

ANEXOS

ANEXO A: Muestras de EDAR de los ensayos de laboratorio

Tabla A.1. Características de las muestras de agua de EDAR utilizadas en los ensayos de laboratorio.

	EDAR 1	EDAR 2		
	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3	Muestra 4
Fecha de obtención	09-nov	16-nov	25-ene	20-nov
pH	7,4	7,7	8,4	7,3
Turbidez (NTU)	22	18	15	45
SST (mg/L)	43	24	16	65
COD (mg C/l)	24	27	38	15
<i>E.coli</i> log (UFC/100 ml)	6,6	5,5	4,8	3,8
<i>Enterococcus sp.</i> log(UFC/100 ml)	4,7	4,6	2,9	3,1
<i>Pseudomonas sp.</i> log (UFC/100 ml)	6,3	5,2	4,3	5,5

ANEXO B: Análisis microbiológico

Para realizar el método de siembra en superficie (método estándar 9215.C), se coloca en el centro de una placa de agar sólido, un volumen conocido de muestra (100 μ l-1ml) y mediante un asa de vidrio estéril se extiende la muestra de manera uniforme por la superficie del agar. Además, como en la muestra inicial no se conoce *a priori* la concentración bacteriana, se realizan diluciones decimales seriadas con suero fisiológico estéril (NaCl 0,9%) hasta obtener una concentración que se pueda contabilizar con facilidad, como se representa en la figura B.1. A continuación, las placas se introducen en el incubador el tiempo y temperatura reflejados en la tabla B.1. En esta tabla también aparece el medio de cultivo utilizado para la determinación de cada microorganismo.

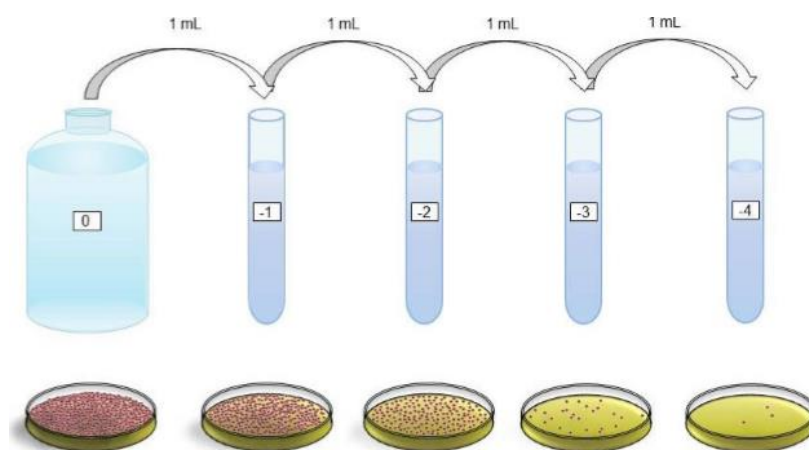


Figura B.1. Método de las diluciones en serie y posterior siembra en superficie (1)

Tabla B.1 Medio de cultivo, temperatura y tiempo de incubación para la determinación de cada bacteria

Bacteria	Medio de cultivo	Temperatura de incubación (°C)	Tiempo de incubación (h)
<i>E.coli</i>	Agar CCA	36±2	18-24
	Agar TBX	44±2	18-24
	Agar MacConkey	36±2	18-24
<i>Enterococcus sp.</i>	Agar Slanetz&Bartley	36±2	40-48
<i>Pseudomonas sp.</i>	Agar Cetrimide	36±2	18-24

ANEXO C: Regresión no lineal para la selección de modelos

La regresión no lineal es un método que permite calcular el valor de los parámetros de un modelo concreto de forma que minimicen el valor de la suma de residuos cuadrados (SRC), el cual refleja la diferencia entre los valores experimentales ($N_{i,exp}$) y los valores predichos con un modelo determinado ($N_{i,cal}$). El valor de este estadístico puede ser calculado mediante la ecuación C.1

$$SRC = \sum_{i=1}^n (N_{i,exp} - N_{i,cal})^2 \quad [C.1]$$

Aunque por sí mismo este parámetro podría ser útil para discriminar entre el ajuste de los diferentes modelos de estudio, los valores que SRC puede tomar no están acotados en un determinado rango, por lo que habitualmente como estadístico general de bondad del ajuste y para facilitar la comparación entre distintos modelos, se suele calcular el coeficiente de correlación (R^2), definido en la ecuación C.2, y que, como se observa, depende del valor de la suma de residuos cuadrados (SRC) y de la suma de residuos totales (SRT). El valor de SRT se puede calcular con la ecuación C.3, y refleja la diferencia entre los valores experimentales ($N_{i,exp}$) y el promedio de dichos puntos experimentales ($\overline{N_{i,exp}}$). Así, mediante la definición del coeficiente de correlación (R^2), se consigue un parámetro estadístico que únicamente toma valores entre 0 y 1, siendo mejor el ajuste cuanto más próximo esté a la unidad.

$$R^2 = 1 - \frac{SRC}{SRT} \quad [C.2]$$

$$SRT = \sum_{i=1}^n (N_{i,exp} - \overline{N_{i,exp}})^2 \quad [C.3]$$

Por otro lado, en ocasiones, el valor de R^2 es muy próximo a la unidad porque el modelo tiene demasiados parámetros en relación al número de puntos experimentales, por lo que para la comparación de los ajustes que proporcionan los distintos modelos, también es útil calcular el criterio de selección de modelos (CSM), que depende, tanto del valor de R^2 , como del número de parámetros del modelo (p) en relación al número de puntos experimentales (n), y viene dado por la ecuación C.4. Así, para un mismo número de puntos experimentales, cuanto mayor es el valor de R^2 o menor es el número de parámetros, mayor es el valor de CSM, y el modelo evaluado resultará más adecuado para describir el fenómeno de estudio.

$$CSM = \ln\left(\frac{SRT}{SRC}\right) - \frac{2 \cdot n}{n-p} = \ln\left(\frac{1}{1-R^2}\right) - \frac{2 \cdot n}{n-p} \quad [C.4]$$

Sin embargo, aunque este sea el procedimiento general para aplicar la regresión no lineal, aparecen situaciones en las que existe una gran diferencia entre los puntos experimentales (i.e. varios órdenes de magnitud). Por ejemplo, en los datos obtenidos a partir del conjunto de ensayos A, existen diferencias en varios órdenes de magnitud entre la concentración bacteriana a tiempos bajos y a tiempos más altos. En estos casos, la minimización del valor de SRC resultará en un ajuste más adecuado para los valores experimentales de mayores órdenes de magnitud que para los puntos experimentales de menores órdenes, y puesto que el R^2 y el CSM se calculan a partir del SRC, sus valores también reflejarán este efecto. En consecuencia, en estos casos, también es conveniente minimizar el valor de la suma de residuos cuadrados relativos (SRRC), definido por la ecuación C.5 y con el que los puntos experimentales de menores órdenes de magnitud contribuyen más al ajuste.

$$SRRC = \sum_{i=1}^n \left(\frac{N_{i,exp} - N_{i,cal}}{N_{i,exp}} \right)^2 \quad [C.5]$$

ANEXO D: Dependencia radial de la velocidad del agua y la intensidad de radiación con la distancia anular del foto-reactor

Para reflejar las dependencias radiales de las ecuaciones 11 y 12, se representaron tanto la velocidad de circulación del agua como la intensidad de radiación en función de la distancia anular ($R_2 - R_1$) tomando todos los parámetros y valores que luego se usaron para diseñar el foto-reactor, reflejados en la tabla D.1. Por un lado, en esta figura (figura D.1) se observa la disminución de la intensidad de radiación al aumentar la distancia respecto a la fuente de iluminación, de forma exponencial según la ley de Lambert-Beer. En cuanto a la dependencia radial de la velocidad, se observa que, la velocidad es menor en la cercanía de las paredes interna y externa del tubo, debido al mayor rozamiento de las capas de fluido con dichas paredes.

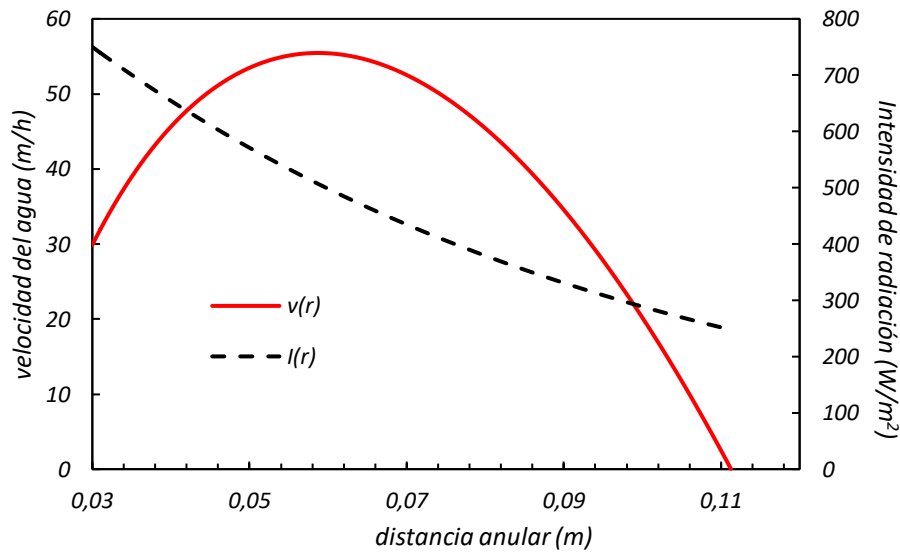


Figura D.1 Evolución de la velocidad del agua y de la intensidad de radiación con la distancia anular del foto-reactor

Tabla D.1 *Parámetros utilizados en las ecuaciones 11 y 12 para el cálculo de la velocidad del agua e intensidad de radiación a cada valor de distancia de la figura D.1*

Caudal (Q_0) (m^3/h)	1
R_1 (m)	0,03
R_2 (m)	0,111
Intensidad de la lámpara (I_0) (W/m^2)	750
Coeficiente de extinción ($\text{L}/\text{g} \cdot \text{m}$)	72
$[\text{TiO}_2]$ (g/l)	0,189

ANEXO E: Parámetros de diseño del sistema para diferentes valores de caudal

Tabla E.1 Valores de los parámetros del sistema para diferentes caudales, para una conversión celular media (X_{cm}) de 0.99, intensidad de la lámpara (I_0) de 750 W/m² y $R_1=0.03$ m. Para cada valor de caudal se ha calculado el valor de R_2 que hace que la velocidad media de circulación del agua sea 5000 veces la velocidad de sedimentación de las bacterias, y para cada valor de R_2 se calcula la concentración óptima de TiO₂, como se explica en el apartado 6.2.2. Conociendo R_2 y [TiO₂], se ha calculado la longitud del reactor, la potencia de la lámpara y los costes de operación de la misma forma que en los apartados 6.2.2 y 6.2.3. Puesto que el coste de impulsión por la bomba a través del reactor es despreciable (inferior al céntimo), no se ha incluido en esta tabla.

Caudal (m ³ /día)	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
Velocidad media (m/s)	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077
Re	483,7	649,2	793,0	922,0	1040,0	1149,3	1251,7	1348,3	1440,0	1527,5	1611,3
R_2 (m)	0,061	0,072	0,081	0,090	0,098	0,105	0,111	0,118	0,124	0,129	0,135
Longitud (m)	52,62	56,04	59,51	62,81	65,92	68,84	71,60	74,22	76,72	79,11	81,40
Potencia de la lámpara (kW)	7,439	7,923	8,413	8,880	9,319	9,732	10,122	10,493	10,846	11,183	11,507
[TiO ₂] (g/L)	0,360	0,296	0,259	0,234	0,215	0,201	0,189	0,180	0,172	0,165	0,159
Caudal másico de TiO ₂ (kg/h)	0,090	0,111	0,129	0,146	0,161	0,176	0,189	0,202	0,215	0,227	0,238
Coste TiO ₂ (€/mes)	6,48	8,00	9,32	10,52	11,62	12,66	13,61	14,57	15,47	16,33	17,16
Coste energético de la Lámpara (€/mes)	589,2	627,5	666,3	703,3	738,0	770,8	801,7	831,0	859,0	885,7	911,4
Coste Total (€/mes)	595,7	635,5	675,7	713,8	749,7	783,4	815,3	845,7	874,5	902,1	928,5
Coste unitario tratamiento (€/m ³)	3,31	2,35	1,88	1,59	1,39	1,24	1,13	1,04	0,97	0,91	0,86

ANEXO F: Justificación del factor de seguridad para el ratio de la velocidad de circulación del agua y la velocidad de sedimentación bacteriana

Como se explica en el apartado de “Diseño y optimización del foto-reactor a escala de planta piloto”, una de las restricciones propuestas para seleccionar el valor del radio de la tubería externa (R_2) es que la velocidad media a la que fluye el agua sea 5000 veces mayor que la velocidad de sedimentación de las bacterias. Sin embargo, hay que tener en cuenta no existe un único valor de velocidad de circulación del agua, sino que esta varía con la coordenada radial, por lo que, estrictamente hablando, se deberían comparar con la velocidad de sedimentación, los valores de velocidad a los diferentes radios, especialmente aquellos que se encuentran en la cercanía de las paredes de los tubos.

Una forma de comprobar que con este límite de 5000 no existe excesiva sedimentación es comparar el tiempo que tarda el agua en atravesar el reactor, es decir, el tiempo espacial (τ_{esp}) y el tiempo de sedimentación de las bacterias (τ_{sed}) que se encuentran a una distancia dada de la pared del tubo. El tiempo espacial se define como el cociente entre la longitud y la velocidad para cada valor de distancia anular, por lo que también dependerá del radio del foto-reactor (ecuación F.1). El tiempo de sedimentación se calcula como el cociente entre la distancia con respecto al tubo interno y la velocidad de sedimentación de las bacterias (ecuación F.2), de tal manera que aquellas que estén más cerca de la pared del tubo interno tardarán menos en sedimentar.

$$\tau_{esp}(r) = \frac{z}{v(r)} \quad [F.1]$$

$$\tau_{sed}(r) = \frac{(r - R_1)}{v_{sed,bact}} \quad [F.2]$$

Representando ambos tiempos para los diferentes valores de distancia anular respecto a la pared de la tubería interna (figura F.1), se observa que, tomando la condición de que $v/v_{sed,bact}=5000$, en la mayor parte del espacio anular (concretamente en un 85,1%) el tiempo necesario para la sedimentación bacteriana es mayor que el tiempo espacial, lo que permite aceptar como razonable dicho valor de 5000 para el ratio entre las dos velocidades.

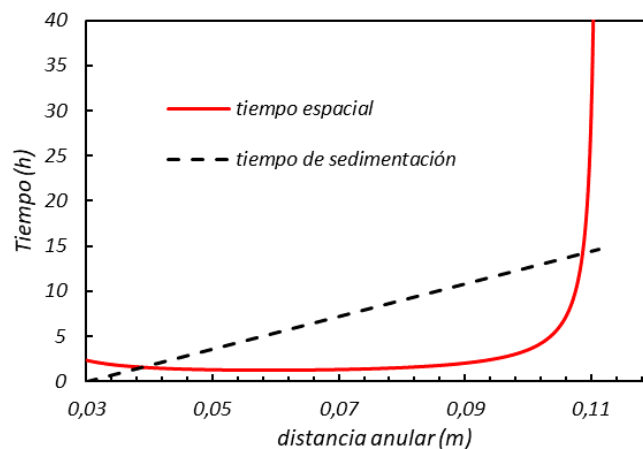


Figura F.1. Distribución del tiempo espacial y tiempo de sedimentación a lo largo del reactor.

ANEXO G: Deducción de la ecuación de diseño del foto-reactor para diferentes modelos cinéticos de inactivación bacteriana

La ecuación general de diseño para el reactor operando en estado estacionario, en régimen laminar y modo isoterma, despreciando la difusión radial y axial y únicamente considerando la dependencia radial de la velocidad de circulación del agua y de la intensidad de radiación, viene dada por la ecuación G, donde r_I indica la velocidad de inactivación bacteriana descrita con un modelo cinético determinado. Esta velocidad de inactivación depende del radio porque su constante cinética de inactivación k_I depende de la intensidad de radiación, la cual también depende del radio.

$$v(r) \cdot \frac{dN}{dz} + r_I(r) = 0 \quad [G]$$

A lo largo de este TFG se ha utilizado el modelo cinético de Gompertz, pero puede sustituirse la expresión de la velocidad de inactivación por cualquier otra ecuación cinética. A continuación, se describe la ecuación de diseño para el foto-reactor aplicando algunos de los modelos cinéticos descritos en el apartado 5.1. En todos ellos se asume que la constante cinética de inactivación sigue la dependencia mostrada en este estudio (ecuación 9), pero podría modificarse si por ejemplo se quieren incluir otras posibles variables de estudio como la temperatura o el pH.

1. Modelo cinético de Chick

El modelo cinético de Chick viene descrito en la ecuación 1 y sustituyéndolo en la ecuación G, se obtiene la ecuación G 1.1

$$v(r) \cdot \frac{dN}{dz} + k_I(r) \cdot N = 0 \quad [G 1.1]$$

Sustituyendo $v(r)$ y $k_I(r)$ por las ecuaciones 11 y 13, y resolviendo analíticamente la ecuación diferencial G.1.1 asumiendo que a $z=0$; $N=N_0$, se obtiene la evolución de la conversión celular con la distancia anular y la longitud del reactor (ecuación G 1.2), definiendo k_{eff} mediante la ecuación G.1.3, al igual que la ecuación 15, como el cociente entre la constante cinética de inactivación $k_I(r)$ y $v(r)$.

$$X_C(r, z) = \left(1 - \frac{N}{N_0} \right) = 1 - (\exp(-k_{eff} \cdot z)) \quad [G 1.2]$$

$$k_{eff}(r) = \frac{k_I(r)}{v(r)} = \frac{\eta_G \cdot k_{max} \cdot [TiO_2]}{K_{TiO_2} + [TiO_2]} \cdot \frac{I(r)}{v(r)} \quad [G 1.3]$$

Incluyendo la definición de la constante cinética promedio ($k_{eff,m}$) y longitud característica del reactor ($z_{eff,m}$), al igual que en la ecuación 16, se obtiene la ecuación G 1.4, que es la ecuación de diseño para el foto-reactor que muestra la evolución de la conversión celular promedio $X_{c,m}$ con la longitud del reactor, para el modelo cinético de Chick

$$X_{C,m}(z) = 1 - (\exp(-k_{eff,m} \cdot z)) = 1 - (\exp(-z / z_{eff,m})) \quad [G 1.4]$$

2. Modelo cinético de Hom

El modelo cinético de Hom viene descrito por la ecuación 2 y sustituyéndola en la ecuación G, se obtiene la ecuación G 2.1

$$v(r) \cdot \frac{dN}{dz} + m \cdot (k(r))^{1/m} \cdot N \cdot \left(\ln \left(\frac{N}{N_0} \right) \right)^{(m-1)/m} = 0 \quad [G 2.1]$$

Sustituyendo $v(r)$ y $k_I(r)$ por las ecuaciones 11 y 13, y resolviendo analíticamente la ecuación diferencial G.2.1 asumiendo que a $z=0$; $N=N_0$ se obtiene la evolución de la conversión celular con la distancia anular y la longitud del reactor (ecuación G 2.2), definiendo k_{eff} según la ecuación G.2.3.

$$X_C(r, z) = \left(1 - \frac{N}{N_0} \right) = 1 - (\exp(-k_{eff} \cdot z^m)) \quad [G 2.2]$$

$$k_{eff}(r) = \frac{k_I(r)}{(v(r))^m} = \frac{\eta_G \cdot k_{\max} \cdot [TiO_2]}{K_{TiO_2} + [TiO_2]} \cdot \frac{I(r)}{(v(r))^m} \quad [G 2.3]$$

Y de la misma forma que con el modelo de Chick, incluyendo los parámetros denominados como constante cinética promedio y longitud característica del reactor, se obtiene la ecuación que representa la evolución de la conversión celular media ($X_{c,m}$) con la longitud del reactor (ecuación G.2.4)

$$X_{C,m}(z) = 1 - (\exp(-k_{eff,m} \cdot z^m)) = 1 - (\exp(-z^m / z_{eff,m})) \quad [G 2.4]$$

3. Modelo cinético de Verhulst

El modelo de Verhulst viene dado por la ecuación 4 y al igual que en los casos anteriores, sustituyéndola en la ecuación G, se obtiene la ecuación G.3.1.

$$v(r) \cdot \frac{dN}{dz} + k_I(r) \cdot N \cdot (N - N_R) = 0 \quad [G 3.1]$$

Sustituyendo $v(r)$ y $k_I(r)$ por las ecuaciones 11 y 13, y resolviendo analíticamente la ecuación diferencial G.3.1 asumiendo que a $z=0$; $N=N_0$ se obtiene la evolución de la conversión celular con la longitud del reactor (ecuación G 3.2), definiéndose las expresiones de k_{eff} y $k_{eff,m}$ de la misma manera que en el caso del modelo de Chick y de Gompertz.

$$X_{c,m}(z) = 1 - \frac{N_R / N_0}{1 - \left(\frac{N_0 - N_R}{N_0} \right) \cdot \exp(-k_{eff,m} \cdot N_R \cdot z)} \quad [G 3.2]$$

4. Modelo bifásico

La ecuación que describe este modelo es la ecuación 6 y lo característico de éste es que aparecen dos constantes cinéticas de inactivación, una para cada población bacteriana. Asumiendo para cada constante la misma dependencia con la intensidad de radiación y concentración de TiO_2 que la determinada en este proyecto para el modelo de Gompertz (ecuación 9), y sustituyendo la ecuación

del modelo bifásico en la ecuación G, se obtiene la ecuación G 4.1, definiendo $k_1(r)$ y $k_2(r)$ según las ecuaciones G 4.2 y G 4.3

$$v(r) \cdot \frac{dN}{dz} + (k_1(r) \cdot N \cdot p + k_2(r) \cdot N \cdot (1-p)) = 0 \quad [G 4.1]$$

$$k_1(r) = \frac{\eta_G \cdot k_{\max}^1 \cdot [TiO_2]}{K_{TiO_2}^1 + [TiO_2]} \cdot I(r) \quad [G 4.2]$$

$$k_2(r) = \frac{\eta_G \cdot k_{\max}^2 \cdot [TiO_2]}{K_{TiO_2}^2 + [TiO_2]} \cdot I(r) \quad [G 4.3]$$

Resolviendo analíticamente la ecuación G 4.1 asumiendo que a $z=0$; $N=N_0$, se deduce la expresión que permite obtener la evolución de la conversión bacteriana con el radio y la longitud del reactor (ecuación G 4.4), definiendo también una constante efectiva para cada una de las poblaciones bacterianas (k_{eff}^1 y k_{eff}^2), definidas por las ecuaciones G 4.5 y G 4.6

$$X(r, z) = 1 - \left(p \cdot \exp(-k_{eff}^1 \cdot z) + (1-p) \cdot \exp(-k_{eff}^2 \cdot z) \right) \quad [G 4.4]$$

$$k_{eff}^1(r) = \frac{k_1(r)}{v(r)} = \frac{\eta_G \cdot k_{\max}^1 \cdot [TiO_2]}{K_{TiO_2}^1 + [TiO_2]} \cdot \frac{I(r)}{v(r)} \quad [G 4.5]$$

$$k_{eff}^2(r) = \frac{k_2(r)}{v(r)} = \frac{\eta_G \cdot k_{\max}^2 \cdot [TiO_2]}{K_{TiO_2}^2 + [TiO_2]} \cdot \frac{I(r)}{v(r)} \quad [G 4.6]$$

Por último, tras definir una constante promedio para cada población bacteriana ($k_{eff,m}^1$ y $k_{eff,m}^2$), de la misma manera que para el modelo de Gompertz, se obtiene la expresión para la conversión celular promedio ($X_{c,m}$) para el modelo bifásico, dada por la ecuación G 4.7

$$X_{c,m}(z) = 1 - \left(p \cdot \exp(-k_{eff,m}^1 \cdot z) + (1-p) \cdot \exp(-k_{eff,m}^2 \cdot z) \right) \quad [G 4.7]$$

ANEXO H: Método analítico de cálculo de la concentración de TiO_2 óptima para un determinado valor de R_2

La razón por la que aparece un valor de la concentración de TiO_2 que minimiza la longitud del foto-reactor es porque ese mismo valor maximiza la constante cinética efectiva promedio $k_{eff,m}$, definida según la ecuación H.1

$$k_{eff,m} = \frac{\int_{R_1}^{R_2} k_{eff}(r) \cdot dr}{R_2 - R_1} = \left(\frac{\eta_G \cdot k_{\max} \cdot [TiO_2]}{K_{TiO_2} + [TiO_2]} \right) \cdot \frac{\int_{R_1}^{R_2} \frac{I(r)}{v(r)} \cdot dr}{R_2 - R_1} \quad [H.1]$$

Sabiendo que la intensidad de la radiación y la velocidad de circulación están definidas respectivamente por las ecuaciones H.2 y H.3:

$$I(r) = I_0 \cdot \exp(-\varepsilon \cdot [TiO_2] \cdot (r - R_1)) \quad [H.2]$$

$$v(r) = \frac{2 \cdot Q_0}{\pi \cdot R_2^2} \cdot \frac{\left(1 - (r/R_2)^2 + \ln(r/R_2) \cdot \frac{(1-\xi)}{\ln(1/\xi)}\right)}{\left(1 - \xi^2\right) \cdot \left(1 + \xi^2 - \frac{1 - \xi^2}{\ln(1/\xi)}\right)} ; \quad \xi = \frac{R_1}{R_2} \quad [\text{H.3}]$$

Para encontrar el valor de $[\text{TiO}_2]$ que maximice $k_{\text{eff},m}$ hay que derivar dicha función objetivo respecto a $[\text{TiO}_2]$, pero ésta no puede calcularse de manera analítica y debe obtenerse mediante algoritmos de optimización, como el implementado en la herramienta Solver de Excel®. Sin embargo, para ocasiones donde esta herramienta no esté disponible, se ha desarrollado un método analítico para encontrar dicha concentración conociendo el valor de R_2 utilizando una correlación empírica obtenida a partir de los datos de la tabla E1 del anexo E.

La constante efectiva promedio de inactivación ($k_{\text{eff},m}$) tiene un óptimo porque la constante de inactivación k_i , que es la que intrínsecamente depende de la concentración de TiO_2 , tiene también un valor máximo a una concentración determinada de TiO_2 . Dicha constante (k_i) viene definida por la ecuación H.4

$$k_i(r, [\text{TiO}_2]) = \frac{\eta_G \cdot k_{\text{max}} \cdot I_0 \cdot [\text{TiO}_2]}{K_{\text{TiO}_2} + [\text{TiO}_2]} \cdot \exp(-\varepsilon \cdot [\text{TiO}_2] \cdot (r - R_1)) \quad [\text{H.4}]$$

Y si se calcula dicha constante para el valor de $r=R_2$, se obtiene la ecuación H.5

$$k_i([\text{TiO}_2]) = \frac{\eta_G \cdot k_{\text{max}} \cdot I_0 \cdot [\text{TiO}_2]}{K_{\text{TiO}_2} + [\text{TiO}_2]} \cdot \exp(-\alpha \cdot [\text{TiO}_2]) \quad , \quad \alpha = \varepsilon \cdot (R_2 - R_1) \quad [\text{H.5}]$$

La ecuación H.5 sí que se puede derivar de forma sencilla con respecto a $[\text{TiO}_2]$, obteniendo un valor óptimo de la concentración de TiO_2 en función de R_2 , que viene dado por la ecuación H.6

$$\frac{dk_i([\text{TiO}_2])}{d[\text{TiO}_2]} = 0 \quad \rightarrow \quad [\text{TiO}_2]_{\text{opt}} = \frac{K_{\text{TiO}_2}}{2} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{4}{\alpha \cdot K_{\text{TiO}_2}}} - 1 \right) \quad [\text{H.6}]$$

Por ejemplo, en la figura H.1 se representa la evolución de $k_i([\text{TiO}_2])$ frente a $[\text{TiO}_2]$ para $R_2=0.111$ m, el correspondiente a un caudal de $1 \text{ m}^3/\text{h}$, observándose dicho valor máximo de la constante a $[\text{TiO}_2]=0.138 \text{ g/L}$.

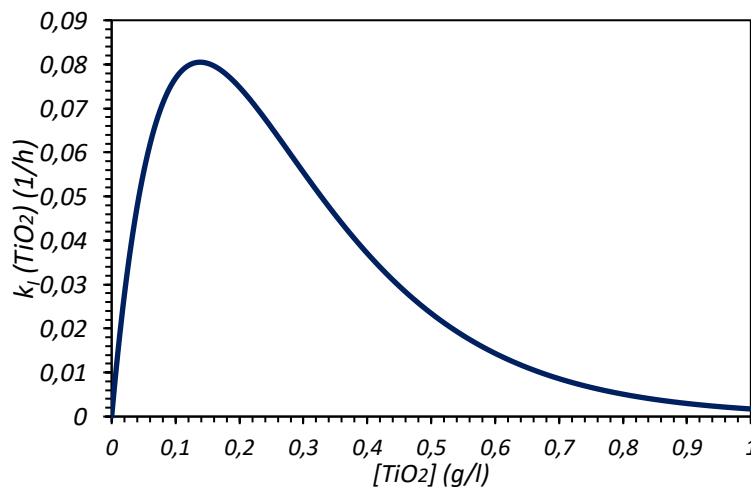


Figura H.1: Evolución de $k_i([\text{TiO}_2])$ frente a $[\text{TiO}_2]$ para $R_2=0.111$ m

Sin embargo, esta concentración de TiO_2 óptima de 0.138 g/L es la calculada para $k_i([TiO_2])$, que es diferente a la concentración óptima de 0.189 g/L, la $[TiO_2]$ óptima real, pues ésta es la que maximiza la constante cinética efectiva media ($k_{eff,m}$), y que minimiza la longitud del reactor. Para establecer una relación entre ambas concentraciones, se intentó buscar una aproximación empírica.

Para cada valor de R_2 de la tabla E.1 del anexo E, se calculó el valor de $[TiO_2]_{opt}$ mediante la ecuación H.6 y cada uno de estos valores calculados se dividió entre cada uno de los valores de $[TiO_2]_{opt,real}$ reflejados en esa misma tabla, para obtener el ratio entre ambas concentraciones óptimas: $[TiO_2]_{opt}/[TiO_2]_{opt,real}$.

Para identificar la relación entre dicho ratio y el radio del tubo externo (R_2), se representaron los valores de $[TiO_2]_{opt}/[TiO_2]_{opt,real}$ frente a los valores de R_2 y se ajustó a una función logarítmica. (figura H.2)

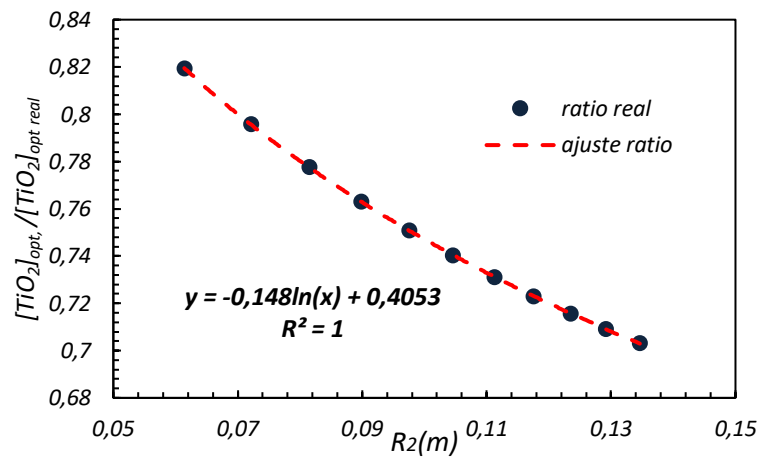


Figura H.2: Representación del ratio $[TiO_2]_{opt}/[TiO_2]_{opt,real}$ frente a R_2 y ajuste a una función logarítmica

En consecuencia, la concentración óptima real de TiO_2 puede escribirse en función de la concentración óptima calculada según la ecuación H.6, R_2 y dos parámetros A y B obtenidos de la correlación observada en la figura H.2. Dicho valor de $[TiO_2]_{opt,real}$ puede calcularse mediante la ecuación H.7.

$$[TiO_2]_{opt,Real} = \frac{[TiO_2]_{opt}}{(A - B \cdot \ln(R_2))} \quad ; \quad A = 0,405 \quad ; \quad B = 0,148 \quad [H.7]$$

Y sustituyendo el valor de $[TiO_2]_{opt}$ dado por la ecuación H.6, en la ecuación H.7, se obtiene la ecuación H.8. que permite calcular la concentración de TiO_2 óptima real, conociendo únicamente el valor de R_2 y los parámetros de ajuste A y B , además de K_{TiO_2} (característico de la bacteria) y el coeficiente de extinción aparente de la suspensión (ε).

$$[TiO_2]_{opt,Real} = \frac{K_{TiO_2}}{2 \cdot (A - B \cdot \ln(R_2))} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{4}{\varepsilon \cdot (R_2 - R_1) \cdot K_{TiO_2}}} - 1 \right) \quad [H.8]$$

Anexo I: Parámetros de diseño del sistema para otras conversiones celulares objetivo

Como se puede observar en las tablas I.1 e I.2, la concentración óptima de TiO_2 es independiente de la conversión objetivo, al igual que el valor de R_2 , manteniendo las mismas condiciones para el número de Reynolds (<2100) y el ratio entre la velocidad media de circulación del agua y la velocidad de sedimentación (≥ 5000). Por el contrario, los valores de longitud del reactor y potencia de la lámpara (y por tanto, el valor del coste unitario de tratamiento) son menores para una conversión de 0,9, que para 0,95 y que para 0,99. Por ejemplo, para un caudal de $24 \text{ m}^3/\text{día}$, la longitud de reactor necesaria para alcanzar una conversión de 0,99 era de 71,60 metros (véase tabla E.1), para una conversión de 0,95 es de 42,96 metros (véase tabla I.2) y para una conversión de 0,9; de 31,99 metros (véase tabla I.1). Sin embargo, suponiendo una concentración bacteriana inicial de 10^4 bacterias/ml, con una conversión de 0,99, se consigue una concentración de 10^2 bacterias/ml; para una conversión de 0,95, una concentración de $5 \cdot 10^2$ bacterias/ml y para una conversión de 0,9; una concentración de 10^3 bacterias/ml, por lo que, en función del uso al que se destine el agua, se debería realizar un tratamiento complementario para acabar de eliminar las bacterias hasta los límites requeridos.

Tabla I.1: Parámetros de diseño del foto-biorreactor para $X_{c,m}=0,9$.

Caudal ($\text{m}^3/\text{día}$)	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
Velocidad media (m/s)	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077
Re	483,7	649,2	793,0	922,0	1040,0	1149,3	1251,7	1348,3	1440,0	1527,5	1611,3
R_2 (m)	0,061	0,072	0,081	0,090	0,098	0,105	0,111	0,118	0,124	0,129	0,135
Longitud (m)	23,51	25,04	26,60	28,07	29,45	30,76	31,99	33,16	34,28	35,35	36,37
Potencia de la Lámpara. (kW)	3,324	3,540	3,759	3,968	4,164	4,348	4,523	4,689	4,846	4,997	5,142
$[\text{TiO}_2]$ (g/L)	0,360	0,296	0,259	0,234	0,215	0,201	0,189	0,180	0,172	0,165	0,159
Caudal másico de TiO_2 (kg/h)	0,090	0,111	0,129	0,146	0,161	0,176	0,189	0,202	0,215	0,227	0,238
Coste TiO_2 (€/mes)	6,48	8,00	9,32	10,52	11,62	12,66	13,61	14,57	15,47	16,33	17,16
Coste energético de la Lámpara (€/mes)	263,3	280,4	297,7	314,2	329,8	344,4	358,2	371,3	383,8	395,8	407,2
Coste Total (€/mes)	269,8	288,3	307,1	324,8	341,4	357,1	371,9	385,9	399,3	412,1	424,4
Coste unitario tratamiento (€/m ³)	1,50	1,07	0,85	0,72	0,63	0,57	0,52	0,48	0,44	0,42	0,39

Tabla I.2: Parámetros de diseño del foto-biorreactor para $X_{c,m}=0,95$.

Caudal (m ³ /día)	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
Velocidad media (m/s)	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077
Re	483,7	649,2	793,0	922,0	1040,0	1149,3	1251,7	1348,3	1440,0	1527,5	1611,3
R_2 (m)	0,061	0,072	0,081	0,090	0,098	0,105	0,111	0,118	0,124	0,129	0,135
Longitud (m)	31,57	33,63	35,71	37,69	39,55	41,30	42,96	44,53	46,03	47,46	48,84
Potencia de la lámpara (kW)	4,464	4,754	5,048	5,328	5,591	5,839	6,073	6,296	6,508	6,710	6,904
[TiO ₂] (g/L)	0,360	0,296	0,259	0,234	0,215	0,201	0,189	0,180	0,172	0,165	0,159
Caudal másico de TiO ₂ (kg/h)	0,090	0,111	0,129	0,146	0,161	0,176	0,189	0,202	0,215	0,227	0,238
Coste TiO ₂ (€/mes)	6,48	8,00	9,32	10,52	11,62	12,66	13,61	14,57	15,47	16,33	17,16
Coste Energía de la Lámpara (€/mes)	353,5	376,5	399,8	421,9	442,8	462,5	481,0	498,6	515,4	531,4	546,8
Coste Total (€/mes)	360,0	384,5	409,1	432,5	454,4	475,1	494,7	513,2	530,9	547,8	563,9
Coste unitario tratamiento (€/m ³)	2,00	1,42	1,14	0,96	0,84	0,75	0,69	0,63	0,59	0,55	0,52

