



Departamento de Física de la Materia Condensada

Trabajo de Fin de Grado

**LECTURA DE SENSORES SQUID A ALTAS  
FRECUENCIAS**

Autor:

DAVID GARCÍA PONS

Dirigido por:

Dra. MARÍA J. MARTÍNEZ PÉREZ

GRADO EN FÍSICA

Septiembre 2020

Quiero mostrar mi agradecimiento a la directora de este trabajo, la Dra. María José Martínez Pérez, por su guía y consejo durante el desarrollo del proyecto. Gracias a su apoyo he obtenido un conocimiento e interés crecientes en el área experimental de la investigación en física de la materia condensada, que sin duda sentarán las bases de mi futuro profesional, mientras que su cercanía y disposición han ayudado a sortear múltiples dificultades y disipar inseguridades surgidas de mi inexperiencia. Me siento afortunado de haber colaborado con ella en la realización de este proyecto.

# Índice general

<b>1. Fundamentos teóricos</b>	<b>4</b>
1.1. Cuantización del flujo magnético en superconductores . . . . .	4
1.2. Unión Josephson . . . . .	5
1.2.1. Modelo RCSJ para la unión Josephson . . . . .	6
1.3. dc SQUID . . . . .	7
1.3.1. Ecuaciones básicas. Potencial dc SQUID . . . . .	8
1.3.2. SQUID con $L=0$ . . . . .	9
<b>2. Estudio numérico</b>	<b>11</b>
2.1. Modelo RCSJ . . . . .	11
2.2. SQUID . . . . .	13
2.2.1. Asimetrías en el SQUID . . . . .	15
<b>3. Montaje experimental</b>	<b>17</b>
3.1. NanoSQUIDs basados en superconductores de cuprato. . . . .	17
3.2. El equipo de medida . . . . .	18
3.2.1. Estado inicial . . . . .	18
3.2.2. Mejoras requeridas . . . . .	20
3.2.3. Reacondicionamiento del equipo . . . . .	21

# Introducción y objetivos

Los dispositivos superconductores de interferencia cuántica (SQUIDs, del inglés *Superconducting QUantum Interference Devices*) son un ejemplo prometedor de la utilidad práctica de la electrónica de superconducción. Estos constituyen magnetómetros extremadamente sensibles, especialmente en escala nanoscópica, en la que permiten el estudio de nanopartículas magnéticas individuales y de fenómenos magnéticos de superficie [1]. Además, su velocidad de respuesta posibilita el estudio de campos variables en altas frecuencias, con el montaje experimental adecuado.

El proyecto recogido en este escrito se inició con el propósito de actualizar un equipo de medida en temperaturas criogénicas, perteneciente al grupo *Quantum Materials and Devices* (QMAD) del Instituto de Ciencia de Materiales de Aragón, para permitir medidas de campo magnético con sensores nanoSQUID en altas frecuencias. Pese a que los límites en frecuencia impuestos por los sensores para la lectura de señales magnéticas variables en el tiempo son extremadamente holgados, la electrónica empleada para conducir y tratar la señal eléctrica saliente restringe drásticamente el rango de operación.

Pese a que el objetivo inicial del trabajo se reducía a la actualización del hardware para medidas en altas frecuencias, el desarrollo del proyecto se vio interrumpido súbitamente con la declaración del estado de alarma en España en marzo del 2020 a causa de la pandemia de COVID-19. Al prohibirse la asistencia del alumnado a los laboratorios universitarios en la Universidad de Zaragoza, y bajo el consejo de María José Martínez Pérez, directora del proyecto, se replanteó el trabajo para incluir el desarrollo de un código para el estudio numérico del dc SQUID.

De este modo, el trabajo se divide en tres partes. El Capítulo 1 recoge una introducción teórica y revisión del funcionamiento del SQUID. El Capítulo 2 presenta el resultado del análisis numérico de la respuesta del sistema, basado en las ecuaciones de Josephson que rigen el comportamiento del dispositivo. El Capítulo 3 resume el proceso de reacondicionamiento del equipo de medida en bajas temperaturas, para permitir la lectura con sensores nanoSQUID de señales en altas frecuencias.

# Capítulo 1

## Fundamentos teóricos

Los dispositivos de SQUID, sensores extremadamente sensibles al campo magnético, consisten en un anillo superconductor interrumpido por dos uniones débiles (uniones Josephson) en su circunferencia. Para comprender el funcionamiento de estos dispositivos, deben considerarse dos fenómenos fundamentales presentes en superconductores: la cuantización de flujo magnético [2], y el efecto Josephson [3].

### 1.1. Cuantización del flujo magnético en superconductores

Un factor esencial para entender el comportamiento superconductor es la existencia de una función de onda macroscópica que describe al material:

$$\Psi(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)| \exp[i\varphi(\vec{r}, t)] \quad (1.1)$$

Concretamente, esta función de onda describe el estado los portadores de carga del superconductor, los pares de Cooper: parejas de electrones apareados, con cuasimomentos y spines opuestos, que se comportan de forma efectiva como cuasipartículas de spin entero (bosones) y carga  $2e$ . De este modo, el superconductor funciona como un condensado de Bose-Einstein, con todos los pares ocupando el mismo estado cuántico en la situación de mínima energía. La densidad de pares de Cooper en el condensado superconductor es proporcional al módulo cuadrado de la función de onda macroscópica mencionada, de fase  $\varphi$  definida.

La existencia de una fase definida para todos los portadores, que describe el movimiento de sus centros de masas, tiene importantes consecuencias en su comportamiento. Una consecuencia directa es la cuantización de flujo magnético.

Consideremos un superconductor en presencia de un campo magnético externo. Para un camino cerrado en el interior del superconductor, la fase sólo puede variar un múltiplo de  $2\pi$ , puesto que la función de onda de los pares de Cooper no puede interferir destructivamente. Podemos escribir el gradiente de fase como

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{1}{\hbar}(m_p \vec{v}_p + q_p \vec{A}) \quad (1.2)$$

donde  $m_p$  es la masa del par de Cooper,  $\vec{v}_p$  su velocidad,  $q_p = 2e$  su carga y  $\vec{A}$  el potencial magnético vector. Reemplazando el término cinético  $m_p \vec{v}_p$  por  $\frac{m_p}{q_p n_p} \vec{j}_s$ , con  $n_p$  la densidad de pares de Cooper y  $\vec{j}_s = q_p n_p \vec{v}_p$  la densidad de supercorriente, e integrando sobre el camino cerrado tenemos

$$2\pi n = \oint \vec{\nabla}\varphi d\vec{l} = \frac{m_p}{q_p n_p \hbar} \oint \vec{j}_s d\vec{l} + \frac{q_p}{\hbar} \oint \vec{A} d\vec{l}; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.3)$$

La integral del segundo término del lado derecho es equivalente al flujo magnético  $\Phi$  a través del contorno cerrado. Introduciendo en la expresión el cuanto de flujo magnético  $\Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2,07 \times 10^{-15}$  Vs y la longitud de penetración de London  $\lambda_L = (\frac{\mu_0 q_p^2 n_p}{m_p})^{1/2}$ , llegamos a

$$n\Phi_0 = \mu_0 \lambda_L^2 \oint \vec{j}_s d\vec{l} + \Phi; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.4)$$

y, puesto que la corriente que circula por el superconductor lo hace por la superficie, podemos encontrar un camino cerrado en el interior del superconductor en el que

$$n\Phi_0 = \Phi; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.5)$$

de modo que el flujo magnético que atraviesa un anillo superconductor está cuantizado como un múltiplo entero del cuanto de flujo  $\Phi_0$ ; ésta es la condición de cuantización de flujo.

## 1.2. Unión Josephson

Una unión Josephson consiste en un par de superconductores muy próximos entre sí separados por una región de acoplamiento débil, normalmente constituida por una delgada barrera aislante (unión SIS), o en ciertos casos por un conductor normal (unión SNS). Las dos regiones superconductoras son caracterizadas por funciones de onda macroscópicas en principio diferentes,  $\psi_1 e^{i\varphi_1}$  y  $\psi_2 e^{i\varphi_2}$ , que se superponen en la región de unión, dando lugar al efecto Josephson [4] [5].

Debido a efecto túnel cuántico en la unión SIS (o a procesos de reflexión de Andreev [6] en la unión SNS) una cierta cantidad de pares de Cooper pueden atravesar la barrera, lo que se conoce como efecto Josephson. Cuando esta corriente se encuentra por debajo de un valor crítico  $I_0$  no se disipa voltaje a través de la unión: la región muestra resistencia cero. La supercorriente que atraviesa la barrera depende de la diferencia de fase  $\delta \equiv \varphi_1 - \varphi_2$  entre las dos regiones superconductoras, según la primera ecuación de Josephson,

$$I_s = I_0 \sin \delta \quad (1.6)$$

que se cumple para muchos tipos de uniones Josephson; particularmente, para uniones SIS pequeñas con densidad de corriente crítica  $J_0 = I_0/A$  uniforme en el área transversal  $A$  de la unión, el caso relevante para dispositivos SQUID. Así, un valor de corriente por debajo de  $I_0$  da lugar a una diferencia de fase constante entre las regiones superconductoras (régimen estático, superconductor). Cuando la corriente excede el valor crítico, la diferencia de fase deja de ser constante y un voltaje  $U \neq 0$  aparece en la unión (régimen dinámico, dissipativo). La tasa de variación de  $\delta$  se relaciona con este voltaje según la segunda ecuación de Josephson,

$$\dot{\delta} = \frac{2e}{\hbar} U = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \quad (1.7)$$

La corriente en el régimen dinámico oscila con la frecuencia de Josephson  $\omega_J \equiv 2\pi V/\Phi_0$ , siendo  $V$  el promedio temporal del voltaje  $U$ . En esta situación, componentes de corriente de cuasipartículas  $I_{qp}$  y corriente de desplazamiento  $I_d$  se unen a la supercorriente que atraviesa la unión Josephson. Podemos aproximar la componente de desplazamiento por un capacitor, y la de cuasipartículas por una resistencia, conectados en paralelo al elemento de Josephson descrito por (1.6) (Figura 1.1a). Esto es lo que se conoce como modelo RCSJ (del inglés *Resistively- and Capacitively-Shunted Junction model*).

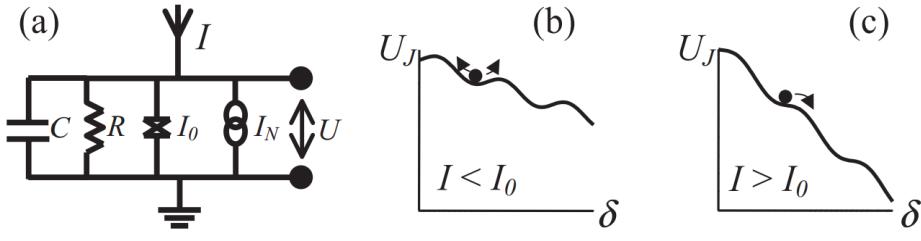


Figura 1.1: (a) Circuito equivalente de la unión Josephson según el modelo RCSJ, incluyendo una componente de ruido  $I_N$ ; (b) perfil energético para corriente aplicada subcrítica (régimen estático), y (c) supercrítica (régimen dinámico) (Clarke y Braginski 2004).

### 1.2.1. Modelo RCSJ para la unión Josephson

En esta sección consideraremos el modelo RCSJ en ausencia de ruido térmico, con una corriente aplicada continua. Aplicando la primera ley de Kirchhoff al circuito equivalente, se obtiene

$$C\dot{U} + \frac{U}{R} = I - I_0 \sin \delta \quad (1.8)$$

que puede reescribirse, empleando (1.7), como

$$\frac{\Phi_0}{2\pi} C \ddot{\delta} + \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{1}{R} \dot{\delta} = (I - I_0 \sin \delta) = -\frac{\partial [I_0(1 - \cos \delta) - I\delta]}{\partial \delta} \quad (1.9)$$

Esta ecuación, que describe completamente la dinámica de la diferencia de fase  $\delta$ , es bien conocida. Este sistema es análogo al modelo mecánico de movimiento amortiguado de una partícula en un potencial sinusoidal inclinado, descrito por la ecuación dinámica

$$m\ddot{x} + \xi\dot{x} = -\frac{\partial w}{\partial x} + F_d = -\frac{\partial (w - xF_d)}{\partial x} \quad (1.10)$$

En nuestra analogía, la diferencia de fase  $\delta$  y el voltaje disipado  $U \propto \dot{\delta}$  reemplazan a la posición  $x$  y velocidad; la capacitancia  $C$  y conductividad  $1/R$  a la masa  $m$  y constante de amortiguamiento  $\xi$ ; el término sinusoidal y la corriente aplicada (que actúa como fuerza de arrastre  $F_d$ ) dan el perfil energético del sistema: el llamado potencial *washboard* inclinado (Figura 1.1b y 1.1c)

$$U_J \equiv \frac{\Phi_0}{2\pi} [I_0(1 - \cos \delta) - I\delta] = E_J(1 - \cos \delta) - i\delta \quad (1.11)$$

donde  $i \equiv I/I_0$  es la corriente aplicada normalizada, y  $E_J \equiv I_0\Phi_0/(2\pi)$  la energía de acoplamiento Josephson que aparece entre los superconductores cuando la corriente aplicada es nula.

La unión Josephson presenta histéresis en su curva característica I-V (corriente-voltaje): al aumentar la corriente  $I$ , la transición de régimen estático a dissipativo tiene lugar para  $I = I_0$ ; en cambio, al reducir la corriente desde el régimen dissipativo, la transición a régimen estático se produce al alcanzar un valor  $I_r < I_0$ . Recurriendo a la analogía mecánica, en el régimen estático (Figura 1.1b) la partícula permanece atrapada en uno de los mínimos de potencial, donde oscila con la frecuencia de plasma

$$\omega_{p,i} = \omega_p [1 - i^2]^{1/4}, \quad \text{donde} \quad \omega_p = \left( \frac{2\pi I_0}{\Phi_0 C} \right)^{1/2} \quad (1.12)$$

luego  $\langle \dot{\delta} \rangle = V = 0$ ; al aumentar la corriente, el potencial  $U_J$  se inclina hasta que, cuando  $I$  supera  $I_0$ , los mínimos metaestables desaparecen (Figura 1.1c), provocando la transición

a estado disipativo, con  $\langle \dot{\delta} \rangle = V \neq 0$ . El voltaje tras la transición aumenta con la corriente aplicada. La histéresis resulta de la inercia de la partícula: al reducir de nuevo la corriente hasta la aparición de los mínimos metaestables, el valor de corriente  $I_r$  para el que el sistema queda atrapado de nuevo depende de la capacitancia  $C$  de la unión Josephson.

Resulta conveniente trabajar con una versión adimensionalizada de (1.9). Empleando la corriente normalizada, la frecuencia característica  $\omega_c \equiv 2\pi I_0 R / \Phi_0$  (frecuencia de Josephson para un voltaje característico  $V_c \equiv I_0 R$ ) y el potencial *wasboard* normalizado  $u_J \equiv U_J / E_J$  podemos reescribir la ecuación dinámica de  $\delta$  como

$$\beta_c \frac{\ddot{\delta}}{\omega_c^2} + \frac{\dot{\delta}}{\omega_c} = i - \sin \delta = -\frac{\partial u_J}{\partial \delta} \quad (1.13)$$

donde hemos introducido el importante *parámetro de Stewart-McCumber*, definido como

$$\beta_c \equiv \left( \frac{\omega_c}{\omega_p} \right)^{1/2} \quad (1.14)$$

Este parámetro cuantifica el comportamiento histerético de la unión Josephson; concretamente, ofrece una medida de la relación entre amortiguamiento e inercia. Los dos casos extremos son el límite sobrearmortiguado, con  $\beta_c \ll 1$ , y el límite infraarmortiguado, con  $\beta_c \gg 1$ .

### Unión Josephson en el límite sobrearmortiguado, $\beta_c \ll 1$

En el límite sobrearmortiguado, la capacitancia de la unión Josephson es despreciable. Esta versión del modelo RCSJ, renombrado como modelo RSJ, es comúnmente empleada para modelizar los dispositivos SQUID.

Para  $\beta_c \ll 1$ , el término inercial es despreciable, luego la histéresis del sistema desaparece y la transición de régimen dinámico a estático se produce también en  $I = I_0$ : el coeficiente de amortiguamiento es tan grande en relación a la capacitancia que la "partícula" queda inmediatamente atrapada en un mínimo local del potencial, en el momento en que estos reaparecen. Resolviendo (1.13) con  $\beta_c = 0$  encontramos para el voltaje normalizado dependiente del tiempo,  $u \equiv U/I_0 R$ ,

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } I < I_0 \\ \frac{i^2 - 1}{i + \cos \omega t} & \text{si } I > I_0, \text{ con } \omega \equiv \omega_c \sqrt{i^2 - 1} \end{cases} \quad (1.15)$$

(Figura 1.2a). El promedio temporal  $v \equiv V/I_0 R$  es nulo para  $i < 1$ ; para  $i > 1$  el voltaje  $u$  oscila con frecuencia  $\omega$  en torno a un valor no nulo, dado por

$$v = \sqrt{i^2 - 1}, \quad \text{para } i > 1 \quad (1.16)$$

(Figura 1.2b).

En la práctica, para evitar el comportamiento histerético en la característica I-V, suele emplearse una resistencia de carga atravesando la unión Josephson, reduciendo el valor de  $\beta_c$  por debajo de 1.

## 1.3. dc SQUID

El dc SQUID [3][1], empleado comúnmente para la detección de señales de flujo magnético, consiste en un anillo superconductor intersecado por dos uniones Josephson, atravesado por una corriente de polarización  $I$  (corriente *bias*). Las dos uniones Josephson limitan la supercorriente máxima  $I_c$  que puede circular a través el dispositivo, siendo esta la suma de las corrientes críticas de cada brazo. Por simplicidad, consideraremos ambas uniones idénticas,

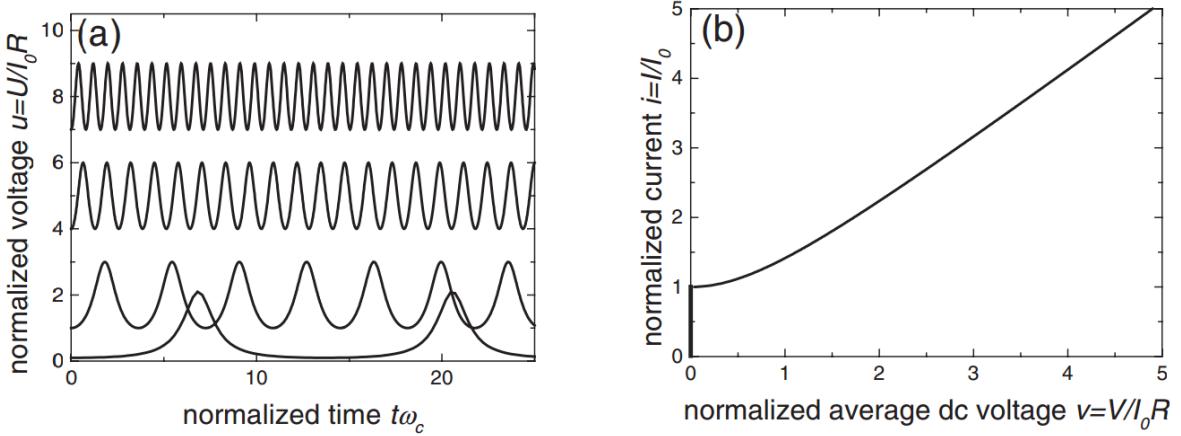


Figura 1.2: Curvas características del modelo RSJ (RCSJ en el límite sobreamortiguado): (a) voltaje normalizado vs. tiempo para, en orden ascendente,  $i=1.1, 2, 5, 8$ ; (b) corriente normalizada vs. voltaje promedio (Clarke y Braginski 2004).

de modo que la supercorriente máxima a través del SQUID sea  $I_c = 2I_0$ , con  $I_0$  el valor de la corriente crítica de una unión individual. Al aplicar un campo magnético externo, el flujo magnético contenido en el anillo modula  $I_c$  periódicamente, con periodo de un cuanto de flujo  $\Phi_0 = h/2e$ , debido a la interferencia de las funciones de onda de superconducción en los dos brazos del SQUID. En esta modulación se basa el principio de operación del dc SQUID.

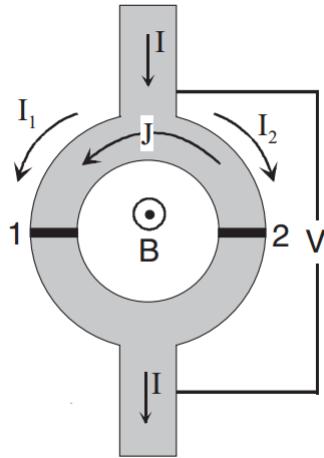


Figura 1.3: Representación esquemática del dc SQUID (Clarke y Braginski 2004).

### 1.3.1. Ecuaciones básicas. Potencial dc SQUID

Para la descripción cuantitativa del dc SQUID haremos uso del modelo RCSJ en ambas uniones. En esta ocasión escribiremos la corriente que atraviesa cada unión como la suma de una corriente de polarización (la mitad de la corriente *bias*  $I$ , pues suponemos las dos uniones idénticas) y una corriente  $J$  circulante (Figura 1.3). Así, la corriente que atraviesa las uniones 1 y 2 es, respectivamente,  $I/2 + J$  y  $I/2 - J$ . Recuperando la descripción del modelo RCSJ,

$$\frac{I}{2} + J = I_0 \sin \delta_1 + \frac{\Phi_0}{2\pi R_1} \dot{\delta}_1 + \frac{\Phi_0}{2\pi} C_1 \ddot{\delta}_1 \quad (1.17a)$$

$$\frac{I}{2} - J = I_0 \sin \delta_2 + \frac{\Phi_0}{2\pi R_2} \dot{\delta}_2 + \frac{\Phi_0}{2\pi} C_2 \ddot{\delta}_2 \quad (1.17b)$$

donde, por supuesto, tenemos ahora dos variables  $\delta_1$  y  $\delta_2$  diferenciadas. Las dos diferencias de fase están relacionadas entre si, según

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi}{\Phi_0}(\Phi_a + LJ) = \frac{2\pi}{\Phi_0}\Phi_T \quad (1.18)$$

donde  $\Phi_T = \Phi_a + LJ$  es el flujo magnético total que atraviesa el anillo,  $\Phi_a$  el flujo aplicado externo y  $LJ$  el inducido por la corriente circulante  $J$ , con  $L$  la inductancia del SQUID.  $L$  tiene tanto una contribución geométrica como una cinética: esta última, aunque a menudo menor, debe tenerse en cuenta si el espesor de la lámina es comparable o menor que la profundidad de penetración de London,  $\lambda_L$ . Además, si las inductancias de los dos brazos del SQUID son desiguales, la corriente *bias* también induciría un flujo magnético neto en el SQUID, como veremos en la sección 2.2 (al suponer simetría, la contribución de  $I$  en cada brazo se cancela).

Por comodidad, trabajaremos con la versión adimensionalizada de (1.17) y (1.18). Para ello, normalizamos corrientes con la corriente crítica de la unión Josephson  $I_0$ , definiendo la corriente bias adimensional  $i \equiv I/I_0$  y corriente circulante adimensional  $j \equiv J/J_0$ ; definimos el tiempo adimensional  $\tau \equiv t\omega_c$ , donde, recordemos,  $\omega_c = 2\pi I_0 R / \Phi_0$ ; normalizando el flujo aplicado con el cuarto de flujo magnético, definimos el flujo aplicado adimensional  $\phi_a \equiv \Phi_a/\Phi_0$ . Escribimos así las nuevas ecuaciones adimensionalizadas,

$$\frac{i}{2} + j = \sin \delta_1 + \dot{\delta}_1 + \beta_c \ddot{\delta}_1 \quad (1.19a)$$

$$\frac{i}{2} - j = \sin \delta_2 + \dot{\delta}_2 + \beta_c \ddot{\delta}_2 \quad (1.19b)$$

$$\delta_2 - \delta_1 + 2\pi n = 2\pi(\phi_a + \frac{1}{2}\beta_L j) \quad (1.20)$$

donde hemos introducido el ya conocido parámetro de Stewart-McCumber  $\beta_c = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_0 R^2 C$ , y el llamado parámetro de apantallamiento

$$\beta_L \equiv \frac{2LI_0}{\Phi_0} \quad (1.21)$$

Ahora los puntos sobre las variables denotan derivada respecto del tiempo adimensional, y los voltajes adimensionales disipados en las uniones son  $u_k = \dot{\delta}_k$  ( $k = 1, 2$ ).

### 1.3.2. SQUID con L=0

Ahora consideremos el caso límite  $\beta_L \ll 1$ , en el que la contribución de  $LJ$  al flujo total  $\Phi_T$  es despreciable, y (2.4) se reduce a  $\delta_2 - \delta_1 = 2\pi\phi_a$ . Veamos cuál es la respuesta del SQUID tanto en régimen estático (superconductor) como dinámico (disipativo).

Para el SQUID en régimen estático ( $\dot{\delta}_1 = \dot{\delta}_2 = 0$ , luego no hay caída de voltaje en el SQUID), de (2.3a) y (2.3b) obtenemos  $i = \sin \delta_1 + \sin \delta_2 = \sin \delta_1 + \sin(\delta_1 + 2\pi\phi_a)$ . Definiendo  $\gamma \equiv \delta_1 + \pi\phi_a$ , la anterior ecuación queda

$$i = 2 \sin \gamma \cos(\pi\phi_a) \quad (1.22)$$

Para una corriente *bias* por debajo de la corriente crítica,  $\gamma$  se ajusta para verificar (1.22). La máxima supercorriente posible (corriente crítica) se obtiene para  $\sin \gamma = \pm 1$ , que resulta en  $i_c = 2 \cdot |\cos(\pi\phi_a)|$ , o en unidades absolutas,

$$I_c = 2I_0 \cdot \left| \cos \left( \pi \frac{\Phi_a}{\Phi_0} \right) \right| \quad (1.23)$$

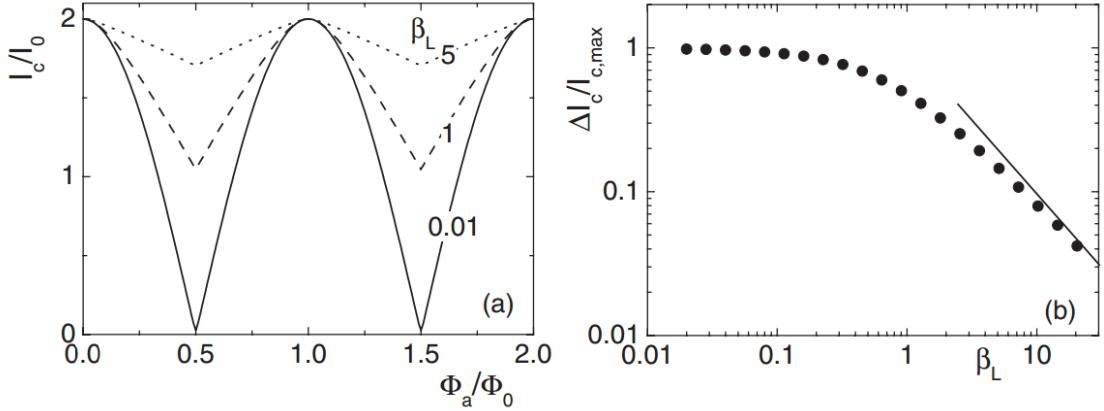


Figura 1.4: (a) Corriente crítica del dc SQUID vs. flujo aplicado, suponiendo las dos uniones idénticas. (b) Profundidad de modulación  $\Delta I_c/I_{c,\max}$  vs.  $\beta_L$ . La recta corresponde a  $1/\beta_L$ .

Así, para inductancia baja, la corriente crítica del SQUID es modulada por  $\phi_a$  entre 0 y  $2I_0$ . Para valores no nulos de  $\beta_L$  se reduce la profundidad de modulación (Figura 1.4a):  $\Delta I_c/I_{c,\max}$  se reduce al 50 % para  $\beta_L = 1$ , y decrece con  $1/\beta_L$  para valores de  $\beta_L \gg 1$  (Figura 1.4b).

Veamos ahora qué ocurre en el régimen disipativo. Aplicando  $\beta_L \ll 0$  en las ecuaciones dinámicas del sistema, obtenemos  $\frac{i}{2} + j = \sin \delta_1 + \dot{\delta}_1 + \beta_c \ddot{\delta}_1$  y  $\frac{i}{2} - j = \sin \delta_2 + \dot{\delta}_2 + \beta_c \ddot{\delta}_2$ ; de (2.4) obtenemos  $\dot{\delta}_1 = \dot{\delta}_2$ . Con estas ecuaciones hallamos una relación entre la corriente que atraviesa el sistema y el flujo aplicado,  $i = \sin \delta_1 + \sin(\delta_1 + 2\pi\phi_a) + 1\dot{\delta}_1 + 2\beta_c \ddot{\delta}_1$ . Introduciendo  $\gamma \equiv \delta_1 + \pi\phi_a$ , reescribimos esta última expresión como  $i = 2[\cos \pi\phi_a \cdot \sin \gamma + \dot{\gamma} + \beta_c \ddot{\gamma}]$ , o en unidades absolutas,

$$I = 2I_0 \cos \left( \pi \frac{\Phi_a}{\Phi_0} \right) \cdot \sin \gamma + \frac{2\Phi_0}{2\pi R} \dot{\gamma} + \frac{2\Phi_0}{2\pi} C \ddot{\gamma} \quad (1.24)$$

Esta ecuación es idéntica a la del modelo RCSJ, tomando como resistencia la equivalente a las dos uniones Josephson en paralelo,  $R/2$ , una capacitancia doble  $2C$  y corriente crítica  $2I_0 \cos \pi\phi_a$ . Así, en el límite sobreamortiguado ( $\beta_c \ll 1$ ), el promedio temporal del voltaje disipado en el SQUID es

$$V = R/2 \sqrt{I^2 - I_c^2} \quad (1.25)$$

con  $I_c$  determinado según (1.23). Por tanto, el voltaje  $V$  oscila con el flujo magnético con periodo de un cuarto de flujo, con valor mínimo para los múltiplos enteros de  $\Phi_0$ . Vemos que la modulación del voltaje pico-a-pico viene dada por

$$V_{pp} = V(\Phi_a = \Phi_0/2) - V(\Phi_a = 0) = I_0 R \left[ \frac{I}{2I_0} - \sqrt{\left( \frac{I}{2I_0} \right)^2 - 1} \right] \quad (1.26)$$

que alcanza su valor máximo  $I_0 R$  para  $I = 2I_0$ .

Cuando la inductancia del SQUID se tiene en cuenta ( $\beta_L \neq 0$ ) la modulación de  $I_c$  y  $V$  se reduce. Lo mismo ocurre cuando se consideran asimetrías en  $I_0$ ,  $R$  y  $C$ . Esta modulación es empleada para la detección de señales de flujo magnético, luego es deseable maximizarla; sin embargo, al considerar fluctuaciones térmicas se encuentra que el valor óptimo de operación del SQUID suele encontrarse en torno a  $\beta_L \approx 1$ , y asimetrías en los parámetros de las uniones Josephson pueden, en ocasiones, mejorar el desempeño del SQUID.

# Capítulo 2

## Estudio numérico

En este capítulo se mostrará el resultado de la simulación numérica de la unión Josephson, así como del dc SQUID. Tomando el desarrollo teórico del Capítulo 1 como punto de partida, emplearemos el estudio numérico para obtener una comprensión más profunda del principio de operación del dc SQUID y del papel de los distintos parámetros involucrados en su funcionamiento.

### 2.1. Modelo RCSJ

La dinámica de la diferencia de fase superconductora  $\delta$ , como hemos visto en la sección 1.2.1, viene descrita por la ecuación (1.13). Tomando el tiempo adimensional  $\tau \equiv t\omega_c$  del mismo modo que en la sección 1.3.1, obtenemos una ecuación dinámica completamente adimensionalizada,

$$\beta_c \ddot{\delta} + \dot{\delta} = i - \sin \delta \quad (2.1)$$

donde ahora los puntos representan derivación respecto de  $\tau$ . Se trata de una ecuación diferencial de segundo orden, que podemos tratar como un sistema de dos ecuaciones diferenciales de primer orden definiendo la variable  $u \equiv \dot{\delta}$ , que corresponde al voltaje disipado en la unión Josephson.

$$\dot{\delta} = u \quad (2.2a)$$

$$\dot{u} = \frac{1}{\beta_c}(i - i \sin \delta) \quad (2.2b)$$

Emplearemos el método de Runge-Kutta en cuarto orden para resolver numéricamente la evolución del sistema en el espacio de fases,  $(\delta, u)$ . Llamaremos  $v$  al promedio temporal del voltaje, de modo que  $v = 0$  en régimen superconductor, y  $v \neq 0$  en régimen disipativo.

Veamos, para empezar, cómo responde la diferencia de fase  $\delta$  ante un cambio en la corriente  $i$  que atraviesa la unión. Para un pulso de corriente subcrítica (Figura 2.1a), vemos que  $\delta$  se desplaza temporalmente de su posición: al inclinarse el potencial *washboard*, el mínimo estable en el que se encuentra el sistema se desplaza levemente, pero no desaparece. Por ello, al desaparecer la corriente, el sistema vuelve a su estado inicial. La imagen muestra claramente el efecto de la inercia: el sistema oscila notablemente para  $\beta_c = 10$ . Para el caso amortiguado,  $\beta_c = 0,1$ , no se aprecian oscilaciones. El valor del potencial promedio  $v$  es nulo para ambos valores de corriente.

Ahora bien, cuando la corriente pasa de un valor subcrítico a supercrítico (Figura 2.1b), los mínimos metaestables del potencial desaparecen y  $\delta$  aumenta rápidamente. Durante el pulso de corriente, el voltaje  $v$  es no nulo. Si regresamos a un valor de corriente levemente por debajo del crítico, apreciamos el efecto de la inercia: tras el pulso de corriente, para  $\beta_c = 0,1$ , el sistema queda atrapado en uno de los mínimos metaestables, por supuesto,

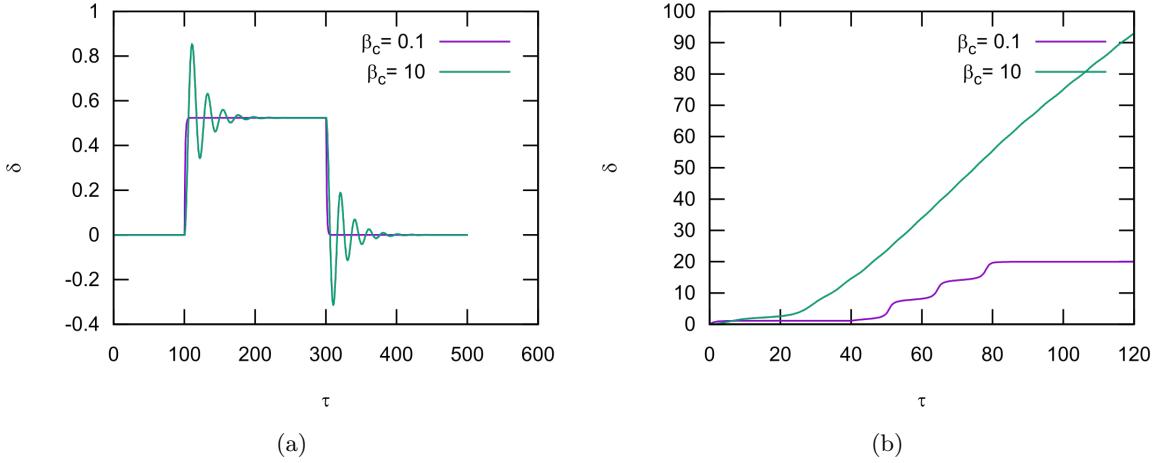


Figura 2.1: Comportamiento de la diferencia de fase  $\delta$  ante un pulso de corriente: (a) corriente subcrítica,  $i = 0,5$  entre  $\tau = 100$  y  $300$ ; (b) corriente supercrítica,  $i = 1,1$  entre  $\tau = 40$  y  $80$ , corriente subcrítica  $i = 0,9$  en el resto.

distinto del inicial; para  $\beta_c = 10$ , la inercia del sistema evita que el sistema quede reatrulado, y sigue existiendo voltaje.

Ya hemos visto cómo se comporta la diferencia de fase  $\delta$ . La respuesta de la unión Josephson se basa enteramente en este comportamiento, como hemos visto en el Capítulo 1. Para obtener la característica I-V del sistema, recorremos una discretización de valores de  $i$  y, para cada uno, resolvemos numéricamente (2.2) y obtenemos el voltaje  $v$  promediando temporalmente la variable  $u$  (Figura 2.2). Reiterando en pequeños pasos de  $i$ , simulamos el comportamiento del sistema ante una corriente variable (cuasiestáticamente, pues el sistema tiene tiempo de amortiguar las oscilaciones causadas por la inercia en el caso de  $\beta_c$  no despreciable).

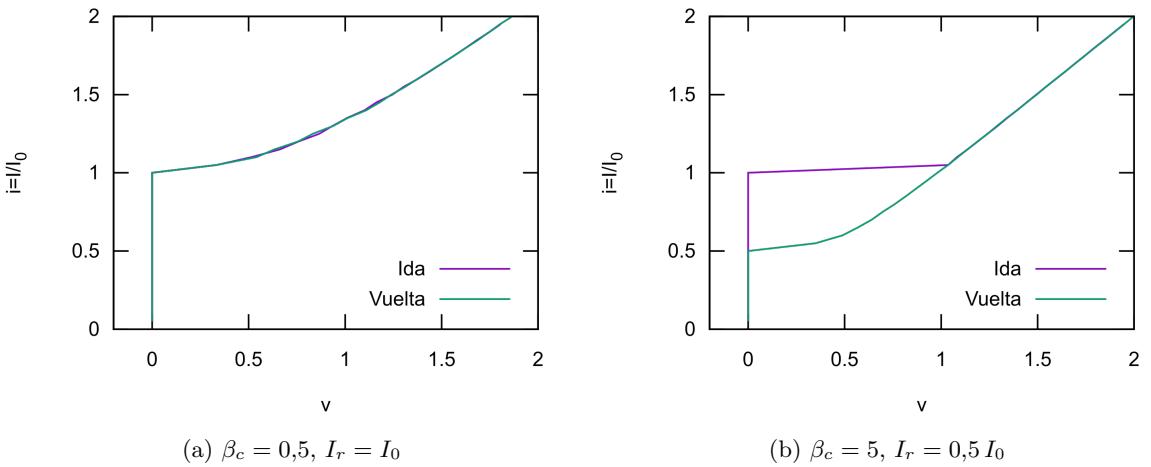


Figura 2.2: Característica I-V para dos valores distintos de  $\beta_c$ . Manteniendo  $\beta_c < 1$  se evita la histéresis de la unión Josephson.

Aquí es donde observamos la histéresis de la unión Josephson: para  $\beta_c > 1$ , la corriente de retorno al estado no dissipativo,  $i_r \equiv I_r/I_0$ , es menor que la corriente crítica  $i_0 = 1$  de la unión. Esta corriente de retorno cuantifica el comportamiento histerético del sistema: en la Figura 2.3 se muestra la dependencia de la corriente de retorno con  $\beta_c$ , obtenida reiterando

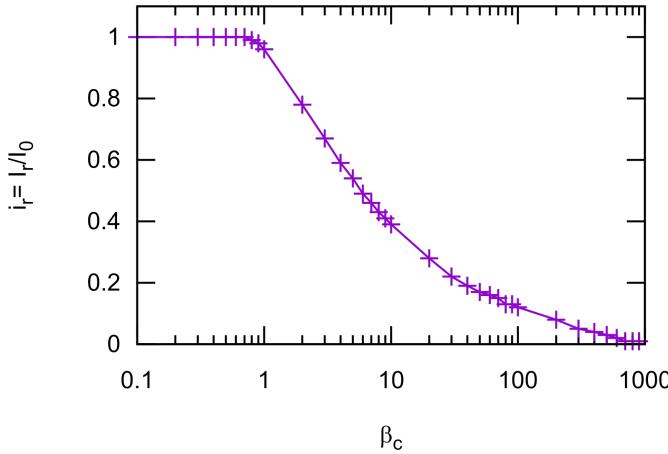


Figura 2.3: Dependencia de la corriente de retorno con  $\beta_c$  (los puntos, unidos por segmentos rectos, marcan los valores calculados). No hay histéresis apreciable hasta  $\beta_c \approx 1$ .

la simulación anterior para distintos valores de este parámetro.

## 2.2. SQUID

Recuperemos las ecuaciones adimensionalizadas que describen la dinámica del dc SQUID. Del mismo modo que en el Capítulo 1, suponemos las dos uniones Josephson que constituyen el SQUID idénticas, con parámetros de capacitancia  $C$ , resistencia  $R$  y corriente crítica  $I_0$  iguales.

$$\frac{i}{2} + j = \sin \delta_1 + \dot{\delta}_1 + \beta_c \ddot{\delta}_1 \quad (2.3a)$$

$$\frac{i}{2} - j = \sin \delta_2 + \dot{\delta}_2 + \beta_c \ddot{\delta}_2 \quad (2.3b)$$

$$\delta_2 - \delta_1 + 2\pi n = 2\pi(\phi_a + \frac{1}{2}\beta_L j) \quad (2.4)$$

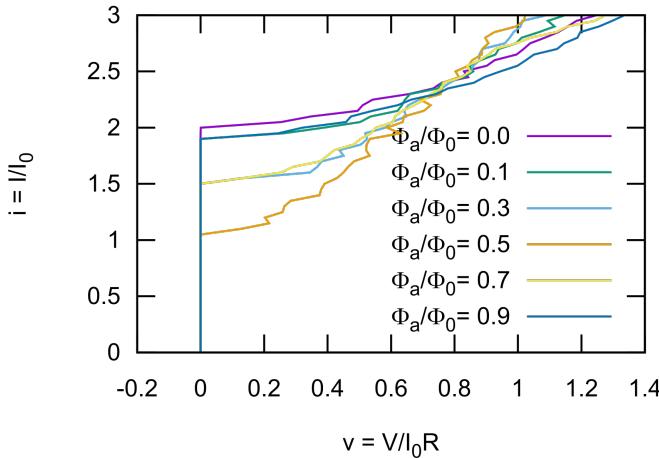


Figura 2.4: Característica I-V para distintos valores de flujo magnético  $\Phi$  atravesando el SQUID, con  $\beta_c = 0.5$ ,  $\beta_L = 1$ .

La característica I-V del SQUID es muy similar a la de una unión Josephson (Figura 2.4), con corriente crítica máxima de  $2I_0$ , suma de las de ambas uniones, y modulada por el flujo magnético a través del SQUID (ver Sección 1.3.2). La modulación es máxima para múltiplos enteros de  $\Phi_0$  ( $\phi_a = 0, 1, 2, \dots$ ), y mínima para múltiplos semiimpares ( $\phi_a = 0.5, 1.5, 2.5, \dots$ ).

Aplicando una corriente *bias*  $I$  constante, el voltaje disipado en la unión se emplea como una medida del flujo magnético. Con una corriente aplicada  $I = 2I_0$ , la modulación del voltaje  $v = V/I_0R$  causada por el campo magnético externo  $\phi_a = \Phi_a/\Phi_0$  se maximiza, mientras que para valores distintos el rango de modulación se reduce (Figura 2.5a).

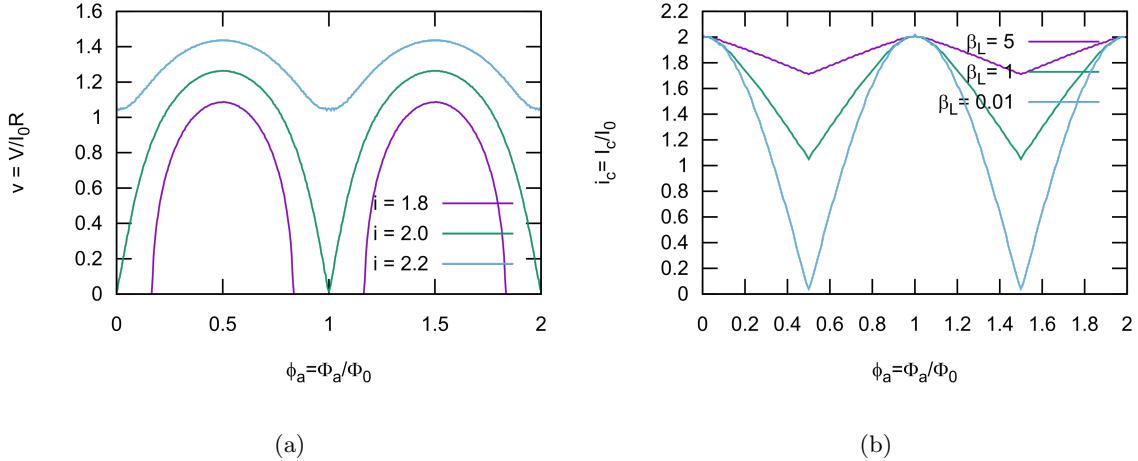


Figura 2.5: (a) Modulación del voltaje disipado por el SQUID según el campo magnético externo, polarizado con una corriente  $i = 1.8, 2, 2.2$ , con  $\beta_c = 0.5$ ,  $\beta_L = 1$ . (b) Modulación de la corriente crítica del SQUID con el flujo externo, para distintos valores de  $\beta_L$ , con  $\beta_c = 0.5$ .

La modulación del voltaje disipado, que es lo que podemos medir, es el resultado de la modulación de la corriente crítica (Figura 2.5b) tal y como hemos visto en (1.23). Como puede verse en la gráfica, la modulación del SQUID se reduce a causa de la inductancia del SQUID, con modulación máxima para  $\beta_L \ll 1$ .

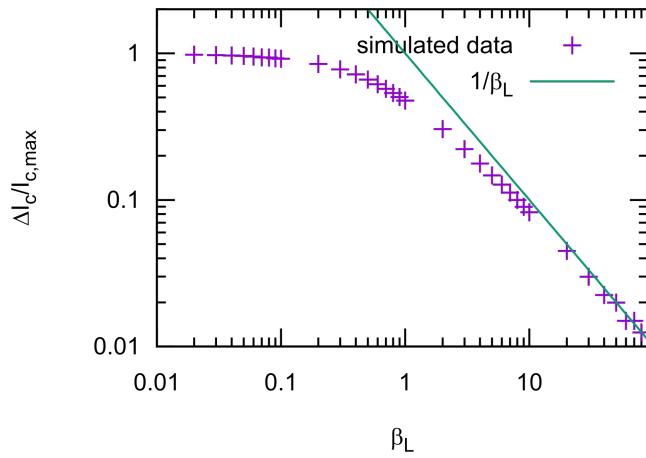


Figura 2.6: Amplitud de modulación de la corriente crítica vs.  $\beta_L$ , para  $\beta_c = 0.5$ .

Para ver cómo afecta exactamente la inductancia a la modulación, simulamos el sistema para un amplio rango de valores de  $\beta_L$ , obteniendo en cada caso la amplitud de modulación

normalizada  $\Delta I_c/I_{c,max}$  (Figura 2.6). El valor mínimo de corriente crítica es del orden de  $2(I_0 - J)$ , con lo que  $\Delta I_c/I_{c,max} \approx 1/\beta_L$  para  $\beta_L \gg 1$ .

### 2.2.1. Asimetrías en el SQUID

A la hora de calcular el flujo magnético debido a la inductancia hemos empleado solamente la contribución de la corriente circulante  $J$ , suponiendo que la inducción debida a la corriente de polarización del SQUID,  $I$ , es idéntica en las dos ramas, cancelándose su efecto. Sin embargo, como podrá verse en las imágenes incluidas en la sección 3.1, el recorrido de la corriente de polarización al atravesar las dos ramas del SQUID es notablemente distinto. Esta asimetría resulta en una contribución no nula debida a la corriente  $I$  con que polarizamos el SQUID para la lectura, contribución que influye de forma apreciable en las curvas de modulación del dispositivo. Teniendo en cuenta la asimetría en la inductancia de las ramas del SQUID, el flujo magnético total que atraviesa el anillo en un determinado momento es,

$$\Phi_T = \Phi_a + L_1 I_1 - L_2 I_2 = \Phi_a + LJ - \alpha_L \frac{LI}{2} \quad (2.5)$$

donde  $L_1$  y  $L_2$  son las inductancias de cada rama ( $L \equiv L_1 + L_2$ ),  $I_1$  e  $I_2$  las corrientes que las atraviesan, y donde hemos introducido el parámetro  $\alpha_L = (L_2 - L_1)/L$  como factor que cuantifica la asimetría en las inductancias. Vemos que la asimetría introduce una contribución al flujo magnético que crece linealmente con la corriente de polarización  $I$ . Incluyendo este nuevo término en (2.4) obtenemos

$$\delta_2 - \delta_1 = 2\pi(\phi_a + \frac{1}{2}\beta_L j - \frac{1}{4}\beta_L \alpha_L i) = 2\pi\phi_a + \pi\beta_L(j - \frac{\alpha_L}{2}i) \quad (2.6)$$

por lo que ahora  $i$  influye en la corriente circulante generada en el anillo,

$$j = \frac{\delta_2 - \delta_1 - 2\pi\phi_a}{\pi\beta_L} + \frac{\alpha_L}{2}i. \quad (2.7)$$

El voltaje dependiente del tiempo que disipa el SQUID es

$$U = U_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} = U_2 + L_2 \frac{dI_2}{dt} = \frac{1}{2} \left[ U_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + U_2 + L_2 \frac{dI_2}{dt} \right]. \quad (2.8)$$

Sustituyendo  $L_1 = L(1-\alpha_L)/2$ ,  $L_2 = L(1+\alpha_L)/2$ , y utilizando que  $dI_1/dt = -dI_2/dt = dJ/dt$  (para  $dI/dt = 0$ ), podemos escribir el voltaje del SQUID como

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \left[ U_1 + L \frac{dJ}{dt} \frac{(1-\alpha_L)}{2} + U_2 + L \frac{dJ}{dt} \frac{(1+\alpha_L)}{2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ U_1 + U_2 - \alpha_L L \frac{dJ}{dt} \right] \end{aligned} \quad (2.9)$$

que, normalizando voltaje con  $I_0 R$  y tiempo con  $\omega_c^{-1}$  y empleando la expresión (2.7,) queda

$$u = \frac{1}{2} \left[ \dot{\delta}_1 + \dot{\delta}_2 - \pi\beta_L \alpha_L j \right] = \frac{1}{2} \left[ (1 + \alpha_L) \dot{\delta}_1 + (1 - \alpha_L) \dot{\delta}_2 \right]. \quad (2.10)$$

Implementando estos cambios en el código, podemos observar el efecto de la asimetría en las curvas de modulación del SQUID. Simulando el sistema para distintos valores de  $\alpha_L$ , apreciamos que un valor creciente del parámetro de asimetría resulta en un desplazamiento de las curvas de modulación (Figura 2.7).

Este desplazamiento en la modulación tiene una consecuencia relevante cuando se emplea el SQUID como transductor de flujo magnético a voltaje. A la hora de medir pequeños

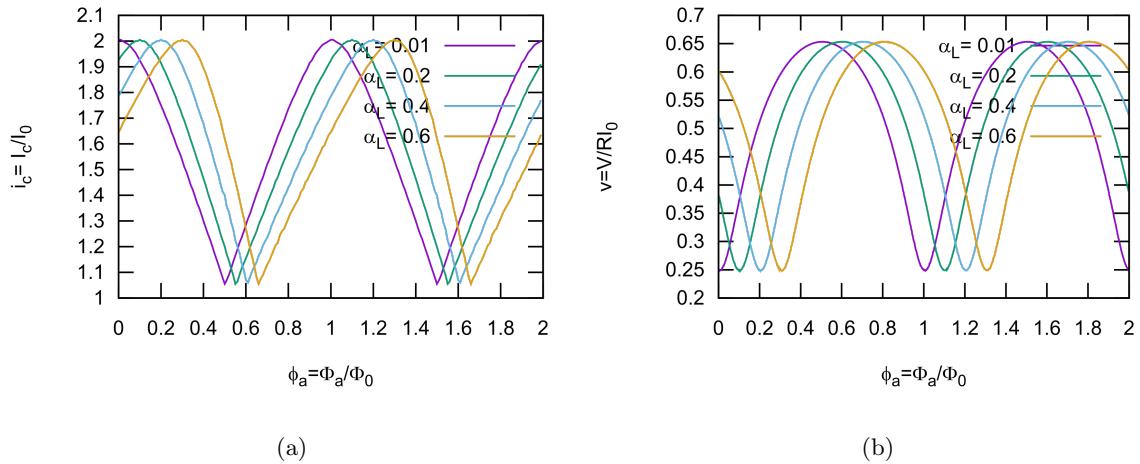


Figura 2.7: Curvas de modulación para distintos valores de  $\alpha_L$ , con  $\beta_C = 1$ ,  $\beta_L = 1$ : (a) corriente crítica; (b) voltaje, con  $i = 2,05$ .

cambios  $\delta\Phi_a$  en el flujo magnético, es deseable maximizar el coeficiente de transferencia flujo-voltaje  $V_\Phi \equiv |\partial V/\partial\Phi_a|_I$ , de manera que se maximice la amplitud de la señal de salida,  $\delta V = V_\Phi\delta\Phi_a$ ; esto normalmente se consigue induciendo un flujo magnético mediante una corriente de modulación (ver sección 3.1). De forma similar, la asimetría en las inductancias de las ramas del SQUID causa un desplazamiento de la curva de modulación, de manera que un cierto valor de  $\alpha_L$  puede maximizar el coeficiente de transferencia a campo nulo, lo cual es de vital importancia en la medida de campos magnéticos muy débiles.

## Capítulo 3

# Montaje experimental

Este capítulo cubre las consideraciones necesarias para la medida con sensores nanoSQUID en altas frecuencias. En la siguiente sección se discuten las particularidades de los sensores fabricados durante el proyecto. Más adelante, se habla del equipo de medida en bajas temperaturas utilizado: su estado inicial y las modificaciones necesarias realizadas para posibilitar la medida de señales de alta frecuencia. El objetivo del proyecto es acondicionar el equipo para tratar señales que alcancen frecuencias del orden de  $\sim 1$  GHz.

### 3.1. NanoSQUIDs basados en superconductores de cuprato.

Para su uso durante el proyecto, hemos fabricado sensores nanoSQUID basados en YBCO ( $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ ), un superconductor de cuprato de alta temperatura crítica [1], haciendo uso de los equipos *Dual Beam* del Instituto de Nanociencia de Aragón (INA). Estos equipos son empleados en procesos de nanolitografía; combinan un haz de electrones, utilizado para la obtención de imágenes SEM (del inglés *Scanning Electron Microscopy*), con un haz de iones focalizado de galio, FIB (*Focused Ion Beam*), empleado en procesos de nanofabricación mediante litografía.

Los sensores son fabricados mediante litografía de una banda de YBCO, grabando la forma del anillo sobre el superconductor. La banda de YBCO se fabrica mediante crecimiento epitaxial sobre un sustrato de bicristal de estroncio de titanio STO ( $\text{SrTiO}_3$ ), que presenta una frontera de grano o, en inglés, *grain boundary* (GB), transversal a la banda de super-

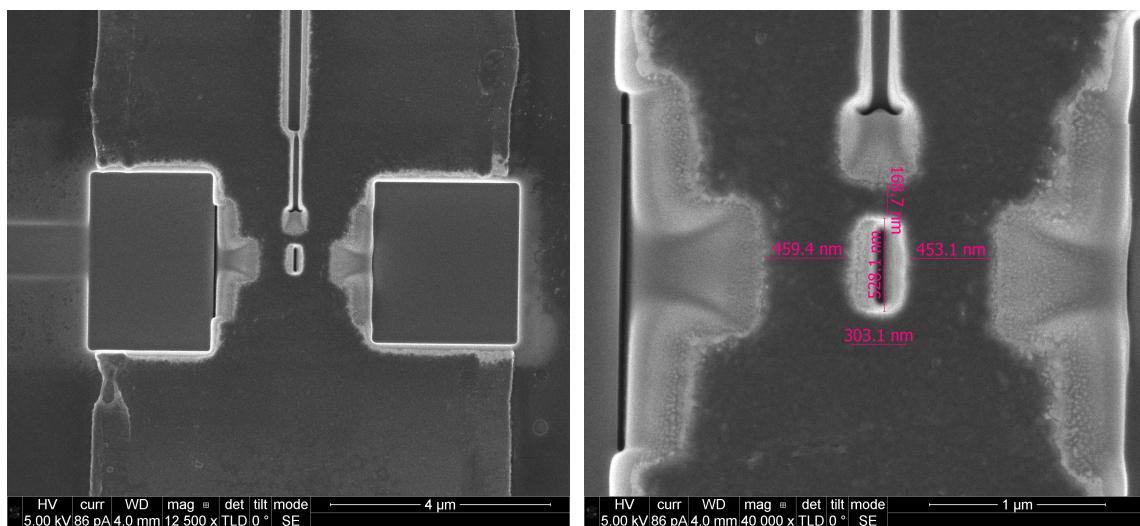


Figura 3.1: Imágenes SEM de un nanoSQUID litografiado sobre la banda de YBCO.

conductor, es decir, una frontera entre dos dominios del cristal con orientaciones distintas. Esta separación entre dos dominios diferenciados se logra mediante el crecimiento del cristal a partir de dos núcleos iniciales distintos. La sección de la banda de YBCO crecida sobre la GB es la que presenta el acoplamiento débil requerido para las uniones Josephson: el anillo se recorta sobre la banda superconductora de manera que sea intersecado en dos puntos por la GB, dando lugar a dos uniones Josephson, a las que llamamos *grain boundary junctions* (GBJs).

Sobre la banda de YBCO, típicamente entre 50 - 300 nm de grosor, se añade una lámina de oro de unos 60 nm, que actúa como resistencia de carga (para evitar la histéresis en la unión; ver sección 1.2.1) a la par que protege el YBCO de la implantación de iones galio del FIB. El tamaño típico del agujero interior es de 200 - 500 nm, y el ancho de las GBJ de 100 - 300 nm. Con estas medidas se obtienen sensores no histeréticos, capaces de operar desde temperaturas de < 1 K hasta unos 80 K. Aplicando una corriente de modulación  $I_{mod}$  al SQUID puede ajustarse mediante inducción el flujo magnético que lo atraviesa, permitiendo así la operación en modo de lazo cerrado. En los terminales del SQUID se conectan 6 líneas de entrada/salida, correspondientes a la corriente de modulación, la corriente de polarización, y los terminales de lectura de voltaje (Figura 3.2).

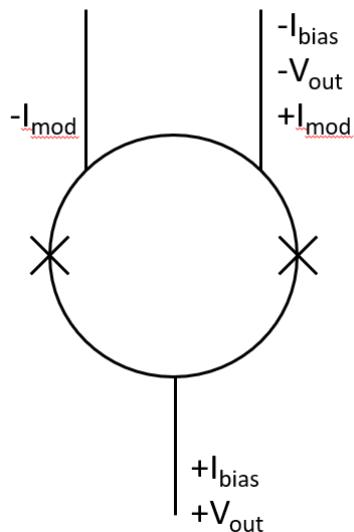


Figura 3.2: Esquema de conexiones del SQUID. La aplicación de una corriente de modulación no es necesaria para la lectura de voltaje; permite ajustar el flujo que atraviesa el anillo para el uso del SQUID en modo de lazo cerrado.

## 3.2. El equipo de medida

### 3.2.1. Estado inicial

A continuación describiremos el montaje con el que contamos al comenzar el proyecto, empleado para testear y operar con una variedad de chips electrónicos en condiciones de bajas temperaturas ( $\sim 4$  K) y con un campo magnético externo de hasta  $\sim 1$  T. El equipo consta de una cámara de vacío de acero inoxidable (Figura 3.3), con un refrigerador criogénico Gifford-McMahon en su interior. El refrigerador emplea helio líquido suministrado en ciclo cerrado para crear un gradiente de temperatura, enfriando el disco de cobre intermedio hasta 30 K, y el del extremo inferior hasta  $\sim 4$  K (Figura 3.4).

Bajo el disco de 4 K, atornillado a este e impregnado con grasa térmica para facilitar la termalización en la superficie de contacto, pende un "dedo frío", un soporte alargado de cobre

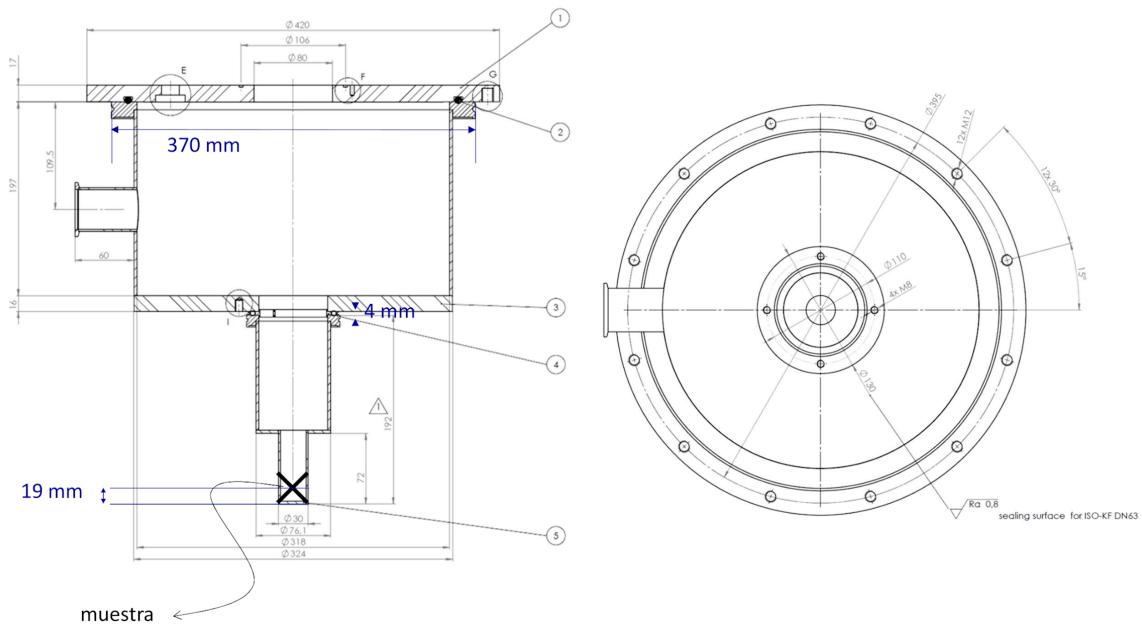


Figura 3.3: Cámara de vacío de acero inoxidable, cierres tipo O-ring. El crio-refrigerador se introduce por el orificio superior. El apéndice de la izquierda es la salida de la bomba de vacío, donde se alcanzan presiones de  $\sim 10^{-5}$  mbar. La presión en la posición de la muestra es mayor que en la salida de la bomba.

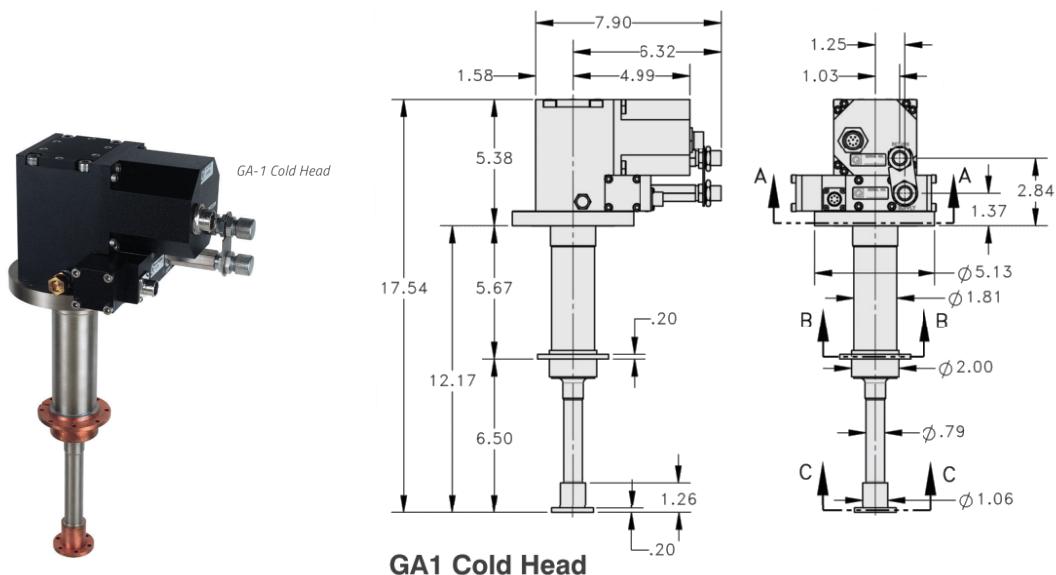


Figura 3.4: Crio-refrigerador GM, 0.25 W. A la derecha, medidas en pulgadas.

en cuyo extremo inferior se coloca el chip de interés (pegado también con grasa). El propósito del dedo frío es, por supuesto, mantener el chip debidamente termalizado, a la par que situarlo a la altura adecuada para introducirlo entre las bobinas de un potente electroimán, usado para estudiar sistemas en presencia de un campo magnético externo. Una cobertura de cobre (el llamado *shielding*) sujeta al disco de 30 K rodea el extremo del refrigerador y el dedo frío. Formada por dos piezas, su propósito es apantallar la radiación exterior (Figura 3.5).

Desde la cara superior de la cámara de vacío descienden, pegados al refrigerador y al dedo frío, las conexiones necesarias para la alimentación y control del chip, así como un termoresistor para monitorizar la temperatura del dedo frío. Se emplean cables de par trenzado (o *twisted pairs*), puesto que reducen la radiación electromagnética y evitan la interferencia electromagnética entre pares, a la par que resisten mejor interferencias externas (Figura 3.6) [7]. En el extremo del dedo frío, los twisted pairs se conectan al chip utilizado por medio de conectores tipo pin (*spring loaded connectors*). Los nanoSQUIDs utilizados se fabrican en chips cuadrados de  $\sim 10$  mm de lado, que se adhieren con grasa térmica a un portamuestras, con los microcontactos necesarios entre el chip y los pines de salida para controlar y leer el SQUID.

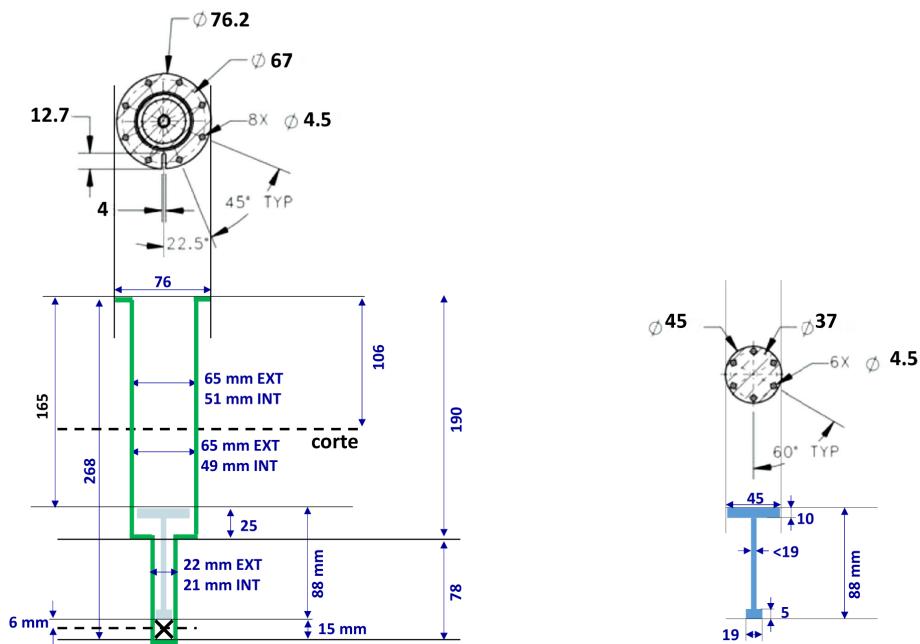


Figura 3.5: Esquema y medidas del *shielding* de cobre, atornillado al disco de 30 K (izquierda), y del dedo frío, atornillado al disco de 4 K (derecha).

### 3.2.2. Mejoras requeridas

A la hora de introducir o extraer señales eléctricas del chip, éstas deben transmitirse a lo largo de un cierto recorrido entre el interior de la cámara de vacío y el equipo de acondicionamiento y adquisición de la señal en el exterior. En el caso de señales de alta frecuencia, esto implica recorrer distancias de varias longitudes de onda. Los *twisted pairs* son útiles hasta  $\sim 1$  MHz; a mayores frecuencias, las pérdidas en el par trenzado son demasiado



Figura 3.6: El *twisted pair* reduce el ruido magnético en señales diferenciales, puesto que el flujo magnético a través de cada vuelta se compensa con un flujo magnético opuesto en la siguiente. El flujo total a través del par es (idealmente) nulo, luego la diferencia de voltaje permanece inalterada (Smith E.N. y Richardson R.C., 1988).

grandes, y la señal debe transmitirse mediante cable coaxial, que produce un amortiguamiento por reflexiones mucho menor.

Así, el proyecto requiere la instalación de líneas coaxiales de entrada y salida, que serán comunicadas con el chip por medio de conectores tipo SMA/SMP (Figura 3.7). Para ello, se diseñará una placa porta-chips con conectores SMP y conectores normales (tipo pin) incorporados. El tamaño de los conectores y las pistas necesarias requieren de una placa de cierto tamaño, por lo que deberán diseñarse nuevas terminaciones para la cámara de vacío, para la pantalla de radiación, y un dedo frío adaptado al tamaño del nuevo porta-chips.



Figura 3.7: Conectores SMA macho y hembra, bañados en oro, aptos para señales de alta frecuencia (Thorlabs Inc.).

Además, el amplificador operacional empleado hasta el momento debe reemplazarse por uno capaz de procesar señales de alta frecuencia, introduciendo un nivel de ruido suficientemente bajo para conservar la calidad de la señal. Por último, se adquirirá un nuevo osciloscopio adecuado para la lectura de señales de  $\sim 1$  GHz.

### 3.2.3. Reacondicionamiento del equipo

La necesidad de utilizar líneas coaxiales nos ha obligado a aumentar el tamaño de todas las piezas que rodean el chip, pero la separación entre las bobinas del electroimán utilizado en el laboratorio nos impone una cota superior sobre el tamaño de la cámara de vacío. Debemos tener en cuenta estas restricciones a la hora de diseñar la placa porta-chips y las piezas que la rodean.

#### Porta-chips

En la Figura 3.8 puede verse el diseño del nuevo porta-chips. Se ha escogido una forma cuadrada con las esquinas recortadas para optimizar su tamaño, de forma que pueda introducirse en un cilindro de radio  $\geq 45$  mm. El chip se adhiere a una pieza de cobre en el centro de la placa, que sirve para termalizar con el dedo frío, y se microcontacta a la placa. Se mantienen las conexiones pin utilizadas para operar con el SQUID, mientras que se añaden las conexiones coaxiales a los terminales de lectura de voltaje.

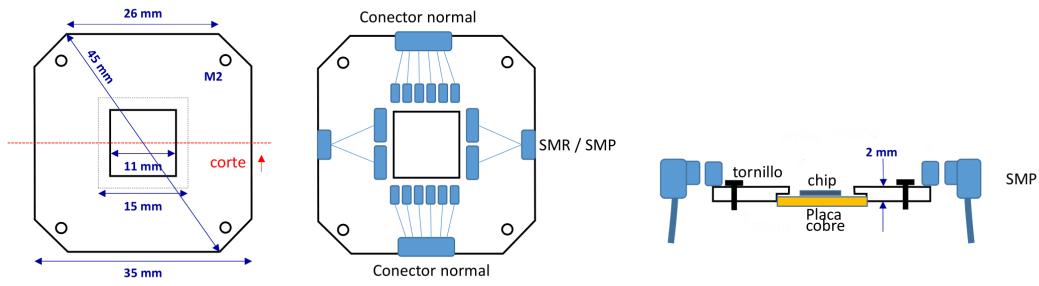


Figura 3.8: Diseño de la placa porta-chips.

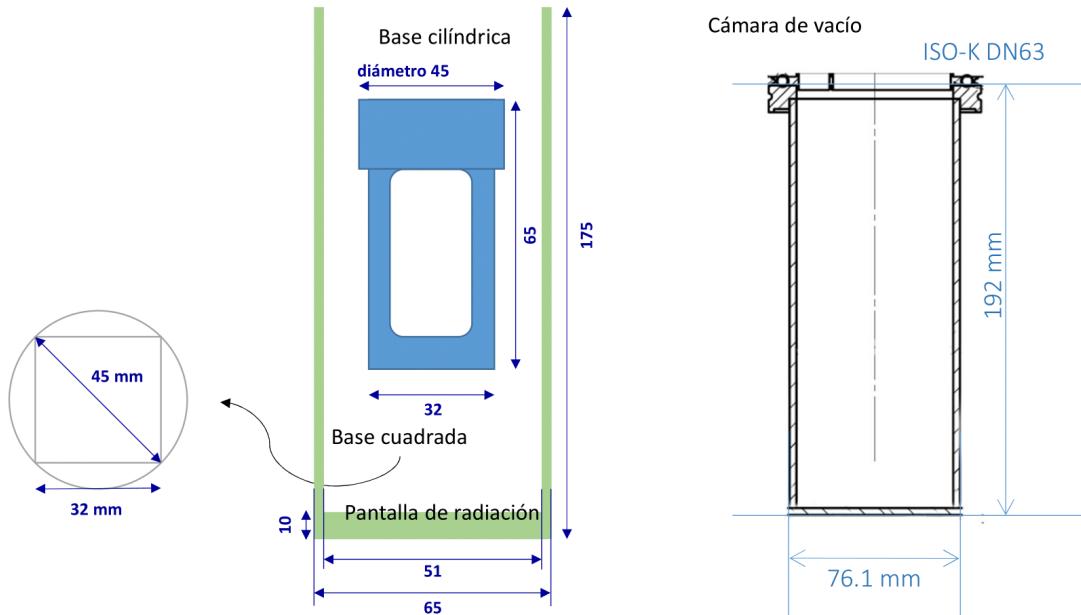


Figura 3.9: Diseño del dedo frío, pantalla de radiación y terminación de la cámara de vacío.

## Dedo frío

Diseñamos un nuevo dedo frío adaptado al tamaño del porta-chips. Este consiste en una pieza de cobre en forma de prisma, vaciado desde sus caras laterales, con la base superior de forma cilíndrica, atornillable al disco de 4 K del refrigerador (Figura 3.9). El porta-chips se colocará bajo la base cuadrada del dedo frío.

## Pantalla de radiación y cámara de vacío

Sustituimos la terminación vieja de la pantalla de radiación (Figura 3.5) por una terminación cilíndrica más simple, de radio idéntico al de la pieza superior. Del mismo modo, sustituimos la vieja terminación de la cámara de vacío por una de forma cilíndrica, del tamaño adecuado para dejar un cierto espacio entre el *shielding* y la cámara de vacío, dentro de las restricciones de tamaño que nos impone el electroimán (Figura 3.9).

## Líneas coaxiales

Para la entrada y salida de señales de alta frecuencia empleamos cables coaxiales rígidos. Por ello, y con el objetivo de mantener la modularidad del equipo y de facilitar el ensambla-

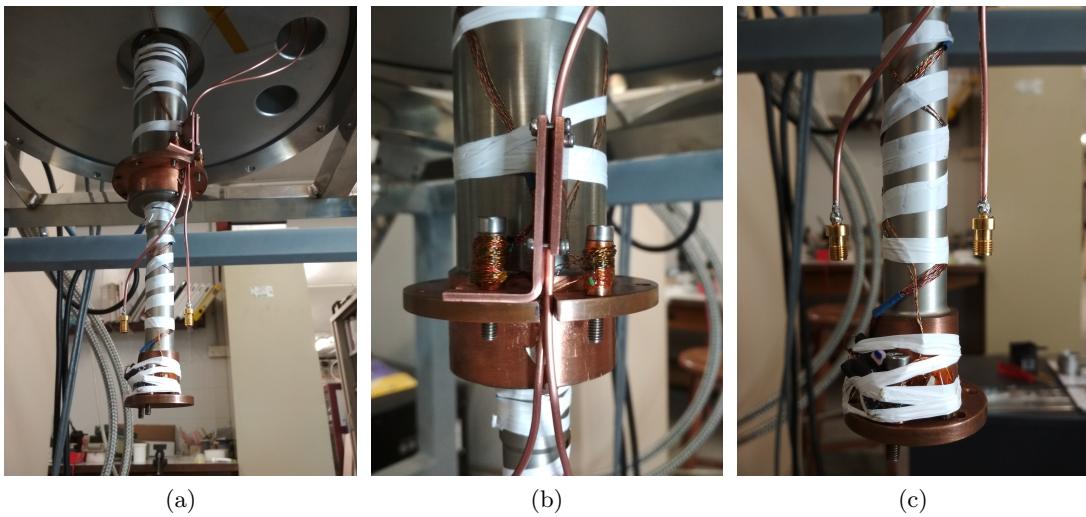


Figura 3.10: Primer tramo de las líneas coaxiales instaladas.

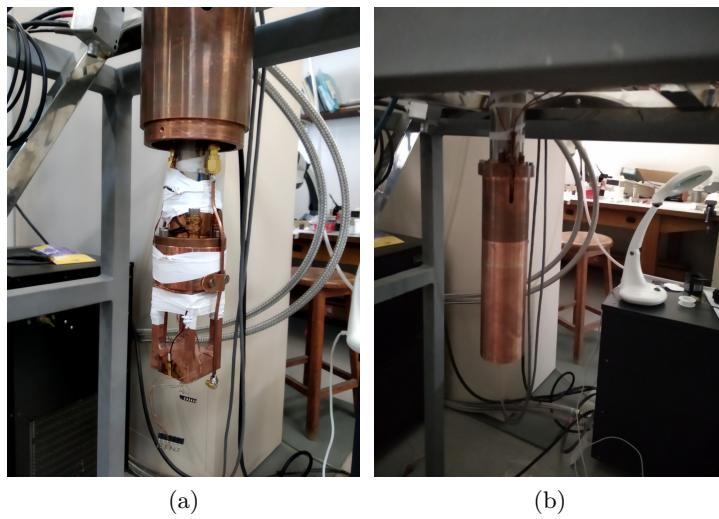


Figura 3.11: (a) Segundo tramo de las líneas coaxiales, una vez colocados el dedo frío y la primera pieza del *shielding*; (b) imagen del sistema cubierto por el *shielding* al completo.

miento (que se complica debido a las restricciones de tamaño), decidimos instalar las líneas coaxiales de entrada y salida en dos segmentos.

Un primer segmento desciende desde el exterior del equipo hasta unos centímetros por encima del disco de 4 K (Figura 3.10a), justo por debajo de la primera pieza del *shielding* de cobre. Los cables se introducen dentro del *shielding* por una muesca presente en el disco de 30 K, aprisionados por dos piezas planas de cobre para evitar que movimientos no deseados deterioren el resto de conexiones, más delicadas, que se encuentran en el mismo punto (Figura 3.10b). El contacto con estas piezas, atornilladas al disco del refrigerador, también facilitará el enfriamiento del cable, reduciendo el nivel de ruido térmico de las señales.

El segundo segmento de coaxial, conectado al primero mediante conectores SMA (Figura 3.10c), desciende hasta el porta-chips. Este diseño facilita el uso de distintos chips electrónicos que se emplean con este equipo de medida, que pueden requerir coaxiales de distinta longitud.

### Amplificador y osciloscopio

El amplificador de señal empleado finalmente es el amplificador de alta ganancia PE15A1013 (LNA) de Pasternack (Figura 3.12). Este opera en un rango de frecuencia de 10 MHz - 1 GHz.



Figura 3.12: Amplificador de alta ganancia PE15A1013 (LNA) (Pasternack).

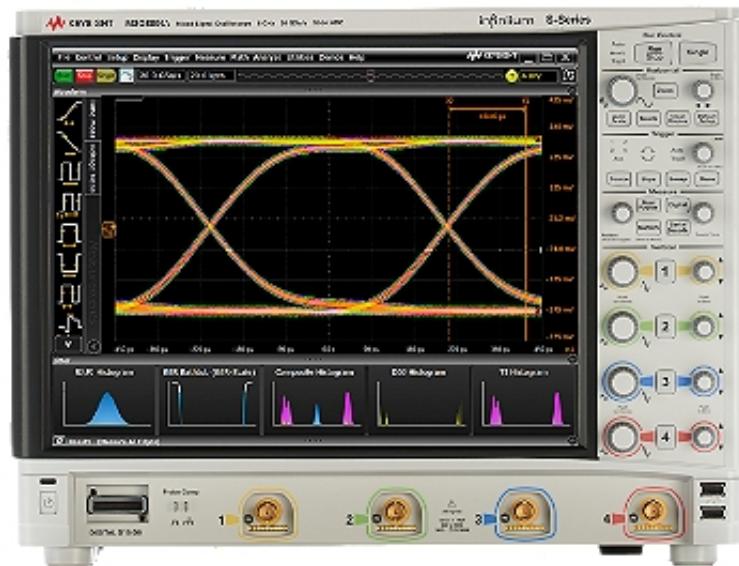


Figura 3.13: Osciloscopio de alta definición MSOS804A, Infiniium S-Series (Keysight Technologies).

El ruido introducido es suficientemente bajo, con un valor máximo de 1.1 dB para una ganancia de 50 dB.

Para la lectura de señales se ha adquirido el osciloscopio de alta definición MSOS804A de Keysight Technologies (Infiniium S-Series), con ancho de banda de 8 GHz y 4 canales analógicos (Figura 3.13).

# Conclusiones

Para concluir esta memoria, recapitulamos la información presentada y señalamos las conclusiones relevantes del proyecto.

Hemos realizado una revisión de los conceptos fundamentales involucrados en el funcionamiento físico y uso experimental del dc SQUID, estableciendo así un buen punto de partida para el estudio del dispositivo. Desde este punto, hemos profundizado en la comprensión de la dinámica del SQUID mediante el estudio numérico de las ecuaciones que lo gobiernan, siguiendo la evolución de las variables de diferencia de fase superconductora y, con ello, del voltaje disipado en el dispositivo, bajo distintas condiciones de flujo magnético aplicado.

En cuanto al equipo de medida, hemos realizado las actualizaciones necesarias para la medida de señales en altas frecuencias, contribuyendo al diseño y ensamblaje del montaje. Con ello, nos hemos familiarizado con técnicas experimentales particulares de la física de bajas temperaturas y de la electrónica de superconducción.

# Bibliografía

- [1] Nanosquids: Basics & recent advances. *Physical Sciences Reviews*, 2, 2017.
- [2] Kleiner R. and Koelle D. *The SQUID Handbook, Vol. I: Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems*. Wiley-VCH, Weinheim, 2004. Appendix I, 357-366.
- [3] Chesca B., Kleiner R., and Koelle D. *The SQUID Handbook, Vol. I: Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems*. Wiley-VCH, Weinheim, 2004. chapter 2, 30-92.
- [4] Josephson B.D. Possible new effects in superconductive tunneling. *Phys. Lett.*, 1:251–253, 1962.
- [5] Anderson P.W. and Rowell J.M. Probable observation of the josephson superconducting tunneling effect. *Phys. Rev. Lett.*, 10:230–232, 1963.
- [6] Pannetier B. and Courtois H. Andreev reflection and proximity effect. *J. Low Temp. Phys.*, 118:599–615, 2000.
- [7] Smith E.N. and Richardson R.C. *Experimental Techniques in Condensed Matter Physics at Low Temperatures*. Addison-Wesley, 1988. Advanced Book Classics.