza y seleccionando la opción "Excluir de análisis".

Cuando ya se ha dotado a las piezas de un material, estas aparecen con un tic verde sobre el árbol de la izquierda y además se produce un cambio de color en pantalla de las mismas.

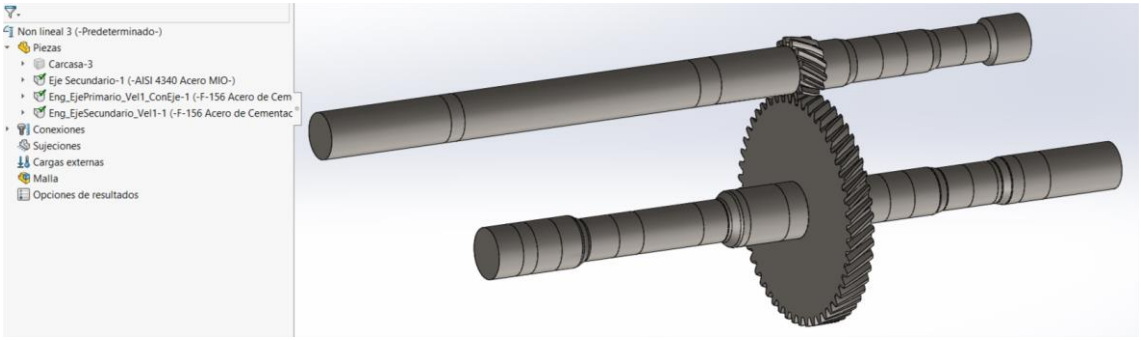


Figura 219. Modelo con material aplicado.

El siguiente elemento requerido son las conexiones entre componentes. Se ha utilizado un contacto global entre componentes de "Unión rígida", exceptuando el caso de los dos engranajes, entre los cuales se ha hecho uso de un contacto "Sin penetración" entre las caras de los engranajes que contactan.

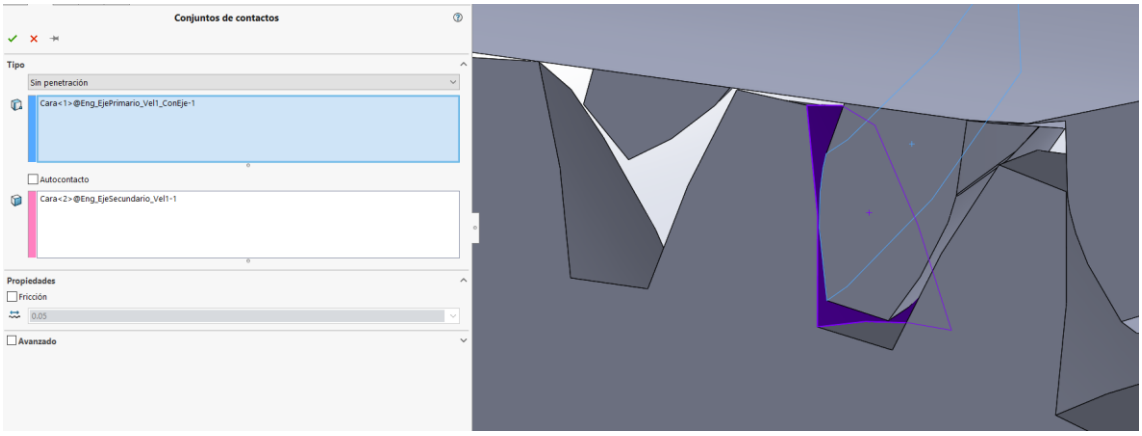


Figura 220. Contacto "Sin penetración" entre caras de los dientes.

Tras definir las conexiones entre componentes se provee a los ejes de las sujeciones, es decir, de las restricciones al movimiento en los apoyos de los mismos, que vienen impuestas por los rodamientos.

Si se clica con el botón derecho del ratón sobre "Sujeciones" aparece la opción "Sujeciones avanzadas". Es desde aquí desde donde daremos las correspondientes sujeciones en las zonas de los ejes reservadas para los rodamientos. Para conseguir las sujeciones con restricción de movimiento radial se clicará en "Sobre caras cilíndricas" > "Traslaciones" > "Radial" y se escribirá 0 mm, esto se aplica para todas las zonas que conforman los apoyos que absorben únicamente carga radial. El proceso descrito se encuentra en la figura 221.

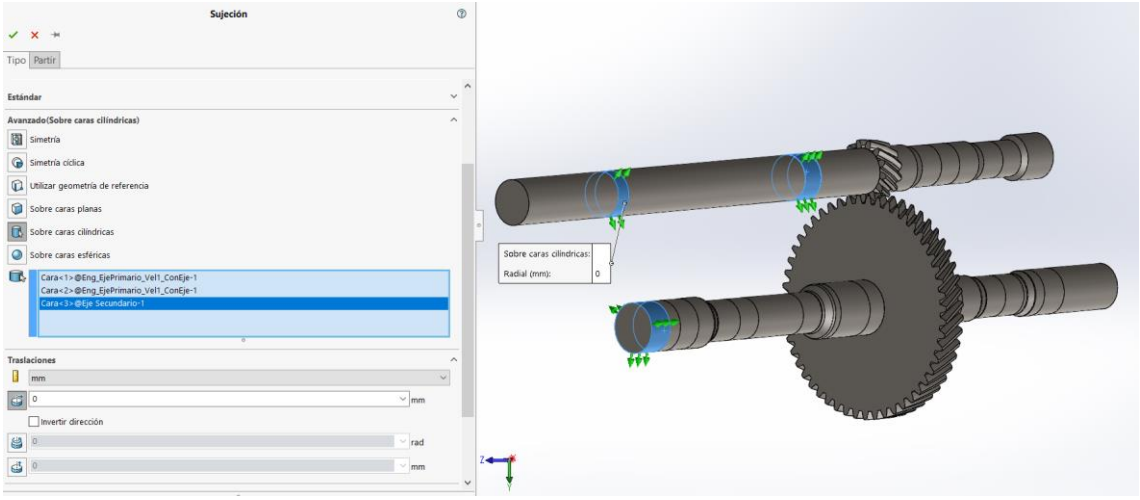


Figura 221. Sujeción con restricción de desplazamiento radial.

Para los apoyos que absorben tanto carga radial como axial se utilizará el mismo proceso sin más que añadir también 0 mm de traslación en la opción "Axial", como se ve en la figura 222.

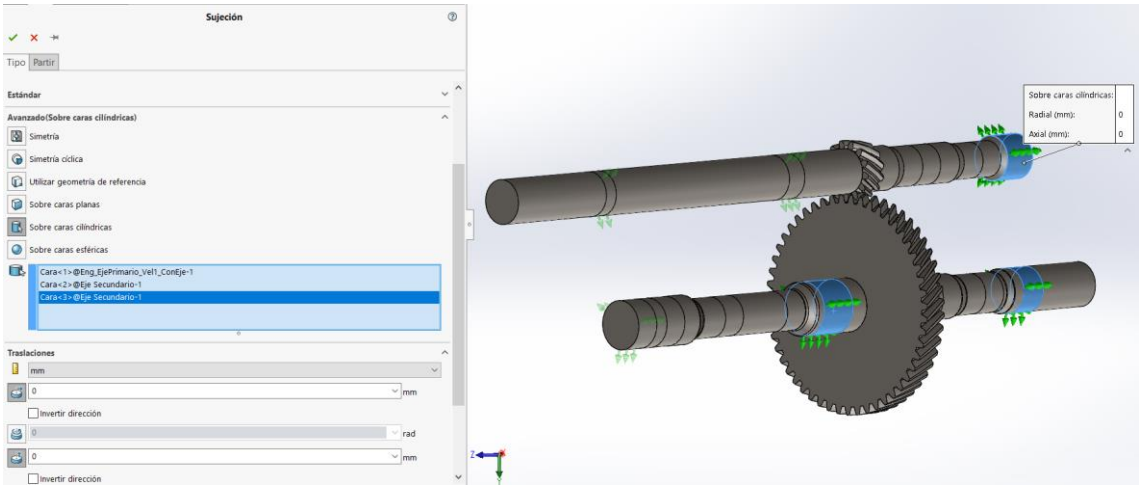


Figura 222. Sujeción con restricción de desplazamiento radial y axial.

Para simular la resistencia que ofrecen las ruedas, que es transmitida al grupo cónico, se ha utilizado una sujeción de geometría fija sobre la parte final o salida del eje secundario.

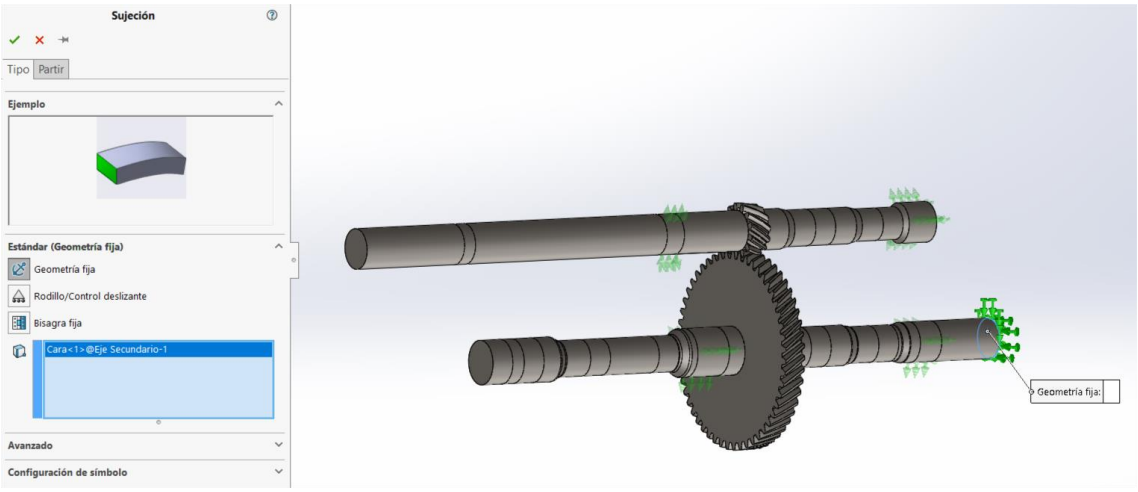


Figura 223. Sujeción de geometría fija.

La situación final de las sujeciones es la de la figura 224.

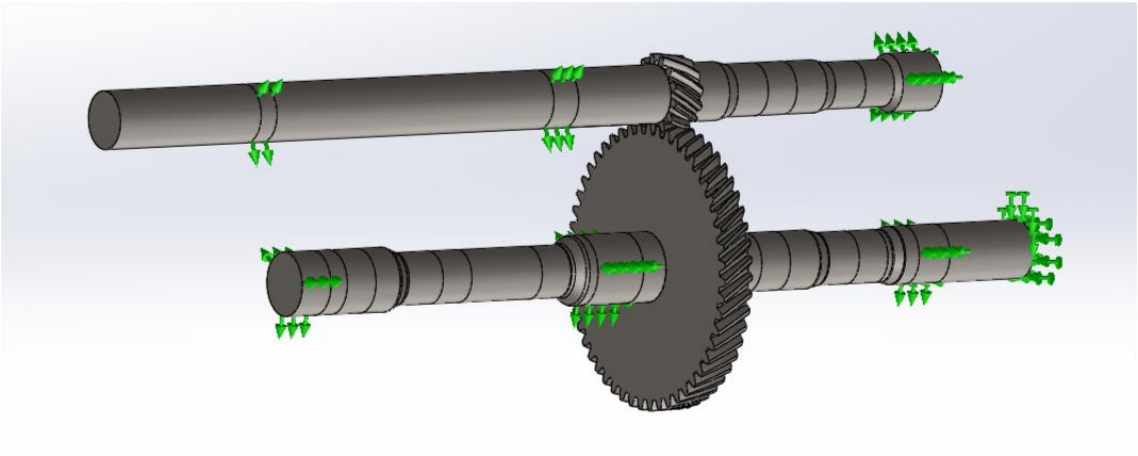


Figura 224. Modelo con sujeciones.

El siguiente paso es añadir las cargas, será necesario aplicar un momento torsor de 392 Nm en sentido horario sobre la entrada del eje primario interior, que es donde se realiza la conexión al embrague y desde donde viene el par motor. La aplicación del par se ha hecho a través de una curva temporal, con la cual se ha aplicado el par de manera gradual. Esta curva se ha definido a través de 6 puntos, los cuales corresponden a 6 instantes distintos de la simulación, terminando en el instante final con el par motor de 392 N*m. El valor de torsión de la casilla derecha se dejará en la unidad, ya que este es una constante que multiplica a la curva de par definida.

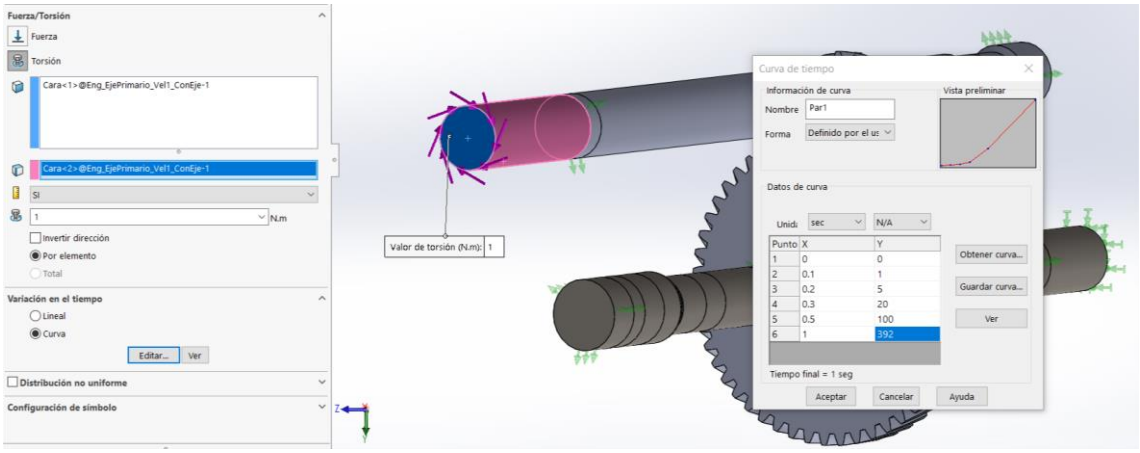


Figura 225. Aplicación de carga de torsión.

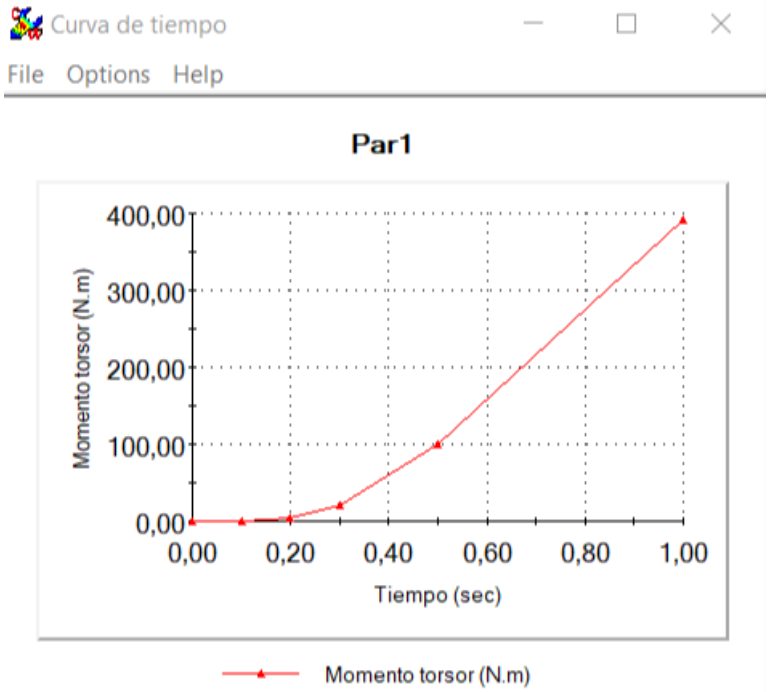


Figura 226. Curva temporal de par definida.

Con esto el modelo queda ya preparado para crear la malla como se puede ver en la figura 227.

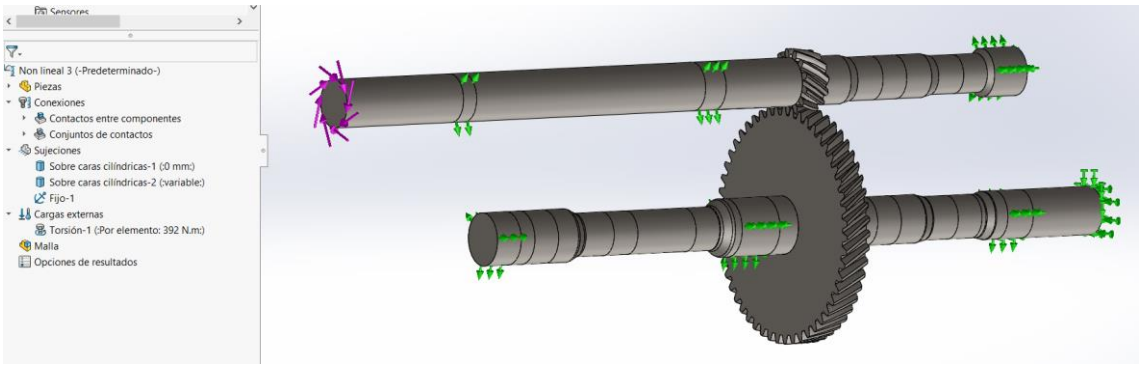


Figura 227. Modelo con carga de torsión.

El último requisito anterior a la ejecución del modelo es el de crear la malla. Las limitaciones en coste computacional y tiempo de cálculo que podría requerir la utilización de una malla fina han sido claves para la creación de la misma. De este modo se ha aplicado una malla basada en curvatura de tamaño intermedio en la mayor parte del modelo, donde no se requiere de tanta precisión en los resultados. En zonas conflictivas, como puede ser la del contacto entre los engranajes, se ha aplicado un control de mallado como se ve en la figura 228, el cual nos permite afinar el tamaño de la malla en una determinada zona del modelo.

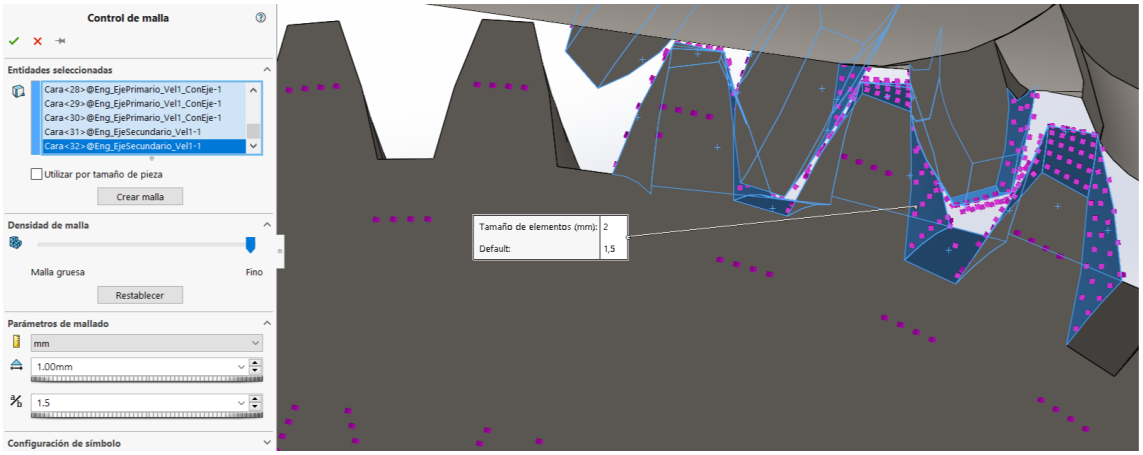


Figura 228. Caras y parámetros del control de mallado.

La malla resultante utilizada para la resolución del modelo puede apreciarse en las figuras 229 y 230.

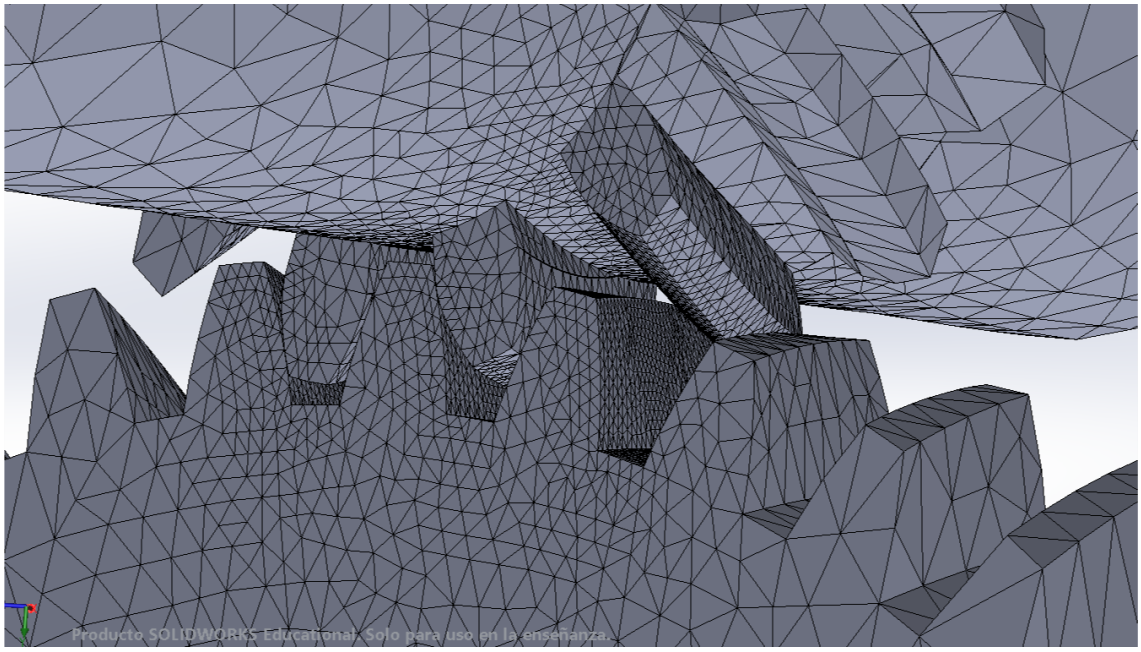


Figura 229. Control de mallado en los dientes de los engranajes.

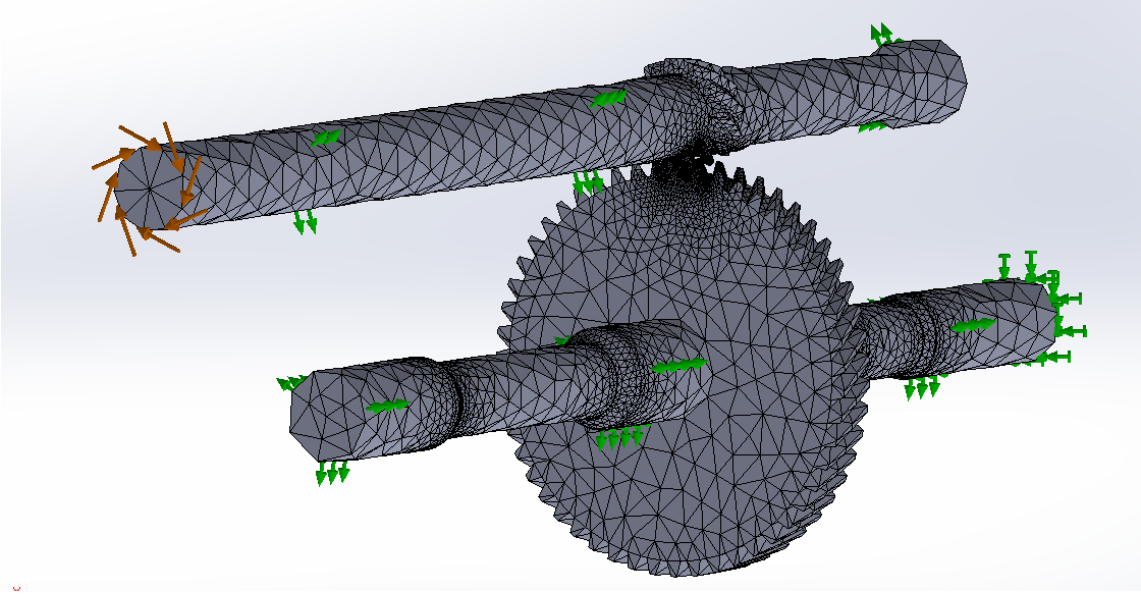


Figura 230. Mallado del modelo.

Los resultados arrojados al ejecutar el modelo se muestran en los figuras venideras.

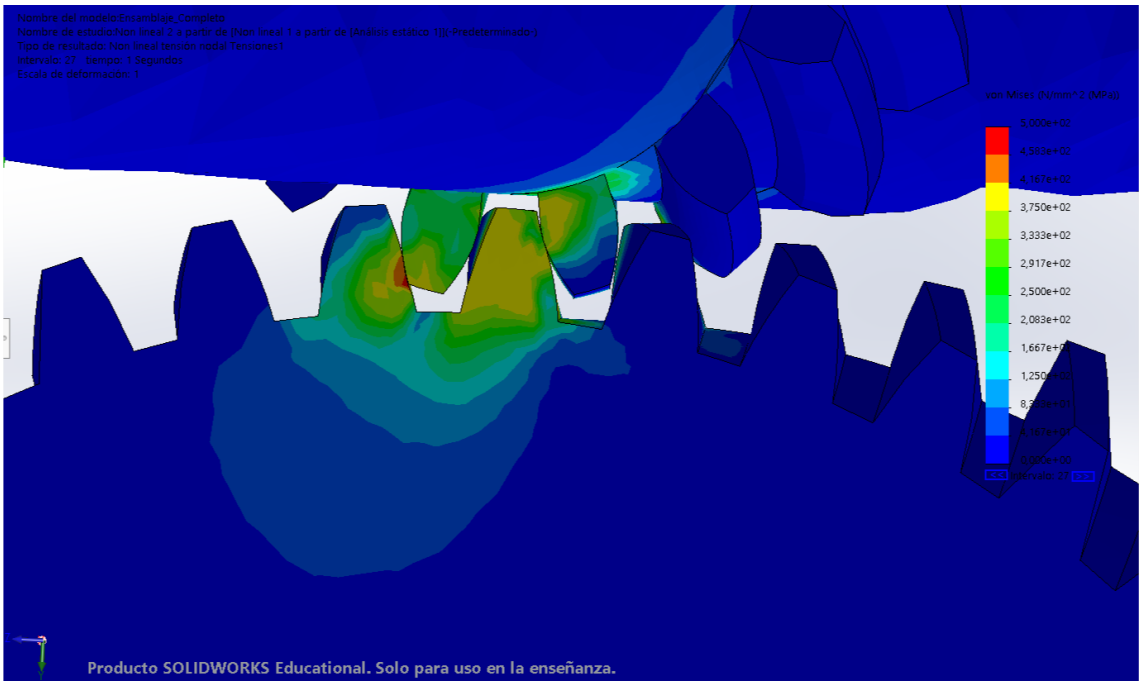


Figura 231. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad (1).

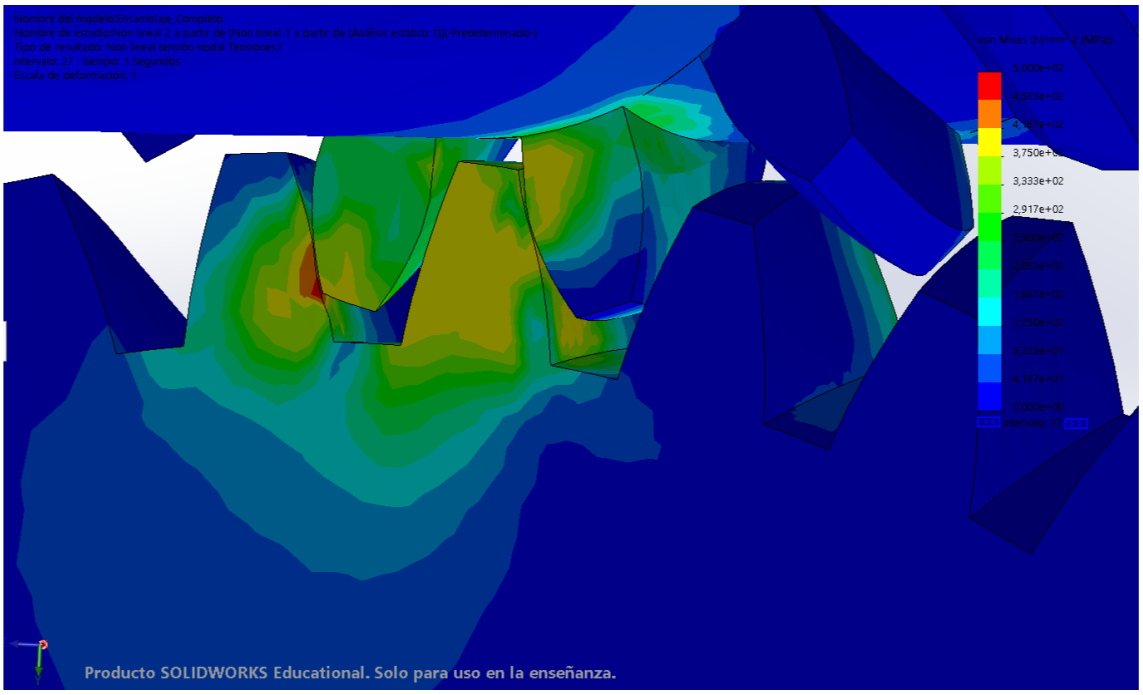


Figura 232. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad (2).

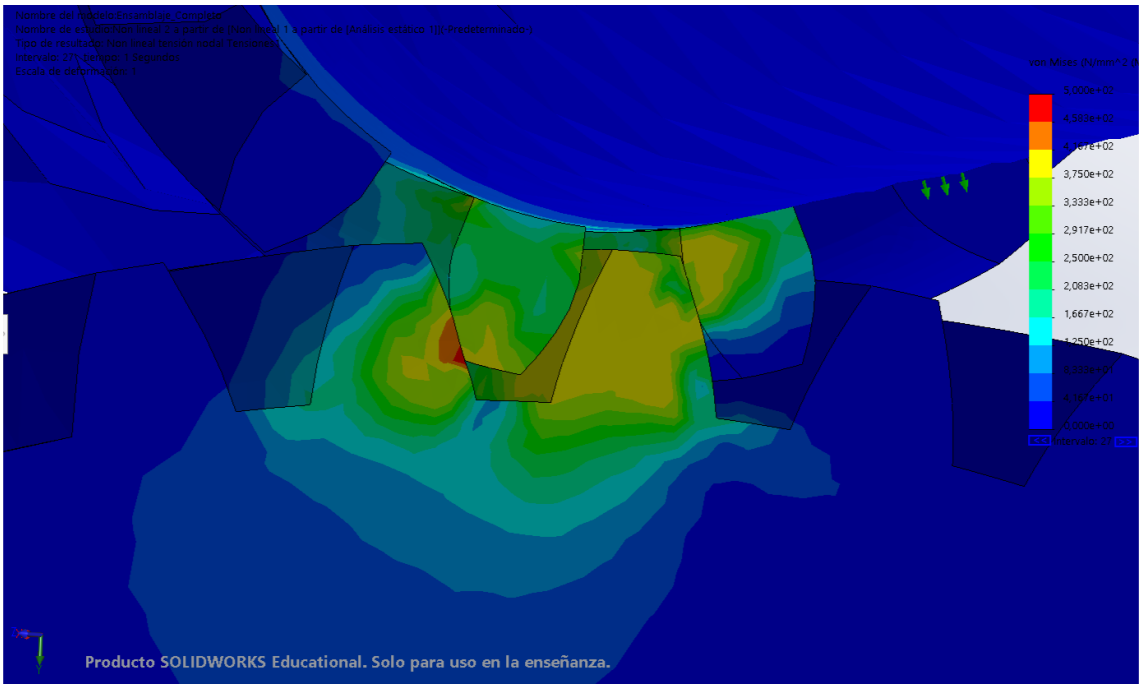


Figura 233. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad (3).

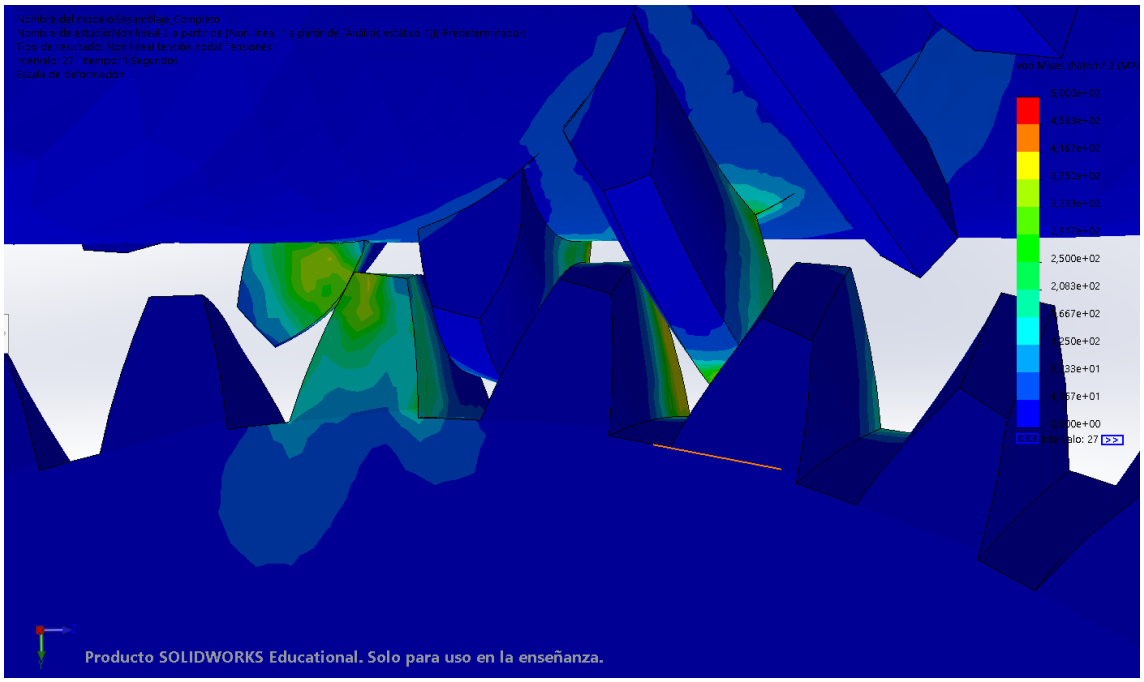


Figura 234. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad (4).

La dificultad de simular correctamente el contacto, así como las limitaciones de malla por coste computacional impidieron obtener las tensiones de contacto o de Hertz esperadas que se calcularon al dimensionar los engranajes.

No obstante de estos resultados se pueden extraer algunas conclusiones importantes, como por ejemplo que tal y como habíamos comentado previamente, la carga se divide entre varios dientes al tratarse de engranajes helicoidales. Se comprueba a su vez que las zonas con mayores solicitaciones son aquellas en las que se produce el contacto entre los dientes.

Otra observación interesante es, como se mencionó en el cálculo resistente de los engranajes, que el comportamiento de los dientes frente a las solicitaciones es análogo al de una viga empotrada en voladizo. Además en alguna de las capturas aportadas, se puede ver el comportamiento típico de los dientes helicoidales, donde la carga se va repartiendo a lo largo de la anchura del diente, gradualmente conforme se produce el contacto.

También se aportan las figuras 235 y 236, las cuales muestran el mapa de tensiones en el modelo completo, pudiéndose así observar estas en los ejes y engranajes. En los ejes los resultados obtenidos sí que son acordes con los esperados y obtenidos en el apartado del dimensionamiento de los mismo. Todas las secciones resisten adecuadamente, si bien se observa que las mayores tensiones de Von Mises aparecen en las zonas con un menor diámetro.

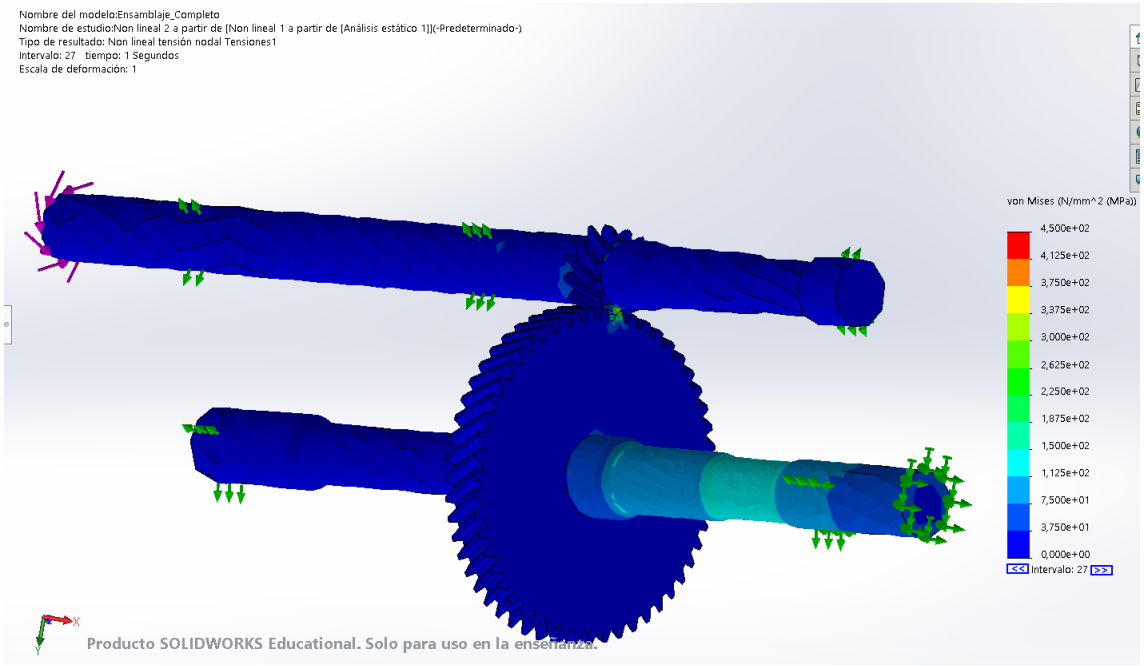


Figura 235. Mapa de tensiones el modelo (1).

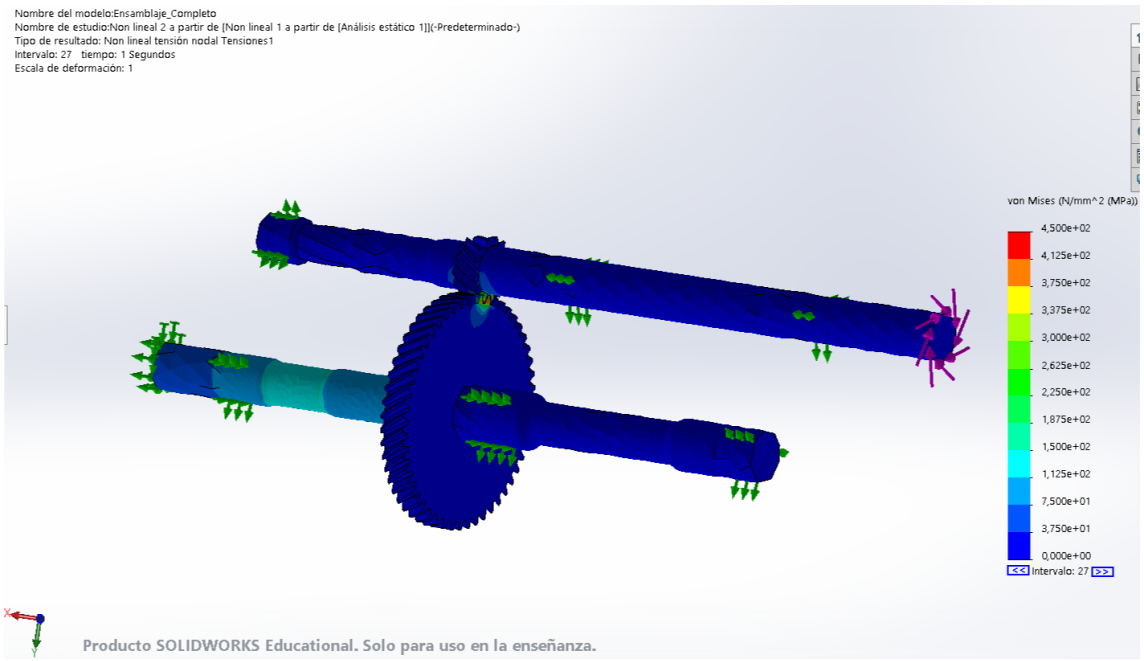


Figura 236. Mapa de tensiones el modelo (2).

HOJAS EXCEL

En este apartado se aportan algunas capturas de las hojas Excel utilizadas en la resolución de este trabajo, y se comenta rápidamente los resultados que han permitido obtener.

PRESTACIONES

El análisis prestacional del vehículo se realizó con esta hoja Excel, permitiéndonos, a partir de los datos del vehículo, obtener entre otras cosas curvas de fuerzas motrices, curvas de dientes de sierra y tiempos de aceleración.

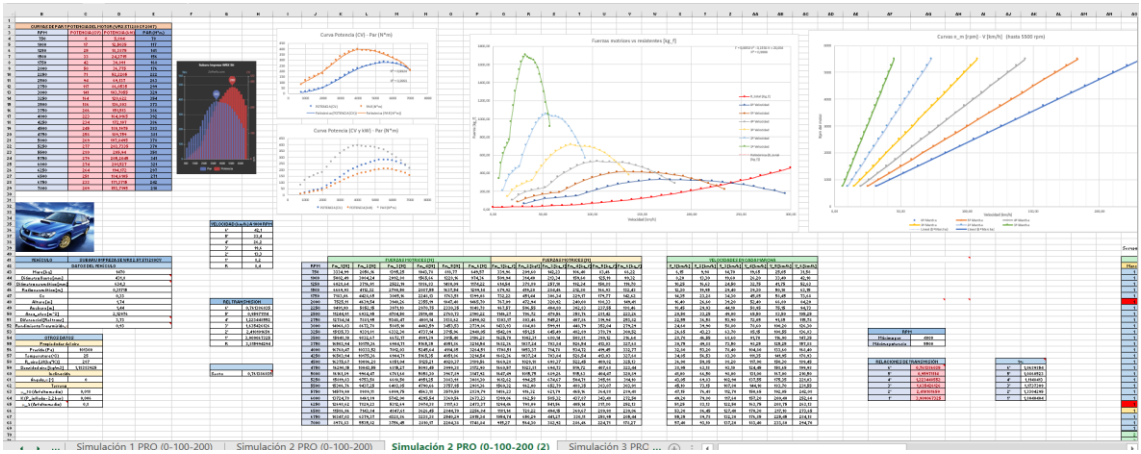


Figura 237. Hoja Excel de prestaciones (1).

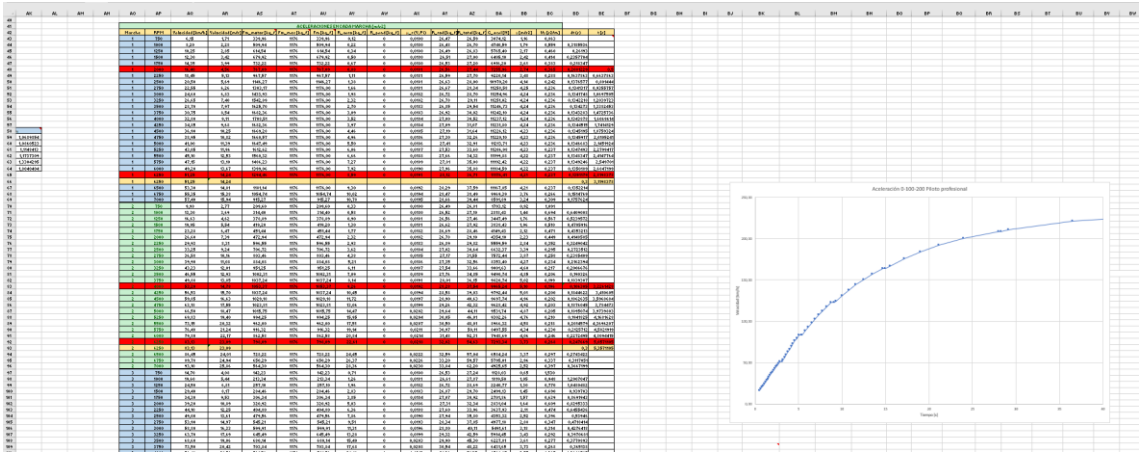


Figura 238. Hoja Excel de prestaciones (2).

DIMENSIONAMIENTO DE LOS ENGRANAJES

Esta hoja Excel permitió realizar el cálculo a flexión y a desgaste de los engranajes, obteniendo como resultado final los diversos parámetros y dimensiones que los definen. Con ella también se obtuvieron las solicitaciones que producen estos sobre los ejes.

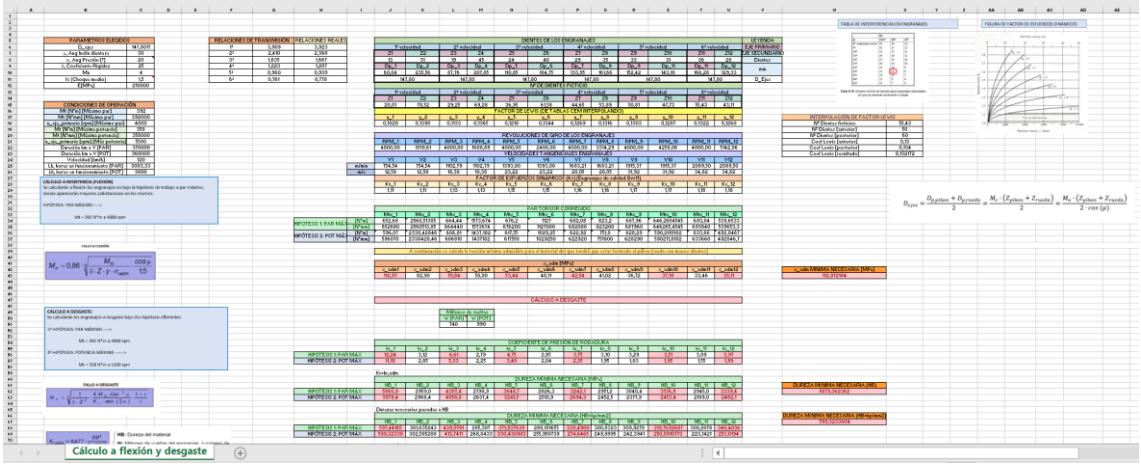


Figura 239. Hoja Excel de engranajes (1).

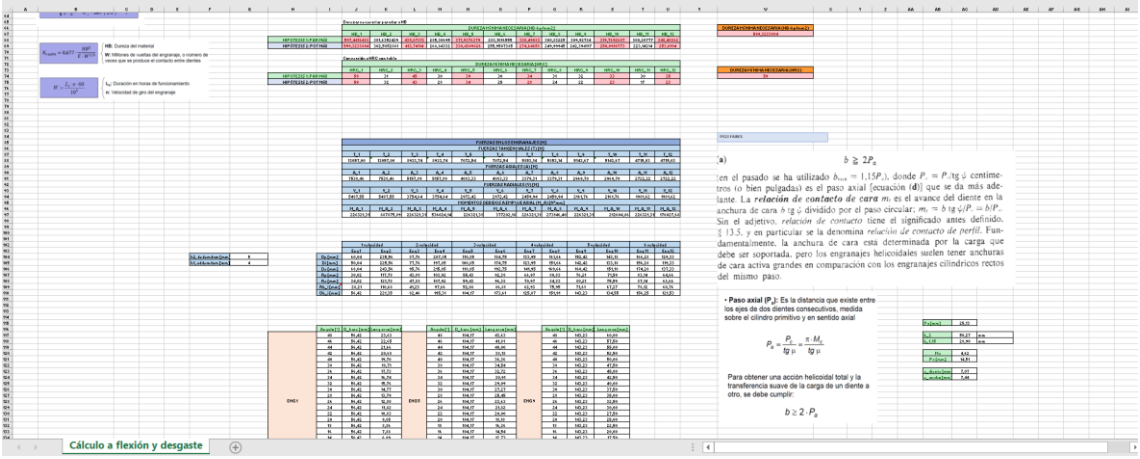


Figura 240. Hoja Excel de engranajes (2).

CÁLCULO RESISTENTE DE LOS EJES

El dimensionamiento de los ejes se hizo en primera instancia con esta tabla, que permitió comprobar la resistencia de los mismos frente a las solicitaciones creadas en los engranajes, que fueron los datos de entrada de esta hoja. También permitió obtener las tensiones que se generan en los ejes.

MAX PAR [N*mm]	392000

MARCHA	MAX PAR [N*mm]	RELACIONES REALES	PAR MAX SEC [N*mm]
1ª	392000	3,92	1537846,15
2ª	392000	2,37	928421,05
3ª	392000	1,67	653333,33
4ª	392000	1,21	473103,45
5ª	392000	0,94	368242,42
6ª	392000	0,78	304888,89

FUERZAS EN LOS ENGRANAJES [N]											
FUERZAS TANGENCIALES (T) [N]											
T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_10	T_11	T_12
13057,00	13057,00	8333,74	8333,74	7072,54	7072,54	5853,14	5853,14	5143,67	5143,67	4715,03	4715,03
FUERZAS AXIALES (A) [N]											
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_10	A_11	A_12
7538,46	7538,46	5157,89	5157,89	4083,33	4083,33	3379,31	3379,31	2969,70	2969,70	2722,22	2722,22
FUERZAS RADIALES (V) [N]											
V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_10	V_11	V_12
5467,55	5467,55	3754,64	3754,64	2372,42	2372,42	2459,94	2459,94	2161,76	2161,76	1981,62	1981,62
MOMENTOS DEBIDOS A EMPUJE AXIAL (M_A) [N*mm]											
M_A_1	M_A_2	M_A_3	M_A_4	M_A_5	M_A_6	M_A_7	M_A_8	M_A_9	M_A_10	M_A_11	M_A_12
226321,31	887875,85	226321,31	536024,14	226321,31	377202,18	226321,31	273146,40	226321,31	212604,86	226321,31	176027,68
1 vel		2 vel		3 vel		4 vel		5 vel		6 vel	
Dp_1	Dp_2	Dp_3	Dp_4	Dp_5	Dp_6	Dp_7	Dp_8	Dp_9	Dp_11	Dp_11	Dp_12
60,04	235,56	87,76	207,65	110,85	184,75	133,95	161,66	152,42	143,18	166,28	129,33
147,8016683		147,8016683		147,8016683		147,8016683		147,8016683		147,8016683	

mm

Mt	392000	1537846	392000	928421,0526	392000	653333,3	392000	473103,4	392000	368242,4	392000	304888,9

DATOS	
D_eest [mm]	45

EJE SECUNDARIO						
Velocidad	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
Mf_xy [N*mm]	512000,00	296000,00	370000,00	305000,00	263000,00	169000,00
Mf_xz [N*mm]	402000,00	417000,00	460000,00	380000,00	237000,00	145000,00
Mf_r [N*mm]	650959,29	506494,82	590338,89	487262,76	354031,07	222679,14
N [N]	6120,00	5160,00	2040,00	3380,00	557,00	2720,00
Mt (eje 1) [N*mm]	392000	392000	392000	392000	392000	392000
Reltransi	3,923	2,368	1,667	1,207	0,939	0,778
Mt (eje 2)	1537846,15	928421,05	653333,33	473103,45	368242,42	304888,89
Area [mm^2]	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43	1590,43
Wf [mm^3]	8346,18	8346,18	8346,18	8346,18	8346,18	8346,18
Wo [mm^3]	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35	17892,35
σ_f [MPa]	72,76	56,62	65,39	54,47	39,57	24,89
σ_N [MPa]	3,85	3,24	1,28	2,13	0,35	1,71
σ_x [MPa]	76,61	59,86	67,27	56,59	39,92	26,60
τ_xy [MPa]	85,35	51,89	36,51	26,44	20,58	17,04
τ_max [MPa]	94,10	59,90	49,65	38,73	28,67	21,62
Cs	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
σ_fluencia [MPa]	376,40	239,61	198,58	154,91	114,69	86,47

Eje Secundario | Primario EXTERIOR Hueco (PAR) | PrimarioINTERIOR Macizo (IMPAR)

Figura 241. Hoja Excel de cálculo resistente de los ejes.

CÁLCULO A FATIGA DE LOS EJES

El dimensionamiento final de los ejes se hizo a través de esta hoja, que permitió comprobar el aguante a vida infinita de los mismos, tras reajustar los diámetros.

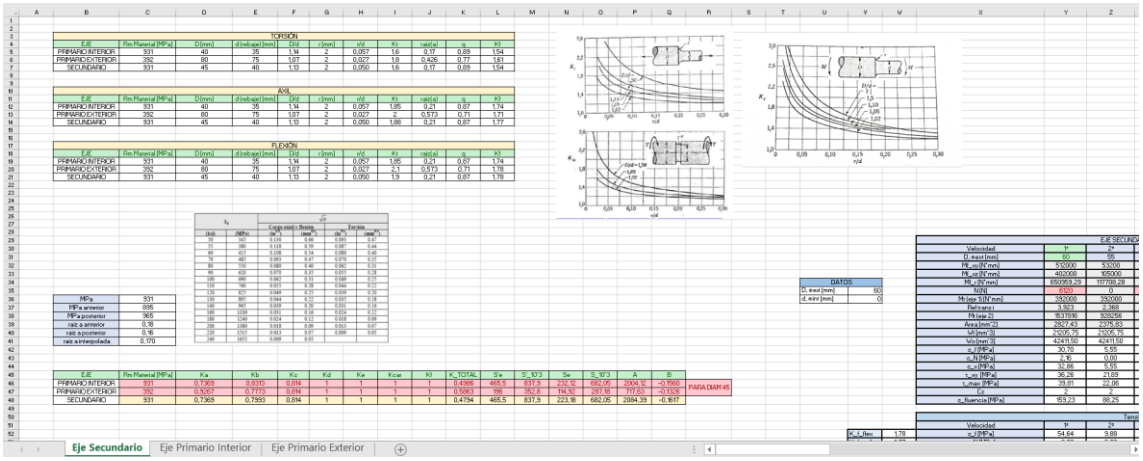


Figura 242. Hoja Excel de cálculo a fatiga de los ejes (1).

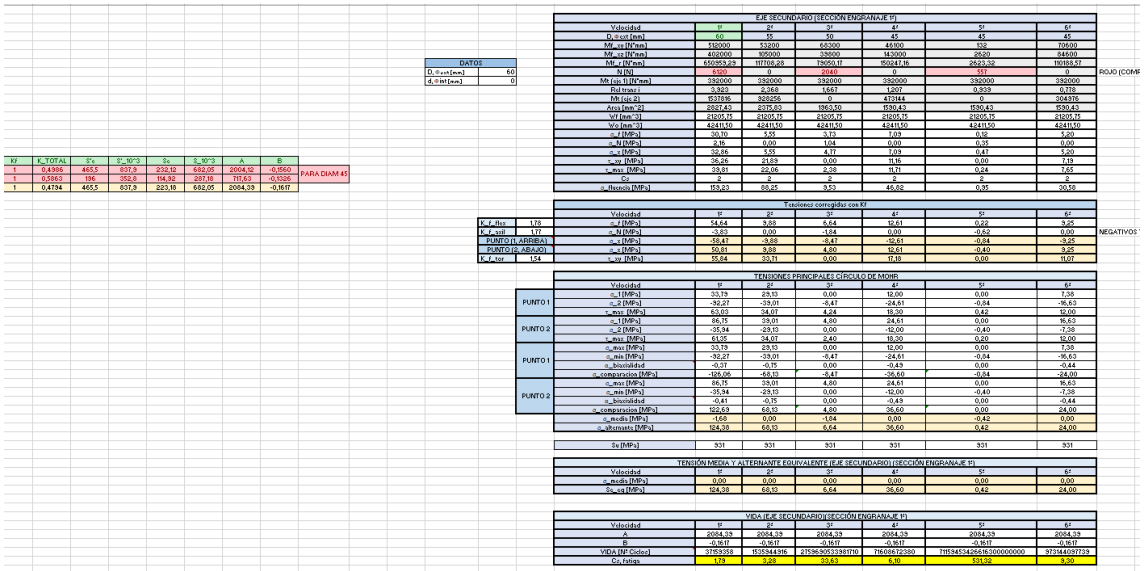
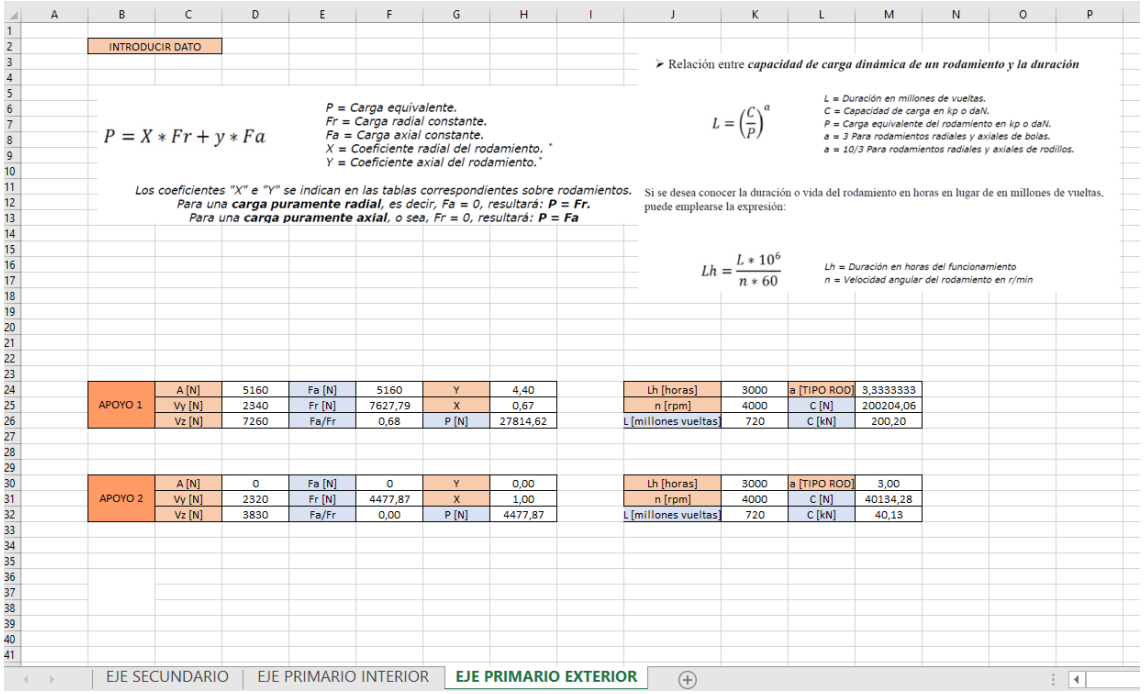


Figura 243. Hoja Excel de cálculo a fatiga de los ejes (2).

SELECCIÓN DE RODAMIENTOS

Con esta sencilla hoja se pudieron hacer rápidamente los cálculos necesarios para seleccionar los rodamientos, pudiendo obtener así las capacidades de carga necesarias en los rodamientos sin más que introducir las hipótesis de duración (duración en horas y revoluciones de giro) y las cargas que ha de soportar el rodamiento.



INTRODUCIR DATO

$$P = X * Fr + y * Fa$$

P = Carga equivalente.
Fr = Carga radial constante.
Fa = Carga axial constante.
X = Coeficiente radial del rodamiento.
Y = Coeficiente axial del rodamiento.

Los coeficientes "X" e "Y" se indican en las tablas correspondientes sobre rodamientos.
*Para una **carga puramente radial**, es decir, Fa = 0, resultará: **P = Fr**.*
*Para una **carga puramente axial**, o sea, Fr = 0, resultará: **P = Fa***

➢ Relación entre ***capacidad de carga dinámica de un rodamiento y la duración***

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a$$

L = Duración en millones de vueltas.
C = Capacidad de carga en kp o daN.
P = Carga equivalente del rodamiento en kp o daN.
a = 3 Para rodamientos radiales y axiales de bolas.
a = 10/3 Para rodamientos radiales y axiales de rodillos.

Si se desea conocer la duración o vida del rodamiento en horas en lugar de en millones de vueltas, puede emplearse la expresión:

$$Lh = \frac{L * 10^6}{n * 60}$$

Lh = Duración en horas del funcionamiento
n = Velocidad angular del rodamiento en r/min

APOYO 1						
	A [N]	5160	Fa [N]	5160	Y	4,40
	Vy [N]	2340	Fr [N]	7627,79	X	0,67
	Vz [N]	7260	Fa/Fr	0,68	P [N]	27814,62

Lh [horas]	3000	a [TIPO ROD]	3,3333333
n [rpm]	4000	C [N]	200204,06
L [millones vueltas]	720	C [kN]	200,20

APOYO 2						
	A [N]	0	Fa [N]	0	Y	0,00
	Vy [N]	2320	Fr [N]	4477,87	X	1,00
	Vz [N]	3830	Fa/Fr	0,00	P [N]	4477,87

Lh [horas]	3000	a [TIPO ROD]	3,00
n [rpm]	4000	C [N]	40134,28
L [millones vueltas]	720	C [kN]	40,13

EJE SECUNDARIO | EJE PRIMARIO INTERIOR | EJE PRIMARIO EXTERIOR

Figura 244. Hoja Excel de selección de rodamientos.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Porsche 956. 1
Figura 2. Caja de cambios automática de doble embrague DQ250. 2
Figura 3. Embrague doble seco del Grupo Schaeffler. 3
Figura 4. Transmisión de doble embrague y transmisión DualTronic TM con módulos AWD 4
Figura 5. Diseño esquemático de una caja de cambios de doble embrague húmedo de 5 velocidades. 4
Figura 6. Esquema de una caja de cambios de doble embrague húmedo de 6 velocidades 5
Figura 7. Transmisión de par al subir de marcha. 5
Figura 8. Transmisión de doble embrague con doble eje secundario. 6
Figura 9. Transmisión de doble embrague de seis velocidades y doble dependencia. 7
Figura 10. Ejemplo de una disposición de ejes y engranajes con doble dependencia en transmisión de doble embrague de seis velocidades. 7
Figura 11. Comparación para transmisiones automáticas: Eficiencia de combustible frente a confort. 8
Figura 12. Rendimiento de la transmisión de doble embrague frente al de la transmisión manual en un VW Golf R32. 9
Figura 13. Esquema del cambio ascendente de una caja DCT. 9
Figura 14. Estimación de los efectos sobre las emisiones de CO_2 en las sucesivas evoluciones de las DCT. 10
Figura 15. Emisiones de CO2 a lo largo del ciclo de vida. 10
Figura 16. Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI 280CV. 11
Figura 17. Vista lateral de Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI. 11
Figura 18. Vista trasera de Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI. 12
Figura 19. Curvas de par y potencia del motor del Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI. 12
Figura 20. Curvas de par y potencia del motor del Subaru Impreza SE WRX 2.5T STI. 13
Figura 21. Parámetros "$\mu ro'$" y "K" para asfalto. 18
Figura 22. Solicitaciones sobre un vehículo en rampa. 19
Figura 23. Curva de resistencia al avance. 21
Figura 24. Curvas de fuerza motriz. 26
Figura 25. Curvas dientes de sierra hasta revoluciones de corte de inyección. 27
Figura 26. Curvas dientes de sierra hasta revoluciones de máxima potencia. 27
Figura 27. Coeficientes de adherencia. 28
Figura 28. Limitaciones en aceleración y fuerza motriz máxima transmisible: curvas de fuerza motriz. 29
Figura 29. Comparación de aceleración 0-100-200 km/h entre caja de cambios manual y doble embrague. 34
Figura 30. Comparación de tiempos de recuperación de 80-120-150-180 km/h entre caja de cambios manual y doble embrague. 36
Figura 31.Cálculo de número de dientes. 43
Figura 32. Resultados número de dientes. 43
Figura 33. Factor de servicio fs. 46
Figura 34. Factor de esfuerzos dinámicos Kv. 46
Figura 35. Calidades recomendadas en los engranajes. 47
Figura 36. Configuración analizada de caja de cambios de doble embrague y disposición de engranajes. 52
Figura 37. Esquema de cargas generadas en engranajes cilíndricos helicoidales. 53
Figura 38. Tipos de esfuerzos sobre los ejes según el tipo de carga. 54

Figura 39. Cotas del eje secundario. 56
Figura 40. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada. 57
Figura 41. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada. 57
Figura 42. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada. 58
Figura 43. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la primera velocidad engranada. 58
Figura 44. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada. 58
Figura 45 Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada. 58
Figura 46. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la primera velocidad engranada. 59
Figura 47. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la primera velocidad engranada. 59
Figura 48. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la segunda velocidad engranada. 59
Figura 49. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la segunda velocidad engranada. 60
Figura 50. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la segunda velocidad engranada. 60
Figura 51. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la segunda velocidad engranada. 60
Figura 52. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la segunda velocidad engranada. 60
Figura 53. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la segunda velocidad engranada. 61
Figura 54. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la segunda velocidad engranada. 61
Figura 55. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la segunda velocidad engranada. 61
Figura 56. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la tercera velocidad engranada. 62
Figura 57. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la tercera velocidad engranada. 62
Figura 58. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la tercera velocidad engranada. 62
Figura 59. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la tercera velocidad engranada. 62
Figura 60. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la tercera velocidad engranada. 63
Figura 61. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la tercera velocidad engranada. 63
Figura 62. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la tercera velocidad engranada. 63
Figura 63. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la tercera velocidad engranada. 63

Figura 64. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada. 64
Figura 65. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada. 64
Figura 66. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada. 64
Figura 67. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada. 65
Figura 68. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada. 65
Figura 69. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada. 65
Figura 70. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada. 65
Figura 71. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la cuarta velocidad engranada. 66
Figura 72. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la quinta velocidad engranada. 66
Figura 73. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la quinta velocidad engranada. 66
Figura 74. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la quinta velocidad engranada. 67
Figura 75. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la quinta velocidad engranada. 67
Figura 76. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la quinta velocidad engranada. 67
Figura 77. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la quinta velocidad engranada. 67
Figura 78. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la quinta velocidad engranada. 68
Figura 79. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la quinta velocidad engranada. 68
Figura 80. Esquema de cargas en el plano XY para el eje secundario con la sexta velocidad engranada. 68
Figura 81. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje secundario con la sexta velocidad engranada. 69
Figura 82. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje secundario con la sexta velocidad engranada. 69
Figura 83. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje secundario con la sexta velocidad engranada. 69
Figura 84. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje secundario con la sexta velocidad engranada. 69
Figura 85. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje secundario con la sexta velocidad engranada. 70
Figura 86. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje secundario con la sexta velocidad engranada. 70
Figura 87. Diagrama de momentos torsores para el eje secundario con la sexta velocidad engranada. 70
Figura 88. Esquema de cotas del eje primario exterior. 71

Figura 89. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada. 72
Figura 90. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada. 72
Figura 91. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada. 73
Figura 92. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada. 73
Figura 93. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada. 73
Figura 94. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada. 73
Figura 95. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada. 74
Figura 96. Diagrama de momentos torsores para el eje primario exterior con la segunda velocidad engranada. 74
Figura 97. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada. 74
Figura 98. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada. 75
Figura 99. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada. 75
Figura 100. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada. 75
Figura 101. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada. 75
Figura 102. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada. 76
Figura 103. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada. 76
Figura 104. Diagrama de momentos torsores para el eje primario exterior con la cuarta velocidad engranada. 76
Figura 105. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada. 77
Figura 106. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada. 77
Figura 107. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada. 77
Figura 108. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada. 77
Figura 109. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada. 78
Figura 110. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada. 78
Figura 111. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada. 78
Figura 112. Diagrama de momentos torsores para el eje primario exterior con la sexta velocidad engranada. 78
Figura 113. Cotas del eje primario interior. 79

Figura 114. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario interior con la primera velocidad engranada. 80
Figura 115. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario interior con la primera velocidad engranada. 80
Figura 116. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario interior con la primera velocidad engranada. 81
Figura 117. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario interior con la primera velocidad engranada. 81
Figura 118. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario interior con la primera velocidad engranada. 81
Figura 119. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario interior con la primera velocidad engranada. 81
Figura 120. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario interior con la primera velocidad engranada. 82
Figura 121. Diagrama de momentos torsores para el eje primario interior con la primera velocidad engranada. 82
Figura 122. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada. 82
Figura 123. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada. 83
Figura 124. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada. 83
Figura 125. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada. 83
Figura 126. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada. 83
Figura 127. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada. 84
Figura 128. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada. 84
Figura 129. Diagrama de momentos torsores para el eje primario interior con la tercera velocidad engranada. 84
Figura 130. Esquema de cargas en el plano XY para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada. 85
Figura 131. Diagrama de esfuerzos axiles en plano XY para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada. 85
Figura 132. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XY para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada. 85
Figura 133. Diagrama de momentos flectores en plano XY para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada. 85
Figura 134. Esquema de cargas en el plano XZ para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada. 86
Figura 135. Diagrama de esfuerzos cortantes en plano XZ para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada. 86
Figura 136. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada. 86
Figura 137. Diagrama de momentos flectores en plano XZ para el eje primario interior con la quinta velocidad engranada. 86
Figura 138. Estado de tensiones de los ejes. 87

Figura 139. Material para los ejes primario interior y secundario 92
Figura 140. Material para el eje primario exterior. 93
Figura 141. Estado de tensiones y ciclo de fatiga en los ejes. 94
Figura 142. Parámetros de obtención del factor de superficie. 96
Figura 143. Factor de tamaño Kb. 97
Figura 144. Factor de confiabilidad Kc 98
Figura 145. Parámetro a. 100
Figura 146. Coeficiente teórico de concentración de esfuerzos para esfuerzos de flexión. 101
Figura 147. Coeficiente teórico de concentración de esfuerzos para esfuerzos de torsión. 101
Figura 148. Coeficiente teórico de concentración de esfuerzos para esfuerzos axiles. 101
Figura 149. Criterio de Goodman. 110
Figura 150. Situación de los rodamientos en el eje secundario. 115
Figura 151. Selección del rodamiento del apoyo 1 del eje secundario. 117
Figura 152. Coeficientes X e Y para rodamientos de rodillos a rótula. 118
Figura 153. Selección de rodamiento para el apoyo 2 del eje secundario. 119
Figura 154. Coeficientes X e Y en rodamientos rígidos de bolas. 120
Figura 155. Selección de rodamiento para el apoyo 3 del eje secundario. 121
Figura 156. Situación de los rodamientos en el eje primario interior. 122
Figura 157. Selección de rodamiento para el apoyo 3 del eje secundario. 123
Figura 158. Tabla de selección de rodamientos de agujas. 124
Figura 159. Selección de rodamiento para el apoyo 3 del eje primario interior. 126
Figura 160. Situación de los rodamientos en el eje primario exterior. 127
Figura 161. Selección de rodamiento para el apoyo 1 del eje primario exterior. 128
Figura 162. Selección de rodamiento para el apoyo 2 del eje primario exterior. 129
Figura 163. Magnitudes fundamentales del engranaje: Diámetros fundamentales de un engranaje. 130
Figura 164. Magnitudes fundamentales del engranaje: Paso circular, espesor de diente y ancho de espacio. 132
Figura 165. Perfil evolvente tipo. 133
Figura 166. Extrusión de diámetro interior. 134
Figura 167. Creación de diámetros para obtener línea de engrane. 135
Figura 168. Rectas de referencia en diámetro base. 135
Figura 169. Inclinación de las rectas de referencia en diámetro base. 136
Figura 170. Generación del primer punto de la línea de engrane. 136
Figura 171. Generación de los puntos que forman la línea de engrane. 137
Figura 172. Perfil del diente adaptado por Spline. 137
Figura 173. Colocación de punto de referencia sobre Spline y diámetro primitivo. 138
Figura 174. Colocación de punto de referencia para eje de simetría. 138
Figura 175. Creación de eje de simetría para el perfil del diente. 139
Figura 176. Proceso de simetría para línea de engrane. 139
Figura 177. Simetría de la línea de engrane. 140
Figura 178. Perfil del diente. 140
Figura 179. Croquis en planta con recta inclinada según ángulo de hélice. 141
Figura 180. Croquis de referencia para proyección de recta. 141
Figura 181. Curva proyectada para barrido. 142
Figura 182. Barrido del perfil del diente. 142
Figura 183. Diente helicoidal obtenido. 143
Figura 184. Redondeo en la base del diente. 143

Figura 185. Proceso de matriz circular. 144
Figura 186. Resultado del modelado de un engranaje helicoidal. 144
Figura 187. Engranaje de la primera velocidad del eje secundario. 145
Figura 188. Boceto previo para eje primario interior. 146
Figura 189. Eje primario interior tras extrusión. 147
Figura 190. Croquis del eje primario interior para revolución. 147
Figura 191. Resultado de la revolución en el eje primario interior. 148
Figura 192. Proceso de inserción de planos. 148
Figura 193. Planos delimitadores en eje primario interior. 149
Figura 194. Proceso de creación de líneas de partición. 149
Figura 195. Eje primario interior con líneas de partición. 150
Figura 196. Modelo del eje primario interior. 150
Figura 197. Boceto previo del eje primario exterior. 151
Figura 198. Croquis para revolución del eje primario exterior. 151
Figura 199. Modelo del eje primario exterior. 152
Figura 200. Boceto previo del eje secundario. 152
Figura 201. Croquis para revolución del eje secundario. 153
Figura 202. Modelo del eje secundario. 153
Figura 203. Carcasa para sujeción de los ejes. 154
Figura 204. . Ejes y carcasa insertados en ensamblaje. 154
Figura 205. Relación de posición de paralelismo entre eje y ensamblaje. 155
Figura 206. Relación de posición de coincidencia entre línea de partición y arista circular del engranaje. 155
Figura 207. Engranajes posicionados sobre los ejes. 156
Figura 208. Relación de posición de coincidencia entre caras de engranajes de la misma pareja. 156
Figura 209. Relación de posición de concentricidad entre los ejes primarios interior y exterior. 157
Figura 210. Posición correcta de los ejes. 157
Figura 211. Posición de no interferencia entre los dientes. 158
Figura 212. Vista delantera del ensamblaje en perspectiva. 158
Figura 213. Vista trasera del ensamblaje en perspectiva. 159
Figura 214. Vista lateral del ensamblaje. 159
Figura 215. Modelo creado para simulación. 160
Figura 216. Requisitos de ejecución de modelo. 161
Figura 217. Propiedades del material AISI 4340. 161
Figura 218. Propiedades del material F-156, acero de cementación. 162
Figura 219. Modelo con material aplicado. 162
Figura 220. Contacto "Sin penetración" entre caras de los dientes. 162
Figura 221. Sujeción con restricción de desplazamiento radial. 163
Figura 222. Sujeción con restricción de desplazamiento radial y axial. 163
Figura 223. Sujeción de geometría fija. 164
Figura 224. Modelo con sujeciones. 164
Figura 225. Aplicación de carga de torsión. 165
Figura 226. Curva temporal de par definida. 165
Figura 227. Modelo con carga de torsión. 165
Figura 228. Caras y parámetros del control de mallado. 166
Figura 229. Control de mallado en los dientes de los engranajes. 166

Figura 230. Mallado del modelo. 167
Figura 231. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad (1). 167
Figura 232. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad (2). 168
Figura 233. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad (3). 168
Figura 234. Mapa de tensiones en los dientes de los engranajes de la primera velocidad (4). 169
Figura 235. Mapa de tensiones el modelo (1). 170
Figura 236. Mapa de tensiones el modelo (2). 170
Figura 237. Hoja Excel de prestaciones (1). 171
Figura 238. Hoja Excel de prestaciones (2). 171
Figura 239. Hoja Excel de engranajes (1). 172
Figura 240. Hoja Excel de engranajes (2). 172
Figura 241. Hoja Excel de cálculo resistente de los ejes. 173
Figura 242. Hoja Excel de cálculo a fatiga de los ejes (1). 174
Figura 243. Hoja Excel de cálculo a fatiga de los ejes (2). 174
Figura 244. Hoja Excel de selección de rodamientos. 175

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 1. Valores de par y potencia del motor a distintas velocidades de giro. 13
Tabla 2. Datos del vehículo. 14
Tabla 3. Resistencia aerodinámica para distintas velocidades. 16
Tabla 4. Valor de parámetros "$\mu ro'$" y "K" para asfalto. 18
Tabla 5. Resistencias a la rodadura para distintas velocidades. 19
Tabla 6. Resistencia total al avance para distintas velocidades. 20
Tabla 7. Desarrollos del vehículo original. 23
Tabla 8. Relaciones de transmisión teóricas. 23
Tabla 9. Fuerzas motrices en las ruedas en distintas marchas y revoluciones. 24
Tabla 10. Velocidades lineales en distintas marchas y revoluciones. 25
Tabla 11. Limitaciones en aceleración y fuerza motriz máxima transmisible. 29
Tabla 12. Factor de corrección de la masa por las inercias de rotación. 30
Tabla 13. CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE: Aceleración 0-100-200 km/h. 32
Tabla 14. CAJA DE CAMBIOS MANUAL: Aceleración 0-100-200 km/h. 33
Tabla 15. CAJA DE CAMBIOS DE DOBLE EMBRAGUE: Tiempos de recuperación de 80-120-150-180 km/h. 35
Tabla 16. CAJA DE CAMBIOS MANUAL: Tiempos de recuperación de 80-120-150-180 km/h. 35
Tabla 17. Tiempos de recuperación de 80-100-120-150-180 km/h en 4ª velocidad. 37
Tabla 18. Tiempos de recuperación de 80-100-120-150-180 km/h en 5ª velocidad. 37
Tabla 19. Tiempos de recuperación de 80-100-120-150-180 km/h en 6ª velocidad. 37
Tabla 20. Tiempos de recuperación de 60-90-100 en 3ª velocidad. 38
Tabla 21. Tiempos de recuperación de 60-90-100 en 4ª velocidad. 38
Tabla 22. Tiempos de recuperación de 60-90-100 en 5ª velocidad. 38
Tabla 23. Resumen de prestaciones y mejora. 39
Tabla 24. Coeficiente de rigidez δ. 41
Tabla 25. Número mínimo de dientes para evitar interferencia en engranajes helicoidales. 42
Tabla 26. Relaciones de transmisión teóricas y reales. 44
Tabla 27. Número de dientes y diámetros primitivos en mm de los engranajes 44
Tabla 28. Número de dientes ficticio. 44
Tabla 29. Factor de corrección de forma del diente o factor de Lewis. 45
Tabla 30. Resultados factor de Lewis. 45
Tabla 31. Velocidades tangenciales del círculo primitivo en los engranajes. 47
Tabla 32. Factor de esfuerzos dinámicos. 47
Tabla 33. Par torsor corregido (Hipótesis máximo par y máxima potencia). 48
Tabla 34. Tensiones generadas en los engranajes. 48
Tabla 35. Millones de vueltas. 50
Tabla 36. Coeficientes de presión de rodadura. 50
Tabla 37. Dureza mínima necesaria en MPa (N/mm^2). 51
Tabla 38. Dureza mínimas necesarias en HRC. 51
Tabla 39. Material elegido. 51
Tabla 40. Cargas generadas en los engranajes en N. 54
Tabla 41. Momentos puntuales equivalentes debidos a empuje axial. 54
*Tabla 42. Par a la entrada y salida de la caja de cambios en [N*mm].* 56
Tabla 43. Correspondencia de elementos con puntos en MEFI en eje secundario. 57
Tabla 44. Correspondencia de elementos del eje primario exterior con puntos en MEFI. 72

Tabla 45. Correspondencia de elementos con puntos en MEFI en eje primario interior. 80
Tabla 46. Cálculo de tensiones en el eje primario interior. 90
Tabla 47. Cálculo de tensiones en el eje primario exterior. 90
Tabla 48. Cálculo de tensiones en el eje secundario. 91
Tabla 49. Límites de fatiga de las probetas. 95
Tabla 50. Factores correctores en los tres ejes. 99
Tabla 51. Límites de fatiga de la pieza y parámetros A y B. 99
Tabla 52. Factor de concentración de tensiones Kf para esfuerzos de torsión. 102
Tabla 53. Factor de concentración de tensiones Kf para esfuerzos axiles. 102
Tabla 54. Factor de concentración de tensiones Kf para esfuerzos de flexión. 102
Tabla 55. Esfuerzos y tensiones en la sección más desfavorable a fatiga del eje primario interior. 103
Tabla 56. Esfuerzos y tensiones en la sección más desfavorable a fatiga del eje primario exterior. 103
Tabla 57. Esfuerzos y tensiones en la sección más desfavorable a fatiga del eje secundario. 104
Tabla 58. Tensiones corregidas con el factor de concentración de esfuerzos en el eje primario interior. 104
Tabla 59. Tensiones corregidas con el factor de concentración de esfuerzos en el eje primario exterior. 105
Tabla 60. Tensiones corregidas con el factor de concentración de esfuerzos en el eje secundario. 105
Tabla 61. Tensiones principales en la sección más desfavorable del eje primario interior. 106
Tabla 62. Tensiones principales en la sección más desfavorable del eje primario exterior. 106
Tabla 63. Tensiones principales en la sección más desfavorable del eje secundario. 106
Tabla 64. Índices de biaxialidad y tensiones de comparación en la sección más desfavorable del eje primario interior. 107
Tabla 65. Índices de biaxialidad y tensiones de comparación en la sección más desfavorable del eje primario exterior. 108
Tabla 66. Índices de biaxialidad y tensiones de comparación en la sección más desfavorable del eje secundario. 108
Tabla 67. Tensión media y alternante en la sección más desfavorable del eje primario interior. 108
Tabla 68. Tensión media y alternante en la sección más desfavorable del eje primario exterior. 109
Tabla 69. Tensión media y alternante en la sección más desfavorable del eje secundario. 109
Tabla 70. Tensiones medias y alternantes equivalentes en la sección más desfavorable del eje primario interior. 110
Tabla 71. Tensiones medias y alternantes equivalentes en la sección más desfavorable del eje primario exterior. 110
Tabla 72. Tensiones medias y alternantes equivalentes en la sección más desfavorable del eje secundario. 110
Tabla 73. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario. 111
Tabla 74. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario. 111
Tabla 75. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en el eje primario exterior. 111
Tabla 76. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario tras redimensionamiento. 112

Tabla 77. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje primario interior tras redimensionamiento. 112
Tabla 78. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje secundario tras redimensionamiento. 112
Tabla 79. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje primario interior tras redimensionamiento. 112
Tabla 80. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje primario exterior tras redimensionamiento. 112
Tabla 81. Diámetros en eje secundario tras optimización. 113
Tabla 82. Diámetros en eje primario interior tras optimización. 113
Tabla 83. Diámetros en eje primario interior tras optimización. 113
Tabla 84. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje secundario tras la optimización. 113
Tabla 85. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje primario interior tras la optimización. 113
Tabla 86. Número de ciclos hasta la rotura y Cs por fatiga en la sección más desfavorable del eje primario exterior tras la optimización. 113
Tabla 87. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje secundario tras optimización. 114
Tabla 88. Coeficientes de seguridad a resistencia en el eje primario interior tras optimización. 114
Tabla 89. Coeficientes de seguridad a resistencia en eje primario exterior tras optimización. 114
Tabla 90. Addendum y dedendum. 131
Tabla 91. Diámetros primitivos, interiores y exteriores de los engranajes. 131
Tabla 92. Diámetros base de los engranajes. 133
Tabla 93. Longitudes de las rectas tangentes para generar la línea de engrane. 134