Trabajo Fin de Máster

Propuesta didáctica para la enseñanza de la medida de magnitudes longitud y superficie para 1º de ESO.

Didactic proposal for the teaching of the measurement of length and surface magnitudes for 1º ESO.

Autora

Marta Centellas Nadal

Directora

Nuria Begué Pedrosa

FACULTAD DE EDUCACIÓN

2019 – 2020

Índice

ANEXOS

A. Sobre la definición del objeto matemático a enseñar

1. Objeto matemático a enseñar, curso y asignatura en la que se sitúa

En este Trabajo Fin de Máster se presenta una propuesta didáctica para la enseñanza de **la medida de magnitudes longitud y superficie**. Se sitúa en la asignatura de **Matemáticas** en el **primer curso de Educación Secundaria Obligatoria** y concretamente, aborda los siguientes puntos:

- *Unidades de medida de longitud y superficie, y la importancia de la unicidad de éstas.*
- *Definiciones de perímetro y área.*
- *Obtención de las fórmulas para el cálculo de áreas.*
- *Cálculo de perímetros y áreas.*
- *Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.*
- *Conservación del perímetro y del área.*
- *Problemas contextualizados.*

Además de incluir los contenidos en geometría, en esta propuesta se incluyen algunos de los correspondientes al Bloque de Procesos, métodos y actitudes en matemáticas especificados tanto en la legislación nacional (**Real Decreto 1105/2014**), como en el currículo aragonés (**Orden ECD/489/2016**), ya que éste es un bloque transversal en el trabajo de matemáticas independientemente del objeto matemático a abordar. En este trabajo el objetivo es plantear tareas para que el alumno sea capaz de comprender un enunciado, planificar el proceso de resolución de un problema y utilizar diferentes estrategias y procedimientos de resolución, entre otros.

2. ¿Qué campo de problemas, técnicas y tecnologías asociadas al objeto matemático se pretende enseñar?

Para responder a esta pregunta debemos situar el objeto matemático a abordar dentro de la legislación actual vigente.

Según la **Ley Orgánica 8/2013 de 9 de diciembre**, para la mejora de la calidad educativa (BOE 10/12/2013), establece los puntos a trabajar referentes a la teoría de la medida, que incluye entre otras el cálculo de perímetros y áreas; contenidos situados en el Bloque III del primer curso de la ESO bajo el nombre de "Geometría".

Los contenidos abordados en este trabajo y relativos a dicho bloque, según viene dado en los anexos de la **Orden ECD/489/2016, de 26 de mayo**, por la que se aprueba el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón; son los siguientes:

- *Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.*

- *Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares.*

- *Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.*

Y, asociado a estos contenidos, tanto el currículo aragonés como el currículo nacional establecen un mismo criterio de evaluación:

Crit.MA.3.2. *Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución.*

Los anexos del currículo nacional de la LOMCE para los cursos de 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria establecen los siguientes estándares de aprendizaje asociados al criterio anterior:

Est.MA.3.2.1. *Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.*

Est.MA.3.2.2. *Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos.*

Respecto a los campos de problemas, Gutiérrez (2004) y Corberán (1996 a) plantean un amplio abanico de posibilidades acerca del estudio de la medida de la magnitud superficie, y Chamorro (2003) plantea además diferentes actividades de la medida de la magnitud longitud. Por ello, a través de las publicaciones de dichos autores y el Currículo oficial, los campos de problemas propuestos acerca de la medida de ambas magnitudes abordados en este trabajo estarán divididos en tres grandes bloques que aparecerán distribuidos de la siguiente forma:

Tabla 1. Caracterización de los campos de problemas.

CAMPOS DE PROBLEMAS
Magnitud longitud
CP.L1. Propiedades de la magnitud longitud (conservación y comparación)
CP.L2. Medida de cantidades de magnitud longitud
Magnitud superficie
CP.S1. Propiedades de la magnitud superficie (conservación y comparación)
CP.S2. Medida de cantidades de magnitud superficie
CP.S3. Aproximación y estimación de cantidades de superficie
Relación longitud y superficie
CP.LS. Relación entre la magnitud longitud y la magnitud superficie (perímetro y área)

En cuanto a las técnicas y su justificación, se presentarán en el aula a medida que los alumnos vayan resolviendo las diferentes tareas propuestas. Con la finalidad de que los alumnos puedan reflexionar sobre la razón por la cual dichas técnicas presentadas funcionan y, valorar cuales son las óptimas en cada situación.

Todo esto se explicará con mayor detalle en apartados posteriores referentes a campos de problemas, técnicas y tecnologías.

B. El estado de la enseñanza-aprendizaje del objeto matemático

El término libro de texto se utiliza generalmente para designar los manuales utilizados por profesores y alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de una materia determinada (González y Sierra, 2004).

Además, tal y como indica Mengual Breton (2017), son éstos el principal recurso de la mayoría de los docentes y por ello, uno de los vértices que componen el tetraedro didáctico propuesto por Rezat (2006) y Rezat y Sträber (2012).

Tetraedro didáctico (Rezat, 2006, p.413)

Este modelo incluye todas las interacciones posibles entre los cuatro vértices, pero será la relación entre el libro de texto y el contenido matemático que propone, el objetivo principal de nuestro análisis para comprender el estado de la enseñanza-aprendizaje.

Dicho análisis es entonces, un interesante tema de estudio para la Educación Matemática por diferentes razones. Desde un punto de vista histórico, Schubring (1987) apunta que el análisis de textos antiguos de matemáticas permite estudiar el modo en que se difundieron y evolucionaron ciertos saberes matemáticos en una determinada época.

González (2009) señala que, entre otros aspectos, dichos estudios pueden proporcionar información sobre ventajas e inconvenientes de determinadas orientaciones y metodologías didácticas. Maz y Rico (2015, p. 54) ponen de manifiesto que "el análisis de textos escolares proporciona información sobre los contenidos, los conocimientos tratados y también sobre aspectos pedagógicos, curriculares o sociales".

En este caso, para realizar el análisis de los libros de texto se ha considerado tomar como muestra tres libros de la misma editorial (SM), cada uno de ellos, asociado a un momento del marco curricular vigente.

De este modo, no solo se puede analizar las diferencias a lo largo de los diferentes currículos sino también las posibles diferencias de cómo se trata al objeto matemático en los libros de texto. Este segundo aspecto, nos ayuda a identificar sí el libro de texto considera las posibles diferencias mostradas en el currículo.

A continuación, se presenta la evolución del objeto matemático a estudiar en las dos primeras etapas legislativas españolas para percibir su evolución histórica hasta llegar a la LOMCE (ley educativa actual expuesta en el apartado anterior).

Tras la **Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre,** de Ordenación General del Sistema Educativo (BOE 4/10/1990), se publica el **Real Decreto 1345/1991, de 6 de septiembre,** por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria (BOE 13/9/1991). En los anexos de dicho decreto, encontramos los contenidos expuestos a continuación referentes al estudio del cálculo de perímetros y áreas para todos los cursos de secundaria, en el bloque II "Medida, estimación y cálculo de magnitudes":

1. Medición de magnitudes
    - La medida como información cuantitativa de tamaños y mediciones
    - Unidades de medida
2. Sistemas de medida
    - Ampliación del sistema Métrico decimal. Múltiplos y submúltiplos de las unidades fundamentales para longitudes, áreas, volúmenes y masas.
3. Medidas aproximadas
    - Estimación de medidas
    - Margen de error en la estimación y aproximación de medidas.

4. Medidas indirectas
    - Relación entre las medidas lineales y las de área o volumen en un cuerpo.
    - Fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos.
5. Instrumentos de medida
    - Instrumentos de medida más frecuentes
    - Precisión de los instrumentos de medida

Por la **Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo**, de Educación (BOE 4/5/2006), en su artículo 6, define como currículo el conjunto de objetivos, competencias básicas métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en esta ley. En particular, establece el bloque de Geometría (bloque IV), donde se encuentra el siguiente descriptor de contenido:

Estimación y cálculo de perímetros de figuras. Estimación y cálculo de áreas mediante fórmulas, triangulación y cuadriculación.

En cambio, en el **Anexo II de la Orden de 9 de mayo de 2007**, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación secundaria obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón, se especifica en el bloque IV del curso de 1º ESO los siguientes contenidos, destinados al cálculo de áreas y perímetros:

- *El triángulo. Descripción, elementos, construcción, clasificación y propiedades. Perímetro y área: concepto y cálculo.*

- *Polígonos: descripción, elementos, construcción, clasificación y propiedades. Perímetro y área: concepto y cálculo.*

- *Circunferencia y círculo. Descripción, elementos, construcción y propiedades. Arco de circunferencia. Angulo inscrito y ángulo central: relaciones. Sector y segmento circular. Cálculo de longitudes y áreas.*

- *Estimación y cálculo de áreas mediante fórmulas, triangulación y cuadriculación.*

- *Uso de la composición y descomposición de figuras planas en otras para facilitar la resolución de problemas.*

- *Utilización de métodos inductivos para formular conjeturas sobre propiedades geométricas.*

- *Uso de razonamientos deductivos para validar alguna afirmación o propiedad geométrica sencilla.*

Y, asociado a estos contenidos, tanto el currículo aragonés como el currículo nacional establece un mismo criterio de evaluación:

5. Estimar y calcular perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando la unidad de medida adecuada.

Se pretende valorar la capacidad de estimar algunas medidas de figuras planas por diferentes métodos y de emplear la unidad y precisión más adecuada. Se valorará también el empleo de métodos de descomposición por medio de figuras elementales para el cálculo de áreas de figuras planas del entorno.

1. ¿Cómo se justifica habitualmente la introducción escolar del objeto matemático?

- **LOGSE (Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo, BOE nº 238, de 4 de octubre de 1990)**

En esta etapa legislativa se analiza el libro de texto de SM 2003 del proyecto Números. En este libro, encontramos una unidad destinada al estudio de longitudes y otra al cálculo de áreas.

La primera de éstas incluye en su portada el papel de los triángulos rectángulos sagrados para la medición indirecta de los terrenos en la Antigüedad, de manera que su razón de ser es histórica. Seguidamente, en su primera página, se establece que para poder hablar del perímetro es necesario hablar de los tipos (directa e indirecta) e instrumentos de medida, además de las unidades de medida. Tras esta justificación previa encontramos la siguiente definición de perímetro:

> **Perímetro** de una figura plana es la suma de las longitudes de los lados de la figura.

En la portada de la segunda unidad se establece la importancia del cálculo de áreas a través de un ejemplo cotidiano, en el que un solador desea embaldosar el suelo de una cocina, por lo que la razón de ser en este caso ya no es histórica, sino que se presenta debido a la necesidad de efectuar un trabajo del día a día.

Tras esto, su primera página comienza introduciendo la definición de área y cómo medir una superficie, es después de esto cuando se habla de las unidades de superficie.

> El **área** de una figura es la cantidad de superficie que ocupa.

> **Medir una superficie** es hallar su área. Para ello se compara con otra superficie elegida como unidad, y se averigua el número de unidades que contiene.

- **LOE (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, BOE nº 106, de 4 de mayo de 2006)**

Para esta etapa legislativa analizaremos el libro de texto del proyecto Pitágoras de la editorial SM publicado en el año 2010.

En este libro y, a diferencia del anterior, el estudio destinado al cálculo de perímetros y áreas se encuentra en la misma unidad, en cambio, es en una unidad previa dónde se estudian los sistemas de medida y aparecen por primera vez los conceptos de longitud, superficie y volumen además del de unidad de medida.

En la primera de dichas unidades, titulada "Sistemas de Medida", encontramos en su portada bajo el título *¡No te olvides de indicar las unidades!* una breve narración donde se explica el fracaso de la Nasa con la sonda Mars Climate debido a la falta de comunicación entre la empresa que programó los sistemas de comunicación y la que construyó la sonda. Cada una de las empresas trabajó con un sistema de medida diferente, la primera utilizó el Sistema Métrico Decimal y la segunda, empleó las medidas anglosajonas, pero ninguna de ellas indicó en sus cálculos las unidades utilizadas.

Tras la justificación dada, se presentan en su primera página los siguientes conceptos:

> Una **magnitud** es cualquier cualidad que se puede medir y expresar su valor mediante un número.
>
> Son magnitudes la longitud, la superficie, el volumen, la capacidad, la masa, etc.
>
> Para **medir una magnitud**, comparamos su valor con el de un patrón que llamamos **unidad de medida**, y determinamos el número de veces que la contiene.

La segunda unidad, "Longitudes y áreas" se presenta bajo la necesidad de calcular perímetros y áreas en la vida cotidiana, en este caso a través de la confección de ropa mediante patrones. Después de mostrar, la importancia de medir en diferentes profesiones la unidad comienza presentando las siguientes definiciones de perímetro y área y propone un ejemplo para el cálculo de cada uno de los conceptos:

> El **perímetro** de una figura plana es la suma de las longitudes de sus lados.
>
> Esa suma representa una medida de longitud. Por ello, las unidades utilizadas son el **metro** y todos sus múltiplos y submúltiplos.

> El **área** de una figura plana es la medida de la superficie que ocupa.

A continuación, se presenta en la segunda página una breve explicación acerca de las medidas indirectas y su cálculo, como por ejemplo la introducción al Teorema de Pitágoras, pero en ningún momento se hace referencia a las medidas directas.

> Las **medidas indirectas** son las que no se pueden realizar directamente. Para hallarlas utilizamos relaciones entre estas medidas desconocidas y otras conocidas.

- **LOMCE (Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa, BOE nº 295, de 10 de diciembre de 2013)**

En último lugar, analizamos el libro de texto perteneciente al proyecto Savia de la editorial propuesta, publicado en 2015.

Como en la etapa legislativa anterior se incluye una unidad únicamente destinada a medidas de magnitudes en las que se incluye tanto la definición de magnitud y unidad de medida, así como los tipos de medida donde aparece nombrado el concepto de instrumento de medición, pero no definido.

> Una **magnitud** es una cualidad que se puede medir y cuantificar o expresar su valor mediante un número.
>
> La cantidad de magnitud se mide comparando con otra medida fija que se llama **unidad de medida**, indicando el número de veces que la contiene.

> - Una medida es **directa** si se obtiene utilizando un **instrumento de medición**.
> - Una medida es **indirecta** si se obtiene mediante operaciones matemáticas a partir de medidas directas.

En la portada de dicha unidad, se plantean diferentes preguntas, que hace que los alumnos se cuestionen la necesidad de un sistema de medida común y fomenta la búsqueda de unidades de medida anteriores al metro.

Posteriormente encontramos otra unidad enfocada al cálculo de perímetros y áreas, en la que lo primero que observamos son las definiciones de perímetro y área:

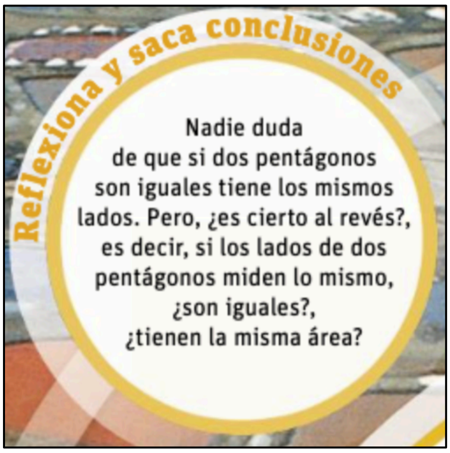
> El **perímetro** de un polígono es la suma de las longitudes de sus lados.

> Una **superficie** es cualquier porción limitada del plano. El **área** es la medida de la superficie.

Esta última unidad didáctica es introducida a través de un problema de reparto de parcelas que sucedió en el Antiguo Egipto y que ahora, se les plantea a los alumnos de una forma actualizada:

"Sí dos pentágonos son iguales tiene los mismos lados. Pero ¿es cierto al revés?, es decir, sí los lados de dos pentágonos miden lo mismo, ¿son iguales?, ¿tienen la misma área?"

Y, por último se extrapola esta idea a otras figuras geométricas.



2. Campos de problemas enseñados habitualmente

En los tres libros de texto se observa el predominio de ejercicios de cambio de unidades tanto de longitud como de superficie, primando la asignación numérica frente a la comparación de magnitudes y el estudio de la conservación de éstas. Así pues, se muestra un gran interés por introducir rápidamente las unidades del sistema métrico decimal, en vez de mostrar distintos problemas que ayuden al alumno a comprender los conceptos de longitud y superficie y permitan diferenciarlos con claridad.

En el libro de SM 2003, aparecen gran cantidad de actividades destinadas a la medida de la magnitud longitud, aunque predominan las tareas enfocadas a la medición de la magnitud superficie; eso sí, sin abordar ni un solo problema acerca de la relación entre ambas magnitudes.

En el libro de texto de SM 2010, cómo en el libro anterior, destaca el gran número de problemas sobre la medición de magnitudes, de hecho, en la unidad destinada a perímetros y áreas encontramos un total de 97 actividades, distribuidas en 45 *Actividades* *propuestas*, 27 *Ejercicios*, 13 *Problemas*, 4 *de Ampliación* y 8 *de Autoevaluación.* De las cuáles, su mayoría, están destinadas a la medida de las magnitudes longitud y superficie y, sólo una, situada en el apartado de *Problemas*, trabaja ligeramente la relación entre el perímetro y el área:

> **79.** Un terreno tiene forma de rectángulo, y otro, forma de cuadrado. El terreno rectangular tiene 32 metros de largo y 18 de ancho.
> Si los dos terrenos tienen el mismo perímetro, ¿cuál tiene mayor superficie?

Problema 79 (Libro SM 2010, p. 240)

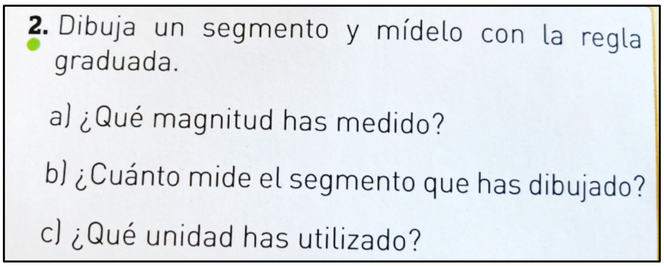
El libro de SM 2015 plantea un número mayor de tareas de medición que el anterior, propone exactamente un total de 121 actividades (*actividades, actividades propuestas, problemas para resolver…*) sin incluir la autoevaluación y, donde, algunas de las actividades y toda la sección destinada a problemas están contextualizados en diferentes situaciones de la vida real (la luna, aspersores, campos de fútbol, cometa, faro…). En cambio, tal y como sucede con SM 2003, no aparece ningún problema que relacione el área y el perímetro.

Por otro lado, cómo ya anticipa Luelmo (2001) y, a pesar de que la estimación y aproximación de medidas son contenidos del currículo tanto en la LOGSE como en la LOE, en los libros de SM 2003 y SM 2010 no aparece ningún problema destinado a este campo de problemas. Sin embargo, es en SM 2015, periodo legislativo en el que no se hace referencia a la estimación y aproximación, donde se incluye un apartado destinado a errores, precisión en la medida y estimación, pero únicamente sobre la medida de la magnitud longitud, nada sobre la medida de la magnitud superficie.

3. Técnicas utilizadas

En el libro de SM 2003, no aparecen problemas que resolver mediante técnicas de medida directa y, los problemas destinados a la medida de la magnitud longitud en figuras planas sin hacer uso de técnicas de medida indirecta cómo el Teorema de Pitágoras son casi inexistentes. Aunque, dentro de las mediciones indirectas sí aparecen tareas sobre el cálculo del perímetro de la circunferencia o del arco de la circunferencia mediante sus respectivas fórmulas.

Respecto a las técnicas utilizadas para medir la magnitud longitud en el libro de texto de 2010, solo una tarea plantea el uso de técnicas de medición directa, en particular, plantea su resolución mediante la medida de cantidades de longitud utilizando un instrumento de medida cuya unidad se corresponde con las unidades del Sistema Métrico Decimal.


2. Dibuja un segmento y mídelo con la regla graduada.

a) ¿Qué magnitud has medido?

b) ¿Cuánto mide el segmento que has dibujado?

c) ¿Qué unidad has utilizado?

Actividades Propuestas 2 (Libro SM 2010, p. 172)

En cambio, predominan los ejercicios cuya resolución precisa del uso de técnicas de medida indirecta:

- Cálculo de una cantidad de longitud debido a la relación establecida entre otras cantidades de longitud previamente conocidas.
- Cálculo de la longitud de una circunferencia dado su radio.
- Cálculo de la longitud del arco de una circunferencia dado su radio y la amplitud del ángulo central.

Lo mismo sucede con SM 2015, dónde no se requiere el uso de técnicas de medida directa para resolver los problemas propuestos, pero sí aparecen las tres técnicas detalladas anteriormente.

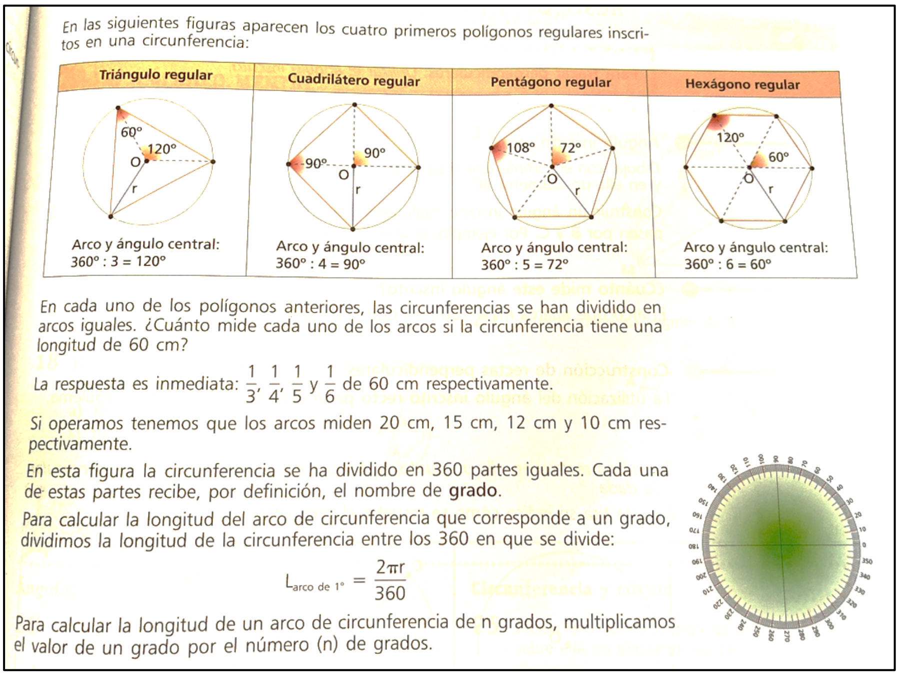
Los problemas y ejercicios que requieren de técnicas de medida directa para medir la magnitud superficie también son limitados en todos los libros de la muestra y, para su resolución se emplea la medida de cantidades de superficie por recubrimiento de la unidad de medida. En cambio, como técnicas de medida indirecta comunes en todos los libros, encontramos:

- Cálculo del área de un rectángulo multiplicando las longitudes de sus dos lados desiguales.
- Cálculo del área de un cuadrado dado su lado.
- Cálculo del área de un triángulo dada la longitud de su base y la altura asociada a esa base.
- Cálculo del área de un paralelogramo a partir de sus lados desiguales
- Cálculo del área de un trapecio a partir de sus bases y su altura
- Cálculo del área de polígonos regulares dada a partir del perímetro y la apotema.
- Cálculo del área por descomposición en figuras simples.
- Cálculo del área de un círculo dado su radio.
- Cálculo del área de un sector circular dado el radio y la amplitud del ángulo central.
- Cálculo del área de una corona circular dados los dos radios.

Además de las anteriores, en SM 2010 y SM 2015 aparece el cálculo del área de un rombo conocidas sus diagonales.

4. Aparición de tecnologías como justificación de las técnicas

Los libros de texto solo justifican las técnicas de medición indirecta. En particular, en el caso de la magnitud longitud, los tres libros de texto justifican la fórmula del perímetro de la circunferencia a partir del cociente entre la longitud y el diámetro. En cambio, cómo se puede observar la justificación de la fórmula de la longitud de un arco de la circunferencia ya no es la misma en los tres casos, partiendo de que, SM 2010 no proporciona ninguna justificación.



En las siguientes figuras aparecen los cuatro primeros polígonos regulares inscritos en una circunferencia:

Triángulo regular	Cuadrilátero regular	Pentágono regular	Hexágono regular
Arco y ángulo central: 360° : 3 = 120°	Arco y ángulo central: 360° : 4 = 90°	Arco y ángulo central: 360° : 5 = 72°	Arco y ángulo central: 360° : 6 = 60°

En cada uno de los polígonos anteriores, las circunferencias se han dividido en arcos iguales. ¿Cuánto mide cada uno de los arcos si la circunferencia tiene una longitud de 60 cm?

La respuesta es inmediata: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$ de 60 cm respectivamente.

Si operamos tenemos que los arcos miden 20 cm, 15 cm, 12 cm y 10 cm respectivamente.

En esta figura la circunferencia se ha dividido en 360 partes iguales. Cada una de estas partes recibe, por definición, el nombre de **grado**.

Para calcular la longitud del arco de circunferencia que corresponde a un grado, dividimos la longitud de la circunferencia entre los 360 en que se divide:

$$L_{\text{arco de } 1°} = \frac{2\pi r}{360}$$

Para calcular la longitud de un arco de circunferencia de n grados, multiplicamos el valor de un grado por el número (n) de grados.

Libro SM 2003, p. 182.

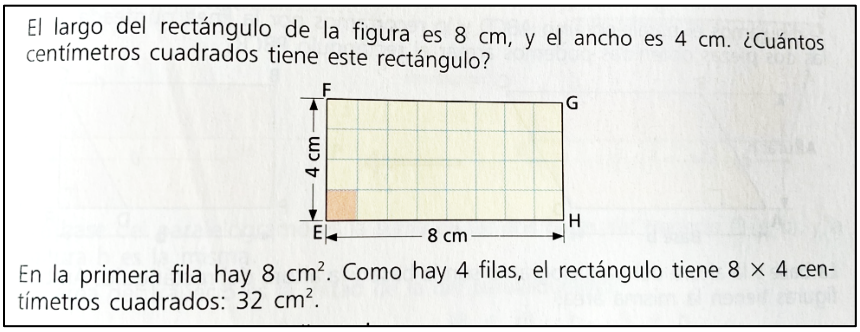
El **arco de circunferencia** es una parte de la circunferencia. Como la circunferencia abarca un ángulo de 360° y su longitud es $2\pi r$, podemos establecer la siguiente proporción:

$$\frac{\text{longitud de arco}\,(L)}{\text{amplitud del arco}\,(n°)} = \frac{2\pi r}{360°}$$

A partir de esta expresión, podemos calcular la longitud de un arco de circunferencia.

Libro SM 2015, p. 247.

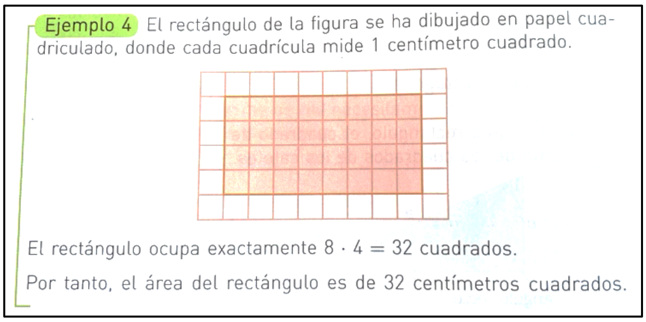
En el caso de la superficie, las tecnologías encontradas no poseen un carácter formal y en todos los libros siguen un procedimiento similar, por ejemplo, para justificar la fórmula del área de un rectángulo se incluyen los siguientes ejemplos resueltos:



El largo del rectángulo de la figura es 8 cm, y el ancho es 4 cm. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene este rectángulo?

En la primera fila hay 8 cm². Como hay 4 filas, el rectángulo tiene 8 × 4 centímetros cuadrados: 32 cm².

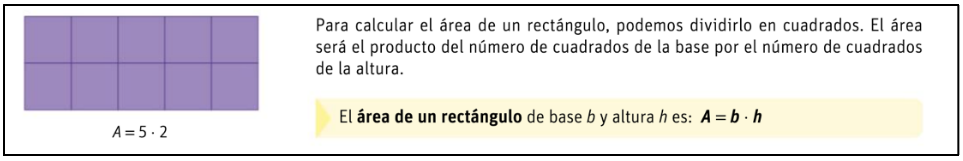
Ejemplo (Libro SM 2003, p. 225)


Ejemplo 4 El rectángulo de la figura se ha dibujado en papel cuadriculado, donde cada cuadrícula mide 1 centímetro cuadrado.

El rectángulo ocupa exactamente $8 \cdot 4 = 32$ cuadrados.

Por tanto, el área del rectángulo es de 32 centímetros cuadrados.

Ejemplo (Libro SM 2010, p. 228)


$A = 5 \cdot 2$

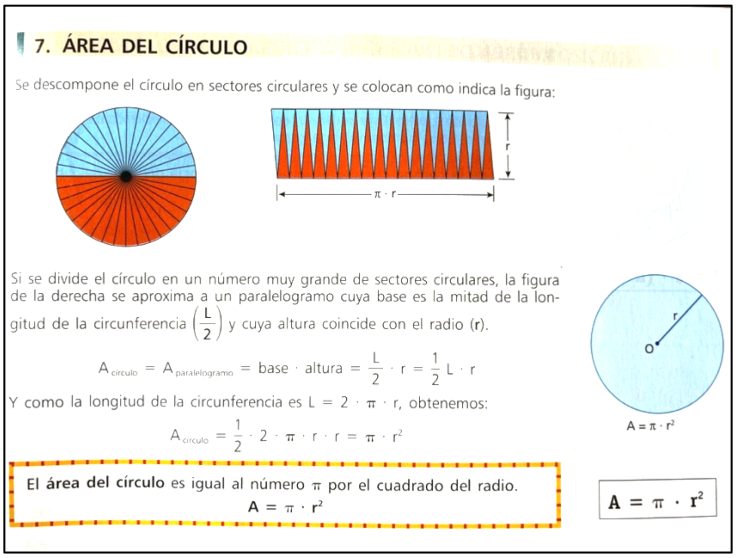
Para calcular el área de un rectángulo, podemos dividirlo en cuadrados. El área será el producto del número de cuadrados de la base por el número de cuadrados de la altura.

El **área de un rectángulo** de base b y altura h es: $A = b \cdot h$

Ejemplo (Libro SM 2015, p. 250)

Desde aquí, se extiende el resultado anterior para justificar la fórmula del área del paralelogramo. Y, a partir de esta última, justificar la fórmula del área del trapecio, la fórmula del área del triángulo y la fórmula del área para polígonos regulares. Además, también se hace uso de la fórmula del paralelogramo en el libro de SM 2015 para justificar la fórmula del rombo a partir de sus diagonales.

Para la fórmula del área del círculo tenemos dos justificaciones diferentes. En los libros de texto de SM 2010 y SM 2015 se demuestra dicha fórmula a partir de la fórmula para calcular el área de polígonos regulares; y, en SM 2003 se demuestra a partir de la fórmula del paralelogramo.


7. ÁREA DEL CÍRCULO

Se descompone el círculo en sectores circulares y se colocan como indica la figura:

Si se divide el círculo en un número muy grande de sectores circulares, la figura de la derecha se aproxima a un paralelogramo cuya base es la mitad de la longitud de la circunferencia $\left(\frac{L}{2}\right)$ y cuya altura coincide con el radio (r).

$$A_{\text{círculo}} = A_{\text{paralelogramo}} = \text{base} \cdot \text{altura} = \frac{L}{2} \cdot r = \frac{1}{2} L \cdot r$$

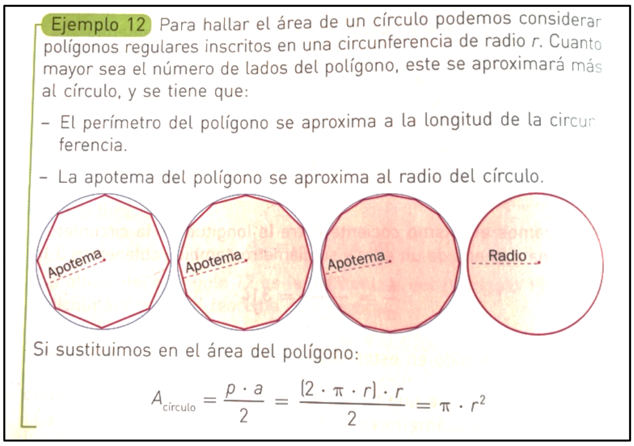
Y como la longitud de la circunferencia es $L = 2 \cdot \pi \cdot r$, obtenemos:

$$A_{\text{círculo}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$$

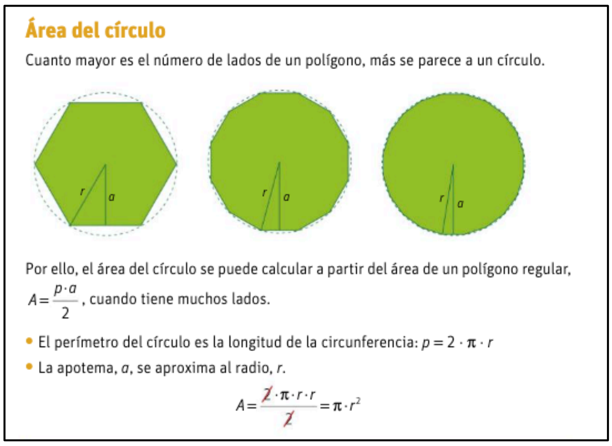
El **área del círculo** es igual al número π por el cuadrado del radio.
$A = \pi \cdot r^2$

$\mathbf{A = \pi \cdot r^2}$

Libro SM 2003, p. 229

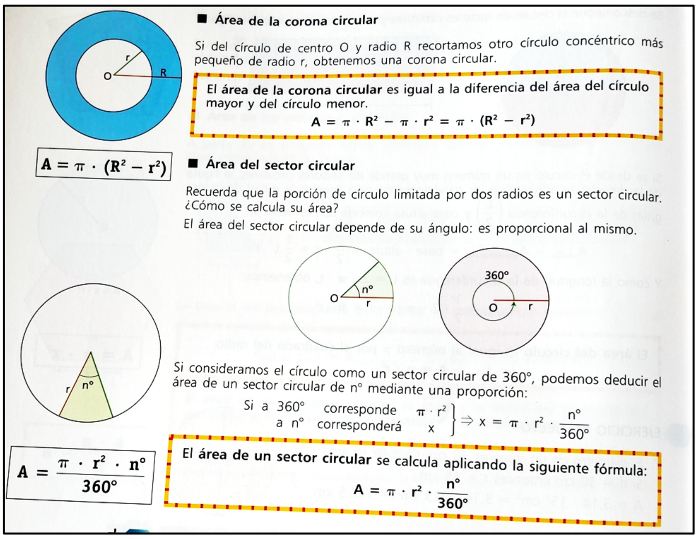


Libro SM 2010, p. 234



Libro SM 2015, p. 254

Respecto a las fórmulas sobre el cálculo de áreas de figuras circulares, se abordan en los tres libros las fórmulas para el cálculo del área de una corona y un sector circular, que a excepción de SM 2010, aparecen justificadas mediante las siguientes demostraciones:



Libro SM 2003, p. 230

5. ¿Qué efectos produce dicha enseñanza sobre el aprendizaje del alumno?

El análisis realizado nos permite comprobar la afirmación de Chamorro (2001) sobre el manifiesto del fenómeno de la aritmetización de la medida en los libros de texto, es decir, la colonización de la medida por parte de la aritmética.

La introducción de los conceptos se reduce a definiciones de las mismas sin ahondar en el sentido del propio objeto matemático. Por otro lado, se observa un número llamativo de ejercicios en los que se demanda el cálculo del área mediante la aplicación de una fórmula. La ausencia de tareas que pongan en relieve el sentido de la magnitud longitud y superficie conduce a la realización de tareas aritméticas en las que el alumno únicamente debe identificar los diferentes elementos de la fórmula para sustituir y operar.

Además, aparecen ejercicios en los que se presenta al alumno la tarea de calcular tanto el área como el perímetro de figuras por descomposición, pero curiosamente son estos ejercicios presentados al final de la unidad y únicamente con el fin de aplicar dicha técnica sobre polígonos irregulares o figuras compuestas por polígonos y/o figuras circulares.

Por lo que, comparando los campos de problemas existentes en los libros de texto anteriores con los propuestos en esta propuesta didáctica, podemos concluir que sólo se trabajan los campos referentes a Medida de cantidades de magnitud longitud y Medida de cantidades de magnitud superficie, pues el resto de los campos o no aparecen, o se incluye un número tan pequeño de problemas asociados a dicho campo que no son suficientes para asimilar el aprendizaje que deberían propiciar.

Respecto a las técnicas empleadas en los libros de texto y las que trabajaremos en este documento, son muchas las que no aparecen y de manera general, las únicas que se trabajan en profundidad en los libros de texto son las técnicas de medida indirecta en ambas magnitudes, así como las tecnologías asociadas a éstas.

De los resultados observamos, que, tal y como recoge Luelmo (2001), el trabajo promovido por el libro de texto pretende centrarse en la manipulación numérica, buscando que los alumnos efectúen conversiones y operaciones con cierta rapidez y seguridad, y existe una escasez de actividades de composición y recomposición de figuras, de medición directa con unidades no convencionales, de estimación, y la inexistencia de problemas complejos e interesantes que podrían aumentar la motivación del alumnado. Como consecuencia, los alumnos sufren dificultades en el proceso de aprendizaje de este objeto matemático y para ello, cómo indica Chamorro (2003) debemos fomentar la medición real de objetos diversos tomados del entorno cotidiano por mucho que suponga esfuerzos tanto para los alumnos como para el profesor, ya que la medición es la puerta de entrada para abordar cuestiones inherentes a la medida como son el problema del error y la aproximación. Ese campo de problemas que no se aborda en profundidad en ninguno de los libros, a pesar de que en dos de los tres marcos legislativos aparezca reflejado.

Es por ello, que a pesar de que muchos profesores consideren que "el libro de texto es un recurso habitual en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, hasta el punto de que, en muchas ocasiones, es el propio manual el que determina el currículo real" (Monterrubio y Ortega, 2009, p. 38); el libro de texto no siempre presenta las mejores herramientas y en algunas ocasiones, tampoco esta adaptado en su totalidad al currículo.

C. Sobre los conocimientos previos del alumno

1. ¿Qué conocimientos previos necesita el alumno para afrontar el aprendizaje del objeto matemático?

El diseño de esta propuesta didáctica focaliza su centro de atención en desarrollar la capacidad de razonamiento geométrico de los alumnos. Para ello, es necesario que los alumnos posean ciertos conocimientos tanto de geometría como de medida. En particular, deben reconocer las figuras geométricas mas sencillas y sus propiedades, además de tener nociones básicas de perímetro y área y, respecto a la medida, deben conocer el concepto de magnitud y las unidades de medida más usuales para las magnitudes a estudiar; pues estos conocimientos constituyen la base sobre la que se desarrollará dicho razonamiento.

2. La enseñanza anterior, ¿ha propiciado que el alumno adquiera esos conocimientos previos?

Aunque con el curso de 1º ESO, iniciamos una nueva etapa, los conocimientos previos relacionados con esta unidad se vienen enseñado en cursos anteriores correspondientes a la Educación Primaria.

Para establecer dichos contenidos, recurrimos al **Real Decreto 126/2014 del currículo básico de Educación Primaria**, más concretamente a los Bloques III y IV referentes a Medida y Geometría, respectivamente.

Sobre el primero, se detallan diversos contenidos que abarcan unidades de medida, métodos e instrumentos para realizar mediciones y tipos de medida (exacta o aproximada). Por otro lado, en los contenidos del bloque de Geometría se incluye la clasificación y medición de ángulos, clasificación de triángulos y cuadriláteros, identificar y distinguir entre círculo y circunferencia, calcular perímetros y áreas de las figuras más sencillas y componer o descomponer figuras planas a partir de otras más sencillas ya conocidas.

Pero, según relata Chamorro (2003), este contenido se imparte de forma poco práctica, y es que, el enfoque dado esta encaminado a entrenar a los alumnos en la resolución de ejercicios de los libros escolares, enseñándoles procedimientos de algoritmización cuyo objetivo es realizar de manera mecánica los ejercicios propuestos. Creando así la ficción de pensar que el alumno aprende, al confundir aprendizaje con la capacidad de resolver ejercicios del libro. Y, como consecuencia, los alumnos no alcanzan los objetivos de etapa propuestos, pues los alumnos comienzan el primer curso de secundaria sin dominar el sentido de medida (los continuos cambios de unidades no permiten al alumno estabilizar el orden de magnitud de los objetos) y entre otras muchas, surgen confusiones entre perímetro y superficie (muchos alumnos piensan que una figura con un mayor perímetro implica una mayor superficie que otra que posea un menor perímetro).

3. ¿Mediante qué actividades vas a tratar de asegurar que los alumnos posean esos conocimientos previos?

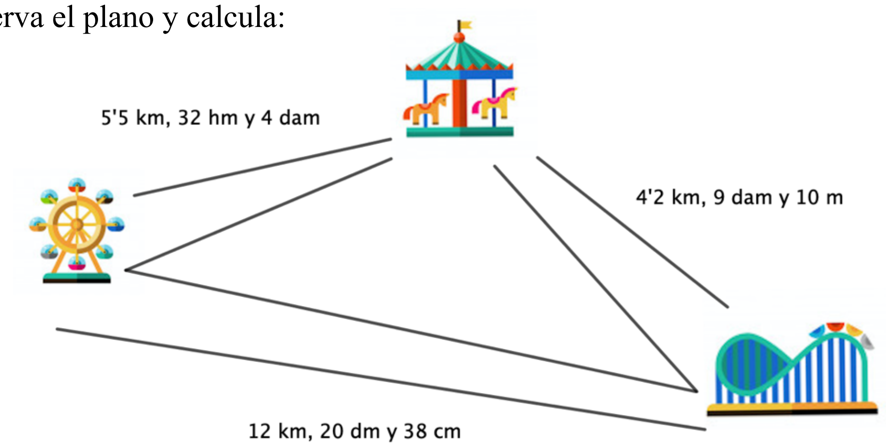
Para saber si efectivamente los alumnos han adquirido en su etapa anterior los conocimientos que hemos establecido como necesarios para abordar esta unidad didáctica, antes de comenzar el desarrollo de la misma se realizará una prueba inicial o prueba de nivel. En ella se incluirán diferentes ejercicios que pondrán a prueba los siguientes contenidos:

CONTENIDOS	EJERCICIOS
Cambiar de unidades dentro del Sistema Métrico Decimal para unidades de medida de longitud y de superficie.	**1, 2**
Expresar de forma simple una medición de longitud o superficie previamente dada en forma compleja.	**1**
Comparar y ordenar medidas de una misma magnitud.	**1**
Elección de la unidad más adecuada para medir y expresar una medida.	**1, 4, 6, 7**
Comprender la conservación de las magnitudes de longitud y superficie.	**3, 7, 8**
Conocer figuras geométricas y sus elementos básicos.	**3, 5, 8**
Establecer relaciones entre el perímetro y el área.	**3, 7**
Formación de figuras planas a través de otras por composición o descomposición.	**6, 7, 8**
Cálculo de la cantidad de superficie, con la medida directa de una cantidad de superficie expresada mediante unidades enteras y menores que la cantidad a medir.	**6, 7, 8**
Conocer el concepto de ángulo y su medida.	**5**

Esta será llevada a cabo en el aula de manera individual, en una sesión de una duración aproximada de 50 minutos. Los resultados de esta prueba no tendrán ningún peso en la calificación final del alumno, pero sí nos servirá para conocer a nuestros alumnos de una forma orientativa. Gracias a esto, podremos planificar las sesiones que componen la unidad didáctica en función de los errores y obstáculos en la medida.

Los **enunciados** de los ejercicios que componen la **evaluación inicial** son:

1. Observa el plano y calcula:

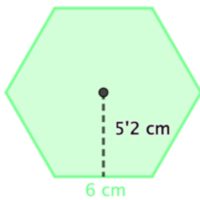


   a) ¿Cuántos decámetros hay desde la noria al tiovivo?
   b) ¿Cuántos metros hay entre el tiovivo y la montaña rusa?
   c) ¿Cuántos hectómetros hay desde la montaña rusa hasta la noria?
   d) ¿Cuál es el camino más corto entre la noria y la montaña rusa? Razona tu respuesta.

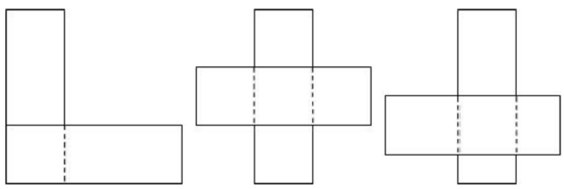
2. Completa la siguiente tabla:

km^2	hm^2	m^2	cm^2
0’6435			
		864’24	
	2		
			34567

3. Dibuja un triángulo y un cuadrado cuyo perímetro coincida con el perímetro de este hexágono. ¿Cuál de las tres figuras tiene un área mayor? ¿Por qué?

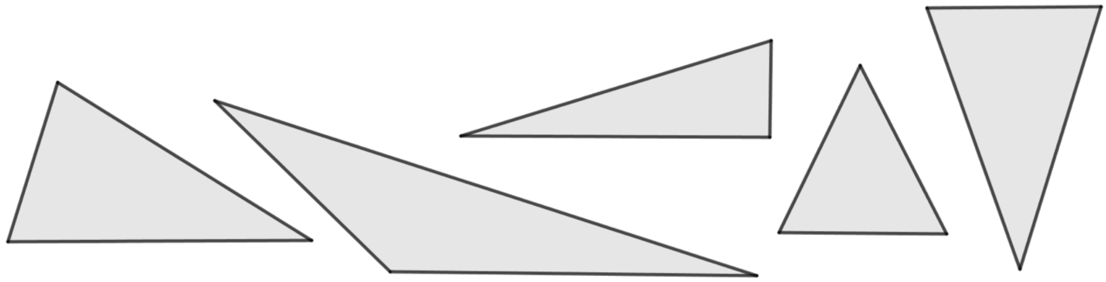


4. Tenemos dos tiras de papel rectangulares, exactamente iguales, que miden 3 cm de largo y 1 cm de ancho. Colocamos una encima de la otra de tres maneras diferentes y formamos 3 figuras distintas.



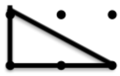
¿Cuál de las tres figuras resultantes tiene mayor perímetro? ¿Por qué?

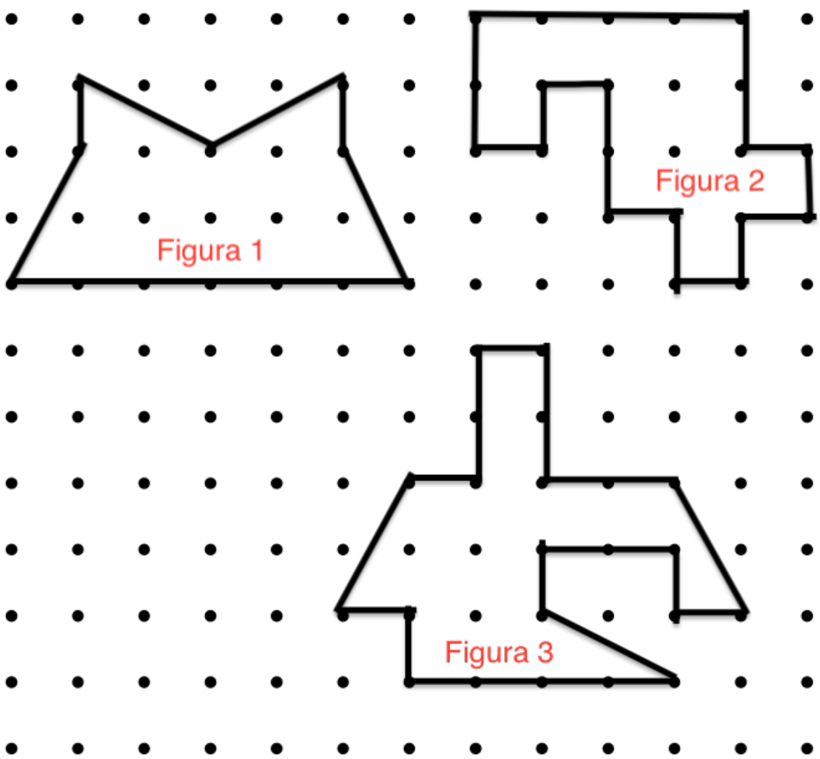
5. Para cada uno de los triángulos siguientes elige una base y dibuja su altura correspondiente:



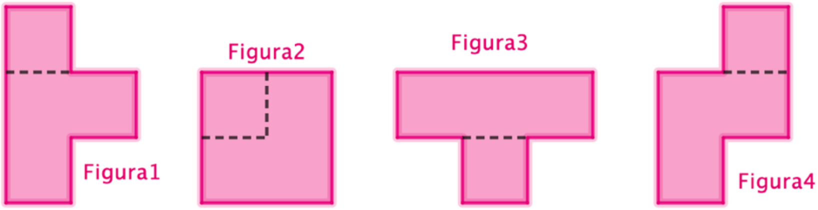
Hay cuatro tipos de ángulos: agudo, ___________, ____________ y __________. ¿Puedes identificar uno de cada tipo entre todos los triángulos?

6. Elige la unidad de medida de superficie más adecuada en cada caso para calcular la superficie que tienen cada una de las figuras siguientes y calculala.

Cuadrado de 1 u^2 →  Triángulo de 1 u^2 → 



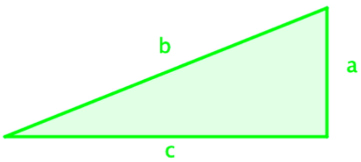
7. Observa las siguientes figuras y contesta a las preguntas:



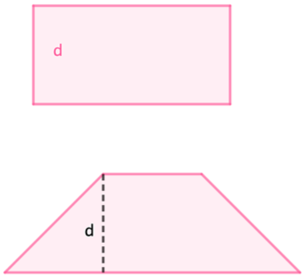
a) ¿Todas las figuras tienen el mismo perímetro? Razona tu respuesta.
b) ¿Todas las figuras tienen la misma área? Razona tu respuesta.
c) Calcula el área y perímetro de una de las figuras anteriores. ¿Qué unidad de medida de longitud has utilizado? ¿y que unidad de medida de superficie?

8. Sin usar la regla ni hacer cuentas, elige cual de las afirmaciones son correctas:

a) Los dos bolígrafos son iguales.
b) El bolígrafo naranja es más largo que el morado.
c) El bolígrafo morado es más largo que el naranja.
d) No se puede saber



a) El lado c es más largo que el b
b) El lado b es más largo que el c
c) Los lados b y c son iguales
d) No se puede saber



a) El rectángulo tiene un área mayor que el trapecio
b) El trapecio tiene un área mayor que el rectángulo
c) Las dos figuras tienen la misma área
d) No se puede saber

4. Resultados obtenidos tras llevar la prueba inicial al aula

Durante el Practicum II, llevado a cabo en un centro público de la provincia de Zaragoza con un número aproximado de 670 alumnos, y antes de comenzar la unidad del libro de texto destinada al cálculo de perímetros y áreas, se les plantea a los alumnos de uno de los grupos del curso de 1º ESO la evaluación inicial propuesta en el punto anterior para evaluar sus conocimientos previos y saber el nivel inicial con el que parte el grupo.

Al tratarse de una situación excepcional y realizar el Prácticum de forma telemática, surgen variaciones en la metodología llevada a cabo para su realización. Lo ideal, sería haberla propuesto en el aula convencional, con las restricciones de un examen; pero al no poder ser así, se les pide a los alumnos que para realizarla no consulten documentos o páginas web, que lo importante no es que esté todo perfecto, sino que muestren lo que realmente saben para ver sus fallos y poderlos tener en cuenta en el desarrollo de la unidad didáctica. Para ello, se les entrega a los alumnos el documento a través de *Google Classroom* y suben sus respuestas a la tarea creada para su entrega en esta misma plataforma (dichas respuestas aparecen recogidas en el ***Anexo I***).

Como se puede ver en la tabla que recoge a modo de resumen las respuestas de los alumnos (***Anexo II***) y, corroborando las palabras de Chamorro (2003), a pesar de la gran cantidad de ejercicios que los libros de texto proporcionan sobre el cambio de unidades, los alumnos fallan en reiteradas ocasiones.

Además, mediante respuestas como las de los alumnos 2 ("Tienen todas la misma área porque en la vida real las dimensiones no serían éstas y tendrían el mismo perímetro") y 5 ("Tienen el mismo área porque su perímetro es igual") en el ejercicio 3, se demuestra como sigue latente la falsa relación entre el área y el perímetro propuesta por Chamorro (2003) y Corberán (1996 b). Lo que hace que los alumnos piensen en el área y en el perímetro como dos propiedades de la superficie íntimamente ligadas. Concepción errónea que les impide ver el área como una propiedad de la superficie independiente del perímetro.

D. Sobre las razones de ser del objeto matemático

1. ¿Cuál es la razón o razones de ser que vas a tener en cuenta en la introducción escolar del objeto matemático?

De todas las ramas de las Matemáticas, la Geometría es una de las más intuitivas, concretas y ligadas a la realidad que conocemos. Por ello, la razón de ser que se va a tener en cuenta para introducir el objeto matemático es la resolución de problemas a través de la experimentación; haciendo así uso de materiales adecuados a la didáctica, métodos, conceptos y propiedades que nos permitan alcanzar los objetivos propuestos.

Cómo indica Freudenthal (1973, citado por Villarroya,1994), citando a J. J. Sylvester (s.f.): "La Geometría sólo puede tener sentido si explota su relación con el espacio vivenciado. Si el educador elude este deber, desperdicia una ocasión irrecuperable. La Geometría es una de las mejores oportunidades que existen para aprender a matematizar la realidad. Es una ocasión única para hacer descubrimientos. Los descubrimientos realizados por uno mismo, con las propias manos y con los propios ojos, son más convincentes y sorprendentes. Hasta que de alguna forma se puede prescindir de ellas, las figuras espaciales son una guía indispensable para la investigación y el descubrimiento" (p. 95).

2. ¿Coinciden con las razones de ser históricas que dieron origen al objeto?

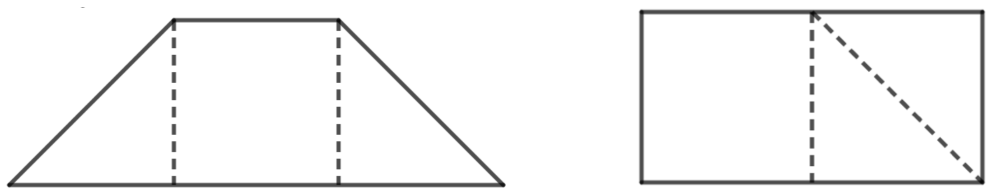
La medida de las magnitudes longitud y superficie ha ido evolucionando a lo largo de la historia, por ello llevamos a cabo el siguiente análisis histórico donde veremos que la razón de ser tomada para introducir el objeto matemático en el aula coincide con la razón de ser histórica que dio lugar al sistema métrico y al cálculo de perímetros y áreas.

Siguiendo a Fernández Nieto (2018), consideramos el siguiente análisis histórico:

Geometría en Babilonia: Fue hace 6000 años con la invención de la rueda cuando surgió el afán por descubrir las propiedades de la circunferencia y esto los condujo a estudiar la relación que existe entre la longitud del área y su diámetro.

Las primeras indicaciones de un sistema de medida se encontraron en la civilización babilónica: ellos perfeccionaron la agrimensura y determinaron métodos para calcular áreas de figuras planas sencillas.

Geometría en la India: El área de los trapecios se calculaba transformándolos en rectángulos mediante la trasposición de los dos triángulos rectángulos que se forman tomando como hipotenusas los lados iguales y como catetos mayores la altura del trapecio.



Geometría en Egipto: Los anudadores egipcios hacían nudos igualmente espaciados que servían para medir y, fueron los primeros en observar que, uniendo con forma de triángulo cuerdas de ciertas longitudes se obtiene un ángulo recto. Como consecuencia eran capaces de conseguir mediante estos nudos triángulos rectángulos.

Además, disponían de las fórmulas para calcular el área del cuadrado (a partir del triángulo), del rectángulo, del rombo y del trapecio. Lo único que ha perdurado son algunas fórmulas o algoritmos para calcular volúmenes, áreas y longitudes cuya finalidad era práctica.

Geometría en Grecia: Descubrimiento de propiedades como la de ser el círculo y la esfera los cuerpos de mayor área y volumen de todos los de igual perímetro y superficie. Además, Arquímedes en su labor en pro de la Geometría, hizo diversas aportaciones para el cálculo de las áreas de figuras curvilíneas.

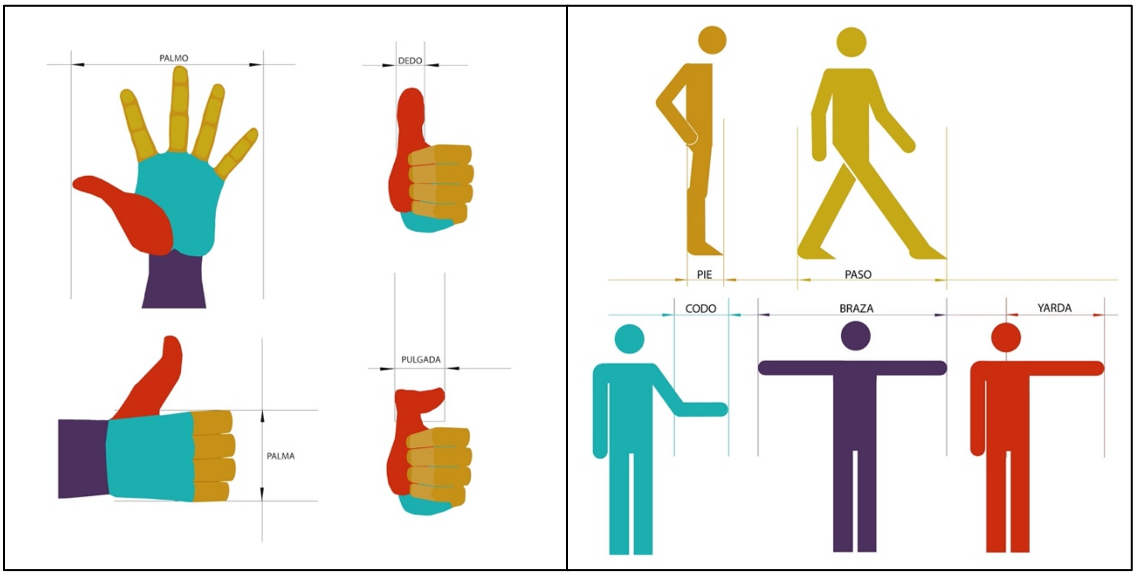
Geometría en la Edad Media: Bonaventure Cavalieri, escribió la obra "Geometría de los indivisibles", en la que calculó las magnitudes geométricas, áreas y volúmenes, como suma de sus elementos geométricos indivisibles.

3. **Diseña uno o varios problemas que se constituyan en razones de ser de los distintos aspectos del objeto matemático a enseñar.**

A continuación, se van a presentar cuatro problemas que abordan los diferentes campos propuestos anteriormente. Con el primero se persigue que los alumnos vean la importancia de la unicidad en la medida mientras introducimos la medida de cantidades de longitud. El sebguno problema permite diversas estrategias, mediante las cuales descubriremos como piensan nuestros alumnos a la vez que observamos los conocimientos que poseen acerca de áreas.

Problema para introducir la magnitud longitud

Problema 1: Elige un objeto de la clase del que desees medir su longitud. Para medirlo, no puedes usar la regla, sino que debes hacer uso de alguna de las medidas antropométricas que se proponen a continuación:



Selecciona 4 de las unidades de medida anteriores, mide la longitud del objeto elegido y rellena la siguiente tabla:

Objeto:				
Unidad de medida				
Resultado				

Queremos obtener ahora la longitud total del aula, para ello elige de nuevo cuatro de las unidades anteriores y rellena esta tabla:

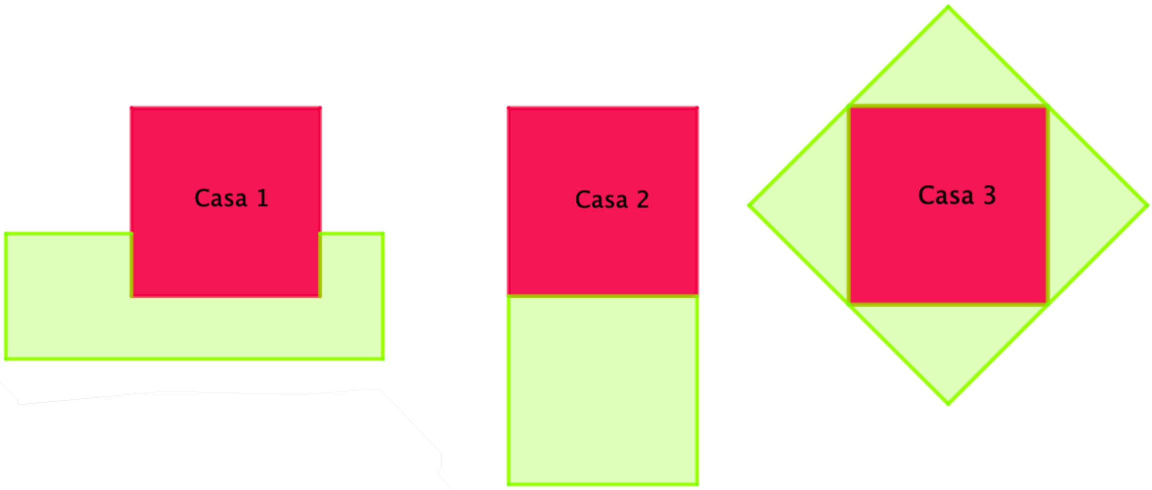
Unidad de medida				
Resultado				

¿Has elegido las mismas unidades para medir un objeto que para medir el aula? ¿con qué criterio has elegido las unidades de medida en cada caso?

Compara los resultados obtenidos con los del resto de tus compañeros, ¿habéis elegido las mismas unidades? ¿Crees que este tipo de medidas suponen algún problema o desventaja? ¿Por qué?

Problemas para introducir la magnitud superficie

Problema 2: Alicia quiere comprar una casa nueva en su ciudad y duda por cual de las siguientes casas decantarse. Comprará la que tenga el jardín (coloreado en verde) más grande, ¿qué casa debe comprar?



4. Indica la metodología a seguir en su implementación en el aula.

La idea principal de esta secuencia consiste en introducir progresivamente todos los elementos que se abordan en este documento, haciendo partícipes a todos los alumnos, de forma interactiva y práctica, pero sobre todo visual.

Para el **problema 1** los alumnos dispondrán de 10 minutos para revolverlo de forma individual y después contaremos con 5 minutos para la puesta en común. En esta última, queremos que los alumnos saquen sus propias conclusiones de las ideas e instrumentos de medida elegidos. El objetivo es que sean conscientes de que a pesar de que varios alumnos hayan elegido el mismo objeto y la misma unidad de medida el resultado puede variar, por lo que este sistema de medida no es el óptimo y debe surgir la necesidad de unificar la unidad.

Con el **problema 2**, las opciones de trabajo son múltiples, por lo que pediremos a los alumnos que aborden este problema en pequeños grupos de 3-4 personas en un tiempo aproximado de 10 minutos. De esta forma fomentamos el trabajo en grupo, en particular el trabajo colaborativo, el cual permite a los alumnos apoyarse unos en otros. Este problema sugiere varias estrategias de resolución, puede ser que tomen medidas directas a través de una regla y posteriormente calculen áreas o puede ser que decidan recortar los diferentes jardines para determinar que área es mayor descomponiéndola en figuras más pequeñas (ambas técnicas son previsibles). Cuando aparezca ésta ultima el profesor aprovechará para institucionalizarla.

E. Sobre el campo de problemas

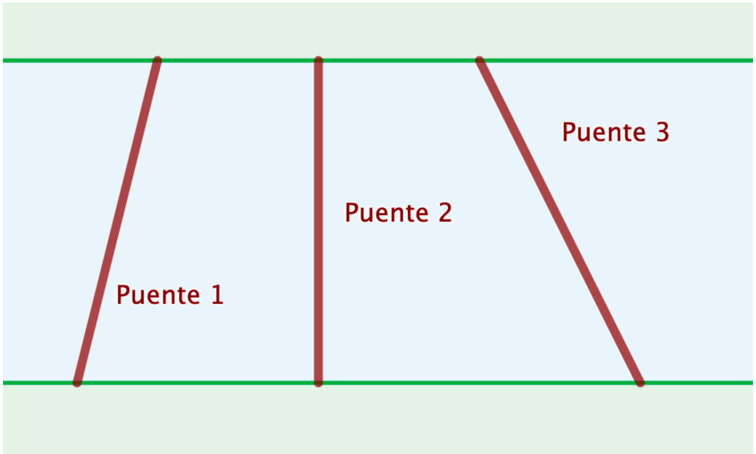
1. Diseña los distintos tipos de problemas que vas a presentar en el aula.

Los problemas diseñados en esta sección abordan todos campos de problemas propuestos en la *Tabla 1*, y para ello, se han intentado contextualizar dentro de situaciones de la vida cotidiana o presentarlos a través de otros recursos como son materiales educativos para la enseñanza de las matemáticas como *GeoGebra*.

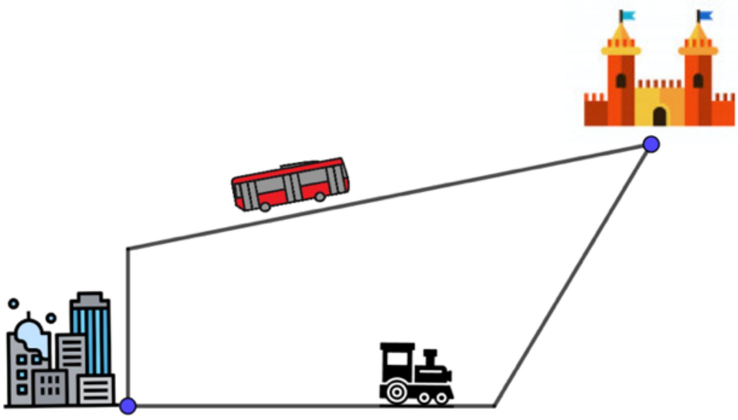
CAMPOS DE PROBLEMAS DE LA MAGNITUD LONGITUD

CP.L1. Propiedades de la magnitud longitud (conservación y comparación)

Problema CP.L1.1: Se quiere construir el puente más corto que cruce el río. De las siguientes propuestas, ¿qué puente debe construirse? Utilizando el material proporcionado (tiras de papel de diferentes longitudes) razona tu respuesta.



Problema CP.L1.2: Carla se encuentra en la ciudad y quiere visitar el castillo, para ello tiene dos opciones, coger el autobús o coger el tren. ¿Qué medio de transporte debe escoger si quiere ir por el camino más corto? Razona tu respuesta.



Para dar respuesta a este problema dispones de tiras de papel de diferentes tamaños.

Problema CP.L1.3: La **X** marca el tesoro, pero para llegar hasta él es obligatorio pasar por tres islas diferentes. Sabiendo que la expedición parte de la palmera (punto verde), ¿por qué tres islas debes pasar si quieres llegar al tesoro por el camino más corto?

Para llegar a la respuesta correcta, dispones de un corcho donde situar tu mapa, además de chinchetas o alfileres y lana para medir los caminos que imagines.

CP.L2. Medida de la magnitud longitud

Problema CP.L2.1: Recorta la siguiente tira de papel y considerando esta tira como unidad de medida construye dos tiras de longitudes 5/4 y 3/4.

Problema CP.L2.2: Observa los objetos que te rodean y escribe el nombre de 2 objetos que puedas ver ahora mismo en clase, cualquier cosa, desde un cuaderno hasta una baldosa.

a) Con ayuda de las tiras del ***Anexo III*** mide alguna magnitud de los objetos elegidos y rellena la siguiente tabla:

Objeto	Magnitud a medir	Resultado de medir con la tira azul	Resultado de medir con la tira rosa

b) Compara los resultados obtenidos con tus compañeros. ¿Habéis obtenido las mismas medidas en caso de haber medido los mismos objetos?

c) Compara ahora, los resultados obtenidos dependiendo de la unidad de medida tomada.

   ¿Obtienes la misma medida o varía? ¿Qué esta pasando? Razona tu respuesta.

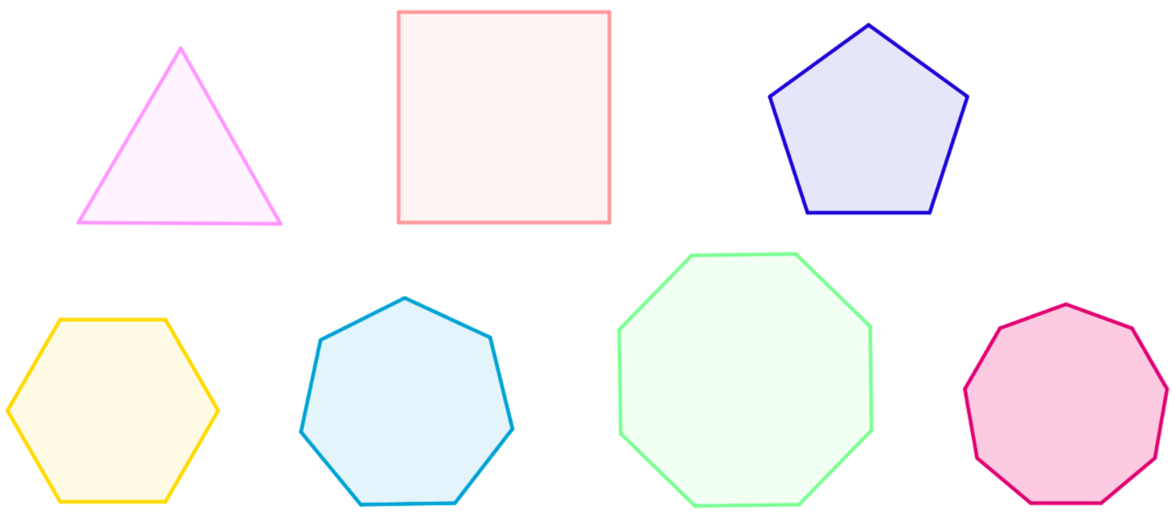
d) ¿Consideras que es importante la unicidad en las unidades de medida?

e) Mide la misma magnitud de los objetos anteriores con un metro y rellena la tabla siguiente:

Objeto	Magnitud a medir	Resultado de medir con el metro

f) Con los datos de las dos tablas que has completado y sin hacer uso del metro, establece la relación existente entre las diferentes unidades de medida tomadas.

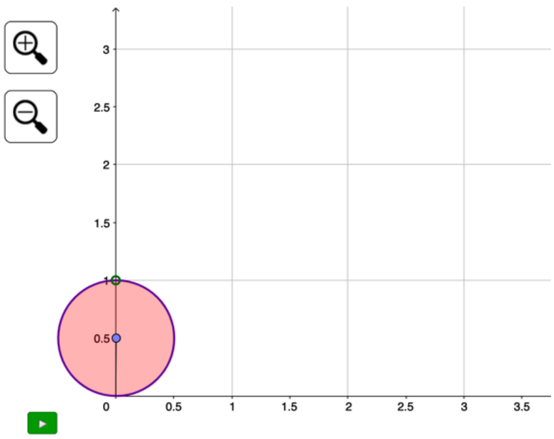
Problema CP.L2.3: Rellena la siguiente tabla, sabiendo que todas las figuras propuestas son regulares, es decir, todas tienen todos sus lados iguales.

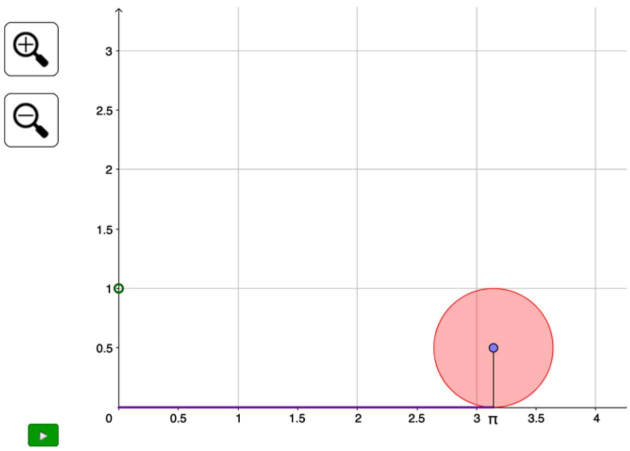


Polígono	Nº de lados	Longitud del lado	Perímetro
Triángulo			
Cuadrado			

¿Qué observas? ¿Obtienes alguna relación? ¿Cuál es el resultado de dividir el perímetro entre el número de lados?

Problema CP.L2.4: Modifica el radio de la circunferencia en la siguiente animación construida en *GeoGebra* y completa la siguiente tabla:



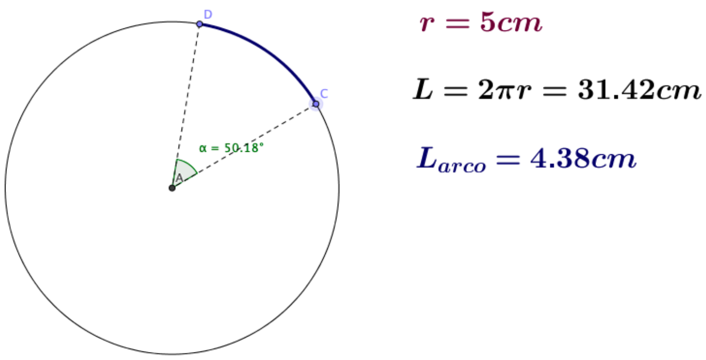


Radio	Longitud	Diámetro	Longitud/Diámetro

¿Sabrías ahora, dar una aproximación del valor del número π?

¿Cómo explicarías qué es π?

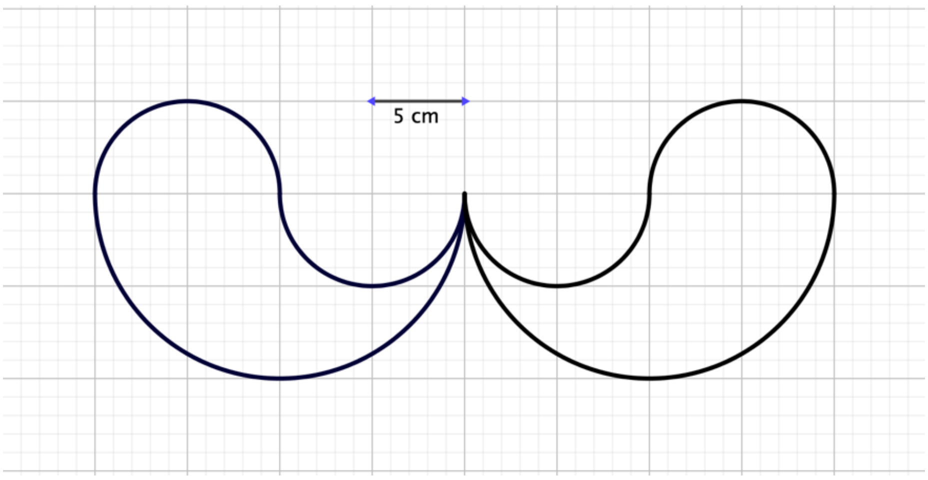
Problema CP.L2.5: Considera la circunferencia de radio r = 5 cm y llamando L_{arco} a la longitud del arco de ángulo α , completa la tabla con ayuda del archivo de *GeoGebra* siguiente:



α	30°	45°	60°	90°	180°	270°
L_{arco}						
$\frac{L_{arco}}{r \cdot \alpha}$						

¿Qué observas? ¿Encuentras alguna relación?

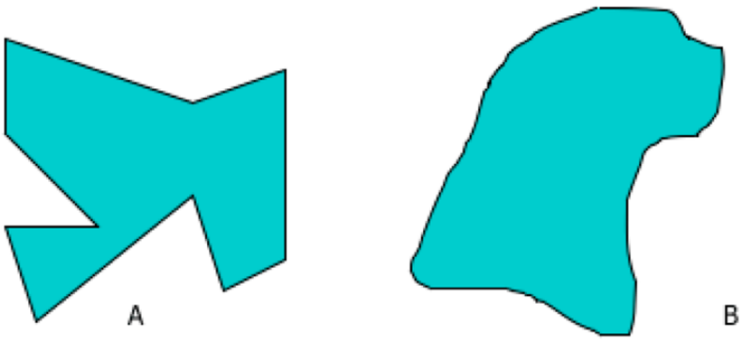
Problema CP.L2.6: Calcula el perímetro de la siguiente figura sabiendo que tal y como se indica a continuación, el cuadrado tiene de lado 5 cm.



CAMPOS DE PROBLEMAS DE LA MAGNITUD SUPERFICIE

<u>CP.S1. Propiedades de la magnitud superficie (conservación y comparación)</u>

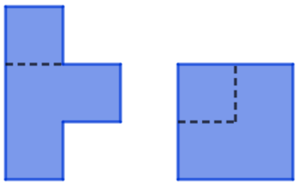
Problema CP.S1.1: Compara los dos estanques. ¿En cuál de ellos hay más espacio para que naden los patos?



Adaptado de Corberán (1996 a)

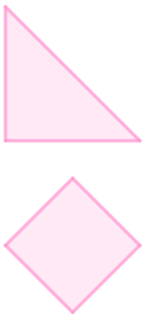
Problema CP.S1.2: Para cada uno de los siguientes apartados, elige una de las 4 afirmaciones y justifica tu elección. Puedes utilizar folios, tijeras… pero NO la regla.

- ¿Cuál de las dos figuras tiene una menor superficie?



a) La primera tiene menor superficie que la segunda
b) La segunda tiene menor superficie que la segunda
c) Las dos figuras tienen la misma superficie
d) No se puede saber

- ¿Cuál de las dos figuras tiene una mayor superficie?



a) La primera tiene una superficie mayor que la segunda
b) La segunda tiene una superficie mayor que la primera
c) Las dos figuras tienen la misma superficie
d) No se puede saber

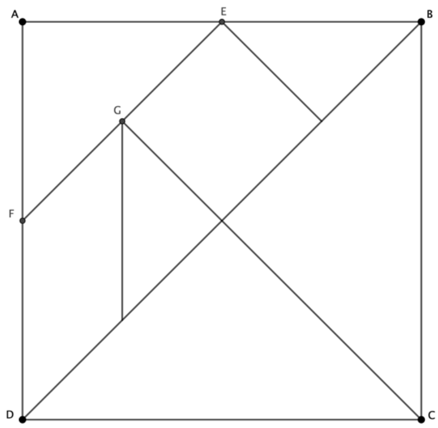
- ¿Cuál de las dos figuras tiene una menor superficie?

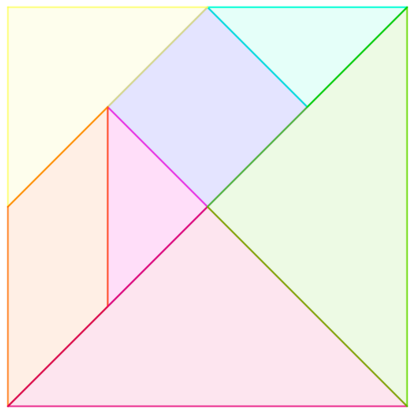
a) La primera tiene menor superficie que la segunda
b) La segunda tiene menor superficie que la primera
c) Las dos figuras tienen la misma superficie
d) No se puede saber

- ¿Cuál de las dos figuras tiene una mayor superficie?

a) La primera tiene mayor superficie que la segunda
b) La segunda tiene mayor superficie que la primera
c) Las dos figuras tienen la misma superficie
e) No se puede saber

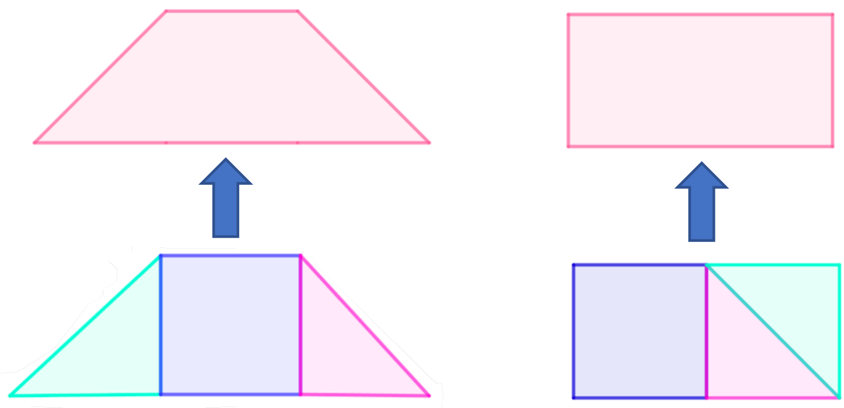
Problema CP.S1.3: Un *tangram* se compone de siete piezas geométricas (dos triángulos grandes, un triángulo mediano, dos triángulos pequeños, un cuadrado y un paralelogramo) que juntas componen un cuadrado.





a) Ordena, sin usar la regla, las figuras del *tangram* de mayor a menor según su superficie. Justifica tu respuesta.

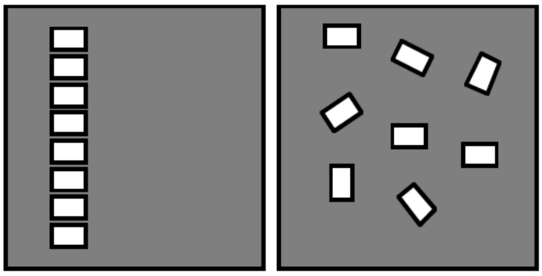
b) Construimos un trapecio y un rectángulo con tres de las figuras que componen el *tangram*, tal y como se indica en la siguiente imagen. ¿Cuál de las dos figuras tiene mayor área?



c) Construye un rectángulo de 7 piezas y calcula su área. ¿Coincide con el área del cuadrado total? ¿Por qué?

d) ¿Puedes construir un triángulo que tenga la misma área que el rectángulo del apartado anterior? De ser así, constrúyelo.

Problema CP.S1.4: A continuación, se muestran dos prados donde pastan vacas. En ambos pastos se construyen ocho casas (pequeños rectángulos iguales), distribuidas tal y como se muestra en las imágenes. ¿Las vacas tienen o no la misma cantidad de hierba en ambos prados?

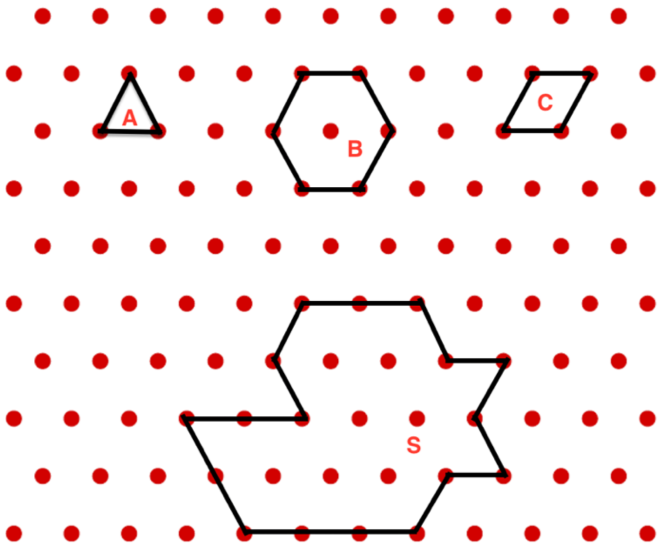


Adaptado de Gutiérrez (2004)

CP.S2. Medida de cantidades de magnitud superficie

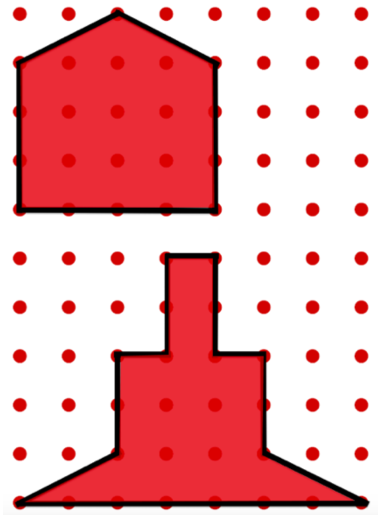
Problema CP.S2.1: Calcula cuántas figuras A, cuántas figuras B y cuántas figuras C caben en la figura S. Completa la siguiente tabla:

	Figura A (unidad A)	Figura B (unidad B)	Figura C (unidad C)
Superficie (S)			

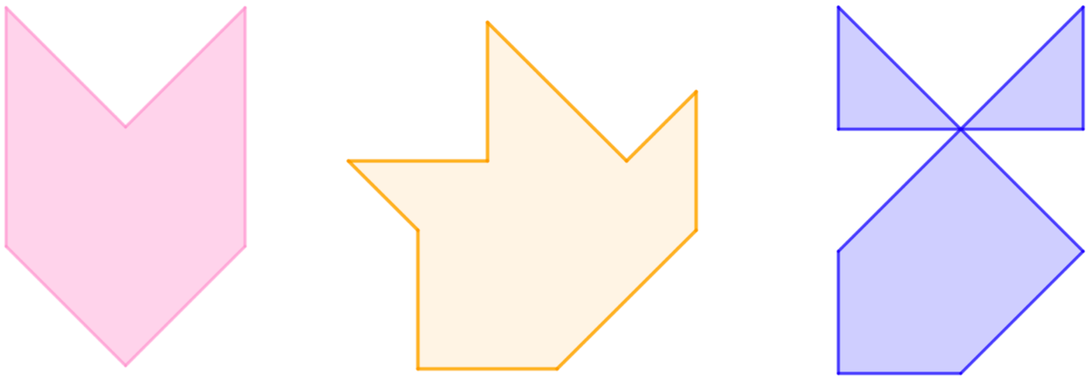


Tomado de Musser y Burger (1988)

Problema CP.S2.2: Si tuvieras que pintar la figura A, ¿necesitarías más, menos o igual cantidad de pintura que para la figura B?



Problema CP.S2.3: Observa las siguientes imágenes.

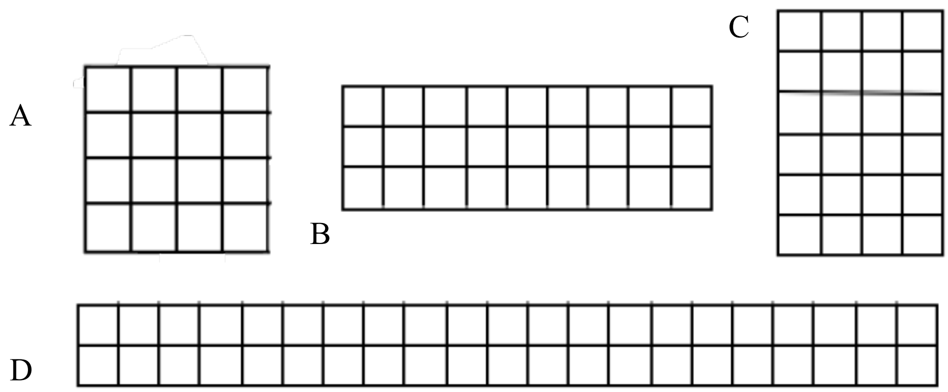


Elige una y comunica mediante un mensaje escrito, sin utilizar el dibujo, la superficie de esta figura a alguien que no la vea. Por lo que sí el método es bueno, el mensaje debe permitir construir una figura poligonal que tenga la misma cantidad de superficie que la escogida. Por último, intercambia tu mensaje con otro grupo y descifra el mensaje recibido. Para ello tienes a tu disposición: regla, tineras y triángulos pequeños de cartulina.

Adaptada de Chamorro (2003)

Problema CP.S2.4: Considerando la longitud del lado del cuadrado como unidad de longitud y el cuadrado como unidad de área, completa la siguiente tabla:

Rectángulo	Nº de cuadrados que ocupa	Longitud de la base (b)	Longitud de la altura (h)	$b \times h$
A				
B				
C				
D				

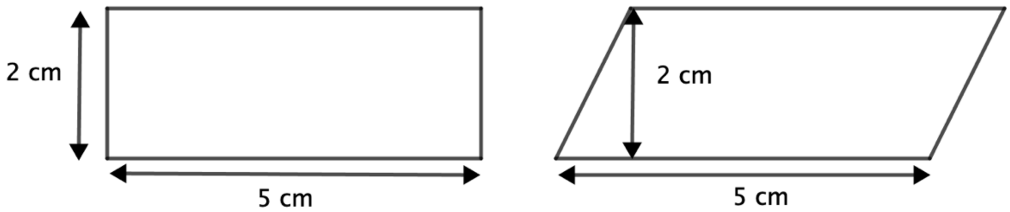


Adaptado de Padilla (1990)

Problema CP.S2.5:

a) Compara el área del rectángulo y del paralelogramo, dados. ¿Poseen la misma área? Justifica tu respuesta.

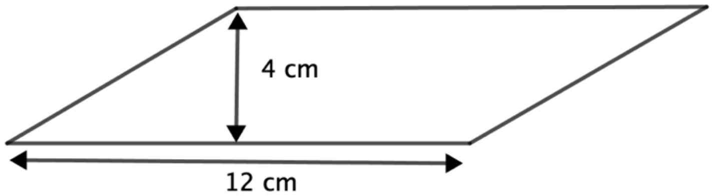
b) Calcula el área del paralelogramo, con los datos que se proporcionan en la figura.



Adaptado de Corberán (1996 a)

Problema CP.S2.6:

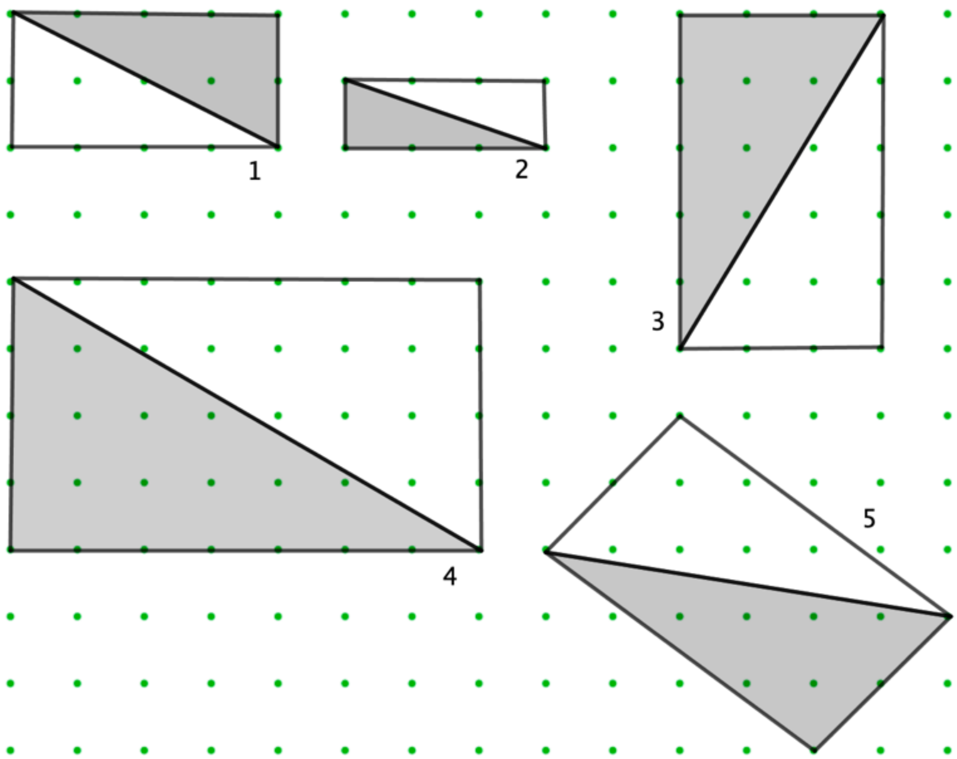
a) Construye un rectángulo de igual área que el paralelogramo dado indicando sus dimensiones.



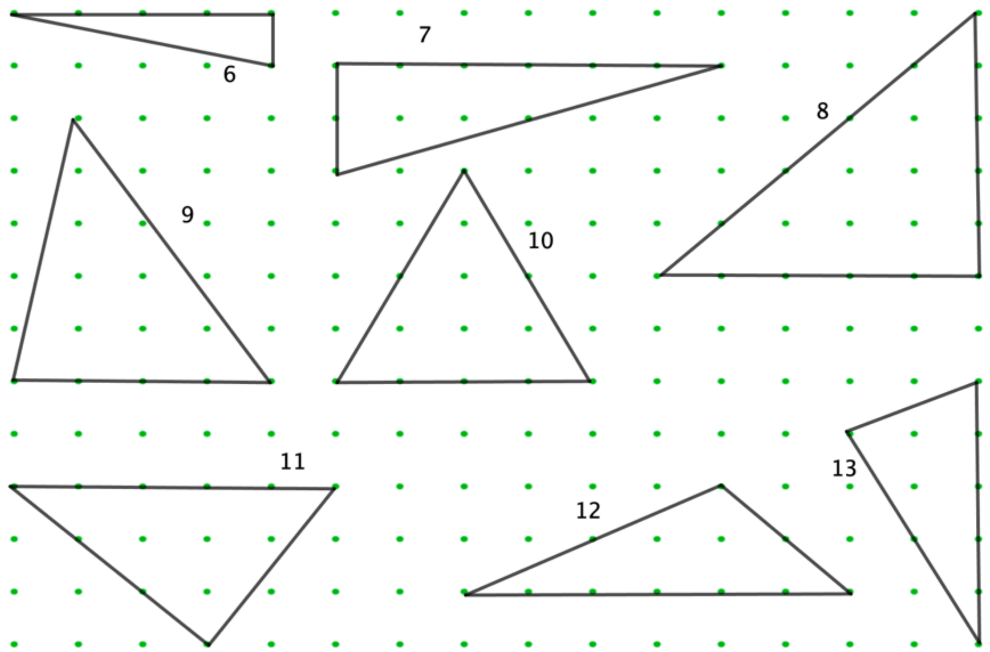
b) Calcula el área del paralelogramo.

Problema CP.S2.7:

a) Determina en cada caso el área del triángulo y del rectángulo:

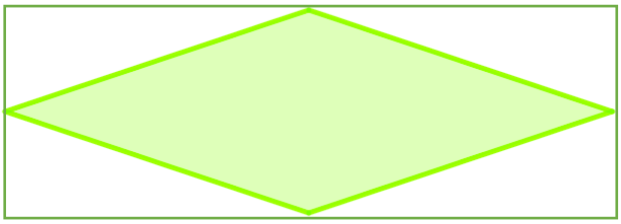


b) Determina el área de cada triángulo:

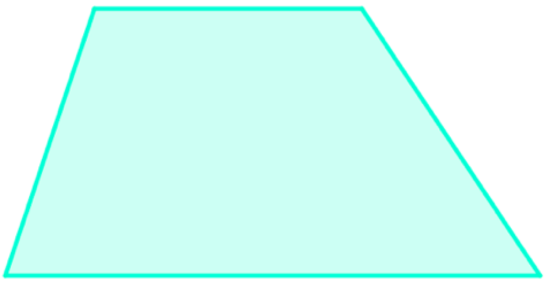


Adaptado de SMP 11-16 (1985)

Problema CP.S2.8: ¿Cómo calcularías el área de un rombo? Atrévete a ser matemático y construye tu fórmula. Es importante que describas los pasos que has realizado (sí lo necesitas puedes utilizar tijeras).

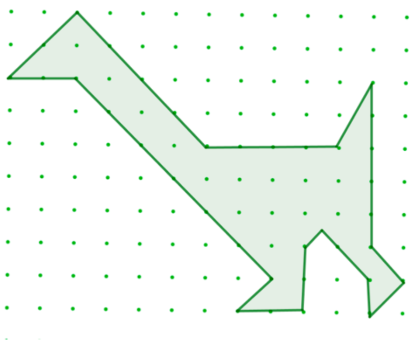


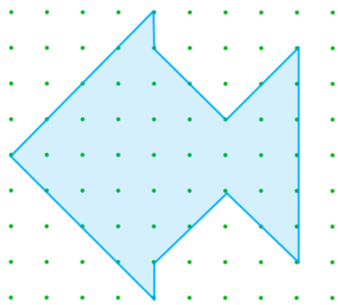
Problema CP.S2.9: Construye un paralelogramo que posea el mismo área que el trapecio dado, si quieres puedes utilizar tijeras.



Siguiendo los pasos que acabas de hacer, escribe y justifica la fórmula del área de un trapecio cualquiera en función de las dos bases y la altura.

Problema CP.S2.10: Calcula el área de las siguientes figuras, descomponiéndolas en figuras sencillas (puedes utilizar las fórmulas aprendidas anteriormente). Para ello, ten en cuenta que la distancia tanto en horizontal, como en vertical, de dos puntos consecutivos es de 1 cm.

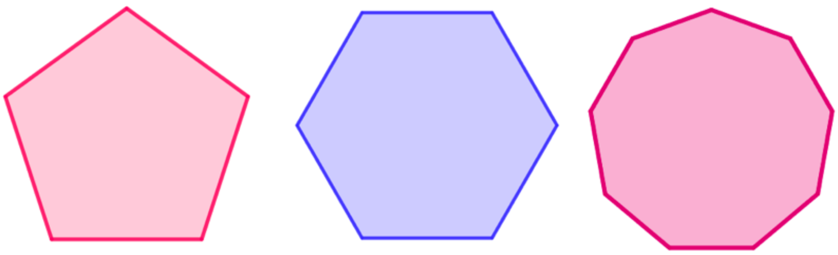




Problema CP.S2.11: Todas las figuras presentadas a continuación son polígonos regulares y, además de esto, todas tienen algo en común. Para adivinar de que se trata, observa la animación propuesta en este fichero de *GeoGebra:*

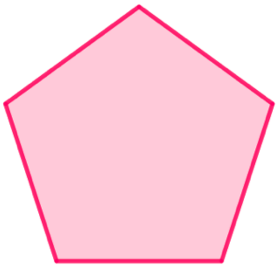
https://www.geogebra.org/m/VdVgERYy#material/JQhpw3Gd

Calcula el área de las tres figuras siguientes, sabiendo que en todas las figuras la apotema mide 8 cm y, el lado del pentágono mide 10 cm, el del hexágono mide 8 cm y el del eneágono mide 5 cm:



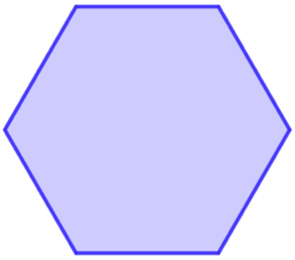
¿Podrías dar una formula generalizada para calcular el área de cualquier polígono regular de al menos 5 lados?

Problema CP.S2.12: Construye un rectángulo o un trapecio que tenga la misma área que el siguiente pentágono regular, para ello puedes descomponerlo en piezas iguales que te permitan hacerlo.



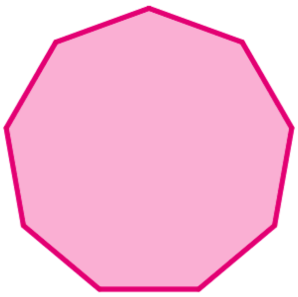
Siguiendo los pasos que acabas de hacer, escribe y justifica la fórmula del área de un pentágono regular.

Problema CP.S2.13: Construye un rectángulo o un paralelogramo que tenga la misma área que el siguiente hexágono regular, para ello puedes descomponerlo en piezas iguales que te permitan hacerlo.



Siguiendo los pasos que acabas de hacer, escribe y justifica la fórmula del área de un hexágono regular.

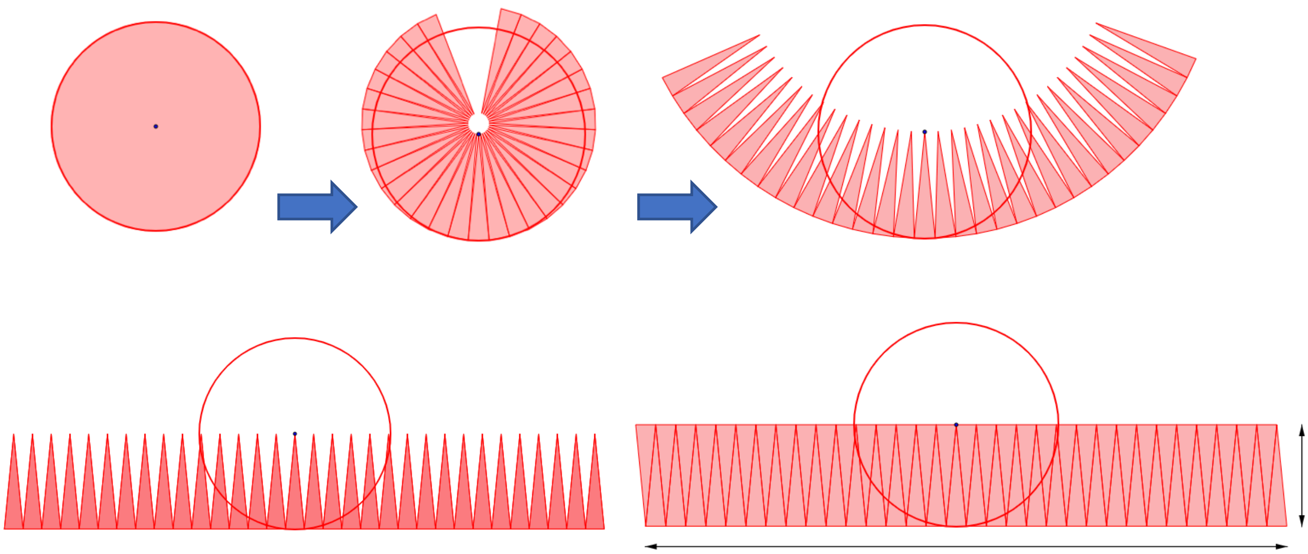
Problema CP.S2.14: Construye un rectángulo o un paralelogramo que tenga la misma área que el siguiente eneágono regular, sí lo necesitas, puedes usar tijeras.



Siguiendo los pasos que acabas de hacer, escribe y justifica la fórmula del área de un eneágono regular.

Problema CP.S2.15: Tras realizar los tres problemas anteriores, responde a la siguiente pregunta: ¿Qué fórmula permitirá calcular el área de un polígono regular de n lados en función del perímetro y de la apotema? ¿Por qué?

Problema CP.S2.16: Mediante la siguiente animación construida en *GeoGebra*, observamos el siguiente desarrollo:



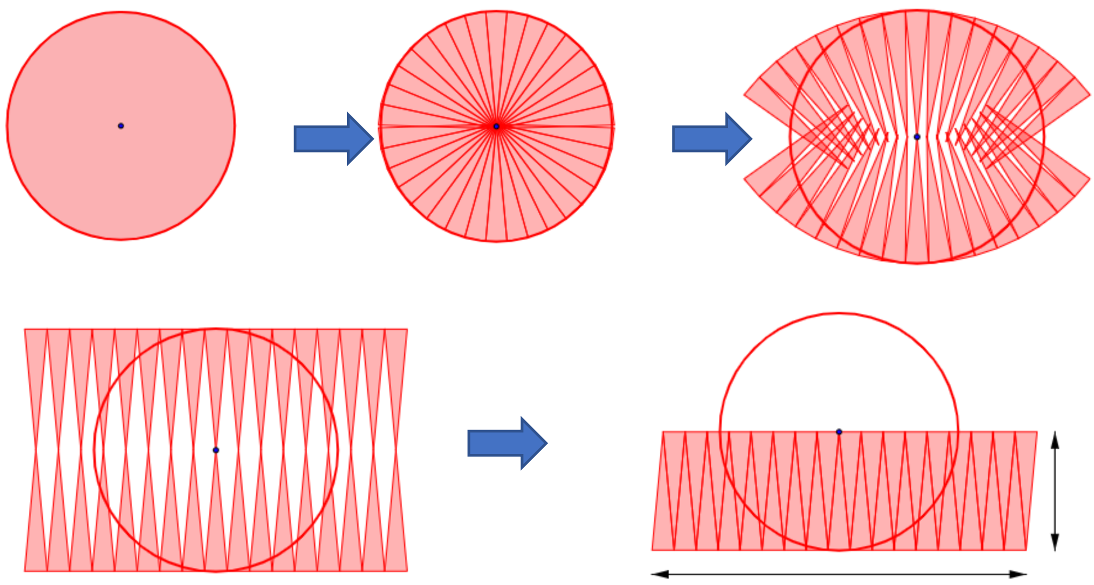
Observa lo que ocurre a partir de un polígono regular de 32 lados.

a) ¿A la suma de qué áreas equivaldrá el área de ese polígono regular de muchos lados?

b) ¿A qué es igual la suma de las bases de los triángulos que componen el polígono regular?

c) ¿Y a qué es igual la altura de esos triángulos?

Observa ahora lo que sucede en un polígono regular de 34 lados, con una variante de la animación anterior (también construida en GeoGebra):



d) Responde de nuevo los apartados a), b) y c).

Imagina ahora qué ocurriría sí tuviésemos exactamente un polígono regular de 360 lados.

e) ¿A qué figura geométrica se parece mucho un polígono regular de 360 lados?

f) ¿A qué medidas del círculo circunscrito se aproximarán la altura de los triángulos y la suma de sus bases?

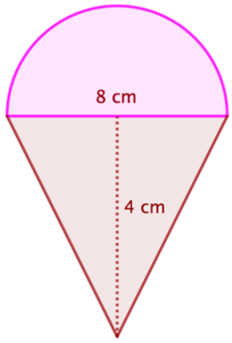
g) ¿Qué fórmula permitirá calcular el área de un círculo en función de sus medidas?

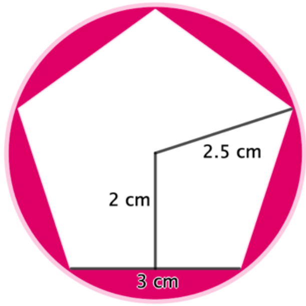
Problema CP.S2.17: Partiendo de un círculo de radio 2 cm, rellena la siguiente tabla.

Figura	**Ángulo central**	**Área**
Círculo	360º	
Semicírculo		
Cuarto de círculo		

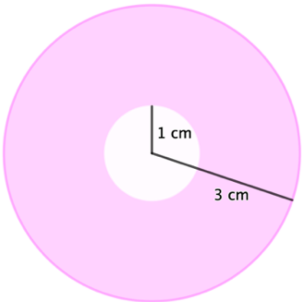
Obtén una fórmula que relacione el ángulo central y el área total del círculo, para calcular el área de cualquier sector circular.

Problema CP.S2.18: Calcula el área de las figuras dadas.





Problema CP.S2.19: Calcula por composición y descomposición el área de la siguiente figura.



Esta figura recibe el nombre de corona circular, ¿serías capaz de establecer una fórmula que sirva para calcular el área de cualquier corona?

CP.S3. Aproximación y estimación de cantidades de superficie

Problema CP.S3.1: Determina el número de unidades cuadradas aproximadas contenidas en la figura:

CAMPOS DE PROBLEMAS DE LA RELACIÓN LONGITUD SUPERFICIE

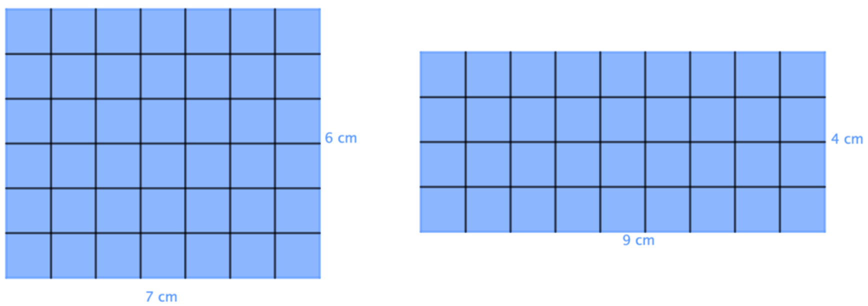
CP.LS. Relación entre la magnitud longitud y la magnitud superficie

Problema CP.LS.1: Di sin hacer ningún tipo de operación si es cierta o no la siguiente afirmación:

"Dos rectángulos del mismo perímetro siempre tienen la misma área."

Para demostrar sí lo que piensas es cierto o no, responde:

a) A partir de las figuras siguientes, identifica dos unidades de medida. ¿Cómo están relacionadas entre ellas?



b) Calcula otros dos rectángulos cuyo perímetro coincida con el de los rectángulos anteriores.

c) A simple vista, ¿podríamos decir qué todos tienen la misma área?

d) Calcula el área de los cuatro rectángulos propuestos. ¿Podrías haberla calculado de otra forma?

e) Observando las figuras del aparado a) ¿Son ciertas las afirmaciones siguientes?
   - El perímetro de ambas figuras es el mismo.
   - Ambas figuras poseen la misma área.

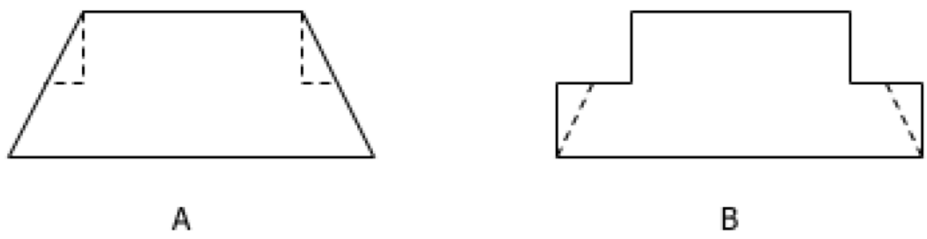
f) Determina ahora, sí es cierta o no la afirmación inicial.

g) En el caso de que la afirmación sea falsa, ¿qué medidas debería tener el rectángulo de mayor área sabiendo que el perímetro debe medir 26 cm?

Problema CP.LS.2: La figura A ha sido cortada en tres piezas que han sido reorganizadas, sin superponerse, para obtener la figura B.

a) Compara el área de la figura A con la de la B. ¿Son iguales?

b) Compara los perímetros ambas figuras. ¿Son iguales?



Tomado de Corberán (1996 b)

Problema CP.LS.3: Dibuja en una trama cuadrada (***Anexo IV***) cinco figuras distintas uniendo ocho puntos de la trama de forma que:

- Los puntos sean consecutivos y no en diagonal
- Al dibujar no debes levantar el lápiz, ni pasar por encima de una línea ya dibujada.

a) Pinta de color rojo el perímetro de todas las figuras y de otro color el área.

b) Anota en la tabla el perímetro de cada una de las figuras. ¿Qué observas?

c) ¿Qué unidades has tomado para expresar el perímetro?

d) Calcula el área de cada una de las figuras anteriores y anótalo en la tabla. ¿Qué observas?

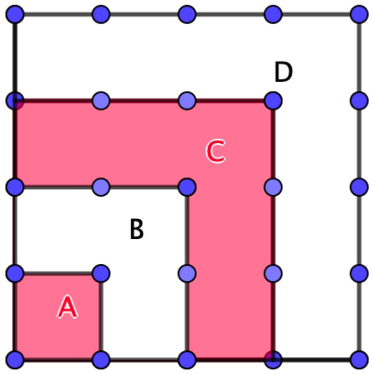
e) ¿Qué figura nos proporciona el área mayor?

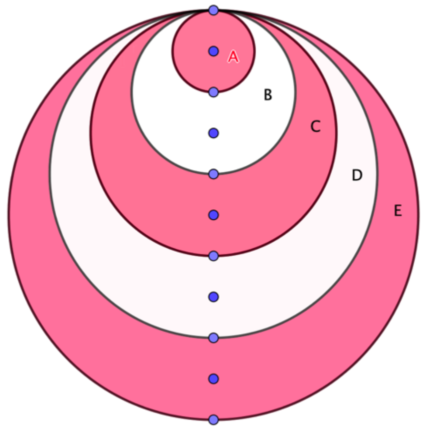
f) ¿Con qué figura obtenemos la menor área?

Figura	Perímetro	Área
1		
2		
3		
4		
5		

Adaptada de Cabanne (2008)

Problema CP.LS.4: En una trama cuadrada (***Anexo IV***) dibujamos 4 cuadrados de 1,2,3 y 4 unidades de lado y 5 círculos de 1,2,3,4 y 5 unidades de radio, como se muestra en las siguientes figuras:





- <u>Cuadrado</u>

a) ¿Qué relación hay entre la medida del lado del cuadrado A y la del B?

b) ¿Y entre las medidas del área de los cuadrados A y B?

c) ¿Qué relación hay entre las medidas de los lados A y C?, ¿y de A y D?

d) ¿Y entre las medidas de las áreas de los cuadrados A y C?, ¿y entre las de A y D?

e) ¿Son iguales estas relaciones (entre lados y áreas)?

f) Completa la siguiente tabla:

Figura	Longitud del lado	Área del cuadrado
A	1	
B	2	
C		
D		

g) El lado de D es dos veces el de B, ¿ocurre lo mismo con sus áreas?

h) ¿Son proporcionales las longitudes de los lados y las áreas de los cuadrados?

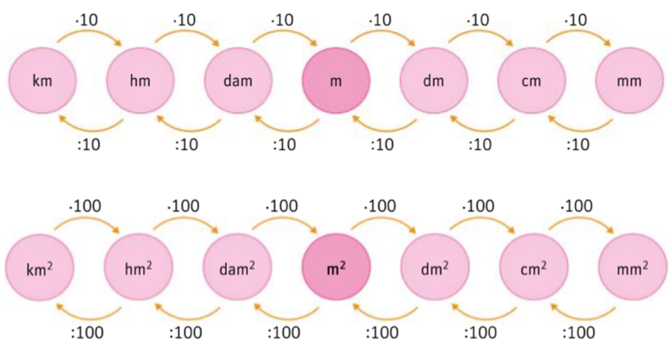
- Círculo
    a) ¿Cuál es la relación entre los radios de las circunferencias de A y C?
    b) ¿Cuál es la relación entre las longitudes de las circunferencias de B y D?
    c) ¿Cuál es la relación entre las áreas de los círculos de A y C? ¿y el de B y D?
    d) ¿Son iguales estas relaciones?
    e) Completa la tabla siguiente:

Figura	Longitud radio	Perímetro	Área del círculo
A	1		
B	2		
C			
D			
E	5		

Adaptado de Cabanne (2008)

2. ¿Qué modificaciones de la técnica inicial van a exigir la resolución de dichos problemas?

En los libros de texto convencionales, la mayoría de las actividades que proponen acerca de **las unidades de medida** se basan en completar tablas donde se practique el cambio de unidades dentro de un mismo sistema métrico, tanto si hablamos de unidades de longitud como de superficie con ayuda del siguiente diagrama.



En cambio, desde esta propuesta queremos que los alumnos superen y amplíen esa meta, haciéndoles capaces de identificar las unidades de medida necesarias o utilizadas en cada momento y transmitiéndoles su importancia. Como vemos, se hace uso de las unidades de medida a lo largo de toda la propuesta, tanto en los campos de problemas de la **magnitud longitud** y de la **magnitud superficie** cómo en los **problemas que relacionan ambas magnitudes.**

En los problemas presentados, son múltiples y muy diversas las técnicas que se trabajan, de manera que es importante seguir el orden establecido y no realizar grandes modificaciones de la técnica incorporada en cada uno de ellos. Esto se debe a la estrategia incorporada en esta propuesta, y es que, en muchos casos se necesita hacer uso de las técnicas anteriores para abordar el problema en el que nos encontramos.

3. Indica la metodología a seguir en su implementación en el aula.

Normalmente, a la unidad didáctica destinada al objeto matemático seleccionado no se destina mucho tiempo, ya que en muchas ocasiones la geometría se encuentra en un segundo plano y adquiere una menor relevancia. Pero, cuando se empieza con la medida de magnitudes es preferible invertir más tiempo y dedicación en la deducción de los métodos para calcular áreas o, cuanto menos, en darles más sentido a las fórmulas. De otra manera, aprenden memorísticamente sin entender lo que quieren decir las fórmulas, saltándonos una vez mas, el paso de lo concreto a lo abstracto.

En consecuencia, con esta propuesta se pretende formar alumnos más autónomos y reflexivos, propiciándose aprendizajes más funcionales y duraderos, en definitiva, aprendizajes significativos. No se trata de que realicen mecánicamente ejercicios y operaciones a través de fórmulas cuyo significado en ocasiones ignoran.

Todos los alumnos dispondrán de fotocopias o fichas de trabajo (independientemente de que se trabaje de forma individual o en grupos), donde aparecerán los enunciados de los problemas y su cuaderno para tomar apuntes acerca de la teoría trabajada en cada momento. Además, en algunos de los problemas, tal y como se han incluido en las descripciones de estos, se requiere de algún material específico como lana, tiras de papel, tijeras, chinchetas o corchos. Todos los problemas se realizaran en el aula convencional a excepción de los problemas CP.L2.4 y 5, y CP.S2.11 y 16 que al hacerse con *GeoGebra,* se realizarán en el aula de informática o con mini PCs en el caso de que el centro disponga de ellos.

Cabe destacar, que no todos los problemas se trabajarán de forma individual, sino que algunos de los problemas se proponen por parejas o en grupos reducidos de tres o cuatro personas, con el objetivo de fomentar el trabajo colaborativo entre los alumnos de la clase.

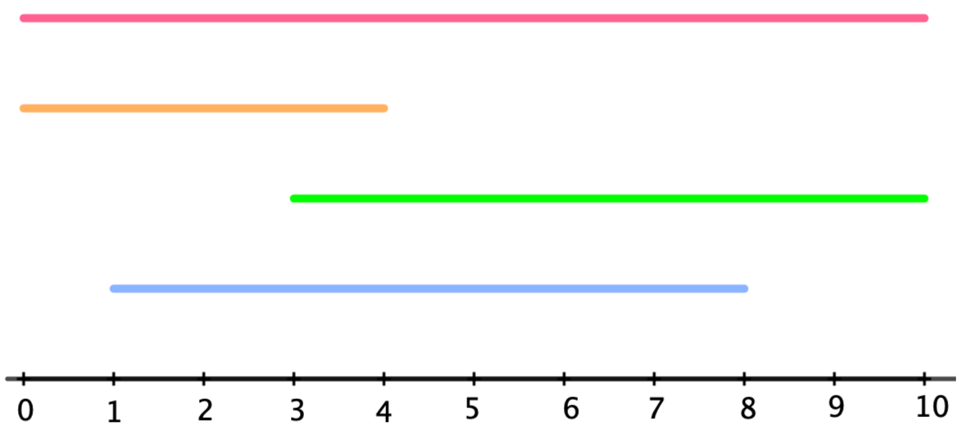
F. Sobre las técnicas

1. Diseña los distintos tipos de ejercicios que se van a presentar en el aula.

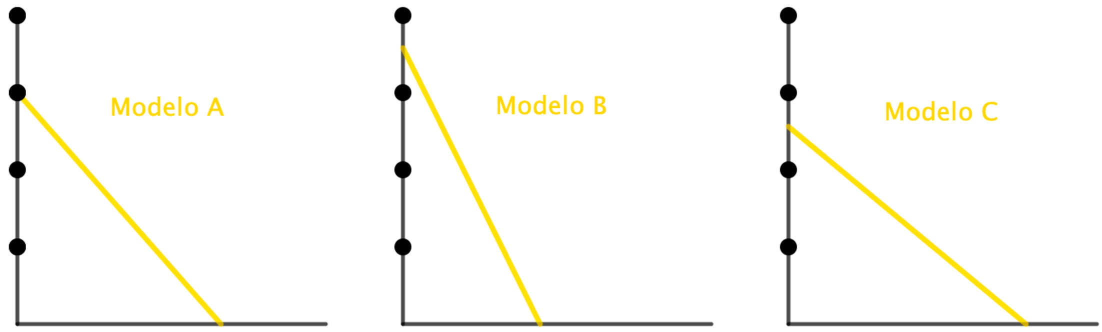
A continuación, se propone una colección de ejercicios para que los alumnos puedan practicar las técnicas asociadas a cada campo de problemas.

<u>CP.L1. Propiedades de la magnitud longitud (conservación y comparación)</u>

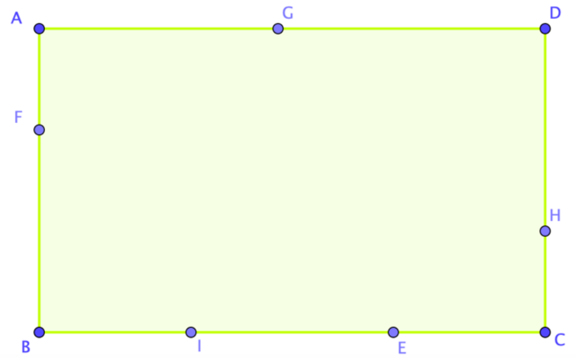
Ejercicio CP.L1.1: Di cual es la longitud de cada una de las barras de colores dadas.



Ejercicio CP.L1.2: Merche se dirige a una tienda de bricolaje a comprar la escalera más larga, ¿qué modelo debe elegir? Razona tu respuesta.



Ejercicio CP.L1.3: Carmen ha organizado una fiesta y, ha comprado una guirnalda para decorar el jardín de su casa. Sabiendo que puede colocar chinchetas únicamente en los puntos marcados, ¿cómo debe colocar la guirnalda sí solo dispone de tres chinchetas y quiere poner el trozo de guirnalda más largo posible?



CP.L2. Medida de cantidades de magnitud longitud

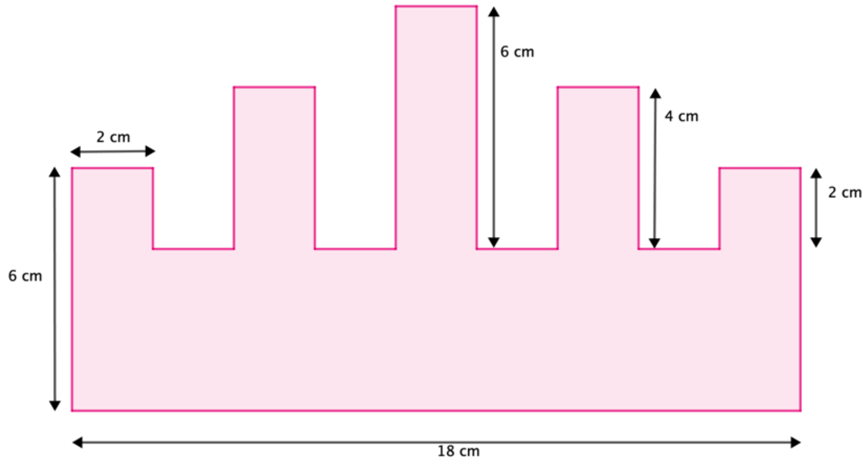
Ejercicio CP.L2.1: Se toman tres trozos de lana de diferentes colores y tamaños.

a) Si tomamos como unidad de medida el primer trozo de lana. ¿Cuánto miden los otros dos trozos?

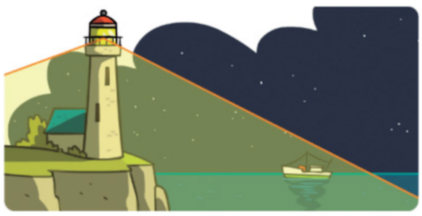
b) Tomando ahora, como unidad de medida el segundo trozo de lana. ¿Cuántas unidades caben en los dos trozos de lana restantes?

c) Por último, tomamos como unidad de medida el tercer trozo. ¿Cuánto miden los otros trozos?

Ejercicio CP.L2.2: Óscar, quiere bordear el siguiente dibujo con pajitas de 10 cm, ¿cuántas pajitas necesita?



Ejercicio CP.L2.3: Un faro barre con su luz un ángulo de 120º. El alcance máximo del faro es de 10 millas náuticas, ¿cuál es la longitud máxima en metros del arco correspondiente?
(1 milla náutica = 1852 m)



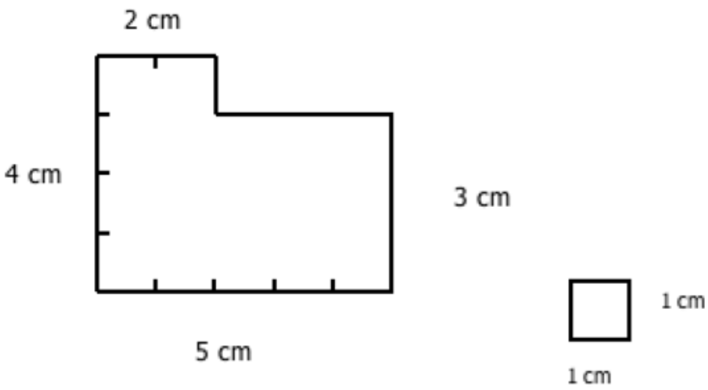
Ejercicio CP.L2.4: Los brazos de un columpio miden 1'8 metros de largo y pueden describir cómo máximo un ángulo de 146º. ¿Cuál es el recorrido del asiento del columpio cuando el ángulo descrito en su balanceo es el máximo? ¿Y cuándo el ángulo es de 70º?

CAMPOS DE PROBLEMAS DE LA MAGNITUD SUPERFICIE

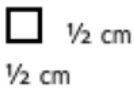
CP.S1. Propiedades de la magnitud superficie (conservación y comparación)

Ejercicio CP.S1.1: Hugo debe realizar un mosaico para un trabajo del colegio. La superficie que debe recubrir es la que se muestra en la figura.

a) ¿Cuántas baldosas como la A, necesitaría para recubrir la superficie?



b) ¿Cuántas baldosas como la B, necesitaría para recubrir la superficie?

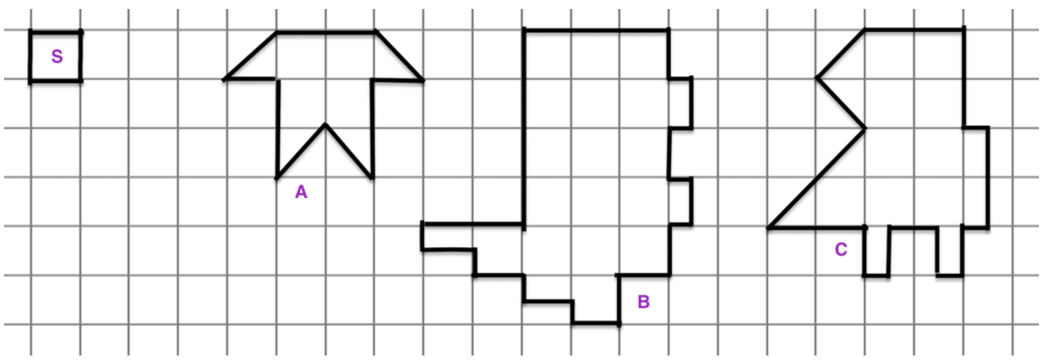


c) Si Hugo no tiene mucho tiempo para realizar el trabajo, ¿cuál de las dos baldosas elegirá para realizar el mosaico?

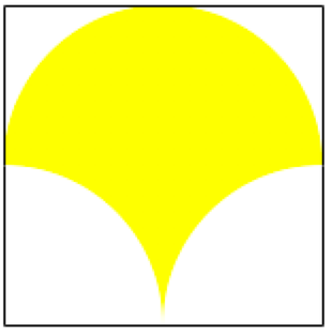
Adaptado de Corberán (1996 b)

CP.S2. Medida de cantidades de magnitud superficie

Ejercicio CP.S2.1: Calcula el área de las siguientes figuras tomando como unidad de medida el cuadrado S.

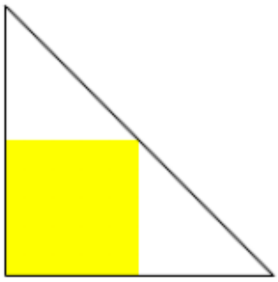


Ejercicio CP.S2.2: ¿Qué relación existe entre el área de la zona amarilla y el área del cuadrado?

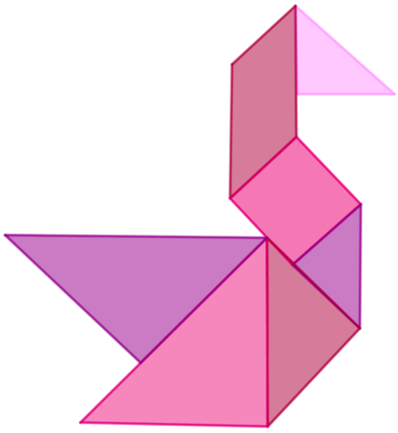


Adaptado de Castelnuovo (1981)

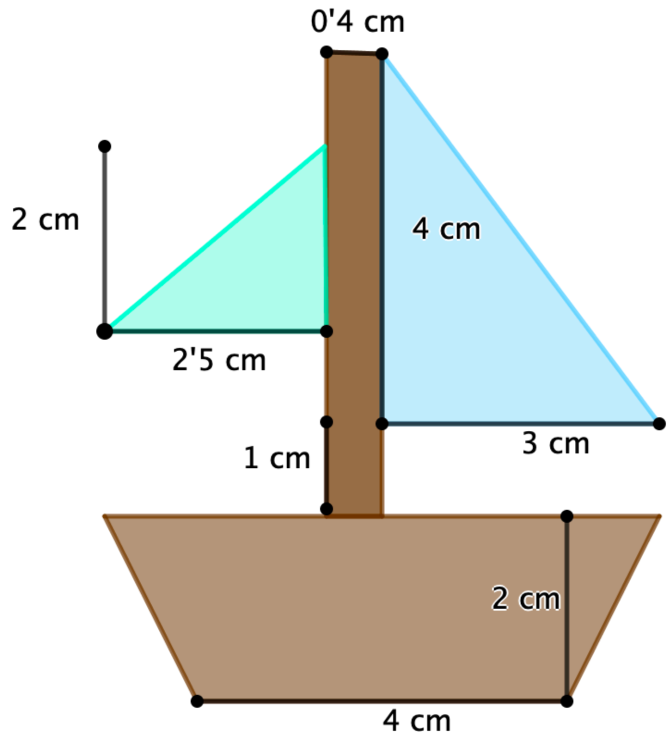
Ejercicio CP.S2.3: ¿Qué fracción del triángulo representa la zona coloreada?



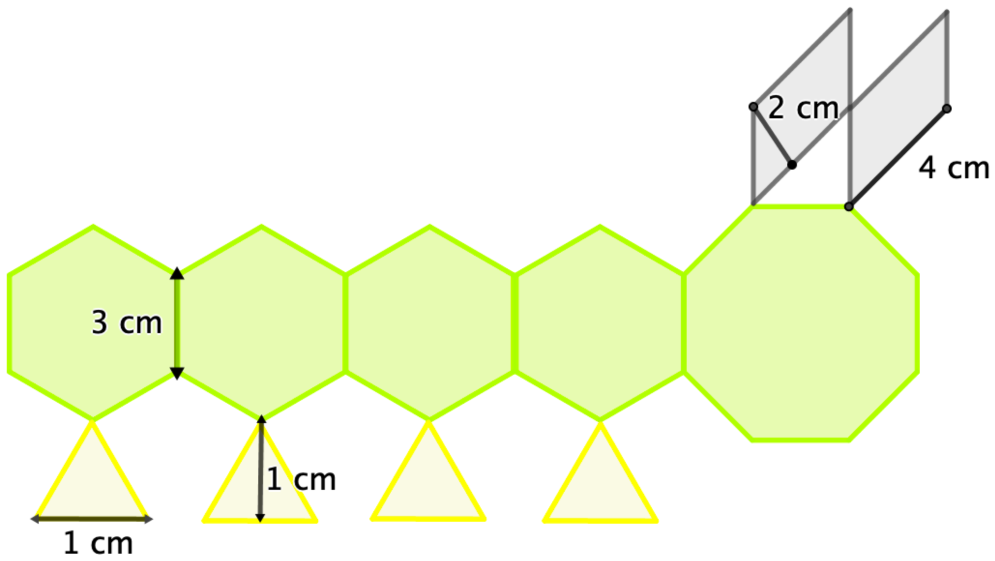
Ejercicio CP.S2.4: Con la ayuda del Tangram (***Anexo VI***), construye la siguiente figura y calcula su área aplicando las fórmulas aprendidas anteriormente. Para ello, haz uso de una regla o cinta métrica con la que puedas tomar las medidas necesarias de cada una de las piezas.



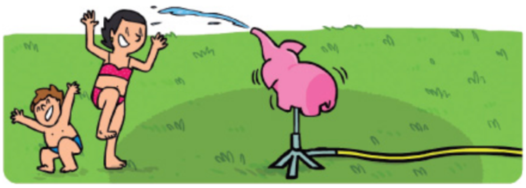
Ejercicio CP.S2.5: Calcula el área de la siguiente figura.



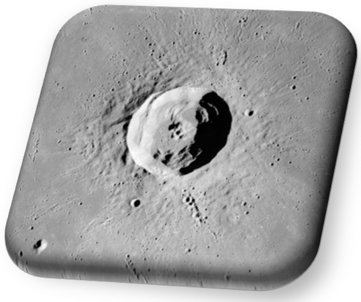
Ejercicio CP.S2.6: Calcula el área de la siguiente figura.



Ejercicio CP.S2.7: Un aspersor que da la vuelta completa, tiene un alcance de 5 m. ¿Qué superficie de césped se riega?



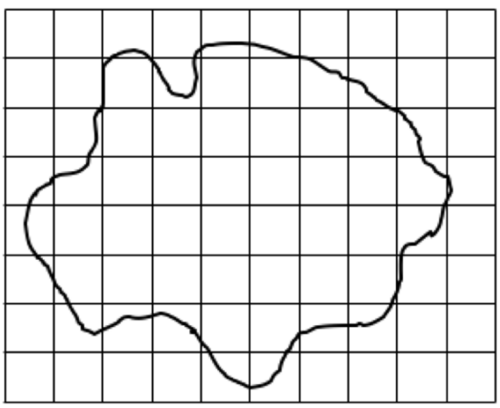
Ejercicio CP.S2.8: La luna está llena de cráteres como consecuencia del impacto de numerosos meteoritos. En la imagen, se ve el cráter de Euler, en honor al famoso matemático. Su diámetro mide 28 km.



a) ¿Qué superficie ocupa?
b) ¿Cuántos campos de fútbol se pueden construir dentro, si un campo de futbol mide $90 \times 120\ m$?

CP.S3. Aproximación y estimación de cantidades de superficie

Ejercicio CP.S3.1: Determina el número de unidades cuadradas contenidas en la figura:



Ejercicio CP.S3.2: Dibuja el contorno de tu mano sobre la trama isométrica (***Anexo V***) y calcula el número de triángulos que hay en su interior. ¿La medida obtenida es exacta o aproximada? Una vez se han medido la mano todos los alumnos de la clase ¿podrías decir que niño tiene la mano más grande? ¿y la más pequeña?

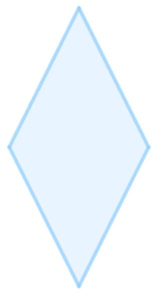
Adaptado de Corberán (1996 b)

CAMPOS DE PROBLEMAS DE LA RELACIÓN LONGITUD SUPERFICIE

CP.LS. Relación entre la magnitud longitud y la magnitud superficie

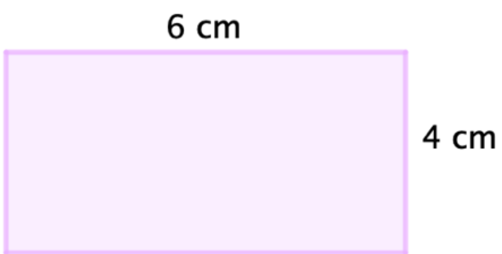
Ejercicio CP.LS.1: La siguiente superficie tiene una determinada área y un cierto perímetro. Realiza sobre ella la modificación que creas oportuna de manera que:

a) se obtenga una nueva superficie de menor área y con un perímetro mayor.
b) se obtenga una nueva superficie de mayor área y con un perímetro menor.

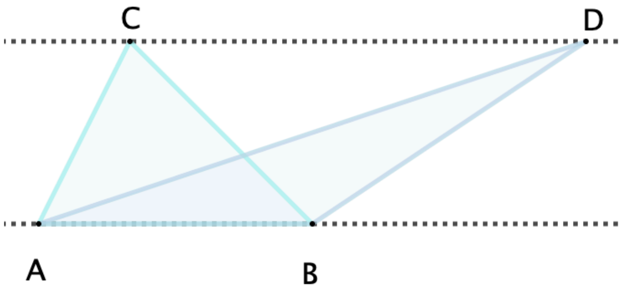


Adaptado de Corberán (1996 b)

Ejercicio CP.LS.2: Dibuja un rectángulo que tenga el mismo perímetro que el rectángulo de la figura, pero con un área menor.
Si crees que esto no es posible, indícalo y explica el porqué de ello.



Ejercicio CP.LS.3: El triángulo ABC se ha transformado en el nuevo triángulo ABD. Compara las áreas y los perímetros de estos dos triángulos.



- Elige la respuesta que creas verdadera y justifícala sin usar objetos intermedios:
  a) El área de ABC es mayor que la de ABD.
  b) El área de ABC es menor que la de ABD.
  c) Los dos triángulos tienen igual área.
  d) No puedes decir si uno tiene mayor área que el otro.

- Calcula el área de los triángulos. Según los cálculos, ¿cambiarás la opción anterior?

- Construye un triángulo que tenga la misma área que ABC.

- Elige la respuesta que creas verdadera y razona tu respuesta:
  a) El perímetro de ABC es mayor que el de ABD.
  b) El perímetro de ABC es menor que el de ABD.
  c) Los dos triángulos tienen igual perímetro.
  d) No puedes decir si uno tiene mayor perímetro que el otro.

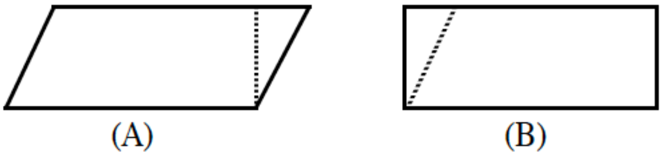
- Calcula el perímetro de los triángulos. Según los cálculos, ¿cambiarás la opción anterior?

Adaptado de Corberán (1996 b)

Ejercicio CP.LS.4: La figura (A) ha sido cortada en 2 piezas que han sido reorganizadas, sin superponerse, para construir la figura (B).

a) Compara sus áreas. ¿Tienen igual área?

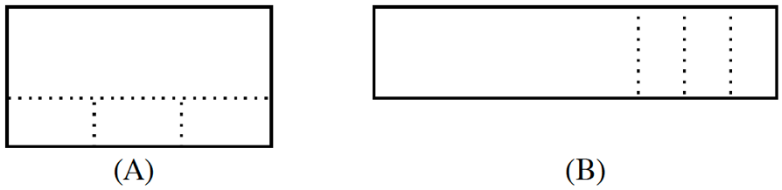
b) Compara sus perímetros. ¿Tienen igual perímetro?



Tomado de Corberán (1996 b)

Ejercicio CP.LS.5: La figura (A) ha sido cortada en 4 piezas que han sido reorganizadas, sin superponerse, para construir la figura (B).

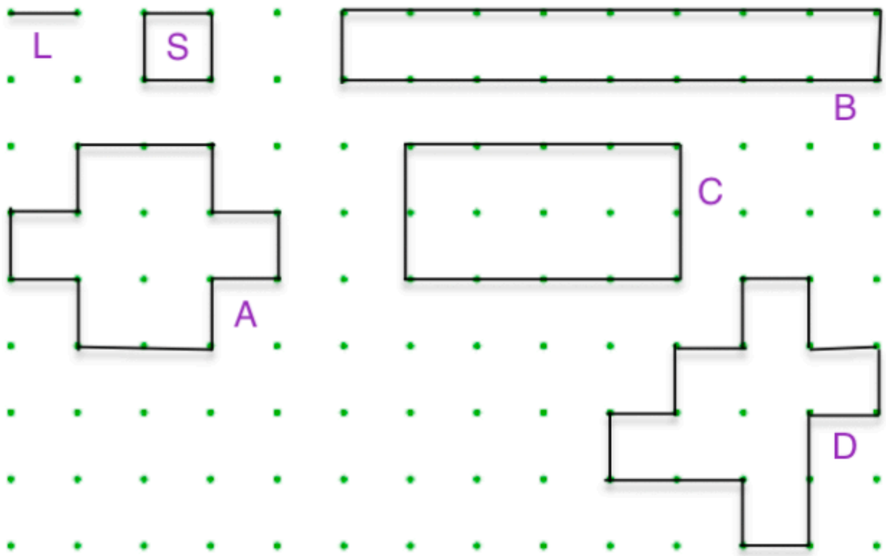
a) Determina el área de (B).



b) Determina los perímetros de (A) y (B).

Tomado de Corberán (1996 b)

Ejercicio CP.LS.6: Completa la siguiente tabla tomando como unidad de medida para calcular el área el cuadrado S, y como unidad de medida de longitud el segmento L.



	Medida del área	Medida del perímetro
Figura A		
Figura B		
Figura C		
Figura D		

Ejercicio CP.LS.7: Dada una trama cuadrada, de 1cm de separación entre los puntos (***Anexo IV)*** y un hilo de lana (de más de 32 cm). Sigue las siguientes instrucciones:

a) Con el trozo de hilo, ata a los extremos, dejando dentro un trozo de 32 cm exactamente y sujetando la cuerda con 4 chinchetas forma un rectángulo sobre la cuadrícula.

b) Forma el rectángulo de tal manera que uno de sus lados sea 10 cm. ¿Cuánto vale el perímetro? ¿y el área?

c) Mueve las chinchetas y forma otro rectángulo con 8 cm en uno de sus lados. ¿Cuánto vale ahora el perímetro? ¿y el área?

d) Rellena la tabla propuesta a continuación:

Longitud de uno de los lados del rectángulo	Perímetro	Área
Un lado de 10 cm		
Un lado de 9 cm		
Un lado de 8 cm		
Un lado de 7 cm		
Un lado de 6 cm		

Adaptado de Cabanne (2008)

Ejercicio CP.LS.8: Con ayuda de la trama cuadrada (***Anexo IV***), responde a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cómo habrá que disponer 36 cuadrados de 1 cm de lado para formar dos tapices, de manera que el perímetro de uno sea el menor posible, y el del otro, el mayor posible?

b) ¿Cuál será el área cubierta en cada tapiz?

Adaptado de Corberán (1996 b)

2. ¿Qué técnicas o modificaciones de una técnica se ejercitan con ellos?

Las técnicas se presentan en el mismo orden en el que se han establecido los campos de problemas. Por ello, comenzamos presentando las técnicas asociadas a los campos de problemas de la medida de la magnitud longitud.

En **CP.L1. Propiedades de la magnitud longitud (Comparación y conservación)** se ha hecho uso de las siguientes técnicas:

TN.L1.1 Comparación directa de cantidades de longitud
TN.L1.2 Comparación de cantidades de longitud utilizando objetos intermedios
TN.L1.3 Conservación de la cantidad tras hacer diversos movimientos
TN.L1.4 Suma de cantidades de magnitud longitud

En el segundo campo de problemas de la magnitud longitud, **CP.L2. Medida de cantidades de magnitud longitud,** es importante destacar que diferenciamos entre medida directa e indirecta de la siguiente forma:

<u>Técnicas de medida directa</u>

TN.L2.1 Medida de cantidades de longitud reiterando la unidad de medida.
TN.L2.2 Medida de cantidades de longitud utilizando un instrumento de medida cuya unidad se corresponda con las unidades del Sistema Métrico Decimal.

<u>Técnicas de medida indirecta</u>

TN.L2.3 Cálculo de una cantidad de longitud debido a la relación establecida entre otras cantidades de longitud previamente conocidas.
TN.L2.4 Cálculo de la longitud de una circunferencia dado su radio
TN.L2.5 Cálculo de la longitud del arco de circunferencia dado su radio y la amplitud del ángulo central

A continuación, se muestran las técnicas empleadas en los campos de problemas referentes a la medida de la magnitud superficie, empezando con **CP.S1.Propiedades de la magnitud superficie (Comparación y conservación),** donde aparecen:

TN.S1.1 Comparación directa de cantidades de superficie por superposición

TN.S1.2 Comparación de cantidades de superficie por descomposición y reconfiguración de dichas cantidades.

TN.S1.3 Comparación de cantidades de superficie por descomposición de una de ellas para su posterior superposición sobre las demás cantidades.

TN.S1.4 Suma cantidades de magnitud superficie

TN.S1.5 Conservación de la cantidad de superficie por disociación entre el área y la forma de la superficie

En el campo de problemas **CP.S2. Medida de cantidades de magnitud superficie,** cómo en el caso de la longitud, diferenciamos entre técnicas de medida directa e indirecta:

<u>Técnicas de medida directa</u>

TN.S2.1 Medida de cantidades de superficie por recubrimiento de la unidad de medida.

TN.S2.2 Construcción de cantidades de superficie conocido el resultado de una medición.

TN.S2.3 Descomponer la cantidad de superficie a medir en partes y sumar el área de cada parte.

TN.S2.4 Descomponer y reconfigurar cantidades de superficie.

<u>Técnicas de medida indirecta</u>

TN.S2.5 Cálculo del área de un rectángulo multiplicando las longitudes de sus dos lados desiguales.

TN.S2.6 Cálculo del área de un cuadrado dado su lado.

TN.S2.7 Cálculo del área de un triángulo dada la longitud de una base y la altura asociada a esa base.

TN.S2.8 Cálculo del área de un rombo a partir de sus diagonales.

TN.S2.9 Cálculo del área de un paralelogramo a partir de sus lados desiguales.

TN.S2.10 Cálculo del área de un trapecio a partir de sus bases y su altura.

TN.S2.11 Cálculo del área de un polígono regular conocido su lado y la apotema.

TN.S2.12 Cálculo del área de un círculo dado su radio.

TN.S2.13 Cálculo del área de un sector circular dado radio y la amplitud del ángulo central.

TN.S2.14 Cálculo del área de una corona circular dados los radios de los círculos concéntricos.

Por último, en **CP.S3. Aproximación y estimación de cantidades de magnitud superficie**, aparecen las siguientes técnicas:

TN.S3.1 Aplicación de técnicas de medida directa y/o indirecta para la estimación de la cantidad de superficie

Para finalizar, se presentan las técnicas referentes al campo de problemas que relaciona ambas magnitudes, **CP.LS. Relación entre la magnitud longitud y la magnitud superficie (perímetro y área)**:

TN.LS.1 Aplicación de técnicas de medida directa y/o indirecta sobre figuras que poseen el mismo área y diferente perímetro.

TN.LS.2 Aplicación de técnicas de medida directa y/o indirecta en figuras con igual perímetro y distinto área.

TN.LS.3 Establecer que no se satisface la misma razón o relación entre el perímetro y el área de dos figuras.

3. Dichas técnicas ¿están adecuadas al campo de problemas asociado al objeto matemático?

Las técnicas que se ponen en practica tanto con los problemas como con los ejercicios propuestos para cada uno de los campos de problemas, son adecuadas para introducir el objeto matemático y también para trabajarlo. Pues éstas permiten al alumno entender las propiedades que definen dicho objeto, así como los tipos de mediciones que se pueden hacer de las magnitudes presentadas, alcanzando el objetivo de que los alumnos entiendan y sean conscientes de lo que están haciendo en cada momento. Lo que les permite ser capaces de razonar y que su trabajo no se vea limitado por la aplicación de fórmulas.

4. Indica la metodología a seguir en su implementación en el aula.

Los ejercicios propuestos se intercalarán entre los problemas planteados en el apartado anterior y, en este caso, o bien se realizarán en el aula convencional de forma individual o por pequeños grupos de hasta máximo cuatro personas, o bien formaran parte de la tarea individual que los alumnos deberán realizar en casa.

Para abordarlos serán necesarias las fotocopias con los enunciados de cada tarea y el cuaderno del propio alumno; además, sí se necesita de algún material en particular, éste es especificado en el mismo enunciado de la tarea.

G. Sobre las tecnologías (justificación de las técnicas)

1. ¿Mediante qué razonamientos se van a justificar las técnicas?

Las tecnologías aparecen como justificación de algunas de las técnicas utilizadas anteriormente. En particular, serán justificadas las técnicas que posean una mayor complejidad y resulten más novedosas, de esta manera, se omitirán las justificaciones que hagan referencia a las propias definiciones de las dos magnitudes estudiadas.

Las tecnologías destinadas a justificar las técnicas empleadas en los campos de problemas de la magnitud longitud son:

TG.L.1 Justificación de la relación entre el tamaño de la unidad y el resultado obtenido en la medición.
TG.L.2 Justificación de la propiedad aditiva de la magnitud longitud.
TG.L.3 Justificación de la fórmula para el cálculo de longitud de una circunferencia dado el valor del radio.
TG.L.4 Justificación de la obtención del número π y su valor de manera aproximada.
TG.L.5 Justificación de la fórmula para el cálculo de la longitud de un arco de circunferencia dado su radio y su ángulo central.

Y, las justificaciones destinadas a las técnicas de los campos de problemas de la magnitud superficie:

TG.S.1 Justificación de la propiedad aditiva de la magnitud superficie.

TG.S.2 Justificación de la relación entre el tamaño de unidad y el resultado obtenido en la medición.

TG.S.3 Justificación de la fórmula del rectángulo al relacionar el número de unidades cuadradas que recubren el rectángulo con la longitud de la base y la altura del mismo.

TG.S.4 Justificación de la fórmula del área del cuadrado como caso particular del rectángulo.

TG.S.5 Justificación de la fórmula del área de un paralelogramo conociendo la fórmula del área del rectángulo.

TG.S.6 Justificación de la fórmula del área del triángulo al determinar que el área de este es la mitad de la del rectángulo de igual base y altura que lo contiene.

TG.S.7 Justificación de la fórmula para calcular el área del rombo dadas sus diagonales conociendo la fórmula del área del rectángulo.

TG.S.8 Justificación de la fórmula para el cálculo del área de un trapecio a través de la fórmula del área de un paralelogramo.

TG.S.9 Justificación del cálculo de áreas de polígonos regulares con n lados con $n \geq 5$ por descomposición del polígono en un número finito de triángulos.

TG.S.10 Justificación de la fórmula del área de polígonos regulares en función del perímetro y la apotema.

TG.S.11 Justificación de la fórmula del área del círculo mediante triangulación y la fórmula del paralelogramo.

TG.S.12 Justificación de la fórmula del área de un sector circular dado su radio y su ángulo central.

TG.S.13 Justificación de la fórmula del área de una corona circular por descomposición de los dos círculos concéntricos.

2. ¿Quién (profesor, alumnos, nadie) va a asumir la responsabilidad de justificar las técnicas?

Para justificar las técnicas, no siempre se seguirá el mismo método, sino que esta responsabilidad es alternada entre los alumnos y el profesor. Lo que significa que en ocasiones será el docente quién se encargue de presentar la tecnología usada, pero en otros momentos o bien el alumno será el responsable de obtener una justificación, o bien la obtención de la justificación tendrá lugar mediante la colaboración de ambas partes en una puesta en común.

3. Diseña el proceso de institucionalización de los distintos aspectos del objeto matemático.

Nuestro principal objetivo es que todos los alumnos aprendan, es decir, que el alumno sea capaz de pensar por sí mismo entendiendo lo que hace. Y, esto aparece como consecuencia del trabajo de las diferentes técnicas y tecnologías anteriormente indicadas.

De manera que como muestra la tabla siguiente, no se institucionalizarán las propiedades, definiciones o fórmulas desde un primer momento, sino que con los diferentes problemas propuestos surgirá la necesidad de explicarlas dotando al alumno del tiempo necesario para asimilarlas.

MAGNITUD LONGITUD		
Problemas	**Técnicas**	**Tecnologías**
CP.L1.1	TN.L1.1,2,3	
CP.L1.2	TN.L1.1,3,4	
CP.L1.3	TN.L1.2	
CP.L2.1	TN.L2.1	
CP.L2.2	TN.L2.1,2	TG.L.2
CP.L2.3	TN.L2.2,3	
CP.L2.4	TN.L2.4	TG.L.3 y TG.L.4
CP.L2.5	TN.L2.5	TG.L.5
CP.L2.6	TN.L2.4,5	TG.L.1

MAGNITUD SUPERFICIE		
Problemas	**Técnicas**	**Tecnologías**
CP.S1.1	TN.S1.1,3	
CP.S1.2	TN.S1.2,5	
CP.S1.3	TN.S1.2,4,5	

CP.S1.4	TN.S1.2	
CP.S2.1	TN.S2.1	TG.S.2
CP.S2.2	TN.S2.1	
CP.S2.3	TN.S2.2,3	
CP.S2.4	TN.S2.1,5,6	TG.S.3 y TG.S.4
CP.S2.5	TN.S2.4,5,9	TG.S.5
CP.S2.6	TN.S2.4,5,9	TG.S.5
CP.S2.7	TN.S2. 5,7	TG.S.6
CP.S2.8	TN.S2.4,5,8,9	TG.S.7
CP.S2.9	TN.S2.4,5,10	TG.S.8
CP.S2.10	TN.S2.3,5,6,7,9,10	TG.S.1
CP.S2.11	TN.S2.3,7	TG.S.9
CP.S2.12	TN.S2.4,5,10,11	TG.S.10
CP.S2.13	TN.S2. 4,5,9,11	TG.S.10
CP.S2.14	TN.S2. 4,5,9,11	TG.S.10
CP.S2.15	TN.S2. 4,11	TG.S.10
CP.S2.16	TN.S2.4,9,11,12	TG.S.11
CP.S2.17	TN.S2.12,13	TG.S.12
CP.S2.18	TN.S2.3,7,11,12,13	TG.S.1
CP.S2.19	TN.S2.14	TG.S.13
CP.S3.1	TN.S3.1	

RELACIÓN LONGITUD Y SUPERFICIE		
Problemas	**Técnicas**	**Tecnologías**
CP.LS.1	TN.LS.2	
CP.LS.2	TN.LS.1	
CP.LS.3	TN.LS.2	
CP.LS.4	TN.LS.3	

4. Indica la metodología a seguir en su implementación en el aula.

La metodología seguida en el aula consiste en guiar al alumno mediante el planteamiento de problemas contextualizados o que den sentido al objeto matemático, para posteriormente institucionalizar el concepto y fomentar la práctica a través de ejercicios cuyo objetivo es afianzar lo trabajado anteriormente. De esta manera, las tecnologías aparecerán con la necesidad de utilizar nuevas técnicas y de por supuesto justificarlas; siempre teniendo en cuenta que, nosotros como docentes, trataremos que sea el alumno el encargado de descubrir los nuevos conceptos o fórmulas.

H. Sobre la secuencia didáctica y su cronograma

1. Indica la secuenciación de las actividades propuestas en los apartados anteriores y su duración temporal aproximada.

Sabiendo que en el curso de 1º ESO contamos con un total de cuatro clases semanales de Matemáticas, y cada una posee una duración de 50 minutos, la unidad didáctica diseñada posee una duración de 16 sesiones, es decir, cuatro semanas del curso académico.

A continuación, se muestra la secuencia didáctica establecida, con las diferentes actividades propuestas tanto para el aula como para casa:

SESIÓN	CONTENIDOS	ACTIVIDADES (para el aula)	DEBERES (para casa)
1	Evaluación de los contenidos previos.	Evaluación inicial	
2	Propiedades de la magnitud longitud (conservación y comparación).	Problemas CP.1.1,2 y 3 Ejercicios CP.L1.1 y 2	Ejercicio CP.L1.3
3	Razón de ser y medidas de cantidades de magnitud longitud.	Corrección del ejercicio propuesto de deberes en la sesión 2.	Ejercicio CP.L2.1 y 2

		Problema 1 Problemas CP.L2.1 y 2	
4	Medida de cantidades de magnitud longitud	Corrección de los deberes propuestos en las sesiones 2 y 3. Problemas CP.L2.3,4,5 y 6	Ejercicios CP.L2.3 y 4
5	Razón de ser y propiedades de la magnitud superficie (conservación y comparación).	Corrección de los deberes de la sesión anterior Problema 2 Problemas CP.S1.1,2,3 y 4	Ejercicio CP.S1.1
6	Medida de cantidades de magnitud superficie.	Corregir la tarea de la sesión anterior. Problemas CP.S2.1,2,3 y 4	Ejercicios CP.S2.1,2 y 3
7	Medida de cantidades de magnitud superficie	Problemas CP.S2.5,6,7 y 8	Ejercicio CP.S2.4
8	Medida de cantidades de magnitud superficie	Corregir la tarea de las sesiones 6 y 7. Problemas CP.S2.9,10 y 11	Ejercicio CP.S2.5
9	Medida de cantidades de magnitud superficie	Problemas CP.S2.12,13,14 y 15	Ejercicio CP.S2.6
10	Medida de cantidades de magnitud superficie	Problemas CP.S2.16,17,18 y 19	Ejercicios CP.S2.7 y 8
11	Aproximación y estimación de cantidades de superficie	Corregir los deberes de las sesiones 8, 9 y 10. Problema CP.S3.1 Ejercicios CP.S3.1 y 2	

12	Relación entre la magnitud longitud y la magnitud superficie	Problemas CP.LS.1 y 2 Ejercicios CP.LS. 1 y 3	Ejercicios CP.LS.2 y 4
13	Relación entre la magnitud longitud y la magnitud superficie	Problema CP.LS.3 Ejercicio CP.LS.5 y 7	Ejercicios CP.LS. 6 y 8
14	Repaso de contenidos	Corregir los deberes de las sesiones 12 y 13. Resolver dudas.	
15	Prueba de evaluación	Prueba de evaluación.	
16	Corrección del examen	Entrega de exámenes. Corrección en la pizarra y resolución de dudas.	

I. Sobre la evaluación

1. Diseña una prueba escrita (de una duración aproximada de una hora) que evalúe el aprendizaje realizado por los alumnos.

A continuación, se muestra la prueba escrita diseñada para evaluar el aprendizaje de los alumnos tras finalizar el desarrollo de esta unidad didáctica. Como se puede observar, consta de siete ejercicios cuya puntuación aparece especificada en cada uno de los enunciados y posee una duración aproximada de una hora.

Nombre y Apellidos: ______________________________

Curso: 1º ESO Fecha: __________________

IMPORTANTE: No está permitido el uso de la regla graduada durante el examen. Las respuestas no justificadas no obtendrán puntuación.

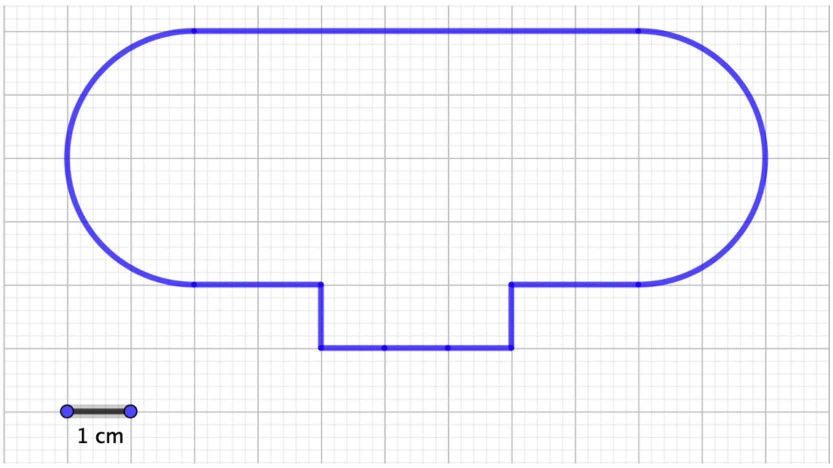
Ejercicio 1: Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta mediante un ejemplo. **(1,5 puntos)**

a) La distancia más corta entre dos puntos es la línea recta.

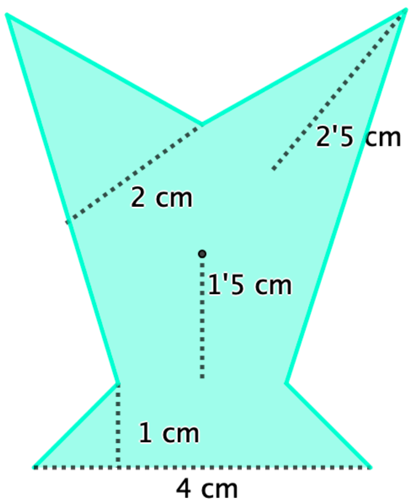
b) Dos figuras con la misma área tienen el mismo perímetro.

c) Comparamos dos rombos A y B. Sí el rombo A tiene mayor área que el rombo B, entonces A también tiene mayor perímetro que B.

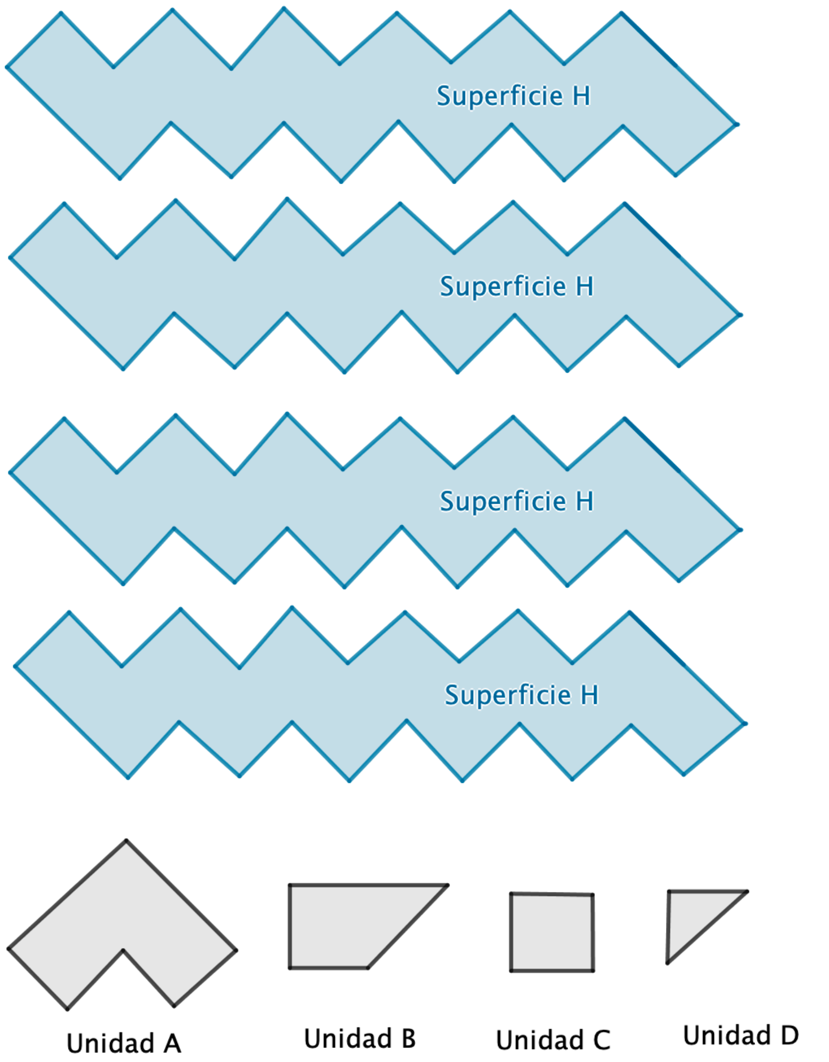
Ejercicio 2: Calcula el perímetro de la siguiente figura. **(1 punto)**



Ejercicio 3: Calcula el área de la siguiente figura. **(1,5 puntos)**



Ejercicio 4: Utiliza las piezas (A), (B) y (C) para medir el área de la superficie (H).



Completa la tabla indicando la cantidad de superficie según la unidad de medida utilizada. **Se valorará el proceso realizado**, por tanto, se tiene que **justificar el valor obtenido**. **(1 punto)**

	Unidad A	Unidad B	Unidad C	Unidad D
Superficie (H)				

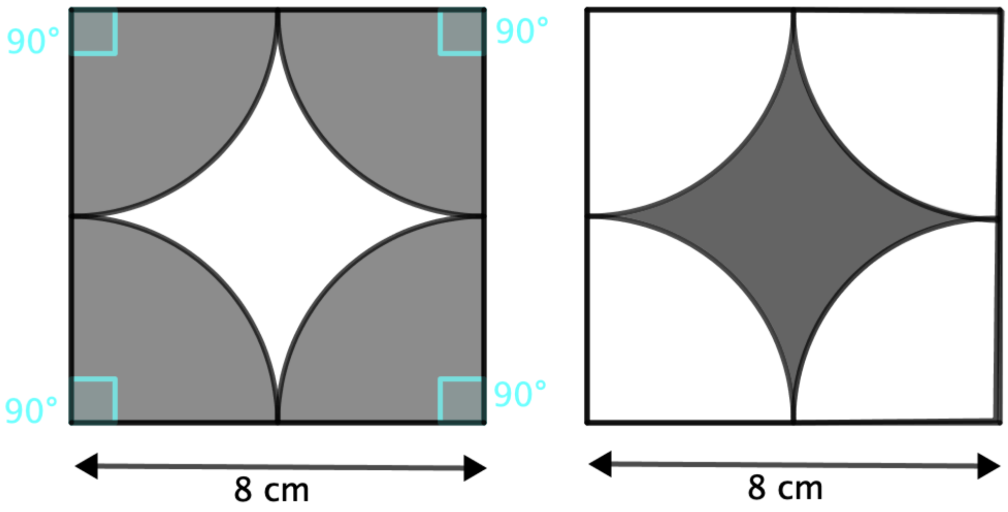
Responde a las siguientes preguntas teniendo en cuenta lo realizado. **(1,5 puntos)**

a) ¿Puede ser que una misma figura tenga medidas diferentes? Justifica tu respuesta.

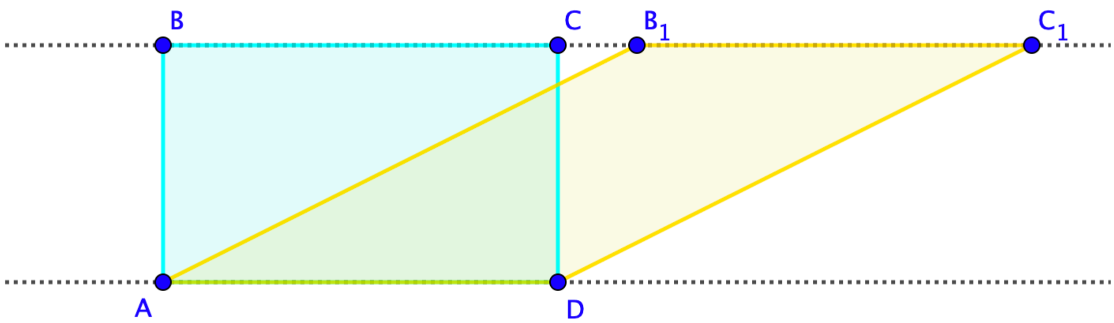
b) ¿Qué relación existe entre la unidad A y la unidad B? ¿y entre la unidad B y la unidad D?

c) ¿Puedes explicar cómo afecta el tamaño de la unidad de medida escogida y la medida de la superficie obtenida?

Ejercicio 5: Calcula el área de la parte coloreada en cada una de las siguientes figuras. **(1 punto)**



Ejercicio 6: Observa las figuras ABCD y AB_1C_1D. **(0'75 puntos)**

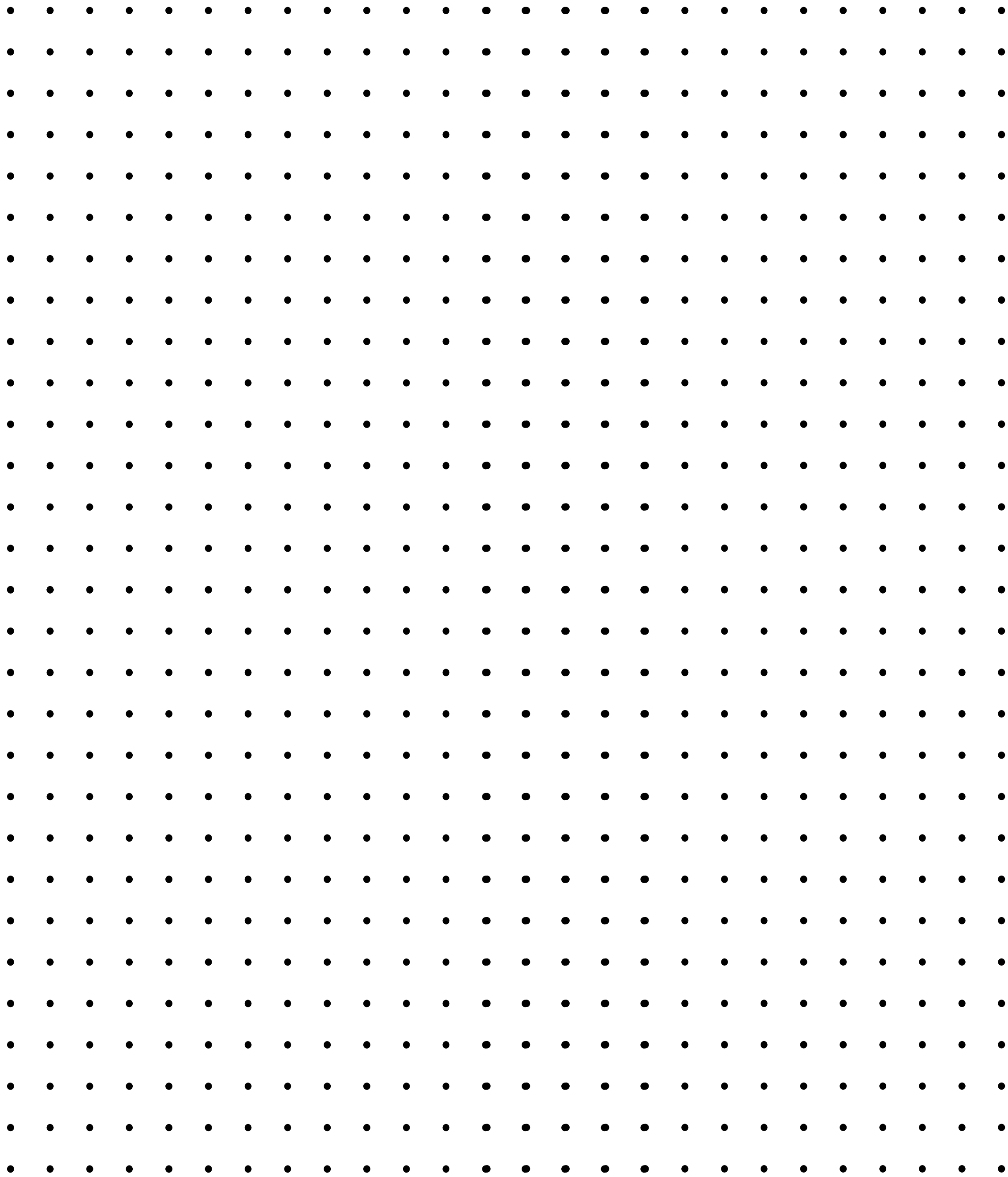


Elige la respuesta verdadera y justifica tu elección. No se puede hacer uso de objetos intermedios (es decir, recuerda que no se puede utilizar la regla, por ejemplo):

a) El área de ABCD es mayor que la de AB_1C_1D.
b) El área de ABCD es menor que la de AB_1C_1D.
c) Las dos figuras tienen la misma área.
d) No se puede saber si una tiene mayor área que la otra.

Ejercicio 7: Nacho es jardinero, y debe diseñar un jardín de 24 m^2. La única condición a cumplir es que el jardín debe tener forma rectangular:

a) Dibuja todas las opciones que tiene Nacho para diseñar su jardín. Para ello, utiliza la siguiente trama cuadrada sabiendo que la distancia entre dos puntos consecutivos no diagonales es de 1 metro. **(1 punto)**



b) Si sólo se dispone de 20 m de valla, ¿cuales de los jardines diseñados es posible construir? **(0,75 puntos)**

2. ¿Qué aspectos del conocimiento de los alumnos sobre el objeto matemático pretendes evaluar con cada una de las preguntas de dicha prueba?

A continuación, se muestra para cada uno de los ejercicios propuestos las diferentes tareas principales y tareas auxiliares, tanto específicas como generales, que pretenden evaluarse.

EJERCICIO 1

TAREAS	Principales	• Identificar de manera correcta la veracidad de la afirmación. • Adecuación del ejemplo a la afirmación. • Comprensión de la magnitud longitud. • Identificar la no relación entre el perímetro y el área.
	Auxiliares Específicas	• Coherencia en la redacción.

EJERCICIO 2

TAREAS	Principales	• Medir el perímetro reiterando la unidad de medida y utilizando técnicas de medida indirecta.
	Auxiliares Específicas	• Descomponer en cantidades de longitud que sean capaces de medir. • Utilizar correctamente las fórmulas necesarias, ya sea la de la longitud de la circunferencia o la de la longitud de un arco de circunferencia. • Expresar la solución en las unidades adecuadas.
	Auxiliares Generales	• Realizar cálculos aritméticos.

EJERCICIO 3

TAREAS	Principales	• Calcular el área de la figura inicial mediante técnicas de medida indirecta por descomposición en figuras conocidas. • Escribir la fórmula para el cálculo del área de manera correcta de cada una de las figuras.
	Auxiliares Específicas	• Aplicar correctamente las fórmulas para el cálculo de áreas, identificando correctamente los elementos que aparecen en la fórmula. • Expresar los resultados en las unidades adecuadas.
	Auxiliares Generales	• Realizar cálculos aritméticos.

EJERCICIO 4

TAREAS	Principales	• Descomponer una superficie utilizando diferentes unidades de medida. • Identificar la relación inversa existente entre el tamaño de unidad de medida y la superficie.
	Auxiliares Específicas	• Contar el número de veces que cabe cada una de las piezas en la superficie dada. • Comparar el tamaño de las unidades de medida

EJERCICIO 5

TAREAS	Principales	• Reconocer las figuras geométricas que aparecen en las imágenes. • Identificar las relaciones para el cálculo del área de la figura sombreada en cada caso.
	Auxiliares Específicas	• Determinar la medida de la longitud del radio de los sectores circulares o círculo.

		• Aplicar correctamente las fórmulas para el cálculo de áreas, identificando correctamente los elementos que aparecen en la fórmula. • Expresar los resultados en las unidades adecuadas.
	Auxiliares Generales	• Realizar cálculos aritméticos.

EJERCICIO 6

TAREAS	Principales	• Identificar la opción correcta. • Justificar la conservación de la cantidad de superficie a través de las fórmulas para el cálculo del área ya que los elementos que las caracterizan tienen la misma longitud.

EJERCICIO 7

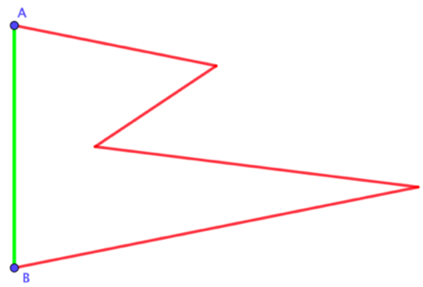
TAREAS	Principales	• Diferenciar entre área y perímetro. • Construir en la trama rectángulos del área indicada. • Conocer el área del rectángulo e identificar las cantidades de medida de los elementos que constituyen dicha fórmula.
	Auxiliares Específicas	• Identificar el conjunto de los rectángulos.
	Auxiliares Generales	• Realizar cálculos aritméticos.

3. **¿Qué respuestas esperas en cada una de las preguntas en función del conocimiento de los alumnos?**

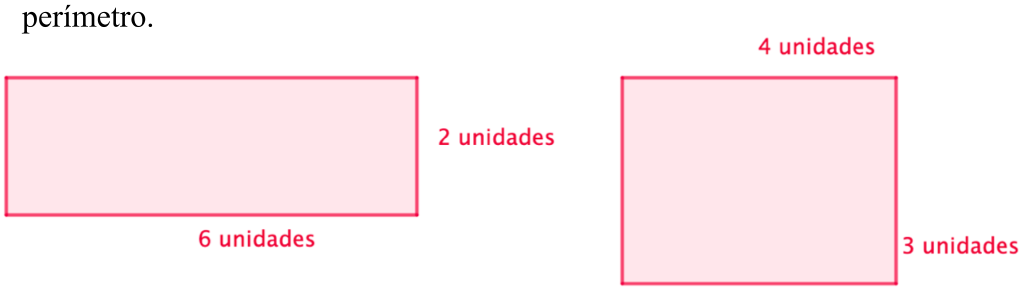
EJERCICIO 1

Las respuestas mostradas a continuación no son las únicas, sino que son un ejemplo de las respuestas correctas que podríamos obtener de nuestros alumnos.

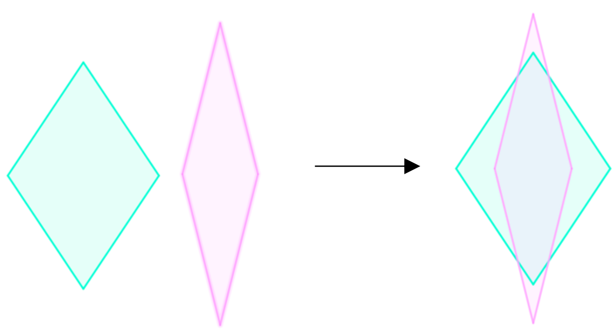
a) **Verdadero.** Efectivamente, la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta. Por ejemplo, la distancia entre A y B es menor si se recorre el camino verde que si se recorre el rojo.



b) **Falso.** Veamos cómo dos rectángulos que poseen la misma área tienen diferente perímetro.



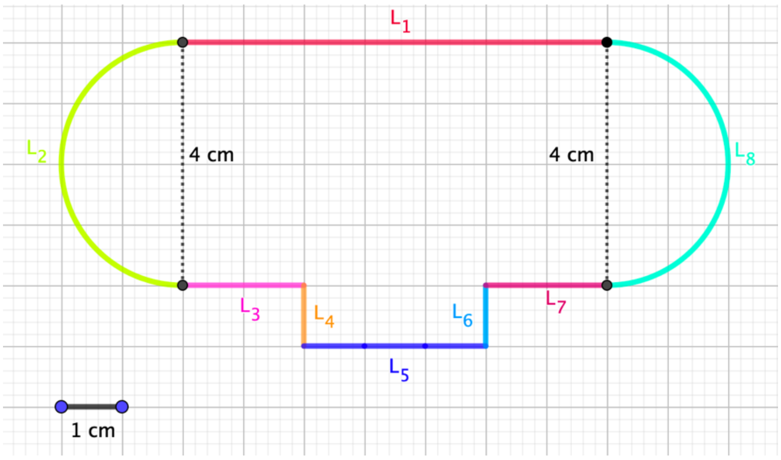
c) **Falso.** Que el rombo A tenga mayor área que el rombo B, no significa que A tenga mayor perímetro que B. Por ejemplo, el rombo rosa tiene mayor perímetro (todos sus lados son mas largos) y en cambio encierra menos área que el verde.



EJERCICIO 2

Por la propiedad aditiva de la magnitud longitud, podemos descomponer la longitud total (L_T) a medir en diferentes partes. De manera que:

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8$$



Donde, reiterando la unidad de medida, obtenemos:

$$L_1 = 7\ cm \qquad L_5 = 3\ cm$$
$$L_3 = 2\ cm \qquad L_6 = 1\ cm$$
$$L_4 = 1\ cm \qquad L_7 = 2\ cm$$

(Es cierto, que algunos alumnos podrían descomponer en una sola cantidad de longitud la siguiente expresión $L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7$).

Para calcular L_2 y L_8 podemos diferenciar varios procedimientos, todos ellos igual de válidos, que nos permitirán obtener la solución final:

- En el primero, se considera calcular la longitud de dos medias circunferencias:

  $$L = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

  Así pues $L_2 = L_8 = 2\pi\ cm$ y, por tanto, la longitud total es:

  $$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8 =$$
  $$= 7 + 2\pi + 2 + 1 + 3 + 1 + 2 + 2\pi = 16 + 4\pi = 28'56\ cm$$

- La segunda posibilidad, sería darse cuenta de que al poseer ambas semicircunferencias el mismo radio, podemos calcular la longitud total de una circunferencia de radio 2 cm, de manera que:

$$L_2 + L_8 = 2\pi r = 4\pi\ cm.$$

Por lo que, obtenemos:

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8 =$$
$$= L_1 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + (L_2 + L_8) =$$
$$= 7 + 2 + 1 + 3 + 1 + 2 + 4\pi = 16 + 4\pi = 28'56\ cm$$

- Como última posibilidad, puede calcularse el arco de la circunferencia, sabiendo que el ángulo del arco de cada una de las circunferencias es $\alpha = 180°$.

$$L_2 = L_8 = \frac{2\,\pi\, r\, \alpha}{360} = \frac{2\cdot\pi\cdot 2\cdot 180}{360} = 2\pi\ cm.$$

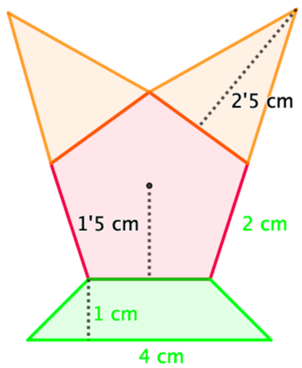
Por lo que la medida de la longitud total o perímetro es:

$$\boldsymbol{L_T} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8 =$$
$$= 7 + 2\pi + 2 + 1 + 3 + 1 + 2 + 2\pi = 16 + 4\pi = \mathbf{28'56\ cm}$$

EJERCICIO 3

Por la propiedad aditiva de la magnitud superficie, podemos descomponer la superficie total a medir en diferentes partes. De manera que el área total (A_{total}):

$$A_{total} = A_{triángulo} + A_{triángulo} + A_{pentágono} + A_{trapecio}$$
$$= 2\cdot A_{triángulo} + A_{pentágono} + A_{trapecio}$$



Empezamos calculando el **área de los triángulos** superiores:

$$A_{triángulo} = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{2\cdot 2'5}{2} = 2'5\ cm^2$$

Para calcular **el área del pentágono** tenemos dos opciones:

- Calcular el área aplicando la fórmula para el cálculo de polígonos regulares, en función del perímetro y de la apotema. En este caso:

$$A_{pentágono} = \frac{perímetro \ \cdot apotema}{2} = \frac{(2 \cdot 5) \cdot 1'5}{2} = 7'5 \ cm^2$$

- Calcular el área del pentágono descomponiéndolo en 5 triángulos iguales de base 2 cm y altura 1'5 cm. De esta manera:

$$A_{pentágono} \ = 5 \cdot \frac{2 \cdot 1'5}{2} = 7'5 \ cm^2$$

Calculamos **el área del trapecio**, de base mayor $B = 4 \ cm$, base menor $b = 2 \ cm$ y altura $h = 1 \ cm$:

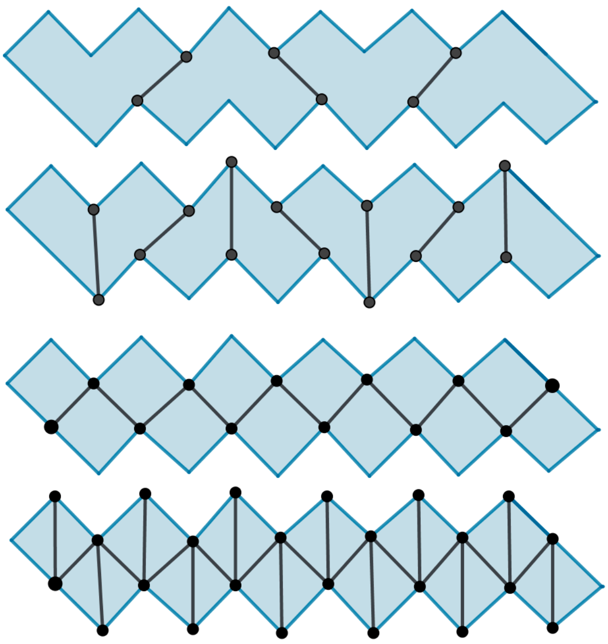
$$A_{trapecio} = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(4+2)\ 1}{2} = 3 \ cm^2$$

Por lo que, el área total de la figura propuesta es:

$$\boldsymbol{A_{total} = \ 2 \cdot A_{triángulo} + \ A_{pentágono} + A_{trapecio} = 2 \cdot 2'5 + 7'5 + 3 = 15'5 \ cm^2}$$

EJERCICIO 4

En primer lugar, se divide la superficie a medir en las diferentes unidades que proporciona el enunciado y se cuenta cuantas de cada tipo caben en la superficie:

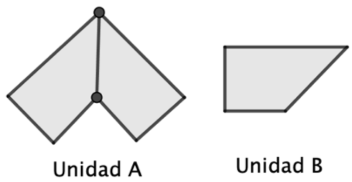


	Unidad A	Unidad B	Unidad C	Unidad D
Superficie (H)	4	8	12	24

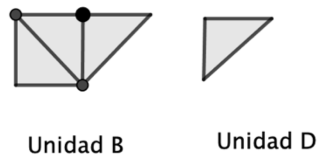
Una vez completada la tabla y observando los resultados obtenidos, damos respuesta a **la primera pregunta**, donde podemos afirmar que la superficie H tiene una medida numérica diferente en función de la unidad de medida escogida.

Para ver la **relación existente entre las unidades** realizamos las siguientes descomposiciones:

La unidad A es 2 veces la unidad B.



La unidad B es 3 veces la unidad D.



En último lugar, se debe **explicar cómo afecta el tamaño de la unidad de medida escogida y la medida numérica de la superficie obtenida**. Apoyándonos en el apartado anterior, podemos afirmar que cuánto mayor sea la unidad de medida elegida menor será el número de veces que ésta es contenida en la superficie y, viceversa. Por lo que existe una relación proporcionalmente inversa entre el tamaño de la unidad de medida y el resultado de la medición.

EJERCICIO 5

1. Empezamos calculando el área de la parte sombreada de la figura de la izquierda. Para ello, tenemos dos posibilidades diferentes:

- La primera de ellas es calcular el área de las cuatro figuras sombreadas de forma independiente, donde cada una de ellas es un sector circular de amplitud 90° y radio 4 cm. De esta manera, tenemos:

$$Área_{sector} = \frac{\pi\, r^2\, \alpha}{360} = \frac{\pi \cdot 16 \cdot 90}{360} = 4\pi\ cm^2$$

$$\acute{A}rea_{sombreada} = 4 \cdot 4\pi = 16\pi\ cm^2$$

- La otra opción es darse cuenta de que estos cuatro sectores forman un círculo completo de radio 4 cm. Así, obtenemos:

$$\boldsymbol{\acute{A}rea_{sombreada} = \pi r^2 = \pi\, 4^2 = 16\pi\ cm^2}$$

2. Ahora, procedemos a calcular el área de la segunda figura. Para ello, utilizando la propiedad aditiva de la magnitud superficie, tenemos:

$$\acute{A}rea_{sombreada} = \acute{A}rea_{cuadrado} - \acute{A}rea_{blanca}$$

El área del cuadrado es:

$$\acute{A}rea_{cuadrado} = l^2 = 8^2 = 64\ cm^2$$

El área de la zona blanca es el área que hemos calculado en la figura de la izquierda, por tanto, ya tenemos todo lo necesario para calcular el área sombreada.

$$\boldsymbol{\acute{A}rea_{sombreada} = \acute{A}rea_{cuadrado} - \acute{A}rea_{blanca} = 64 - 16\pi = 13'76\ cm^2}$$

EJERCICIO 6

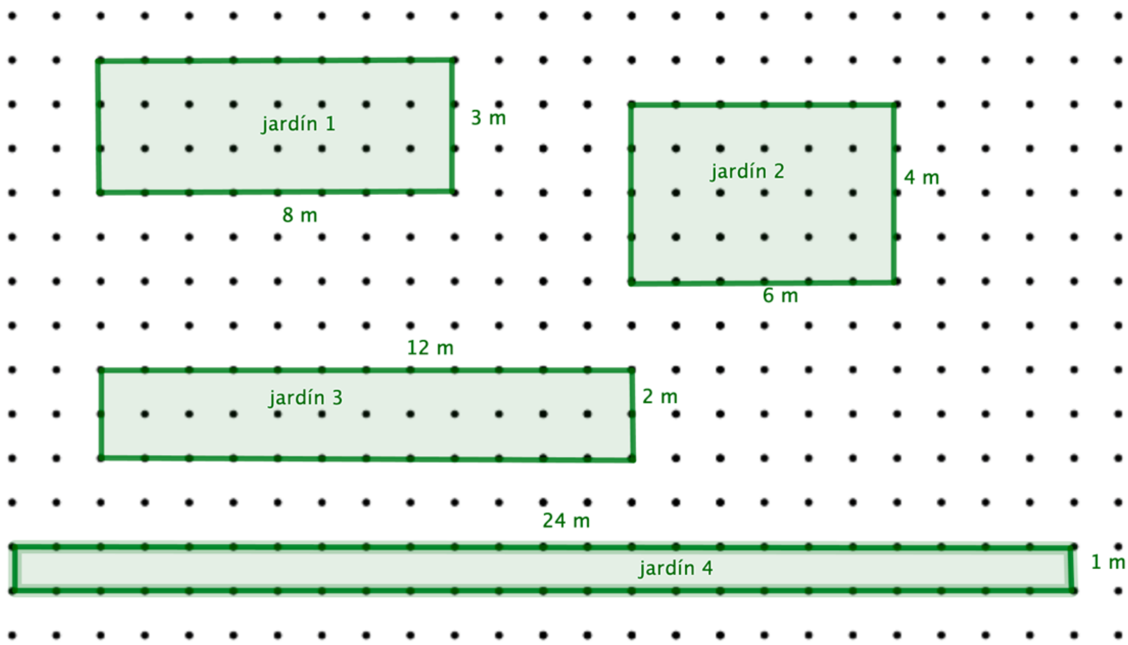
La opción correcta es la **c) Las dos figuras tienen la misma área**. Para que los alumnos justifiquen esta respuesta, se espera que observen que ambas figuras tienen la misma base (b) y la misma altura (h) de manera que aplicando las fórmulas para el cálculo del área de un rectángulo y de un paralelogramo sean conscientes de que se obtiene el mismo resultado:

$$\acute{A}rea_{rectángulo} = b \cdot h = \acute{A}rea_{paralelogramo}$$

EJERCICIO 7

En el **apartado a)**, esperamos que los alumnos sean capaces de determinar la base y la altura de cada uno de los rectángulos que posean un área de 24 cm^2.

De manera que, deberán dibujar un total de 8 rectángulos, los cuatro indicados en la trama siguiente y los resultantes de intercambiar la medida de la base por la medida de la altura en los rectángulos ya dibujados.



En el **apartado b)** los alumnos deben calcular el perímetro de cada uno de los 8 rectángulos posibles y descartar los rectángulos cuyo perímetro sea superior a 20 m.

$$Perímetro_{jardín\ 1} = 8 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 25\ m$$

$$Perímetro_{jardín\ 2} = 6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 20\ m$$

$$Perímetro_{jardín\ 3} = 12 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 28\ m$$

$$Perímetro_{jardín\ 4} = 24 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 50\ m$$

Luego, sería posible construir el **jardín 2 cuya base tiene 6 m y su altura 4 m y el rectángulo cuya base mide 4 m y su altura mide 6 m.**

4. ¿Qué criterios de calificación vas a emplear?

Los criterios de calificación de la prueba escrita son determinados por un modelo de penalización visto en la asignatura de Innovación e Investigación educativa en matemáticas, conocido como **Modelo de Tercios**.

Dicho modelo se caracteriza por diferenciar los errores detectados en las tareas principales de los detectados en tareas auxiliares, bien sean generales o específicas. Los errores en las tareas principales pueden ser penalizados hasta con el 100% de la puntuación total del ejercicio. En cambio, los errores en las tareas auxiliares específicas pueden descontar hasta dos tercios de la puntuación y los errores en las tareas auxiliares generales solo pueden suponer la pérdida de como máximo un tercio de la puntuación total.

Modelo de tercios para el Ejercicio 1

- No identificar de manera razonada la veracidad de la afirmación: - 0,5 puntos por apartado.
- No adecuación del ejemplo a la afirmación: hasta - 0,5 puntos por apartado.
- No identificar la no relación entre el perímetro y el área: hasta - 0,5 puntos.
- Falta de coherencia en la redacción del ejemplo: hasta - 0,3 puntos por apartado.

Modelo de tercios para el Ejercicio 2

- Confusión entre perímetro y área: - 1 punto.
- No identificar adecuadamente las longitudes que componen el perímetro de la figura: - 1 punto.
- Medida incorrecta por errores en la reiteración de la unidad de medida: - 0,1 puntos cada vez.
- Elección incorrecta de las fórmulas para el cálculo de la longitud de la circunferencia o de la longitud de un arco de circunferencia: - 0,5 puntos.
- No expresar los resultados en las unidades adecuadas: hasta - 0,4 puntos.
- Errores de cálculo: - 0,1 puntos cada vez hasta un máximo de - 0,3 puntos.

Modelo de tercios para el Ejercicio 3

- Errores en la descomposición de la figura que no permitan llegar a la solución esperada: - 1,5 puntos.
- Cálculo incorrecto del área por elección incorrecta de una fórmula: - 0,5 puntos por cada una de las figuras (a excepción de los triángulos que se penalizarán una sola vez).
- Cálculo incorrecto del área de cada una de las figuras, por la incorrecta sustitución de los valores: - 0,2 puntos cada vez.
- No expresar los resultados en las unidades adecuadas: hasta - 0,5 puntos.
- Errores de cálculo: - 0,1 puntos cada vez hasta un máximo de - 0,5 puntos.

Modelo de tercios para el Ejercicio 4

4.1. Tabla

- No realizar alguna de las descomposiciones propuestas o cometer errores al hacerla: - 0,25 puntos por cada descomposición.
- Error en el conteo de las cantidades de cada unidad de medida: - 0,15 puntos por todos los errores cometidos por cada unidad de medida.

4.2. Cuestiones

- Sobre una misma superficie, no identificar que la cantidad de medida depende de la unidad de medida considerada: - 0,5 puntos.
- No identificar la relación existente entre las dos unidades: - 0,25 puntos cada vez.
- No comprender la relación entre el tamaño de la unidad de medida y el valor numérico obtenido tras la medición: - 0,5 puntos.

Modelo de tercios para el Ejercicio 5

- No identificar la relación existente entre las figuras para el cálculo del área de la zona sombreada: - 0,5 puntos por cada imagen.
- Cálculo incorrecto del área por elección incorrecta de una fórmula: - 0,5 puntos por cada imagen.
- Cálculo incorrecto del área de cada una de las figuras, por la incorrecta sustitución de los valores: - 0,2 puntos cada vez.
- Confundir radio con diámetro: - 0,25 puntos cada vez.
- No expresar los resultados en las unidades adecuadas: hasta - 0,4 puntos.
- Errores de cálculo: - 0,1 puntos cada vez hasta un máximo de - 0,3 puntos.

Modelo de tercios para el Ejercicio 6

- Escritura incorrecta de las fórmulas para el cálculo del área del cuadrado o del paralelogramo: - 0,75 puntos.
- Identificación incorrecta de la base y/o altura de cada una de las figuras en su justificación: - 0,75 puntos.

Modelo de tercios para el Ejercicio 7

7.1. Apartado a)

- No diferenciar entre área y perímetro: - 1 punto
- Por cada rectángulo no dibujado que cumpla las condiciones del enunciado: - 0,1 puntos por cada uno.
- Por cada rectángulo dibujado que no cumple las condiciones del enunciado: - 0,2 puntos por cada uno, hasta un máximo de 1 punto.
- Por seguir una estrategia errónea para el cálculo de todos los rectángulos: hasta - 0,5 puntos.

7.2. Apartado b)

- No diferenciar entre área y perímetro: - 0,75 puntos.
- No saber calcular el perímetro del rectángulo: - 0,75 puntos.
- No obtener la respuesta correcta, por no haber identificado todos los rectángulos en el apartado anterior: - 0,4 puntos.
- No expresar los resultados en las unidades adecuadas: hasta - 0,25 puntos.
- Errores de cálculo: hasta un máximo de - 0,25 puntos.

J. Referencias bibliográficas

Anzola, M., Bujanda, M. P., Mansilla, S., & Vizmanos, J. R. (2010). *Matemáticas: Pitágoras 1º ESO. Conecta 2.0.* Madrid: SM, Ediciones.

Bujanza, M. P. & Mansilla, M. (2003). *Matemáticas: Números 1º ESO*. Madrid: SM, Ediciones.

Castelnuovo, E. (1981). *La Matemática. La Geometría*. Ketres, Barcelona.

Cabanne, N. (2008). *Didáctica de la Matemática, ¿Cómo aprender? ¿Cómo enseñar?* Buenos Aires: Bonum.

Chamorro, M. C. (Coord.) (2001). *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: MEC.

Chamorro, M.C. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. España: Prentice Hall.

Corberán, R. (1996 a). El área: recursos didácticos para su enseñanza en primaria. *O. Mourut, Procesos de transferencia de resultados de investigación de aula: El caso del bajo rendimiento escolar en matemáticas,* 1-87.

Corberán, R. M. (1996 b). *Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la Universidad. Tesis de Doctorado.* Universidad de Valencia.

Fernández-Nieto, E. L. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería, v*ol 6, nº 2, pp. 33-61, 2018.

González, M.T. & Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de Matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22 (3), 389-408.

González, M.T. (2009). La investigación en Historia de la Educación Matemática. *Educación y Ciencia,* 1 (36), 37-58.

Gutiérrez, A. (2004): Investigación en didáctica de la geometría: La medida de áreas, en Luengo, R. (ed.), *Líneas de investigación en educación matemática vol. 1* (colección "Investigación en educación matemática" nº 1) (pp. 83-108). Badajoz: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE). *Boletín Oficial del Estado*, Madrid, 4 de octubre de 1990, nº 238, pp. 28927-28942.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE). *Boletín Oficial del Estado,* Madrid, 4 de mayo de 2006, nº 106, pp. 17158-17207.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE). *Boletín Oficial del Estado,* Madrid, 10 de diciembre de 2013, nº 295, pp. 97858-97921.

Luelmo, M. J. (2001). Medir en secundaria: algo más que fórmulas. X Jornada para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. Actas del X JAEM. Ponencia 83. Zaragoza. España. Septiembre 2001. Vol II, pp. 727-737.

Maz, A. & Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de Matemáticas de los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 18 (1), 49-76.

Mengual-Bretón, E (2017). *Caracterización del contenido matemático subyacente al libro de texto en medida* (Tesis Doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona.

Monterrubio, M.C. & Ortega, T. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 37-53). Santander: SEIEM.

Moreno, A., Nieto, M., & Perez, A. (2015). *Matemáticas 1º ESO Savia*. Madrid: SM, Ediciones.

Musser, G. L. & Burger, W. F. (1988). *Mathematics for elementary teachers a contemporany approach.* Macmillan, New York.

Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación secundaria obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. *Boletín Oficial de Aragón*, 1 de junio de 2007, nº 65, pp. 8871-9024.

Orden ECD/489/2016, de 26 de mayo, por la que se aprueba el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. *Boletín Oficial de Aragón*, 2 de junio de 2016, nº 105, pp. 12640-13458.

Padilla, V. (1990). Les figures aident-elles à voir en geometrie?, en Duval, R., ed. (1990), *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. IREM, Strasbourg, vol. 3, pp. 223-252.

Real Decreto 1345/1991, de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, Madrid, 13 de septiembre de 1991, nº 220, pp. 30228-30231.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado.* Madrid, 3 de enero de 2015, núm 3, pp. 169-546.

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, Madrid, 1 de marzo de 2014, nº 52, pp. 19349-19420.

Rezat, S. (2006). A Model of Textbook Use. In J. Novotná, M. Krátká & N.a. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psichology of Mathematics Education* (Vol 4, pp. 409-416). Prague: Chaerles University, Faculty of Education.

Rezat, S. & Sträber, R. (2012). From the didactical triangle to the sociodidactical tetrahedron: Artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. *ZDM Mathematics Education*, 44(5), 641-651.

Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *Learn. Math.*, 7 (3), 41-51.

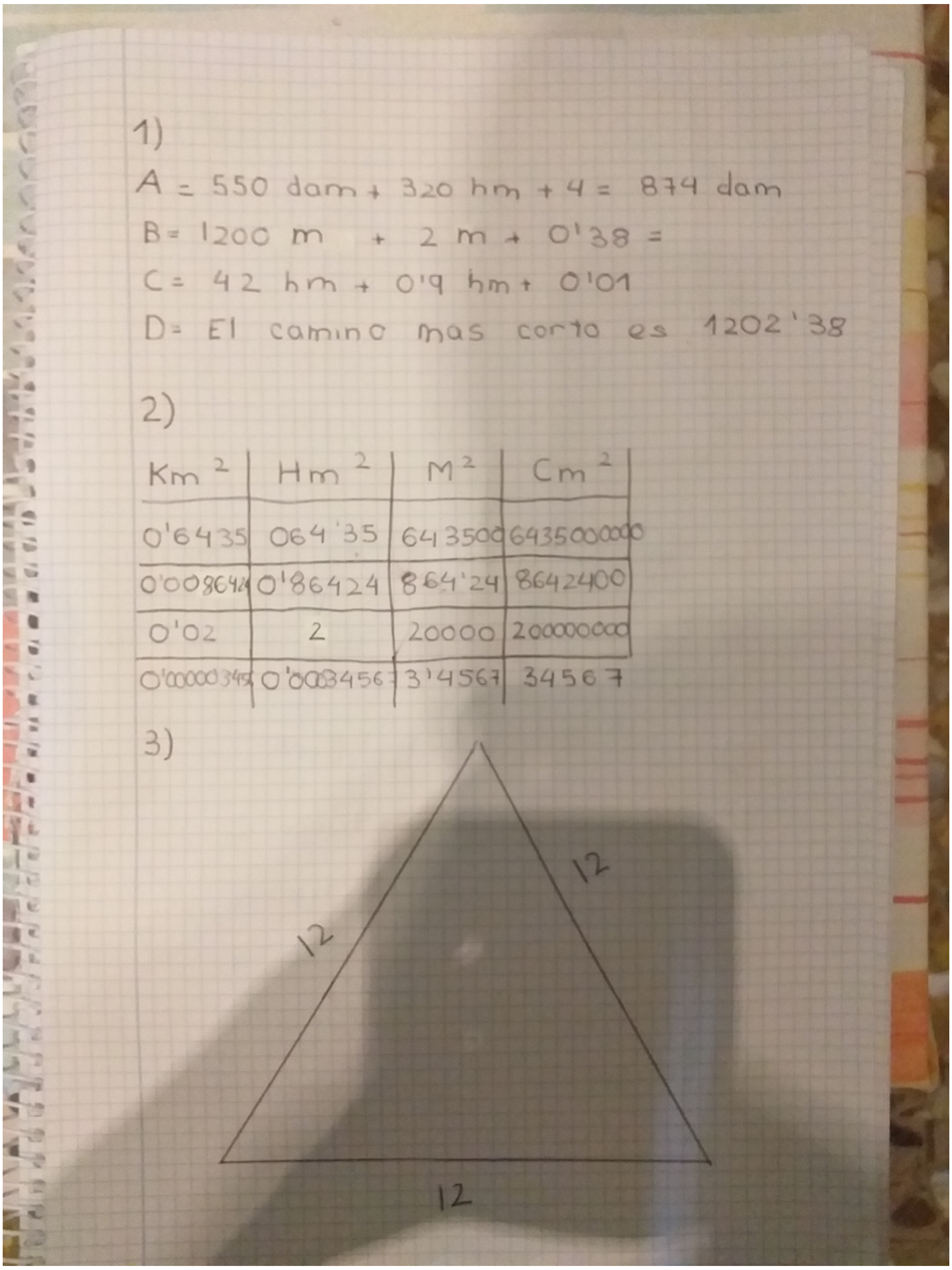
S.M.P. 11-16 (1985). *Area 2*. Cambridge University Press. Cambridge.

Villarroya, F. (1973). El empleo de materiales en la enseñanza de la geometría. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, nº 21, pp. 95-104.

ANEXOS

ANEXO I: RESPUESTAS OBTENIDAS EN LA PRUEBA INICIAL

Alumno 1



1)

A = 550 dam + 320 hm + 4 = 874 dam

B= 1200 m + 2 m + 0'38 =

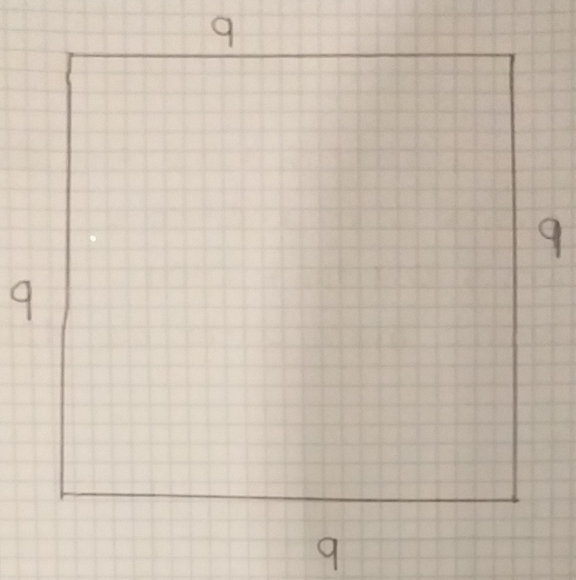
C= 42 hm + 0'9 hm + 0'01

D= El camino mas corto es 1202'38

2)

Km^2	Hm^2	M^2	Cm^2
0'6435	064'35	643500	6435000000
0'0086424	0'86424	864'24	8642400
0'02	2	20000	200000000
0'00000345	0'0034567	3'4567	34567

3)



La mayor area es la del triangulo

4) La segunda porque tienen mas lado

5)

1°= Base 4 —> Altura 2

2°= Base 6 —> Altura 1

3º = Base 4 —> Altura 1

4º = Base 2 —> altura 3

5º = Base 1 —> altura 5

6 No lo entiendo

7

A Si, ~~casi~~ todos son iguales

B Si, todas

C ¿?

8

A Si	A No	A No
B No	B Si	B Si
C No	C No	C Si
D Si	D Si	D No

Alumno 2

5/05/2020

1. Observa el plaho y contesta.

a) 550 dam + 320 dam + 4 dam = 874 dam.

b) 4.200 m + 90 m + 10 m = 4.300 m

c) 120 hm + 0,02 hm + 0,0038 hm = 120,0238 hm

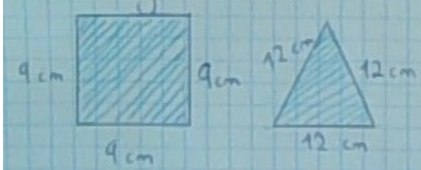
d) 3,5 Km + 32 hm, 4 dam + 4,2 Km, 9 dam, 10 m = 550 dam + 320 dam + 4 dam = 874 dam + 420 dam + 9 dam + 1 dam = 874 dam + 430 dam = 1 300 dam en Km = 13 Km > 12 Km, 20 dm, 38 cm.

Camino mas corto es desde la noria al honvo y del hodvo hasta la montaña rusa.

2. Completa la siguiente tabla.

Km^2	hm^2	m^2	cm^2
0'6435	6'435	643'5	64350
0'86424	8'6424	864'24	86424'0
0,2	2	200	2 0000
0,34567	3,4567	345,67	34567

3. Dibuja y contesta.



¿Cual tiene mayor área? ¿Por que?

Tienen todas la misma área porque en la vida real la dimensiones no serian estas y tendrían el mismo perímetro.

4. ¿Cual tiene mayor perímetro de las tiras? ¿Por que?

Tienen todas igual porque miden y ocupan lo mismo.

5. Dibuja y Contesta.

a) L

b) L

c) L

d) L

e) L

Hay cuatro tipos de triángulos : agudo, rectángulos, obtusángulos y equiángulos.

¿Puedes identificar uno de cada tipo entre todos los triángulos?

Si, si que puedo identificar los cuatro.

6. Identifica y eligel.

- Figura 1 -> 12 u^2 de triángulo.
- Figura 2 -> 11 u^2 de cuadrado.
- Figura 3 -> 13 u^2 de triángulo

7.

a) ~~Si, todas la figuras tienen el mismo perímetro~~. NO

b) ~~Si, todas la figuras tienen el mismo área~~. NO

c) Calcula:
- Figura 1 → 10 cm perímetro => 40 cm área
- Figura 2 → 8 cm perímetro => 32 cm área
- Figura 3 → 10 cm perímetro => 40 cm área
- Figura 4 → 10 cm perímetro => 40 cm área

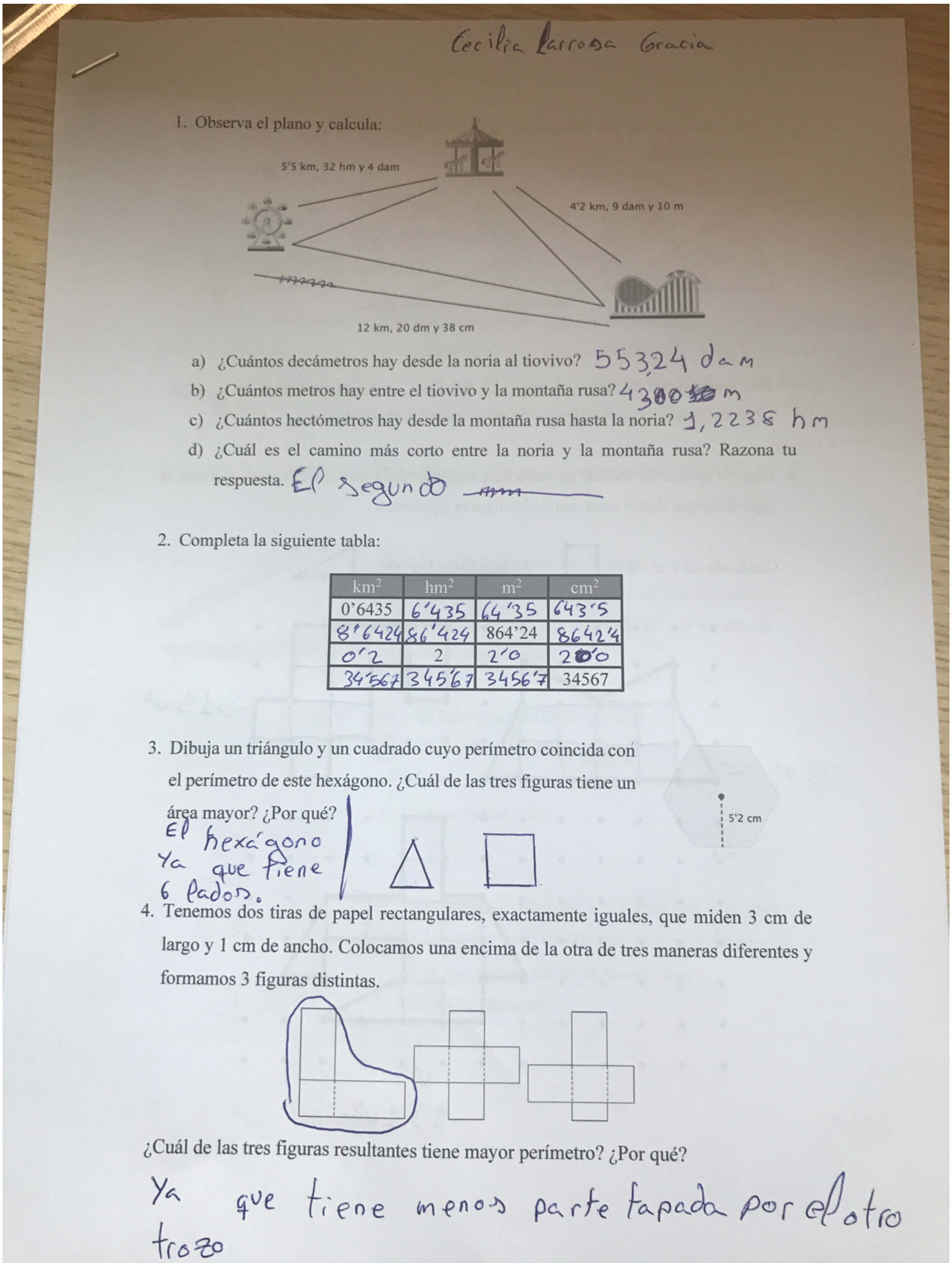
8. Elige la correcta.

1 -> a)

2 -> b)

3 -> c)

Alumno 3



Cecilia Larrosa Gracia

1. Observa el plano y calcula:

a) ¿Cuántos decámetros hay desde la noria al tiovivo? 55324 dam

b) ¿Cuántos metros hay entre el tiovivo y la montaña rusa? 4300 m

c) ¿Cuántos hectómetros hay desde la montaña rusa hasta la noria? 1,2238 hm

d) ¿Cuál es el camino más corto entre la noria y la montaña rusa? Razona tu respuesta. El segundo

2. Completa la siguiente tabla:

km^2	hm^2	m^2	cm^2
0'6435	6'435	64'35	643'5
8'6424	86'424	864'24	8642'4
0'2	2	2'0	2~~0~~'0
34'567	345'67	3456'7	34567

3. Dibuja un triángulo y un cuadrado cuyo perímetro coincida con el perímetro de este hexágono. ¿Cuál de las tres figuras tiene un área mayor? ¿Por qué?

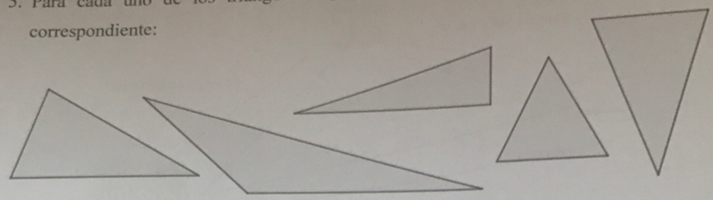
El hexágono ya que tiene 6 lados.

4. Tenemos dos tiras de papel rectangulares, exactamente iguales, que miden 3 cm de largo y 1 cm de ancho. Colocamos una encima de la otra de tres maneras diferentes y formamos 3 figuras distintas.

¿Cuál de las tres figuras resultantes tiene mayor perímetro? ¿Por qué?

Ya que tiene menos parte tapada por el otro trozo

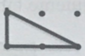
5. Para cada uno de los triángulos siguientes elige una base y dibuja su altura correspondiente:

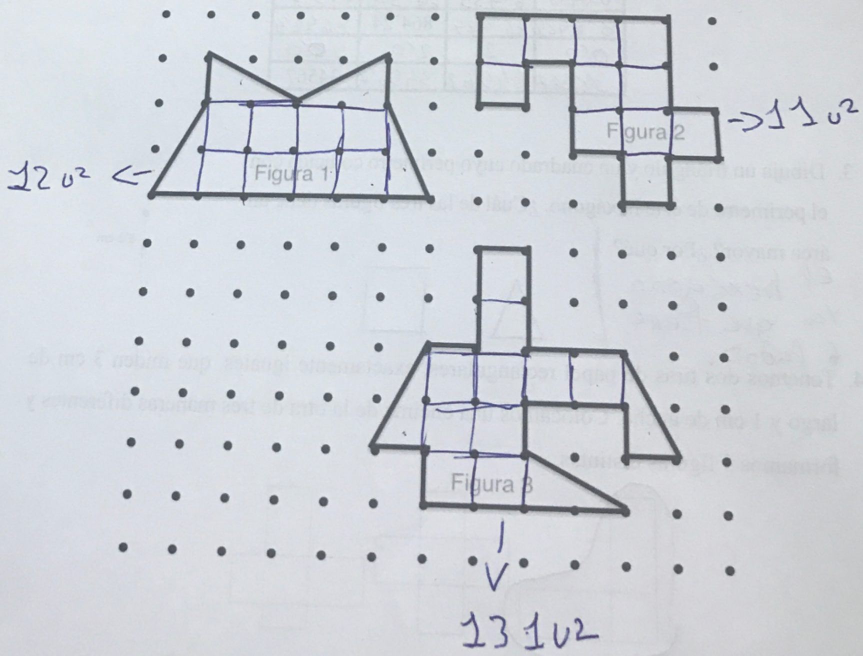


Hay cuatro tipos de ángulos: agudo, recto , ~~concavo~~ obtuso y agudo.

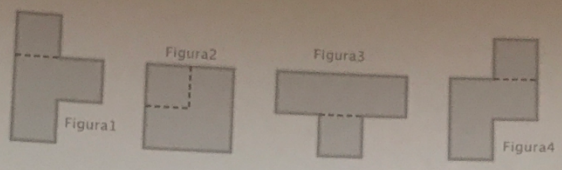
¿Puedes identificar uno de cada tipo entre todos los triángulos? No

6. Elige la unidad de medida de superficie más adecuada en cada caso para calcular la superficie que tienen cada una de las figuras siguientes.

Cuadrado de 1 u² →  Triángulo de 1 u² → 



7. Observa las siguientes figuras y contesta a las preguntas:



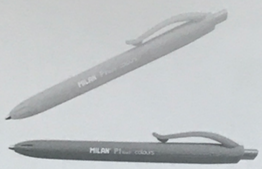
a) ¿Todas las figuras tienen el mismo perímetro? Razona tu respuesta. Si, ya que la medida del cuadrado es igual

Si b) ¿Todas las figuras tienen la misma área? Razona tu respuesta.

c) Calcula el área y perímetro de una de las figuras anteriores. ¿Qué unidad de medida de longitud has utilizado? ¿y que unidad de medida de superficie?

cm²/capacidad

8. Sin usar la regla ni hacer cuentas, elige cual de las afirmaciones son correctas:



a) Los dos bolígrafos son iguales.

b) El bolígrafo naranja es más largo que el morado.

c) El bolígrafo morado es más largo que el naranja.

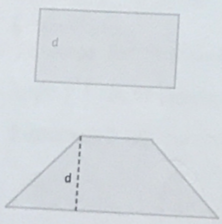
d) No se puede saber

a) El lado c es más largo que el b

b) El lado b es más largo que el c

c) Los lados b y c son iguales

d) No se puede saber



a) El rectángulo tiene un área mayor que el trapecio

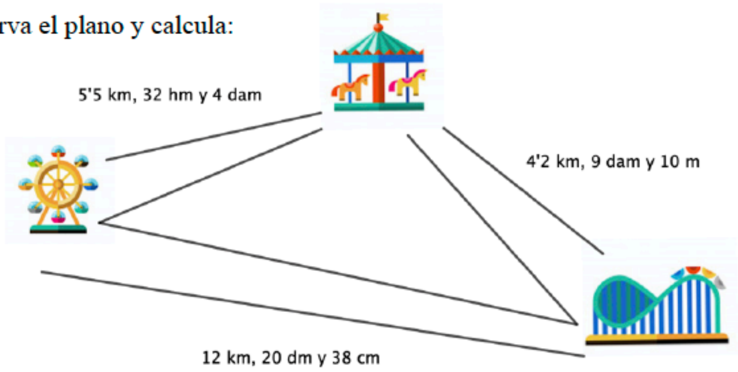
b) El trapecio tiene un área mayor que el rectángulo

c) Las dos figuras tienen la misma área

d) No se puede saber

Alumno 4

1. Observa el plano y calcula:



   a) ¿Cuántos decámetros hay desde la noria al tiovivo? 5.824 dam.

   b) ¿Cuántos metros hay entre el tiovivo y la montaña rusa? 42.100 m.

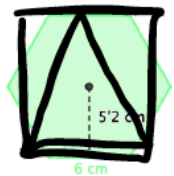
   c) ¿Cuántos hectómetros hay desde la montaña rusa hasta la noria? 120, 0238 hm

   d) ¿Cuál es el camino más corto entre la noria y la montaña rusa? Razona tu respuesta. es él de la noria a la montaña rusa porque si sumas los otros tr da mas distancia

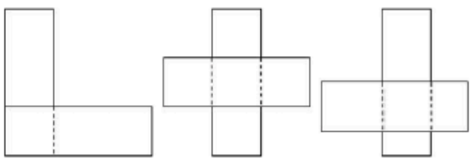
2. Completa la siguiente tabla:

km^2	hm^2	m^2	cm^2
0'6435	64,35	643500	6435000000
0,00086424	0,086424	864'24	8642400
0,002	2	20000	200000000
0'0000034567	0'00034567	3'4567	34567

3. Dibuja un triángulo y un cuadrado cuyo perímetro coincida con el perímetro de este hexágono. ¿Cuál de las tres figuras tiene un área mayor? ¿Por qué? él hexágono porque ocupa mas espacio

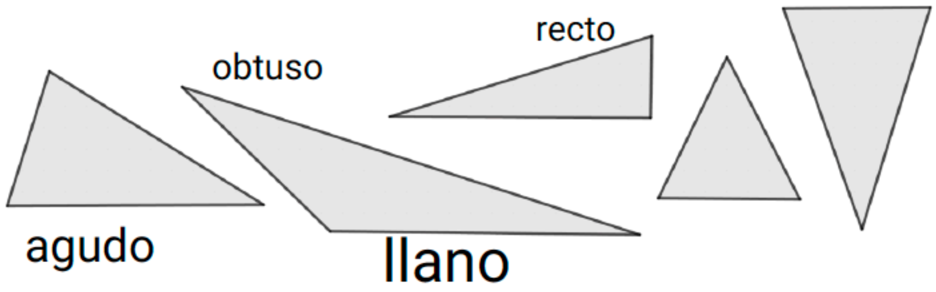


4. Tenemos dos tiras de papel rectangulares, exactamente iguales, que miden 3 cm de largo y 1 cm de ancho. Colocamos una encima de la otra de tres maneras diferentes y formamos 3 figuras distintas.



¿Cuál de las tres figuras resultantes tiene mayor perímetro? ¿Por qué? todas tienen él mismo

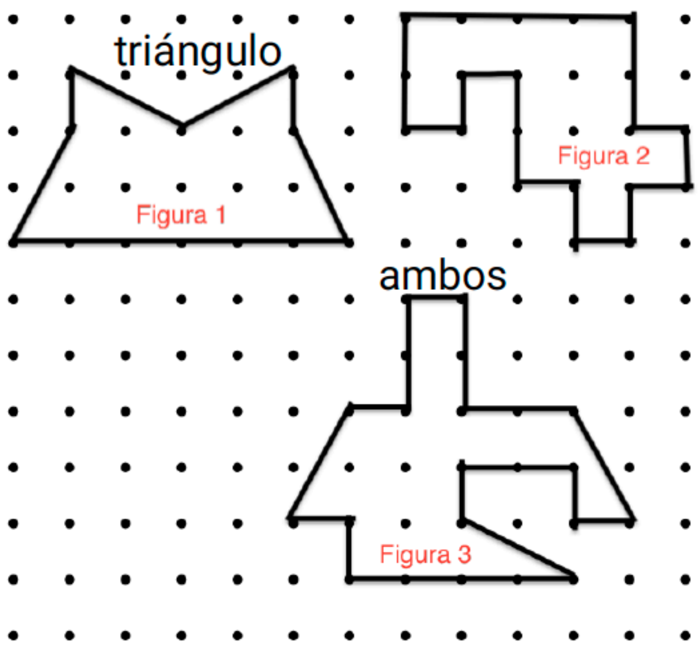
5. Para cada uno de los triángulos siguientes elige una base y dibuja su altura correspondiente:



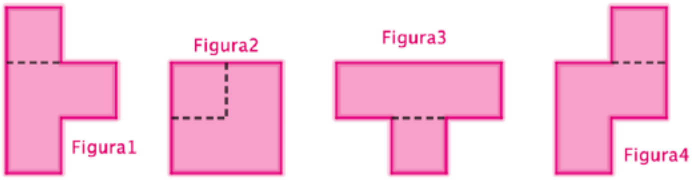
Hay cuatro tipos de ángulos: agudo, recto, obtuso y llano.
¿Puedes identificar uno de cada tipo entre todos los triángulos?

6. Elige la unidad de medida de superficie más adecuada en cada caso para calcular la superficie que tienen cada una de las figuras siguientes.

Cuadrado de 1 u^2 →  Triángulo de 1 u^2 → 



7. Observa las siguientes figuras y contesta a las preguntas:



a) ¿Todas las figuras tienen el mismo perímetro? Razona tu respuesta. si, todas son cuadrados

b) ¿Todas las figuras tienen la misma área? Razona tu respuesta. si, todas son cuadrados

c) Calcula el área y perímetro de una de las figuras anteriores. ¿Qué unidad de medida de longitud has utilizado? ¿y que unidad de medida de superficie?

el centímetro

8. Sin usar la regla ni hacer cuentas, elige cual de las afirmaciones son correctas:

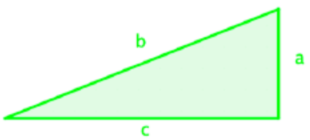
a)

a) Los dos bolígrafos son iguales.

b) El bolígrafo naranja es más largo que el morado.

c) El bolígrafo morado es más largo que el naranja.

d) No se puede saber



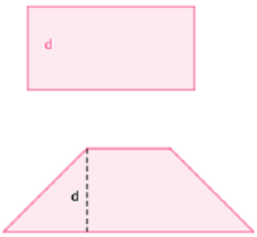
b)

a) El lado c es más largo que el b

b) El lado b es más largo que el c

c) Los lados b y c son iguales

d) No se puede saber



c)

a) El rectángulo tiene un área mayor que el trapecio

b) El trapecio tiene un área mayor que el rectángulo

c) Las dos figuras tienen la misma área

d) No se puede saber

Alumno 5

1.

a) ¿Cuántos decámetros hay desde la noria al tiovivo?

5'5 km → 550 + 320 + 4 = 874

32 hm → 320 dam

874 dam desde la noria al tiovivo

b) ¿Cuántos metros hay entre el tiovivo y la montaña rusa?

4'2 km → 4200 m

9 dam → 90 m

4200 + 90 + 10 = 4300 m desde el tiovivo y la montaña rusa

c) ¿Cuántos hectómetros hay desde la montaña rusa hasta la noria?

12 km → 120 hm

20 dm → 0,2 hm

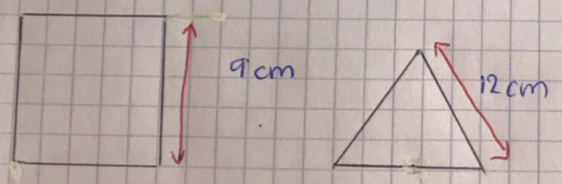
38 cm → 0,038 hm

120 + 0,2 + 0,038 = 120,238 hm desde la montaña rusa hasta la noria

2.

Km^2	hm^2	m^2	cm^2
0,6435	64,35	6435	643500
0,086424	8,6424	864'24	86424
0,02	2	200	20000
0,034567	3,4567	345,67	34567

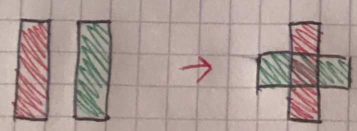
3.



tienen el mismo área porque su perímetro es igual

4.

tienen todos el mismo perímetro porque son iguales, 2 rectángulos colocados de diferentes formas



y eso pasa en todos

5.

Hay 4 tipos de ángulos: agudo, obtuso, recto, y llano

6.

Figura 1 → 4 triángulos y 8 cuadrados → 12 u^2

Figura 2 → 0 triángulos y 11 cuadrados → 11 u^2

Figura 3 → 3 triángulo y 10 cuadrados → 13 u^2

7.

a) Sí, porque son 4 cuadraditos iguales

b) Sí, porque son 4 cuadraditos iguales

c) 1cm

□ × 4 = 4 cm de perímetro

□ × 4 = 4 cm^2 de área

1 cm^2

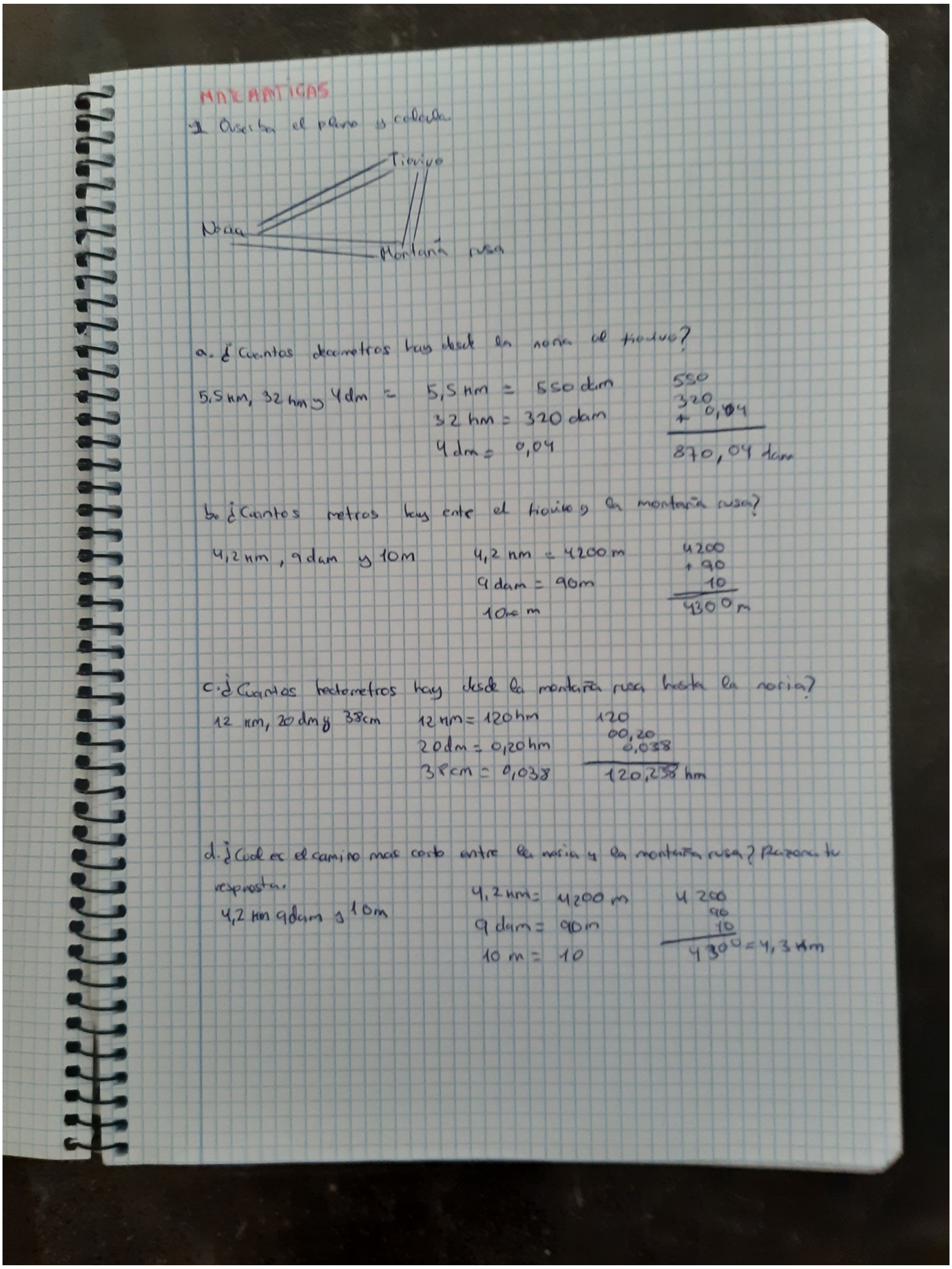
8.

1) los dos bolígrafos son iguales

2) El lado b es más largo que el c

3) Las 2 figuras tienen la misma área

Alumno 6



MATEMATICAS

1 Observa el plano y calcula.

Tiovivo

Noria

Montaña rusa

a. ¿Cuantos decametros hay desde la noria al tiovivo?

5.5 km, 32 hm y 4 dm = 5,5 km = 550 dam

32 hm = 320 dam

4 dm = 0,04

550
320
+ 0,04
870,04 dam

b. ¿Cuantos metros hay entre el tiovivo y la montaña rusa?

4,2 km, 9 dam y 10 m

4,2 km = 4200 m

9 dam = 90 m

10 m

4200
+ 90
10
4300 m

c. ¿Cuantos hectometros hay desde la montaña rusa hasta la noria?

12 km, 20 dm y 38 cm

12 km = 120 hm

20 dm = 0,20 hm

38 cm = 0,038

120
00,20
0,038
120,238 hm

d. ¿Cual es el camino mas corto entre la noria y la montaña rusa? Razona tu respuesta.

4,2 km 9 dam y 10 m

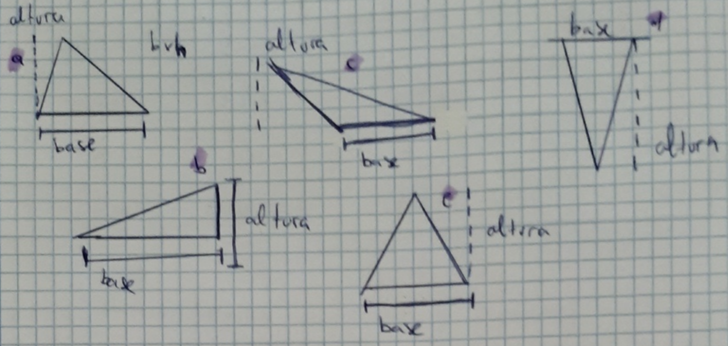
4,2 km = 4200 m

9 dam = 90 m

10 m = 10

4200
90
10
4300 = 4,3 km

5. Para cada uno de los triangulos siguientes elige [illegible] su altura correspondiente.



Hay cuatro tipos de angulo agudo, obtuso, recto y llano
¿Puedes identificar uno de cada tipo entre todos los triangulos?

a = agudo y recto
b = algudo
c = obtuso y agudo
d = agudo
e = agudo

6. Elige la unidad de medida de superficie mas adecuada en cada caso para calcular la superficie que tiene cada uno de las figuras.

Cuadrado $1u^2$ -> triangulo de $1u^2$ =

7 Observa las siguientes figuras y contesta las preguntas.

a. ¿todas las figuras tienen el mismo perimetro?

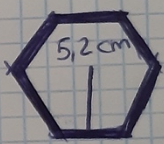
b ¿Todos las figuras tienen el mismo area?

c ¿Que unidad de medida de longitud has utilizado?
¿y que unidad de medida de superficie?

2. Completa la siguiente tabla.

kilometro² (km²)	hectometro² (hm²)	metro² (m²)	centimetro² (cm²)
0,6435	64,35	6435	643500
0,086424	8,6424	864,24	86424
0,02	2	200	20000
0,034567	3,4567	345,67	34567

3. Dibuja un triangulo y un cuadrado perimetro coincida con el peri
de este hexagono. ¿Cual de estas figuras tien un area mayor? ¿Por que?



4. Tenemos dos tiras de papel rectangulares, exactamente iguales, que miden
largo y 1cm de ancho. Colocamos una encima de la otra de tres maneras d
y 1 cm de ancho. Colocamos una encima de la otra de tres maneras d
y formamo 3 figuras distintas.

¿Cual de las tres figuran resultan tiene mayor perimetro por

esta por que al ser un cruze se suman.

8 Sin usar la regla ni hacer cuentas de las afirmaciones son correctas.

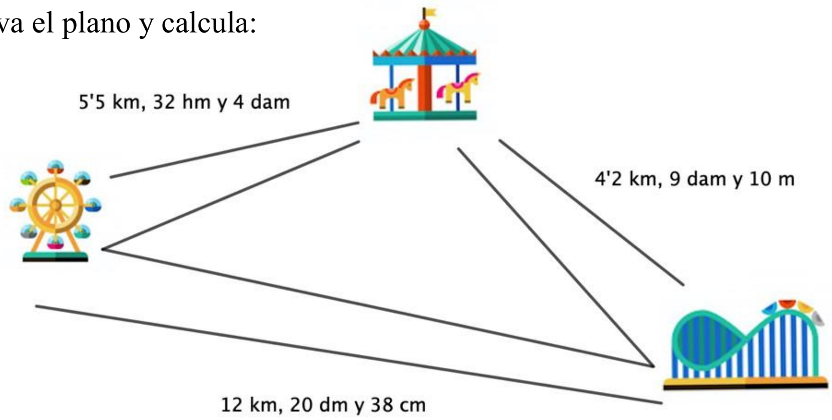
a) Los dos bolígrafos son iguales
b) El bolígrafo naranja es mas largo que el morado
c) El bolígrafo morado es mas largo que el naranja
d) No se puede saber

a) El lado c es mas largo que el b
b) El lado b es mas largo que el c
c) Los lados b y c son iguales
d) No se puede saber

a) El rectangulo tiene un area mayor que el trapecio
b) El trapecio tiene un area mayor que el rectangulo
c) Las dos figuras tienen la misma area
d) No se puede saber

Alumno 7

1. Observa el plano y calcula:



a) ¿Cuántos decámetros hay desde la noria al tiovivo?

5,5 km + 23hm y 4 dam = 550 dam + 320 dam + 4 dam = **874 dam.**

b) ¿Cuántos metros hay entre el tiovivo y la montaña rusa?

4,2 km, 9 dam y 10 m = 4.200 m + 900 m + 10 m =**5.110** m.

c) ¿Cuántos hectómetros hay desde la montaña rusa hasta la noria?

12 km, 20 dm y 38 cm = 120 hm + 0,02 hm + 0,0038 hm = **120,0238 hm.**

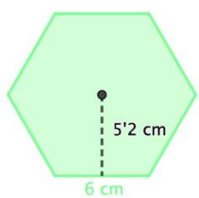
d) ¿Cuál es el camino más corto entre la noria y la montaña rusa? Razona tu respuesta.

Yendo al tiovivo y luego a la montaña rusa porque hay menos distancia con los dos caminos juntos que yendo directamente desde la noria a la montaña rusa.

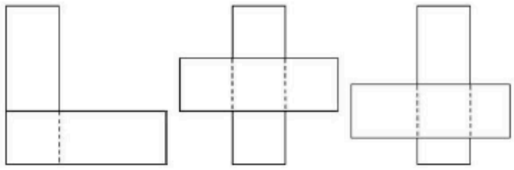
2. Completa la siguiente tabla:

km2	hm2	m2	cm2
0’6435	64,35	6.435	643.500
0,086424	8,6424	864’24	86.424
0,02	2	200	20.000
0,034567	3,4567	345,67	34567

3. Dibuja un triángulo y un cuadrado cuyo perímetro coincida con el perímetro de este hexágono. ¿Cuál de las tres figuras tiene un área mayor? ¿Por qué?



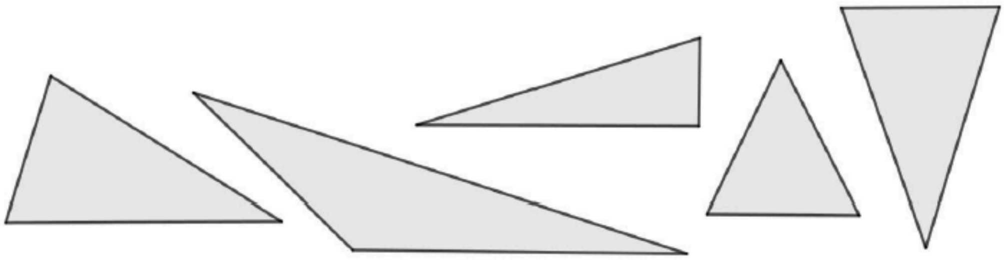
4. Tenemos dos tiras de papel rectangulares, exactamente iguales, que miden 3 cm de largo y 1 cm de ancho. Colocamos una encima de la otra de tres maneras diferentes y formamos 3 figuras distintas.



¿Cuál de las tres figuras resultantes tiene mayor perímetro? ¿Por qué?

Todas tienen el mismo perímetro porque se emplean las mismas formas para hacer las diferentes figuras.

5. Para cada uno de los triángulos siguientes elige una base y dibuja su altura correspondiente:



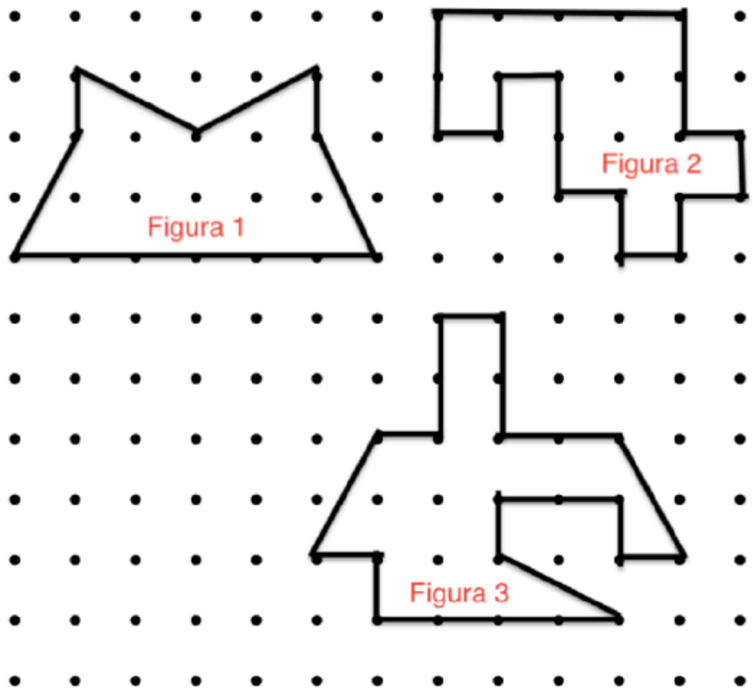
Hay cuatro tipos de ángulos: agudo, obtuso, recto y llano.

¿Puedes identificar uno de cada tipo entre todos los triángulos?

El primero es agudo, el segundo obtuso, el tercero recto, el cuarto agudo y el quinto agudo.

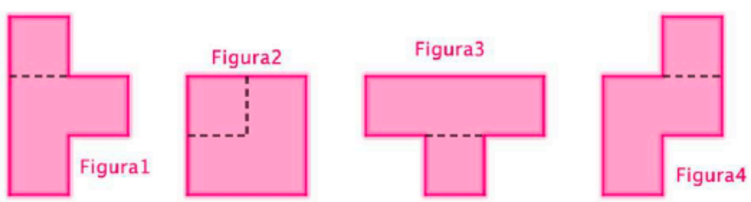
6. Elige la unidad de medida de superficie más adecuada en cada caso para calcular la superficie que tienen cada una de las figuras siguientes.

Cuadrado de 1 u^2 →  Triángulo de 1 u^2 → 



Emplearía centímetros cuadrados para todas las figuras.

7. Observa las siguientes figuras y contesta a las preguntas:



a) ¿Todas las figuras tienen el mismo perímetro? Razona tu respuesta.

No, porque todos los lados no son iguales.

b) ¿Todas las figuras tienen la misma área? Razona tu respuesta.

Si, porque todas se dividen en 4 unidades iguales.

c) Calcula el área y perímetro de una de las figuras anteriores. ¿Qué unidad de medida de longitud has utilizado? ¿y que unidad de medida de superficie?

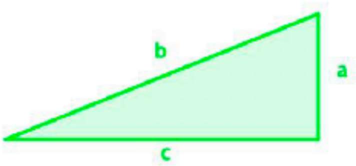
Figura 2:

Área: 2 cm^2.

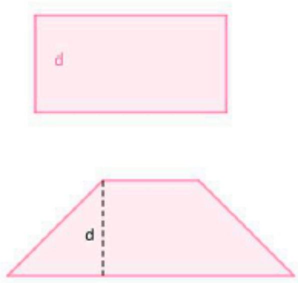
Perímetro: 8 cm.

8. Sin usar la regla ni hacer cuentas, elige cuál de las afirmaciones son correctas:

a) Los dos bolígrafos son iguales.
b) El bolígrafo naranja es más largo que el morado.
c) El bolígrafo morado es más largo que el naranja.
d) No se puede saber



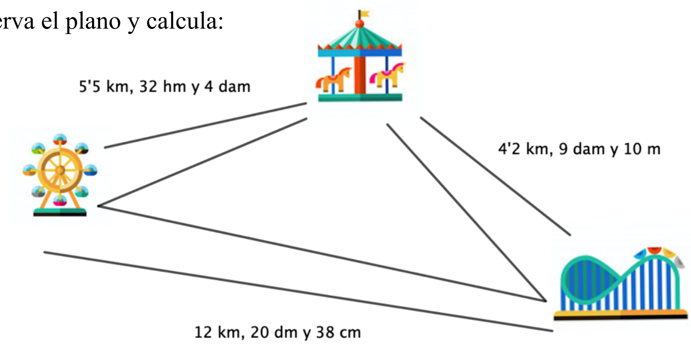
a) El lado c es más largo que el b
b) El lado b es más largo que el c
c) Los lados b y c son iguales
d) No se puede saber



a) El rectángulo tiene un área mayor que el trapecio
b) El trapecio tiene un área mayor que el rectángulo
c) Las dos figuras tienen la misma área
d) No se puede saber

Alumno 8

1. Observa el plano y calcula:



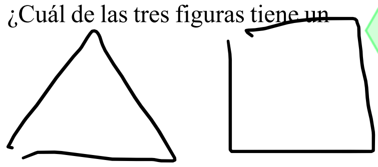
   a) ¿Cuántos decámetros hay desde la noria al tiovivo? 550dam, 320dam,4dam 847dam
   b) ¿Cuántos metros hay entre el tiovivo y la montaña rusa? 4200, 90, 10m 4300m
   c) ¿Cuántos hectómetros hay desde la montaña rusa hasta la noria? 120/0,020/0,003 8 120'0238 hm
   d) ¿Cuál es el camino más corto entre la noria y la montaña rusa? Razona tu respuesta.

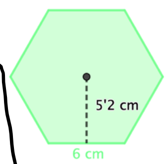
2. Completa la siguiente tabla:

km^2	hm^2	m^2	cm^2
0'6435	64,35.	643500.	6445000000
0,00086424.	0,086424	864'24	8642400
	2	20000.	200000000
0,0000034567.	0,0034567.	3,4567	34567

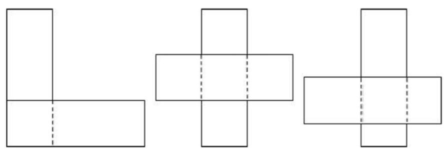
3. Dibuja un triángulo y un cuadrado cuyo perímetro coincida con el perímetro de este hexágono. ¿Cuál de las tres figuras tiene un área mayor? ¿Por qué?

   El hexágono por que tiene mas puntas





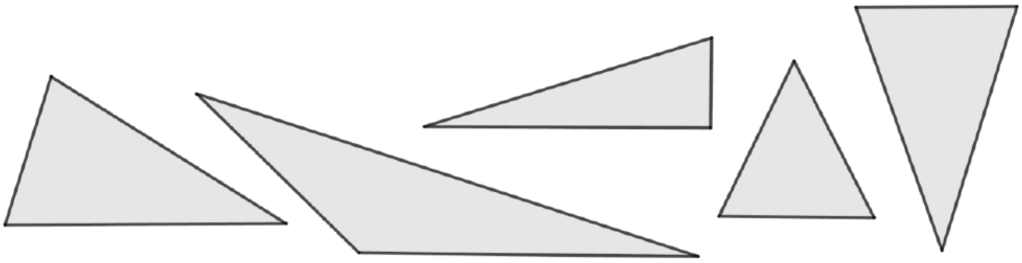
4. Tenemos dos tiras de papel rectangulares, exactamente iguales, que miden 3 cm de largo y 1 cm de ancho. Colocamos una encima de la otra de tres maneras diferentes y formamos 3 figuras distintas.



¿Cuál de las tres figuras resultantes tiene mayor perímetro? ¿Por qué?

La primera

5. Para cada uno de los triángulos siguientes elige una base y dibuja su altura correspondiente:

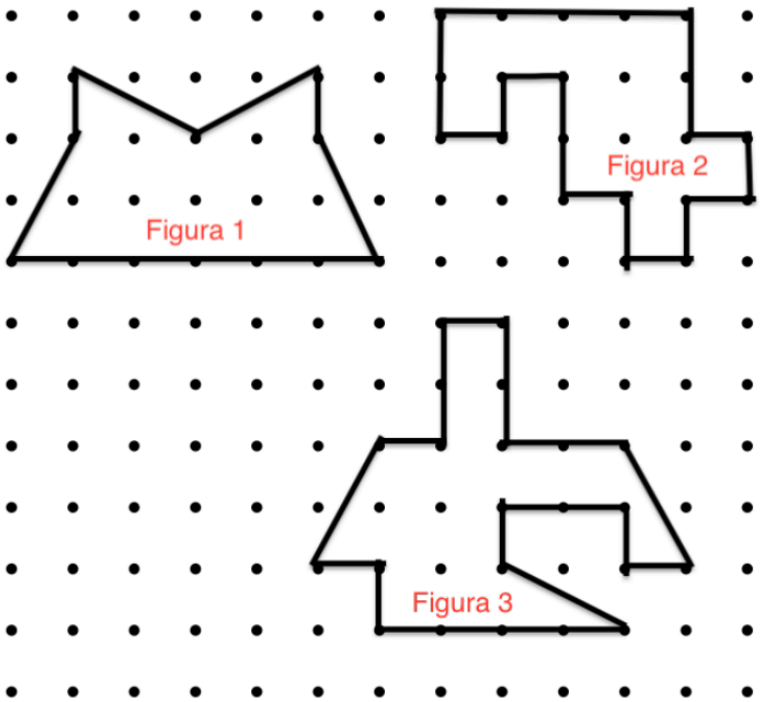


Hay cuatro tipos de ángulos: agudo, Recto. Obtuso. yLlano.
¿Puedes identificar uno de cada tipo entre todos los triángulos?

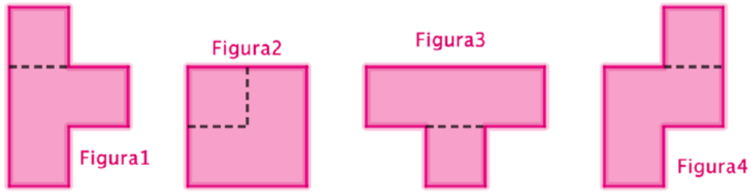
Agudo nenis de 90 grados y nas de 0
Recto mide 90 grados h sus lados son peroendiculares
Obtuso mayor de 90 grados pero menos de 180 grados
Llano mide.180 grados

6. Elige la unidad de medida de superficie más adecuada en cada caso para calcular la superficie que tienen cada una de las figuras siguientes.

Cuadrado de 1 u² →  Triángulo de 1 u² → 



7. Observa las siguientes figuras y contesta a las preguntas:



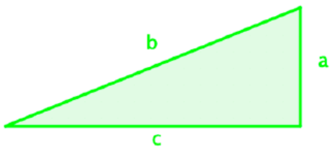
a) ¿Todas las figuras tienen el mismo perímetro? Razona tu respuesta.

b) ¿Todas las figuras tienen la misma área? Razona tu respuesta.

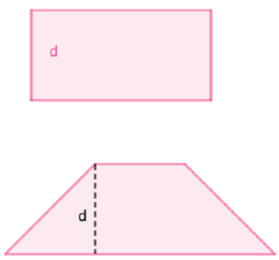
c) Calcula el área y perímetro de una de las figuras anteriores. ¿Qué unidad de medida de longitud has utilizado? ¿y que unidad de medida de superficie?

8. Sin usar la regla ni hacer cuentas, elige cual de las afirmaciones son correctas:

a) Los dos bolígrafos son iguales.
b) El bolígrafo naranja es más largo que el morado.
c) El bolígrafo morado es más largo que el naranja.
d) No se puede saber



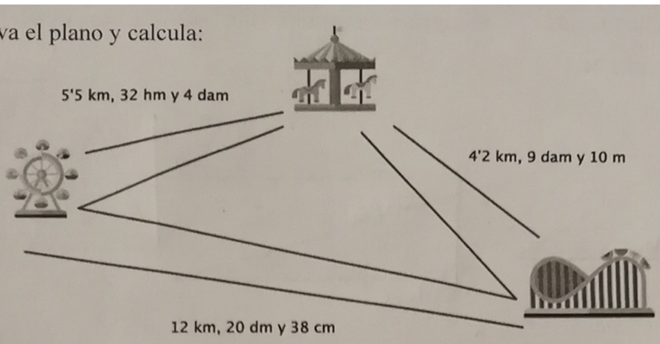
a) El lado c es más largo que el b
b) El lado b es más largo que el c
c) Los lados b y c son iguales
d) No se puede saber



a) El rectángulo tiene un área mayor que el trapecio
b) El trapecio tiene un área mayor que el rectángulo
c) Las dos figuras tienen la misma área
d) No se puede saber

Alumno 9

1. Observa el plano y calcula:



a) ¿Cuántos decámetros hay desde la noria al tiovivo? 874 dam

b) ¿Cuántos metros hay entre el tiovivo y la montaña rusa? 4300 m

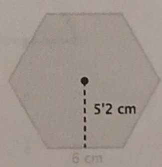
c) ¿Cuántos hectómetros hay desde la montaña rusa hasta la noria? 120238 hm

d) ¿Cuál es el camino más corto entre la noria y la montaña rusa? Razona tu respuesta. Ir de la noria al tiovivo y de allí a la montaña rusa

2. Completa la siguiente tabla:

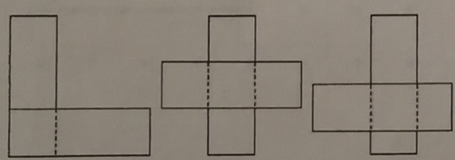
km²	hm²	m²	cm²
0'6435	64,35	643500	6435000000
0'0 0'086412	4'08642	864'24	86424000
0'02	2	20000	2000000
0'0000 34567	0'0034567	3,4567	34567

3. Dibuja un triángulo y un cuadrado cuyo perímetro coincida con el perímetro de este hexágono. ¿Cuál de las tres figuras tiene un área mayor? ¿Por qué?



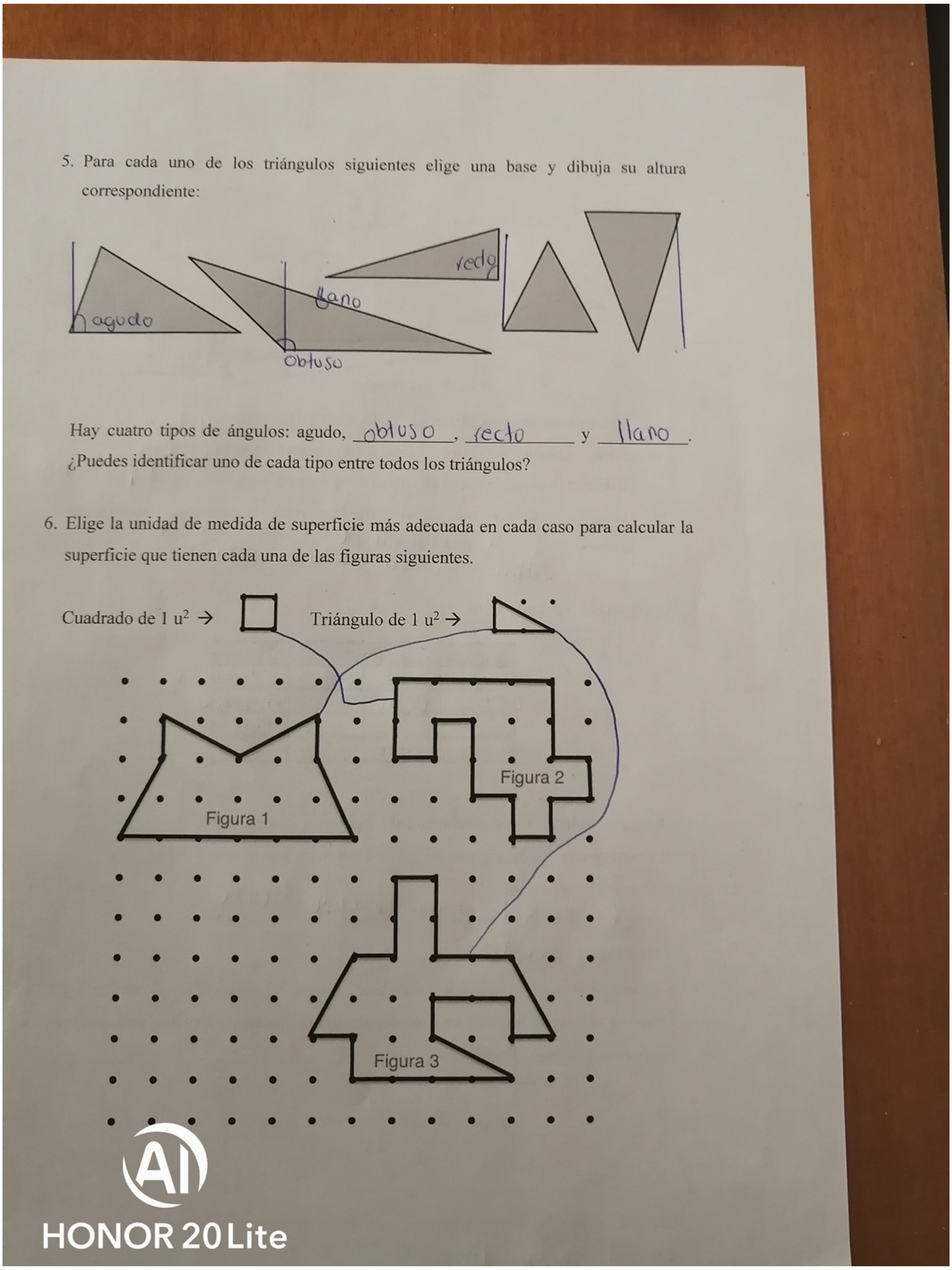
el hexágono. Porque tiene más lados

4. Tenemos dos tiras de papel rectangulares, exactamente iguales, que miden 3 cm de largo y 1 cm de ancho. Colocamos una encima de la otra de tres maneras diferentes y formamos 3 figuras distintas.



¿Cuál de las tres figuras resultantes tiene mayor perímetro? ¿Por qué?

[illegible] 15 cm²



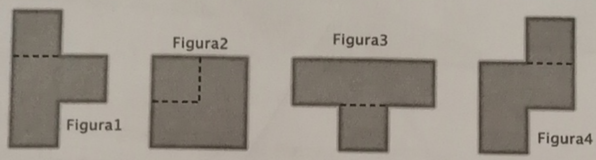
5. Para cada uno de los triángulos siguientes elige una base y dibuja su altura correspondiente:

Hay cuatro tipos de ángulos: agudo, obtuso, recto y llano.
¿Puedes identificar uno de cada tipo entre todos los triángulos?

6. Elige la unidad de medida de superficie más adecuada en cada caso para calcular la superficie que tienen cada una de las figuras siguientes.

Cuadrado de 1 u^2 → Triángulo de 1 u^2 →

7. Observa las siguientes figuras y contesta a las preguntas:



a) ¿Todas las figuras tienen el mismo perímetro? Razona tu respuesta. Si. porque todos son 4 cuadrados del mismo tamaño

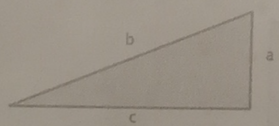
b) ¿Todas las figuras tienen la misma área? Razona tu respuesta. NO

c) Calcula el área y perímetro de una de las figuras anteriores. ¿Qué unidad de medida de longitud has utilizado? ¿y que unidad de medida de superficie?

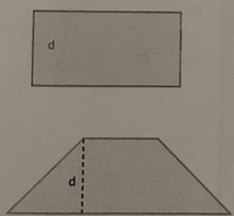
He utilizado el cm y el mm^2

8. Sin usar la regla ni hacer cuentas, elige cual de las afirmaciones son correctas:

a) Los dos bolígrafos son iguales.
b) El bolígrafo naranja es más largo que el morado.
c) El bolígrafo morado es más largo que el naranja.
d) No se puede saber

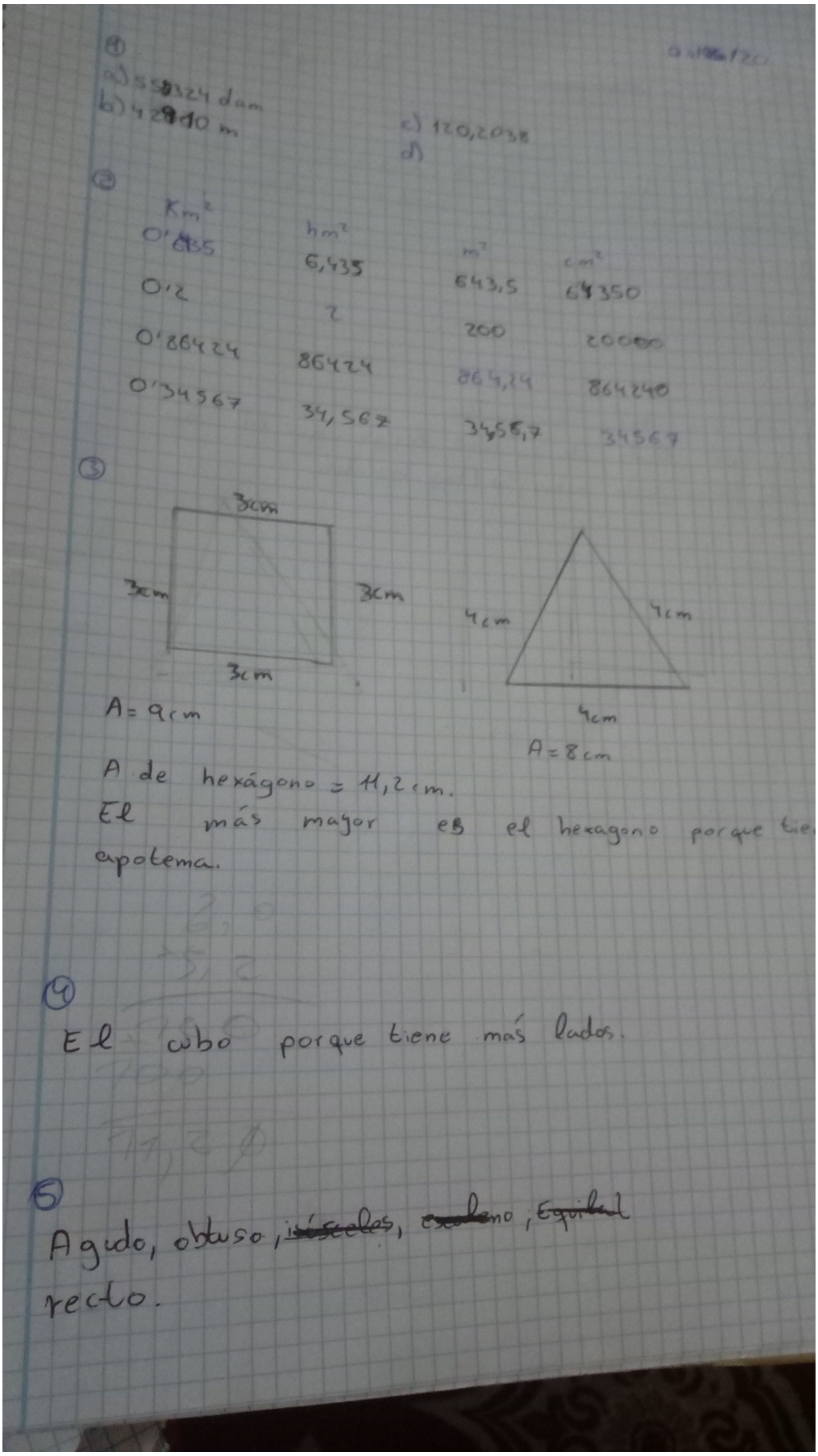


a) El lado c es más largo que el b
b) El lado b es más largo que el c
c) Los lados b y c son iguales
d) No se puede saber



a) El rectángulo tiene un área mayor que el trapecio
b) El trapecio tiene un área mayor que el rectángulo
c) Las dos figuras tienen la misma área
d) No se puede saber

Alumno 10



①
a) 558324 dam
b) 42910 m
c) 120,2038
d)

②

Km^2	hm^2	m^2	cm^2
0'6435	6,435	643,5	64350
0'2	2	200	20000
0'86424	86424	864,24	864240
0'34567	34,567	3456,7	34567

③
3cm
3cm
3cm
3cm
A = 9cm

4cm
4cm
4cm
A = 8cm

A de hexágono = 11,2cm.
El más mayor es el hexagono porque tie[ne] apotema.

④
El cubo porque tiene más lados.

⑤
Agudo, obtuso, ~~isósceles~~, ~~escaleno~~, ~~Equilat~~
recto.

6

Cuadrado → ~~centímetro~~ mm   triángulo → cm

7

a) No, la figura 1 y la 3 si tienen el mismo perimetro, y la 2 y la cuatro también.

b) Si, porque forman un cubo

c) Utilice la del mm.

8

1 → a) los bolis son iguales

2 → b) el lado b es más largo que el a.

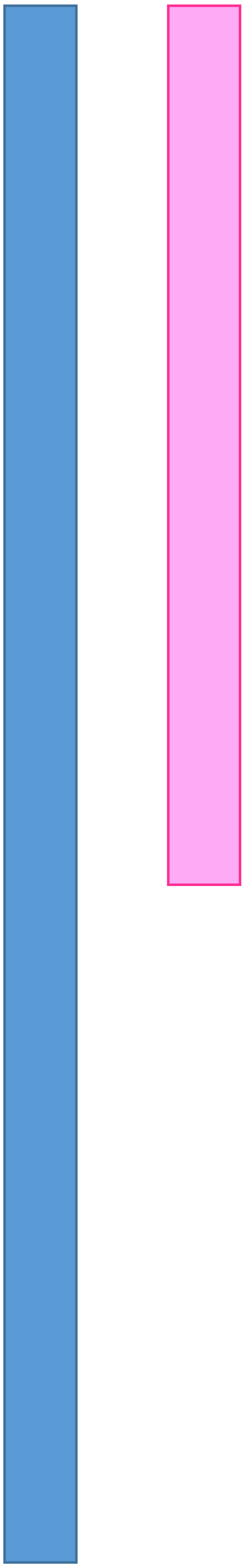
3 → d) No se puede saber, no hay medidas.

ANEXO II: TABLA RESUMEN DE LAS RESPUESTAS OBTENIDAS

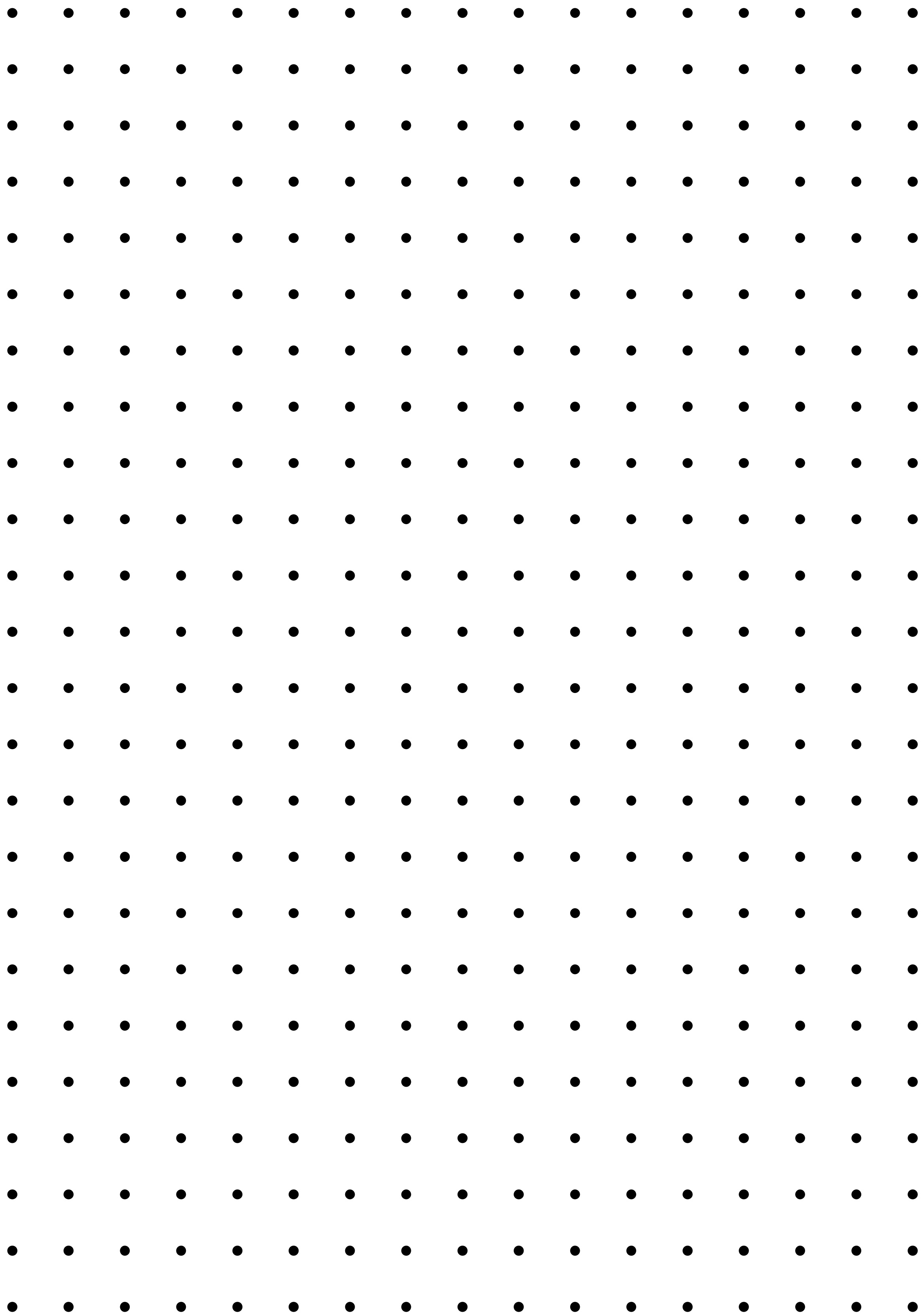
		Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3	Alumno 4	Alumno 5	Alumno 6	Alumno 7	Alumno 8	Alumno 9	Alumno 10
EJERCICIO 1	Apartado a)	✓	✓	×	×	✓	×	✓	×	✓	×
	Apartado b)	-	✓	✓	×	✓	✓	×	✓	✓	×
	Apartado c)	-	✓	×	✓	×	×	✓	✓	×	✓
	Apartado d)	✓	Los cálculos son correctos pero no la solución dada.	✓ No aparece razonado	✓ no aparecen las cuentas	-	-	×	-	× no aparece razonado	-
EJERCICIO 2	1	✓	×	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×
	2	✓	×	×	✓	×	×	×	✓	✓	×
	3	✓	×	×	✓	×	×	×	×	✓	×
	4	×	×	×	✓	×	×	×	✓	✓	×
	5	×	×	×	✓	×	×	×	×	✓	×
	6	✓	×	×	✓	×	×	×	✓	✓	×
	7	✓	×	×	×	✓	✓	✓	-	✓	×
	8	✓	×	×	✓	×	×	×	✓	✓	×
	9	✓	×	×	✓	×	×	×	✓	✓	×
	10	✓	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×
	11	✓	×	×	✓	×	×	×	×	×	×
	12	✓	×	×	✓	×	×	×	✓	✓	×
EJERCICIO 3	Triángulo	✓ equilatero	✓ equilatero	sin dimensiones	sin dimensiones	✓ equilatero	-	-	sin dimensiones	-	× medidas erroneas
	Cuadrado	✓	✓	sin dimensiones	sin dimensiones	✓	-	-	sin dimensiones	-	× medidas erroneas
	Area mayor	Triágulo	Igual	hexágono	hexágono	igual	-	-	hexágono	hexágono	hexágono
	Razonamiento	-	Mismo perímetro, significa misma área	porque tiene mas lados	porque ocupa más espacio	tienen el mismo área porque su perímetro es igual	-	-	porque tiene mas puntas	porque tiene mas lados	porque tiene apotema
EJERCICIO 4	Figura	segunda	Todas igual	primera	igual	todas igual	segunda	igual	primera	primera	?
	¿Por qué?	tiene más lados	miden y ocupan lo mismo	tiene menos parte tapada por el otro trozo	-	porque son iguales, 2 rectángulos colocados de la misma forma	porque al ser un cruce se suman	se emplean las mismas formas para hacer las diferentes figuras	-	mide 15 cm^2	el cubo porque tiene más lados

EJERCICIO 5	elegir base y altura	✗	✗	-	-	-	✓	-	-	✓	-
	tipos de ángulo	-	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗
	señalar ángulos	-	✗	✗	✓	-	✓	✗	✗	✓ (con total rigor)	✗
EJERCICIO 6	figura 1	-	✓ triángulo	✗ mezcla ambas unidades	✓ triángulo	✗ mezcla ambas unidades	-	✗	-	✓ triángulo	-
	figura 2	-	✓ cuadrado	✓ cuadrado	-	✓ cuadrado	-	✗	-	✓ cuadrado	-
	figura 3	-	✓ triángulo	✗ mezcla ambas unidades	✗ mezcla ambas unidades	✗ mezcla ambas unidades	-	✗	-	✓ triángulo	-
EJERCICIO 7	Perímetro	✗	✓	✗	✗	✗	-	✓	-	✗	✓
	Razón	-	-	la medida del cuadrado es igual	todas son cuadrados	son 4 cuadraditos iguales	-	porque todos los lados no son iguales	-	todos son cuadrados del mismo tamaño	La 1 y 3 mismo perímetro pero distinto del resto
	Área	✓	✗	✓	✓	✓	-	✓	-	✗	✓
	Razón	-	-	-	todas son cuadrados	son 4 cuadraditos iguales	-	todas se dividen en 4 unidades iguales	-	-	forman un cubo
	Perímetro	-	✓	-	-	✗	-	✗	-	-	-
	unidad longitud	-	✗ cm	✗ cm2	✗ cm	✓	-	✗ cm	-	✗ cm	✗ mm
	Área	-	✗	-	-	✓	-	✗	-	-	-
	unidad superficie	-	✗ cm	✗ cm2	✗ cm	✓	-	✗ cm2	-	✗ mm2	✗ mm
EJERCICIO 8	bolis	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	triángulo	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	rectángulo	✗	✓	✗ b)	✓	✓	✗ b)	✓	✓	✓	✗ d)

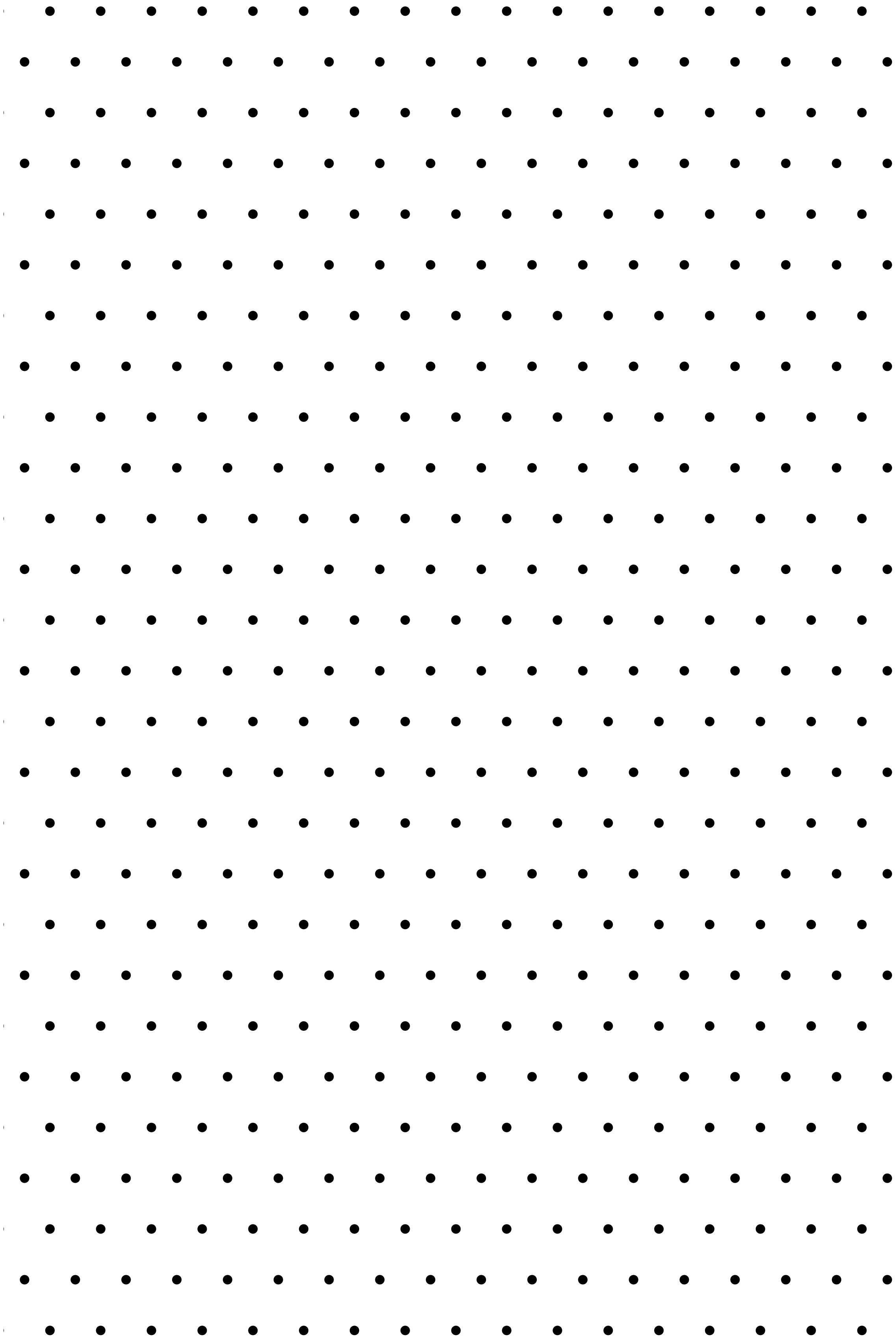
ANEXO III: TIRAS DE PAPEL



ANEXO IV: TRAMA CUADRADA



ANEXO V: TRAMA ISOMÉTRICA



ANEXO VI: TANGRAM

Un *tangram* se compone de siete piezas geométricas (dos triángulos grandes, un triángulo mediano, dos triángulos pequeños, un cuadrado y un paralelogramo) que juntas componen un cuadrado.

Las siete piezas guardan entre sí relaciones proporcionales de tamaño (1:2, 1:4) y de semejanza en el caso de los triángulos.

- Triángulo mediano =2 triángulos pequeños = 1/2 triángulo grande = cuadrado = paralelogramo (romboide)
- Triángulo pequeño= 1/2 triángulo mediano= 1/2 cuadrado = 1/2 paralelogramo (romboide) = 1/4 triángulo grande

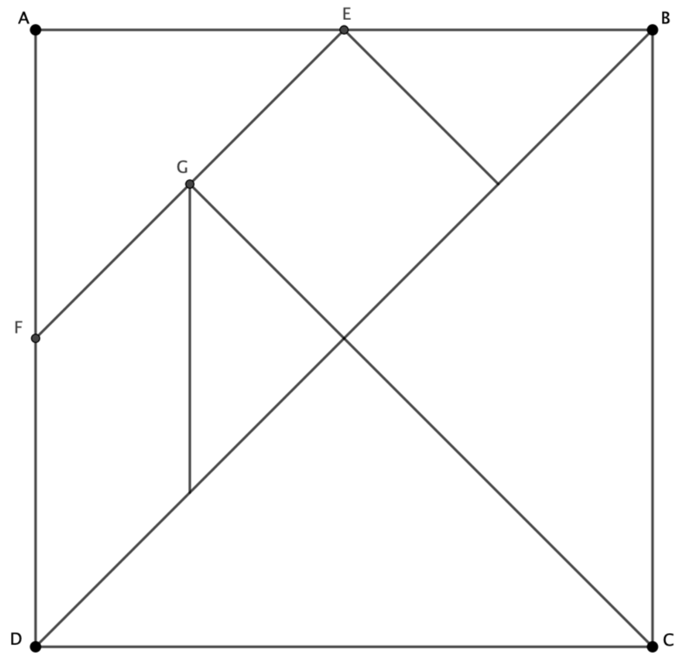
Construcción de un *tangram*:

Vamos a construir el tangram más conocido y usado, el compuesto por siete piezas: "el *tangram* chino".

Para ello necesitamos cartulina y seguir el siguiente procedimiento:

1. Construye un cuadrado de 12 cm de lado.
2. Obtén el punto medio de los lados AB (a este punto lo llamaos E) y AD (será F) y traza un segmento que una E y F.
3. Sitúa la regla sobre la diagonal AC pero trazada sólo desde EF a C, GC.
4. Traza la diagonal BD.
5. Traza una paralela a GC desde E hasta que corte a la diagonal BD.
6. Traza una paralela a AD desde G hasta que corte a BD.

El resultado obtenido debe de ser el siguiente:



Por último, recortar cada una de las piezas y empezar a jugar.